

【論文】

GPIF 基本ポートフォリオのモンテカルロ・シミュレーション： ネガティブ・ジャンプと運用期間

大野 薫

要 旨：

大野 [in press] が構築した GPIF (年金積立金管理運用独立行政法人) 基本ポートフォリオのモンテカルロ・シミュレーション・モデルを用いて、ネガティブ・ジャンプの下方リスクへの影響を、運用期間との関連からさらに詳しく観察した。シミュレーションの結果、ネガティブ・ジャンプは運用期間と共にポートフォリオの残高分布を下方にシフトしながら不確実性を増加させるが、運用パフォーマンスの下方パーセンタイル値で考察すると、「最悪の状況」にはネガティブ・ジャンプがなくても同様に陥る可能性が示唆された。また、ネガティブ・ジャンプは短期ではパフォーマンス分布に非対称な影響を与えるが、運用期間と共にその力を弱めながら分布全体に広がっていく傾向が観察された。

キーワード：

GPIF、モンテカルロ・シミュレーション、ネガティブ・ジャンプ、下方リスク、運用期間

1. はじめに

2015年11月30日、年金積立金管理運用独立法人 (Government Pension Investment Fund, GPIF) は、2015年7~9月期の運用成績が7兆8,899億円の損失になったと発表した。これは GPIF が発足して以来、四半期の損失額としては最大であり、また 2014年10月31日に GPIF が株式への投資配分を倍増する新しい基本ポートフォリオを発表し、アベノミクスによる円安・株高の追い風の中、株式保有を増やしてきた矢先だっただけに、メディアはこぞってショッキングなニュースとして報道した。とはいえ、これを運用利回りで見ると-5.59%となり、GPIF の基本ポートフォリオが内包するリスクからすると想定内の変動といえる。

GPIF の年金積立金市場運用に関して、健全な年金財政の持続可能性の観点から、北村・中島・臼杵 [2006]、北村 [2008]、米澤 [2010] 等がシミュレーション分析と考察を行い、年金積立金の市場運用に伴うリスクを指摘している。しかしながらこれらの研究は、GPIF が大幅に資産保有配分を変更した 2014年10月31日以前の運用を前提としているため、GPIF の新しい基本ポートフォリオは直接的に反映されていない。

GPIF の新しい基本ポートフォリオが内包するリスクに関連して、大野 [2015] は年金資金の株式市場運用に潜むリスクを、日経平均株価の過去 60 年間にわたる月次デー

タを基に、ブートストラップ・シミュレーションで考察した。シミュレーションの結果、年金資金の株式市場運用には年金システムが破綻するかもしれないという取り返しのつかないリスクが潜んでいることが示唆されたが、これは一つの市場のみの考察であり、GPIFが行っている多資産へのポートフォリオ運用を反映していないため、得られた知見は限定的なものであった。そこで大野 [in press] は、GPIFの基本ポートフォリオ運用を直接的に反映するモンテカルロ・シミュレーション・モデルを構築し、GPIFの基本ポートフォリオによる市場運用が内包するリスクに関して、グローバル・リスク・イベント（ネガティブ・ジャンプ）がない場合とある場合に分けて、運用パフォーマンスを下方リスクの観点からより詳細に考察し、たとえジャンプがない場合でも、GPIF基本ポートフォリオは年金財政を破綻させかねない取り返しのつかないリスクを多大に内包し、ネガティブ・ジャンプを加えた、より現実的ともいえる場合には、さらにそのリスクが悪化するというシミュレーション結果を得た。

本稿では、同上論文で構築したモンテカルロ・シミュレーション・モデルを用いて、GPIF基本ポートフォリオに対するネガティブ・ジャンプの下方リスクへの影響を、運用期間との関連からさらに詳しく観察する。

2. モンテカルロ・シミュレーション・モデル¹

GPIFが運用対象とする国内債券、国内株式、外国債券、外国株式という4つの資産²の価格推移確率過程モデルとして、以下を想定した。

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dz_t$$

ここで、 S_t は t 時における資産価格、 μ は期待リターン(%)、 σ はボラティリティ(%)、 dz_t はブラウン運動による増分である。通常の離散化式は $\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ であるが、 Δt が十分に微小な区間でないと誤差が大きくなるため、長期にわたるシミュレーションを行う本稿のモデルでは、より正確で計算速度も速い、以下の対数変換した資産価格に対する離散化式を用いた。

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \right]$$

GPIFの運用はポートフォリオによる分散投資が基本なので、リスク削減の要となる資産間の共分散構造を反映させるために拡散過程の増分に相関があると仮定し、GPIFが行ったシミュレーション分析と同じ相関マトリックスから、コレスキー分解を用いて相関乱数シーケンスを生成した。

¹ シミュレーション・モデルのより詳しい解説は大野 [in press] を参照されたい。

² 資産全体の5%を上限とするオルタナティブ資産も、リスク・リターン特性に応じてこれら4つの資産に区分される。

シミュレーション開始時の資産構成割合は GPIF の新しい基本ポートフォリオの基準配分割合とし、乖離許容幅も GPIF と同じものを用いた。GPIF はポートフォリオ運用に関して、「基本ポートフォリオの乖離許容幅の中で市場環境の適切な見通しを踏まえ、機動的な運用を行い」、さらに「基本ポートフォリオのリスク管理は、乖離許容幅に加え、ポートフォリオ全体のリスク量などにより、複線的に行う」としているが³、本稿のシミュレーションでは、基準配分割合と乖離許容幅で機械的にアロケーションの見直しを行い、ある四半期に 1 つの資産でも乖離許容幅を超えた場合は、翌四半期の始めにポートフォリオ全体が基準配分割合にリセットされると仮定した。

表 1 は基本的なシミュレーションのパラメーターをまとめたものである。インプットとなる期待リターンは、平成 26 年 6 月に厚生労働省が公表した「国民年金及び厚生年金に係る財政の現況及び見通し—平成 26 年財政検証結果—」のケース E に相当する「経済中位ケース」を前提としたもので、名目賃金上昇率を引いた実質的なリターンである⁴。標準偏差と相関係数は、GPIF が過去 20 年間のデータ等を基に推計したもので、国内債券のリスク計算においては、将来のデュレーションの長期化が考慮されているという⁵。

表 1 基本的なシミュレーションのパラメーター

		国内債券	国内株式	外国債券	外国株式
期待リターン(実質)		-0.2%	3.2%	0.9%	3.6%
標準偏差		4.7%	25.1%	12.6%	27.3%
相関係数	国内債券	1.00	-0.16	0.25	0.09
	国内株式	-0.16	1.00	0.04	0.64
	外国債券	0.25	0.04	1.00	0.57
	外国株式	0.09	0.64	0.57	1.00
資産構成割合基準		35%	25%	15%	25%
乖離許容幅(±)		10%	9%	4%	8%
資産配分上限		45.00%	34.00%	19.00%	33.00%
資産配分下限		25.00%	16.00%	11.00%	17.00%

出所) 年金積立金管理運用独立行政法人『平成 26 年度業務概況書』より

また前述の基本シミュレーション・モデルでは資産価格の不確実性に正規性を仮定しているが、実際の金融市場ではリターン分布の非正規性が広く観察されており、特に株式市場における下方リスクは、正規性を仮定した拡散プロセスでは捉えきれない可能性が高い⁶。そこで、リーマン・ショックのような稀に起こる突発的なグローバル・リスク・イベント(ネガティブ・ジャンプ)の下方リスクに対する影響を分析するために、資産価格推移の

³ 2014 年 10 月 31 日付年金積立金管理運用独立行政法人 Press Release, 14 ページ。

⁴ 財政検証の詳細については厚生労働省『平成 26 年財政検証関連資料』も合わせて参照された。

⁵ 前掲, 8 ページ。

⁶ 市場リターンの非正規性と確率過程モデルに関しては、Bakshi, Cao, and Chen [1997] や Bates [2000] がオプション・プライシングとの関係から詳しく論じている。

確率過程モデルとしてマートンのジャンプ拡散過程⁷を想定したケースもシミュレーションした。これは、基本的な幾何ブラウン運動による拡散過程に、複合ポアソン過程を加えたものである。

一般的に、非常にまれで突発的な巨大リスク・イベントの影響を考察する場合、シナリオ分析などではイベントによる極端な価格推移（ジャンプ）のサイズが一定であると仮定されることが多いが、天災のようなリスク・イベントは、いつ起こるかはもちろん、どれだけの被害を及ぼすのかも、予め正確に予測することはできない。マートンのジャンプ拡散過程では、ジャンプのサイズは一定ではなく不確実で、正規分布に従う確率変数であると仮定される。

マートンのジャンプ拡散過程では、微小な時間 dt にジャンプが発生した時、資産価格 S_t はジャンプにより $y_t S_t$ に変化する。

$$\frac{dS_t}{S_t} = \frac{y_t S_t - S_t}{S_t} = y_t - 1$$

ジャンプのサイズ y_t は、対数正規分布から抽出された正の値しか取り得ないランダム変数であると仮定され、 $\ln(y_t)$ は独立した同一の正規分布に従う確率変数である⁸。

$$\ln(y_t) \sim i.i.d. Normal(\nu, \xi)$$

基本的な幾何ブラウン運動による拡散過程に、複合ポアソン過程を加えたジャンプ拡散過程は、以下で表される。

$$\frac{dS_t}{S_t} = (\alpha - \lambda \kappa) dt + \sigma dz_t + (y_t - 1) dN_t$$

$$\kappa = E[y_t - 1] = e^{\nu + \frac{1}{2}\xi^2} - 1$$

ここで α と σ は、ジャンプが発生しない場合の瞬間的な資産の期待リターンとボラティリティ、 λ は 1 年間に発生するジャンプの期待回数、 κ はジャンプの期待%サイズであり、右辺第 1 項と第 2 項は基本的な拡散過程を表している。

右辺第 3 項はジャンプ・プロセスを表す複合ポアソン過程で、 y_t と N_t という二つの確率変数で構成される。 N_t は、 dt においてジャンプが発生したかどうかを表すポアソン過程であり、 dN_t は以下で定義される。

$$dN_t = \begin{cases} 0 & \text{確率 } 1 - \lambda dt \\ 1 & \text{確率 } \lambda dt \end{cases}$$

⁷ Merton [1976]。

⁸ “i.i.d.” は Independent and Identically-Distributed の略。

y_i はジャンプが発生した場合に、その大きさを表す確率変数で、前述のように、 $\ln(y_i)$ は独立した同一の正規分布に従う。

コンピュータにプログラムするために、 $Y_i = \ln(y_i)$ として離散化をすると、以下のようになる。

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp \left[\left(\mu - \lambda k - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} + \sum_{i=1}^{N(\Delta t)} Y_i \right]$$

このプロセスでは、ジャンプとドリフトが独立しているので、価格評価のタイムステップが、ジャンプが発生したかどうかを調べる適切なタイムステップであるとは限らない。しかしながら、本稿のシミュレーションでは、10年に一度という非常にまれなジャンプ・イベントをシミュレーションするので、タイムステップ内でジャンプが複数回起こる可能性は極めて少ない。期待年間発生回数が0.1（10年に一度）のジャンプの場合、四半期内に1回発生する確率は約2.44%であるが、続けて同じ期間内で2回目のジャンプが発生する確率は0.03%と微小なものになる⁹。そこでジャンプの有無を確認するタイムステップは、資産価格評価と同じ四半期とした。

表2は、ネガティブ・ジャンプ・イベントのパラメーターである。

表2 ネガティブ・ジャンプ・イベントのパラメーター

期待年間発生回数(λ)	0.1
株式の平均ジャンプ・サイズ(ν)	-20%
債券の平均ジャンプ・サイズ(ν)	0%
ジャンプ標準偏差(ξ)	5%

すでに述べたように期待年間発生回数(λ)は0.1で、これは10年に一度のイベントということになる。リーマン・ショックはよく「100年に一度」の金融危機といわれるが、本当に100年に一度の発生確率なのか、その根拠は曖昧である。おそらく正規分布を仮定するとそれくらいまれなイベントということになるのだろうが、ほとんどの金融市場において観察されるリターン分布は下方テールが正規分布よりも厚く、この場合大きなリスク・イベントは正規分布を前提にした発生確率より、実際にはもっと頻繁に起こることになる。したがって、シミュレーションで将来の下方リスクを現実的に考察するには、10年に一度程度のリスク・イベントを想定することが妥当といえよう。

また、ジャンプは各資産に独立に発生するのではなく、グローバルなリスク・イベントとして全資産に同時に影響を及ぼすと仮定した。国内株式及び外国株式の期待ジャンプ・

⁹ t 時間にジャンプが n 回起こる確率は、以下の式で求められる。

$$P[N_t = n] = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{n!}$$

サイズは-20%、標準偏差は 5%と想定し、国内債券及び海外債券の期待ジャンプ・サイズは 0%で、標準偏差は株式と同じ 5%とした。債券の価格ジャンプは期待値が 0%であることから、独立事象であればプラスのジャンプもマイナスのジャンプも同様にあり得るが、より現実的な分析が行えるように、各資産のジャンプの不確実性は独立ではなく、表 3 に示された相関関係があると仮定した。グローバルなリスク・イベントのシミュレーションなので、国内株式と外国株式間、及び国内債券と外国債券間のジャンプの不確実性には 0.90 という強い相関係数を想定する一方、株式と債券間のジャンプの相関係数には-0.50 を用いている。

表 3 ネガティブ・ジャンプの不確実性の相関係数

	国内債券	国内株式	外国債券	外国株式
国内債券	1.00	-0.50	0.90	-0.50
国内株式	-0.50	1.00	-0.50	0.90
外国債券	0.90	-0.50	1.00	-0.50
外国株式	-0.50	0.90	-0.50	1.00

実証研究によると、株式リターンと債券リターンの相関関係は時間と共に大きく変動しており、長期的にはインフレ率などのマクロ要因によりプラスの傾向があるものの、大きなリスク・イベントが発生した場合には、質への逃避からマイナスの傾向が見られる¹⁰。とはいえ、質への逃避はデフォルトの恐れがない国債などに限られており、質が劣る社債や債務担保証券、仕組債などは、リーマン・ショック時のように株式と共に下落する場合もある。そこで-0.50 という比較的弱い相関を想定した。全体的なジャンプの期待値はマイナスになる。

モンテカルロ・シミュレーションの有効性は、モデル構造の妥当性に加えて、使用する疑似乱数のランダム性に依存している。本稿のシミュレーションでは、一様乱数を発生させる乱数ジェネレーターとして、L'Ecuyer [1999] の MRG32k3a を用いた¹¹。また、正規乱数への変換には、下方リスク評価で極めて重要になるテール部分の近似にすぐれた、Moro [1995] のインバース法アルゴリズムを用いた。

その他、初期元本は 130 兆円で¹²、運用期間は GPIF の想定運用期間と同じ 25 年とし、四半期ごとのポートフォリオ評価とアロケーションの見直しを仮定した。加えて、財政検証では当初 10 年間程度は積立金の取崩しが想定されており、GPIF の第 3 期中期計画期間（平成 27～31 年度）のキャッシュアウト見込額は経済中位ケースで約 20 兆円となっていることから、本稿のシミュレーションでは当初 5 年間は年間 4 兆円、次の 5 年間は年間 3

¹⁰ 株式と債券の相関に関しては、Shiller and Beltratti [1992]、Campbell and Ammer [1993]、Gulko [2002]、Ilmanen [2003]、Jones and Wilson [2004]、Connolly, Stivers, and Sun [2005] 等を参照されたい。

¹¹ MRG32k3a 乱数ジェネレーターは 2^{191} という長い周期性を持ち、最低限 45 次元まで良好な一様性を保つ。この乱数ジェネレーターの有効性に関する視覚的な検証は、大野 [2013] を参照されたい。

¹² GPIF の平成 27 年度第 2 四半期末の運用資産額は 135 兆 1,087 億円だった。

兆円のキャッシュアウト額を想定した。なお、残高がマイナスになった場合は運用が停止されたものとみなし、無効データとして翌四半期以降の観察結果から除外した。また試行回数（サンプル数）は、すべてのシミュレーションで500万回行った。

3. シミュレーション結果

1) 運用年数とポートフォリオ運用残高

図1は、ジャンプがない場合のポートフォリオの5年ごとの運用残高分布で、図2はネガティブ・ジャンプがある場合の運用残高分布である。

図1 ネガティブ・ジャンプがない場合の運用残高分布

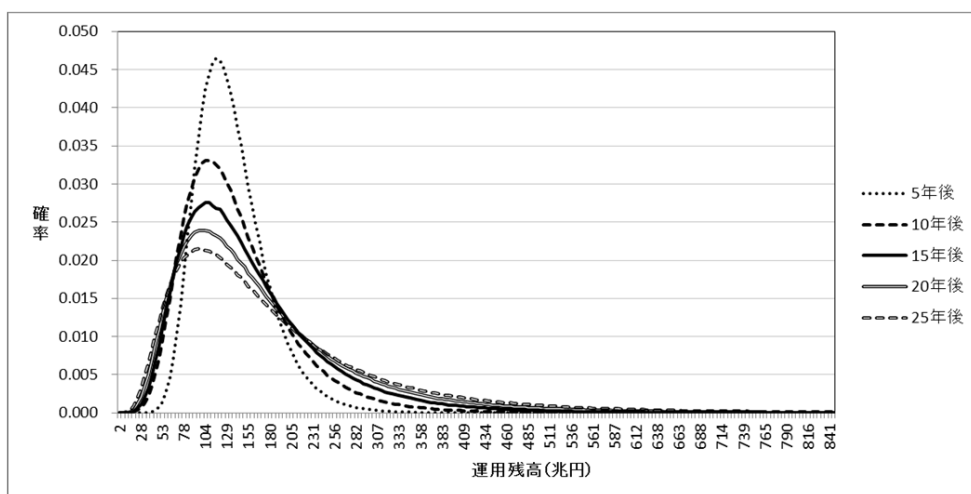
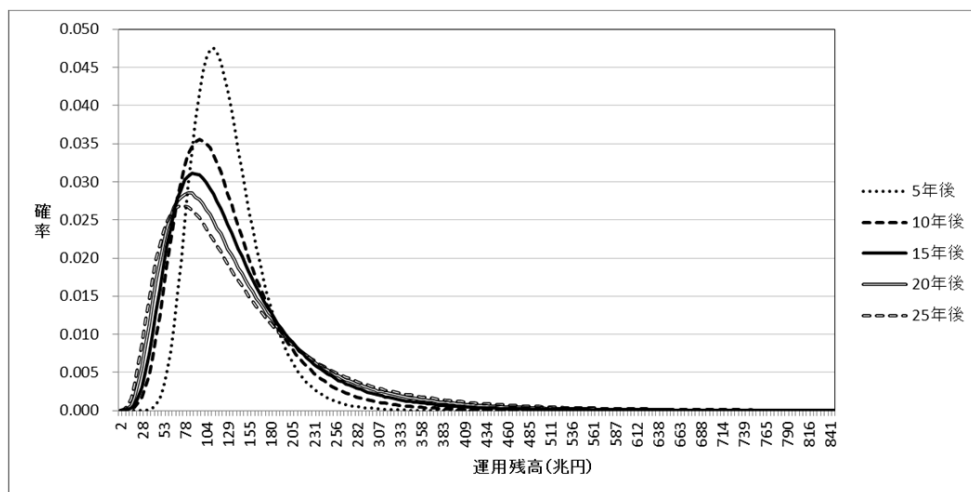


図2 ネガティブ・ジャンプがある場合の運用残高分布



グラフ縦軸の「確率」は、最大値から最小値までのレンジを 200 分割した区間での相対度数を表している。

双方のグラフの形状に若干の違いは認められるものの、どちらも運用期間が長くなるにつれて、残高分布の最頻値は若干左に移行しながら両テールが厚くなっていく。また、運用期間が長くなるにつれて、分布が極端なポジティブ・スキューに変化していく。このような非対称性が強い分布形状では、平均値や標準偏差は分布を表す有効な指標とはならないので、表 4 には、各分布の 75%タイル、50%タイル（中央値）、25%タイル、5%タイルの値をまとめている。

表 4 運用期間と残高分布 観察結果

ネガティブ・ジャンプなし					
	5年後	10年後	15年後	20年後	25年後
75%タイル値	156.57	171.46	193.47	213.05	233.30
中央値	127.75	127.91	136.49	142.75	149.39
25%タイル値	104.49	95.23	96.46	95.93	96.06
5%タイル値	78.03	61.27	58.30	54.17	51.03
ネガティブ・ジャンプあり					
	5年後	10年後	15年後	20年後	25年後
75%タイル値	149.63	155.83	168.09	176.80	184.97
中央値	121.52	115.31	117.58	117.24	117.07
25%タイル値	98.77	84.82	82.16	77.74	74.24
5%タイル値	72.87	53.11	48.53	42.77	38.42

表 4 の数値を確認すると、ネガティブ・ジャンプがない場合の中央値は運用期間の長さと共に増加傾向にあるが、ネガティブ・ジャンプがある場合には、5年後から 10 年後にかけて若干減少し、それ以降はほとんど変わらない。そして双方で、75%タイル値は増加し、25%タイル値と 5%タイル値は減少していく。これは、運用期間が長くなるにつれて大きく儲ける可能性が増すものの、同時に大きな損失を被る可能性も増えていくことを意味する。ネガティブ・ジャンプがある場合には、75%タイル値の増加傾向は弱くなり、逆に 25%タイル値や 5%タイル値の減少傾向は強くなる。ネガティブ・ジャンプにより、将来の下方リスクは確実に増大したといえよう。

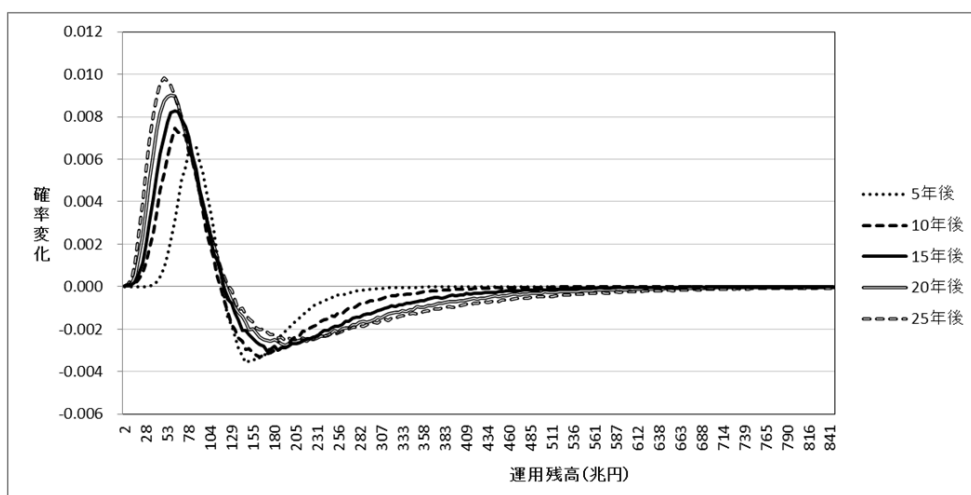
これらのシミュレーション結果から、ネガティブ・ジャンプが運用期間の長さと共に残高分布を下方にシフトし、不確実性を増加させることが見てとれるが、次にネガティブ・ジャンプが運用残高分布に及ぼす影響をより詳しく考察する。

図 3 は、ネガティブ・ジャンプがある場合とない場合の運用残高分布の差をグラフにしたものである。ジャンプがある場合の運用残高分布確率（図 2）からジャンプがない場合の運用残高分布確率（図 1）を引いているので、プラスの確率変化は、ジャンプによりその部分の発生確率が増加したことを意味し、マイナスの確率変化はジャンプによりその部

分の発生確率が減少したことを意味する。

全てのケースで分布に対する非対称な影響が同じように認められるが、運用期間が5年のケースに注目すると、ネガティブ・ジャンプは120兆円近辺を境に、それ以下の残高では発生確率を増加させ、それ以上では発生確率を減少させることが見て取れる。影響は分布全体に対して一律ではなく、確率の増加は残高が85兆円近辺でピークに達し、その後徐々に減少していく。また、120兆円を超える部分の確率の減少は、およそ150兆円でボトムに達し、その後緩やかに増加していく。

図3 ジャンプがある場合とない場合の運用残高の差（ジャンプあり－ジャンプなし）



同様の傾向は異なる運用期間でも観察されるが、運用期間が長くなるにつれて、下方確率増加のピークはより低い残高に移行しながらより高くなり、逆に確率減少のボトムはより高い残高に移行しながらより緩やかなものになっていく。

2) 運用年数と1%タイル値分布

ここまで、グローバル・リスク・インベントが GPIF 基本ポートフォリオ運用に及ぼすリスクを考察するために、ネガティブ・ジャンプの影響を残高分布と運用期間の観点から観察したが、次に運用パフォーマンスの下方リスクに焦点を当てて考察する。

図4と図5は、ポートフォリオのパフォーマンスを評価する期間を変えて、運用パフォーマンスの1%タイル値¹³を、ネガティブ・ジャンプがない場合とある場合で、それぞれ分布にしたものである。具体的には、500万回の各サンプル・パスで、四半期ごとに評価する期間（ウィンドウ期間）を1年間、2年間と1年刻みで7年間まで変えながら、それぞれのウィンドウ期間におけるパフォーマンス分布の1%タイル値を測定し、サンプル全

¹³ 1%タイル値なので、下方リスクというよりテール・リスクといえる。

体の分布を観察した。

図4 ネガティブ・ジャンプがない場合の1～7年ウィンドウ1%タイル値分布

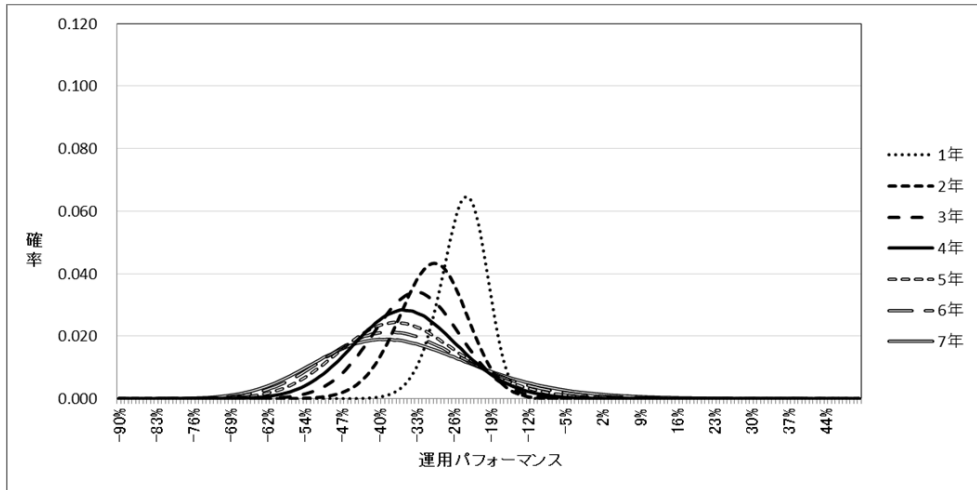
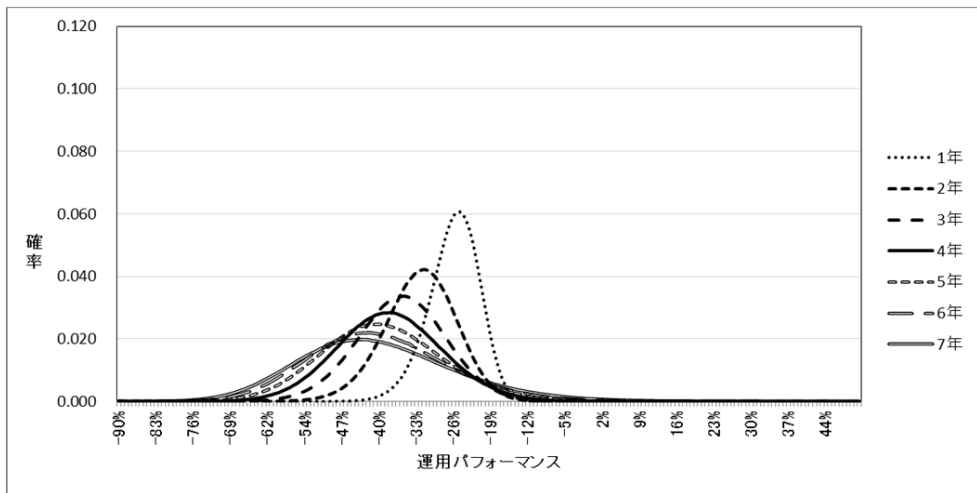


図5 ネガティブ・ジャンプがある場合の1～7年ウィンドウ1%タイル値分布



どちらの図も、1年から7年までのウィンドウ期間全てで、ほぼ釣鐘型の形状をしている。1%タイルという「最悪の運用状況」ともいえるリターン分布の下方テール値なので、いずれの分布もマイナスの領域に位置し、ウィンドウ期間が長くなるにつれて、分布のピークは左に移行しながら、裾野が広がっていく。これは、ウィンドウ期間が長くなるにつれて上方リターンの確率はわずかに増すものの、ほとんどの場合で、損失が拡大し、その不確実性も高まる可能性が高いことを示している。

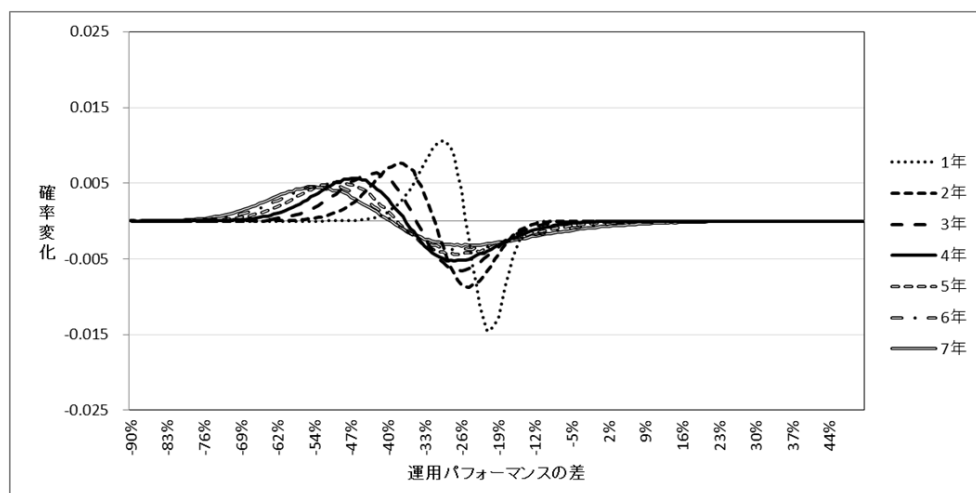
図5はネガティブ・ジャンプがある場合なので下方リスクが増加しているはずであるが、図4と比べると差異はわずかで、グラフで確認することは難しい。表5は、図4と図5で描いた分布の平均値と標準偏差をまとめたものである。数値でも両者にそれほどの差は確認できないものの、ネガティブ・ジャンプがある場合は、ウィンドウ期間が長くなるにつれて平均値のマイナス幅は拡大し、逆に標準偏差は、ジャンプがある場合の方が相対的に小さくなっていく傾向が見て取れる。また、ネガティブ・ジャンプの有る無しに関わらず、運用パフォーマンスの1%タイル値は、1年～3年では顕著に悪化し、ウィンドウ期間が4年を超えるとほぼ横ばいになっていく。これはネガティブ・ジャンプがなくても、「最悪の状況」はあまり変わらず、そこからの回復も困難であることを示唆しているといえよう。

表5 1～7年ウィンドウ1%タイル値分布の平均と標準偏差

1%タイル値		ウィンドウ期間						
		1年	2年	3年	4年	5年	6年	7年
ジャンプなし	平均値	-24.82%	-30.59%	-33.56%	-35.16%	-35.91%	-36.03%	-35.67%
	標準偏差	4.48%	6.58%	8.37%	10.10%	11.84%	13.65%	15.56%
ジャンプあり	平均値	-26.42%	-32.77%	-36.28%	-38.42%	-39.71%	-40.39%	-40.61%
	標準偏差	4.83%	6.82%	8.51%	10.09%	11.67%	13.28%	14.95%

図6は、ネガティブ・ジャンプの影響をより詳しく観察するために、図4の1%タイル値分布と図5の1%タイル値分布の差を描いたものである¹⁴。

図6 1～7年ウィンドウ1%タイル値分布の差：ジャンプあり－ジャンプなし



¹⁴ 図3と同様、ジャンプがある場合からジャンプがない場合を引いている。

ここでも分布に対するジャンプの非対称な影響が見られるが、ネガティブ・ジャンプなので、分布の下方の確率は増加し、それを埋め合わせる形でやや上方の確率が減少している。ウィンドウ期間が長くなるにつれ、ジャンプの直接的な影響は薄れるものの、確率増加のピークは平均値の減少よりも速く下方へ移動し、影響の範囲もより広範囲に及んでいくのが確認できる。

本稿のシミュレーション・モデルで想定したグローバル・リスク・イベントは、10年に一度というまれに発生する大きなネガティブ・ジャンプなので、短期間の運用ではそのインパクトが顕著に現われ、運用期間が長くなるにつれて、影響が薄まりながら分布の広範囲に広がっていくことを図6は示している。しかしながら、ネガティブ・ジャンプがテール・リスクに及ぼした影響は、運用期間が長くなってもなかなか消えず、影響のピークは徐々に下方に移動している。これはいったん大きなネガティブ・ショックを受けると、元の状態に回復するのが相当に困難であることを示唆する。

3) 運用年数と下方パーセンタイル値分布

ここまで1%タイル値の分布を考察したが、運用パフォーマンスの1%タイル値は、予想される最悪の状況に近いものといえるので、25年の想定運用期間内に顕在化する可能性は極めて低く、現実的には「想定外」としてさほど考慮しなくて良いのかもしれない。そこで次に、より現実的に起こり得るパーセンタイル値を確認していく。

図7と図8は、それぞれ1~7年評価ウィンドウにおけるネガティブ・ジャンプがない場合とある場合の5%タイル値の分布を描いたもので、表6はそれらの分布の平均値と標準偏差である。

図7 ネガティブ・ジャンプがない場合の1~7年ウィンドウ5%タイル値分布

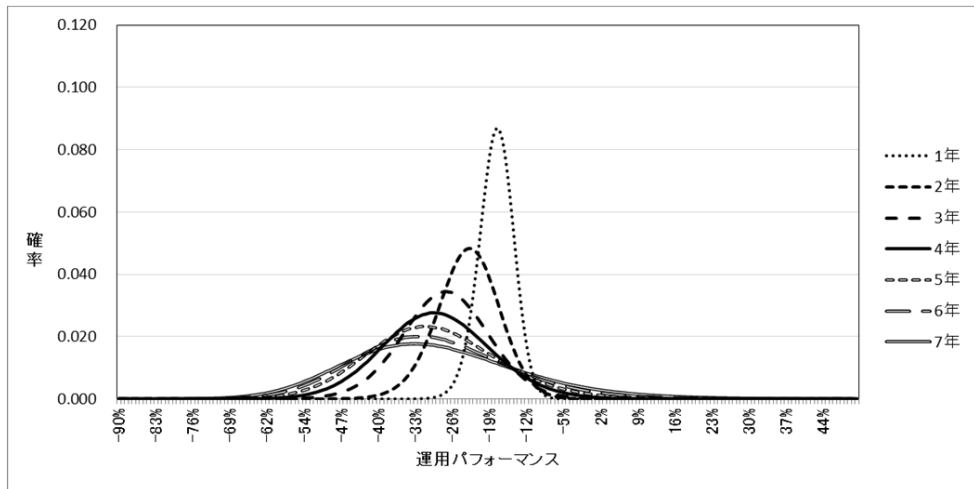


図8 ネガティブ・ジャンプがある場合の1～7年ウィンドウ5%タイル値分布

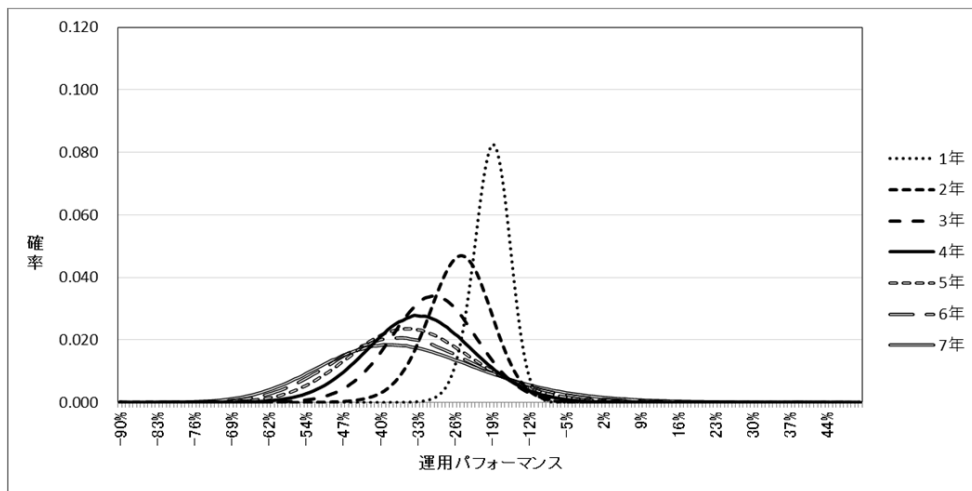


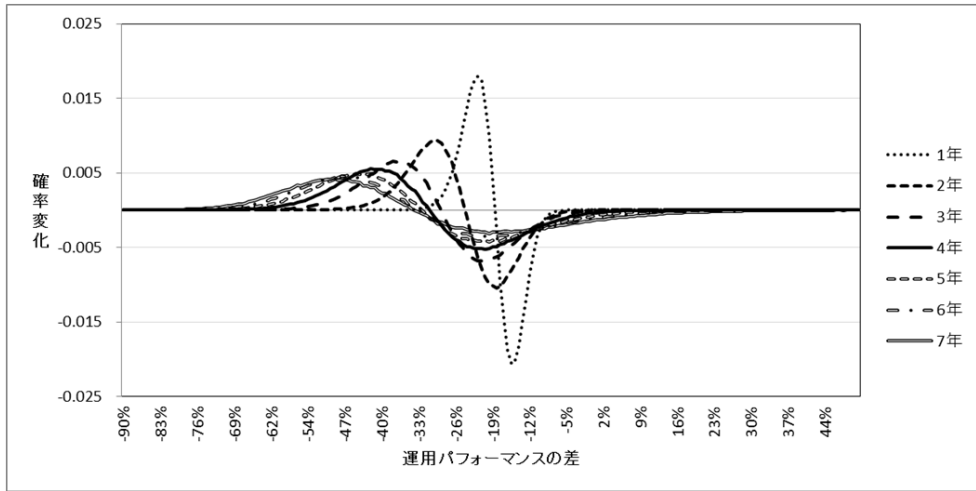
表6 1～7年ウィンドウ5%タイル値分布の平均と標準偏差

5%タイル値		ウィンドウ期間						
		1年	2年	3年	4年	5年	6年	7年
ジャンプなし	平均値	-18.18%	-23.54%	-27.79%	-29.37%	-30.04%	-30.06%	-29.55%
	標準偏差	3.31%	5.99%	8.35%	10.40%	12.44%	14.53%	16.72%
ジャンプあり	平均値	-19.51%	-25.66%	-30.56%	-32.75%	-34.04%	-34.68%	-34.82%
	標準偏差	3.52%	6.21%	8.48%	10.40%	12.26%	14.14%	16.07%

5%タイル値なので、当然ながら1%タイル値より運用パフォーマンスは良く、全てのウィンドウ期間で平均値は6%程度向上している。標準偏差はウィンドウ期間が1、2年では減少し、6、7年と長くなると増加する傾向が見て取れる。しかしながら、図4と図7、図5と図8をそれぞれ見比べると、各分布の位置が少し右に移動している以外はほとんど変わらず、ウィンドウ期間との関連も、1%タイル値と同じようにネガティブ・ジャンプの影響を受けていることが見て取れる。絶対値としてみた場合、運用パフォーマンスの向上は1%タイル値に比べてわずかといえ、全ての分布のほとんどの部分がマイナスの領域に位置していることは、GPIF基本ポートフォリオが内包する下方リスクの大きさを示唆しているといえよう。

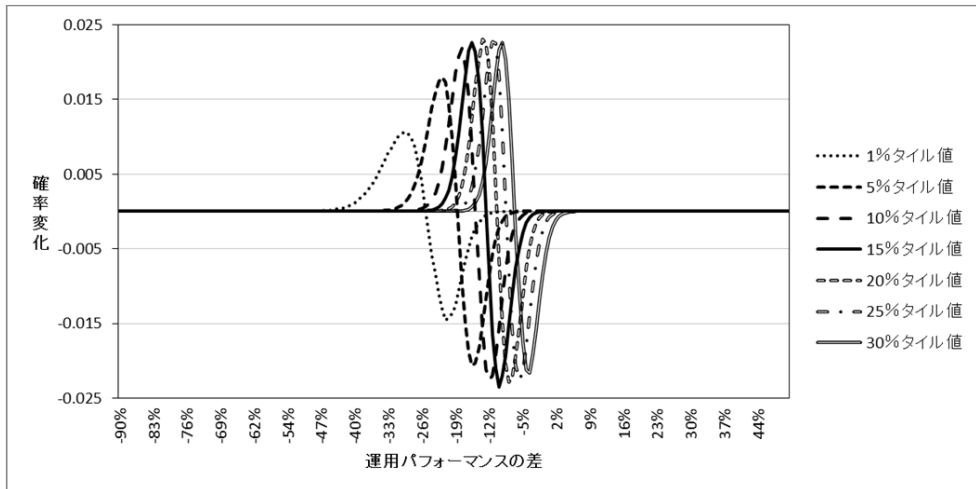
図9は、図7と図8の5%タイル値分布の差を描いたものである。図6の1%タイル値の場合と比べると、ネガティブ・ジャンプによる影響は短期でより顕著に現われているが、ウィンドウ期間が長くなるにつれて、ジャンプの影響が薄まりながら分布の広範囲に広がっていくという、これまでと同様のパターンが確認される。

図9 1～7年ウィンドウ 5%タイル値分布の差：ジャンプありージャンプなし



1%タイル値及び5%タイル値の分布で確認された傾向は、パーセンタイル値が上がっても同様に観察された。図10、図11、及び図12は、それぞれ1年ウィンドウ、3年ウィンドウ、7年ウィンドウで、異なる運用パフォーマンスのパーセンタイル値の差を描いたものである。

図10 1年ウィンドウ：ジャンプありージャンプなし



ネガティブ・ジャンプは、短期では分布に非対称な影響を比較的狭い範囲で顕著に与えることが見て取れるが、ウィンドウ期間が長くなると、その影響は薄れながら、分布全体に広がっていく。また、パーセンタイル値が上がると当然のこととして運用パフォーマンス

スは上がるが、ネガティブ・ジャンプが及ぼす影響は、パーセンタイル値が上がっても、同じように残っているのが確認できる。

図 11 3年ウィンドウ：ジャンプありージャンプなし

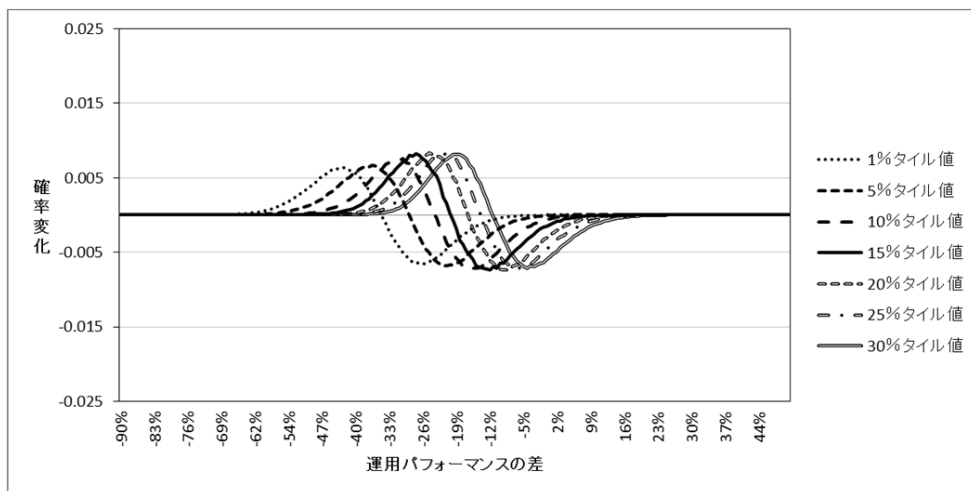
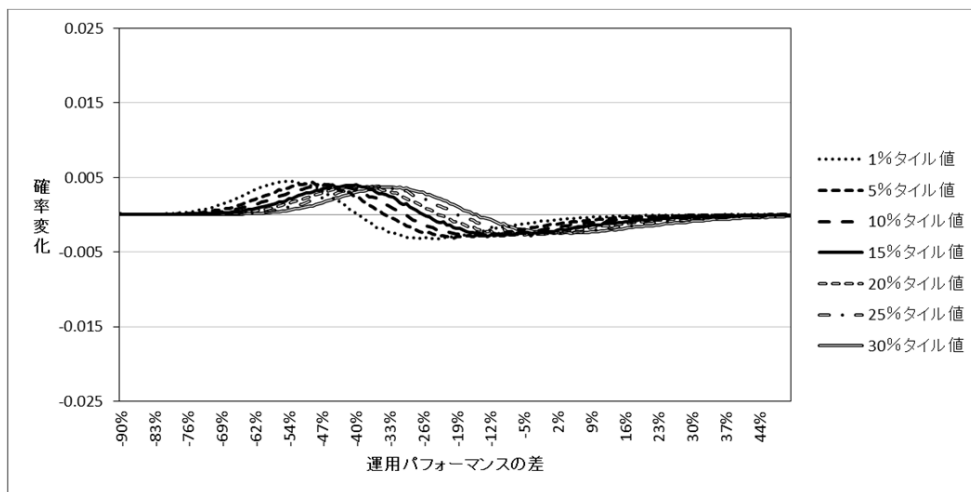


図 12 7年ウィンドウ：ジャンプありージャンプなし



4. おわりに

本稿では、大野 [in press] が構築した、GPIF 基本ポートフォリオ運用のモンテカルロ・シミュレーション・モデルを用いて、GPIF 基本ポートフォリオに対するネガティブ・ジャンプの下方リスクへの影響を、運用期間の観点からさらに詳しく観察した。

シミュレーションの結果、ネガティブ・ジャンプは運用期間が長くなるにつれ、ポート

フォリオの残高分布を下方にシフトしながら不確実性を増加させるが、運用パフォーマンスの1%タイル値で観察すると、ネガティブ・ジャンプの影響はわずかといえ、「最悪の状況」には、ネガティブ・ジャンプがなくても、同様に陥る可能性が示唆された。

ネガティブ・ジャンプのパフォーマンス分布に対する非対称な影響は、短期では顕著に現われ、運用期間と共にその力を弱めながら分布全体に広がっていくが、この傾向はより現実的に起こり得るパーセンタイル値まで分析の範囲を広げても確認された。

これらのシミュレーション結果は、たとえグローバル・リスク・イベントを想定しなくても、GPIFの基本ポートフォリオが大きな下方リスクを内包し、いったんそのリスクが顕在化してしまうと、時間によってその損失を回復することが極めて困難であることを示唆しているといえよう。

世界経済はますます混迷の度合いを深め、今後どのようなリスクが顕在化してもおかしくない状況になろうとしている¹⁵。国民の老後の生活を守る GPIF の年金積立金市場運用においては、期待値予測だけではなく、不確実性の中に潜むリスクについても、さまざまな角度から、より詳細且つ具体的に認識する必要があるだろう。

¹⁵ 本稿の執筆時点で、多発するテロや欧州の移民問題、米国の利上げ、原油価格の暴落等に加えて、サウジアラビアがイランに国交断絶を宣言し、北朝鮮は水爆実験に成功したと発表した。さまざまな要因があろうが、世界の株式市場では同時株安ともいべき状況が起こりそうな気配が漂っている。

参考文献一覧

- 大野薫 (2013) 『モンテカルロ法によるリアル・オプション分析—事業計画の戦略的評価—』金融財政事情研究会。
- 大野薫 (2015) 「覆水盆に返らず：年金資金株式市場運用の期待値予測に潜む取り返しのつかないリスク」『CGSA フォーラム』第 13 号, 1-15 ページ。
- 大野薫 (in press) 「公的年金積立金市場運用の期待値予測に潜む取り返しのつかないリスク：再訪」経済論叢。
- 北村智紀 (2008) 「新人口推計下における公的年金財政の持続可能性について」『リスクと保険』第四号, 41-61 ページ。
- 北村智・中嶋邦夫・白杵政治 (2006) 「マクロ経済スライド下における積立金運用でのリスク」『経済分析』第 178 号, 23-52 ページ。
- 厚生労働省 (2015) 『国民年金及び厚生年金に係る財政の現況及び見通し—平成 26 年財政検証結果—』。
- 厚生労働省 (2015) 『平成 26 年財政検証関連資料』。
- 年金積立金管理運用独立行政法人 2014 年 10 月 31 日付 Press Release 『年金積立金管理運用独立行政法人 中期計画の変更について』。
- 年金積立金管理運用独立行政法人 (2015) 『平成 26 年度業務概況書』。
- 米澤康博 (2010) 「金融資本市場の変化が公的年金積立金運用政策の在り方に及ぼす影響」『季刊社会保障研究』第 46 巻第 1 号, 4-11 ページ。
- Bakshi, G., Cao, C., and Chen, Z. (1997) “Empirical performance of alternative option pricing models,” *Journal of Finance*, 53, pp.499-547.
- Bates, D. S. (2000) “Post-’87 crash fears in the S&P 500 futures option market,” *Journal of Econometrics*, 94, pp.181-238.
- Campbell, J. and Ammer, J. (1993) “What moves the stock and bond markets? A variance decomposition for long-term asset returns,” *Journal of Finance*, 48, pp.3-37.
- Connolly, R., Stivers, C., and Sun, L. (2005) “Stock market uncertainty and the stock-bond return relation,” *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 40, pp.161-194.
- Gulko, L. (2002) “Decoupling,” *Journal of Portfolio Management*, 28, pp.59-67.
- Ibbotson, R. G. and Chen, P. (2003) “Long-Run Stock Returns: Participating in the Real Economy,” *Financial Analysts Journal*, pp.88-98.
- Ilmanen, A. (2003) “Stock-bond correlations,” *Journal of Fixed Income*, 13, pp.55-66.
- Jones, C. and Wilson, J. (2004) “The changing nature of stock and bond volatility,” *Financial Analysts Journal*, 60, pp.100-113.
- L’Ecuyer, P. (1999) “Good parameters and implementations for combined multiple recursive random number generators,” *Operations Research*, pp.159-164.
- Merton, R. (1976) “Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous,” *Journal of Financial Economics*, pp.125-144.
- Moro, B. (1995) “The Full Monte,” *Risk*, 8(2), pp.57-58.

Shiller, R. and Beltratti, A. (1992) "Stock prices and bond yields," *Journal of Monetary Economics*, 30, pp.25-26.

中央大学大学院国際会計研究科教授