

Seminar Nasional Matematika dan Aplikasinya, 21 Oktober 2017
Surabaya, Universitas Airlangga

ANALISIS KEMAMPUAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL

La Misu¹⁾, Hasnawati²⁾

¹⁾Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Halu Oleo
(Mahasiswa S3 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Surabaya)
BTN Unhalu Blok C No. 35, Kendari-Sulawesi Tenggara
¹⁾lamisuhamid@yahoo.co.id,

²⁾Jurusan Pendidikan Matematika Universitas Halu Oleo
Jl. Jenderal A.H. Nasution Lrg. Belibis No. 19, Kendari-Sulawesi Tenggara
²⁾hasna_fkip@yahoo.co.id

Abstract— Tujuan dari penelitian ini adalah (1) Untuk menghasilkan profil kemampuan mahasiswa matematika dalam memahami konsep kalkulus integral, dan (2) menghasilkan profil kemampuan mahasiswa pendidikan matematika dalam memahami konsep kalkulus integral. Subjek penelitian ini adalah mahasiswa matematika dan pendidikan matematika yang telah mempelajari kalkulus integral, dan berada pada semester yang sama. Jenis penelitian ini eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Pengumpulan data utama penelitian ini diperoleh dengan menggunakan teknik Wawancara. Selain itu, ada data pendukung yang merupakan hasil pekerjaan tertulis subyek penelitian (SP) dalam memahami pertanyaan kalkulus integral. Hasil penelitian ini sebagai berikut: (1) Mahasiswa matematika dapat memahami konsep kalkulus integral khususnya pada kategori *interpreting*, *Exemplifying*, *Inferring*, dan *Explaining*; dan (2) Mahasiswa pendidikan matematika dapat memahami konsep kalkulus integral khususnya pada kategori *Exemplifying*, *Classifying*, *Inferring*, dan *Explaining*.

Kata Kunci: Kemampuan Memahami, Konsep Kalkulus Integral, Mahasiswa Matematika dan Pendidikan Matematika

PENDAHULUAN

Kalkulus Integral adalah salah satu matakuliah wajib yang diprogramkan oleh mahasiswa Jurusan Matematika dan Jurusan Pendidikan Matematika. Bila ditinjau dari lulusan Jurusan Pendidikan Matematika adalah menghasilkan sarjana calon guru matematika sekolah menengah. Khususnya untuk matakuliah kalkulus integral: mahasiswa diharapkan mampu memahami materi kalkulus integral, disamping dapat menerapkannya pada kehidupan sehari-hari, dan matakuliah lain yang relevan, juga dapat membelajarkannya kepada siswa di sekolah menengah (Standar Lulusan Jurusan Pendidikan Matematika UHO, 2014). Sedangkan lulusan

Jurusan Matematika, mahasiswa diharapkan mampu memahami materi kalkulus integral, dan dapat menerapkannya pada kehidupan sehari-hari, serta matakuliah lain yang relevan (Standar Lulusan Jurusan Matematika UHO, 2014). Dengan demikian, bagi pengajar matakuliah kalkulus integral di Jurusan Pendidikan Matematika, dalam mengajarkan matakuliah ini cenderung mengajarkan materi-materi yang relevan dengan materi kalkulus di sekolah menengah atas. Sedangkan bagi pengajar matakuliah kalkulus integral di Jurusan Matematika, dalam mengajarkan matakuliah ini semua materi diajarkan, dan lebih ditekankan pada materi yang relevan dengan matakuliah bidang keahlian.

Berdasarkan perbedaan minat mahasiswa dalam pemilihan Jurusan Matematika maupun Jurusan Pendidikan Matematika tersebut memungkinkan adanya perbedaan kemampuan mahasiswa dalam memahami konsep matematika. Hal ini dapat dilihat dari perbedaan peningkatan hasil belajar matematika mahasiswa saat SMA sampai pada semester pertama di Jurusan Matematika ataupun Jurusan Pendidikan Matematika. Bila ditinjau dari nilai rata-rata ujian nasional matematika SMA (UN), untuk mahasiswa pendidikan matematika lebih baik dari mahasiswa matematika (63.58 > 59.0), sedangkan rata-rata indeks prestasi (IP) semester pertama, mahasiswa matematika lebih baik dari mahasiswa pendidikan matematika (3.17 > 3.07). (Dokumen data mahasiswa Jurusan Matematika dan Pendidikan Matematika UHO, 2016).

Konsep yang dikaji dalam tulisan ini adalah konsep kalkulus integral, terdiri atas integral tak tentu dan integral tentu. Untuk memahami konsep kalkulus integral tersebut menggunakan teori Bloom yang dikembangkan oleh Anderson et al. (2001), dan Mayer (2002). Ada 7 kategori untuk memahami konsep kalkulus integral berdasarkan teori Bloom seperti tabel 1 berikut ini.

TABEL 1. KATEGORI DALAM MEMAHAMI KONSEP

| Categories | Indicator | Definition |
|-----------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Interpreting | Clarifying, Paraphrasing, Representing, and Translating. | Changing from one form of representation to another |
| 2. Exemplifying | Illustrating, and Instantiating | Finding a specific example or illustration of a concept or principle. |
| 3. Classifying | Categorizing and Subsuming | Determining that something belongs to a category |
| 4. Summarizing | Abstracting, and generalizing | Abstracting a general theme or major point(s) |
| 5. Inferring | Concluding, Extrapolating, Interpolating, and Predicting | Drawing a logical conclusion from presented information |
| 6. Comparing | Contrasting, Mapping, and Matching | Detecting similarities and differences between two or more objects, events, ideas, problems, or situations |
| 7. Explaining | Constructing models | Constructing a cause and effect model of a system |

Bloom, dalam Anderson et al. (2001), dan Mayer (2002)

Berdasarkan uraian di atas, tulisan ini menganalisis bagaimana kemampuan mahasiswa matematika dan pendidikan matematika dalam memahami konsep kalkulus integral. Sehingga tujuan penelitian adalah (1) menghasilkan profil kemampuan mahasiswa matematika dalam memahami konsep kalkulus integral, dan (2) menghasilkan profil kemampuan mahasiswa pendidikan matematika dalam memahami konsep kalkulus integral.

METODE

Subjek penelitian ini adalah mahasiswa Jurusan Matematika dan Jurusan Pendidikan Matematika yang sedang mempelajari kalkulus integral. Dari 44 mahasiswa Matematika dan 46 mahasiswa Pendidikan Matematika masing-masing dipilih 1 mahasiswa sebagai subjek penelitian. Pemilihan subjek ini berdasarkan skor tertinggi dari Tes Kemampuan Matematika (skor 70 ke atas), dan mempertimbangkan nilai IPK mahasiswa.

Pengumpulan data utama penelitian ini diperoleh dengan menggunakan teknik wawancara. Selain itu, ada data pendukung yang merupakan hasil pekerjaan tertulis subjek penelitian dalam memahami tugas kalkulus integral.

Indikator untuk menganalisis kemampuan mahasiswa memahami konsep kalkulus integral, sebagai berikut:

1. *Interpreting*: (a) *Integral Tak Tentu*, yaitu: mahasiswa mengubah pernyataan dalam bentuk narasi ke bentuk simbol integral, (b) *Integral Tentu*,

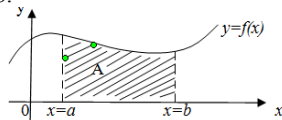
yaitu: mahasiswa mengubah pernyataan dalam bentuk gambar ke bentuk simbol integral.

2. *Exemplifying*: (a) *Integral Tak Tentu*, yaitu: mahasiswa memberi contoh integral tak tentu dari suatu fungsi berdasarkan definisi integral tak tentu, (b) *Integral Tentu*, yaitu: mahasiswa memberi contoh integral tentu dari suatu fungsi berdasarkan Teorema Dasar Kalkulus.

3. *Classifying*: (a) *Integral Tak Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan beberapa bentuk fungsi, kemudian diminta untuk mengklasifikasi kelompok mana yang memiliki integral tak tentu, dan kelompok mana yang tidak memiliki integral tak tentu, (b) *Integral Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan beberapa bentuk fungsi, kemudian diminta untuk mengklasifikasi pada interval mana yang memiliki integral tentu, dan interval mana yang tidak memiliki integral tentu.

4. *Summarizing*: (a) *Integral Tak Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan beberapa fungsi yang sama dengan konstanta yang berbeda, lalu masing-masing ditentukan turunan dari fungsi tersebut. Selanjutnya, mahasiswa diminta untuk menentukan integral suatu fungsi dari hasil turunan fungsi pertama tersebut, (b) *Integral Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan penyelesaian integral tentu dari fungsi nilai mutlak dengan batas integral dari $x=a$ dan $x=b$, kemudian dari $x=b$ dan $x=c$. Selanjutnya, mahasiswa diminta untuk menyelesaikan integral tentu dari fungsi nilai mutlak tersebut dengan batas integral dari $x=a$ dan $x=c$.

TABEL 2. HASIL JAWABAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL PADA KATEGORI *INTERPRETING*

| Soal tugas | Jawaban Mahasiswa | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| | Matematika | Pendidikan Matematika |
| a. Turunan pertama fungsi $F(x)$ terhadap x adalah $f(x)$. Tulislah kalimat tersebut dengan notasi integral. | $\int f'(x) dx = \int f(x) dx$ $F(x) = \int f(x) dx$ | $\int f(x) dx = F(x) + C$ |
| b.  Buatlah kalimat matematika untuk menghitung luas daerah tersebut. | $\lim_{ p \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i = \int_a^b f(x) dx$ $L = \int_a^b f(x) dx$ | |

TABEL 3. HASIL JAWABAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL PADA KATEGORI *EXEMPLIFYING*

| Soal tugas | Jawaban Mahasiswa | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Matematika | Pendidikan Matematika |
| a. Berdasarkan definisi integral tak tentu, coba berikan tiga atau empat contoh integral tak tentu dari fungsi f pada I . | 1. $\int (2x+5) dx = x^2 + 5x + C$ $D_x [x^2 + 5x + C] = 2x + 5$ 2. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ $D_x [-\cos x + C] = \sin x$ 3. $\int \sqrt{x+2} dx = 2/3 (x+2)^{3/2} + C$ $D_x [2/3 (x+2)^{3/2} + C] = x + 2$ | 1. Misal $F(x) = x^2 + 3x + 5$, $F'(x) = 2x + 3$ Sehingga, $\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$ 2. Misal $F(x) = x^3 + 2x$, $F'(x) = 3x^2 + 2$ Sehingga, $\int (3x^2 + 2) dx = x^3 + 2x + C$ 3. Misal $F(x) = x^5 - 3x^2$, $F'(x) = 5x^4 - 6x$ Sehingga, $\int (5x^4 - 6x) dx = x^5 - 3x^2 + C$ |
| b. Berdasarkan definisi integral tentu (Teorema dasar kalkulus), coba berikan tiga atau empat contoh integral tentu dari fungsi f pada I . | 1. $\int_0^1 (2x^2 + 3x) dx = 2/3(1)^3 - 0 = 2/3$ 2. $\int_0^\pi \sin x dx = -\cos \pi + \cos 0 = 2$ 3. $\int_0^5 \sqrt{x+5} dx = 2/3(7)^{3/2} - 2/3(5)^{3/2}$ | 1. $\int_0^4 (2x-1) dx = 4^2 - 4 = 12$ 2. $\int_0^2 (3x^2 - 4x) dx = 8 - 8 = 0$ 3. $\int_1^2 (2x+3) dx = 10 - 4 = 6$ |

5. *Inferring*: (a) *Integral Tak Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan beberapa contoh khusus tentang integral tak tentu beserta penyelesaiannya. Selanjutnya, mahasiswa diminta untuk menyimpulkan penyelesaian suatu integral tak tentu secara umum berdasarkan aturan penyelesaian contoh khusus integral tak tentu tersebut, (b) *Integral Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan beberapa contoh khusus tentang integral tentu dari fungsi bilangan integer dengan batas integral bilangan bulat secara berurutan beserta penyelesaiannya. Selanjutnya, mahasiswa diminta untuk menyimpulkan penyelesaian suatu integral tentu dari fungsi bilangan integer dengan batas integral dari $x=n$ dan $x=n+1$ berdasarkan aturan penyelesaian contoh khusus integral tentu tersebut.

6. *Comparing*: (a) *Integral Tak Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan dua bentuk integral tak tentu dari fungsi $f(x)$ dan $f(x+a)$, kemudian diminta untuk menentukan kesamaan dan perbedaan kedua bentuk integral tak tentu tersebut, (b) *Integral Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan dua bentuk integral tentu dari fungsi $f(x)$ dan $f(x-a)$, kemudian diminta untuk menentukan kesamaan dan perbedaan kedua bentuk integral tentu tersebut.

7. *Explaining*: (a) *Integral Tak Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan sifat kelinearan suatu fungsi dari integral tak tentu, kemudian diminta untuk menjelaskan apakah suatu fungsi polinom berlaku sifat kelinearan tersebut, (b) *Integral Tentu*, yaitu: mahasiswa diberikan sifat penambahan selang yang memuat 3 titik dari integral tentu, kemudian

TABEL 4. HASIL JAWABAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL PADA KATEGORI *CLASSIFYING*

| Soal tugas | Jawaban Mahasiswa | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Matematika | Pendidikan Matematika |
| a. Diberikan beberapa bentuk fungsi, kemudian mahasiswa diminta untuk mengklasifikasi kelompok mana yang memiliki integral tak tentu, dan kelompok mana yang tidak memiliki integral tak tentu. | <p>Fungsi-fungsi yang memiliki integral tak tentu adalah: $f(x) = x^3+6$, $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$, $f(x) = \cos(x+3)$, $f(x) = x+2$, dan $f(x) = \sqrt{5x+6}$</p> <p>Sedangkan fungsi-fungsi yang tidak memiliki integral tak tentu adalah:</p> <p>$f(x) = e^{\sqrt{\ln x}}$, $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$, dan $f(x) = e^{\sin x}$.</p> | <p>Fungsi-fungsi yang memiliki integral tak tentu adalah: $f(x) = x^3+6$, $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$, $f(x) = \cos(x+3)$, $f(x) = x+2$, dan $f(x) = \sqrt{5x+6}$</p> <p>Sedangkan fungsi-fungsi yang tidak memiliki integral tak tentu adalah:</p> <p>$f(x) = e^{\sqrt{\ln x}}$, $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$, dan $f(x) = e^{\sin x}$.</p> |
| b. Diberikan beberapa bentuk fungsi, kemudian mahasiswa diminta untuk mengklasifikasi pada interval mana yang memiliki integral tentu, dan interval mana yang tidak memiliki integral tentu. | <p>Fungsi-fungsi yang memiliki integral tentu adalah:</p> <p>$f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$</p> <p>$f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$</p> <p>Sedangkan fungsi-fungsi yang tidak memiliki integral tak tentu adalah:</p> <p>$f(x) = \sqrt{x-1}$</p> <p>$f(x) = \sqrt{x+3}$</p> | <p>1). $f(x) = \sqrt{x-1}$ Pada selang $[1, \infty)$ memiliki integral tentu, dan selang $(-\infty, 1)$ tidak memiliki integral tentu.</p> <p>2) $f(x) = \frac{1}{(x+1)^3}$ Pada selang $\mathbb{R} - \{-1\}$ memiliki integral tentu, dan titik $x=-1$ tidak memiliki integral tentu</p> <p>3) $f(x) = \sin(x+3)$, Pada selang $x \in \mathbb{R}$, memiliki integral tentu</p> <p>4) $f(x) = x+5$, Pada selang $x \in \mathbb{R}$, memiliki integral tentu</p> <p>5) $f(x) = \lfloor x \rfloor + 3$, Pada selang $x \in \mathbb{R}$, memiliki integral tentu</p> |

diminta untuk menjelaskan apakah berlaku juga pada selang yang memuat 4 titik secara berurutan.

matematika hanya dapat memberi alasan notasi integral tak tentu saja.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Pemahaman mahasiswa matematika dan pendidikan matematika pada konsep kalkulus integral pada kategori *interpreting*

Berdasarkan hasil jawaban pada tabel 2, mahasiswa matematika dapat menuliskan notasi integral tak tentu maupun integral tentu dengan memberikan tambahan alasan bahwa notasi integral yang ditulis berdasarkan definisi integral. Sedangkan, mahasiswa pendidikan matematika hanya menuliskan notasi integral tak tentu dan integral tentu saja. Selanjutnya, berdasarkan hasil wawancara, mahasiswa matematika dapat memberi alasan bahwa berdasarkan definisi integral tak tentu dan definisi jumlah Riemann sehingga dapat menuliskan notasi integral tak tentu dan notasi integral tentu. Sedangkan, mahasiswa pendidikan

2. Pemahaman mahasiswa matematika dan pendidikan matematika pada konsep kalkulus integral pada kategori *Exemplifying*

Berdasarkan hasil jawaban pada tabel 3, mahasiswa matematika dapat memberi contoh integral tak tentu maupun integral tentu dengan fungsi-fungsi bervariasi sesuai definisi integral tak tentu dan teorema dasar kalkulus. Sedangkan, mahasiswa pendidikan matematika juga dapat memberi contoh integral tak tentu maupun integral tentu, namun terbatas pada fungsi polinomial. Selanjutnya, berdasarkan hasil wawancara, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika dapat memberi alasan dari contoh yang diberikan sesuai definisi integral tak tentu dan teorema dasar kalkulus.

TABEL 5. HASIL JAWABAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL PADA KATEGORI *SUMMARIZING*

| Soal tugas | Jawaban Mahasiswa | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Matematika | Pendidikan Matematika |
| a. $D_x [x^4] = 4x^3$, $D_x [x^4 + 3] = 4x^3$ $D_x [x^4 - 2] = 4x^3$ Tentukan $\int 4x^3 dx$ | $\int 4x^3 dx = x^4 + C$ | $\int 4x^3 dx = x^4 + C$ |
| b. Diberikan $\int_0^2 x dx = \int_0^2 x dx = F(2) - F(0) = 2$ dimana F anti turunan dari x. Diberikan $\int_{-2}^0 x dx = \int_{-2}^0 (-x) dx = 2$ Tentukan $\int_{-2}^2 x+2 dx$ | $\int_{-2}^2 x+2 dx =$ $\int_{-2}^0 -(x+2) dx + \int_0^2 (x+2) dx$ $= -(\frac{1}{2}(0)^2 + 2(0)) - (1/2(-2)^2 + 2(-2)) +$ $\frac{1}{2}(2)^2 + 2(2)$ $= 2-4+2+4$ $= 4$ | $\int_{-2}^2 x+2 dx =$ $\int_{-2}^0 -(x+2) dx + \int_0^2 (x+2) dx$ $= -(\frac{1}{2}(0)^2 + 2(0)) - (1/2(-2)^2 + 2(-2)) +$ $\frac{1}{2}(2)^2 + 2(2)$ $= 2-4+2+4$ $= 4$ |

TABEL 6. HASIL JAWABAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL PADA KATEGORI *INFERRING*

| Soal tugas | Jawaban Mahasiswa | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Matematika | Pendidikan Matematika |
| a. Diketahui $\int (4x)^2 dx = \frac{1}{(4)(3)} x^3 + C$ $\int (5x-4)^2 dx = \frac{1}{(5)(3)} (5x-4)^3 + C$ $\int (-2x+5)^2 dx = \frac{1}{(-2)(3)} (-2x+5)^3 + C$ Coba anda simpulkan untuk $\int (ax+b)^2 dx$ | $\int (ax+b)^2 dx =$ $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{(2+1)} (ax+b)^{2+1} + C =$ $\frac{1}{3a} (ax+b)^3 + C$ | $\int (ax+b)^2 dx =$ $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{(2+1)} (ax+b)^{2+1} + C =$ $\frac{1}{3a} (ax+b)^3 + C$ |
| b. Diketahui $\int_1^2 [x] dx = 1(2-1) = 1$ $\int_2^3 [x] dx = 2(3-2) = 2$ $\int_3^4 [x] dx = 3(4-3) = 3$ Coba anda simpulkan untuk $\int_n^{n+1} [x] dx$ | $\int_n^{n+1} [x] dx = n(n+1-n)$ $= n(1)$ $= n$ | $\int_n^{n+1} [x] dx = n(n+1-n)$ $= n(1)$ $= n$ |

3. Pemahaman mahasiswa matematika dan pendidikan matematika pada konsep kalkulus integral pada kategori *Classifying*

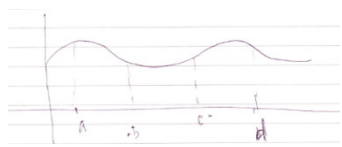
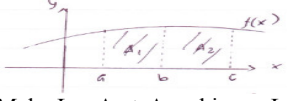

Berdasarkan hasil jawaban pada tabel 4, mahasiswa matematika dapat mengklasifikasikan bentuk fungsi-fungsi dalam integral tak tentu, namun tidak dapat mengklasifikasikan dalam

integral tentu. Sedangkan, mahasiswa pendidikan matematika dapat mengklasifikasikan bentuk fungsi-fungsi dalam integral tak tentu dan integral tentu. Selanjutnya, berdasarkan hasil wawancara, mahasiswa matematika dapat memberi alasan dari klasifikasi bentuk fungsi-fungsi dalam integral tak tentu. Dan belum dapat mengklasifikasi bentuk

TABEL 7. HASIL JAWABAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL PADA KATEGORI *COMPARING*

| Soal tugas | Jawaban Mahasiswa | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Matematika | Pendidikan Matematika |
| a. Diberikan $\int f(x) dx$ dan $\int f(x+2) dx$ Sebutkan kesamaan dan perbedaan antara kedua bentuk integral tak tentu | Persamaannya: Sama-sam intgegral tak tentu Perbedaannya: Fungsi integralnya berbeda | Persamaannya: Hasil integral dari kedua fungsi tersebut adalah sebuah relasi Perbedaannya: Domain dari kedua fungsi tersebut berbeda |
| b. Diberikan $\int_a^b f(x) dx$ dan $\int_a^b f(x-3) dx$ Sebutkan kesamaan dan perbedaan antara kedua bentuk integral tentu ini | Persamaannya: Sama-sama pada [a,b] Perbedaannya: Fungsi integralnya berbeda | Persamaannya: Kedua fungsi terdefinisi pada [a,b] Perbedaannya: Domain dari kedua fungsi tersebut berbeda |

TABEL 8. HASIL JAWABAN MAHASISWA MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA MEMAHAMI KONSEP KALKULUS INTEGRAL PADA KATEGORI *EXPLAINING*

| Soal tugas | Jawaban Mahasiswa | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Matematika | Pendidikan Matematika |
| a. Diketahui sifat kelinearan integral tak tentu, yaitu andaikan f dan g mempunyai anti turunan maka $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ Berdasarkan pengetahuan anda tentang fungsi polinomial, dan jika f fungsi polinomial maka coba jelaskan apakah $\int [f(x)] dx$ berlaku sifat ini. | Misalkan $f(x)$ adalah fungsi polinom dengan bentuk $f(x) = x^2 + 2x + 3$. Untuk mengintegalkan fungsi polinom ini dapat dilakukan satu per satu yaitu: $\int (x^2 + 2x + 3) dx = \int x^2 dx + \int 2x dx + \int 3 dx$ | Misalkan $f(x)$ adalah fungsi po dengan bentuk $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} \dots + a_1 x + a_0$. Untuk menginteg fungsi polinom ini dapat dila satu per satu yaitu: $\int (a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0) dx = \int a_n x^n dx + \dots + \int a_1 x dx + \int$ |
| b. Diketahui sifat penambahan selang, yaitu jika f terintegralkan pada suatu selang yang memuat tiga titik a, b , dan c secara berurutan, maka $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$ Berdasarkan pengetahuan anda tentang definisi inetgral tentu, dan sifat keururutan bilangan real, coba anda jelaskan apakah sifat ini berlaku juga untuk selang tertentu yang memuat empat titik berurutan a, b, c , dan d bila f terintegralkan pada selang tersebut. | Jika selang $[a,d]$ memuat empat titik a, b, c , dan d secara berurutan, diilustrasikan  Maka $L = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$ | Jika selang $[a,c]$ memuat tiga titi b , dan c secara berurutan, diilustrasikan  Maka $L = A_1 + A_2$ sehingga $L = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$ Jika selang $[a,d]$ memuat empat a, b, c , dan d secara berurutan, diilustrasikan  Maka $L = A_1 + A_2 + A_3$, sehingga $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$ |

fungsi-fungsi dalam integral tentu karena kurang memahami pertanyaan soal. Sedangkan mahasiswa pendidikan matematika dapat memberi alasan dari klasifikasi bentuk fungsi-fungsi dalam integral tak tentu dan integral tentu.

4. Pemahaman mahasiswa matematika dan pendidikan matematika pada konsep kalkulus integral pada kategori *Summarizing*

Berdasarkan hasil jawaban pada tabel 5, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika dapat menafsirkan pokok-pokok utama yang diberikan dalam bentuk integral tak tentu sehingga jawabannya benar. Sedangkan, pokok-pokok utama yang diberikan dalam bentuk integral tentu tidak dapat ditafsirkan sehingga jawabannya salah. Selanjutnya, berdasarkan hasil wawancara, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika belum memahami letak daerah fungsi $f(x) = |x+2|$ yang dibatasi oleh $x=-2$ dan $x=2$, sehingga memberi jawaban yang salah.

5. Pemahaman mahasiswa matematika dan pendidikan matematika pada konsep kalkulus integral pada kategori *Inferring*

Berdasarkan hasil jawaban pada tabel 6, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika dapat menggambarkan kesimpulan logis dari informasi yang dipresentasikan baik dalam bentuk integral tak tentu maupun integral tentu sehingga jawabannya benar. Selanjutnya, berdasarkan hasil wawancara, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika dapat memberi alasan tentang kesimpulan yang diberikan baik dalam bentuk integral tak tentu maupun integral tentu.

6. Pemahaman mahasiswa matematika dan pendidikan matematika pada konsep kalkulus integral pada kategori *Comparing*

Berdasarkan hasil jawaban pada tabel 7, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika dapat memberikan penjelasan tentang persamaan dan perbedaan dari dua bentuk integral tak tentu dan integral tentu, namun dilihat dari perbedaan fungsi saja. Selanjutnya, berdasarkan hasil wawancara, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika belum memahami proses integral dari kedua bentuk integral tak tentu dan integral tentu.

7. Pemahaman mahasiswa matematika dan pendidikan matematika pada konsep kalkulus integral pada kategori *Explaining*

Berdasarkan hasil jawaban pada tabel 8, mahasiswa matematika dapat membangun model sebab akibat dari suatu sifat yang diberikan baik bentuk integral tak tentu maupun integral tentu, namun penjelasannya sangat singkat dan tidak rinci. Sedangkan mahasiswa pendidikan matematika dapat membangun model sebab akibat dari suatu sifat yang diberikan baik bentuk integral tak tentu maupun integral tentu dengan penjelasan yang sangat rinci.

Uraian di atas menunjukkan perbedaan kemampuan yang esensial antara mahasiswa matematika dengan mahasiswa pendidikan matematika dalam memahami kalkulus integral khususnya kategori *interpreting*, *classifying*, dan *explaining*, sedangkan kategori *exemplifying* dan

inferring keduanya dapat memahami dengan baik. Selain itu, mahasiswa matematika dan pendidikan matematika belum dapat memahami kategori *Comparing*, sedangkan kategori *Summarizing* keduanya hanya memahami konsep integral tak tentu.

Pada kategori *interpreting* mahasiswa matematika dapat menjelaskan lebih rinci suatu konsep grafik dari suatu daerah dibatasi oleh fungsi melalui jumlah Riemann sehingga diperoleh luas daerah tersebut dengan notasi integral. Sedangkan mahasiswa pendidikan matematika belum dapat menjelaskan konsep grafik dari suatu daerah tersebut menjadi notasi integral.

Pada kategori *classifying* mahasiswa pendidikan matematika dapat menjelaskan lebih rinci untuk mengklasifikasi pada interval mana yang memiliki integral tentu, dan interval mana yang tidak memiliki integral tentu. Sedangkan mahasiswa matematika masih kebingungan untuk mengklasifikasi pada interval mana yang memiliki integral tentu, dan interval mana yang tidak memiliki integral tentu.

Pada kategori *explaining* mahasiswa pendidikan matematika dapat membangun model sebab akibat dari suatu sifat yang diberikan baik bentuk integral tak tentu maupun integral tentu dengan penjelasan yang sangat rinci. Sedangkan mahasiswa matematika dapat membangun model sebab akibat dari suatu sifat yang diberikan baik bentuk integral tak tentu maupun integral tentu, namun penjelasannya sangat singkat dan tidak rinci.

Berdasarkan beberapa perbedaan kemampuan dalam memahami konsep kalkulus integral tersebut, mahasiswa matematika lebih kuat untuk memahami konsep visualisasi. Namun, kemampuan menjelaskan masih lemah. Hal ini sesuai temuan Alexandre V. Borovik et.al. (2007) bahwa sifat anak matematis adalah memiliki kemampuan visualisasi yang kuat yang memungkinkan mereka untuk segera mencari solusinya, dan kecenderungan khas "berpikir ekonomis," berusaha menemukan cara paling ekonomis untuk memecahkan masalah, serta menjelaskan sangat singkat dan kesederhanaan dalam sebuah solusi.

Sedangkan, mahasiswa pendidikan matematika cenderung dapat menjelaskan suatu konsep yang bersifat induktif. Misalnya: diberikan beberapa contoh integral yang dilengkapi dengan penyelesaiannya, kemudian dapat menentukan penyelesaian secara umum berdasarkan contoh yang diberikan tadi. Selanjutnya, mahasiswa pendidikan matematika unggul dalam mengkomunikasikan suatu argumen dengan jelas. Ini sesuai dengan jurusan yang diminatinya bahwa selain mampu memahami suatu konsep integral juga dapat membelajarkannya kepada orang lain.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa:

(1) Mahasiswa matematika dapat memahami konsep kalkulus integral khususnya pada kategori *interpreting*, *exemplifying*, *inferring*, dan *explaining*; dan (2) Mahasiswa pendidikan matematika dapat memahami konsep kalkulus integral khususnya pada kategori *exemplifying*, *classifying*, *inferring*, dan *explaining*.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., et al. 2001, *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assising: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. New York: Longman.
- Alexandre V. Borovik and Tony Gardiner, 2007, *Mathematical Ability and Mathematical Skill*, World Federation of National Mathematics Competitions Conference 2006, Cambridge, England 22–28 July 2006 <http://www.wpr3.co.uk/wfnmc>.
- Dokumen data mahasiswa, 2016, Jurusan Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Halu Oleo Kendari.
- Mayer, RE., 2002, *Teaching for Meaningful Learning*, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- Standar Kelulusan Jurusan Pendidikan Matematika, 2014, FKIP Universitas Halu Oleo Kendari.
- Standar Kelulusan Jurusan Matematika, 2014, FKIP Universitas Halu Oleo Kendari.