Mathématiques et sciences humaines
Mathematics and social sciences

165 | Printemps 2004
La théorie constructive des types

Avant propos sur la théorie constructive des types

Foreword. Special issue: "Type theory"

Michel Bourdeau et Pascal Boldini

OpenEdition Journals

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/msh/2942
DOI : 10.4000/msh.2942
ISSN : 1950-6821

Éditeur
Centre d'analyse et de mathématique sociales de l'EHESS

Édition imprimée
Date de publication : 1 mars 2004
ISSN : 0987-6936

Référence électronique
Michel Bourdeau et Pascal Boldini, « Avant propos sur la théorie constructive des types », *Mathématiques et sciences humaines* [En ligne], 165 | Printemps 2004, mis en ligne le 22 février 2006, consulté le 22 avril 2019. URL : http://journals.openedition.org/msh/2942

Math. & Sci. hum. / *Mathematics and Social Sciences* (42e année, n° 165*, 2004*, p. 5-12)

LA THEORIE CONSTRUCTIVE DES TYPES

Avant-propos

Pascal BOLDINI[1], Michel BOURDEAU[2],

Souhaitant offrir, dans ce numéro de *Mathématiques et Sciences humaines*, un aperçu général de la théorie constructive des types telle qu'elle existe aujourd'hui, il a semblé que le plus approprié était de montrer quelques unes des applications qui en ont été faites. La présente introduction vise à donner au lecteur à qui elle ne serait pas familière les éléments nécessaires à l'intelligence de ce qui suit.

Sous sa forme initiale[3], il s'agissait pour, Per Martin-Löf, de mettre un terme à la Babel des langues artificielles et de proposer un formalisme qui puisse exprimer l'ensemble des mathématiques constructives. Au plan technique, la théorie repose sur l'isomorphisme de Curry-Howard, encore connu sous le nom de « principe de la formule comme type », mais que le mathématicien scandinave préfère appeler « principe de la proposition comme ensemble ». Ces changements terminologiques témoignent de préoccupations philosophiques (qu'est-ce qu'une proposition ? qu'est-ce qui distingue un type d'un ensemble ?) dont il ne pourra malheureusement guère être question dans la suite et il suffira de noter ici que cette façon d'entrelacer développements techniques et considérations philosophiques constitue assurément un des aspects les plus originaux de l'œuvre de Per Martin-Löf.

* *

*

Hormis chez les informaticiens, les mots « théorie des types » restent aujourd'hui encore très fortement associés au nom de Russell. Or, entre la solution proposée il y aura bientôt cent ans aux antinomies par le philosophe anglais et ce que l'expression recouvre aujourd'hui[4], il est à première vue difficile de reconnaître une parenté

[1] Centre d'analyse et de mathématique sociales, 54 bd Raspail 75270 Paris cedex 06, Pascal.Boldini@paris4.sorbonne.fr

[2] Institut d'histoire et de philosophie des sciences et des techniques, 13 rue du Four 75006 Paris, bourdeau@ehess.fr

[3] Per Martin-Löf : "An intuitionistic theory of types" [1972], publié dans G. Sambin et J. Smith : *Twenty Five Years of Constructive Type Theory*, Oxford, Clarendon Press, 1998, p. 127-173.

[4] Voir les chapitres *Théorie des types*, rédigés respectivement par R. Turner et H. Barendregt, dans deux récents manuels : *Handbook of Logic and Language*, J. van Benthem et A. ter Meulen (eds.), Amsterdam,

quelconque, sinon qu'on y fait usage de types dans les deux cas. De fait, il n'y a pas de lien de filiation directe ; il est indispensable de faire intervenir un intermédiaire et de parcourir en deux étapes le chemin qui sépare les deux théories : de Russell à Church, puis de Church à Per Martin-Löf.

Au moment où, pour sortir de la crise des fondements, Zermelo choisissait de suivre la voie tracée par Hilbert et proposait son axiomatisation, Russell, entendant attaquer le mal à la racine, commençait par s'interroger sur le mode de formation des énoncés litigieux. Qu'il s'agisse de l'auto appartenance ou de l'auto application, derrière les contradictions, on retrouve toujours le non respect de distinctions élémentaires : entre l'ensemble et ses éléments, ou entre la fonction et son argument. La théorie des types, où son auteur voyait le réveil du bon sens assoupi, se présente sous la forme de règles de syntaxe chargées de proscrire le non-sens. Chaque expression se verra assigner un type – c'est-à-dire, en première approximation, ce qu'un linguiste aurait appelé il y a encore peu une *partie du discours*, et qu'on a pris l'habitude aujourd'hui d'appeler *catégorie*. Ainsi, $x_n \in x_n$ se verra rejeté non pas comme faux, car il faudrait alors accepter sa négation comme vraie, mais comme privé de sens parce que mal formé. Une vingtaine d'années plus tard, cherchant à fonder les mathématiques non sur le concept d'ensemble mais sur celui de fonction, Church créait à cette fin le lambda calcul. Mais la puissance même du nouvel outil (on peut y définir les fonctions récursives) faisait que les contradictions s'y laissaient également reconstruire. Pour échapper à cette conséquence désastreuse, Church choisit de reprendre la solution proposée par Russell : un lambda calcul typé; et puisqu'il s'agissait cette fois de typer des fonctions, introduisit des types fonctionnels.

Pour parcourir la seconde étape, il convient de se placer tout d'abord dans le cadre du programme de Hilbert, et cela en y distinguant deux aspects : ce qu'on appelle aujourd'hui la théorie générale ou structurale de la preuve, par opposition à la théorie réductrice ou « fondationnelle », c'est à dire au programme de Hilbert *stricto sensu*, où l'examen de l'administration de la preuve n'est qu'un outil destiné à démontrer la non contradiction d'une certaine théorie. En d'autres termes, la théorie constructive des types telle qu'elle est formulée pour la première fois en 1972 apparaît comme issue d'un travail préalable où son créateur a étendu à divers systèmes des résultats obtenus par Gentzen et Prawitz d'une part, et utilisé pour cela des techniques développées par Tait et Girard à partir des travaux de Gödel[5].

Les trois ingrédients. La pierre angulaire de la théorie structurale de la preuve a été posée en 1934 par Gentzen, avec son théorème d'élimination des coupures (*cut elimination*) qui montrait comment il est possible de ramener les déductions à une forme canonique. Mais le formalisme qu'il employait n'est pas toujours très lisible et, si les travaux de Prawitz ont rencontré un tel écho, c'est que, sous le nom de « formalisation

---

Elsevier, 1997, p. 535-587, et *Handbook of Logic in Computer Science*, D. Gabbay *et alii* (eds.), t. 2, Oxford, Clarendon Press, 1992, p. 118-415.

[5] Cf. par exemple D. Prawitz : "Ideas and Results in Proof Theory", J. Fenstadt (ed.), *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*, Amsterdam, North Holland, 1972, p. 235-307, dont la lecture reste aujourd'hui encore très éclairante.

des preuves⧅, le logicien suédois y étendait au format beaucoup plus maniable qu'est la déduction naturelle le résultat obtenu quelque trente ans plus tôt par son prédécesseur. Entre-temps un autre événement décisif avait eu lieu : l'interprétation fonctionnelle, connue encore sous le nom d'interprétation *Dialectica*, du nom de la revue suisse où elle fut publiée. Dans un texte paru en 1958 Gödel, continuant cette fois à se situer dans le cadre de la théorie réductrice de la démonstration, avait en effet montré que, si l'on voulait bien accepter d'étendre le point de vue finitiste (c'est-à-dire en pratique d'utiliser le point de vue intuitionniste, le constructivisme de Brouwer ayant toujours refusé les restrictions très sévères imposées par le finitisme strict), il était possible de démontrer la non contradiction de l'arithmétique[6]. Sans entrer même dans la marche générale de la preuve, il suffira de retenir qu'elle reposait sur l'introduction d'un nouveau système de fonctionnelles de type fini (et c'est là où l'on retrouve les types), le système *T*, à l'aide duquel il interprétait le raisonnement intuitionniste. Introduit d'abord comme simple outil d'analyse de l'arithmétique, le système *T* ne tarda pas à devenir lui-même un objet d'étude. Tait, notamment, en 1965 puis en 1967 signalait le parallèle entre l'élimination des coupures et la réduction des lambda termes, puis démontrait que tout terme de *T* est convertible et, en particulier, normalisable.

À peu près à la même époque où Gödel publiait l'interprétation fonctionnelle, Curry, de son côté, faisait une découverte singulière. Il constatait en effet que les axiomes utilisés par Hilbert pour caractériser l'implication :

$$A \rightarrow (B \rightarrow A), \qquad (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B \rightarrow (A \rightarrow C))$$

correspondaient exactement aux types qu'il avait été amené à donner aux deux combinateurs K et S; et il en concluait que pour tout théorème de cette logique de la seule implication il existe un théorème correspondant de la logique combinatoire. Tirant parti du parallélisme signalé par Tait en 1965, Howard, dans un texte publié en 1980 mais rédigé dès 1969, étendit ce résultat à l'ensemble des autres constantes logiques[7]. L'intérêt de cet isomorphisme, dont on notera bien qu'il ne vaut que pour la logique intuitionniste, est que, si l'on accepte de considérer les propositions comme des types, alors les lambda termes typés codent la démonstration de la proposition correspondante. On passe ainsi de la théorie de la démonstration à la théorie de la calculabilité, la normalisation des preuves n'étant plus en particulier que la normalisation des lambda termes correspondants.

Pour comprendre la naissance de la théorie constructive des types, un dernier aspect reste à mettre en place. Prenant acte des résultats négatifs établis par Gödel en 1931, Gentzen avait, dès 1938, proposé d'étendre le point de vue finitiste et obtenu de cette façon une preuve de consistance de l'arithmétique. En 1951 Schütte avait montré qu'il était possible de simplifier considérablement cette preuve, qui utilise l'induction transfinie jusqu'à ε_0, si l'on accepte de renoncer à l'idée qu'une preuve est un objet fini

---

6 K. Gödel, "Über eine noch nicht benütze Erweiterung des finiten Standpunktes", *Dialectica*, 12, 1958, p. 280-287. Traduit dans J. Largeault, *Intuitionnisme et théorie de la démonstration*, Paris, Vrin, 1992.

7 W. A. Howard, "The formulae-as-types notion of construction", J.P. Seldin and J.R. Hindley (eds.), *To H.B. Curry, Essays in Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism*, Academic Press, 1980, p. 479-490.

et emploie au lieu d'un axiome d'induction, une règle composée d'un nombre infini de prémisses, appelée ω règle. En 1968, Tait généralisait ce résultat et montrait que l'arithmétique du premier ordre avec la règle ω n'était qu'un cas particulier de logiques infinitaires, qui jouissaient de la propriété de l'élimination des coupures.

C'est dans ce contexte que Per Martin-Löf a démontré successivement, entre 1969 et 1971, quatre théorèmes de normalisation (ou *Hauptsätze*, par référence au résultat fondateur de Gentzen). Le premier (normalisation des preuves pour la logique infinitaire) est l'analogue, pour la déduction naturelle, du résultat de Tait décrit à l'instant et qui était établi dans le calcul des séquents : pour s'assurer que les démonstrations peuvent être mises sous forme normale, il suffit de montrer que les lambda termes correspondants le peuvent. De Tait à Martin-Löf, on voit bien comment le passage des séquents à la déduction naturelle a facilité la théorie de la preuve et contribué ainsi à son développement.

Le second théorème, qui vaut pour la théorie intuitionniste des définitions inductives, introduit une nouvelle extension du concept de règle, puisque trois des axiomes de Peano y sont présentés sous cette forme. À la réflexion le changement est beaucoup moins surprenant qu'il ne paraît. La grande différence entre ce que l'on appelle les systèmes *à la Hilbert* et les systèmes *à la Gentzen* consiste à remplacer par des règles les axiomes dont le premier se servait pour caractériser les constantes logiques; et, de même que Hilbert ne voyait dans les axiomes que des définitions implicites, son successeur voyait dans les règles de déduction une façon de donner le sens des constantes logiques. Mais cette fois, ce qui est défini, ce sont des constantes non logiques, par exemple le concept de nombre naturel. Au lieu d'écrire par exemple : si a est un nombre naturel (ce qu'on note $N(a)$), alors son successeur, $s(a)$, l'est aussi, on écrira□

$$\frac{N(a)}{N(s(a))}$$

ce qui sera une des deux règles d'introduction de N. De la même façon, le principe d'induction s'écrira :

$$\frac{N(a) \quad A(0) \quad \begin{matrix}[A(x)]\\ A(s(x))\end{matrix}}{A(a)}$$

ce qui sera la règle d'élimination de N puisque, comme on le constatera, ce prédicat a disparu de la conclusion. Les deux derniers théorèmes concernent respectivement la logique intuitionniste du deuxième ordre (résultat obtenu en même temps et indépendamment par Girard et Prawitz) et la théorie intuitionniste des types simples. De façon quelque peu différente, cette première étape peut encore se résumer dans le diagramme suivant :

Gödel 1958

Tait 1967

Système F (Girard) — Théorie des définitions inductives itérées (Martin-Löf)

Normalisation pour la logique du second ordre (Girard, Martin-Löf, Prawitz)

Normalisation pour la logique d'ordre supérieur (Girard, Martin-Löf)

C'est dans ce contexte qu'a surgi pour la première fois l'idée de la théorie constructive des types : à mesure que les systèmes devenaient plus puissants, se faisait jour l'idée d'un langage où puisse s'exprimer l'ensemble de la mathématique intuitionniste et qui serait à celle-ci ce qu'est la théorie des ensembles pour la mathématique classique; et, pour cela, de combler certaines des lacunes subsistant encore dans les derniers formalismes considérés. S'accomplit ainsi une dernière extension, où le changement quantitatif se transforme en qualitatif. Désormais, l'objectif ne variera plus : non passer en revue différents systèmes pour y établir certains résultats – c'est la Babel des langues artificielles – mais développer un système qui répond à un besoin qu'on peut qualifier de philosophique et auquel tous les autres puissent se ramener.

*   *

*

En sollicitant pour ce numéro spécial trois articles aussi différents que ceux qui suivent, notre intention était d'insister sur la fécondité de la démarche entreprise il y a plus de trente ans par Per Martin-Löf. La théorie intuitionniste de types, c'est indissociablement une théorie constructive des ensembles, un langage formel de preuves, donc un langage de programmation[8], et une analyse des concepts fondamentaux de la logique□ jugement, proposition, vérité. Si l'on ajoute à cela la richesse interprétative de la sémantique BHK (pour Brouwer, Heyting, et Kolmogorov) des constantes logiques, il n'est guère surprenant que tant de chercheurs aient choisi d'utiliser ce cadre formel.

L'informatique la première a tiré partie de tous ces aspects solidaires. Contemporaine de la reconnaissance de l'isomorphisme de Curry-Howard, la théorie des types est un langage de preuves au même titre que les diverses lambda-calcul typés□

[8] B. Nordström, K. Petersson, J. Smith, *Programming in Martin-Löf's Type Theory*, Oxford University Press, 1990.

elle s'inscrit naturellement dans le paradigme de la *programmation par preuves* où l'on cherche à dériver des programmes corrects *a priori* à partir de leurs spécifications sous forme de propositions logiques. En tant que théorie constructive des ensembles, elle rencontre les efforts naissants de traitement automatique des mathématiques, comme le projet *Automath*[9]. Rapidement elle sera implantée, au même titre que d'autres formalismes constructifs, dans des systèmes d'assistance à la démonstration. Le premier article de ce volume s'inscrit dans ce rapport de l'informatique avec les théories constructives. Son auteur, Gilles Dowek, a contribué à la réalisation du système Coq, logiciel d'assistance à la démonstration mathématique, basé sur une extension imprédicative de la théorie des types : le calcul des constructions de Coquand et Huet[10]. Il montre ici comment la question générale du traitement *effectif* des démonstrations mathématiques a amené les informaticiens à se tourner vers d'autres cadres fondationnels que la théorie des ensembles des mathématiciens classiques.

Fruit d'une réflexion sur la signification des propositions mathématiques, l'intuitionnisme offre de fait une alternative à l'approche véríconditionnelle en théorie générale de la signification. Cela n'a pas échappé aux philosophes, au premier rang desquels Michael Dummett, qui a posé les termes du débat contemporain entre réalisme et anti-réalisme. De ce point de vue, la théorie intuitionniste des types offre un cadre prometteur pour qui veut actualiser le programme de Dummett[11] ; ceci d'autant qu'elle repose sur une interprétation profondément frégéenne du sens et de la référence. C'est Göran Sundholm qui le premier a utilisé la théorie intuitionniste des types pour développer une sémantique fondée sur la notion de preuve. Il a montré en particulier comment déplacer les limites posées par Peter Geach[12] à la compositionalité, en offrant le premier traitement compositionnel des *donkey-sentences*[13], ces phrases du type « Tout homme qui possède un âne le bat » où classiquement la représentation correcte des références pronominales se fait au prix d'un remaniement contre-intuitif de la structure syntaxique. Le travail de Aarne Ranta s'inscrit dans cette lignée. Très tôt il a forgé le projet original d'utiliser la théorie intuitionniste des types sous ses deux aspects solidaires de cadre formel et de langage de programmation. Dans une série d'articles de la fin des années 80, il montre comment l'intensionalité intrinsèque de l'approche constructive permet de simplifier les lourdes représentations de la sémantique de Montague[14]. Puis dans son livre *Type Theoretical Grammar*[15], il propose une grammaire formelle, implantée dans la théorie des types, qui engendre un fragment de l'anglais à partir des représentations sémantiques exprimées elles aussi dans la théorie des types. Tout ceci aboutira quelques années plus tard à la création du langage de programmation

---

[9] N.G. De Bruijn, "A survey of the project Automath", J.P. Seldin and J.R. Hindley (eds.), *To H.B. Curry: Essays in Combinatory Logic, Lambda Calculus and Formalism*, Academic Press, 1980, p. 579-606.

[10] Th. Coquand, G. Huet, "The Calculus of Constructions", *Information and Computation*, 76 (2/3), 1988.

[11] M. Dummett, "What is a theory of meaning?", Evans and McDowell (eds.), *Truth and Meaning*, Oxford University Press, 1976, p. 67-137.

[12] P. Geach, *Logic Matters*, Basil Blackwell, Oxford, 1972.

[13] G. Sundholm, "Proof theory and meaning", D. Gabbay, F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic, Volume III, Alternatives to Classical Logic*, D. Reidel,1986.

[14] D. R. Dowty, *Introduction to Montague Semantics*, Kluwer Academic Pub., 1980.

[15] A. Ranta, *Type Theoretical Grammar*, Clarendon, Oxford, 1994.

GF (*Grammatical Framework*) pour l'implantation et le développement de grammaires multilingues. L'article qu'il nous propose ici illustre parfaitement cette aventure, puisqu'il y montre comment implanter en GF une grammaire de Montague pour un fragment de l'anglais et comment la modifier pour engendrer le fragment correspondant du français.

Langage formel de preuves, la théorie intuitionniste des types appartient d'évidence à ce domaine de la logique que l'on appelle la « théorie de la démonstration ». Comme dans d'autres champs disciplinaires on trouve dans celui-ci une diversité de pratiques et de conceptions que l'*outsider* ne soupçonne guère. Au risque de la simplification on peut avancer que s'y opposent deux conceptions de l'étude des démonstrations mathématiques : l'approche ordinale et l'approche directe. Toutes les deux trouvent leur origine dans l'échec du programme original de Hilbert : puisqu'il est impossible de prouver par des moyens finitaires la consistance des mathématiques classiques, on peut soit relâcher les contraintes et persister dans la même voie comme le fait la théorie ordinale de la démonstration, soit développer *directement* et *conjointement* les théories mathématiques et leurs systèmes de preuves. La première approche a été inaugurée par Gentzen qui prouvera en 1936 la consistance de l'arithmétique à condition de pouvoir effectuer une induction transfinie jusqu'à un ordinal baptisé ε_0 (la possibilité de faire cette induction n'étant pas prouvable dans l'arithmétique en raison du théorème d'incomplétude de Gödel)[16]. Depuis lors, dans cette tradition, la force d'une théorie est mesurée par l'ordinal borne supérieure des ordinaux pour lesquels l'induction transfinie peut être prouvée dans cette théorie. La théorie intuitionniste des types est un exemple particulièrement représentatif de l'approche directe. Elle s'inscrit dans la lignée du système *T* introduit par Gödel en 1958 dans sa célèbre interprétation *Dialectica*. De ce point de vue elle est à comparer à d'autres systèmes de types, le système *T* déjà cité, le système F de Girard[17], ou l'arithmétique fonctionnelle de Krivine[18]. L'originalité et l'intérêt du travail présenté ici par Anton Setzer est de montrer comment les deux approches peuvent s'articuler dans une reformulation du programme de Hilbert. Les méthodes de l'approche ordinale reposant sur les systèmes de notation ordinale, c'est-à-dire des modes canoniques de représentation des ordinaux, il est essentiel que ces notions ensemblistes soient fondées sur une théorie des ensembles sûre et motivée; tel est le rôle assigné à la théorie intuitionniste des types. Cependant le pouvoir expressif de la théorie des types doit être suffisamment grand pour que puissent y être définis les ordinaux requis. Les extensions envisagées à la théorie doivent alors être étudiées elles aussi du point de vue de la théorie de la démonstration. Comme on pouvait s'y attendre, les nouvelles constructions introduites ont une contre-partie en termes de programmation. En s'appuyant sur les techniques développées pour son étude de l'extension de la théorie des types par un univers de Mahlo, l'auteur propose une formalisation du mécanisme général de formation des ensembles et de leurs éléments dans la théorie des types de Martin-Löf,

[16] G. Gentzen, "Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie", *Mathematische Annalen* 112, 1936, p. 493-565. Traduit par J. Largeault dans l'ouvrage cité note 6.
[17] J-Y. Girard, P. Taylor, Y. Lafont, *Proofs and Types*, Cambridge University Press, 1989.
[18] J-L. Krivine, *Lambda-Calcul : Types et Modèles*, Masson, 1990.

au moyen de ce qu'il appelle les définitions inductives-récursives qui s'interprètent comme des programmes génériques qui engendrent de nouveaux types de données à partir de types existants. Ce sont donc toutes les caractéristiques si particulières de la théorie des types qui sont mises en œuvre dans cette recherche.

* *

*

Il va sans dire qu'avec ses trois articles, le numéro ne prétend en aucune façon à l'exhaustivité. Récemment, Bernard Jaulin a utilisé les types Σ pour analyser l'argument connu sous le nom d'*argument du lance-pierres*, lequel tendrait à montrer que le concept de fait est superflu et que toutes les phrases n'ont qu'une seule et même référence; d'où Frege concluait qu'elles fonctionnent comme des noms propres référant à ces objets éléatiques que sont le Vrai et le Faux, ce qui le confortait dans son réalisme[19]. De même, rien n'a été dit de la façon dont la théorie des types a été employée pour formaliser les théories de l'action[20]. Les articles qui suivent constituent toutefois un échantillon représentatif des travaux en cours et devrait permettre au lecteur de se faire une idée de leur variété.

La théorie des types de Martin-Löf, comme l'intuitionnisme en général, a sans doute été mieux accueillie chez les informaticiens ou chez les philosophes que chez les mathématiciens proprement dits. Souhaitons que ce numéro soit l'occasion pour certains d'entre eux de découvrir l'œuvre de cet ancien élève de Kolmogorov, car elle mérite incontestablement d'être mieux connue.

Pascal Boldini, Michel Bourdeau

N.B. Pour la lecture des notations, il suffira de rappeler que la théorie des types repose sur la distinction entre la proposition, A, et son assertion, ou jugement, A *vrai*; l'intuitionnisme identifiant la vérité avec la production d'une preuve, l'écriture précédente n'est qu'une abréviation pour $a : A$, l'objet a est une preuve de la proposition A. Le principe *Formulae as Types*, que Martin-Löf préfère appeler *principe de la proposition comme ensemble*, identifiant quant à lui la proposition à l'ensemble de ses preuves, la lecture logique se double d'une lecture mathématique où $a : A$ se lit : a est un élément de l'ensemble A. C'est cette dernière qui a permis un peu plus haut de réécrire les axiomes de Peano sous forme de règle de déduction.

Enfin, nous ne pouvons qu'inviter ceux qui souhaiteraient se familiariser avec la théorie constructive des types à ouvrir l'ouvrage de Per Martin-Löf : *Intuitionistic Type Theory*, Naples, Bibliopolis, 1984. L'ouvrage est peut-être difficile à trouver, mais ils seront largement récompensés de leur peine car il est rare de trouver un ouvrage à la fois aussi lumineusement simple et aussi plein d'idées nouvelles.

---

[19] B. Jaulin, « Sur l'article défini », *Les facettes du dire, hommage à Oswald Ducrot*, préparé par M. Carrel, Paris, Kimé, 2002, p. 129-39.

[20] Cf. G. Löhrer, *Praktisches Wissen*, Paderborn, Mentis Verlag, 2003.