

Zur physikalischen Musiklehre.

Bemerkungen zu einigen Aufsätzen des Herrn J. Würschmidt¹⁾.

Von J. Wallot in Clausthal.

(Eingegangen am 2. Juli 1921.)

Herr J. Würschmidt hat die Neuerungen, die er vor kurzem²⁾ in die physikalische Musiklehre eingeführt hat, gegen meine Beanstandungen³⁾ verteidigt und seine Ausführungen nach verschiedenen Richtungen hin erweitert. Es sei mir gestattet, noch einmal auf den Gegenstand zurückzukommen.

1. Das logarithmische Maß der Intervalle. Der große Vorzug des Euler-Oettingenschen Rechenverfahrens besteht darin, daß man nach ihm jedes natürliche Intervall mühelos mit ausreichender Genauigkeit ohne Logarithmentafel im Kopf berechnen kann, wenn man zwei dreistellige Zahlen, nämlich die Intervalle der reinen großen Terz (322 Millioktaven) und der reinen Quinte (585 Millioktaven) auswendig gelernt hat. So ist z. B. der Ton \overline{Fis} ⁴⁾ nach seiner Definition die reine große Oberterz der zweiten reinen Oberquinte von *C*; also ist, auf *C* bezogen, $\overline{Fis} = 322 + 2.585 - 1000 = 492$ ⁵⁾. Genau dasselbe bekommt man, wenn man \overline{Fis} aus der sechsten Oberquinte *Fis* berechnet: $\overline{Fis} = 6.585 - 18 - 3000 = 492$ (18 = synt. Komma). Herr Würschmidt irrt also, wenn er meint, der Rechner müsse durch den $\log^{10} 2$ dividieren, und es sei nur ein kleiner Nachteil, wenn demselben Ton in verschiedenen Oktaven verschiedene Mantissen zukommen.

Das Schisma ist freilich nicht nahe gleich einer ganzen Zahl von Millioktaven; praktisch ist dies aber bedeutungslos, da es nur an der Umgrenzung des 53stufigen Tonfeldes vorkommt.

2. Die Auswahl der Töne. Herr Würschmidt knüpft bei der Begründung seines Tonsystems an Ausführungen Auerbachs⁶⁾ an, die sich mit der Frage beschäftigen, wie man die Intervalle der

¹⁾ J. Würschmidt, ZS. f. Phys. 5, 111—120, 198—200, 1921; Neue Stuttgarter Musikzeitung 42, 183—187, 215—216, 1921.

²⁾ Derselbe, ZS. f. Phys. 3, 89—97, 1920.

³⁾ J. Wallot, ebenda 4, 157—160, 1921.

⁴⁾ In der (nicht modifizierten) v. Oettingenschen Bezeichnung. Die Töne Würschmidts bezeichne ich wie dieser mit kleinen Anfangsbuchstaben.

⁵⁾ Die Einheit „Millioktave“ lasse ich von jetzt ab weg.

⁶⁾ F. Auerbach, Handbuch d. Physik, 2. Aufl., 2, 216 ff., 1909.

diatonischen Leiter chromatisch unterteilen muß, wenn den neugebildeten Intervallen möglichst einfache Schwingungszahlverhältnisse entsprechen sollen. Das einfachste in Betracht kommende Intervall ist der große Halbton $93 \left(\frac{16}{15} \right)$; weniger einfach sind der kleine Halbton (das „kleine Chroma“) $59 \left(\frac{25}{24} \right)$ und das Intervall $111 \left(\frac{27}{25} \right)$, während das „große Chroma“ $77 \left(\frac{135}{128} \right)$ bereits ziemlich kompliziert ist. Vom Standpunkt Auerbachs aus müssen daher die beiden Ganztöne, der große (170) und der kleine (152) nach den Gleichungen

$$170 = 59 + 111 \quad \text{und} \quad 152 = 59 + 93$$

geteilt werden ¹⁾; die Teilung des großen Ganztones nach der Gleichung

$$170 = 77 + 93$$

ist dagegen zu verwerfen.

Fordert man nun weiter mit Auerbach, daß jeder in ein Ganztonintervall eingeschobene chromatische Ton nach dem nächsten Ton der diatonischen Leiter benannt wird, so folgt, daß bei der Auerbachschen Skala die Erhöhungen (z. B. *c* — *cis*) und Vertiefungen (z. B. *d* — *des*) gleich 59, also gleich einem kleinen Halbton zu setzen sind.

Auf diesem Ergebnis der Auerbachschen Überlegungen baut nun Herr Würschmidt sein Tonsystem auf, indem er allen Erhöhungen und Vertiefungen, bei denen sich die Zahl der Kommastriche nicht ändert, die logarithmische Differenz 59 zuordnet, also z. B. setzt:

$$\overline{cis} = c + 59, \quad \overline{des} = \bar{d} - 59 \quad \text{usw.}$$

Dabei ist aber zu beachten, daß der Auerbachsche Gedankengang nicht etwa notwendig gerade zu dieser Definition führt. Vielmehr sind mit seinen Überlegungen und seiner Bezeichnungsweise, die ja keine Kommastriche kennt, auch die Definitionen v. Oettingens:

$$\underline{\underline{Cis}} = C + 59, \quad \underline{\underline{Des}} = \underline{\underline{D}} - 59 \quad \text{usw.}$$

vereinbar; gegen diese lassen sich also aus der Auerbachschen Beweisführung keine Gründe herleiten.

¹⁾ Darauf, daß bei diesen Teilungen auch die komplizierten Intervalle $52 \left(\frac{648}{625} \right)$ und $34 \left(\frac{128}{125} \right)$ auftreten, legt Auerbach offenbar deshalb kein Gewicht, weil er annimmt, daß immer nur entweder die erhöhten oder die vertieften Töne gebraucht werden.

Es muß jedoch betont werden, daß die v. Oettingensche Auswahl der Töne mit der Größe der Halbtöne von vornherein überhaupt nichts zu tun hat. Auerbach selbst weist ausdrücklich darauf hin, daß seine eigene Auswahl gar nicht physikalisch-psychologisch begründet ist ¹⁾. Das von ihm benutzte Prinzip des einfachsten Schwingungszahlverhältnisses führt zwar bei der diatonischen Leiter zu richtigen Resultaten, kann aber sicher nicht als Grundlage für die Gliederung des Tonmaterials bis in alle Einzelheiten hinein dienen. Läßt man nacheinander die vorhin erwähnten vier Halbtonintervalle 59, 77, 93 und 111 ertönen, so wird auch das geübteste Ohr aus dem bloßen Zusammenklang nicht heraushören, in welcher Reihenfolge sie sich nach der Einfachheit ihres Schwingungszahlverhältnisses ordnen. Die Halbtöne können daher für die physikalisch-psychologische Betrachtung niemals Ausgangspunkt sein.

Das einzige Prinzip, das uns sicher durch die „Wirrnis der Tonmengen“ hindurchführen kann, ist das Verwandtschaftsprinzip. Es erklärt uns zunächst den Bau der natürlichen diatonischen Leiter: Wir empfinden die Töne z. B. der reinen *C-dur*-Leiter deshalb als zusammengehörig („tonal“ zusammenhängend), weil sich aus ihnen die drei quintverwandten reinen Dreiklänge der Tonika $C\overline{E}G$, der Oberdominante $G\overline{H}D$ und der Unterdominante $F\overline{A}C$ zusammensetzen ²⁾.

Aber auch die chromatischen Töne folgen mit Notwendigkeit aus dem Prinzip. So ist die wichtigste Unterteilung des großen Ganztones 170 zweifellos gerade die Teilung nach der Gleichung $170 = 77 + 93$, die wir vom Standpunkte des Prinzips des einfachsten Schwingungszahlverhältnisses aus verwerfen mußten. Ein einfaches Beispiel möge dies erläutern: Bezogen auf *C* ist $F = 1000 - 585 = 415$; $\overline{Fis} = 415 + 59 = 474$ (s. oben); $\overline{Fis} = 492$ (vgl. Nr. 1); $Fis = 6 \cdot 585 - 3000 = 510$. Nun weiß jeder, der sich nur etwas mit Musik beschäftigt hat, daß es von *C-dur* aus keine näher liegende Modulation gibt, als die nach *G-dur*; in *G-dur* ist aber $\overline{Fis} = 415 + 77 = 585 - 93 = 492$ der Leitton. Dagegen kann man von *C-dur* aus eine Tonart, die $\overline{Fis} = 415 + 59$ enthält, nur durch eine wesentlich ferner liegende Modulation (etwa durch den Übergang $\overline{A-moll} - \overline{A-dur}$) erreichen; und zwischen *C-dur* vollends und einer Tonart, die $Fis = 415 + 95$ enthält, besteht so gut wie überhaupt

¹⁾ A. a. O., S. 213.

²⁾ „Kadenzprinzip.“ Vgl. M. Hauptmann, Die Natur der Harmonik und der Metrik, Leipzig 1853, S. 25 ff.; H. v. Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen, 5. Ausgabe, 15. Abschn.

keine Verwandtschaft mehr. Das Intervall 95 darf dabei nicht mit dem Leittonintervall 93 verwechselt werden; dieses kann auch nach v. Oettingen für die chromatische Erhöhung oder Vertiefung nicht in Frage kommen.

Das Verwandtschaftsprinzip darf als durch psychologische Versuche wohl begründet angesehen werden ¹⁾.

3. Die Buchstabentonschrift. Herr Würschmidt hält es für einen Mangel, daß v. Oettingen die Töne *Cis*, *Gis*, ..., die in dem um das Zentrum *D* gebauten 53stufigen Tonfeld rein überhaupt nicht vorkommen, ohne Kommastriche bezeichnet. Er meint offenbar, die einfachste Bezeichnung müsse den wichtigsten Tönen vorbehalten bleiben. Wählt man aber als Zentrum den Ton *c*, so verschwindet beispielsweise der Ton *h*, obgleich er auch bei Herrn Würschmidt strichlos ist ²⁾. Dieser zieht eben infolge seiner Halbtondefinition zwischen den Tönen *h* und $\overline{f\sharp s}$ willkürlich einen Trennungsstrich, dem gar nichts Wirkliches entspricht. Das zweifach unendliche Tonfeld ist, solange kein Zentrum gewählt ist, in seinen beiden Dimensionen vollkommen homogen; daß sich Gruppen ohne Endsilben und mit den Endsilben *-is*, *-es*, *-isis*, *-eses* usw. herausheben, liegt nur an der Benennungsweise, wie sie sich geschichtlich entwickelt hat.

Daß die v. Oettingensche Bezeichnung trotz der — übrigens praktisch belanglosen ³⁾ — höheren Kommastrichzahl die innerlich einfachere ist, geht schon daraus hervor, daß sie nicht — wie die Würschmidtsche — aus drei Bausteinen (der Quinte, der Terz und dem kleinen Halbton), sondern nur aus zwei Bausteinen (der Quinte und der Terz) zusammengesetzt, also nach einer Bezeichnungsweise Auerbachs nicht *trigen*, sondern *digen* ist. Deshalb ist sie auch, wie v. Oettingen mit Recht sagt ⁴⁾, „allgemein angenommen worden“. Herr Würschmidt allerdings bestreitet dies und verweist ⁵⁾ auf die physikalische Musiklehre von Starke ⁶⁾, der er seine Buchstabentonschrift entnommen hat. Ich glaube aber nicht, daß Herr Starke die v. Oettingensche Bezeichnung, die er in der Helmholtzschen Form

¹⁾ Ausführliche Angaben hierüber bei Helmholtz, a. a. O. und in den v. Oettingenschen Abhandlungen und Büchern.

²⁾ Begrenzt man das Feld wie Herr Würschmidt, so verschwindet *h* sogar schon bei Wahl des Zentrums *g*.

³⁾ Man vergleiche die Analysen v. Oettingens in seinem Buche „Das duale Harmoniesystem“.

⁴⁾ A. v. Oettingen, Abh. d. Sächs. Ges. d. Wiss. 34, 169, 1916.

⁵⁾ Von seiner Berufung auf Auerbach darf ich nach den Auseinandersetzungen in Nr. 2 absehen.

⁶⁾ H. Starke, Physikalische Musiklehre, Leipzig 1908.

in seinem § 46 ausführlich auseinandersetzt, für verbesserungsbedürftig gehalten hat. Dafür spricht vor allem, daß er beide Bezeichnungen Hauptmann zuschreibt¹⁾ und sie abwechselnd benutzt, ohne ihre Verschiedenheit hervorzuheben.

4. Das Tongewebe. Auch Herr Würschmidt hat neuerdings die v. Oettingenschen Tongewebe in seine eigene Buchstabentonschrift „übersetzt“ und besonders beim Terzsextengewebe²⁾ bemerkenswerte Symmetrieeigenschaften festgestellt. Hierbei hebt er jedoch, wie mir scheint, nicht genügend hervor, daß die beobachtete Symmetrie in der Hauptsache darauf beruht, daß er in Anlehnung an v. Oettingen als Zentrum des Gewebes den Ton d gewählt hat, der in der zugehörigen Quintenreihe genau in der Mitte zwischen den ersten chromatischen Tönen \underline{b} und $\overline{f\sharp s}$ liegt. Darüber hinaus bringt seine Buchstabentonschrift nur noch eine Periodizität in der Vertikalen in das Gewebe hinein, die der Homogenität des Tonfeldes widerspricht und deshalb kaum als Vorteil anzusehen ist.

Unterstrichen wird diese Periodizität noch durch die Art, wie Herr Würschmidt sein 53stufiges Feld begrenzt. Er verändert nämlich gegenüber v. Oettingen vier Töne schismatisch, so daß die seitlichen Feldbegrenzungen zu vielfach gebrochenen Linien werden und die Felder sich beim Terzsextengewebe sogar gegenseitig durchdringen. Zur Begründung dieser etwas künstlich anmutenden Abgrenzung weist er mit besonderem Nachdruck darauf hin, daß in seinem Gewebe die ganzen Töne der pythagoreischen Leiter völlig gleich und völlig symmetrisch in die Intervalle 16, 18 und 25 unterteilt sind. Sollte aber diese Tatsache nicht den „überaus niedlichen Zufällen“ anzureihen sein, über die sich v. Oettingen und neuerdings auch Herr A. Schmidt³⁾ mit Recht gefreut haben? Verlangen können wir nur, daß die kleinsten Intervalle 16, 18, 23 und 25 zum Zentrum D symmetrisch verteilt sind; diese Forderung ist aber bei v. Oettingens Geweben erfüllt, und bei den pythagoreischen Halbtönen muß sich auch Herr Würschmidt mit dieser geringeren Symmetrie begnügen.

¹⁾ § 46 (Überschrift), § 48 (S. 96), § 49 (S. 102). Übrigens hat Hauptmann keineswegs, wie Starke meint, den Kommastrich eingeführt. Sein System ist ein reines Quintterzensystem, wie das v. Oettingensche, jedoch ohne Kommastrich. (Dafür unterscheidet er große und kleine Anfangsbuchstaben.) Vgl. M. Hauptmann, a. a. O., S. 11, 31; H. v. Helmholtz, a. a. O., 14. Abschn., S. 452, 16. Abschn., S. 510; Auerbach, a. a. O., S. 215.

²⁾ A. v. Oettingen, a. a. O., S. 181.

³⁾ A. Schmidt, ZS. f. Phys. 3, 250—254, 1920; 4, 474—476, 1921.

5. Die Bereicherung des Tonmaterials. Eine wie geringe Bedeutung das Prinzip des einfachsten Schwingungszahlverhältnisses für die Aufstellung von Tonsystemen hat, zeigt die 21stufige Leiter von Auerbach, die nicht einmal rein von *C-dur* nach *G-dur* zu modulieren gestattet. v. Oettingen ist der Ansicht, daß ein praktisch brauchbares Reininstrument mindestens 35 Töne in der Oktave haben muß¹⁾.

Bei geringerer Tastenzahl kann man einen gewissen Erfolg nur von der gleichschwebenden Temperierung erwarten. Die von Herrn Würschmidt vorgeschlagene²⁾ 19stufige temperierte Leiter, auf die man durch die Kettenbruchentwicklung der großen Sexte geführt wird³⁾, ist daher sehr beachtenswert. Die Sekunde und die Septime weichen zwar noch immer von den natürlichen Tönen um rund 12 Millioktaven ab, bei den übrigen Intervallen jedoch ist die Übereinstimmung — und zwar wegen der gleichschwebenden Temperierung in allen Tonarten — eine befriedigende. Es ist daher wohl kaum ein Zufall, daß schon zur Zeit Kaiser Rudolfs II. (um 1590) ein „Universalklavizimbel“ gebaut worden ist, das in jeder Oktave gerade 19 Stufen hatte in ähnlicher Anordnung, wie sie Herr Würschmidt vorschlägt⁴⁾. Ich erlaube mir nur insofern ein Fragezeichen an die 19stufige Leiter zu machen, als Herr Würschmidt sie den Anhängern der Viertel- und Sechsteltöne zuliebe ersonnen hat. Wer, wie diese, nach neuen Klang- (und vor allem Mißklang-) Möglichkeiten sucht, dem ist die reine oder annähernd reine Stimmung doch wohl ein Gegenstand der Verachtung.

Clausthal (Harz), Physikalisches Institut der Bergakademie.

¹⁾ A. v. Oettingen, a. a. O., S. 318.

²⁾ J. Würschmidt, Neue Musikzeitung 42, 215—216, 1921.

³⁾ Damit soll nicht gesagt sein, daß die Kettenbruchentwicklung die geeignete Methode sei zur Auffindung von temperierten Leitern. Es kommt nicht darauf an, ein Intervall möglichst rein zu haben; sondern die Unreinheit aller Intervalle zusammengenommen muß möglichst gering sein. So ist die aus der Kettenbruchentwicklung der großen Terz folgende 59stufige Leiter trotz ihres Reichtums an Tönen bei weitem weniger brauchbar als die 53stufige Mercator-Bosanquetsche.

⁴⁾ H. v. Helmholtz, a. a. O., S. 518; H. Riemann, Katechismus der Akustik, Leipzig 1891, S. 50.