aus der gröfseren Häufigkeit der Nebel hervorzugehen, wie sich denn aus der Menge der Nebel auch ganz gut die täglichen Schwankungen dieser Elektricität erklären lassen.

Auf dem Wege, den Peltier fils und Lamont eingeschlagen haben, verwickelt man sich, wie es scheint, nur in Widersprüche. Dagegen wird es zweckmäfsig seyn, die von Schönbein angeregten Studien über Ozon und die von Faraday bereits gewonnenen Ansichten über Diamagnetismus des Sauerstoffs weiter zu verfolgen, um auf diesem Gebiete weiter kommen zu können.

Es werden wohl noch lange Beobachtungen über diesen Gegenstand und viele neue Versuche erforderlich seyn, bevor die Gesetzmäfsigkeit der Erscheinungen vollständig hervortritt und namentlich die Ursache derselben sich genügend angeben läfst. Aber eben deshalb wäre es wünschenswerth, dafs die Zahl der Stationen, wo Beobachtungen der Art gemacht werden, sich vermehrte und dafs man sich zu gemeinsamem Streben vereinigte.

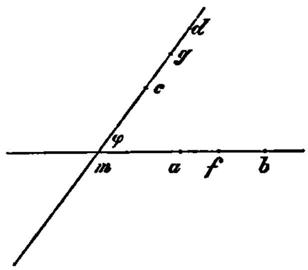
Kreuznach, Ende Januars 1853.

## VII. *Zur Theorie des Dellmann'schen Elektrometers; von J. A. W. Roeber.*

Soll eine theoretische Formel für die Scalirung des Elektrometers gefunden werden, so müfsten Waagebalken und Streifchen definirbare geometrische Körper seyn, für welche die von ihrer gegenseitigen Lage abhängige elektrische Vertheilung bekannt wäre. Beide Bedingungen sind nicht erfüllt. Kann man auch die Mittellinie der elektrischen Anziehung und Abstofsung im Streifchen und Waagebalken, wenn beide gerade sind, ohne beträchtliche Fehler als gerade Linien betrachten, so wird doch die Lage dieser Linien in beiden Körpern mit dem Winkel derselben eine Veränderung erleiden, welche nur dann vernachlässigt werden darf, wenn sowohl beim Streifchen als beim Waagebalken die Querdimensionen gegen die Länge sehr klein sind. Zudem aber ist die elektrische Vertheilung nach der Länge, die sich ebenfalls mit dem Winkel ändert, gänzlich unbekannt. Um aber für die Bestimmung der Scale doch einen Anhalt zu gewinnen, wollen wir Streifchen und Waagebalken als zwei gerade nach ihrer Länge elektrisirte Linien betrachten. Die Aufgabe, welche wir uns stellen, ist daher:

Das Drehungsmoment zweier geraden, jede für sich gleichförmig elektrisirten Linien zu finden, wenn die Drehungsaxe die auf beiden Linien senkrechte Gerade ist.

Es seyen *ab* und *cd* die Projectionen beider Linien auf eine ihnen parallele Ebene, die kürzeste Entfernung derselben, nämlich das Stück der Drehungsaxe zwischen beiden, sey $p$, die Entfernung eines beliebigen Punktes der einen Linie, dessen Projection $f$ sey, von der Drehungsaxe werde durch $x$, die eines beliebigen Punktes der andern Linie, dessen Projection in $g$ falle, durch $y$ bezeichnet, ferner sey Winkel $dmb = \varphi$.




Setzen wir die Elektricitätsmenge in der Längeneinheit der Linie, deren Projection *ab*, gleich $\mu$, die Intensitätsmenge in der Längeneinheit der anderen Linie gleich $\nu$, und nehmen als Krafteinheit die elektrische Anziehung oder Abstofsung zweier Elektricitätseinheiten in der Einheit der Entfernungen an, so wirkt das Element $dx$ auf das Element $dy$ mit der Kraft

$$\frac{\mu\nu . dx . dy}{r^2},$$

wo $r^2 = fg^2 + p^2$, oder

$$1) \quad r^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos\varphi + p^2.$$

Diese Kraft in eine auf der Ebene $dmb$ senkrechte und eine der Ebene parallel wirkende Kraft zerlegt, giebt für letztere

$$\frac{\mu\nu.dx.dy}{r^2}.\frac{fg}{r}.$$

Das Product dieser letzteren Kraft in das von $m$ auf $fg$ gefällte Perpendikel ist das Drehungsmoment, welches aus der Einwirkung von $dx$ auf $dy$ resultirt. Dieses Perpendikel ist der doppelte Inhalt des Dreiecks $fmg$ dividirt durch $fg$, also

$$\frac{xy\sin\varphi}{fg}.$$

Die Wirkung von $dx$ auf $dy$ giebt daher das Drehungsmoment

$$\frac{\mu\nu xy\sin\varphi.dx.dy}{r^3},$$

und das gesuchte Drehungsmoment, welches aus der gegenseitigen Einwirkung der Linien, von welchen $ab$ und $cd$ die Projectionen sind, hervorgeht, ist

$$2)\quad \mu\nu\int_{mc}^{md}dy\int_{ma}^{mb}dx\,.\,\frac{xy\sin\varphi}{r^3}.$$

Um zuerst in Bezug auf $x$ zu integriren giebt die Gleichung (1), $y$ constant gesetzt,

$$xdx-y\cos\varphi.dx=rdr;$$
$$xdx=y\cos\varphi.dx+rdr;$$
$$dx=\frac{rdr}{x-y\cos\varphi}.$$

Nach $x$ aufgelöst aber giebt sie zugleich

$$x-y\cos\varphi=\pm\sqrt{r^2-p^2-y^2\sin^2\varphi};$$

woraus folgt

$$xdx=\pm\frac{y\cos\varphi.rdr}{\sqrt{r^2-p^2-y^2\sin^2\varphi}}+rdr.$$

Es ist daher

$$\int \frac{xy\sin\varphi . dx}{r^3} = \pm \int \frac{y^2 \sin\varphi \cos\varphi . r dr}{r^3 \sqrt{r^2 - p^2 - y^2 \sin^2\varphi}} + \int \frac{y \sin\varphi dr}{r^2}$$

$$= \mp \int \frac{y^2 \sin\varphi \cos\varphi}{p^2 + y^2 \sin^2\varphi} \cdot \frac{d \frac{p^2 + y^2 \sin^2\varphi}{r^2}}{2\sqrt{1 - \frac{p^2 + y^2 \sin^2\varphi}{r^2}}} + \int \frac{y \sin\varphi . dr}{r^2}$$

$$= \pm \frac{y^2 \sin\varphi . \cos\varphi}{p^2 + y^2 \sin^2\varphi} . \sqrt{1 - \frac{p^2 + y^2 \sin^2\varphi}{r^2}} - \frac{y \sin\varphi}{r}$$

$$= \pm \frac{y^2 \sin\varphi \cos\varphi}{r(p^2 + y^2 \sin^2\varphi)} \sqrt{r^2 - p^2 - y^2 \sin^2\varphi} - \frac{y \sin\varphi}{r}$$

$$= \frac{y^2 \sin\varphi \cos\varphi}{r(p^2 + y^2 \sin^2\varphi)} (x - y\cos\varphi) - \frac{y \sin\varphi}{r}$$

$$= \frac{y^2 \sin\varphi (x \cos\varphi - y) - p^2 y \sin\varphi}{r(p^2 + y^2 \sin^2\varphi)} .$$

Nachdem in diesen Ausdruck für $x$ die beiden Gränzwerthe eingesetzt sind, ist derselbe noch in Bezug auf $y$ zu integriren.

Da

$$\frac{y^2 \sin\varphi}{p^2 + y^2 \sin^2\varphi} = \frac{1}{\sin\varphi} - \frac{p^2}{\sin\varphi (p^2 + y^2 \sin^2\varphi)},$$

so ist

$$\int dy \, \frac{y^2 \sin\varphi (x\cos\varphi - y) - p^2 y \sin\varphi}{r(p^2 + y^2 \sin^2\varphi)} = \int \frac{(x\cos\varphi - y) dy}{r \sin\varphi}$$

$$- \int \frac{p^2 (x\cos\varphi - y) + p^2 y \sin^2\varphi}{r \sin\varphi (p^2 + y^2 \sin^2\varphi)} dy = \int \frac{(x \cos\varphi - y) dy}{r \sin\varphi}$$

$$- p^2 \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} \int \frac{(x - y\cos\varphi) dy}{r(p^2 + y^2 \sin^2\varphi)} .$$

Die Differentiation der Gleichung (1), $x$ constant gesetzt, giebt aber

$$(y - x\cos\varphi) dy = r dr,$$

wodurch

$$\int \frac{(x\cos\varphi - y) dy}{r \sin\varphi} = - \int \frac{dr}{\sin\varphi} = - \frac{r}{\sin\varphi},$$

also

$$\mu\nu \iint \frac{xy \sin\varphi . dx . dy}{r^3} = - \mu\nu . \frac{r}{\sin\varphi} - \mu\nu p^2 \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi} \int \frac{(x - y\cos\varphi) dy}{r(p^2 + y^2 \sin^2\varphi)} .$$

Befinden sich beide Linien in einer Ebene, so ist $p = o$.

und der Ausdruck rechts vom Gleichheitszeichen reducirt sich auf das erste Glied

$$-\mu\nu\frac{r}{\sin\varphi}.$$

Das andere Glied, welches in Betracht kömmt, wenn beide Linien nicht in einer Ebene liegen, läfst sich nicht allgemein in endlicher Form darstellen. Da indefs der Waagebalken vom Streifchen immer nur sehr wenig entfernt, also $p$ sehr klein ist, so nimmt der Nenner $r(p^2+y^2\sin^2\varphi)$ unter dem Integralzeichen mit wachsendem $\varphi$ sehr schnell zu, so dafs das mit $p^2\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$ multiplicirte Integral für nicht zu kleine Winkel gegen $-\frac{r}{\sin\varphi}$ wird vernachlässigt werden können. Für sehr kleine Winkel ist dagegen dieses Glied angenähert gleich

$$-\mu\nu p^2\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\int\frac{(x-y)dy}{p^2 r},$$

oder, da angenähert $r^2=x^2+y^2-2xy+p^2$, also $(y-x)dy=dr$, gleich

$$\mu\nu\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}\int dr=\mu\nu\frac{r\cos\varphi}{\sin\varphi},$$

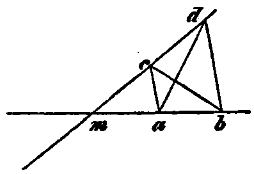
und beide Glieder geben zusammen

$$\mu\nu\left(-\frac{r}{\sin\varphi}+\frac{r\cos\varphi}{\sin\varphi}\right),$$

so dafs also das Drehungsmoment zweier sich nicht schneidenden Linien für $\varphi=o$, da $\cos o=1$, gleich Null ist, während es für sich schneidende Linien, wenn $\varphi=o$, unendlich wird.

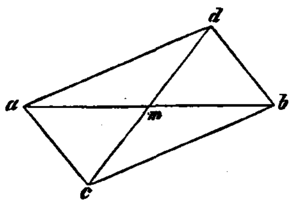
Es ergiebt sich hieraus, dafs das Drehungsmoment sich nicht schneidender Linien, wenn ihre Entfernung sehr klein ist, mit wachsendem $\varphi$ von Null bis zu einem Maximum sehr rasch zunimmt, dann aber bis $\varphi=90^\circ$ abnimmt, und für nicht zu kleine Winkel dem Drehungsmoment sich schneidender Linien, für welches der Ausdruck $-\mu\nu\frac{r}{\sin\varphi}$ genau ist, nahe gleich kommt.

Um in $-\mu\nu\frac{r}{\sin\varphi}$ die Gränzwerthe für $r$ in Bezug auf $x$ und $y$ einzusetzen, bemerken wir, dafs für die oberen Gränzen sich die Endpunkte von $r$ in $b$ und $d$, für die unteren Gränzen in $a$ und $c$ befinden, und erhalten daher




$$-\mu\nu\frac{(bd-ad)-(bc-ac)}{\sin\varphi}=\mu\nu\frac{ad+bc-bd-ac}{\sin\varphi}$$

Das Drehungsmoment ist also proportional dem Ueberschufs der Diagonalen des durch die beiden Linien bestimmten Vierecks über die beiden ergänzenden Seiten, und umgekehrt proportional dem Sinus des Winkels.




Halbiren sich beide Linien, wie es bei dem Elektrometer der Fall ist, so ist $ad=bc$ und $bd=ac$, also das Drehungsmoment

$$3)\quad \mu\nu\frac{2(ad-bd)}{\sin\varphi}$$

mithin, da $\mu$ und $\nu$, oder die elektrischen Ladungen, als constant vorausgesetzt werden, proportional

$$4)\quad \frac{ad-bd}{\sin\varphi}.$$

Um hieraus eine für practische Berechnungen geeignete Formel zu erhalten, verwandeln wir diesen Ausdruck in

$$\frac{ad-bd}{\sin\varphi}=\frac{ad^2-bd^2}{(ad+bd)\sin\varphi}=\frac{2(ma.md+mb.md)\cos\varphi}{(ad+bd)\sin\varphi}$$
$$=\frac{4mb.md.\cos\varphi}{(ad+bd)\sin\varphi}.$$

Wenn also Streifchen und Waagebalken als sich schneidende gerade, gleichförmig elektrisirte Linien angesehen werden können, so ist das Drehungsmoment proportional

$$5)\quad \frac{\cot g\,\varphi}{ad+bd},$$

und dieser Ausdruck wird auch dem Drehungsmoment nicht sich schneidender Linien, wenn ihre Entfernung sehr klein ist, für nicht zu kleine Winkel angenähert proportional seyn.

seyn. Da aber in diesem letzteren Falle das Drehungsmoment nach Erreichung des Maximums weniger schnell abnimmt, als bei sich schneidenden Linien, so liegt es nahe, den mit wachsendem $\varphi$ abnehmenden Factor $\frac{1}{ad+bd}$ wegzulassen. Vernachlässigen wir diesen Factor überhaupt, da er sich nur wenig ändert, so haben wir für beide Fälle den angenäherten einfachen Ausdruck

$$6)\quad \operatorname{cotg}\varphi.$$

Aus dem vollständigen Werth (3) des Drehungsmoments zweier sich schneidenden Linien folgt, dafs der Waagebalken, um den gröfsten Effect zu erhalten, nicht kleiner als das Streifchen seyn darf. Setzen wir daher $ma=md=mb=1$, so ist $bd=2\sin\frac{\varphi}{2}$, und $ad=2\cos\frac{\varphi}{2}$, also

$$\frac{\operatorname{cotg}\varphi}{ad+bd}=\frac{\operatorname{cotg}\varphi}{2\left(\cos\frac{\varphi}{2}+\sin\frac{\varphi}{2}\right)}=\frac{\cos\frac{\varphi}{2}-\sin\frac{\varphi}{2}}{2\sin\varphi}$$

$$=\frac{\sin 45^\circ.\operatorname{cotg}\varphi}{2\cos\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right)}=\frac{\sin\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right)}{2\sin 45^\circ\sin\varphi}.$$

Das Drehungsmoment ist also für sich schneidende Linien genau, und für sich nicht schneidende Linien angenähert proportional:

$$(7)\quad \frac{\operatorname{cotg}\varphi}{\cos\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right)},\ \text{oder}\ \frac{\sin\left(45^\circ-\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin\varphi}.$$

Vergleichen wir die Ergebnisse der beiden Formeln (6) und (7) mit den von 10° zu 10° beobachteten Torsionen, so erhalten wir

| $\varphi$ | log. cotg $\varphi$ | log. der beobachteten Torsion | $\log \frac{\operatorname{cotg}\varphi}{\cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}$ | proportionaler Werth von cotg $\varphi$ | beobachtete Torsion | proportionaler Werth von $\frac{\operatorname{cotg}\varphi}{\cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10° | 0,75368 | 2 | 0,86943 | 100 | 100 | 100 |
| 20 | 0,43893 | 1,69888 | 0,52557 | 48,45 | 49,99 | 45,30 |
| 30 | 0,23856 | 1,48416 | 0,30103 | 30,54 | 30,49 | 27,01 |
| 40 | 0,07619 | 1,26458 | 0,11891 | 21,01 | 18,39 | 17,76 |
| 50 | 0,92381−1 | 1,06819 | 0,95082 − 1 | 14,80 | 11,70 | 12,06 |
| 60 | 0,76144−1 | 0,83569 | 0,77650 − 1 | 10,18 | 6,80 | 8,07 |
| 70 | 0,56107−1 | 0,62531 | 0,56772 − 1 | 6,42 | 4,22 | 4,99 |
| 80 | 0,24632−1 | 0,27646 | 0,24798 − 1 | 3,11 | 1,89 | 2,39 |
| 90 | − ∞ | − ∞ | − ∞ | 0 | 0 | 0 |

Die Uebereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werthen ist, wenn man die Schwierigkeit bedenkt, dem Waagebalken eine genaue Form zu geben, wenigstens hinreichend, um beide Formeln als zweckmäfsige Interpolationsformeln zwischen den Winkeln 10° und 90° anzusehen, obgleich sie uns freilich noch nicht zu dem Schlusse zu berechtigen scheint, dafs die Voraussetzung der gleichförmigen von dem Winkel unabhängigen Vertheilung der Elektricität richtig sey.

Um bequem die Torsion $t$ für einen Winkel $\varphi$ zwischen den Winkeln $\varphi_1$ und $\varphi_2$, deren respective Torsionen $t_1$ und $t_2$ seyen, zu berechnen, setze man, wenn man die Formel cotg $\varphi$ anwenden will,

$$\log t_1 = \log a_1 + \log \operatorname{cotg} \varphi_1\,;\ \log t_2 = \log a_2 + \log \operatorname{cotg} \varphi_2,$$

und berechne $t$ nach der Formel

$$\log t = \log a_1 + \frac{\varphi - \varphi_1}{\varphi_2 - \varphi_1} (\log a_2 - \log a_1) + \log \operatorname{cotg} \varphi)$$

indem man in gleicher Weise verfährt, wenn man die Formel $\frac{\operatorname{cotg}\varphi}{\cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}$ vorzieht.

Wählen wir, um die Genauigkeit der Interpolation zu prüfen, einen Winkel zwischen den beiden Winkeln 50° und 60°, für welche die berechneten Werthe verhältnifsmäfsig am meisten von einander und von den beobachteten

Werthen abweichen, so erhalten wir für 56° bei Anwendung der ersten Formel

$$\log a_{50} = \log t_{50} - \log \operatorname{cotg} 50° = 1{,}14438;$$
$$\log a_{60} = \log t_{60} - \log \operatorname{cotg} 60° = 1{,}07425;$$
$$\log a_{60} - \log a_{50} = -0{,}07013;$$

also

$$\log t_{56} = 1{,}14438 - 0{,}6 . 0{,}07013 + \log \operatorname{cotg} 56° = 0{,}93129;$$

mithin

$$t_{56} = 8{,}537;$$

und durch eine gleiche Rechnung bei Anwendung der zweiten Formel

$$t_{56} = 8{,}527;$$

also so nahe übereinstimmende Werthe, dafs die Fehler derselben die Fehler der Beobachtung nicht überschreiten werden.

## VIII. *Chemisch mineralogische Mittheilungen; von E. E. Schmid.* [1]

### Ueber die basaltischen Gesteine der Rhön.

Die Zahl der chemischen Untersuchungen basaltischer Gesteine ist bereits so grofs, dafs ihre Vermehrung kaum einen der Mühe werthen Erfolg erwarten läfst, wenn man sie nicht von einem allgemeineren Gesichtspunkte aus unternimmt. Einen solchen gewährt aber sicher die Vergleichung der Bestandtheile und Gemengtheile von Gesteinen, die zu *einem* Eruptionssysteme gehören, wie dem der *Röhn*, eines Gebirgszugs, welcher trotz seiner Ausdehnung, Höhe und sonstigen Bedeutung, namentlich als Wasserscheide zwischen Nord- und Westdeutschland, die Aufmerksamkeit der Naturforscher noch wenig auf sich gezogen hat. Geben

1) Diese Ann. Bd. 84, S. 495.