Eine arithmetische Formel.

Von

E. Netto in Giessen.

(Mitgetheilt von E. Study).

In meiner Abhandlung über Systeme von Kegelschnitten (Math. Ann. Bd. 40, S. 542) ist ein Punkt unerledigt gelassen. Es wird nämlich dort für die Zahl $N(\lambda, \lambda')$ der linear-unabhängigen Kegelschnittsysteme mit gegebenen Charakteristiken λ, λ' nur ein Ausdruck angegeben, der die Auflösung eines Systems diophantischer Gleichungen verlangt. Die gemeinte Formel ist

$$N(\lambda, \lambda') = \Sigma(2j+1)(2j'+1)(j+j'+1),$$

wo die Summe sich bezieht auf alle positiven ganzen Zahlen j, j', die zusammen mit zwei anderen $\varkappa, \varkappa'$ den Gleichungen

$$j + 2j' + 3\varkappa = \lambda + 2\lambda', \quad j' + 2j + 3\varkappa' = \lambda' + 2\lambda$$

genügen. Ich hatte aber bereits die Vermuthung ausgesprochen, dass diese Zahl, nach Analogie etwa der Zahl $\binom{n+3}{3}$ der linear-unabhängigen Flächen n. Ordnung im Raume, eine ganze Function der Charakteristiken sein möchte. Herr Netto hat nun die Freundlichkeit gehabt, mir den folgenden Werth der obigen Summe mitzutheilen, den ich mit seiner Erlaubniss veröffentliche:

$$\begin{aligned}
120N = \quad & (\lambda^5+\lambda'^5) + 10(\lambda^4\lambda'+\lambda\lambda'^4) + 40(\lambda^3\lambda'^2+\lambda^2\lambda'^3) \\
& + 15(\lambda^4+\lambda'^4) + 120(\lambda^3\lambda'+\lambda\lambda'^3) + 240\lambda^2\lambda'^2 \\
& + 85(\lambda^3+\lambda'^3) + 430(\lambda^2\lambda'+\lambda\lambda'^2) \\
& + 225(\lambda^2+\lambda'^2) + 600\lambda\lambda' \\
& + 247(\lambda+\lambda') \\
& + 120.
\end{aligned}$$

Für $\lambda'=0$ reducirt sich die Zahl N, wie a. a. O. angegeben, auf $\binom{\lambda+5}{5}$.