



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

Discipline ou spécialité :

Réseaux, Télécommunications, Systèmes et Architecture

Présentée et soutenue par :

M. VICTOR BISSOLI NICOLAU

le lundi 27 janvier 2014

Titre :

PERFORMANCES DE DETECTION ET DE LOCALISATION DES
TERMINAUX "SAR" DANS LE CONTEXTE DE TRANSITION MEOSAR.

Ecole doctorale :

Mathématiques, Informatique, Télécommunications de Toulouse (MITT)

Unité de recherche :

Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (I.R.I.T.)

Directeur(s) de Thèse :

M. JEAN YVES TOURNERET

Rapporteurs :

M. BENOIT GELLER, ENSTA PARIS

M. JEAN-MARC BROSSIER, INP DE GRENOBLE

Membre(s) du jury :

M. DAVID BRIE, UNIVERSITE NANCY 1, Président

M. JEAN YVES TOURNERET, INP TOULOUSE, Membre

M. JOSE BERMUDEZ, UNIV.FED.DE SANTA CATARINA FLORIANOPOLIS, Membre

M. MARTIAL COULON, INP TOULOUSE, Membre

M. THIBAUD CALMETTES, THALES ALENIA SPACE, Membre

M. YOAN GREGOIRE, CENTRE NATIONAL D'ETUDES SPATIALES CNES, Membre

“Souhaiter, c’est rêver ; vouloir, c’est penser.”

VICTOR HUGO [[Hug87](#)]

Remerciements

Tout d'abord, je souhaite remercier Jean-Yves Tourneret, mon directeur de thèse, pour ses explications, pour son enthousiasme et pour m'avoir donné l'opportunité de venir en France afin de réaliser cette thèse. Je remercie aussi Martial Coulon, mon codirecteur de thèse, pour avoir voulu participer à ce travail et pour son aide avec les dérivations mathématiques.

Je remercie Yoan Grégoire, Michel Sarthou et Lionel Ries du Centre national d'études spatiales (CNES) ainsi que Thibaud Calmettes et Michel Monnerat à Thales Alenia Space (TAS) pour leur collaboration et leurs contributions, qui ont été importantes lors de la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier les personnes du laboratoire TésA, qui m'ont accueilli dans une ambiance tout à fait familiale dès mon arrivée à Toulouse en 2010. Merci à Nil Garcia, Paulo Esteves, Jean-Philippe Goy, Philippe Paimblanc, James Mure-Dubois, Anchalee Puengnim, David Bonacci, Corinne Mailhes, Ponia Pech et Bernard Lacaze, pour les moments conviviaux. Merci à Marie-Josée Estepa, Yamina Nedjari et Fanny Salas, pour leur disponibilité et gentillesse. Je tiens à remercier spécialement Raoul Prévost, Florian Cazes et Chao Lin, avec qui j'ai partagé le bureau au début de la thèse, pour leur convivialité et leurs conseils. Je tiens à remercier également Jorge Prendes, Jean-Adrien Vernhes et Tarik Benaddi, qui sont arrivés en cours de route, et qui m'ont encouragé sur la dernière ligne droite. Je remercie aussi mes collègues de l'équipe SC à l'IRIT, pour les moments très agréables.

Finalement, je souhaite remercier ma famille au sud du Brésil, pour leur soutien et leurs conseils. Je remercie également celle qui m'a accompagné au long de cette période d'aventures, où nous avons exploré des lieux inoubliables.



Résumé

Le système Cospas-Sarsat est un système de recherche et de sauvetage à l'échelle mondiale qui fonctionne à l'aide de satellites en orbite basse et de satellites en orbite géostationnaire. La constellation de satellites actuelle est en cours de remplacement par des satellites en orbite moyenne qui couvrent de plus grandes zones de la surface de la Terre permettant des alertes quasi instantanées. L'objectif de cette thèse est d'étudier les performances de localisation de ce nouveau système, qui a été nommé système MEOSAR (*Medium Earth Orbit Search and Rescue*).

Nous étudions d'abord la qualité de la liaison entre la balise de détresse, le satellite, et la station de réception au sol à l'aide d'un bilan de liaison. Ensuite, nous proposons un modèle de signal basé sur des fonctions sigmoïdes afin de modéliser les transitions douces du signal de détresse. Pour ce modèle, les performances de localisation (en terme de bornes de Cramér-Rao et de la variance d'estimateurs) sont étudiées pour l'estimation de position de la balise, et pour l'estimation de différents paramètres, y compris le temps d'arrivée, la fréquence d'arrivée et la durée du symbole.

Ensuite, nous étudions l'impact de l'ajout d'information a priori sur la période symbole et sur le temps de montée du signal, qui proviennent des tolérances autorisées sur les spécifications des balises de détresse. Nous étudions également l'erreur introduite par l'ajout de bruit de phase caractéristique des oscillateurs des balises, et nous considérons l'amélioration de l'estimation de position en prenant en compte les multiples émissions de la balise de détresse. Finalement, les performances de localisation du système MEOSAR sont données pour les balises de détresse de deuxième génération, qui sont en cours de développement, et qui utilisent une modulation avec étalement de spectre.

Abstract

Cospas-Sarsat is an international search and rescue system that operates using low-orbit satellites and geostationary satellites. The current satellite constellation is being replaced by medium Earth orbit satellites which will cover larger areas of the surface of the Earth, permitting almost instantaneous alerts. The objective of this thesis is to study the localization performance of this new system, named MEOSAR (Medium Earth Orbit Search and Rescue).

We first study the quality of the link between the beacon, the satellite and the ground receiving station through a link budget. Then, we propose a signal model based on sigmoidal functions to model the smooth transitions of the distress signal. For this model, the localization performance (in terms of Cramér-Rao bounds and estimator variances) is studied for the estimation of the beacon position and for different parameters including the time of arrival, the frequency of arrival and the symbol width.

Then, we study the impact of adding prior information on the symbol width and the signal rise time, which are constructed from the allowed tolerances on the beacon specifications. We also investigate the error introduced by the addition of oscillator phase noise, and we show how the position estimation can be improved by taking into account multiple emissions of the beacon. Finally, the localization performance of the MEOSAR system is studied for second generation beacons, which are being developed using spread spectrum modulation.

Table des matières

Remerciements	v
Résumé	vii
Abstract	ix
Introduction	1
Chapitre 1 Recherche et sauvetage par satellite	5
1.1 Introduction	5
1.2 Recherche et sauvetage par satellite	6
1.2.1 Premiers systèmes de recherche et de sauvetage	6
1.2.2 Système Cospas-Sarsat	6
1.3 Bilan de liaison pour le système MEOSAR	11
1.3.1 Qualité de la liaison montante	12
1.3.2 Qualité de la liaison descendante	13
1.3.3 Simulations	15
1.4 Simulateur Cospas-Sarsat	18
1.4.1 Ajout du temps de montée	20
1.4.2 Influence du rythme symbole	21
1.5 Conclusions et objectifs	22

Chapitre 2 Performances optimales du système	23
2.1 Introduction	23
2.2 Modèle de signal Cospas-Sarsat	24
2.2.1 Modélisation du temps de montée	25
2.2.2 Modélisation du retard	27
2.3 Estimation des paramètres du modèle	34
2.3.1 Borne de Cramér-Rao	35
2.3.2 Borne de Cramér-Rao Modifiée	36
2.3.3 Bornes conjointes	37
2.3.4 Performances optimales d'estimation des paramètres	38
2.3.5 Simulations	39
2.4 Localisation à partir des paramètres estimés	43
2.4.1 Performances optimales de localisation	44
2.4.2 Algorithme de localisation	44
2.4.3 Simulations	46
2.5 Conclusions	48
Chapitre 3 Localisation avec information a priori, bruit de phase et signaux multiples	49
3.1 Introduction	49
3.2 Estimation Bayésienne	50
3.3 Utilisation d'information a priori sur la période symbole	51
3.3.1 Simulations	54
3.4 Utilisation d'information a priori sur le temps de montée	56
3.4.1 Évaluation de l'intégrale dans le domaine fréquentiel	57
3.4.2 Évaluation de l'intégrale dans le domaine temporel	58
3.4.3 Calcul de la BCRM pour l'estimation du temps de montée	60
3.4.4 Simulations	62
3.5 Ajout de bruit de phase	64

3.5.1	Génération de bruit de phase	64
3.5.2	Simulations	66
3.6	Utilisation de signaux multiples	70
3.6.1	Simulations	71
3.7	Conclusions	74
Chapitre 4	Application aux signaux à spectre étalé	75
4.1	Introduction	75
4.2	Balises de détresse de deuxième génération	76
4.3	Modulation par étalement de spectre	76
4.3.1	Étalement de spectre par séquence directe	77
4.3.2	Densité spectrale de puissance du signal	78
4.4	Définition d'un signal CDMA MEOSAR	80
4.4.1	Signaux à spectre étalé avec modulation OQPSK	80
4.4.2	Performances optimales d'estimation des paramètres d'un signal CDMA	82
4.4.3	Efficacité spectrale	85
4.5	Simulations	88
4.5.1	Performances d'estimation des paramètres	88
4.5.2	Performances de localisation	92
4.6	Conclusions	93
Conclusions et perspectives		95
Annexes		99
Annexe A	Expression de la MFIM	101
Annexe B	Calcul de la MFIM	103
Bibliographie		119

Table des figures

1.1	Balises de détresse du système Cospas-Sarsat [Ber12].	7
1.2	Fonctionnement du système Cospas-Sarsat (figure modifiée de [Rei13]).	7
1.3	Orbites des systèmes LEOSAR et GEOSAR.	8
1.4	Évènements de recherche et de sauvetage en 2011, d'après [Cos12d].	9
1.5	Comparaison de la zone de couverture des systèmes LEOSAR et MEOSAR.	10
1.6	Bilan de liaison pour le système MEOSAR.	11
1.7	Angles d'élévation pour les liaisons montante et descendante.	13
1.8	Rapports C/N_0 et C/I_0 du bilan de liaison pour le système MEOSAR.	17
1.9	Organisation des traitements du simulateur Cospas-Sarsat.	18
1.10	Analyse spectrale du signal bruité.	19
2.1	Illustration de (a) la phase et (b) le plan complexe pour le signal $s(t)$	25
2.2	Fonction sigmoïde $f_\alpha(t)$ pour différents temps de montée T_r	26
2.3	Impulsion de Manchester $g(t)$ pour différents temps de montée T_r	26
2.4	Mouvement du satellite par rapport à un point sur Terre.	28
2.5	Retard $\tau(t)$ en fonction de l'angle $\theta(t)$	29
2.6	Vitesse et accélération relatives en fonction de l'angle $\theta(t)$	32
2.7	Parcours du signal de la balise à la MEOLUT.	33
2.8	Variance de λ , BCR(λ) et BCRM(λ). Modifié de [MD97].	36
2.9	Estimation de ν en utilisant la transformée de Fourier et un polynôme d'ordre 2.	40
2.10	Filtrage adapté et rééchantillonnage de $\phi(t)$ pour $\mathbf{b} = (1, 1, -1)$	40

2.11	Performance d'estimation du FOA pour différents temps de montée T_r .	41
2.12	Performance d'estimation de T et du TOA pour différents temps de montée T_r .	42
2.13	Estimation de la position de la balise pour (a) des géométries favorables et (b) des géométries défavorables en considérant différentes valeurs du temps de montée T_r et du GDOP _f .	47
3.1	Bornes Bayésiennes et PDFs de T pour différentes valeurs de σ_T .	53
3.2	Bornes modifiées et bornes Bayésiennes modifiées.	55
3.3	Chaine de calcul de la BCRM(α).	57
3.4	$p_{n,\alpha}(t)$ pour $n = 0$, $\tau = 0$ et différents temps de montée T_r .	59
3.5	$p_{n,\alpha}(t)$, $p_{n,T}(t)$ et $p_{n,\tau}(t)$ pour $n = 0$, $\tau = 0$ et $T_r = 250 \mu s$.	60
3.6	Estimation conjointe de T , τ et de T_r pour $\sigma_T = \infty$ et $\sigma_T = 0.01 \mu s$.	63
3.7	Génération du bruit de phase $\psi(t)$.	66
3.8	Caractéristiques temporelle et fréquentielle du bruit de phase.	67
3.9	BCRMs pour le décalage Doppler ν en présence de bruit de phase en fonction de $\sigma_y(\tau_a)$.	68
3.10	BCRMs et RMSEs des estimateurs de T et τ en présence de bruit de phase en fonction de $\sigma_y(\tau_a)$.	69
3.11	(a) Comparaison de performance d'estimation de position pour une géométrie favorable illustrée dans (b) (GDOP = 2.6, GDOP _f = 0.7) et une géométrie défavorable illustrée dans (c) (GDOP = 12.4, GDOP _f = 2.7).	72
3.12	Comparaison de la méthode d'estimation de \mathbf{p} avec la moyenne des positions estimées.	73
4.1	Génération d'un signal à spectre étalé $x(t)$ en utilisant un code d'étalement $c(t)$.	77
4.2	Densités spectrales de puissance de $m(t)$ et de $x(t)$.	79
4.3	Comparaison des modulations QPSK et OQPSK.	80
4.4	Comparaison de (a) $ G(f) ^2$ pour le signal Cospas-Sarsat actuel et de (b) $ G_c(f) ^2$ pour le signal à spectre étalé.	87
4.5	Densité spectrale de puissance du signal à spectre étalé avec modulation OQPSK. Estimation sur une moyenne de 100 signaux simulés.	89
4.6	Estimation de (a) T pour le signal actuel et de T_c pour le signal à spectre étalé.	90

4.7	Estimation de (a) l'effet Doppler et (b) du temps d'arrivée pour le signal actuel et pour le signal à spectre étalé.	91
4.8	Estimation de la position de la balise pour (a) une géométrie favorable ($\text{GDOP} = 2.6$ et $\text{GDOP}_f = 0.7$) et (b) une géométrie défavorable ($\text{GDOP} = 12.4$ et $\text{GDOP}_f = 2.7$). . .	92

Liste des tableaux

1.1	Paramètres du bilan de liaison pour le système MEOSAR.	16
1.2	Paramètres du simulateur Cospas-Sarsat.	20
1.3	TEB obtenus et messages perdus (MP) pour différentes valeurs de T_r et de C/N_0 . . .	20
1.4	TEB obtenus, messages perdus (MP) et matrices d'erreurs pour différents C/N_0 et R_s . .	21
2.1	Paramètres de la simulation	41
3.1	Paramètres de la simulation	54
3.2	Paramètres de la simulation	62
3.3	Modèles de puissance de $S_y(f)$ et les variances d'Allan $\sigma_y^2(\tau_a)$ correspondantes. . . .	65
3.4	Paramètres de la simulation	68
3.5	Paramètres de la simulation	71
4.1	Paramètres de la simulation pour le signal actuel et le signal à spectre étalé.	89

Introduction

Contexte et problématique de la thèse

Le système Cospas-Sarsat est un système de recherche et de sauvetage international conçu pour détecter et localiser des balises de détresse activées par des avions, des navires et des personnes en détresse. Actuellement, ce système fonctionne à l'aide de satellites en orbite basse (à 850 km d'altitude) et de satellites en orbite géostationnaire (à 35800 km d'altitude). La position de la balise est estimée en utilisant l'effet Doppler sur le signal reçu, mais cette position peut être aussi directement transmise par la balise lorsque celle-ci dispose d'un module GPS intégré. Toutefois, à cause de la géométrie de la constellation de satellites et à cause des obstacles entre la balise et les satellites, il peut avoir des délais importants entre l'activation de la balise et la génération d'une alerte de détresse. Afin de réduire ces délais, des instruments dédiés à la recherche et au sauvetage sont en cours d'installation à bord de satellites de navigation en orbite moyenne (à 23600 km d'altitude). Ce nouveau système a été nommé système MEOSAR (*Medium Earth Orbit Search and Rescue*) et devrait permettre une localisation quasi instantanée.

L'objectif de cette thèse est d'étudier les performances de localisation du système MEOSAR. Plus précisément, nous proposons un modèle de signal de détresse Cospas-Sarsat et nous calculons les performances d'estimation des paramètres de ce modèle. À partir de ces résultats, nous obtenons les performances de localisation de la balise détresse qui peuvent être comparées avec les performances d'estimateurs classiquement utilisés. Finalement, les outils développés lors de cette thèse sont appliqués aux signaux des balises de détresse de deuxième génération qui sont en cours de développement

et qui devraient remplacer les balises de détresse actuelles. Cette thèse a été menée au Laboratoire de télécommunications spatiales et aéronautiques (TéSA) et à l'Institut de recherche en informatique de Toulouse (IRIT) au sein de l'équipe Signal et communications (SC) avec le soutien technique et financier du CNES et de Thales Alenia Space.

Organisation du manuscrit

Le premier chapitre présente un bref historique des systèmes de recherche et de sauvetage à l'échelle mondiale. Ensuite nous introduisons le système Cospas-Sarsat actuel, ainsi que les motivations de la transition vers le système MEOSAR. Pour ce nouveau système, nous étudions la qualité de la liaison entre la balise de détresse, le satellite et la station de réception à l'aide d'un bilan de liaison. Puis nous abordons les résultats du simulateur Cospas-Sarsat qui nous ont permis d'identifier deux paramètres importants à étudier dans la suite de ce travail : le temps de montée et la période symbole du signal de détresse.

Le deuxième chapitre introduit le modèle proposé pour le signal de détresse du système Cospas-Sarsat. Afin de modéliser les transitions douces du signal, nous proposons d'utiliser une fonction sigmoïde. Pour ce modèle, nous calculons les performances optimales d'estimation du temps d'arrivée, de la fréquence d'arrivée et de la période symbole à l'aide de bornes de Cramér-Rao modifiées. Ces bornes définissent une limite inférieure pour la variance minimale de ces paramètres, et sont ensuite utilisées pour calculer la performance optimale d'estimation de la position de la balise. À la fin du chapitre, les bornes obtenues sont comparées à la variance d'estimateurs classiques.

Le troisième chapitre tente de rapprocher les résultats obtenus dans le chapitre précédent au contexte d'application du système MEOSAR. Nous utilisons d'abord de l'information a priori sur la période symbole et sur le temps de montée du signal, provenant des spécifications des balises de détresse, qui autorisent certaines tolérances sur ces paramètres. Ensuite nous étudions l'erreur introduite par l'ajout de bruit de phase caractéristique des oscillateurs des balises. Finalement, nous étudions l'amélioration de précision de localisation lorsque plusieurs émissions de la balise sont prises en compte pour le calcul de position.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à l'étude des signaux à spectre étalé qui devraient remplacer les signaux Cospas-Sarsat actuels dans la prochaine génération du système. Ces signaux utilisent la modulation OQPSK (*Offset Quadrature Phase-Shift Keying*) avec le codage CDMA (*Code Division Multiple Access*) par étalement de spectre, ce qui apporte des améliorations telles que la robustesse aux interférences entre les balises et une meilleure précision de localisation. Nous proposons un modèle pour ces signaux et nous calculons les performances optimales d'estimation des paramètres de ce modèle à l'aide de bornes de Cramér-Rao modifiées. Ces bornes sont ensuite comparées à la variance d'estimateur classiques, et sont aussi confrontées aux résultats obtenus pour le signal Cospas-Sarsat actuel.

Principales contributions

Les principales contributions de ce travail sont présentées ci-dessous.

Chapitre 1. Ce chapitre introduit le système Cospas-Sarsat et étudie la qualité de la liaison entre la balise, le satellite et la station de réception au sol pour la prochaine génération de ce système à l'aide d'un bilan de liaison.

Chapitre 2. Nous proposons un modèle de signal Cospas-Sarsat en utilisant des fonctions sigmoïdes pour représenter les transitions du signal. Pour ce modèle, nous calculons les bornes de Cramér-Rao modifiées pour le temps d'arrivée, la fréquence d'arrivée, la période symbole et la position de la balise en prenant en compte la constellation de satellites. Ces résultats ont fait l'objet de communications dans les conférences [[NCG⁺13b](#), [NCG⁺13a](#), [NCG⁺13c](#)].

Chapitre 3. Nous calculons les bornes de Cramér-Rao Bayésiennes modifiées pour l'estimation du temps d'arrivée et de la période symbole, en utilisant de l'information a priori sur le rythme symbole et le temps de montée du signal. Puis, à l'aide de simulations, nous étudions l'erreur introduite par l'ajout de bruit de scintillation de fréquence (*flicker frequency*), caractéristique des oscillateurs des balises. Finalement, nous calculons la borne de Cramér-Rao modifiée pour l'estimation de la position de la balise lorsque plusieurs émissions de la balise sont utilisées pour la localisation.

Chapitre 4. Dans ce chapitre, les outils développés au long de cette thèse sont appliqués aux signaux CDMA à spectre étalé susceptibles de remplacer les signaux Cospas-Sarsat actuels dans la prochaine génération du système. Nous proposons un modèle pour ces signaux, et nous calculons les bornes de Cramér-Rao modifiées pour les paramètres de ce modèle. Ces bornes permettent la comparaison des performances optimales de localisation du signal Cospas-Sarsat actuel avec le signal à spectre étalé.

Liste des publications

1. V. B. Nicolau, M. Coulon, Y. Grégoire, T. Calmettes et J.-Y. Tourneret, « Modified Cramer-Rao lower bounds for TOA and symbol width estimation. An application to search and rescue signals », dans *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, Vancouver, Canada, mai 2013, p. 5160–5164.
2. V. B. Nicolau, M. Coulon, Y. Grégoire, T. Calmettes et J.-Y. Tourneret, « Bornes de Cramér-Rao modifiées pour le temps d'arrivée et la période symbole. Application aux signaux Cospas-Sarsat », dans *Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, Brest, France, septembre 2013.
3. V. B. Nicolau, M. Coulon, Y. Grégoire, T. Calmettes et J.-Y. Tourneret, « Performance of TOA and FOA-based Localization for Cospas-Sarsat Search and Rescue Signals », dans *Proc. IEEE Int. Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Process. (CAMSAP)*, Saint-Martin, Antilles françaises, article à paraître, décembre 2013.

CHAPITRE 1

Recherche et sauvetage par satellite

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	Recherche et sauvetage par satellite	6
1.2.1	Premiers systèmes de recherche et de sauvetage	6
1.2.2	Système Cospas-Sarsat	6
1.3	Bilan de liaison pour le système MEOSAR	11
1.3.1	Qualité de la liaison montante	12
1.3.2	Qualité de la liaison descendante	13
1.3.3	Simulations	15
1.4	Simulateur Cospas-Sarsat	18
1.4.1	Ajout du temps de montée	20
1.4.2	Influence du rythme symbole	21
1.5	Conclusions et objectifs	22

1.1 Introduction

Ce chapitre présente la création des premiers systèmes de recherche et de sauvetage à l'échelle mondiale et introduit le système Cospas-Sarsat actuel qui fonctionne à l'aide de satellites en orbite basse et de satellites en orbite géostationnaire. Nous exposons les avantages et les inconvénients de ce système, qui sont liés à la configuration de la constellation de satellites, puis nous présentons une amélioration du système en utilisant des satellites de navigation en orbite moyenne. Pour ce nouveau système, nous étudions la qualité de la liaison montante (entre la balise de détresse et le satellite) et de la liaison descendante (entre le satellite et la station de réception) à l'aide d'un bilan de liaison.

Finalement, nous abordons les résultats du simulateur Cospas-Sarsat sur la performance de démodulation des messages de détresse et qui justifient l'intérêt de considérer deux aspects importants du signal de détresse dans la suite de ce travail : le temps de montée et l'estimation du rythme symbole.

1.2 Recherche et sauvetage par satellite

Cette section présente d’abord un bref historique de l’évolution de la “recherche-et-sauvetage” à l’échelle mondiale, puis introduit le système Cospas-Sarsat actuel. Nous étudions les limitations de ce système qui fonctionne à l’aide de satellites en orbite basse et géostationnaires et nous regardons les avantages d’utiliser une nouvelle constellation de satellites en orbite moyenne.

1.2.1 Premiers systèmes de recherche et de sauvetage

Les premières radios maritimes ont été installées sur des navires à la fin du XIX^e siècle. Ces instruments étaient utilisés principalement pour la transmission de télégrammes de passagers [Ahm06]. Puis, en avril 1912, l’incident majeur de naufrage du paquebot Titanic s’est produit, avec un message de détresse télégraphié en code Morse. Cet événement a été déterminant dans l’organisation des moyens de recherche et de sauvetage et a conduit, en 1914, à la première convention internationale de sauvegarde de la vie humaine en mer ou SOLAS (*Safety of Life at Sea*). Cette convention imposait des normes de sécurité aux navires, et l’assistance à d’autres navires en détresse [Ilc11].

Des moyens de surveillance de détresse ont été mis en place sur les côtes et à bord des navires. Toutefois, le débit d’information des signaux Morse était limité et exigeait des opérateurs qualifiés, ainsi que de nombreuses heures à l’écoute sur la fréquence de détresse. Ce système a progressé et a été étendu à l’aviation en 1950 [Bou50]. Puis, suite à la convention internationale de recherche-et-sauvetage de 1979, le système Cospas-Sarsat est entré en vigueur en 1985 [JSD11].

1.2.2 Système Cospas-Sarsat

Cospas est l’acronyme russe pour *Cosmicheskaya Sistyema Poiska Avariynich Sudov* (système spatial pour les recherches des navires en détresse) et Sarsat est l’acronyme anglais pour *Search and Rescue Satellite-Aided Tracking* (système d’aide aux recherches et au sauvetage par satellite). Le système Cospas-Sarsat a été conçu pour fournir des alertes de détresse et des données de localisation pour faciliter les opérations de recherche et de sauvetage, en utilisant des satellites et des installations au sol pour détecter et localiser les signaux des balises de détresse (figure 1.1) [Cos09]. Le



FIGURE 1.1 – Balises de détresse du système Cospas-Sarsat [Ber12].

fonctionnement du système est illustré sur la figure 1.2. Lors de l'activation de la balise de détresse, un signal est émis dans la bande de fréquence de 406 MHz. Ce signal est reçu par des satellites puis est retransmis à la station de réception au sol pour le calcul de position. Ensuite, la position estimée et le message de détresse décodé sont envoyés au centre de contrôle de mission, qui alerte le centre de coordination des secours, ainsi que les autorités de recherche et de sauvetage appropriées.

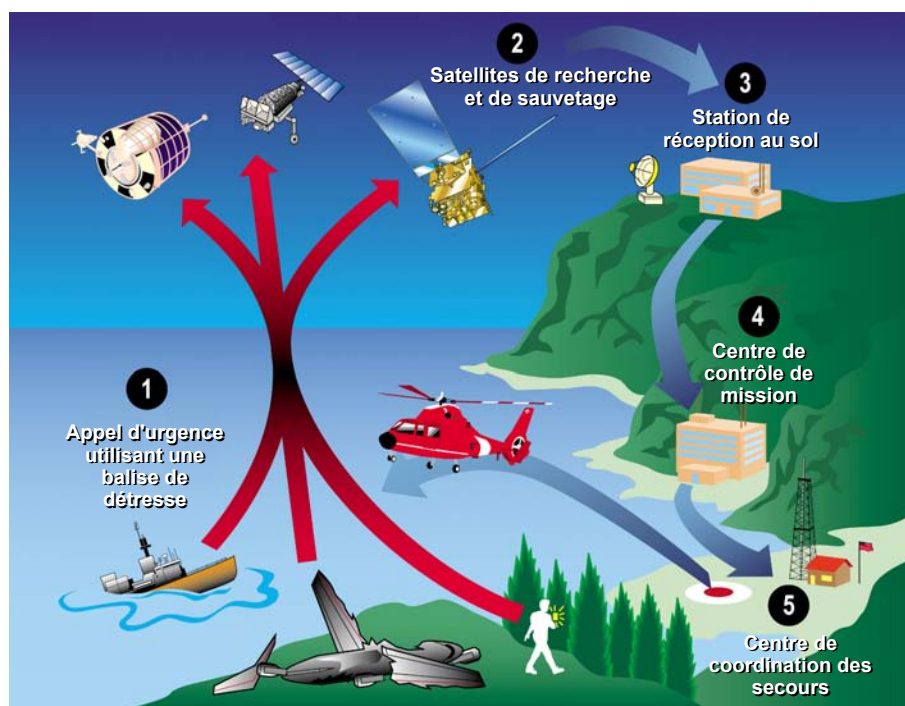


FIGURE 1.2 – Fonctionnement du système Cospas-Sarsat (figure modifiée de [Rei13]).

Système LEOSAR

A l'origine, Cospas-Sarsat était constitué d'un système de satellites en orbite basse (à 850 km d'altitude), nommé LEOSAR (*Low Earth Orbit Search and Rescue*). Ce système utilise l'effet Doppler, ce qui donne deux positions pour la balise : la vraie position et une position au sol qui est symétrique par rapport à la trajectoire du satellite. Cette ambiguïté peut être résolue soit par un deuxième passage de satellite, soit par des calculs qui tiennent compte de la rotation de la Terre [Ilc07]. Ainsi, le système LEOSAR a démontré que la localisation des balises de détresse était facilitée par l'utilisation de satellites en orbite polaire, à basse altitude (figure 1.3). Toutefois, ce système ne fournit pas une couverture continue de la Terre. De plus, le faible nombre de satellites implique un retard entre l'activation de la balise et la génération d'une alerte qui peut être important [L'NW10].

Système GEOSAR

En 1998, afin de réduire le retard des alertes, des satellites géostationnaires (à 35800 km d'altitude) ont été ajoutés au système [Cos12c]. Le segment spatial a été nommé GEOSAR (*Geostationary Earth Orbit Search and Rescue*). Ces satellites couvrent une grande partie du globe mais, puisque ces satellites sont fixes par rapport à la Terre, l'effet Doppler ne peut pas être utilisé pour la localisation. Cependant, des balises ont été développées avec un module GPS (*Global Positioning System*) intégré, où la position de la balise est ajoutée dans le message de détresse, ce qui fournit une alerte presque immédiate [JLL⁺08]. Ainsi, les systèmes LEOSAR et GEOSAR sont complémentaires : les satellites en orbite basse peuvent détecter des détresses quand des obstacles bloquent la visibilité des satellites géostationnaires, et le système GEOSAR réduit le retard des alertes du système LEOSAR.

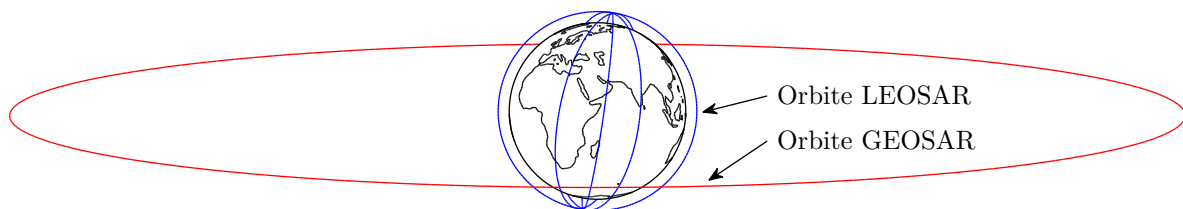


FIGURE 1.3 – Orbites des systèmes LEOSAR et GEOSAR.

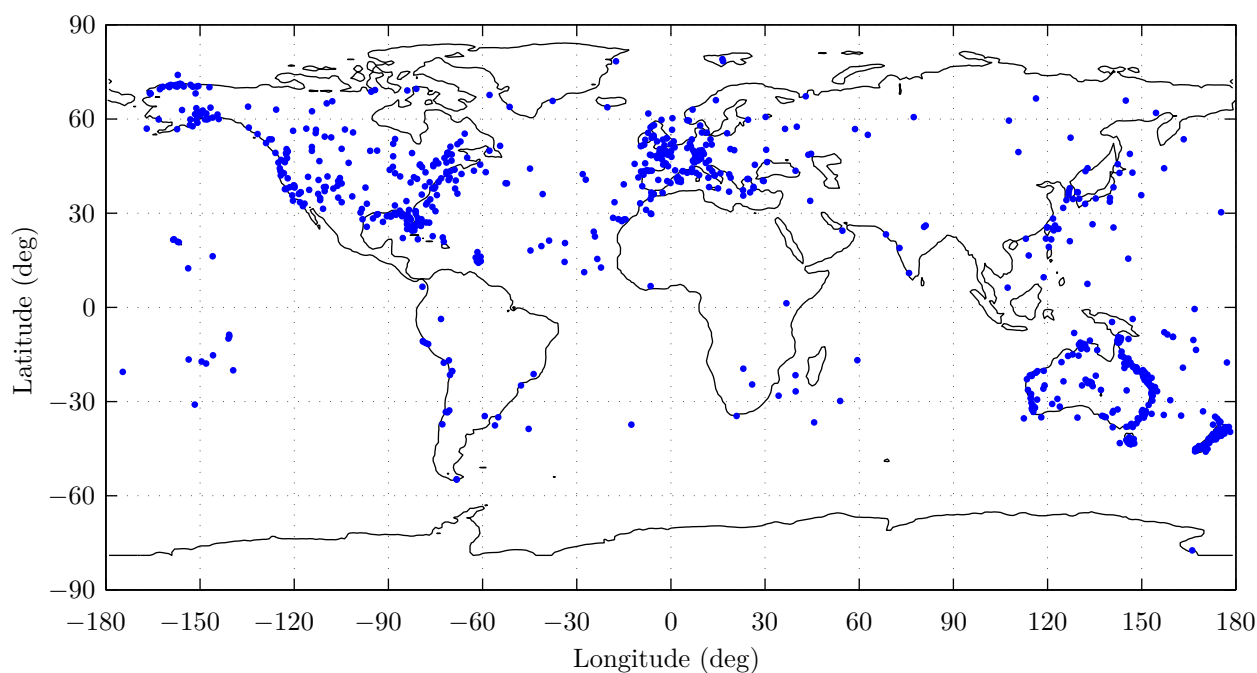


FIGURE 1.4 – Évènements de recherche et de sauvetage en 2011, d'après [Cos12d].

La figure 1.4 présente les 644 évènements de recherche et sauvetage qui ont eu lieu en 2011, où les données de Cospas-Sarsat ont été utiles et 2313 personnes ont été sauvées [Cos12d].

Les systèmes LEOSAR et GEOSAR présentent toutefois quelques limitations. Dans des conditions réelles, 66% des balises de détresse qui possèdent un module GPS ne transmettent pas leur position à cause du temps nécessaire pour l'acquisition du signal GPS [Gau09]. De plus, pour le système GEOSAR, il a été vérifié qu'environ 10% des alertes ne sont pas détectées à cause des obstructions ou des signaux trop faibles [Cos99].

Système MEOSAR

En 1997, une étude canadienne a montré qu'une constellation de satellites en orbite moyenne serait plus adaptée pour les applications de recherche et de sauvetage [CAL97]. Puis, en 2000, les États-Unis, la Commission européenne et la Russie ont entamé des négociations avec Cospas-Sarsat quant à l'installation d'instruments dédiés à la recherche et au sauvetage à bord des satellites de

navigation en orbite moyenne (à 23600 km d'altitude) [Cos12c]. Ce système a été nommé système MEOSAR (*Medium Earth Orbit Search and Rescue*). La figure 1.5 compare les zones de couvertures des satellite des systèmes LEOSAR et MEOSAR, où sont illustrées la balise de détresse et la station de réception du système MEOSAR, nommée MEOLUT (*Medium Earth Orbit Local User Terminal*).

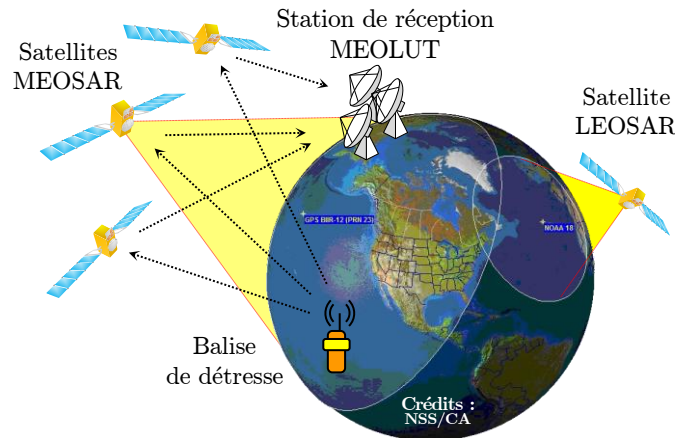


FIGURE 1.5 – Comparaison de la zone de couverture des systèmes LEOSAR et MEOSAR.

La différence d'altitude entre les deux systèmes implique un délai de 30 minutes pour qu'un satellite LEOSAR traverse la zone de couverture d'un satellite MEOSAR [KS08]. De plus, la constellation de satellites MEOSAR devrait augmenter au fur et à mesure que des charges utiles de recherche et sauvetage sont embarquées dans les satellites de navigation américains (système GPS), russes (système GLONASS) et européens (système Galileo) [Nat11]. Ainsi, il a été constaté que le système MEOSAR pouvait apporter des bénéfices importants à la recherche et sauvetage par satellite :

- Couverture continue de la Terre avec une bonne précision pour la localisation indépendante (sans utiliser le module GPS de la balise), permettant des alertes quasi instantanées ;
- Robustesse face aux obstacles entre la balise et les satellites ;
- Redondance et disponibilité élevées des satellites ;
- Possibilité d'une liaison retour pour permettre au centre de contrôle de confirmer à la personne en détresse que son message d'alerte a été reçu [Ber13].

La section suivante présente le bilan de liaison MEOSAR, qui étudie la qualité de la liaison montante entre la balise et le satellite et de la liaison descendante entre le satellite et la MEOLUT.

1.3 Bilan de liaison pour le système MEOSAR

Les performances du système MEOSAR dépendent du bilan de liaison entre la balise, le satellite, et la station de réception [Cos12c]. Nous décrivons d'abord les éléments du bilan de liaison pour ensuite calculer les indicateurs de qualité des liaisons montante et descendante, qui sont les rapports C/N_0 entre la puissance du signal et la densité spectrale de bruit de ces liaisons. Finalement, des simulations sont présentées en tenant compte des spécifications du système. Ces simulations nous permettent de justifier les valeurs de C/N_0 qui seront considérées dans la suite de la thèse. La figure 1.6 illustre les éléments du bilan de liaison, comprenant une balise et un satellite interférents.

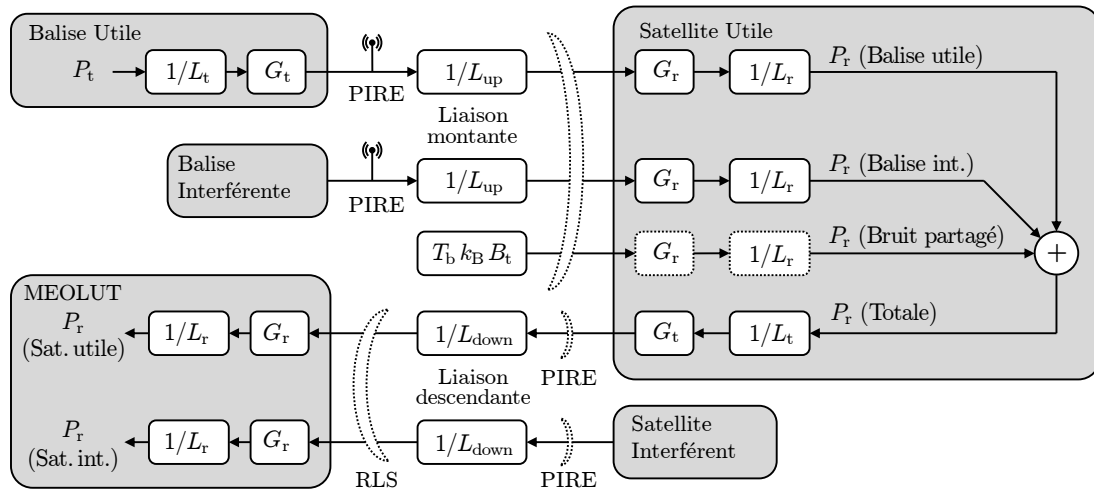


FIGURE 1.6 – Bilan de liaison pour le système MEOSAR.

La qualité de la liaison de bout en bout peut être mesurée par le rapport $(C/N_0)_{total}$, donné par [MVB93]

$$\left(\frac{C}{N_0}\right)_{total}^{-1} = \left(\frac{C}{N_0}\right)_{up}^{-1} + \left(\frac{C}{I_0}\right)_{down}^{-1} + \left(\frac{C}{N_0}\right)_{down}^{-1} \quad (1.1)$$

où $(C/N_0)_{up}$ est le rapport pour la liaison montante, $(C/N_0)_{down}$ représente le rapport pour la liaison descendante et $(C/I_0)_{down}$ est le rapport entre la puissance du signal et la densité spectrale des signaux interférents pour la liaison descendante. On note que les interférences sont prises en compte sur la voie descendante, car celles-ci occupent une partie de la puissance dans la bande d'émission disponible du satellite [Cos10a, E-C3]. Les sections suivantes présentent le calcul des trois termes dans (1.1).

1.3.1 Qualité de la liaison montante

Le rapport $(C/N_0)_{\text{up}}$ pour la liaison montante est donné par [MB02]

$$\left(\frac{C}{N_0}\right)_{\text{up}} = \frac{\text{PIRE}_{(\text{Balise utile})}(G/T)_{(\text{Sat. utile})}}{L_{\text{up}} k_B} \quad (1.2)$$

où la PIRE est la puissance isotrope rayonnée équivalente, le rapport G/T est un indicateur qui caractérise l'équipement de réception (rapport du gain de réception sur température équivalente de bruit), L_{up} représente les pertes de la liaison montante, et k_B est la constante de Boltzmann. La PIRE est généralement définie comme le produit entre la puissance de transmission P_t et le gain d'antenne G_t . Le gain d'antenne est un facteur qui permet d'augmenter la densité de puissance irradiée dans une certaine direction. Ainsi, pour une antenne qui irradie de façon isotrope dans l'espace libre sans une directivité particulière, $G_t = 1$ et la PIRE est égale à P_t [PS08]. Dans le cas de la balise utile de la figure 1.6, la PIRE peut être définie en considérant les pertes de transmission (notées L_t), et on obtient

$$\text{PIRE} = \frac{P_t G_t}{L_t}. \quad (1.3)$$

Les pertes L_{up} pour la voie montante sont données en fonction des pertes en espace libre (L_e), des pertes d'atténuation dans l'atmosphère (L_a) et des pertes par désadaptation de polarisation (L_p), telles que

$$L_{\text{up}} = L_e L_a L_p. \quad (1.4)$$

Par la suite, nous obtenons une expression pour les pertes en espace libre L_e en fonction de la distance d entre l'émetteur et le récepteur. Ces pertes correspondent à la partie du flux de puissance rayonnée par l'antenne d'émission qui n'est pas interceptée par l'antenne de réception. On calcule donc le rapport de la surface rayonnée à une distance d de l'antenne d'émission par la surface effective A_{eff} de captation de l'antenne de réception. La surface effective A_{eff} d'une antenne est liée à son gain de réception G_r suivant la relation [PS08]

$$A_{\text{eff}} = \frac{\lambda_0^2}{4\pi} G_r \quad (1.5)$$

où $\lambda_0 = c/f_0$ est la longueur d'onde, c est la vitesse de la lumière et f_0 est la fréquence du signal transmis. Les pertes en espace libre sont calculées pour le cas d'une antenne isotrope (pour laquelle

$G_r = 1$), où on obtient $A_{\text{eff}} = \frac{\lambda_0^2}{4\pi}$. Ainsi, on calcule L_e en divisant la surface d'une sphère de rayon d par la surface effective de l'antenne d'une antenne isotrope et on obtient [MB02]

$$L_e = \left(\frac{4\pi d}{\lambda_0} \right)^2. \quad (1.6)$$

La distance d peut être calculée en utilisant la loi des cosinus (Théorème d'Al-Kashi)

$$d = -r_e \sin \gamma + \sqrt{r_e^2 \sin^2 \gamma + 2r_e a_{\text{sat}} + a_{\text{sat}}^2} \quad (1.7)$$

où r_e est le rayon équatorial de la Terre, a_{sat} est l'altitude du satellite, et γ est l'angle d'élévation du satellite, illustré sur la figure 1.7 comme γ_{up} ou γ_{down} selon la liaison étudiée. La section suivante évalue les termes $(C/N_0)_{\text{down}}$ et $(C/I_0)_{\text{down}}$ dans (1.1) pour la voie descendante.

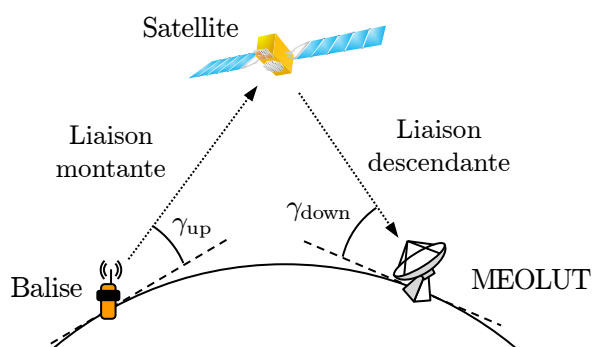


FIGURE 1.7 – Angles d'élévation pour les liaisons montante et descendante.

1.3.2 Qualité de la liaison descendante

Le rapport $(C/N_0)_{\text{down}}$ pour la liaison descendante entre le satellite et la station de réception MEOLUT est donné par [Col10]

$$\left(\frac{C}{N_0} \right)_{\text{down}} = \frac{\text{PIRE}_{(\text{Sat. utile})} (G/T)_{(\text{MEOLUT})}}{L_{\text{down}} k_B} \frac{1}{L_{\text{part}}} \quad (1.8)$$

où L_{down} représente les pertes pour la voie descendante, de façon similaire à L_{up} dans (1.4), mais ce terme comprend aussi les pertes de dépointage L_d liées au désalignement de l'antenne d'émission du

satellite et de l'antenne de réception de la MEOLUT, suivant

$$L_{\text{down}} = L_e L_a L_p L_d. \quad (1.9)$$

L'expression de $(C/N_0)_{\text{down}}$ dans (1.8) est similaire à (1.2), avec un facteur supplémentaire L_{part} de pertes partagées. Ces pertes représentent la fraction de la puissance disponible en émission du satellite émetteur allouée pour la balise utile [Cos10a, HPS+02]

$$\frac{1}{L_{\text{part}}} = \frac{P_{\text{r}}(\text{Balise utile})}{P_{\text{r}}(\text{Totale})} \quad (1.10)$$

où la puissance de la balise utile reçue au niveau du satellite peut être obtenue selon la figure 1.6 en fonction des gains et des pertes illustrés. On obtient ainsi

$$P_{\text{r}}(\text{Balise utile}) = \frac{P_t G_t G_r}{L_t L_e L_a L_p L_r} \quad (1.11)$$

où G_r est le gain de réception de l'antenne du satellite et L_r représente les pertes en réception des câbles et des connecteurs du satellite. La puissance totale reçue au niveau du satellite dans (1.10) est donnée par la somme

$$P_{\text{r}}(\text{Totale}) = P_{\text{r}}(\text{Balise utile}) + N_{\text{bi}} P_{\text{r}}(\text{Balise int}) + P_{\text{r}}(\text{Bruit part}) \quad (1.12)$$

où N_{bi} est le nombre de balises interférentes, $P_{\text{r}}(\text{Balise int})$ est la puissance moyenne reçue des balises interférentes, et $P_{\text{r}}(\text{Bruit part})$ est la puissance reçue du bruit partagé, donnée par

$$P_{\text{r}}(\text{Bruit part}) = T_b k_B B_t \quad (1.13)$$

où T_b est la température du bruit thermique de l'antenne du satellite et B_t est la largeur de bande du transpondeur. Dans le calcul de $P_{\text{r}}(\text{Bruit part})$, on note que le gain G_r et les pertes L_r en réception du satellite n'ont pas été pris en compte (ces éléments sont représentés en pointillé dans la figure 1.6). Ceci vient du fait que, en pratique, ces termes sont compris dans la température de bruit T_b lorsque celle-ci est mesurée à l'entrée du récepteur [Col10, Sec. 3.2.4].

Calcul du rapport C/I_0 de la liaison descendante

Le dernier terme à calculer dans (1.1) est le rapport $(C/I_0)_{\text{down}}$ entre la puissance utile et la densité spectrale de puissance des signaux interférents en entrée de la MEOLUT, donné par

$$\left(\frac{C}{I_0}\right)_{\text{down}} = \frac{P_{\text{r(Sat. utile)}}}{I_0} \frac{1}{L_{\text{part}}} \quad (1.14)$$

avec

$$I_0 = \frac{P_{\text{r(Sat. int.)}}}{B_{\text{t}}}. \quad (1.15)$$

La puissance du satellite utile et la puissance des satellites interférents reçues par la MEOLUT dans (1.14) et (1.15) sont données par

$$P_{\text{r(Sat. utile)}} = \frac{\text{PIRE}_{(\text{Sat. utile})}(G/T)_{(\text{MEOLUT})} T_{\text{b(MEOLUT)}}}{L_{\text{down}} L_{\text{r}}} \quad (1.16)$$

$$P_{\text{r(Sat. int.)}} = N_{\text{si}} \frac{\text{PIRE}_{(\text{Sat. int.)}}(G/T)_{(\text{MEOLUT})} T_{\text{b(MEOLUT)}}}{L_{\text{down}} L_{\text{r}} L_{\text{RLS}}} \quad (1.17)$$

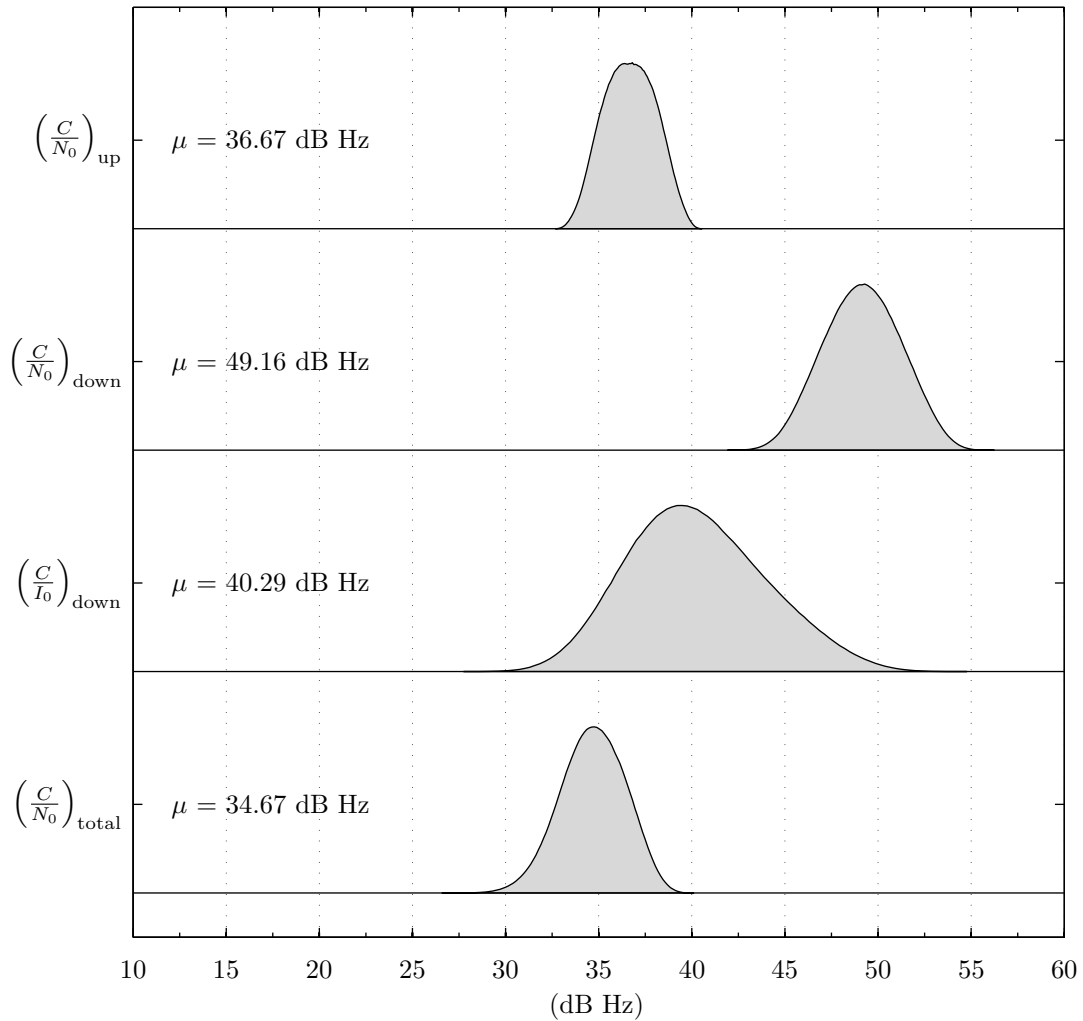
où N_{si} est le nombre de satellites interférents, L_{r} représente les pertes en réception (dus aux câbles et aux connecteurs) et L_{RLS} est l'atténuation des interférences liée au profil de réjection des lobes secondaires de l'antenne de réception à la MEOLUT. Ainsi, le rapport C/N_0 total de la liaison entre la balise, le satellite, et la station de réception peut être calculé avec les expressions (1.2), (1.8) et (1.14), qui ont été validées avec le simulateur SAR/GALILEO décrit dans [Col10]. Dans la section suivante, ces expressions sont calculées en considérant les spécifications du système.

1.3.3 Simulations

Cette section étudie la qualité des liaisons montante et descendante du système MEOSAR, en prenant en compte les paramètres regroupés dans le tableau 1.1. Dans ce tableau nous retrouvons des éléments de la figure 1.6 et les intervalles de valeurs qui ont été fixés pour quelques paramètres. Afin de représenter la variation de ces paramètres, nous faisons 10^7 tirages aléatoires suivant une distribution uniforme. La figure 1.8 présente les histogrammes obtenus pour les rapports $(C/N_0)_{\text{up}}$, $(C/I_0)_{\text{down}}$, $(C/N_0)_{\text{down}}$ et $(C/N_0)_{\text{total}}$ dans (1.1). On note que les histogrammes semblent proches de lois gaussiennes, ce qui peut se justifier en utilisant le théorème de la limite centrale. Les moyennes des

Tableau 1.1 – Paramètres du bilan de liaison pour le système MEOSAR.

	Paramètre	Symbole	Valeur	Unité	Référence
	Nombre de tirages aléatoires	N_t	10^7	tirages	
	Constante de Boltzmann	k_B	1.3806×10^{-23}	W.s/K	
	Rayon équatorial de la Terre	r_e	6378	km	[Cos12c, J-1]
	Altitude des satellites	a_{sat}	23616	km	[Cos12c, J-1]
Balise utile	Fréquence de la porteuse	f_0	406.022 à 406.079	MHz	[Cos10a, H-2]
	Angle d'élévation	γ_{up}	5 à 60	degrés	
	Puissance de transmission	P_t	5 à 9	dB W	[Cos12f, 2-4]
	Gain de transmission	G_t	-2	dB	[Cos10a, H-1]
	Pertes de transmission	L_t	0.5	dB	[Col10, p. 66]
	Pertes d'atténuation	L_a	2.5	dB	[Cos10a, H-2]
	Pertes par polarisation	L_p	4 à 4.5	dB	[Cos10a, H-2]
Satellite utile	Fréquence de la porteuse	f_0	1544.0 à 1544.2	MHz	[Cos12c, 6-2]
	Angle d'élévation	γ_{down}	5 à 90	degrés	
	Puissance isotrope rayonnée équiv.	PIRE	15 à 20	dB W	[Cos12c, J-1]
	Rapport G/T	G/T	-15.7 à -17.7	dB/K	[Cos10a, H-1]
	Pertes d'atténuation	L_a	1	dB	[Cos12c, J-1]
	Pertes par polarisation	L_p	0.2 à 1	dB	[Cos10a, H-1]
	Pertes de dépointage	L_d	0.1	dB	[Cos10a, H-1]
	Pertes en réception	L_r	1	dB	[Cos10a, H-1]
	Température de bruit	T_b	600	K	[Col10, p. 87]
	Bande du transpondeur	B_t	100	kHz	[Cos12c, 6-2]
Interférences	Nombre de balises	N_{bi}	1 à 5	balises	[Col10, p. 70]
	Fréquence de la porteuse	f_0	1544.0 à 1545.0	MHz	[Cos12c, 6-2]
	Nombre de satellites	N_{si}	1 à 6	satellites	
	Fréquence de la porteuse	f_0	406.022 à 406.079	MHz	[Cos10a, H-2]
MEOLUT	Rapport G/T	G/T	4	dB/K	[Col10, p. 88]
	Pertes en réception	L_r	0	dB	
	Réjection des lobes secondaires	L_{RLS}	10	dB	
	Température de bruit	T_b	150	K	[Col10, p. 88]

FIGURE 1.8 – Rapports C/N_0 et C/I_0 du bilan de liaison pour le système MEOSAR.

histogrammes sont indiquées sur la figure 1.8. On remarque que la valeur de 34.67 dB Hz correspondante au rapport $(C/N_0)_{\text{total}}$ est proche de la valeur nominale du système, donnée par $C/N_0 = 34.8$ dB Hz [Cos12c]. C'est pourquoi dans les chapitres suivants nous considérons essentiellement des valeurs de C/N_0 comprises entre 30 et 40 dB Hz. Dans l'expression (1.1), lorsqu'un des rapports individuels est petit, son inverse devient significatif dans la somme, et ce paramètre est dit dimensionnant. Selon la figure 1.6, on note que le rapport $(C/N_0)_{\text{up}}$ est le paramètre dimensionnant, ce qui indique que la liaison montante est la partie la plus sensible de la liaison de bout en bout.

1.4 Simulateur Cospas-Sarsat

Cette section présente le simulateur Cospas-Sarsat décrit dans [MJ99, Mon01]. L'objectif est d'identifier les paramètres qui peuvent influencer les performances de démodulation du message de détresse, et qui seront étudiés dans la suite de ce travail. Nous détaillons d'abord l'organisation des traitements dans le simulateur, puis nous présentons des résultats de simulations qui justifient l'intérêt de considérer deux paramètres importants dans la suite de ce travail : le temps de montée du signal et le rythme symbole. La figure 1.9 illustre l'organisation des traitements dans le simulateur.

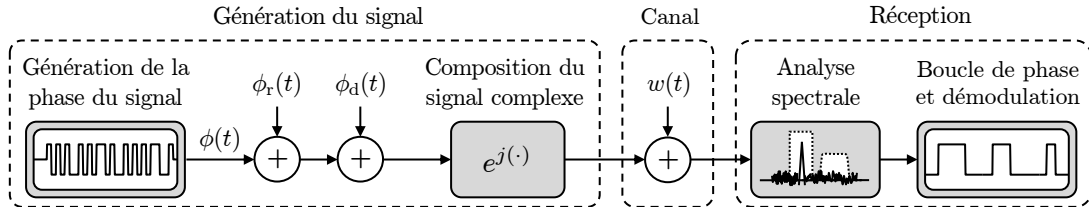


FIGURE 1.9 – Organisation des traitements du simulateur Cospas-Sarsat.

Le message de détresse est d'abord modulé en phase avec un codage Manchester, suivant [GPR⁺04]

$$\phi(t) = \beta \sum_{n=0}^{N-1} b_n g(t - nT) \quad (1.18)$$

où β est l'indice de modulation, N est le nombre de symboles, $g(t)$ est une impulsion réelle de Manchester, T est la période symbole et $\mathbf{b} = \{b_n\}$ est une suite associée aux bits d'information du message de détresse. Les premières 160 ms du signal sont allouées pour la porteuse à une fréquence $f_0 = 406$ MHz. Lorsque le signal est démodulé, nous retrouvons un résidu f_r de la porteuse en bande de base. Ce résidu est pris en compte dans le simulateur par l'ajout d'un terme linéaire, donné par

$$\phi_r(t) = 2\pi f_r t. \quad (1.19)$$

Puis, l'effet Doppler sur le signal est simulé par l'ajout d'un terme quadratique à la phase du signal

$$\phi_d(t) = \pi \alpha_d t^2 \quad (1.20)$$

où α_d est la dérive Doppler. La phase du signal est donc donnée par la somme de (1.18), (1.19) et (1.20), qui est utilisée pour construire le signal complexe. Ensuite, un bruit blanc gaussien $w(t)$ est ajouté au signal afin de simuler le canal de transmission dont les parties réelle et imaginaire ont chacune une densité spectrale de puissance égale à N_0 . L'étape suivante est l'analyse spectrale du signal, illustrée sur la figure 1.10.

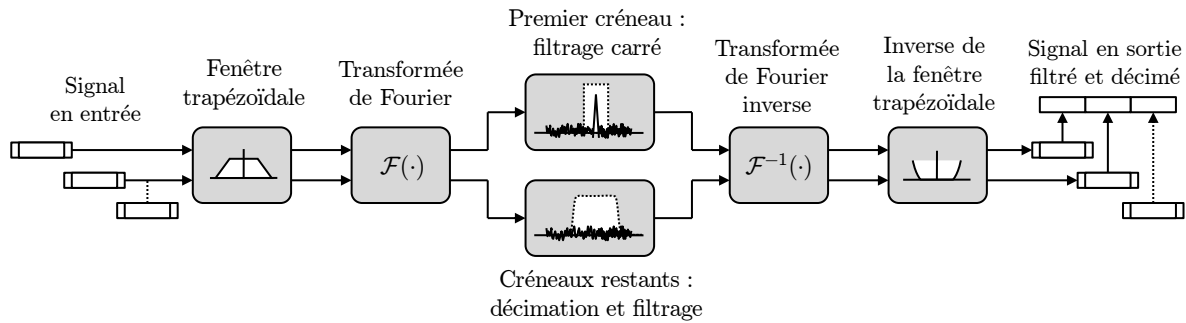


FIGURE 1.10 – Analyse spectrale du signal bruité.

Le signal bruité est filtré et décimé en utilisant une transformée de Fourier avec fenêtrage et recouvrement. Le résidu de la porteuse est estimé sur le premier créneau, après un filtrage par un filtre carré. Les créneaux restants sont filtrés et décimés par un filtre en cosinus surélevé. Le signal obtenu est ensuite démodulé dans une boucle de correction de phase, qui est la dernière étape du simulateur (figure 1.9). Cette boucle est initialisée en utilisant le résidu estimé de la porteuse, puis la phase du signal est localement approchée par une droite dont les paramètres sont mis à jour par créneaux de temps successifs [Mon01].

Les récepteurs embarqués dans des satellites en orbite moyenne sont moins susceptibles à l'effet Doppler par rapport à ceux qui sont embarqués dans des satellites en orbite basse. En conséquence, la dérive Doppler maximale $\alpha_{d_{\max}}$, qui est d'environ -85 Hz/s pour des satellites en orbite basse [MJ99], est de l'ordre de -1 Hz/s pour des satellites en orbite moyenne [Tsu00]. Ainsi, dans le cas du système MEOSAR, la boucle de correction de phase peut être négligée.

Les sections suivantes présentent les résultats obtenus avec le simulateur Cospas-Sarsat, où les variations de deux paramètres ont été étudiés : le temps de montée du signal et le rythme symbole.

1.4.1 Ajout du temps de montée

Selon les spécifications du système Cospas-Sarsat, le temps de montée T_r du signal des balises de détresse est défini comme le temps pour que la phase change de -90% à 90% de l'indice de modulation β [Cos12f, Sec. 2.3.6]. Ce paramètre a été ajouté au simulateur Cospas-Sarsat par un filtrage gaussien de la phase du signal généré. Le tableau 1.2 liste les paramètres du simulateur, où la valeur de la dérive Doppler maximale $\alpha_{d_{\max}}$ a été calculée pour le système MEOSAR (les calculs sont détaillés dans la section 2.2.2, p. 31).

Tableau 1.2 – Paramètres du simulateur Cospas-Sarsat.

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Nombre de messages	N_m	6000	messages
Nombre de symboles	N	300	symboles
Rythme symbole	R_s	404	symboles/s
Indice de modulation	β	1.0	radian
Résidu de la porteuse	f_r	10	Hz
Dérive Doppler maximale	$\alpha_{d_{\max}}$	-0.16	Hz/s

Le tableau 1.3 présente le taux d'erreur binaire (TEB) et les messages de détresse perdus (MP) pour différentes valeurs du temps de montée T_r et du rapport C/N_0 . Dans le simulateur, les messages sont considérés perdus lorsque le nombre de symboles du message n'est pas correctement estimé, ou lorsque plus de 4% des bits ne sont pas correctement démodulés [MJ99]. On note que plus le rapport C/N_0 est faible, plus l'influence du temps de montée sur le taux d'erreur binaire et les messages

Tableau 1.3 – TEB obtenus et messages perdus (MP) pour différentes valeurs de T_r et de C/N_0 .

T_r (μs)	$C/N_0 = 34$ dB Hz		$C/N_0 = 37$ dB Hz		$C/N_0 = 40$ dB Hz	
	TEB	MP	TEB	MP	TEB	MP
0	4.90×10^{-3}	9.28%	1.45×10^{-4}	0.17%	$< 5.87 \times 10^{-7}$	0%
50	4.91×10^{-3}	9.55%	1.43×10^{-4}	0.20%	$< 5.87 \times 10^{-7}$	0%
150	5.04×10^{-3}	10.48%	1.54×10^{-4}	0.33%	$< 5.87 \times 10^{-7}$	0%
250	5.27×10^{-3}	12.65%	1.65×10^{-4}	0.47%	$< 5.87 \times 10^{-7}$	0%
350	5.65×10^{-3}	15.08%	1.96×10^{-4}	0.73%	$< 5.87 \times 10^{-7}$	0%

perdus est importante. Pour $C/N_0 = 40$ dB Hz, le TEB est noté inférieur à 5.87×10^{-7} car aucune erreur n'a été commise sur la durée de la simulation.

1.4.2 Influence du rythme symbole

Le rythme symbole R_s des balises a une valeur nominale de 400 symboles/s mais les spécifications du système doivent être capables de faire face à une variation du rythme dans l'intervalle de 396 à 404 symboles/s [Cos12f, Sec. 2.2.4]. Cette section étudie l'influence de ces variations sur la démodulation des messages de détresse. Dans le simulateur Cospas-Sarsat, nous prenons R_s suivant une loi uniforme dans l'intervalle [396, 404] symboles/s, et le temps de montée $T_r = 150 \mu s$ (valeur nominale du système). Les paramètres restants sont listés dans le tableau 1.2. Le tableau 1.4 présente le TEB, les

Tableau 1.4 – TEB obtenus, messages perdus (MP) et matrices d'erreurs pour différents C/N_0 et R_s .

C/N_0	34 dB Hz	37 dB Hz	40 dB Hz
TEB	4.80×10^{-3}	1.39×10^{-4}	$< 5.87 \times 10^{-7}$
MP	18.75%	12.95%	12.83%

Matrices d'erreurs ($N_m \times N$)

messages perdus et les matrices d'erreurs de démodulation. Chaque ligne de ces matrices représente les erreurs de démodulation d'un message de détresse avec $N = 300$ symboles. On note d'abord l'absence d'erreurs de démodulation sur les premiers bits des messages. En effet, ces bits ne sont pas démodulés puisqu'ils forment un motif connu et qui est utilisé dans le simulateur Cospas-Sarsat pour détecter le signal de détresse. On note également que, pour $C/N_0 = 40$ dB Hz, le TEB est inférieur à 5.87×10^{-7} et pourtant 12.83% des messages ont été perdus. Ceci est dû à une mauvaise estimation du nombre de symboles du message, qui est induite par les variations du rythme symbole.

1.5 Conclusions et objectifs

Dans ce chapitre, nous avons introduit le système de recherche et de sauvetage Cospas-Sarsat qui fonctionne à l'aide de satellites en orbite basse (système LEOSAR) et de satellites en orbite géostationnaire (système GEOSAR). Ce système fournit des données de localisation pour faciliter les opérations de recherche et de sauvetage, mais présente des retards qui peuvent être importants et qui sont liés à la disponibilité des satellites LEOSAR et aux éventuels blocages des satellites GEOSAR. Puis, il a été vérifié que le système Cospas-Sarsat pouvait bénéficier de plusieurs améliorations en utilisant des satellites de navigation en orbite moyenne (système MEOSAR). D'une part, ce nouveau système peut fournir des alertes quasi instantanées grâce à une couverture continue de la Terre et, d'autre part, la constellation de satellites devrait augmenter rapidement avec le lancement des futurs satellites de navigation américains (GPS), russes (GLONASS) et européens (Galileo).

Ensuite, nous avons dressé le bilan de liaison pour le système MEOSAR, et nous avons montré que la liaison montante (de la balise de détresse au satellite) est plus sensible par rapport à la liaison descendante (du satellite à la station de réception MEOLUT). Finalement, à l'aide du simulateur Cospas-Sarsat, nous avons évalué l'impact du temps de montée du signal et du rythme symbole sur la performance de démodulation du message de détresse.

L'objectif de cette thèse est d'étudier l'influence du temps de montée du signal et du rythme symbole sur les performances de localisation du système MEOSAR. Dans le prochain chapitre, nous nous intéressons à l'influence de ces paramètres sur les performances d'estimation du temps d'arrivée et de la fréquence d'arrivée du signal de détresse, qui sont nécessaires lors du calcul de position.

CHAPITRE 2

Performances optimales du système

Sommaire

2.1	Introduction	23
2.2	Modèle de signal Cospas-Sarsat	24
2.2.1	Modélisation du temps de montée	25
2.2.2	Modélisation du retard	27
2.3	Estimation des paramètres du modèle	34
2.3.1	Borne de Cramér-Rao	35
2.3.2	Borne de Cramér-Rao Modifiée	36
2.3.3	Bornes conjointes	37
2.3.4	Performances optimales d'estimation des paramètres	38
2.3.5	Simulations	39
2.4	Localisation à partir des paramètres estimés	43
2.4.1	Performances optimales de localisation	44
2.4.2	Algorithme de localisation	44
2.4.3	Simulations	46
2.5	Conclusions	48

2.1 Introduction

Ce chapitre présente d'abord un modèle du signal de détresse, en apportant une attention particulière à son temps de montée. Les paramètres et les approximations du modèle sont justifiés selon le contexte d'application MEOSAR. Afin de modéliser les transitions douces du signal MEOSAR, nous proposons d'utiliser une fonction sigmoïde.

Pour le modèle proposé, les performances optimales sont calculées pour l'estimation du temps d'arrivée, de la fréquence d'arrivée et de la durée du symbole. Avec ces résultats, la performance optimale d'estimation de la position de la balise est évaluée en utilisant un changement de variables. Les expressions obtenues permettent de comprendre l'effet de chaque paramètre sur la performance

d'estimation de position et peuvent servir de référence afin d'ajuster les paramètres du système. À la fin de ce chapitre, des simulations comparent les limites théoriques des variances minimales des estimateurs des paramètres du modèle proposé avec les variances d'estimateurs classiques.

2.2 Modèle de signal Cospas-Sarsat

Suivant les spécifications des balises de détresse Cospas-Sarsat [Cos12f, Sec. 2.3.5], le signal de recherche et sauvetage transmis utilise une modulation de phase [SNH94] et peut s'écrire

$$s(t) = A_0 \cos [2\pi f_0 t + \phi(t) + \phi_0] \quad (2.1)$$

où A_0 est l'amplitude du signal, f_0 est la fréquence de la porteuse, ϕ_0 est la phase initiale et $\phi(t)$ représente les données codées en phase

$$\phi(t) = \beta \sum_{n=0}^{N-1} b_n g(t - nT) \quad (2.2)$$

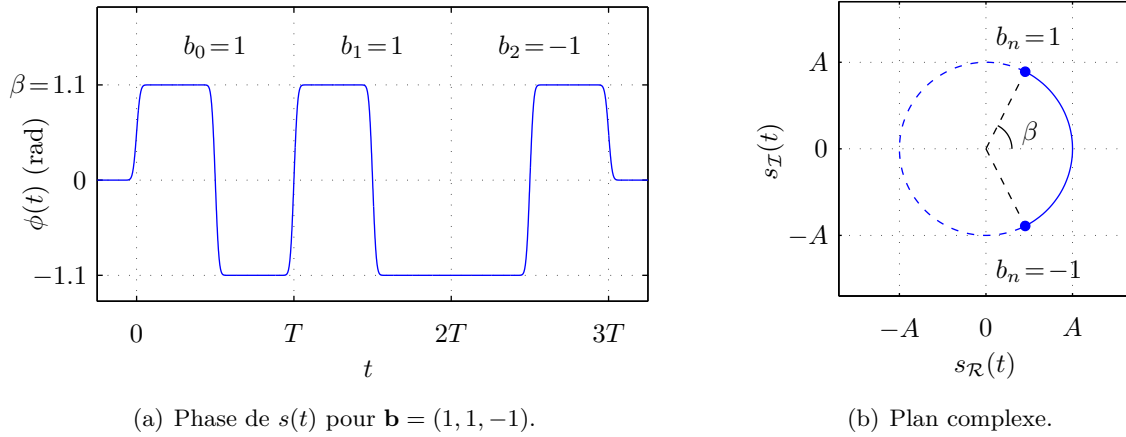
où β est l'indice de modulation, N est le nombre de symboles, $g(t)$ est une impulsion réelle de Manchester, T est la période symbole et $\mathbf{b} = \{b_n\}$ est une suite associée aux bits d'information du message de détresse. Dans ce travail, \mathbf{b} est considérée comme une suite de variables aléatoires de moyennes nulles, indépendantes et identiquement distribuées (iid). La figure 2.1(a) montre la phase $\phi(t)$ du signal et la figure 2.1(b) illustre le plan complexe, où $s_{\mathcal{R}}(t)$ et $s_{\mathcal{I}}(t)$ sont les parties réelles et imaginaires de $s(t)$. On note que la modulation de phase n'est pas une modulation BPSK (*Binary Phase-Shift Keying*) conventionnelle. En effet, étant donné que la valeur nominale de l'indice de modulation est $\beta = 1.1$ rad, une partie de la puissance est retenue dans la porteuse [Cos10a, Annexe H]. Le signal reçu peut être modélisé par

$$r(t) = s(t) + w(t) \quad (2.3)$$

avec

$$s(t) = A \exp \{j [2\pi f_0 (t - \tau(t)) + \phi(t - \tau(t)) + \phi_0]\} \quad (2.4)$$

où le terme $w(t)$ est un bruit blanc gaussien dont les parties réelle et imaginaire ont chacune une densité spectrale de puissance égale à N_0 , A est un facteur d'amplitude et $\tau(t)$ est le délai de transmission.

FIGURE 2.1 – Illustration de (a) la phase et (b) le plan complexe pour le signal $s(t)$.

Avec (2.2) en (2.4), le modèle du signal reçu devient

$$s(t) = A \exp \left\{ j \left[2\pi f_0 t - \underbrace{2\pi f_0 \tau(t)}_{\text{décalage fréquentiel}} + \beta \sum_{n=0}^{N-1} b_n \underbrace{g(t - nT - \tau(t))}_{\text{décalage temporel et compression (ou étirement) des impulsions}} + \phi_0 \right] \right\}. \quad (2.5)$$

Ainsi, $\tau(t)$ intervient sur la fréquence porteuse f_0 et sur l'impulsion $g(t)$. Les sections suivantes présentent le modèle utilisé pour l'impulsion de Manchester $g(t)$ en prenant en compte le temps de montée, ainsi que le modèle adopté pour le délai $\tau(t)$.

2.2.1 Modélisation du temps de montée

Le temps de montée peut être modélisé en utilisant des fonctions sigmoïdes pour représenter les transitions du signal. Ces fonctions sont souvent utilisées dans l'étude de bornes de performance [TFS04, RD96, KH92]. La fonction sigmoïde choisie pour représenter les changements de phase est la fonction d'erreur. Cette fonction est intéressante vis-à-vis des calculs nécessaires pour l'analyse de performance des estimateurs, car sa dérivée est une impulsion gaussienne, dont la transformée de Fourier est simple. La fonction d'erreur est présentée ci-dessous

$$f_\alpha(t) = \text{erf}(\alpha t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha t} e^{-x^2} dx \quad (2.6)$$

où le paramètre α permet de régler le temps de montée. Cette fonction est illustrée sur la figure 2.2. Pour le signal des balises de détresse Cospas-Sarsat modulé en phase, le temps de montée T_r est

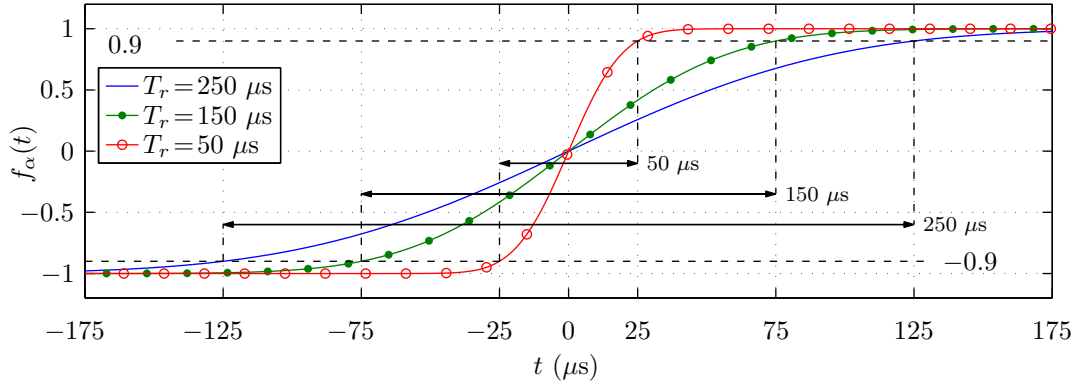


FIGURE 2.2 – Fonction sigmoïde $f_\alpha(t)$ pour différents temps de montée T_r .

défini comme le temps pour que la phase change de -90% à 90% de l'indice de modulation β . Ce temps est défini par $T_r = 150 \pm 100 \mu\text{s}$ [Cos12f, Sec. 2.3.6]. Ainsi, α est donné selon la relation

$$\alpha = \frac{2 \operatorname{erf}^{-1}(0.9)}{T_r} \approx \frac{2.3262}{T_r} \quad (2.7)$$

où $\operatorname{erf}^{-1}(x)$ est la fonction d'erreur inverse. L'impulsion de Manchester $g(t)$ s'écrit alors

$$g(t) = \frac{1}{2}f_\alpha(t) - f_\alpha(t - T/2) + \frac{1}{2}f_\alpha(t - T). \quad (2.8)$$

Cette impulsion est illustrée sur la figure 2.3 pour des temps de montée minimum ($T_r = 50 \mu\text{s}$), nominal ($T_r = 150 \mu\text{s}$) et maximum ($T_r = 250 \mu\text{s}$) suivant les spécifications du système [Cos12f].

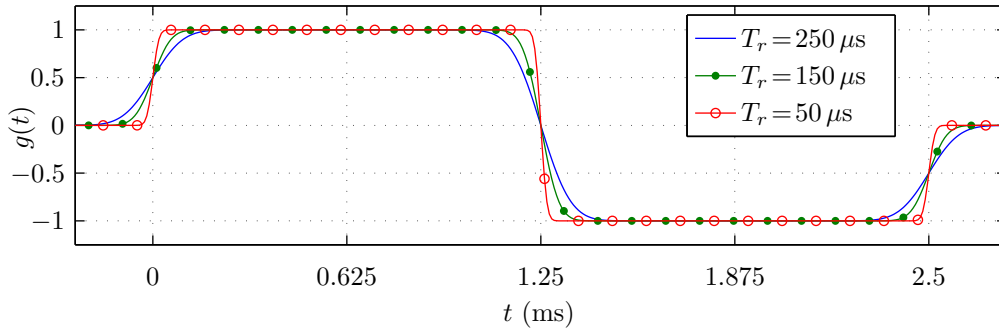


FIGURE 2.3 – Impulsion de Manchester $g(t)$ pour différents temps de montée T_r .

2.2.2 Modélisation du retard

Lors de la transmission d'un message de détresse, le mouvement accéléré des satellites en orbite autour de la Terre engendre plusieurs effets sur le signal reçu, dont les principaux sont [PS07] :

- **Effet Doppler** : l'effet classique et l'effet relativiste provoquent une distorsion en temps et en fréquence [TDR10]. L'effet relativiste est de l'ordre $v_s^2/c^2 \approx 10^{-10}$ pour les satellites à orbite moyenne, où v_s est la vitesse des satellites et c est la vitesse de la lumière [PS07].
- **Effet de décalage d'Einstein** : lorsqu'un signal se propage entre deux points ayant une différence de potentiel gravitationnel, celui-ci subit une variation de fréquence. Quand la gravitation du récepteur est bien inférieure à celle de l'émetteur, la fréquence est diminuée, et est donc vue décalée vers le rouge (*redshift*). Dans le cas inverse, la fréquence est vue décalée vers le bleu (*blueshift*). Ce phénomène est dû au fait que, en relativité générale, les horloges proches d'un corps massif vont ralentir par rapport à celles qui se trouvent plus éloignées [Lov94]. Pour les satellites de navigation en orbite moyenne, cet effet est de l'ordre de 10^{-10} [Ash03].
- **Effet Sagnac** : une erreur relativiste est introduite lors de la transmission d'un signal dû à la rotation de la Terre. Le temps de propagation augmente lorsque l'émetteur s'éloigne du satellite et inversement [KH06, Sec. 7.2.3]. Cet effet est le plus important des effets relativistes, et l'erreur ajoutée est de l'ordre de quelques centaines de nanosecondes [Ash03, Ch. 12].
- **Effet Shapiro** : un délai additionnel est introduit sur le temps de propagation du signal dû au champs gravitationnel de la Terre [Sha64, GRTDPS11]. L'attraction gravitationnelle force le signal à parcourir un chemin plus long qu'en ligne droite lors de la présence de masse dans son voisinage [Mor08, Sec. 2.9.2]. Cet effet est de l'ordre de 40 ps pour des satellites en orbite MEO [Bah09].

L'effet Doppler relativiste et l'effet de décalage d'Einstein sont opposés. Un émetteur sur Terre a son temps retardé dû à son plus grand champs gravitationnel, mais un récepteur satellite a son temps également retardé dû à sa plus grande vitesse. Ces effets se compensent à une altitude critique, mais l'effet de décalage d'Einstein est prédominant à l'altitude des satellites MEO [PS07, Sec. 4.2]. En prenant en compte les ordres de grandeur, seul l'effet Doppler classique sera considéré parmi les effets indiqués.

Par la suite, une expression de $\tau(t)$ est déterminée en utilisant l'effet Doppler classique et la mécanique de Newton [HRW08]. Cette expression est linéarisée par une série de Taylor, puis les termes pertinents sont retenus pour construire le modèle (2.5). La figure 2.4 illustre le mouvement d'un satellite **S** par rapport à une balise **B** sur la surface de la Terre. La distance $l(t)$ qui sépare

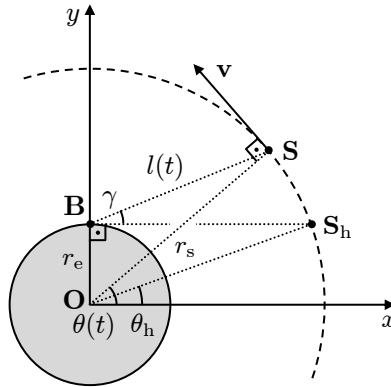


FIGURE 2.4 – Mouvement du satellite par rapport à un point sur Terre.

la balise et le satellite peut être calculée en fonction de l'angle $\theta(t)$ en utilisant la loi des cosinus (Théorème d'Al-Kashi)

$$l(t) = \sqrt{r_e^2 + r_s^2 - 2r_e r_s \sin \theta(t)} \quad (2.9)$$

où r_e est le rayon équatorial de la Terre et r_s est le rayon de l'orbite du satellite (supposé constant pendant la mesure, entre le centre de la terre et le satellite). La vitesse angulaire du satellite est donnée par

$$\omega_s = \frac{\|\mathbf{v}\|}{r_s} \quad (2.10)$$

où \mathbf{v} est la vitesse du satellite. La norme du vecteur vitesse étant considérée constante, ω_s est constante et $\theta(t)$ peut s'écrire

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_s t \quad (2.11)$$

où θ_0 est l'angle initial. La norme de \mathbf{v} intervenant dans (2.10) peut être calculée avec [HRW08]

$$\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\frac{GM_t}{r_s}} \quad (2.12)$$

où G est la constante gravitationnelle et M_t est la masse de la Terre, ce qui donne $\|\mathbf{v}\| \approx 3647$ m/s pour un satellite MEO. Ainsi, avec (2.9) le temps de parcours $\tau(t)$ du signal est donné par

$$\tau(t) = \frac{l(t)}{c} = \frac{1}{c} \sqrt{r_e^2 + r_s^2 - 2r_e r_s \sin \theta(t)}. \quad (2.13)$$

où c est la vitesse de propagation de la lumière. Ce retard est illustré sur la figure 2.5 pour un satellite MEO survolant une balise sur Terre. Le satellite est visible à partir de $\theta(t) = \theta_h$, quand celui-ci se

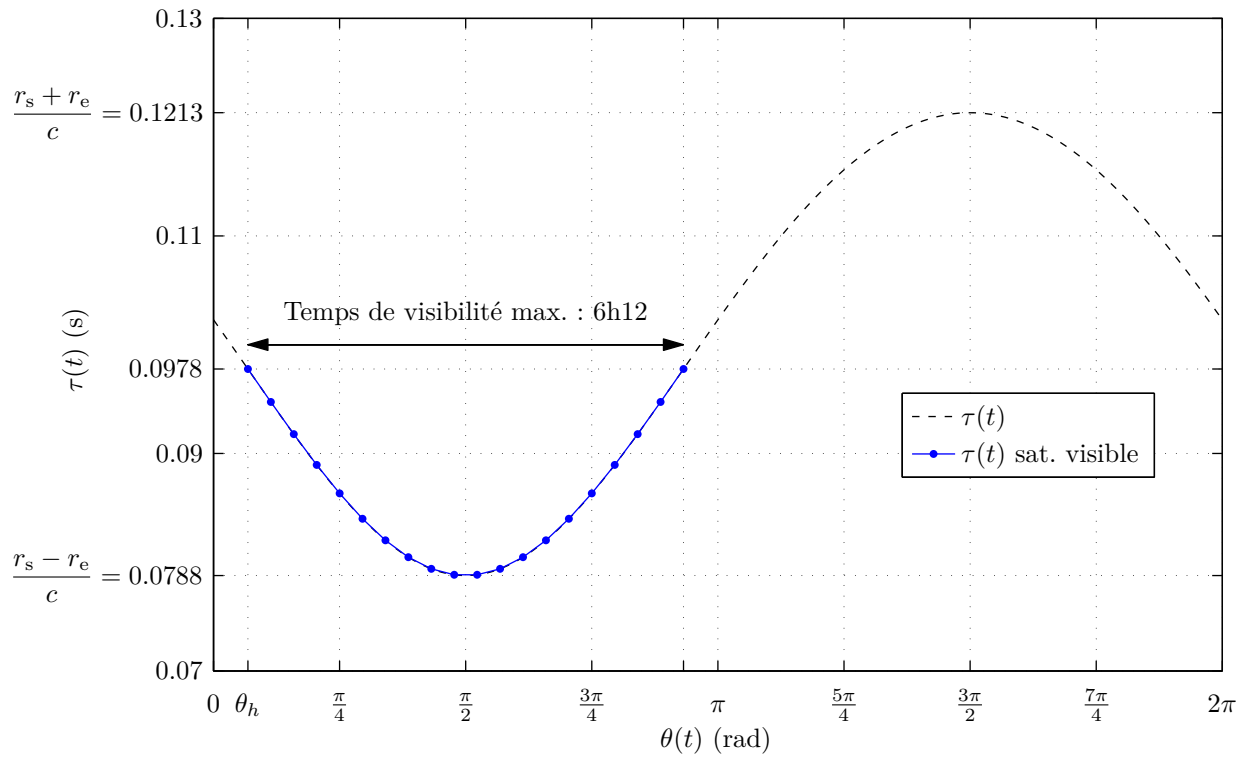


FIGURE 2.5 – Retard $\tau(t)$ en fonction de l'angle $\theta(t)$.

trouve à l'horizon (\mathbf{S}_h sur la figure 2.4), pour une durée maximale de 6 heures et 12 minutes. Sur cette période, l'expression de $\tau(t)$ peut-être approximée par une parabole autour de l'angle initial θ_0 en utilisant une série de Taylor

$$\tau(t) \approx \frac{l(t)}{c} \Big|_{t=t_0} + \frac{1}{c} (t - t_0) \frac{\partial l(t)}{\partial t} \Big|_{t=t_0} + \frac{1}{c} \frac{(t - t_0)^2}{2!} \frac{\partial^2 l(t)}{\partial t^2} \Big|_{t=t_0} \quad (2.14)$$

où les dérivées donnent la vitesse $v(t)$ et l'accélération $a(t)$ relatives entre la balise et le satellite, et peuvent être calculées avec (2.9), (2.10) et (2.11)

$$v(t) = \frac{\partial l(t)}{\partial t} = -\frac{r_e \|\mathbf{v}\| \cos \theta(t)}{l(t)} \quad (2.15)$$

$$a(t) = \frac{\partial^2 l(t)}{\partial t^2} = \frac{r_e \|\mathbf{v}\|^2 \sin \theta(t)}{r_s l(t)} - \frac{r_e^2 \|\mathbf{v}\|^2 \cos^2 \theta(t)}{l^3(t)}. \quad (2.16)$$

Ainsi

$$\tau(t) \approx \frac{l_0}{c} + \frac{v_0}{c} t + \frac{1}{2} \frac{a_0}{c} t^2 \quad (2.17)$$

où l_0 , v_0 et a_0 représentent $l(t)$, $v(t)$ et $a(t)$ évaluées à $t_0 = 0$

$$v_0 = -\frac{r_e \|\mathbf{v}\| \cos \theta_0}{l_0} \quad (2.18)$$

$$a_0 = \frac{r_e \|\mathbf{v}\|^2 \sin \theta_0}{r_s l_0} - \frac{r_e^2 \|\mathbf{v}\|^2 \cos^2 \theta_0}{l_0^3}. \quad (2.19)$$

Par la suite, l'approximation de $\tau(t)$ en (2.17) est simplifiée en prenant en compte son effet sur la fréquence porteuse f_0 du signal, puis sur les impulsions $g(t)$ en (2.5).

Effet sur la fréquence

Avec (2.17), le terme $-2\pi f_0 \tau(t)$ en (2.5) se décompose comme suit

$$-2\pi f_0 \tau(t) \approx 2\pi\eta + 2\pi\nu t + \pi\alpha_d t^2 \quad (2.20)$$

avec

$$\eta = -f_0 \frac{l_0}{c} \quad (2.21)$$

$$\nu = -f_0 \frac{v_0}{c} \quad (2.22)$$

$$\alpha_d = -f_0 \frac{a_0}{c}. \quad (2.23)$$

Le terme $2\pi\eta$ dans (2.20) s'ajoute à la phase initiale ϕ_0 et sera négligé car son ordre de grandeur est de $1/f_0 = 1/(406 \text{ MHz}) \approx 1 \text{ ns}$. Le terme $2\pi\nu t$ modifie la phase de façon linéaire, où ν est le décalage Doppler. Le terme $\pi\alpha_d t^2$ change la phase de façon quadratique, où α_d est la dérive Doppler. Ces

termes sont aussi retrouvés dans [GLR99, GZL07, TYW12]. Selon la figure 2.5, sur la période où le satellite est visible, la dérive Doppler est maximale (en valeur absolue) pour $\theta(t) = \pi/2$, quand le satellite se trouve au dessus de la balise

$$\alpha_{\text{dmax}} = -f_0 \frac{a_0}{c} \Big|_{\theta_0=\frac{\pi}{2}} = -\frac{f_0}{c} \frac{r_e \|\mathbf{v}\|^2 \sin \theta_0}{r_s l_0} = -\frac{f_0}{c} \frac{r_e \|\mathbf{v}\|^2}{r_s (r_s - r_e)} = -0.16 \text{ Hz/s.} \quad (2.24)$$

En conséquence de cette faible valeur, la dérive Doppler est plutôt considérée dans le cas de satellites à orbite basse [GLR98] et souvent négligée dans le cas des satellites à orbite moyenne [VSTV10, WWH11a, WWH11b]. En effet, sur la durée du message de détresse (520 ms), le terme quadratique $\frac{1}{2} \frac{a_0}{c} t^2$ en (2.17) est de l'ordre de picosecondes

$$\frac{1}{2} \frac{a_0}{c} t^2 \Big|_{\substack{\theta_0=\pi/2 \\ t=520 \text{ ms}}} = \frac{1}{2} \frac{r_e \|\mathbf{v}\|^2}{r_s (r_s - r_e) c} (520 \text{ ms})^2 = 54.0 \text{ ps.} \quad (2.25)$$

Ainsi, les termes $2\pi\eta$ et $\pi\alpha_d t^2$ en (2.20) peuvent être négligés et l'effet de $\tau(t)$ sur la fréquence du signal dans (2.5) est approché par

$$-2\pi f_0 \tau(t) \approx 2\pi \nu t. \quad (2.26)$$

Effet sur les impulsions

La déformation temporelle (compression ou étirement) des impulsions $g(t)$ provoquée par $\tau(t)$ est maximale lorsque $v(t)$ est maximale (figure 2.6). L'angle $\theta(t)$ correspondant est calculé en prenant la dérivée de $v(t)$ égale à zéro, soit $a(t) = 0$ dans (2.16)

$$\frac{r_e \|\mathbf{v}\|^2 \sin \theta(t)}{r_s l(t)} = \frac{r_e^2 \|\mathbf{v}\|^2 \cos^2 \theta(t)}{l^3(t)} \quad (2.27)$$

$$\sin^2 \theta(t) - \frac{r_e^2 + r_s^2}{r_e r_s} \sin \theta(t) + 1 = 0 \quad (2.28)$$

$$\sin \theta(t) \Big|_{a(t)=0} = \frac{r_e}{r_s}. \quad (2.29)$$

Ce résultat, selon la figure 2.4, correspond à la position du satellite à l'horizon, quand $\theta(t) = \theta_h$, qui s'écrit [Tsu00]

$$\theta_h = \arcsin \left(\frac{r_e}{r_s} \right). \quad (2.30)$$

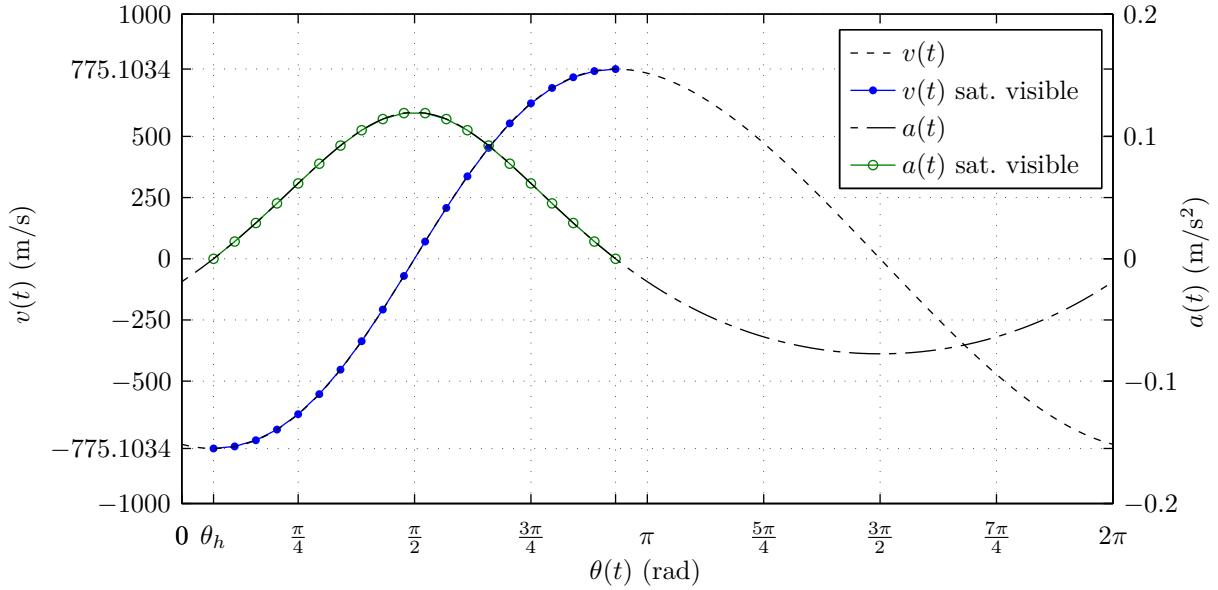


FIGURE 2.6 – Vitesse et accélération relatives en fonction de l'angle $\theta(t)$.

La déformation temporelle sur l'intégralité des impulsions $g(t)$ peut être calculée par la différence entre $\tau(0)$ et $\tau(144T)$ avec $\theta_0 = \theta_h$ (144T correspond à la durée du message de détresse, suivant les spécifications du système [Cos12f]).

$$\left[\tau(0) - \tau(144T) \right] \Big|_{\theta_0=\theta_h} = \frac{1}{c} \sqrt{r_s^2 - r_e^2} - \frac{1}{c} \sqrt{r_e^2 + r_s^2 - 2r_e r_s \sin(\theta_h + \omega_s 144T)} = 0.93 \mu\text{s}. \quad (2.31)$$

Vis-à-vis des grandeurs calculées, cet effet est négligeable sur la durée du message et seul le décalage temporel, $\tau(t) \approx \frac{l_0}{c}$, sera considéré dans $g(t)$ intervenant dans (2.5).

Relais satellite

Afin de compléter le modèle de signal Cospas-Sarsat, il est nécessaire de considérer que, dans le cas d'un relais satellite, l'effet Doppler est présent sur la voie montante et aussi sur la voie descendante [GD02]. Ces effets sont considérés en modifiant le décalage Doppler ν . La figure 2.7 illustre le parcours d'un signal de la balise à la MEOLUT. La fréquence de la balise se trouve dans la bande de 406.0 à 406.1 MHz [Cos12b], selon le canal utilisé en émission. Ainsi

$$f_{\text{bal}} = f_0 + \delta_{f_0} \quad (2.32)$$

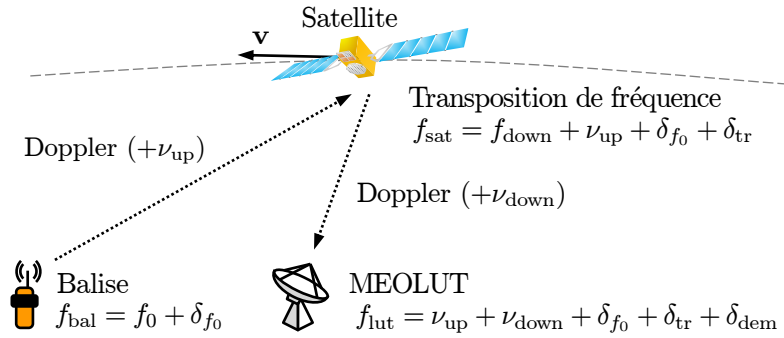


FIGURE 2.7 – Parcours du signal de la balise à la MEOLUT.

où δ_{f_0} est l'erreur due à l'imprécision de l'oscillateur de la balise. A cause de l'effet Doppler, le signal est reçu par le satellite avec un décalage de ν_{up} . Ensuite, une transposition de fréquence décale le signal de f_0 vers la fréquence f_{down} de la voie descendante. Le signal est réémis à la fréquence

$$f_{\text{sat}} = f_{\text{down}} + \nu_{\text{up}} + \delta_{f_0} + \delta_{\text{tr}} \quad (2.33)$$

où δ_{tr} est l'erreur de transposition du satellite. Lors de la réception, dû à l'effet Doppler, le signal est reçu par la MEOLUT avec un décalage de ν_{down} . Soit f_{lut} la fréquence du signal reçu démodulé, on a

$$f_{\text{lut}} = \nu_{\text{up}} + \nu_{\text{down}} + \delta_{f_0} + \delta_{\text{tr}} + \delta_{\text{dem}} \quad (2.34)$$

où δ_{dem} est l'erreur de démodulation. On identifie donc les composantes du décalage Doppler ν en ajoutant les contributions de la voie montante et de la voie descendante

$$\nu = \nu_{\text{up}} + \nu_{\text{down}} \quad (2.35)$$

$$\delta_f = \delta_{f_0} + \delta_{\text{tr}} + \delta_{\text{dem}}. \quad (2.36)$$

L'erreur de transposition δ_{tr} est négligée car elle est de l'ordre de $20 \mu\text{Hz}$ [Cos12c, Sec. C-1], tandis que δ_{f_0} et δ_{dem} sont généralement éliminés en faisant la différence des mesures de fréquences d'arrivée en considérant que les signaux proviennent d'une même balise. Le décalage de fréquence ν est maximisé (en valeur absolue) lorsque le satellite s'approche (ou s'éloigne) simultanément de la balise et de la

MEOLUT. Ainsi, on calcule le maximum de $v(t)$ quand le satellite est à l'horizon avec (2.15) et (2.9) en prenant $\theta(t) = \theta_h$

$$v_{\max} = -\frac{r_e \|\mathbf{v}\| \cos \theta_h}{\sqrt{r_e^2 + r_s^2 - 2r_e r_s \sin \theta_h}} = -775 \text{ m/s} \quad (2.37)$$

puis, pour $f_0 = 406 \text{ MHz}$ et $f_{0\text{down}} = 1545 \text{ MHz}$, on obtient la valeur maximale du Doppler ν

$$\nu_{\max} = (f_0 + f_{\text{down}}) \frac{-v_{\max}}{c} \approx 5 \text{ kHz}. \quad (2.38)$$

L'ordre de grandeur de ce résultat est cohérent avec le Doppler calculé pour les signaux GPS qui utilisent des satellites de navigation à orbite moyenne [Pra06, p. 184].

Modèle de signal Cospas-Sarsat

En reprenant le modèle du signal reçu (2.5), la porteuse $2\pi f_0 t$ est éliminée par démodulation, le terme $-2\pi f_0 \tau(t)$ est remplacé par le décalage $2\pi \nu t$ selon (2.26) et le terme $\tau(t)$ dans $g(t)$ devient un retard, représenté par τ . Le modèle obtenu est donc bande étroite [Wei94] et s'écrit

$$s(t) = A \exp \left\{ j \left[2\pi \nu t + \beta \sum_{n=0}^{N-1} b_n g(t - nT - \tau) + \phi_0 \right] \right\}. \quad (2.39)$$

La section suivante présente les performances optimales d'estimation de la période symbole, du temps d'arrivée et de la fréquence d'arrivée du signal $s(t)$, ainsi que de la position de la balise de détresse.

2.3 Estimation des paramètres du modèle

Cette section évalue la performance des estimateurs du TOA, du FOA et de la période symbole, soit τ , ν et T dans le modèle (2.39). La période symbole n'est pas directement utilisée pour la localisation, mais l'estimation du TOA est liée à la connaissance précise de ce paramètre, qui varie selon les valeurs permises pour le rythme symbole, $R_s = 1/T = 400 \text{ bps} \pm 1\%$, selon [Cos12f]. Un résultat utile est la borne de Cramér-Rao (BCR ou CRB pour *Cramér-Rao Bound*) qui fournit une limite inférieure sur la variance d'un estimateur sans biais [VT68]. Dans les sections suivantes, le concept de la BCR est rappelé, suivi du calcul pour le modèle du signal reçu. Ensuite, une borne modifiée est calculée, en raison de la complexité des équations associées au modèle de signal $s(t)$ et

en particulier à cause de la présence des bits b_n dans $s(t)$ [HNL⁺07]. Cette borne est connue sous le nom de MCRB (pour *Modified Cramér-Rao Bound*) [DMR94].

2.3.1 Borne de Cramér-Rao

La borne de Cramér-Rao (BCR) pour la variance d'un estimateur $\hat{\lambda}$ sans biais est définie sous la forme suivante [VT68, Ch. 2] :

$$\text{BCR}(\lambda) = \frac{1}{\mathbb{E}_{\mathbf{r}} \left[\left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\lambda)}{\partial \lambda} \right)^2 \right]} \quad (2.40)$$

où $\mathbb{E}_{\mathbf{r}}[\cdot]$ est l'espérance statistique par rapport au vecteur de données \mathbf{r} et $p(\mathbf{r}|\lambda)$ est la densité de probabilité (ou PDF pour *Probability Density Function*) de \mathbf{r} en fonction de λ . Si la PDF est une fonction du paramètre inconnu (avec \mathbf{r} fixé), celle-ci est appelée « fonction de vraisemblance » [Kay93]. La fonction de vraisemblance $p(\mathbf{r}|\lambda)$ peut être obtenue grâce au théorème des probabilités totales. Ainsi, $p(\mathbf{r}|\lambda)$ peut être calculé en moyennant la PDF conditionnelle $p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda)$ par rapport à un vecteur \mathbf{u} , regroupant les paramètres indésirables [MD97] :

$$p(\mathbf{r}|\lambda) = \int p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda) p(\mathbf{u}) d\mathbf{u}. \quad (2.41)$$

Ainsi, $p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda)$ est nécessaire afin d'évaluer la fonction de vraisemblance $p(\mathbf{r}|\lambda)$. Bien qu'il soit possible de déterminer la BCR en prenant $r(t)$ discret (par expansion orthonormale), il est habituel d'utiliser un formalisme basé sur des signaux à temps continu. Selon [PS08, p. 292], à la limite, quand les dimensions de \mathbf{r} tendent vers l'infini et pour une observation avec du bruit gaussien, $p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda)$ peut être remplacé par

$$\Lambda(\mathbf{u}, \lambda) = \exp \left[-\frac{1}{2N_0} \int_{T_0} |r(t) - s(t)|^2 dt \right] \quad (2.42)$$

où T_0 est l'intervalle d'observation de $r(t)$. Pour des problèmes d'estimation de temps d'arrivée et de fréquence d'arrivée, l'intégration dans (2.42) et l'espérance dans (2.40) posent des difficultés lors du calcul de la BCR [Del08, SM01, MD97, Cow96]. Ainsi, afin d'obtenir une expression analytique, une borne inférieure plus simple à calculer est souvent utilisée. Cette borne est présentée dans la section suivante.

2.3.2 Borne de Cramér-Rao Modifiée

Par la suite, la borne de Cramér-Rao modifiée (BCRM) est obtenue en suivant [DMR94]. D'abord, la BCR est présentée sous la forme d'espérance conditionnelle, conditionnellement au vecteur \mathbf{u} :

$$\mathbb{E}_{\mathbf{r}|\mathbf{u}}[(\hat{\lambda} - \lambda)^2] \geq \frac{1}{\mathbb{E}_{\mathbf{r}|\mathbf{u}} \left[\left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda)}{\partial \lambda} \right)^2 \right]}. \quad (2.43)$$

Puis, en prenant l'espérance par rapport à \mathbf{u} et ensuite en utilisant l'inégalité de Jensen [Jen06], selon laquelle $\mathbb{E}[\Phi(x)] \geq \Phi[\mathbb{E}(x)]$, pour la fonction convexe $\Phi(x) = 1/x$ avec $x > 0$, on a

$$\mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{\mathbb{E}_{\mathbf{r}|\mathbf{u}} \left[\left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda)}{\partial \lambda} \right)^2 \right]} \right\} \geq \frac{1}{\mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left\{ \mathbb{E}_{\mathbf{r}|\mathbf{u}} \left[\left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda)}{\partial \lambda} \right)^2 \right] \right\}} \quad (2.44)$$

ce qui donne la BCRM

$$\text{BCRM}(\lambda) = \frac{1}{\mathbb{E}_{\mathbf{r}, \mathbf{u}} \left[\left(\frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \lambda)}{\partial \lambda} \right)^2 \right]}. \quad (2.45)$$

La BCRM est de plus facile utilisation que la BCR, mais elle est en général moins précise, puisque $\text{BCR}(\lambda) \geq \text{BCRM}(\lambda)$. Une borne est dite précise si elle approche bien les performances limites de l'estimateur [Val10, p.51]. Il s'agit donc d'une borne inférieure sur la variance d'un estimateur λ , mais qui peut se trouver en dessous de la BCR, comme illustré sur la figure 2.8.

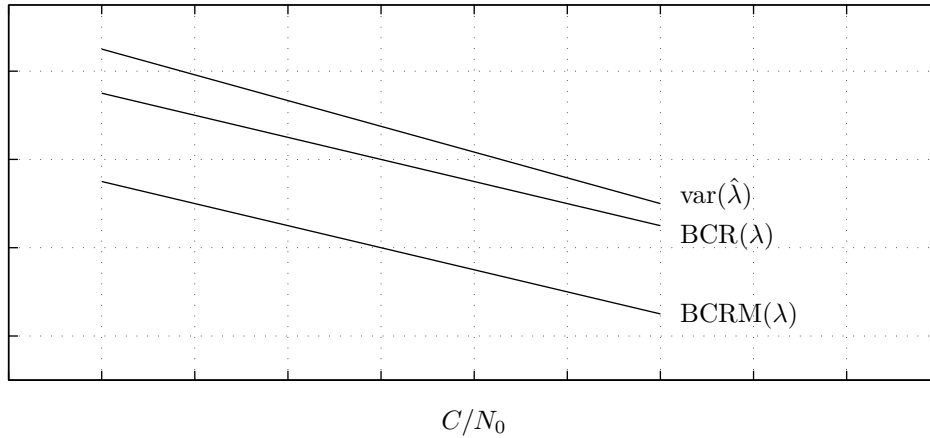


FIGURE 2.8 – Variance de λ , $\text{BCR}(\lambda)$ et $\text{BCRM}(\lambda)$. Modifié de [MD97].

2.3.3 Bornes conjointes

Le concept de la BCRM scalaire sur la variance d'un estimateur sans biais peut être développé pour le cas de l'estimation conjointe de plusieurs paramètres. Pour le vecteur $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)^T$ contenant p paramètres à estimer, $\hat{\boldsymbol{\lambda}} = (\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \dots, \hat{\lambda}_p)^T$ est le vecteur des estimateurs. La matrice de covariance $\mathbf{C}_{\hat{\boldsymbol{\lambda}}}$ du vecteur des estimateurs $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ vérifie l'inégalité suivante [Kay93, GRM98]

$$\mathbf{C}_{\hat{\boldsymbol{\lambda}}} - \mathbf{I}_M^{-1}(\boldsymbol{\lambda}) \succeq \mathbf{0} \quad (2.46)$$

où $\succeq \mathbf{0}$ signifie que la matrice est semi-définie positive et $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$ est la matrice d'information de Fisher modifiée

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \mathbb{E}_{\mathbf{r}, \mathbf{u}} \left[\frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_j} \right]. \quad (2.47)$$

D'après les résultats de la section 2.3.1, $p(\mathbf{r}|\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})$ peut être remplacée par (2.42). Puis, en remplaçant l'espérance sur \mathbf{r} par l'espérance sur le bruit $w(t)$ [DMR94]

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \mathbb{E}_{w, \mathbf{u}} \left[\frac{\partial \ln \Lambda(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \ln \Lambda(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_j} \right]. \quad (2.48)$$

Cette expression est développée en Annexe A et devient

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \frac{1}{N_0} \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left\{ \int_{T_0} \left[\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_j} + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(t)}{\partial \lambda_j} \right] dt \right\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (2.49)$$

où $s_{\mathcal{R}}(t)$ et $s_{\mathcal{I}}(t)$ désignent la partie réelle et la partie imaginaire de $s(t)$, respectivement. La matrice d'information de Fisher est ainsi similaire à [Ho99, eq. 14] et à [WWH11a, eq. 10]. Avec la notation $s(t) = A \exp[j\phi(t)]$, $s_{\mathcal{R}}(t)$ et $s_{\mathcal{I}}(t)$ peuvent se réécrire comme $s_{\mathcal{R}}(t) = A \cos[\phi(t)]$ et $s_{\mathcal{I}}(t) = A \sin[\phi(t)]$. L'équation (2.49) devient alors

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \frac{C}{N_0} \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left[\int_{T_0} \frac{\partial \phi(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \phi(t)}{\partial \lambda_j} dt \right], \quad i, j = 1, 2, \dots, p \quad (2.50)$$

où $C = A^2$. Cette expression sera utilisée par la suite pour calculer les bornes de performance des paramètres T , τ et ν pour le modèle (2.39).

2.3.4 Performances optimales d'estimation des paramètres

Pour le vecteur de paramètres $\boldsymbol{\lambda} = (T, \tau, \nu)^T$, les performances optimales d'estimation sont données par le calcul de (2.50) avec $\lambda_1 = T$, $\lambda_2 = \tau$ et $\lambda_3 = \nu$. Cette matrice est développée en Annexe B et est égale à

$$\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{C}{N_0} \begin{bmatrix} \alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} N^3 & 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{N^2}{2} & 0 \\ 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{N^2}{2} & 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} N & 0 \\ 0 & 0 & \pi^2 \frac{T_0^3}{3} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

pour $B \geq \alpha\sqrt{2}$, où B est la largeur de bande du signal. On observe que l'estimation de (T, τ) est découplée de l'estimation de ν . La diagonale de $\mathbf{I}_M^{-1}(\boldsymbol{\lambda})$ définit les BCRMs de T , τ et de ν dans le cas de l'estimation conjointe de ces paramètres. À partir de

$$\mathbf{I}_M^{-1}(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{1}{\left(\frac{C}{N_0}\right)} \begin{bmatrix} 4\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 N^3} & -2\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 N^2} & 0 \\ -2\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 N^2} & \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 N} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{\pi^2 T_0^3} \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

on obtient, pour $B \geq \alpha\sqrt{2}$,

$$\text{BCRM}_c(T) = 4\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 \left(\frac{C}{N_0}\right) N^3} \quad (2.53)$$

$$\text{BCRM}_c(\tau) = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 \left(\frac{C}{N_0}\right) N} \quad (2.54)$$

$$\text{BCRM}_c(\nu) = \frac{1}{\pi^2 \frac{T_0^3}{3} \frac{C}{N_0}} \quad (2.55)$$

où l'indice c indique une estimation conjointe. Ces expressions montrent que, comme attendu, un plus grand rapport C/N_0 donne des résultats plus précis. De plus, en augmentant α (en réduisant le temps de montée), ou en augmentant β (l'amplitude de l'impulsion en phase), on obtient des impulsions plus abruptes et de meilleures estimations. En effet, plus une transition est abrupte, plus il est simple d'estimer l'instant où cette transition a eu lieu. La BCRM de T est inversement proportionnelle à N^3 , ce qui est classique pour un rythme symbole [CPH97, DL09]. La BCRM de τ est inversement proportionnelles à N , ce qui est cohérent avec d'autres bornes similaires [MD97]. Enfin, la BCRM de

ν dépend de la durée du signal (T_0^3), ce qui est un résultat classique [MA08, RB74]. L'inversion de $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{11}$ dans (2.51) donne la borne modifiée pour un estimateur de T pour une valeur de τ connue

$$\text{BCRM}(T) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 \left(\frac{C}{N_0}\right) N^3} \quad (2.56)$$

où $B \geq \alpha\sqrt{2}$. Par rapport à (2.53), on note une perte de performance pour l'estimation de T lorsque τ est estimé, soit :

$$\text{BCRM}_c(T) = 4 \text{BCRM}(T). \quad (2.57)$$

De façon similaire, l'inversion de $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{22}$ donne la BCRM pour un estimateur de τ pour une valeur de T connue

$$\text{BCRM}(\tau) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha\beta^2 \left(\frac{C}{N_0}\right) N} \quad (2.58)$$

où $B \geq \alpha\sqrt{2}$. En comparaison avec (2.54), la perte de performance liée à l'estimation de τ lorsque T est estimée est

$$\text{BCRM}_c(\tau) = 4 \text{BCRM}(\tau). \quad (2.59)$$

Ces pertes de performances seront vérifiées dans la section suivante dédiée aux simulations.

2.3.5 Simulations

Dans cette section, les bornes déterminées dans la section précédente sont comparées avec les erreurs quadratiques moyennes d'estimateurs calculées à partir de messages de détresse simulés. Le décalage Doppler ν est estimé à l'aide de la transformée de Fourier de la porteuse non-modulée ($T_p = 160$ ms, soit l'équivalent à 64 symboles) située au début du signal Cospas-Sarsat (figure 2.9). Un remplissage avec des zéros garantit une bonne estimation du spectre et un polynôme du deuxième ordre est ajusté autour de la valeur maximale du spectre pour estimer $\hat{\nu}$. Une estimation de la phase initiale ϕ_0 est obtenue en prenant la phase du point de la transformée de Fourier qui correspond au maximum du spectre [O'S99, RB74]. Cette estimation est donc utilisée pour annuler la rotation initiale des symboles de la constellation. La valeur de ν estimée est alors utilisée pour démoduler le signal.

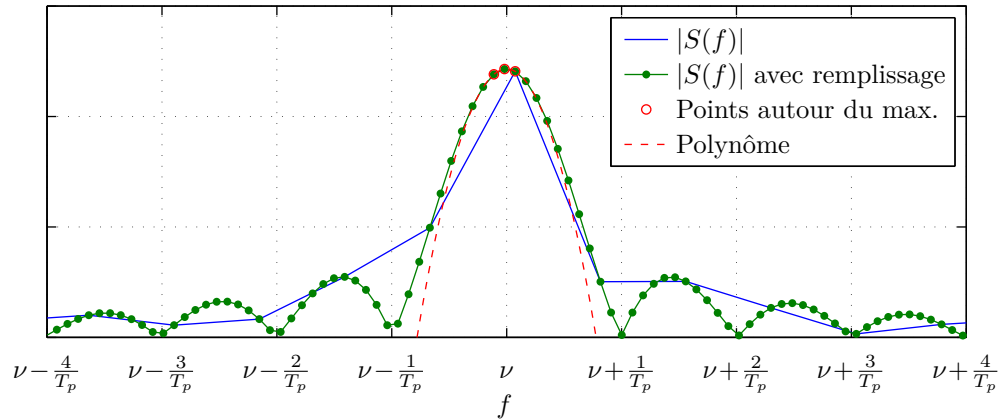


FIGURE 2.9 – Estimation de ν en utilisant la transformée de Fourier et un polynôme d'ordre 2.

L'estimation de T et de τ est réalisée par une méthode de rééchantillonnage adaptée de [HCL03], en exploitant la cyclostationnarité du signal et la symétrie de l'impulsion $g(t)$. La phase du signal reçu est filtrée en utilisant un filtre adapté, ce qui produit une somme de fonctions triangulaires, situées aux instants kT , $k = 1, \dots, N$, qui sont concaves ou convexes suivant la valeur de bits d'information b_n (voir figure 2.10). La valeur absolue du signal obtenu est ensuite ré-échantillonnée pour différentes valeurs de τ et de T suivant une grille pré-spécifiée avec une résolution suffisante (40 valeurs pour T et 40 valeurs pour τ) afin d'assurer une bonne performance d'estimation. Enfin, les valeurs de T et de τ qui maximisent la somme du signal ré-échantillonné définissent les estimateurs \hat{T} et $\hat{\tau}$. Les paramètres de simulation sont regroupés dans le tableau 2.1 et correspondent aux spécifications du

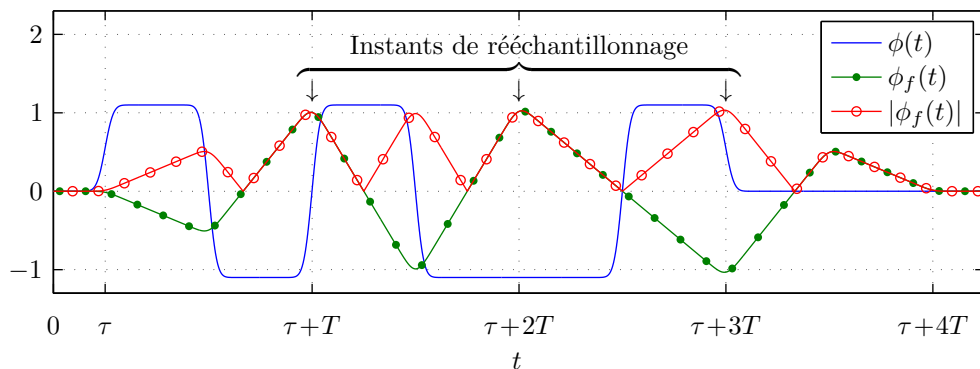
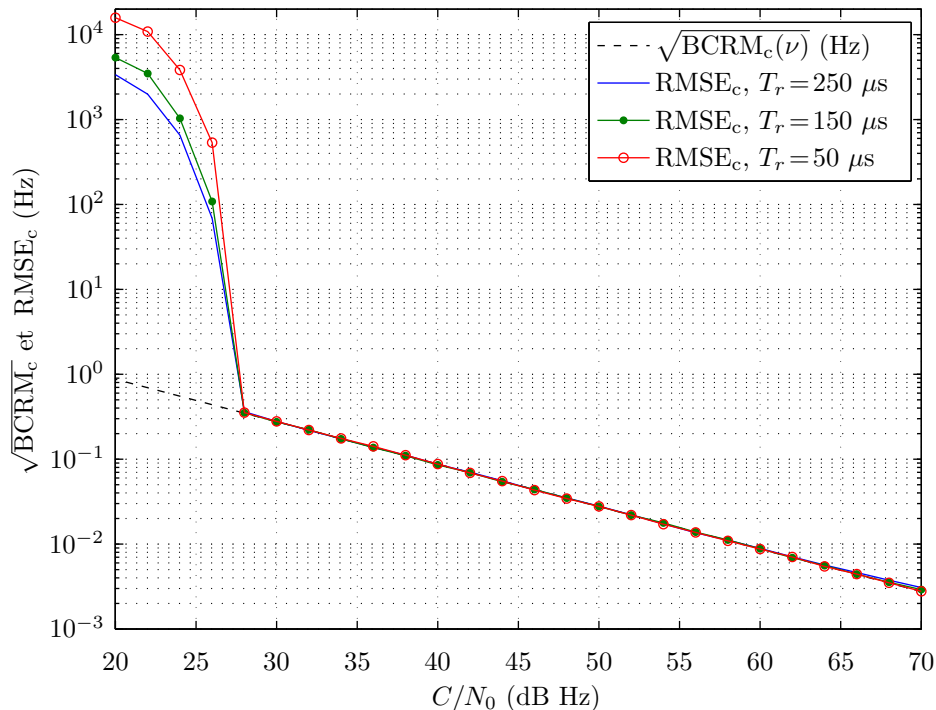


FIGURE 2.10 – Filtrage adapté et rééchantillonnage de $\phi(t)$ pour $\mathbf{b} = (1, 1, -1)$.

Tableau 2.1 – Paramètres de la simulation

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Nombre de messages	N_m	1000	messages
Nombre de symboles	N	144	symboles
Rythme symbole	R_s	404	symboles/s
Indice de modulation	β	1.1	radians
Largeur de bande	B	$\alpha\sqrt{2}$	Hz
Fréquence de la porteuse	f_0	406	MHz
Durée de la porteuse non modulée	T_p	160	ms

système [Cos12f]. La figure 2.11 compare la racine carrée de la BCRM avec celle de l'erreur quadratique moyenne (ou RMSE pour *Root Mean Square Errors*) de ν pour $T_r = 50 \mu s$, $T_r = 150 \mu s$ et $T_r = 250 \mu s$ (valeurs minimum, nominale et maximum permises pour le signal de détresse). Tel que prévu, l'estimation du FOA n'est pas dégradée par le temps de montée. La figure 2.12 présente

FIGURE 2.11 – Performance d'estimation du FOA pour différents temps de montée T_r .

les performances d'estimation de τ et T . Comme prévu, des résultats plus précis sont obtenus pour un temps T_r plus court. Les RMSEs des estimateurs sont proches des bornes correspondantes, ce qui illustre leurs bonnes performances. Il est intéressant de remarquer que les RMSEs des estimateurs proposés (qui n'ont pas été conçus spécifiquement pour des signaux contenant des transitions sigmoïdales) atteignent les bornes pour de fortes valeurs de C/N_0 . Ainsi, dans cette région, les BCRMs sont égales aux BCR standards pour le modèle considéré. Pour des valeurs inférieures de C/N_0 , il y a un effet de seuil, ce qui est caractéristique pour des estimateurs non-linéaires [Kay93]. Les BCRMs obtenues sont utiles pour évaluer la performance du système pour différentes valeurs des paramètres. Enfin, dans la section 2.4.2, ces bornes seront utiles pour définir la matrice de pondération entre les mesures de TOA et de FOA lors du calcul de la position.

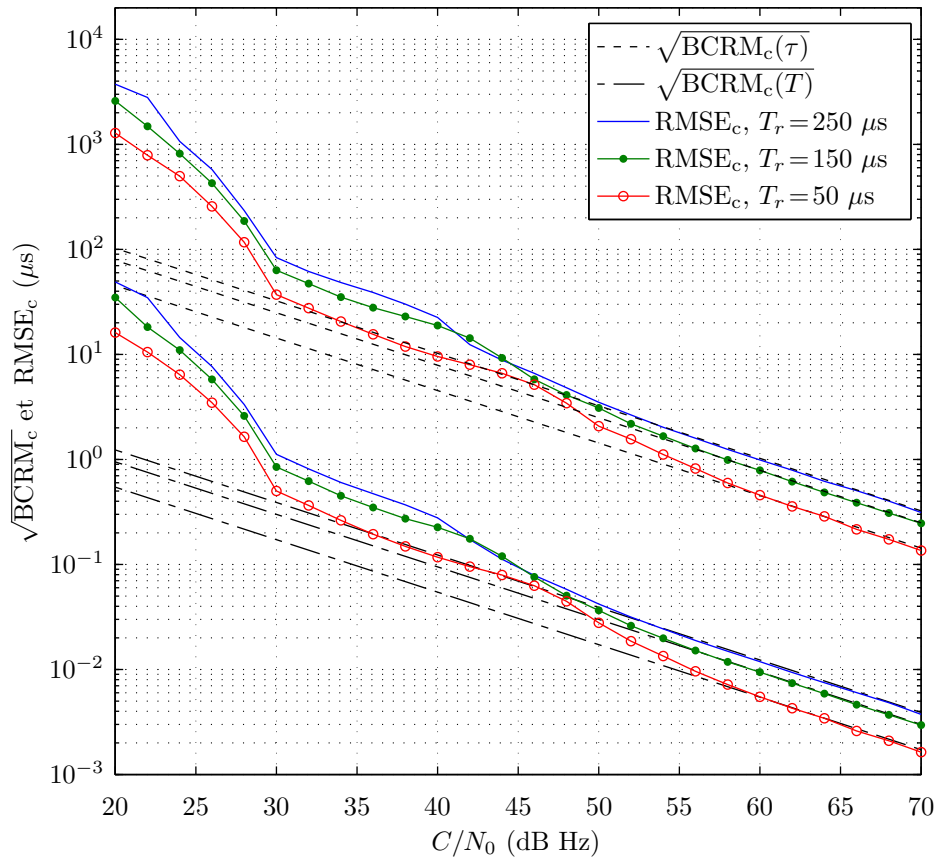


FIGURE 2.12 – Performance d'estimation de T et du TOA pour différents temps de montée T_r .

2.4 Localisation à partir des paramètres estimés

Cette section étudie l'estimation de position d'une balise à partir de mesures de TOA et de FOA. La balise est considérée statique, comme c'est généralement le cas dans les situations de détresse. Nous considérons également que la voie descendante est connue, c'est-à-dire, que les mesures de TOA et FOA sont obtenues au niveau des satellites. Le TOA et le FOA d'un signal reçu peuvent être écrits

$$\tau_i = \tau_0 + \frac{\rho_i}{c} + \epsilon_i, \quad \nu_i = \delta_f + f_0 \frac{v_i}{c} + \epsilon_{\nu_i} \quad (2.60)$$

pour $i = 1, \dots, M$, où M est le nombre de satellites, τ_0 est l'instant d'émission, δ_f représente les décalages en fréquence définis dans (2.36), ϵ_i et ϵ_{ν_i} sont des erreurs de mesure des instants d'arrivée et des fréquences d'arrivée, $\rho_i = \|\mathbf{p}_i^s - \mathbf{p}\|$ et v_i sont la distance et la vitesse entre la balise et le i -ème satellite

$$v_i = -\mathbf{v}_i^T \mathbf{u}_i(\mathbf{p}), \quad \mathbf{u}_i(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}_i^s - \mathbf{p}}{\rho_i} \quad (2.61)$$

où \mathbf{p}_i^s et \mathbf{v}_i sont les vecteur position et vitesse pour le i -ème satellite et $\mathbf{u}_i(\mathbf{p})$ est le vecteur unitaire pointant de la balise vers le i -ème satellite. Les inconnues τ_0 et δ_f dans (2.60) peuvent être éliminées en calculant les différences des temps d'arrivée (ou TDOA pour *Time Differences of Arrival*) et les différences des fréquences d'arrivée (ou FDOA pour *Frequency Differences of Arrival*). En prenant τ_1 et ν_1 comme références,

$$\tau_{1i} = \frac{\rho_{1i}}{c} + \epsilon_{1i}, \quad \nu_{1i} = f_0 \frac{v_{1i}}{c} + \epsilon_{\nu_{1i}}, \quad i = 2, \dots, M \quad (2.62)$$

avec

$$\tau_{1i} = \tau_1 - \tau_i, \quad \rho_{1i} = \rho_1 - \rho_i, \quad \epsilon_{1i} = \epsilon_1 - \epsilon_i, \quad (2.63)$$

$$\nu_{1i} = \nu_1 - \nu_i, \quad v_{1i} = v_1 - v_i, \quad \epsilon_{\nu_{1i}} = \epsilon_{\nu_1} - \epsilon_{\nu_i}. \quad (2.64)$$

En définissant le vecteur $\boldsymbol{\theta} = (\tau_{12}, \tau_{13}, \dots, \tau_{1M}, \nu_{12}, \nu_{13}, \dots, \nu_{1M})^T$ contenant les TDOAs et les FDOAs, nous définissons la matrice de covariance \mathbf{C} associée aux erreurs sur les paramètres de (2.62) telle que

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{C}_\tau\mathbf{A}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}\mathbf{C}_\nu\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

où $\mathbf{A} = [\mathbf{1}_{M-1}, -\mathbf{I}_{M-1}]$ est composé d'un vecteur de taille $(M-1) \times 1$ composé de 1 et de l'opposé de la matrice identité de taille $(M-1) \times (M-1)$, \mathbf{C}_τ et \mathbf{C}_ν sont des matrices de covariance diagonales pour les erreurs dans (2.60).

2.4.1 Performances optimales de localisation

La BCRM pour un estimateur non biaisé de la position de la balise $\mathbf{p} = (x, y, z)^T$ peut être obtenue avec (2.65) en utilisant la règle de la transformation de paramètres [Kay93, p. 45]. Ainsi,

$$\text{BCRM}(p_i) = [(\mathbf{G}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{G})^{-1}]_{ii}, \quad i = 1, \dots, 3 \quad (2.66)$$

avec $\mathbf{G} = [\mathbf{G}_\tau^T, \mathbf{G}_\nu^T]^T$ et les lignes de \mathbf{G}_τ et \mathbf{G}_ν sont données par

$$\frac{\partial \tau_{1i}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i(\mathbf{p}) - \mathbf{u}_1(\mathbf{p})]^T, \quad i = 2, \dots, M, \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial \nu_{1i}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{1}{c} [\boldsymbol{\chi}_i(\mathbf{p}) - \boldsymbol{\chi}_1(\mathbf{p})]^T, \quad i = 2, \dots, M, \quad (2.68)$$

avec

$$\boldsymbol{\chi}_i(\mathbf{p}) = f_0 \frac{\mathbf{u}_i(\mathbf{p}) \mathbf{u}_i^T(\mathbf{p}) - \mathbf{I}}{\rho_i} \mathbf{v}_i, \quad i = 2, \dots, M. \quad (2.69)$$

L'estimation de position dépend ainsi évidemment de la géométrie de la constellation (via \mathbf{G}) et de la précision des mesures (via \mathbf{C} et les bornes (2.54) et (2.55) qui définissent \mathbf{C}_τ et \mathbf{C}_ν).

2.4.2 Algorithme de localisation

L'algorithme de localisation que nous utilisons est un algorithme itératif, où à partir d'une position initiale $\mathbf{p}_0 = (x_0, y_0, z_0)^T$ de la balise, on obtient les positions estimées successivement $(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_k, \dots)$, où l'indice k fait référence à l'itération de l'algorithme. A la $(k+1)$ -ème itération, la nouvelle position calculée \mathbf{p}_{k+1} est obtenue en linéarisant (2.62) autour du point $\mathbf{p}_k = (x_k, y_k, z_k)^T$ obtenu à l'itération précédente. Plus précisément, la linéarisation de (2.62) autour de \mathbf{p}_k s'exprime sous la forme

$$\tau_{1i} \approx \left. \frac{\rho_{1i}}{c} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \left. \frac{\partial \tau_{1i}}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k), \quad i = 2, \dots, M, \quad (2.70)$$

$$\nu_{1i} \approx f_0 \left. \frac{v_{1i}}{c} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} + \left. \frac{\partial \nu_{1i}}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k), \quad i = 2, \dots, M, \quad (2.71)$$

soit

$$\tau_{1i} - \tau_{1i_k} \approx \left. \frac{\partial \tau_{1i}}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k), \quad i = 2, \dots, M, \quad (2.72)$$

$$\nu_{1i} - \nu_{1i_k} \approx \left. \frac{\partial \nu_{1i}}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k} \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k), \quad i = 2, \dots, M, \quad (2.73)$$

où $\tau_{1i_k} = \frac{\rho_{1i}}{c} \big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$ et $\nu_{1i_k} = f_0 \frac{v_{1i}}{c} \big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$. Ainsi, le système d'équation linéaires s'écrit

$$\mathbf{y}_k \approx \mathbf{G}_k \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\epsilon} \quad (2.74)$$

où $\mathbf{y}_k = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_k$ est le vecteur observable, avec

$$\boldsymbol{\theta} = (\tau_{12}, \tau_{13}, \dots, \tau_{1M}, \nu_{12}, \nu_{13}, \dots, \nu_{1M})^T \quad (2.75)$$

$$\boldsymbol{\theta}_k = (\tau_{12_k}, \tau_{13_k}, \dots, \tau_{1M_k}, \nu_{12_k}, \nu_{13_k}, \dots, \nu_{1M_k})^T. \quad (2.76)$$

La matrice gradient linéarisée est donnée par $\mathbf{G}_k = \mathbf{G} \big|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_k}$, le vecteur $\boldsymbol{\delta} = (\mathbf{p} - \mathbf{p}_k)$ est le vecteur à estimer et $\boldsymbol{\epsilon}$ est le vecteur de différences de bruit donné par

$$\boldsymbol{\epsilon} = (\epsilon_{12}, \epsilon_{13}, \dots, \epsilon_{1M}, \epsilon_{\nu_{12}}, \epsilon_{\nu_{13}}, \dots, \epsilon_{\nu_{1M}})^T \quad (2.77)$$

avec la matrice de covariance \mathbf{C} associée obtenue en (2.65). Pour $M \geq 3$, en utilisant le théorème de Gauss-Markov [Kay93, p. 141], l'estimateur par moindres carrés de (2.74) et la variance de ses composantes sont donnés par

$$\hat{\mathbf{p}}_{k+1} = \mathbf{p}_k + (\mathbf{G}_k^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{G}_k)^{-1} \mathbf{G}_k^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}_k \quad (2.78)$$

$$\text{var}(\hat{p}_i) = \left[(\mathbf{G}_k^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{G}_k)^{-1} \right]_{ii}, \quad i = 1, \dots, 3 \quad (2.79)$$

On constate que la variance (2.79) atteint la borne (2.66) quand \mathbf{p}_k est la vraie position de la balise. Les méthodes itératives d'estimation de position sont souvent évaluées en utilisant comme estimation initiale \mathbf{p}_k la vraie position de la balise [RH12, SCC08, CH94]. Dans ce travail, la position initiale est obtenue en prenant la moyenne des vecteurs position des satellites. Nous supposons que la matrice de pondération \mathbf{C}^{-1} en (2.78) et (2.79) est connue, car celle-ci est construite avec (2.65) et les bornes (2.54) et (2.55).

2.4.3 Simulations

Afin d'analyser les performances d'estimation de position, nous utilisons l'indicateur classique de la géométrie des satellites, qui est la dilution géométrique de la précision (ou GDOP pour *Geometric Dilution of Precision*). Le GDOP est défini par

$$\text{GDOP} = \sqrt{\text{Tr}[(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}]} \quad (2.80)$$

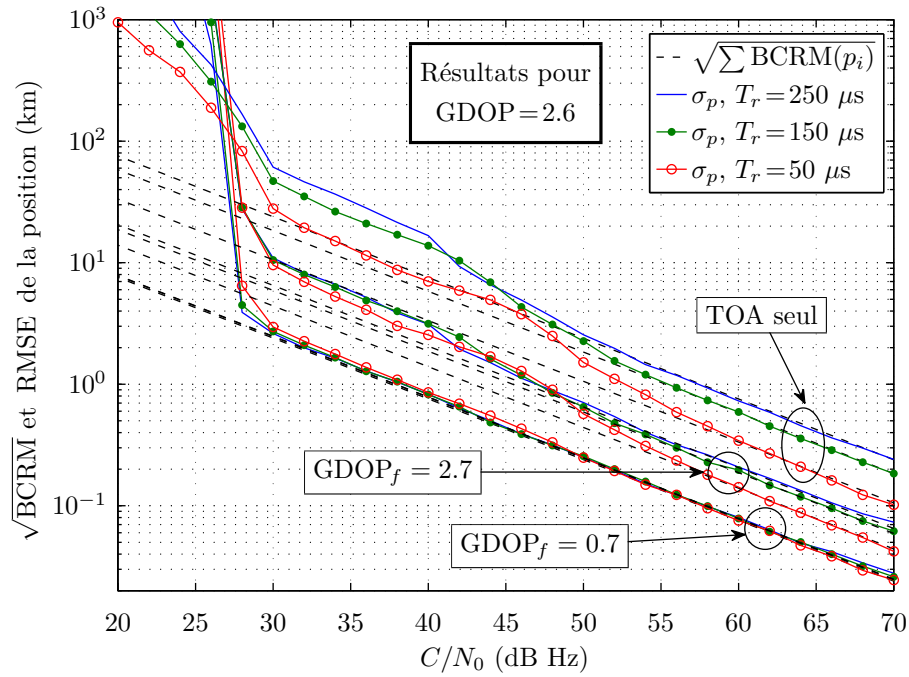
avec

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(\mathbf{p}) & \mathbf{u}_2(\mathbf{p}) & \cdots & \mathbf{u}_M(\mathbf{p}) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.81)$$

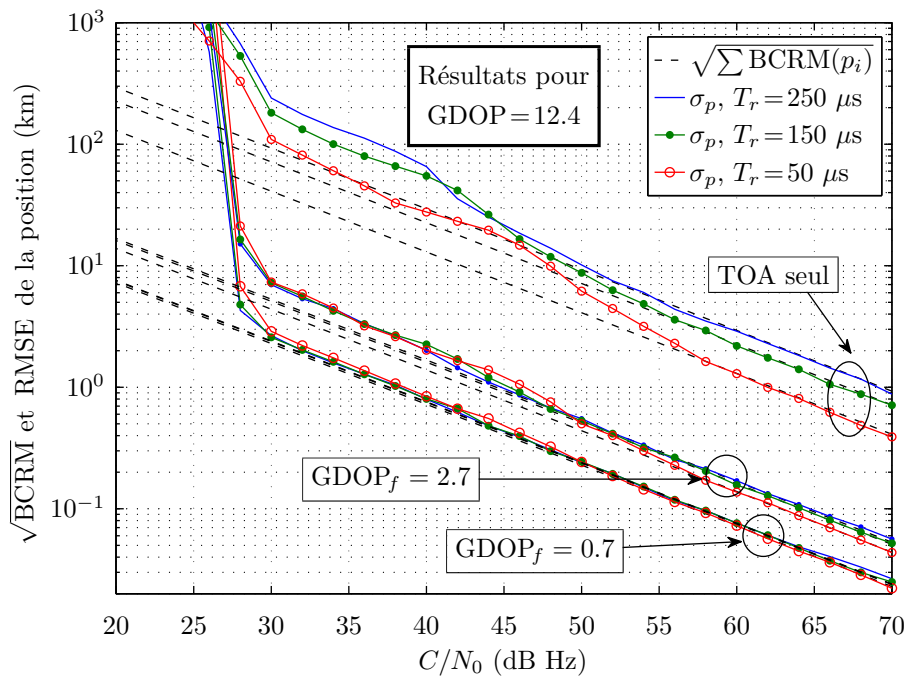
où $\text{Tr}(\cdot)$ désigne l'opérateur de trace. L'expression du GDOP représente la dispersion des vecteurs unitaires $\mathbf{u}_i(\mathbf{p})$ pointant de la balise vers le i -ème satellite [CA94]. Ainsi, plus les satellites sont répartis dans le ciel, meilleure sera l'estimation de position. Toutefois, le GDOP ne prend pas en compte le mouvement des satellites, qui a une influence sur les performances d'estimation de position. Ainsi, nous définissons une figure de mérite équivalente, appelée GDOP_f , que l'on obtient en remplaçant dans (2.81) les vecteurs $\mathbf{u}_i(\mathbf{p})$ par $\boldsymbol{\chi}_i(\mathbf{p})$. Nous proposons également de comparer la somme des variances associées aux composantes x , y et z définie par [CFPFR09]

$$\sigma_p^2 = \mathbb{E}[(\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}})^T (\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}})] = \text{var}(\hat{x}) + \text{var}(\hat{y}) + \text{var}(\hat{z}). \quad (2.82)$$

La figure 2.13 compare les BCRMs pour l'estimation de position dans (2.66) avec les RMSEs de l'estimateur des moindres carrés, pour des géométries favorables ($\text{GDOP} = 2.6$) et des géométries défavorables ($\text{GDOP} = 12.4$), en considérant $M = 4$ satellites. On remarque un bon accord pour des valeurs élevées de C/N_0 . La figure 2.13 présente également les résultats obtenus lorsque seules des mesures TOA sont disponibles. Ceci permet de constater l'avantage d'utiliser des mesures conjointes de TOAs et de FOAs pour le calcul de position. Enfin, on remarque aussi l'impact du GDOP_f , où l'on note que, pour un même GDOP, la précision de localisation peut être favorisée ($\text{GDOP}_f = 0.7$) ou défavorisée ($\text{GDOP}_f = 2.7$) par le mouvement des satellites. Autrement dit, l'impact du GDOP_f est important sur l'estimation de position et doit être considéré en plus du GDOP classique.



(a) Géométries favorables ($\text{GDOP} = 2.6$).



(b) Géométries défavorables ($\text{GDOP} = 12.4$).

FIGURE 2.13 – Estimation de la position de la balise pour (a) des géométries favorables et (b) des géométries défavorables en considérant différentes valeurs du temps de montée T_r et du GDOP_f .

2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle pour le signal de détresse du système Cospas-Sarsat. Les transitions douces du signal ont été modélisées à l'aide de fonctions sigmoïdales et l'effet Doppler a été analysé dans le contexte MEOSAR et a été modélisé par un décalage fréquentiel. Nous avons introduit les bornes de Cramér-Rao qui permettent d'évaluer les performances optimales d'estimation des paramètres du modèle proposé. Ces bornes étant difficiles à calculer, nous avons fait appel à la borne de Cramér-Rao modifiée. Des expressions analytiques ont été déterminées pour l'estimation de la période symbole, du temps d'arrivée et de la fréquence d'arrivée du modèle de signal Cospas-Sarsat proposé. Ces bornes fournissent une référence pour les erreurs quadratiques moyennes des estimateurs et peuvent être utilisées pour ajuster certains paramètres du système. Elles montrent par exemple qu'une meilleure précision peut être obtenue en augmentant le nombre de symboles, ou en limitant le temps de montée. Ces bornes sont également utiles pour le calcul de la position de la balise, lors de la définition de la matrice qui pondère la contribution des mesures de temps et des mesures de fréquence. Lors des simulations, il a été vérifié que les erreurs quadratiques moyennes des estimateurs proposés atteignent les BCRMs pour de fortes valeurs de C/N_0 . Ainsi, dans cette région, les bornes modifiées sont égales aux bornes de Cramér-Rao standard pour le modèle considéré.

Les performances optimales d'estimation de la position de la balise ont finalement été calculées en utilisant un changement de variables à partir des bornes obtenues pour le temps d'arrivée et pour la fréquence d'arrivée. Ces bornes montrent que la précision de localisation de la balise dépend de la géométrie de la constellation, i.e., du positionnement des satellites. Mais cette précision dépend aussi des vecteurs vitesse des satellites. Nous avons alors défini une nouvelle figure de mérite complémentaire au GDOP classique, appelée $GDOP_f$, afin de prendre en compte le mouvement des satellites.

CHAPITRE 3

Localisation avec information a priori, bruit de phase et signaux multiples

Sommaire

3.1	Introduction	49
3.2	Estimation Bayésienne	50
3.3	Utilisation d'information a priori sur la période symbole	51
3.3.1	Simulations	54
3.4	Utilisation d'information a priori sur le temps de montée	56
3.4.1	Évaluation de l'intégrale dans le domaine fréquentiel	57
3.4.2	Évaluation de l'intégrale dans le domaine temporel	58
3.4.3	Calcul de la BCRM pour l'estimation du temps de montée	60
3.4.4	Simulations	62
3.5	Ajout de bruit de phase	64
3.5.1	Génération de bruit de phase	64
3.5.2	Simulations	66
3.6	Utilisation de signaux multiples	70
3.6.1	Simulations	71
3.7	Conclusions	74

3.1 Introduction

Ce chapitre tente de rapprocher les résultats obtenus dans le chapitre précédent au contexte d'application MEOSAR. Nous étudions d'abord l'impact de l'ajout d'information a priori sur le rythme symbole et sur le temps de montée du signal. Cette information provient des spécifications des balises de détresse, qui autorisent certaines tolérances sur ces paramètres. Ensuite nous considérons l'erreur introduite par l'ajout de bruit de phase caractéristique des oscillateurs des balises. Finalement, nous analysons l'amélioration de l'estimation de position lorsque plusieurs émissions de la balise sont prises en compte pour la localisation. Des simulations sont présentées afin de compléter ces études.

3.2 Estimation Bayésienne

Dans le chapitre précédent, les paramètres inconnus dans le modèle de signal Cospas-Sarsat (2.39) ont été supposés déterministes. Cette section étudie l'utilisation d'information a priori afin d'obtenir une meilleure estimation de ces paramètres. Nous présentons d'abord les apports de l'ajout d'information sur la période symbole, puis sur le temps de montée.

Lorsque nous considérons que les paramètres, pour lesquels nous disposons d'information a priori, sont des variables aléatoires avec une loi a priori connue, l'estimation de paramètres est dite Bayésienne. Dans ce cas, la performance d'un estimateur d'un vecteur de paramètres $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)^T$ contenant p paramètres à estimer peut être évaluée en utilisant la borne de Cramér-Rao Bayésienne (BCRB) [VTB07]

$$\text{BCRB} = \mathbf{I}_B^{-1}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (3.1)$$

où $\mathbf{I}_B(\boldsymbol{\lambda})$ est la matrice d'information de Fisher Bayésienne, donnée par

$$\mathbf{I}_B(\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{I}(\boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{I}_P(\boldsymbol{\lambda}) \quad (3.2)$$

avec $\mathbf{I}(\boldsymbol{\lambda})$ la matrice d'information de Fisher standard [VTB07]

$$[\mathbf{I}(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \mathbb{E}_{\mathbf{r}, \boldsymbol{\lambda}} \left[\frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \ln p(\mathbf{r}|\boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_j} \right] \quad (3.3)$$

où $p(\mathbf{r}|\boldsymbol{\lambda})$ est la densité de probabilité du vecteur des données \mathbf{r} exprimée en fonction du vecteur des paramètres $\boldsymbol{\lambda}$. La matrice $\mathbf{I}_P(\boldsymbol{\lambda})$ dans (3.2) représente la contribution de l'information a priori et s'écrit

$$[\mathbf{I}_P(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \mathbb{E}_{\boldsymbol{\lambda}} \left[\frac{\partial \ln p(\boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \ln p(\boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_j} \right] \quad (3.4)$$

où $p(\boldsymbol{\lambda})$ est la densité de probabilité a priori des paramètres. Dans le cas où l'information a priori est indisponible, $\mathbf{I}_P(\boldsymbol{\lambda})$ devient la matrice nulle et la BCR Bayésienne définie par (3.1) est égale à la BCR non Bayésienne (étudiée au chapitre précédent).

Le concept de borne modifiée présenté dans la section 2.3 peut être étendue à la borne Bayésienne en remplaçant $\mathbf{I}(\boldsymbol{\lambda})$ dans (3.2) par la matrice d'information de Fisher modifiée $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$. On obtient

ainsi la borne de Cramér-Rao Bayésienne modifiée (BCRBM) [DW12, CW09]

$$\text{BCRBM} = \mathbf{I}_{\text{BM}}^{-1}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (3.5)$$

où $\mathbf{I}_{\text{BM}}(\boldsymbol{\lambda})$ est la matrice d'information de Fisher Bayésienne modifiée, qui s'écrit

$$\mathbf{I}_{\text{BM}}(\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{I}_{\text{M}}(\boldsymbol{\lambda}) + \mathbf{I}_{\text{P}}(\boldsymbol{\lambda}) \quad (3.6)$$

Cette expression est utilisée par la suite pour étudier l'apport de l'information a priori sur la période symbole et le temps de montée du signal.

3.3 Utilisation d'information a priori sur la période symbole

D'après les résultats obtenus dans la section 2.3.4, l'estimation du temps d'arrivée du signal de détresse est liée à la connaissance du rythme symbole $R_s = 1/T$. Suivant les spécifications des balises, R_s a une valeur nominale de 400 symboles par seconde avec une tolérance de 1% [Cos12f]. Afin de prendre en compte cette information, la période symbole T peut être munie de la loi a priori $p(T) \sim \mathcal{N}(\mu_T, \sigma_T^2)$ où μ_T est la valeur nominale de T et σ_T^2 est définie à partir de la précision avec laquelle on connaît T . Nous faisons donc un tirage de la période T valable pour la durée d'un message. Pour le vecteur de paramètres à estimer $\boldsymbol{\lambda} = (T, \tau, \nu)^T$, la matrice d'information de Fisher modifiée a été calculée dans le chapitre précédent et est donnée par (2.51). La matrice $\mathbf{I}_{\text{P}}(\boldsymbol{\lambda})$ est donnée par

$$\mathbf{I}_{\text{P}}(\boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_T^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

et, d'après (3.6), $\mathbf{I}_{\text{BM}}(\boldsymbol{\lambda})$ devient

$$\mathbf{I}_{\text{BM}}(\boldsymbol{\lambda}) = \begin{bmatrix} \alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{C}{N_0} N^3 + \frac{1}{\sigma_T^2} & 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{C}{N_0} \frac{N^2}{2} & 0 \\ 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{C}{N_0} \frac{N^2}{2} & 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{C}{N_0} N & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{N_0} \pi^2 \frac{T_0^3}{3} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

pour $B \geq \alpha\sqrt{2}$. L'estimation de ν étant découplée de l'estimation de (T, τ) , l'ajout d'information a priori sur T n'aura pas d'influence sur l'estimation de ν . Les éléments $[\mathbf{I}_{\text{BM}}(\boldsymbol{\lambda})]_{11}$ et $[\mathbf{I}_{\text{BM}}(\boldsymbol{\lambda})]_{22}$

de la diagonale de $\mathbf{I}_{\text{BM}}^{-1}(\boldsymbol{\lambda})$ définissent les BCRBMs de T et de τ , pour l'estimation conjointe de ces paramètres, notées respectivement $\text{BCRBM}_c(T)$ et $\text{BCRBM}_c(\tau)$. Après quelques calculs, on obtient

$$\text{BCRBM}_c(T) = \frac{1}{\alpha\beta^2 \frac{1}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{C}{N_0}\right) N^3 + \frac{1}{\sigma_T^2}} \quad (3.9)$$

$$\text{BCRBM}_c(\tau) = \text{BCRM}(\tau) \frac{3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{C}{N_0}\right) \frac{N^3}{3} + \frac{1}{\sigma_T^2}}{3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{C}{N_0}\right) \frac{N^3}{12} + \frac{1}{\sigma_T^2}} \quad (3.10)$$

où $\text{BCRM}(\tau)$ a été obtenu en (2.58). Dans le cas où $\sigma_T^2 \rightarrow \infty$, l'information a priori n'est pas utile et les bornes Bayésiennes (3.9) et (3.10) sont égales aux bornes modifiées (2.53) et (2.54)

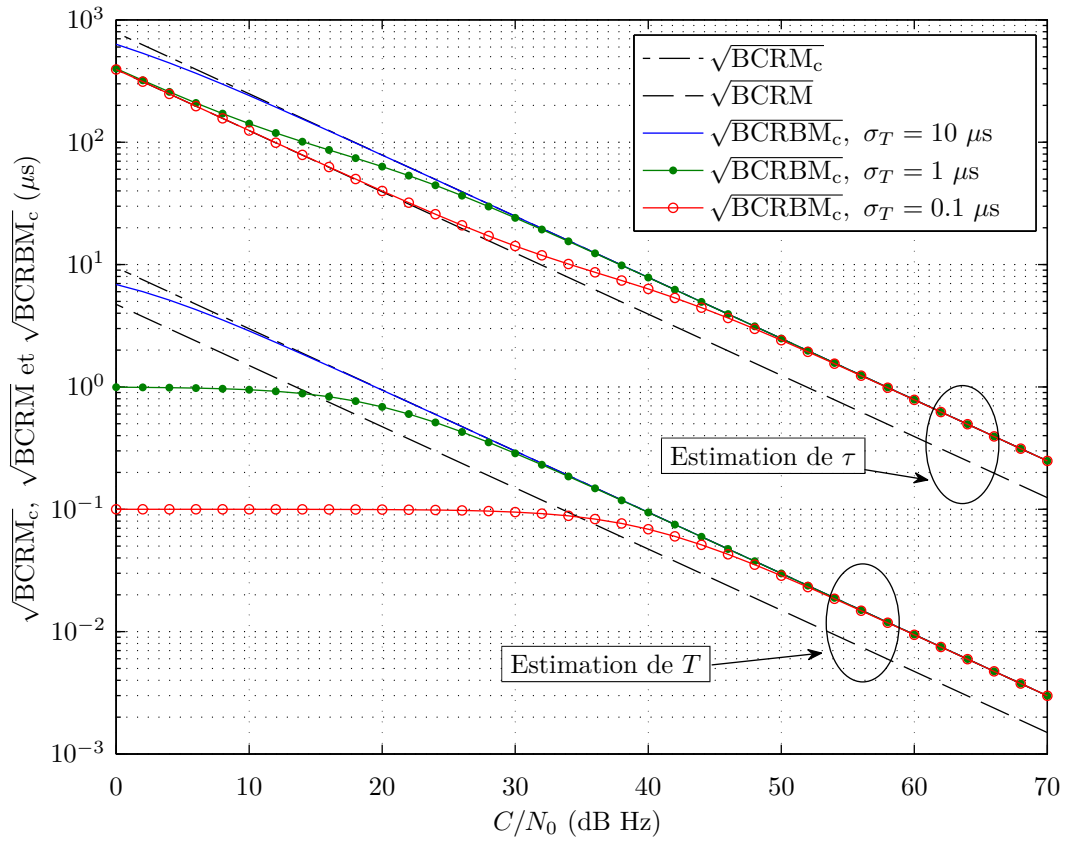
$$\lim_{\sigma_T^2 \rightarrow \infty} \text{BCRBM}_c(T) = \text{BCRM}_c(T) \quad (3.11)$$

$$\lim_{\sigma_T^2 \rightarrow \infty} \text{BCRBM}_c(\tau) = \text{BCRM}_c(\tau). \quad (3.12)$$

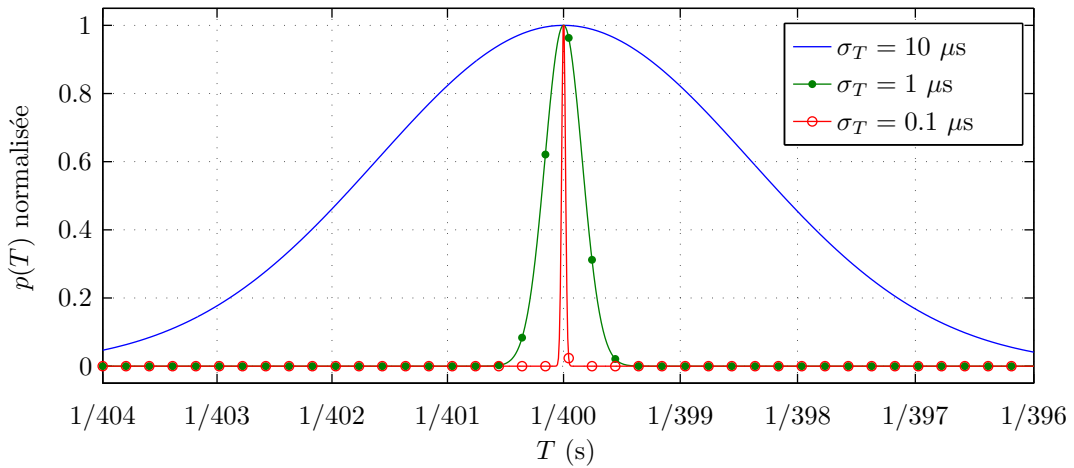
Dans le cas où $\sigma_T^2 \rightarrow 0$, l'information a priori est très précise (T est connu) et la borne Bayésienne (3.10) est égale à la borne modifiée (2.58)

$$\lim_{\sigma_T^2 \rightarrow 0} \text{BCRBM}_c(\tau) = \text{BCRM}(\tau). \quad (3.13)$$

Ces résultats théoriques sont illustrés sur la figure 3.1(a) qui compare les bornes Bayésiennes (3.9) et (3.10) avec les bornes obtenues dans la section 2.3.4 pour différentes valeurs de σ_T . La figure 3.1(b) montre trois densités de probabilité de T associées à trois valeurs de σ_T représentées sur l'intervalle $T = \left[\frac{1}{404}, \frac{1}{396}\right]$ secondes, suivant les spécifications des balises de détresse Cospas-Sarsat [Cos12f]. D'après (3.9), $\text{BCRBM}(T) \simeq \sigma_T^2$ pour des faibles valeurs de C/N_0 . Pour des fortes valeurs de C/N_0 , la borne Bayésienne approche $\text{BCRM}_c(T)$ (quand τ est inconnu), car aucune information a priori n'est disponible sur τ . On note une transition de la borne Bayésienne $\text{BCRBM}(\tau)$ entre $\text{BCRM}(\tau)$ (où T est connu) et $\text{BCRM}_c(\tau)$ (où T est inconnu), selon la précision de l'information a priori sur T . Dans le cas où $\sigma_T = 10 \mu\text{s}$ (valeur qui représente au mieux la distribution de T pour les balises de détresse), on note que l'information a priori n'est pas suffisamment précise pour améliorer l'estimation du temps d'arrivée τ pour des valeurs pratiques de C/N_0 (autour de 34.8 dB Hz). Par contre, dans le cas où $\sigma_T = 0.1 \mu\text{s}$, l'ajout d'information a priori améliore l'estimation de τ pour des valeurs pratiques de C/N_0 .



(a) Bornes modifiées et bornes Bayésiennes modifiées.



(b) Fonctions densité de probabilité de T normalisées.

FIGURE 3.1 – Bornes Bayésiennes et PDFs de T pour différentes valeurs de σ_T .

3.3.1 Simulations

Cette section compare les bornes modifiées et les bornes Bayésiennes modifiées pour l'estimation de T et de τ avec les RMSEs d'estimateurs de ces paramètres lorsque de l'information a priori sur la période symbole est disponible. Alors que dans les simulations de la section 2.3 la période symbole a été fixée, ici ce paramètre est issu d'un tirage aléatoire suivant une loi gaussienne. Dans cette section, la méthode utilisée pour l'estimation de T et de τ est une méthode de corrélation. Cette méthode consiste à générer une réplique du signal reçu et à maximiser la corrélation de ces deux signaux en faisant varier les paramètres T et τ de la réplique suivant une grille pré-spécifiée. Les données du message, qui sont nécessaires pour la génération de la réplique, sont estimées à l'aide d'un filtrage adapté utilisant la valeur nominale de T . Nous considérons qu'une estimation grossière du temps d'arrivée du signal a été réalisée et que l'erreur résultante ne dépasse pas la moitié de la période symbole. Cette condition garantit que l'estimation du maximum de corrélation soit calculée sur le pic de corrélation principal. Les paramètres de la simulation sont présentés dans le tableau 3.1.

Tableau 3.1 – Paramètres de la simulation

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Nombre de messages	N_m	1000	messages
Nombre de symboles	N	144	symboles
Moyenne de T	μ_T	1/400	s
Déviatoin standard de T	σ_T	∞ , 0.1 et 0.01	μs
Temps de montée	T_r	150	μs
Indice de modulation	β	1.1	radians
Largeur de bande	B	$\alpha\sqrt{2}$	Hz

La figure 3.2 montre les résultats de simulation, auxquels ont été ajoutées les RMSEs de la section 2.3 (pour $T_r = 150 \mu\text{s}$). Les RMSEs obtenus dans cette section sont comparables aux RMSEs de la section 2.3 dans le cas où $\sigma_T = \infty$ (lorsque T est inconnu). On note que la méthode de corrélation présente une meilleure performance que la méthode de rééchantillonnage présentée au chapitre précédent (p. 39) pour l'estimation de T et de τ . En effet, la méthode de rééchantillonnage

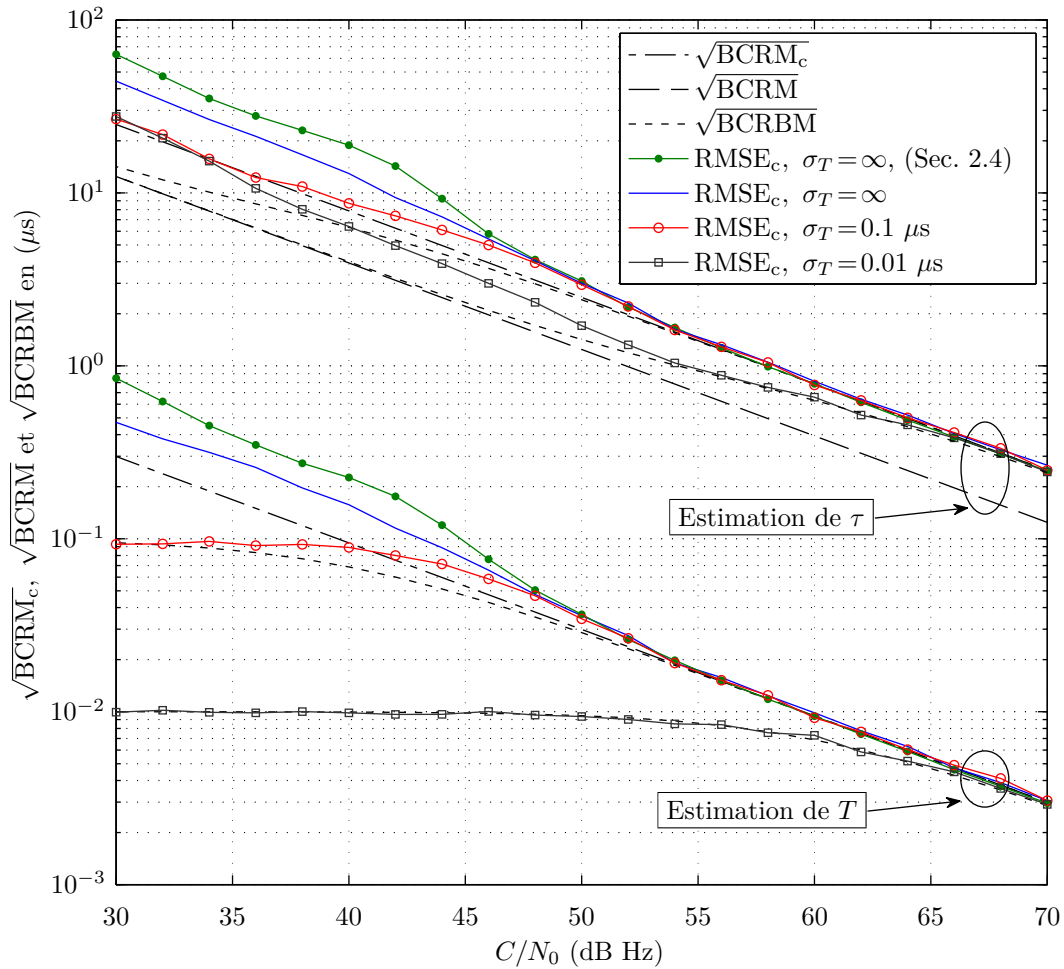


FIGURE 3.2 – Bornes modifiées et bornes Bayésiennes modifiées.

peut se ramener à maximiser des fonctions non convexes lorsque le bruit devient important. De même, la réplique générée par la méthode de corrélation est dégradée par des erreurs d'estimation du message, mais ces effets produisent moins de valeurs aberrantes (*outliers*). Sur la figure 3.2, pour $\sigma_T = 0.1 \mu s$ et $\sigma_T = 0.01 \mu s$, on note une amélioration des performances pour l'estimation de T et de τ par rapport au cas où aucune information a priori n'est utilisée pour T .

Dans la section suivante, nous étudions le cas où le temps de montée T_r est inconnu ainsi que la possibilité d'utilisation d'information sur ce paramètre, afin d'améliorer les performances pour l'estimation de T et de τ .

3.4 Utilisation d'information a priori sur le temps de montée

Cette section expose l'étude de l'amélioration des performances d'estimation de T et de τ lorsque le temps de montée T_r dans le modèle (2.39) est estimé et dans le cas où de l'information a priori est disponible sur ce paramètre. Le temps de montée T_r est présent dans la plupart des bornes calculées sous la forme du paramètre α , suivant (2.7). Comme dans la section 2.3.4, nous utilisons d'abord (2.50) pour obtenir les éléments de la matrice d'information de Fisher modifiée $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$. Puis, les éléments diagonaux de cette matrice et de $\mathbf{I}_M^{-1}(\boldsymbol{\lambda})$ fournissent les BCRMs d'intérêt. Pour le vecteur de paramètres $\boldsymbol{\lambda} = (T, \tau, \nu, \alpha)^T$, $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$ est une matrice de dimension 4×4 qui correspond à (2.51), lorsqu'on ajoute une ligne et une colonne en référence à l'estimation de α . Nous calculons d'abord le terme diagonal $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44}$, puis les termes croisés $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{i4} = [\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{4j}$, où $i = j = 1, 2, 3$, liés à l'estimation conjointe de α et de $(T, \tau, \nu)^T$. En prenant (2.50) avec $\lambda_i = \lambda_j = \alpha$, on obtient

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44} = \frac{C}{N_0} \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left[\int_{T_0} \frac{\partial \phi(t)}{\partial \alpha} \frac{\partial \phi(t)}{\partial \alpha} dt \right], \quad (3.14)$$

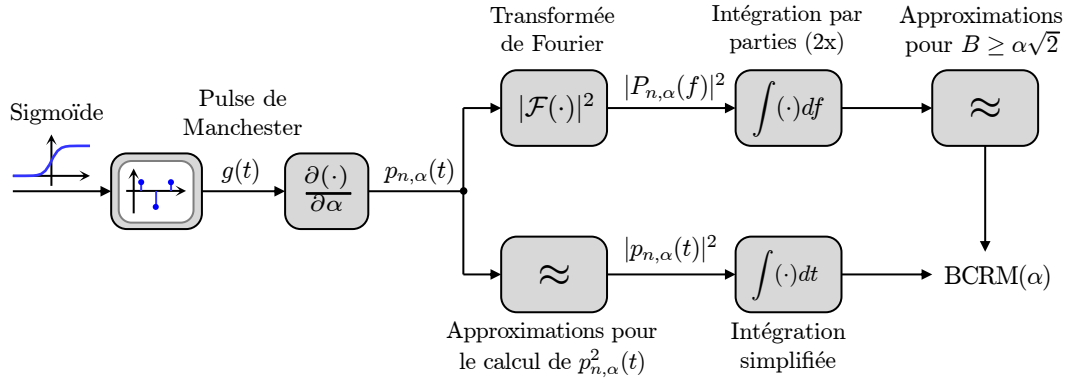
où $\mathbf{u} = (A, \nu, \tau, T, \phi_0, \mathbf{b})$ est le vecteur des paramètres indésirables, T_0 est l'intervalle d'observation du signal et $\phi(t)$ est la phase du signal, définie en (2.2). En prenant la dérivée de $\phi(t)$ par rapport à α en (3.14) on obtient

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44} = \frac{C}{N_0} \beta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{T_0} p_{n,\alpha}^2(t) dt \quad (3.15)$$

avec

$$p_{n,\alpha}(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[(t - nT - \tau) e^{-\alpha^2(t-nT-\tau)^2} - 2(t - nT - T/2 - \tau) e^{-\alpha^2(t-nT-T/2-\tau)^2} + (t - nT - T - \tau) e^{-\alpha^2(t-nT-T-\tau)^2} \right]. \quad (3.16)$$

L'intégrale de $p_{n,\alpha}^2(t)$ dans (3.15) est similaire aux intégrales présentées dans l'Annexe B, qui ont été calculées dans le domaine fréquentiel, puis pour lesquelles des approximations ont été faites en considérant le contexte d'application. Toutefois, la dérivée de $\phi(t)$ par rapport à α dans (3.14) produit un facteur t multipliant les exponentielles dans (3.16), ce qui rend le calcul complexe dans le domaine fréquentiel. Par la suite, nous montrons que le résultat suivant cette approche peut être obtenu de façon plus simple en faisant d'abord des approximations sur $p_{n,\alpha}(t)$, puis en calculant l'intégrale dans le domaine temporel. Ces deux approches sont illustrées dans la figure 3.3.

FIGURE 3.3 – Chaîne de calcul de la BCRM(α).

3.4.1 Évaluation de l'intégrale dans le domaine fréquentiel

Cette section présente le calcul de l'intégrale de $p_{n,\alpha}^2(t)$ intervenant dans (3.15) dans le domaine fréquentiel. En utilisant la transformée de Fourier suivante

$$\mathcal{F} [t e^{-t^2\alpha^2}] = -j \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{\alpha^3} f e^{-\frac{\pi^2 f^2}{\alpha^2}}, \alpha > 0 \quad (3.17)$$

nous obtenons $P_{n,\alpha}(f)$ et $|P_{n,\alpha}(f)|^2$

$$P_{n,\alpha}(f) = j \frac{\pi}{\alpha^3} f e^{-\frac{\pi^2 f^2}{\alpha^2}} e^{-j2\pi f(nT+\tau)} [-1 + 2e^{-j2\pi fT/2} - e^{-j2\pi fT}] \quad (3.18)$$

$$|P_{n,\alpha}(f)|^2 = \frac{\pi^2}{\alpha^6} f^2 e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} [-1 + 2e^{-j2\pi fT/2} - e^{-j2\pi fT}] [-1 + 2e^{-j2\pi fT/2} - e^{-j2\pi fT}]^*. \quad (3.19)$$

Puis, avec des manipulations de fonctions trigonométriques, nous avons

$$|P_{n,\alpha}(f)|^2 = \frac{\pi^2}{\alpha^6} f^2 e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} 16 \sin^4(\pi fT/2) \quad (3.20)$$

$$= \frac{\pi^2}{\alpha^6} f^2 e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} 2 [3 - 4 \cos(\pi fT) + \cos(2\pi fT)]. \quad (3.21)$$

Pour une bande $B = \alpha\sqrt{2}$, $\text{erf}(\pi) = 99.9991\%$ de l'intégrale de $|P_{n,\alpha}(f)|^2$ est comprise dans cette bande. Ainsi, le calcul pour $B = \infty$ peut être utilisé comme approximation pour le cas réel quand la condition $B \geq \alpha\sqrt{2}$ est assurée. L'intégrale de (3.21) est évaluée grâce à la formule

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2 e^{-af^2} \cos(2bf) df = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\frac{b^2}{a}} \left(\frac{1}{2a} - \frac{b^2}{a^2} \right), \quad a > 0. \quad (3.22)$$

Ainsi, l'intégrale de (3.21) peut s'écrire

$$\int_{-\infty}^{\infty} |P_{n,\alpha}(f)|^2 df \approx \frac{1}{2\alpha^3\sqrt{2\pi}} \left[3 - 4e^{-\frac{T^2\alpha^2}{8}} \left(1 - \frac{T^2\alpha^2}{4} \right) + e^{-\frac{T^2\alpha^2}{2}} \left(1 - T^2\alpha^2 \right) \right], \quad B \geq \alpha\sqrt{2}. \quad (3.23)$$

En considérant les valeurs habituelles de α et T , les exponentielles $e^{-\frac{T^2\alpha^2}{8}}$ et $e^{-\frac{T^2\alpha^2}{2}}$ peuvent être négligées. Nous avons alors

$$\int_{-\infty}^{\infty} |P_{n,\alpha}(f)|^2 df \approx \frac{3}{2\alpha^3\sqrt{2\pi}}, \quad B \geq \alpha\sqrt{2}. \quad (3.24)$$

En reprenant (3.15), nous obtenons l'approximation finale, pour $B \geq \alpha\sqrt{2}$

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44} = \frac{C}{N_0} \beta^2 N \frac{3}{2\alpha^3\sqrt{2\pi}}. \quad (3.25)$$

Dans la section suivante ce résultat est obtenu en faisant le calcul de l'intégrale dans (3.15) dans le domaine temporel.

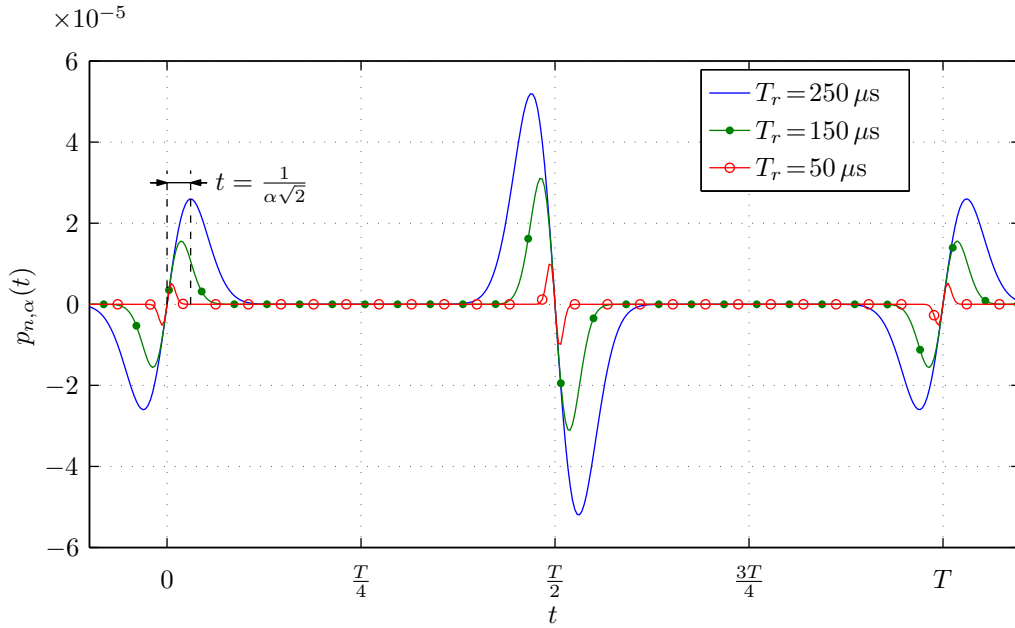
3.4.2 Évaluation de l'intégrale dans le domaine temporel

Dans cette section, $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44}$ est obtenu en faisant d'abord des approximations lors du calcul de $p_{n,\alpha}^2(t)$, puis en évaluant l'intégrale dans (3.15) dans le domaine temporel, tel qu'illustré sur le schéma de la figure 3.3. Les trois termes de $p_{n,\alpha}(t)$ dans (3.16) sont illustrés sur la figure 3.4, dans le cas du premier pulse ($n = 0$) et d'un retard nul ($\tau = 0$) pour différentes valeurs du temps de montée T_r . Les valeurs choisies sont les valeurs minimum ($T_r = 50 \mu\text{s}$), nominale ($T_r = 150 \mu\text{s}$) et maximum ($T_r = 250 \mu\text{s}$) suivant les spécifications du système [Cos12f]. On note que chacun des trois termes a une très faible influence sur les termes voisins. Par exemple, pour $T_r = 250 \mu\text{s}$, le maximum du premier terme est donné pour l'instant $t = \frac{1}{\alpha\sqrt{2}}$. Lorsque nous évaluons le terme central de $p_{n,\alpha}(t)$ dans (3.16) à cet instant, nous obtenons

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[-2(t - T/2)e^{-\alpha^2(t-T/2)^2} \right] \Big|_{t=\frac{1}{\alpha\sqrt{2}}}^{T_r=250 \mu\text{s}} = 1.9877 \times 10^{-55}. \quad (3.26)$$

Ainsi, les termes croisés de $p_{n,\alpha}(t)$ lors du calcul de $p_{n,\alpha}^2(t)$ sont négligeables. $p_{n,\alpha}^2(t)$ peut alors être approximé par

$$p_{n,\alpha}^2(t) \approx \frac{1}{\pi} \left[(t - nT - \tau)^2 e^{-2\alpha^2(t-nT-\tau)^2} + 4(t - nT - T/2 - \tau)^2 e^{-2\alpha^2(t-nT-T/2-\tau)^2} + (t - nT - T - \tau)^2 e^{-2\alpha^2(t-nT-T-\tau)^2} \right]. \quad (3.27)$$

FIGURE 3.4 – $p_{n,\alpha}(t)$ pour $n = 0$, $\tau = 0$ et différents temps de montée T_r .

Puis, comme le signal est nul en dehors de sa durée T_0 , l'intégrale de $p_{n,\alpha}^2(t)$ en (3.15) peut être calculée en prenant l'intervalle d'intégration $(-\infty, \infty)$. D'après (3.22) avec $b = 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 e^{-2\alpha^2 t^2} dt = \frac{\sqrt{2\pi}}{8\alpha^3}, \quad \alpha > 0 \quad (3.28)$$

on obtient

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{n,\alpha}^2(t) dt \approx \frac{1}{\pi} \left(6 \frac{\sqrt{2\pi}}{8\alpha^3} \right) = \frac{3\sqrt{2\pi}}{\pi 4\alpha^3} = \frac{3}{2\alpha^3 \sqrt{2\pi}}. \quad (3.29)$$

Finalement, en reprenant (3.15), $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44}$ s'écrit

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44} = \frac{C}{N_0} \beta^2 N \frac{3}{2\alpha^3 \sqrt{2\pi}}. \quad (3.30)$$

Cette expression correspond au résultat (3.25) obtenu dans la section précédente. L'approche temporelle sera utilisée dans la section suivante afin d'évaluer les termes croisés de $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$ liés à l'estimation conjointe de α et de $(T, \tau, \nu)^T$.

3.4.3 Calcul de la BCRM pour l'estimation du temps de montée

Afin de compléter le calcul de la BCRM pour la variance de l'estimation du temps de montée, nous calculons les termes croisés $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{i4} = [\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{4j}$, où $i = j = 1, 2, 3$. Avec (2.50) on a

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{14} = \frac{C}{N_0} \beta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{T_0} p_{n,T}(t) p_{n,\alpha}(t) dt \quad (3.31)$$

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{24} = \frac{C}{N_0} \beta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{T_0} p_{n,\tau}(t) p_{n,\alpha}(t) dt \quad (3.32)$$

avec $p_{n,T}(t)$ et $p_{n,\tau}(t)$ qui s'expriment comme suit (voir Annexe B)

$$p_{n,T}(t) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left[-n e^{-\alpha^2(t-nT-\tau)^2} + (2n+1) e^{-\alpha^2(t-nT-T/2-\tau)^2} - (n+1) e^{-\alpha^2(t-nT-T-\tau)^2} \right] \quad (3.33)$$

$$p_{n,\tau}(t) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left[-e^{-\alpha^2(t-nT-\tau)^2} + 2e^{-\alpha^2(t-nT-T/2-\tau)^2} - e^{-\alpha^2(t-nT-T-\tau)^2} \right]. \quad (3.34)$$

On obtient $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{34} = 0$, ce qui signifie que l'estimation du temps de montée est découplée de l'estimation du décalage Doppler ν . La figure 3.5 illustre $p_{n,\alpha}(t)$, $p_{n,T}(t)$ et $p_{n,\tau}(t)$ pour le premier pulse ($n = 0$), un retard nul ($\tau = 0$) et pour un temps de montée $T_r = 250 \mu\text{s}$. Ainsi comme dans la section précédente, on note que chacun des trois termes de $p_{n,T}(t)$ et de $p_{n,\tau}(t)$ dans (3.33) et (3.34)

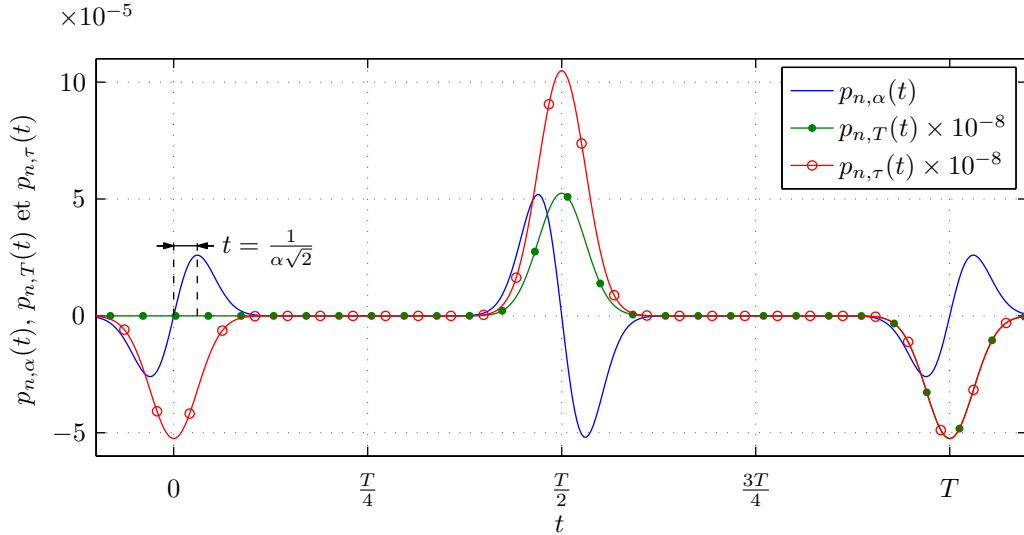


FIGURE 3.5 – $p_{n,\alpha}(t)$, $p_{n,T}(t)$ et $p_{n,\tau}(t)$ pour $n = 0$, $\tau = 0$ et $T_r = 250 \mu\text{s}$.

a une faible influence sur les termes voisins. Par exemple, en évaluant le terme central de $p_{n,\tau}(t)$ lorsque $t = \frac{1}{\alpha\sqrt{2}}$, on a

$$\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left[2e^{-\alpha^2(t-T/2)^2} \right] \Big|_{T_r=250 \mu s}^{t=\frac{1}{\alpha\sqrt{2}}} = 1.5754 \times 10^{-48}. \quad (3.35)$$

Les termes croisés sont donc négligés et, en prenant l'intervalle d'intégration $(-\infty, \infty)$ pour les intégrales de (3.31) et (3.32), on obtient

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{n,T}(t) p_{n,\alpha}(t) dt \approx -(6n+3) \frac{\alpha^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} te^{-2\alpha^2 t^2} dt = 0 \quad (3.36)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{n,\tau}(t) p_{n,\alpha}(t) dt \approx -6 \frac{\alpha^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} te^{-2\alpha^2 t^2} dt = 0. \quad (3.37)$$

De cette façon $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{14}$ et $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{24}$ sont égales à zéro et l'estimation du temps de montée est découplée de l'estimation de (ν, T, τ) . La BCRM pour la variance d'un estimateur du paramètre α est donc donnée par l'inverse de $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{44}$ dans (3.25). Ainsi, pour $B \geq \alpha\sqrt{2}$

$$\text{BCRM}(\alpha) = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\alpha^3}{\beta^2 \left(\frac{C}{N_0}\right) N}. \quad (3.38)$$

On remarque que la précision d'estimation de α dépend de α . En effet, ce paramètre est lié à la pente de la transition du signal. Lorsque α diminue, la pente des transitions est plus faible et sa durée augmente, ce qui favorise la précision d'estimation de la pente. Au contraire, quand la transition du signal est abrupte, l'estimation de α devient difficile. La borne $\text{BCRM}(T_r)$ peut être calculée avec un changement de variable en utilisant (2.7) et (3.38)

$$\text{BCRM}(T_r) = \left[\frac{2 \operatorname{erf}^{-1}(0.9)}{\alpha^2} \right]^2 \text{BCRM}(\alpha) \quad (3.39)$$

$$\text{BCRM}(T_r) = \frac{8 \operatorname{erf}^{-1}(0.9)}{3} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{T_r}{\beta^2 \left(\frac{C}{N_0}\right) N}. \quad (3.40)$$

De façon similaire à $\text{BCRM}(\alpha)$, on note que $\text{BCRM}(T_r)$ est une fonction de T_r . Lorsque T_r augmente, la transition du signal est plus douce et l'estimation des seuils pour déterminer le temps de montée T_r devient difficile. L'estimation du paramètre T_r est étudiée dans la section suivante, dédiée aux simulations.

3.4.4 Simulations

Cette section compare l'expression de $\text{BCRM}(T_r)$ obtenue dans (3.40) avec la RMSE d'un estimateur du temps de montée du signal Cospas-Sarsat. La méthode d'estimation de T_r est une adaptation de la méthode de corrélation utilisée dans la section 3.3.1, en ajoutant une troisième dimension à la grille de paramètres à estimer. Nous calculons donc la corrélation du signal reçu avec une réplique générée en faisant varier à la fois T , τ et T_r . Le tableau 3.2 résume les paramètres de la simulation. La figure 3.6 présente les bornes (2.53), (2.54) et (3.40), pour l'estimation conjointe de (T, τ, T_r) , les

Tableau 3.2 – Paramètres de la simulation

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Nombre de messages	N_m	1000	messages
Nombre de symboles	N	144	symboles
Moyenne de T	μ_T	1/400	s
Déviatoin standard de T	σ_T	∞ et 0.01	μs
Temps de montée	T_r	150	μs
Indice de modulation	β	1.1	radians
Largeur de bande	B	$\alpha\sqrt{2}$	Hz

bornes Bayésiennes (3.9) et (3.10) pour l'estimation de (T, τ) lorsque nous disposons de l'information a priori sur T , et la borne (2.58) pour l'estimation de τ lorsque T est connu. Les RMSEs des estimateurs de (T, τ, T_r) sont illustrées dans les deux cas de figure suivants : quand T_r est connu ou estimé, et quand T est connu ou estimé (en utilisant de l'information a priori). On note d'abord que les RMSEs des estimateurs atteignent les bornes pour de fortes valeurs de C/N_0 , ce qui indique une bonne performance. On remarque également que l'estimation du temps de montée n'a pas d'influence sur la performance pour l'estimation de T et de τ , tel que prévu dans la section 3.4.3. Toutefois, la valeur du temps de montée est importante par rapport à la précision pour l'estimation de T et de τ , car ce paramètre est présent (sous la forme du paramètre α) dans toutes les bornes calculées pour T et τ .

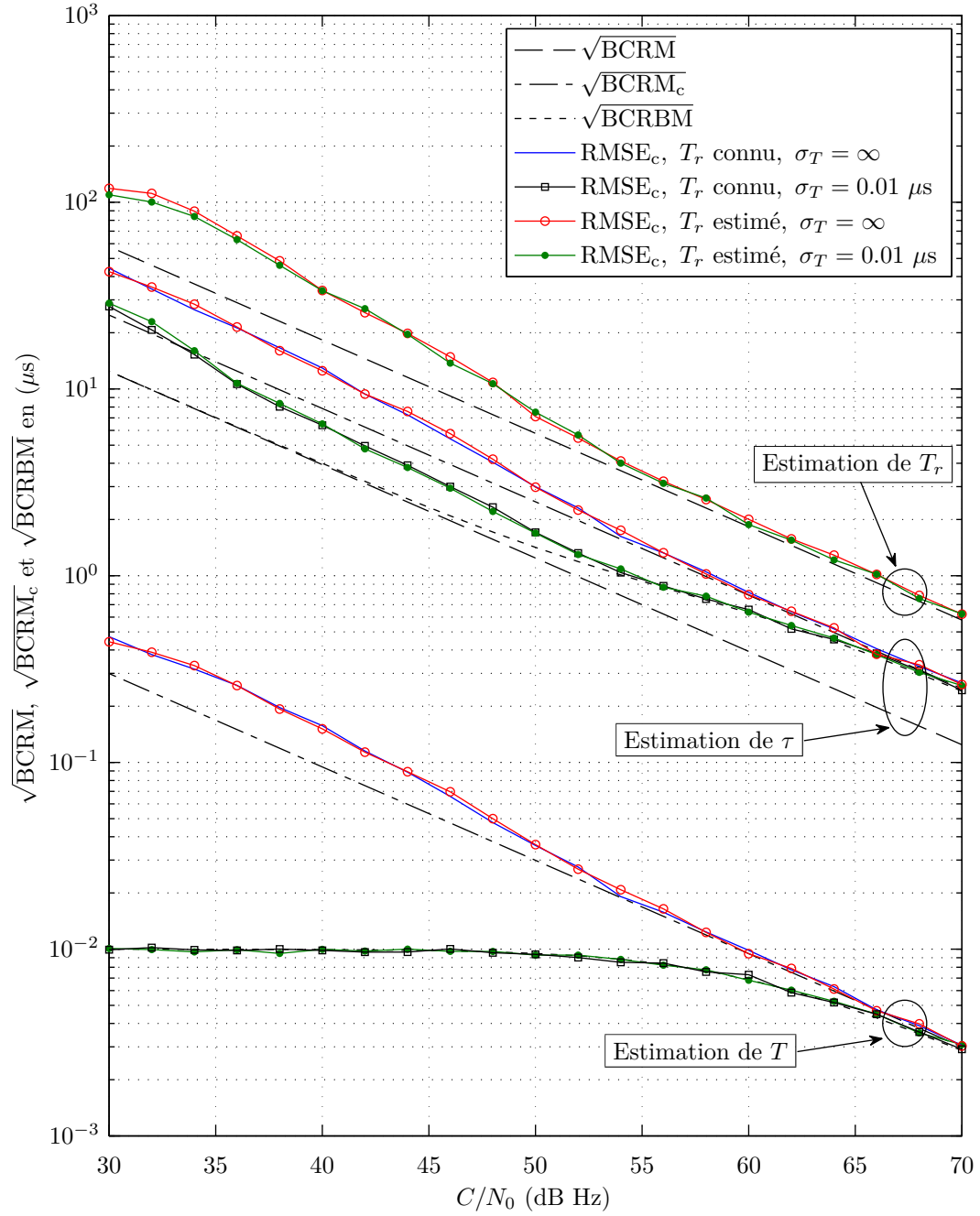


FIGURE 3.6 – Estimation conjointe de T , τ et de T_r pour $\sigma_T = \infty$ et $\sigma_T = 0.01 \mu\text{s}$.

3.5 Ajout de bruit de phase

Dans le modèle de signal Cospas-Sarsat proposé dans la section 2.2, la fréquence porteuse f_0 a été supposée constante sur la durée du message de détresse. Cependant, l'oscillateur de la balise peut présenter une instabilité à court terme, ce qui peut dégrader les performances d'estimation des paramètres de position. Cette section étudie l'impact de l'instabilité à court terme de l'oscillateur, en considérant cet effet comme un bruit ajouté à la phase du signal.

3.5.1 Génération de bruit de phase

D'après [LC76], le bruit de phase d'un oscillateur peut être modélisé comme suit

$$\Psi(t) = 2\pi f_0 t + \underbrace{\sum_{k=2}^K \frac{\Omega_{k-1}}{k!} t^k}_{\text{dérive de phase à long terme}} + \underbrace{[\psi(t) - \psi(0)]}_{\text{instabilité de phase à court terme}} + \Psi(0) \quad (3.41)$$

où $\Psi(t)$ est la phase du signal, f_0 est la fréquence nominale, Ω_k est une variable aléatoire qui représente la dérive de fréquence d'ordre k , $\psi(t)$ est un processus aléatoire stationnaire qui représente l'instabilité de phase de l'oscillateur à court terme et $\Psi(0)$ est la phase initiale. La dérive de phase à long terme dans (3.41) produit un décalage en fréquence qui sera éliminé à la réception lors du calcul de différence de fréquence d'arrivée. Il reste donc à analyser l'effet du terme $\psi(t)$. Une méthode courante pour caractériser cet effet est d'observer le spectre de phase [Cur10]. Nous définissons d'abord la fluctuation de fréquence normalisée, $y(t)$, comme étant le taux instantané de variation de la phase avec le temps, normalisé par la fréquence nominale de l'oscillateur (en radians par seconde) [BCC⁺71]

$$y(t) = \frac{1}{2\pi f_0} \frac{\partial \psi(t)}{\partial t}. \quad (3.42)$$

Pour des sources de fréquence allant des oscillateurs à quartz aux horloges atomiques, la densité spectrale de puissance du processus $y(t)$ peut être modélisée par une superposition de cinq processus aléatoires indépendants obéissant à des lois de puissance avec des exposants entiers [Pla07]

$$S_y(f) = \sum_{n=-2}^2 h_n f^n \quad (3.43)$$

Tableau 3.3 – Modèles de puissance de $S_y(f)$ et les variances d'Allan $\sigma_y^2(\tau_a)$ correspondantes.

Type de bruit	$S_y(f)$	$\sigma_y^2(\tau_a)$
Marche aléatoire de fréquence	$h_{-2}f^{-2}$	$(2h_{-2}\pi^2/3)\tau_a$
Bruit de scintillation de fréquence	$h_{-1}f^{-1}$	$2h_{-1}\ln(2)\tau_a^0$
Bruit blanc de fréquence	h_0f^0	$(h_0/2)\tau_a^{-1}$
Bruit de scintillation de phase	h_1f	$h_1[1.038 + 3\ln(2\pi\tau_a f_c)]/(4\pi^2)\tau_a^{-2}$
Bruit blanc de phase	h_2f^2	$[3h_2f_c/(4\pi^2)]\tau_a^{-2}$

où les coefficients h_n représentent l'intensité de chacun des cinq bruits. Les fluctuations de fréquence peuvent également être analysées dans le domaine temporel. La variance d'Allan, dite à deux échantillons, a été proposée dans [All66] et est définie par

$$\sigma_y^2(\tau_a) = \frac{1}{2}\mathbb{E}_y \left[(\bar{y}_2 - \bar{y}_1)^2 \right] \quad (3.44)$$

où \bar{y}_2 et \bar{y}_1 sont des moyennes de la fluctuation de fréquence $y(t)$ calculées sur une période τ_a . La conversion entre (3.43) et (3.44) est donnée par l'intégrale suivante [BCC⁺71]

$$\sigma_y^2(\tau_a) = 2 \int_0^{f_c} S_y(f) \frac{\sin^4(\pi\tau_a f)}{(\pi\tau_a f)^2} df \quad (3.45)$$

où $S_y(f)$ est une densité spectrale unilatérale [Cur10, TAO05] et f_c est une fréquence de coupure qui garantit la convergence de l'intégrale lorsque $n = 1$ et $n = 2$ dans (3.43). Le tableau 3.3 présente $S_y(f)$ pour différents types de bruits de phase et les variances d'Allan associées $\sigma_y^2(\tau_a)$. Le bruit caractéristique des oscillateurs est le bruit de scintillation de fréquence (*flicker frequency*) [Rie04]. Afin de trouver une méthode de génération de ce bruit, nous regardons d'abord la densité spectrale de $\psi(t)$, notée $S_\psi(f)$, qui peut être obtenue en utilisant (3.42) [BCC⁺71]

$$S_\psi(f) = \frac{f_0^2}{f^2} S_y(f). \quad (3.46)$$

Dans le cas du bruit de scintillation de fréquence, $n = -1$ dans le modèle (3.43), et en prenant la valeur de h_{-1} en fonction de $\sigma_y^2(\tau_a)$ dans le tableau 3.3, on obtient

$$S_\psi(f) = f_0^2 \frac{\sigma_y^2(\tau_a)}{2\ln(2)} f^{-3}. \quad (3.47)$$

Ainsi, la densité spectrale des fluctuations de phase est une fonction de f^{-3} . Dans ce cas, les méthodes classiques de génération de bruit comprenant des modèles autorégressifs et des modèles à moyenne mobile ne peuvent pas être utilisées car celles-ci ne sont pas capables de générer du bruit pour des valeurs négatives de n dans (3.43) [Pla07]. Mais $\psi(t)$ peut être obtenu à l'aide du calcul de la transformée de Fourier inverse du spectre $s_\psi(f)$ du bruit de phase [Ünv13, Wan10, Bie94]. Le modèle de ce spectre peut être calculé à partir de (3.47), conduisant à

$$s_\psi(f) = f_0 \sqrt{f^{-3} \frac{\sigma_y^2(\tau_a)}{2 \ln(2)}}. \quad (3.48)$$

La phase aléatoire du spectre de phase est classiquement supposée uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$, i.e., $\eta(f) \sim \mathcal{U}(0, 1)$. La figure 3.7 illustre alors la génération du bruit de phase $\psi(t)$, qui sera utilisé en simulation dans la prochaine section.

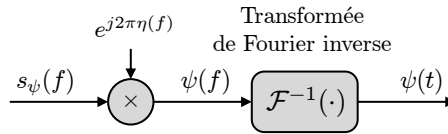
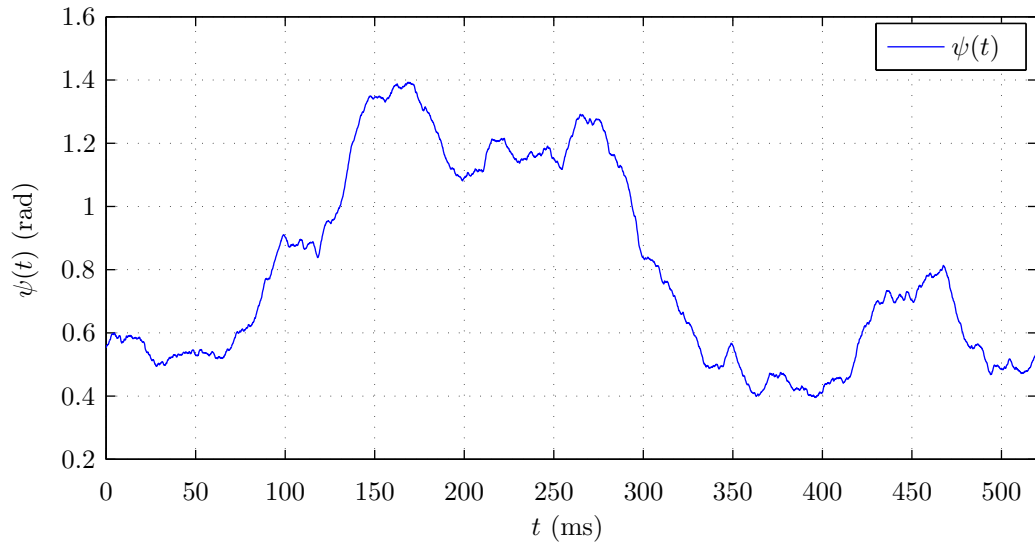


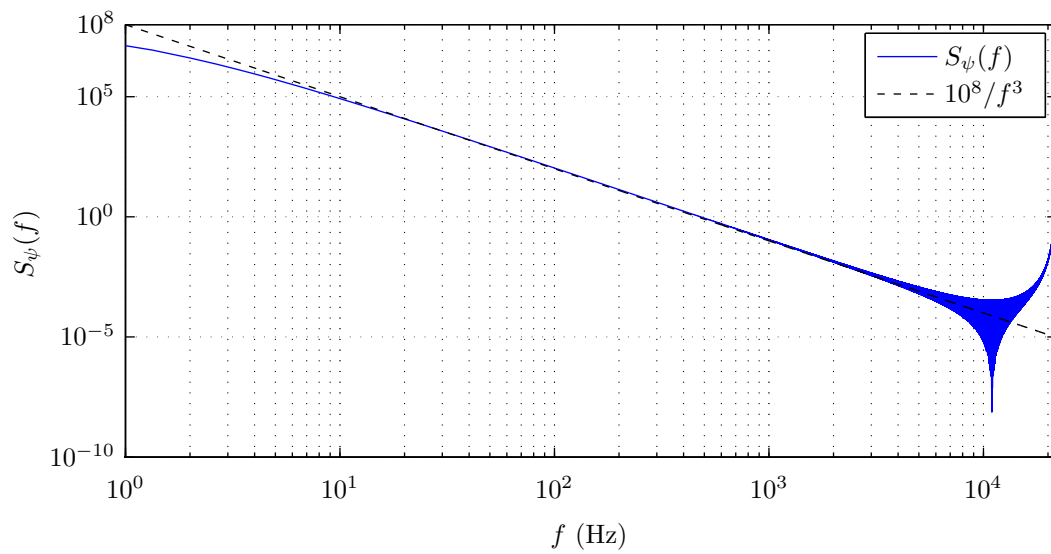
FIGURE 3.7 – Génération du bruit de phase $\psi(t)$.

3.5.2 Simulations

Cette section analyse la performance des estimateurs des paramètres (T, τ, ν) du signal Cospas-Sarsat, en présence de bruit de phase (scintillation de fréquence), caractéristique des oscillateurs des balises de détresse. La figure 3.8(a) présente une réalisation du bruit de phase $\psi(t)$ généré pour $\sigma_y(\tau_a) = 2 \times 10^{-9}$. Cette valeur est la valeur maximale permise pour la variance d'Allan des fluctuations de fréquence à court terme, selon les spécifications du système [Cos12a]. La densité spectrale de $\psi(t)$ est illustrée sur la figure 3.8(b), où on note que $S_\psi(f)$ est une fonction de f^{-3} , ce qui confirme que $\psi(t)$ est un bruit de scintillation de fréquence. Le tableau 3.4 regroupe les paramètres de la simulation.



(a) Une réalisation de bruit de phase $\psi(t)$ pour $\sigma_y(\tau_a) = 2 \times 10^{-9}$.



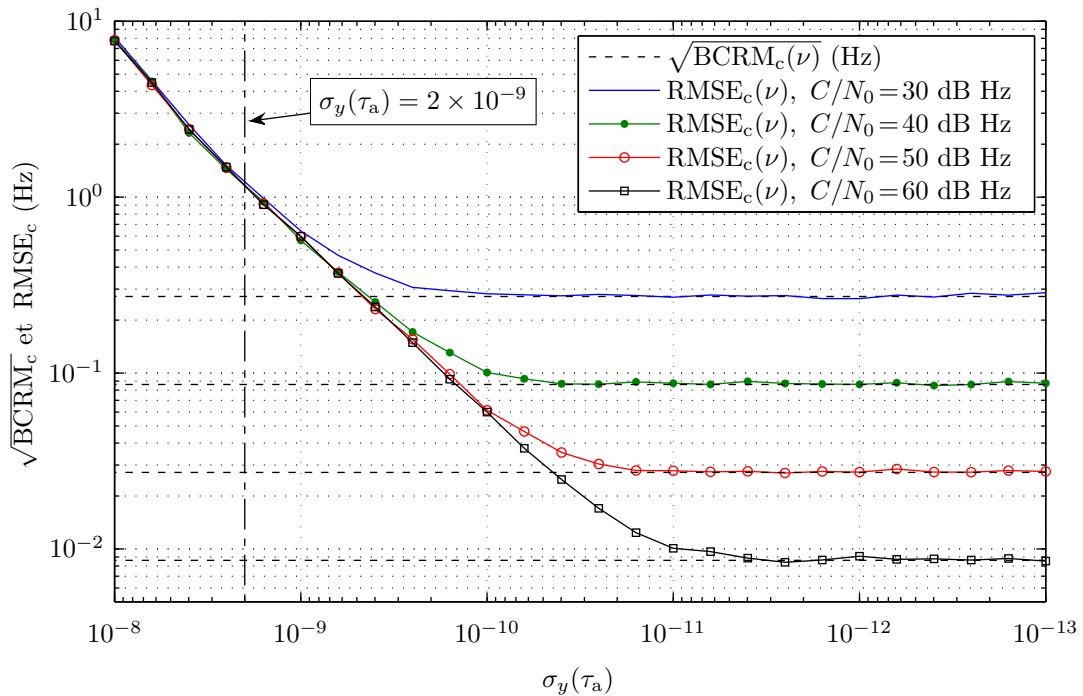
(b) Densité spectrale de puissance de $\psi(t)$.

FIGURE 3.8 – Caractéristiques temporelle et fréquentielle du bruit de phase.

Tableau 3.4 – Paramètres de la simulation

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Nombre de messages	N_m	1000	messages
Nombre de symboles	N	144	symboles
Rythme symbole	R_s	400	symboles/s
Temps de montée	T_r	150	μs
Indice de modulation	β	1.1	radians
Largeur de bande	B	$\alpha\sqrt{2}$	Hz
Fréquence de la porteuse	f_0	400	MHz
Durée de la porteuse non modulée	T_p	160	ms

La figure 3.9 montre les RMSEs de l'estimateur du décalage Doppler ν suivant la méthode de transformée de Fourier décrite dans la section 2.3.5 pour différentes valeurs de $\sigma_y(\tau_a)$ et de C/N_0 . On note que lorsque le bruit de phase est faible par rapport au bruit de puissance, la BCRM calculée

FIGURE 3.9 – BCRMs pour le décalage Doppler ν en présence de bruit de phase en fonction de $\sigma_y(\tau_a)$.

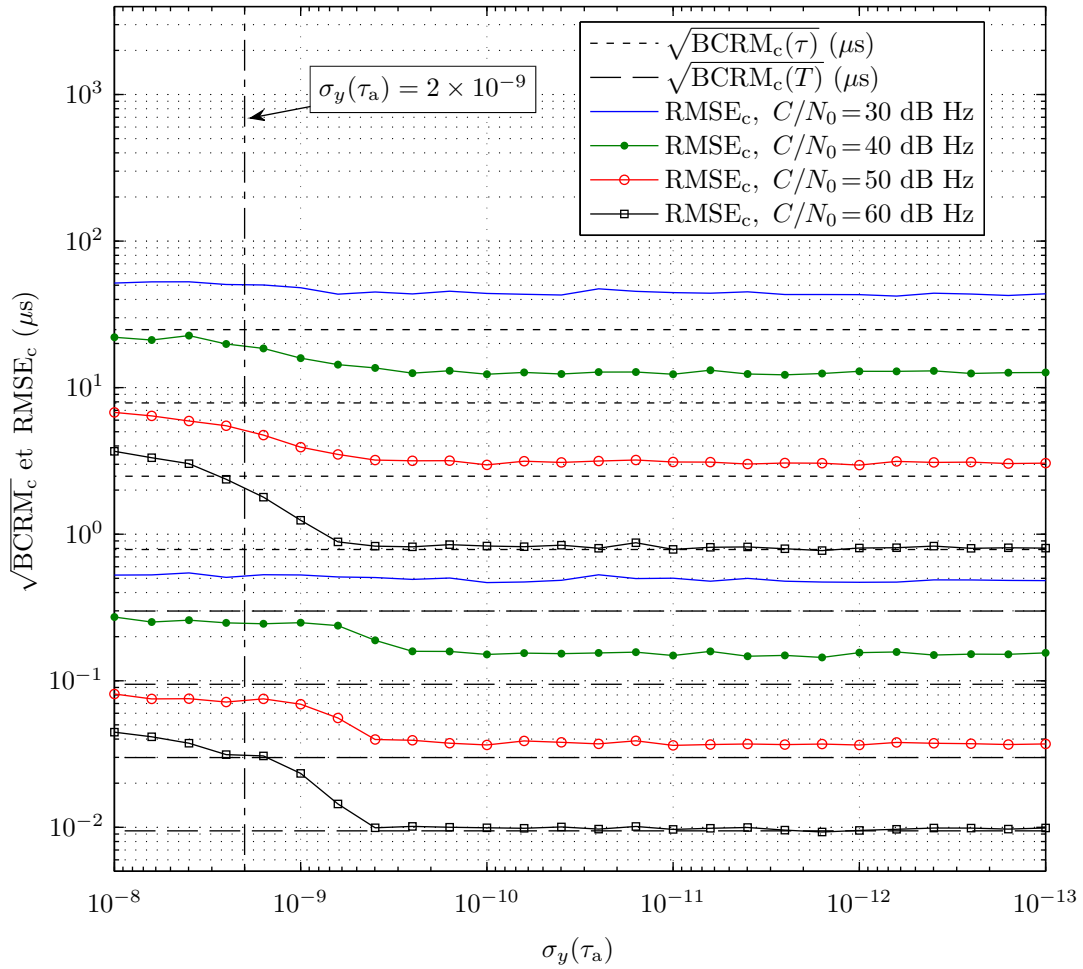


FIGURE 3.10 – BCRMs et RMSEs des estimateurs de T et τ en présence de bruit de phase en fonction de $\sigma_y(\tau_a)$.

définit le palier de performance optimale de l'estimateur. Lorsque le bruit de phase devient plus important que le bruit de puissance, il y a une dégradation de performance supplémentaire. La figure 3.10 présente les RMSEs pour l'estimation de T et τ en utilisant la méthode de corrélation introduite dans la section 3.3.1. On note que, pour des valeurs de $\sigma_y(\tau_a)$ inférieures à 2×10^{-10} , il n'y a pas de dégradation des performances d'estimation. On remarque également que, par rapport à l'influence du bruit de phase sur l'estimation de ν , l'influence de ce bruit sur l'estimation des paramètres temporels (T, τ) est moins importante.

3.6 Utilisation de signaux multiples

Cette section étudie l'utilisation de plusieurs signaux Cospas-Sarsat émis successivement par la balise afin d'améliorer l'estimation de position de cette balise. Par la suite, la BCRM pour l'estimation de position est généralisée pour prendre en compte la présence de signaux multiples, puis cette borne est comparée à des RMSEs d'estimateurs lors de simulations.

La BCRM pour un estimateur non biaisé de la position de la balise a été donnée dans (2.66) où il a été vérifié que l'estimation de position dépend de la géométrie de la constellation (via \mathbf{G}) et de la précision des mesures de TOA et de FOA (via \mathbf{C}), soit

$$\text{BCRM}(p_i) = [(\mathbf{G}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{G})^{-1}]_{ii}, \quad i = 1, \dots, 3. \quad (3.49)$$

Lorsque nous considérons la transmission de L signaux, les matrices \mathbf{G} et \mathbf{C}^{-1} peuvent s'écrire

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{G}_L \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1^{-1} & & & 0 \\ & \mathbf{C}_2^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \mathbf{C}_L^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

où chaque paire de matrices \mathbf{G}_n et \mathbf{C}_n , pour $n = 1, \dots, L$, représente les caractéristiques de la constellation et de la précision des mesures du n -ème signal transmis. A l'aide de (3.50) et (3.49) on obtient

$$\text{BCRM}(p_i) = \left[\left(\sum_{n=1}^L \mathbf{G}_n^T \mathbf{C}_n^{-1} \mathbf{G}_n \right)^{-1} \right]_{ii}, \quad i = 1, \dots, 3. \quad (3.51)$$

Ainsi, lors de la transmission de multiples signaux de détresse, la performance optimale d'estimation de position est donnée par la somme pondérée de la contribution de chaque signal transmis. Selon les spécifications du système Cospas-Sarsat, les messages sont émis tous les $T_e = 50\text{s} \pm 5\%$ (où l'imprécision évite que deux balises émettent de façon synchrone) [Cos12f]. La durée totale des émissions est donc de LT_e secondes. Dans le cas où les changements de la constellation de satellites sont négligeables et la précision des mesures reste constante sur la durée des émissions, on a

$$\text{BCRM}(p_i) = \frac{1}{L} [(\mathbf{G}_1^T \mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{G}_1)^{-1}]_{ii}, \quad i = 1, \dots, 3 \quad (3.52)$$

où on note le facteur classique $1/L$ obtenu lorsqu'on estime la variance d'une moyenne de L mesures.

3.6.1 Simulations

Cette section compare les performances d'estimation de position de la balise pour de multiples messages transmis. Les paramètres (T, τ, ν) sont estimés en utilisant la méthode de transformée de Fourier et la méthode de corrélation. Pour l'estimation de position, la méthode utilisée dans la section 2.4.2 peut être adaptée au cas de L signaux reçus. L'estimateur par moindres carrés (2.78) et la variance de ses composantes (2.79) deviennent

$$\hat{\mathbf{p}}_{k+1} = \mathbf{p}_k + \left(\sum_{n=1}^L \mathbf{G}_{k,n}^T \mathbf{C}_n^{-1} \mathbf{G}_{k,n} \right)^{-1} \times \sum_{n=1}^L \left[\mathbf{G}_{k,n}^T \mathbf{C}_n^{-1} \mathbf{y}_{k,n} \right] \quad (3.53)$$

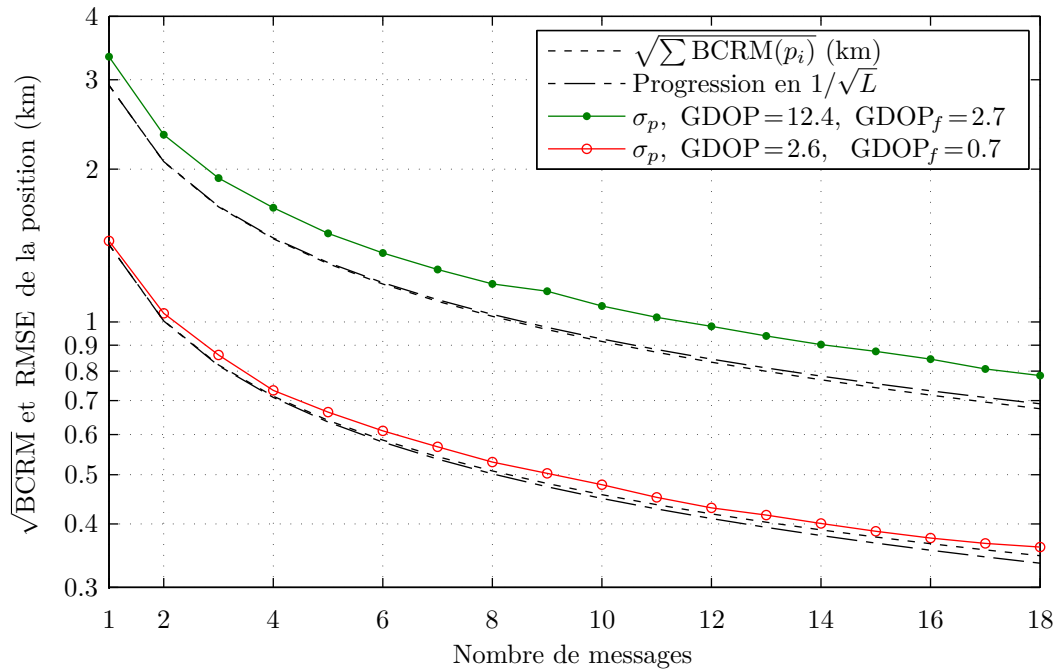
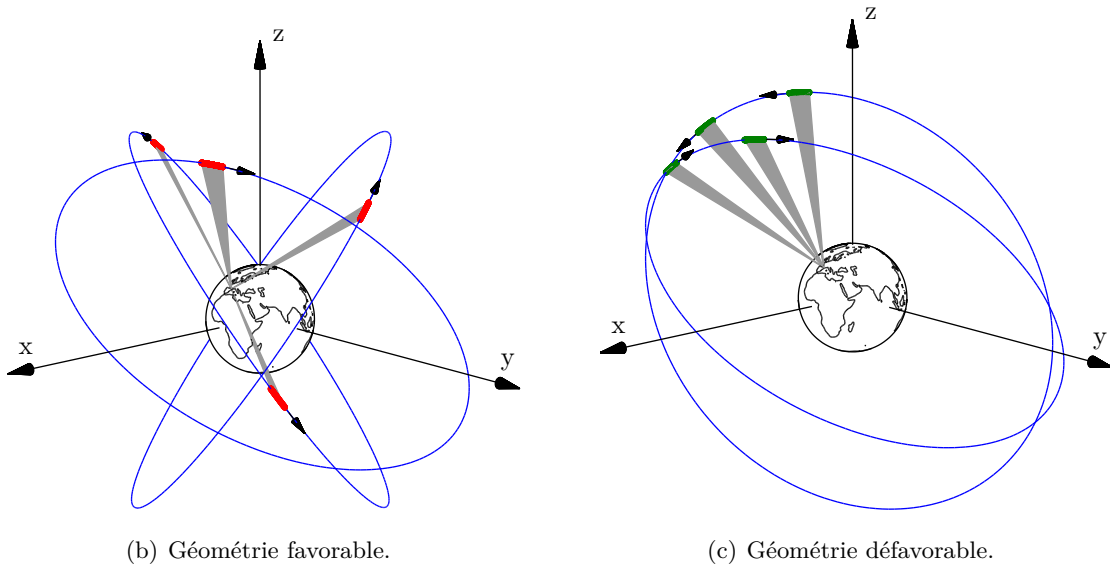
$$\text{var}(\hat{p}_i) = \left[\left(\sum_{n=1}^L \mathbf{G}_{k,n}^T \mathbf{C}_n^{-1} \mathbf{G}_{k,n} \right)^{-1} \right]_{ii}, \quad i = 1, \dots, 3 \quad (3.54)$$

où l'indice k fait référence à l'itération de l'algorithme. On note que pour chaque signal supplémentaire reçu, de nouvelles équations sont ajoutées au système d'équations (2.62) et le calcul complet doit être effectué (en prenant en compte l'ensemble de tous les signaux reçus).

Le tableau 3.5 regroupe les paramètres de simulation, où $C/N_0 = 34.8$ dB Hz est la valeur nominale du système [Cos12c]. La figure 3.11(a) compare les performances d'estimation de position de la balise pour $L = 18$ messages de détresse transmis, ce qui correspond à une période d'environ 15 minutes. Les figures 3.11(b) et 3.11(c) présentent les deux constellations considérées de $M = 4$ satellites, où le déplacement de chaque satellite a été illustré. Comme dans la section 2.4.3, nous

Tableau 3.5 – Paramètres de la simulation

Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
Nombre d'émissions	L	18	émissions
Nombre de satellites	M	4	satellites
Nombre de messages	N_m	1000	messages
Nombre de symboles	N	144	symboles
Rythme symbole	R_s	400	symboles/s
Temps de montée	T_r	150	μs
Rapport porteuse/densité de bruit	C/N_0	34.8	dB Hz

(a) Estimation de position de la balise pour de multiples signaux reçus et $C/N_0 = 34.8$ dB Hz.

(b) Géométrie favorable.

(c) Géométrie défavorable.

FIGURE 3.11 – (a) Comparaison de performance d'estimation de position pour une géométrie favorable illustrée dans (b) ($\text{GDOP} = 2.6$, $\text{GDOP}_f = 0.7$) et une géométrie défavorable illustrée dans (c) ($\text{GDOP} = 12.4$, $\text{GDOP}_f = 2.7$).

comparons la somme des variances associées aux composantes du vecteur position de la balise (σ_p^2 définie dans (2.82)). Sur la figure 3.11 on note la perte de performance d'estimation de position lorsque la géométrie est défavorable (en raison du regroupement des satellites sur la figure 3.11(c)). La courbe de progression en $1/\sqrt{L}$ est également affichée et on note que la BCRM pour l'estimation de la position s'éloigne légèrement de celle-ci, ce qui s'explique par la géométrie qui change au cours de la simulation. Comme dans la figure 2.13, on remarque également que les RMSEs des estimateurs sont plus proches des BCRMs présentés dans le cas de la géométrie favorable.

La figure 3.12 présente une comparaison de la méthode d'estimation de position de la balise définie par (3.53) avec le calcul de la moyenne non-pondérée des positions estimées. Pour cette simulation, nous utilisons la constellation de satellites associée à la géométrie favorable de la figure 3.11(b). Afin d'illustrer la différence de performance des deux approches de calcul de position, la troisième émission a été dégradée ($C/N_0 = 30$ dB Hz), la sixième émission a été moins bruitée ($C/N_0 = 40$ dB Hz) et les émissions restantes ont été bruitées suivant la valeur nominale du système ($C/N_0 = 34.8$ dB Hz). On note que lorsqu'on utilise (3.53), la pondération correcte de la contribution d'une émission bruitée permet encore d'améliorer l'estimation. En effet, les matrices $\mathbf{G}_{k,n}$ et \mathbf{C}_n intervenant dans (3.53) évitent qu'une constellation trop défavorable ou un bruit excessif nuisent à l'estimation de position.

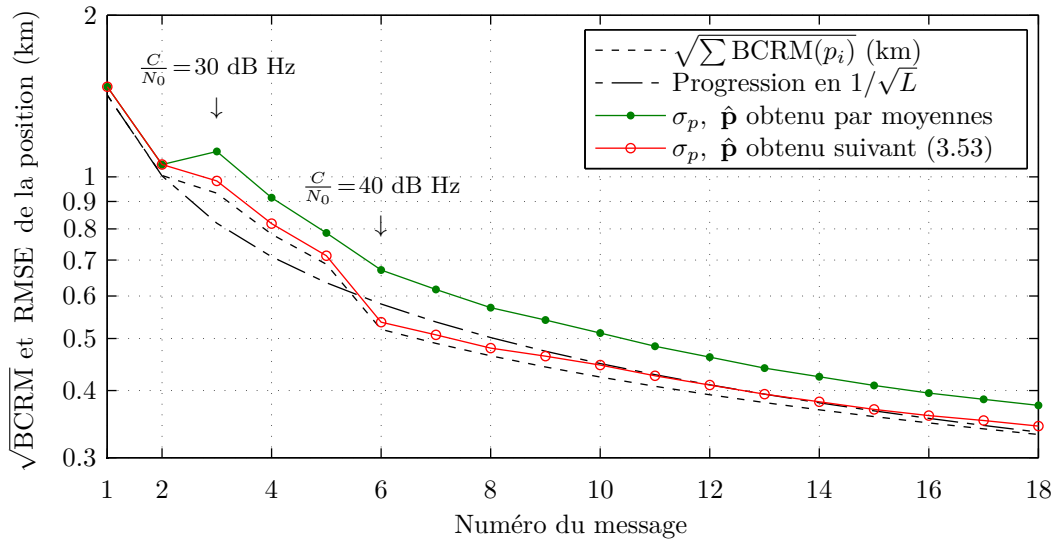


FIGURE 3.12 – Comparaison de la méthode d'estimation de \mathbf{p} avec la moyenne des positions estimées.

3.7 Conclusions

Ce chapitre a présenté des extensions des résultats obtenus dans le chapitre 2 utiles pour l'application MEOSAR. Plus précisément, nous avons d'abord introduit une manière d'exploiter l'information a priori disponible pour certains paramètres du modèle de signal Cospas-Sarsat développé dans le chapitre 2. Il a été vérifié que l'ajout d'information a priori sur la période symbole T permet d'améliorer l'estimation du temps d'arrivée τ du signal, ce qui est important pour l'estimation de position. Les bornes de Cramér-Rao modifiées pour l'estimation de τ calculées dans le chapitre 2 ont été retrouvées dans les cas limites où l'information a priori sur T est très informative ($\sigma_T^2 \rightarrow 0$) ou lorsque cette information est peu informative ($\sigma_T^2 \rightarrow \infty$). Ensuite une étude concernant l'ajout d'information a priori pour les paramètres α et T_r (qui règlent le temps de montée du signal) a été menée. Nous avons alors déterminé des bornes de Cramér-Rao modifiées pour l'estimation des paramètres α et T_r à l'aide d'une méthode de calcul simple dans le domaine temporel (et non pas dans le domaine fréquentiel comme dans le chapitre 2). Il a été vérifié que l'estimation de (α, T_r) est découplée de l'estimation de (T, τ, ν) , ce qui empêche l'utilisation d'information a priori sur (α, T_r) pour estimer les paramètres (T, τ, ν) .

Dans une seconde partie, les effets du bruit de phase sur les performances des estimateurs de (T, τ, ν) ont été étudiés par simulations. L'intégration de ce bruit dans le modèle du signal reste difficile car le bruit caractéristique des oscillateurs (bruit de scintillation de fréquence) a une densité spectrale des fluctuations de phase de la forme $S_{\psi}(f) \propto f^{-3}$.

Pour terminer, la borne de Cramér-Rao modifiée pour l'estimation de la position de la balise a été étendue au cas d'émissions multiples de la balise de détresse. Il a été vérifié que cette borne pour l'estimation de la position ne suit pas toujours la progression en $1/\sqrt{L}$ classique retrouvée lorsqu'on estime la variance d'une moyenne de L mesures. En effet, la borne est sensible à la géométrie de la constellation et surtout aux variations de la précision optimale des paramètres liés à l'estimation de position.

CHAPITRE 4

Application aux signaux à spectre étalé

Sommaire

4.1	Introduction	75
4.2	Balises de détresse de deuxième génération	76
4.3	Modulation par étalement de spectre	76
4.3.1	Étalement de spectre par séquence directe	77
4.3.2	Densité spectrale de puissance du signal	78
4.4	Définition d'un signal CDMA MEOSAR	80
4.4.1	Signaux à spectre étalé avec modulation OQPSK	80
4.4.2	Performances optimales d'estimation des paramètres d'un signal CDMA	82
4.4.3	Efficacité spectrale	85
4.5	Simulations	88
4.5.1	Performances d'estimation des paramètres	88
4.5.2	Performances de localisation	92
4.6	Conclusions	93

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, les outils développés au long de la thèse sont appliqués à des signaux à spectre étalé susceptibles de remplacer les signaux actuels dans la prochaine génération du système MEOSAR. Nous introduisons les balises de détresse de deuxième génération qui présentent des avantages pour le système Cospas-Sarsat, tels que la robustesse aux interférences entre les balises et une plus grande précision de localisation. Nous étudions la modulation par étalement de spectre utilisée par ces balises et déterminons les performances optimales de localisation. Pour terminer, nous comparons ces performances à celles du signal Cospas-Sarsat actuel.

4.2 Balises de détresse de deuxième génération

Les balises de détresse du système Cospas-Sarsat actuel ont été développées pour fonctionner avec les satellites en orbite basse du système LEOSAR, où la position de la balise est estimée en utilisant l'effet Doppler du signal reçu. Avec l'ajout de satellites géostationnaires du système GEOSAR, des balises ont été créées avec un module GPS embarqué, ce qui permet d'intégrer la position de la balise dans chaque message de détresse émis. Puis, avec le développement du système MEOSAR, des analyses préliminaires ont indiqué qu'une nouvelle génération de balises de détresse conçues pour fonctionner avec ce système pourrait encore améliorer les performances de localisation [Cos12e].

Le développement des balises de détresse de deuxième génération a commencé en 2010 et depuis, deux modèles distincts ont émergé [Hes13]. La première conception conserve essentiellement la même forme de signal actuel, avec des nouvelles spécifications des paramètres, comme par exemple un nombre de symboles plus important pour permettre une localisation plus précise [Cos12g, GHAK12]. La deuxième conception a été développée par la NASA et des experts français et utilise une modulation par étalement de spectre, proche de celle utilisée pour les signaux GPS actuels [Cos10b, Cos12h]. Cette modulation présente plusieurs avantages, qui seront détaillés dans la section suivante.

4.3 Modulation par étalement de spectre

L'étalement de spectre est un moyen de transmission selon lequel le signal occupe une bande de fréquence plus importante que celle nécessaire au transfert. Les techniques de modulation existantes utilisent un code d'étalement, qui est une séquence aléatoire indépendante des données à transmettre [PSM82]. A la réception, ce code est connu par le récepteur et sert à récupérer les données.

La technique d'étalement de spectre par saut de fréquence consiste à décaler la fréquence de transmission du signal suivant un code d'étalement. De façon similaire, la technique d'étalement de spectre par saut de temps décale les instants de transmission du signal suivant un code d'étalement. Puis, la technique d'étalement de spectre par séquence directe multiplie directement le signal par le code d'étalement. Finalement, des combinaisons de ces techniques sont également employées [Hol07].

4.3.1 Étalement de spectre par séquence directe

La technique d'étalement de spectre par séquence directe (*Direct Sequence Spread Spectrum*) est souvent utilisée pour la navigation par satellite, pour les raisons suivantes [KH06] :

- Possibilité d'émissions simultanées sur la même bande de fréquence en utilisant différents codes d'étalement. Cette technique de codage par l'accès multiple est nommée DS-SS (Direct Sequence Code Division Multiple Access) ;
- Limitation de la densité de flux de puissance rayonnée par le satellite ;
- Robustesse au brouillage et aux interférences de bande étroite ;
- Amélioration de la précision de localisation grâce aux fréquentes transitions du signal introduites par le code d'étalement.

La figure 4.1 illustre la génération d'un signal à spectre étalé $x(t)$, qui est obtenu par la multiplication directe du message à transmettre $m(t)$ et du code d'étalement $c(t)$.

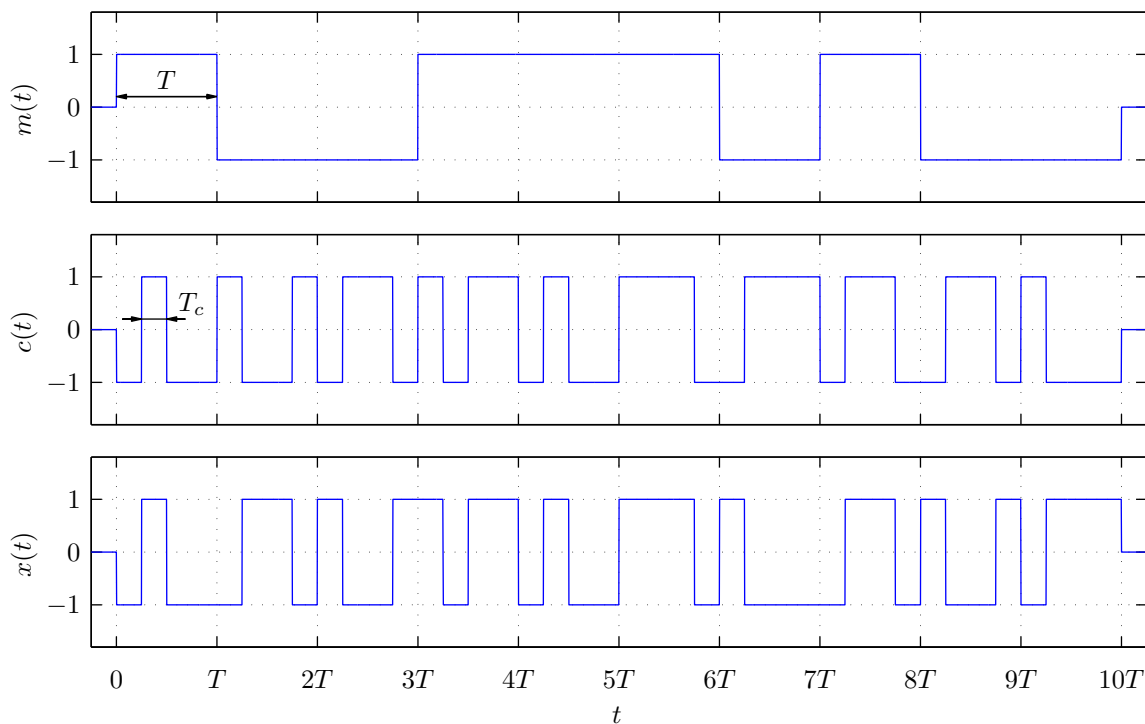


FIGURE 4.1 – Génération d'un signal à spectre étalé $x(t)$ en utilisant un code d'étalement $c(t)$.

Le signal à spectre étalé $x(t)$ est donc défini par

$$x(t) = m(t)c(t). \quad (4.1)$$

Les symboles du message sont des impulsions rectangulaires de durée T et les symboles du code (nommés *chips*) sont des impulsions rectangulaires de durée $T_c = T/\kappa$, où κ est le facteur d'étalement de la bande du signal. Pour l'exemple de la figure 4.1, ce facteur est donné par $\kappa = 4$. La section suivante présente les densités spectrale de puissances de $m(t)$ et de $x(t)$.

4.3.2 Densité spectrale de puissance du signal

La densité spectrale de puissance $S_m(f)$ du message $m(t)$ peut être obtenue par [Lat98, p. 302]

$$S_m(f) = \frac{|G_r(f)|^2}{T} \quad (4.2)$$

où $G_r(f)$ est la transformée de Fourier de l'impulsion rectangulaire $g_r(t)$, qui représente un symbole du message. L'impulsion $g_r(t)$ est définie comme

$$g_r(t) = h(t) - h(t - T) \quad (4.3)$$

où $h(t)$ est la fonction de Heaviside [GRJZ07], définie telle que

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0. \end{cases} \quad (4.4)$$

En utilisant la définition de la transformée de Fourier, on obtient $G_r(f)$

$$G_r(f) = e^{-j2\pi fT/2} \frac{\sin(\pi fT)}{\pi f} = T e^{-j2\pi fT/2} \text{sinc}(fT) \quad (4.5)$$

où $\text{sinc}(t) = \sin(\pi t)/(\pi t)$ est la fonction sinus cardinal. Le terme exponentiel représente le retard de $T/2$ de l'impulsion $g_r(t)$ par rapport au cas où cette impulsion était centrée à l'origine ($t = 0$). Ainsi, avec (4.5) dans (4.2), on obtient la densité spectrale de puissance du message $m(t)$ telle que

$$S_m(f) = T \text{sinc}^2(fT). \quad (4.6)$$

De façon similaire, la densité spectrale du signal à spectre étalé $x(t)$ est donnée par

$$S_x(f) = T_c \operatorname{sinc}^2(fT_c). \quad (4.7)$$

Lors du calcul de $S_x(f)$, le code d'étalement a été considéré purement aléatoire. Toutefois, une réplique de ce code est nécessaire à la réception afin de récupérer le message $m(t)$. Ainsi, des séquences pseudo-aléatoires sont utilisées pour le code $c(t)$. Ces séquences ont une longueur finie et présentent alors une fonction d'autocorrélation périodique. La densité spectrale de puissance est donnée par le théorème de Wiener-Khinchin comme étant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation [PS08, p. 67]. Ainsi, la densité spectrale de puissance du signal à spectre étalé est donnée par un spectre de raies, qui se rapprochent avec l'augmentation de la longueur du code [KH06, p. 120]. Pour des raisons pratiques, nous pouvons considérer seulement l'enveloppe de cette densité spectrale de puissance, et on obtient $S_x(f)$ donnée par (4.7) [PSM82]. La figure 4.2 illustre $S_m(f)$ et $S_x(f)$ et on note l'étalement du spectre, avec le facteur d'étalement de la largeur de bande $\kappa = 4$. La section suivante présente les signaux à spectre étalé susceptibles de remplacer les signaux des balises de détresse actuelles.

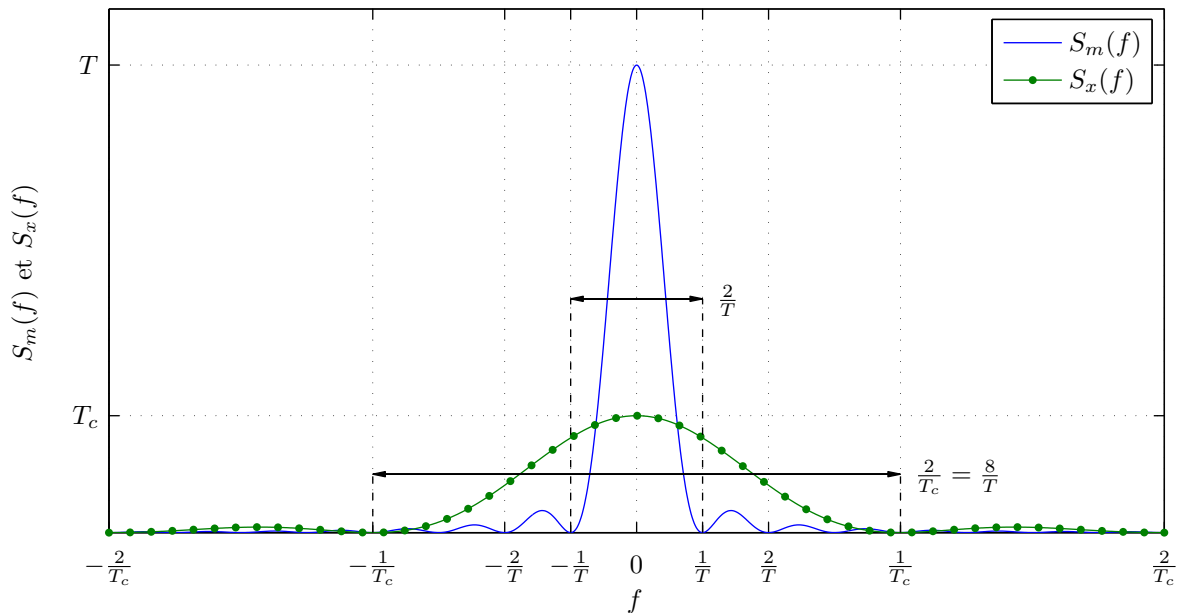


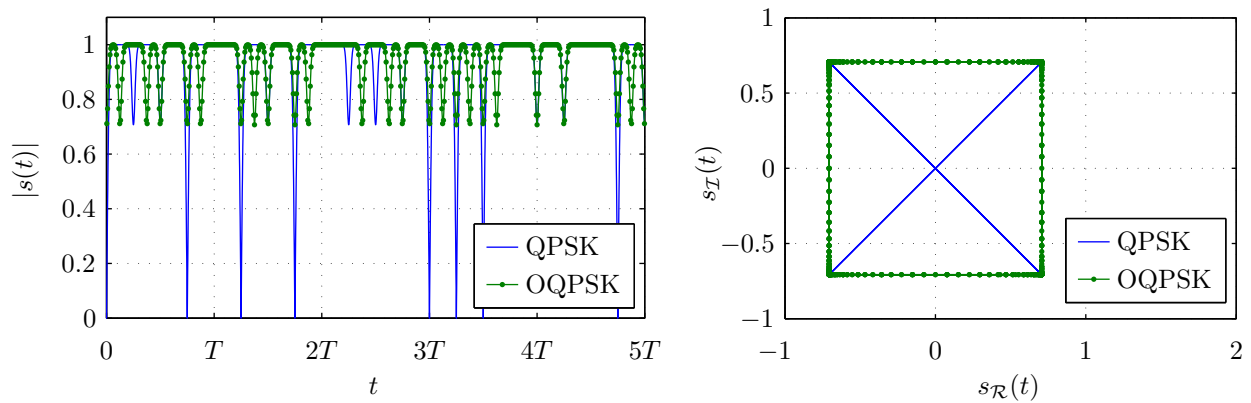
FIGURE 4.2 – Densités spectrales de puissance de $m(t)$ et de $x(t)$.

4.4 Définition d'un signal CDMA MEOSAR

Cette section présente la définition d'un nouveau signal MEOSAR à spectre étalé en utilisant la technique d'étalement par séquence directe. Pour ce signal, nous calculons les performances optimales pour l'estimation des paramètres temporels "Durée du *chip*" et "Temps d'arrivée" à l'aide de la borne de Cramér-Rao modifiée, de façon similaire à ce qui a été fait pour le signal Cospas-Sarsat actuel dans la section 2.3.4. Finalement, nous comparons l'efficacité spectrale du signal Cospas-Sarsat actuel avec celle du signal à spectre étalé.

4.4.1 Signaux à spectre étalé avec modulation OQPSK

Un nouveau signal MEOSAR à spectre étalé est proposé dans [Cos12h] en utilisant un codage CDMA et la modulation OQPSK (*Offset Quadrature Phase-Shift Keying*). Cette modulation utilise deux voies en quadrature telle que la modulation QPSK, avec un décalage (*offset*) d'un demi symbole entre la voie en phase et la voie en quadrature. Ce décalage évite les transitions de phase simultanées sur les deux voies de 180° , en dépit de transitions de phase de $\pm 90^\circ$ plus fréquentes, ce qui réduit donc les changements abrupts du signal modulé [PS08, p. 125]. La figure 4.3(a) compare le module d'un signal $s(t)$ à spectre étalé pour les modulations QPSK et OQPSK pour une impulsion en forme de sigmoïde, tandis que la figure 4.3(b) illustre les réalisations de $s(t)$ dans le plan complexe.



(a) Valeur absolue de $s(t)$ pour deux modulations.

(b) Réalisations de $s(t)$ dans le plan complexe.

FIGURE 4.3 – Comparaison des modulations QPSK et OQPSK.

Le signal OQPSK peut être représenté par

$$s(t) = s_{\mathcal{R}}(t) + js_{\mathcal{I}}(t) \quad (4.8)$$

avec ses parties réelles et imaginaires données par

$$s_{\mathcal{R}}(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{N-1} b_{\mathcal{R}_m} g_r(t - mT - \tau) \sum_{n=0}^{N_c-1} c_{\mathcal{R}_n} g_c(t - nT_c - \tau) \quad (4.9)$$

$$s_{\mathcal{I}}(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{N-1} b_{\mathcal{I}_m} g_r(t - mT - T_c/2 - \tau) \sum_{n=0}^{N_c-1} c_{\mathcal{I}_n} g_c(t - nT_c - T_c/2 - \tau) \quad (4.10)$$

où A est l'amplitude du signal, le facteur $\sqrt{2}$ représente une répartition égale de puissance sur chaque voie, N est le nombre de symboles, N_c est le nombre de chips sur la durée totale du message, T est la durée du symbole, T_c est la durée du *chip*, τ est le délai de transmission, $g_r(t)$ est l'impulsion rectangulaire définie dans (4.3) et $g_c(t)$ représente le *chip*. Les vecteurs $\mathbf{b}_{\mathcal{R}} = \{b_{\mathcal{R}_m}\}$ et $\mathbf{b}_{\mathcal{I}} = \{b_{\mathcal{I}_m}\}$ sont constitués de variables aléatoires indépendantes de moyenne nulle qui représentent les bits d'information et les vecteurs $\mathbf{c}_{\mathcal{R}} = \{c_{\mathcal{R}_n}\}$ et $\mathbf{c}_{\mathcal{I}} = \{c_{\mathcal{I}_n}\}$ sont constitués de variables pseudo-aléatoires qui représentent les bits du code d'étalement. Afin de considérer le temps de montée du signal, l'impulsion $g_c(t)$ peut être définie à l'aide de fonctions sigmoïdes telles que

$$g_c(t) = \frac{1}{2} \operatorname{erf}(\alpha t) - \frac{1}{2} \operatorname{erf}[\alpha(t - T_c)]. \quad (4.11)$$

où le paramètre α permet de régler le temps de montée du signal, suivant (2.7). Puisque $g_r(t)$ prend seulement les valeurs 0 ou 1, (4.9) et (4.10) peuvent s'écrire

$$s_{\mathcal{R}}(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{N_c-1} b_{\mathcal{R}_{\lfloor n/\kappa \rfloor}} c_{\mathcal{R}_n} g_c(t - nT_c - \tau) \quad (4.12)$$

$$s_{\mathcal{I}}(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{N_c-1} b_{\mathcal{I}_{\lfloor n/\kappa \rfloor}} c_{\mathcal{I}_n} g_c(t - nT_c - T_c/2 - \tau) \quad (4.13)$$

où $\lfloor \cdot \rfloor$ est la partie entière d'un nombre réel et κ est le facteur d'étalement de la bande du signal, donné par

$$\kappa = \frac{T}{T_c} = \frac{N_c}{N}. \quad (4.14)$$

La section suivante évalue les performances optimales d'estimation des paramètres temporels du signal à spectre étalé avec modulation OQPSK.

4.4.2 Performances optimales d'estimation des paramètres d'un signal CDMA

Dans cette section, nous calculons les performances optimales d'estimation des paramètres d'un signal à spectre étalé avec modulation OQPSK. Plus précisément, nous nous intéressons à l'estimation de deux paramètres temporels, qui sont le temps d'arrivée τ et de la durée du *chip* T_c . L'estimation de l'effet Doppler du signal est découplée de ces paramètres et dépend de C/N_0 et de la durée du signal T_0 , ce qui peut être démontré avec le calcul effectué pour le signal Cospas-Sarsat actuel dans la section 2.3.4. Ainsi, nous calculons la matrice d'information de Fisher modifiée $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$, à partir de laquelle sont calculées les bornes de Cramér-Rao modifiées. Ensuite, nous introduisons un facteur important lié à l'efficacité spectrale du signal, qui est la bande de Gabor.

Bornes de Cramér-Rao modifiées

Pour le vecteur de paramètres à estimer $\boldsymbol{\lambda} = (T_c, \tau)^T$, la matrice d'information de Fisher modifiée est donnée par (2.49) d'où

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \frac{1}{N_0} \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left\{ \int_{T_0} \left[\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_j} + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(t)}{\partial \lambda_j} \right] dt \right\}, \quad i, j = 1, 2 \quad (4.15)$$

où $\lambda_1 = T_c$ et $\lambda_2 = \tau$. Comme la modulation OQPSK peut être considérée comme deux modulations BPSK indépendantes [Ror04], le calcul est présenté pour la partie réelle du signal et $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$ peut être calculée par

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \frac{2}{N_0} \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left[\int_{T_0} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_j} dt \right], \quad i, j = 1, 2. \quad (4.16)$$

Les dérivées de $s_{\mathcal{R}}(t)$ par rapport aux paramètres T_c et τ sont données par

$$\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial T_c} = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{N_c-1} b_{\mathcal{R}_{\lfloor n/\kappa \rfloor}} c_{\mathcal{R}_n} p_{c_n, T_c}(t) \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \tau} = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{m=0}^{N_c-1} b_{\mathcal{R}_{\lfloor m/\kappa \rfloor}} c_{\mathcal{R}_m} p_{c_m, \tau}(t) \quad (4.18)$$

où $p_{c_n, T_c}(t) = \partial g_c(t - nT_c - \tau) / \partial T_c$ et $p_{c_m, \tau}(t) = \partial g_c(t - mT_c - \tau) / \partial \tau$. En remplaçant (4.17) et (4.18) dans (4.15) et en utilisant la relation $\mathbb{E}[b_{\mathcal{R}_{\lfloor n/\kappa \rfloor}} b_{\mathcal{R}_{\lfloor m/\kappa \rfloor}}^* c_{\mathcal{R}_n} c_{\mathcal{R}_m}^*] = \delta_{nm}$ (où δ_{nm} est le delta de Kronecker) qui vient du fait que les symboles $c_{\mathcal{R}_n}$ et $c_{\mathcal{R}_m}$ sont indépendants pour $n \neq m$, $\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})$

s'écrit

$$\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{C}{N_0} \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N_c-1} \int_{T_0} p_{c_n, T_c}^2(t) dt & \sum_{n=0}^{N_c-1} \int_{T_0} p_{c_n, T_c}(t) p_{n, \tau}(t) dt \\ \sum_{n=0}^{N_c-1} \int_{T_0} p_{c_n, T_c}(t) p_{n, \tau}(t) dt & \sum_{n=0}^{N_c-1} \int_{T_0} p_{c_n, \tau}^2(t) dt \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

où $C = A^2$. En dérivant l'impulsion $g_c(t)$ donnée en (4.11) par T_c et τ , on obtient les expressions suivantes de $p_{c_n, T_c}(t)$ et $p_{c_n, \tau}(t)$

$$p_{c_n, T_c}(t) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left[-n e^{-\alpha^2(t-nT_c-\tau)^2} + (n+1) e^{-\alpha^2(t-nT_c-T_c-\tau)^2} \right] \quad (4.20)$$

$$p_{c_n, \tau}(t) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left[-e^{-\alpha^2(t-nT_c-\tau)^2} + e^{-\alpha^2(t-nT_c-T_c-\tau)^2} \right]. \quad (4.21)$$

Les intégrales dans (4.19) sont calculées en utilisant les approximations de la section 3.4.2 et, en prenant l'intervalle d'intégration $(-\infty, \infty)$, on obtient, pour une largeur de bande $B \geq \alpha\sqrt{2}$,

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{c_n, T_c}^2(t) dt \approx \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} (2n^2 + 2n + 1) \quad (4.22)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{c_n, T_c}(t) p_{c_n, \tau}(t) dt \approx \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} (2n + 1) \quad (4.23)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{c_n, \tau}^2(t) dt \approx \frac{2\alpha}{\sqrt{2\pi}} \quad (4.24)$$

et la matrice d'information de Fisher modifiée devient

$$\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda}) = \alpha \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{C}{N_0} \begin{bmatrix} \frac{N_c}{3} \left(N_c^2 + \frac{1}{2} \right) & \frac{N_c^2}{2} \\ \frac{N_c^2}{2} & N_c \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

Pour le signal avec modulation OQPSK, le nombre de *chips* est donné par $N_c = 38400$. Ainsi $N_c^2 \gg \frac{1}{2}$ et le terme $\frac{N_c}{3} \left(N_c^2 + \frac{1}{2} \right)$ dans (4.25) peut être approché par $\frac{N_c^3}{3}$. On obtient donc l'approximation

$$\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda}) \approx \alpha \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{C}{N_0} \begin{bmatrix} \frac{N_c^3}{3} & \frac{N_c^2}{2} \\ \frac{N_c^2}{2} & N_c \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

La diagonale de $\mathbf{I}_M^{-1}(\boldsymbol{\lambda})$ définit les BCRMs de T_c et τ dans le cas de l'estimation conjointe de ces paramètres. Ainsi, à partir de

$$\mathbf{I}_M^{-1}(\boldsymbol{\lambda}) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha} \left(\frac{C}{N_0} \right) \frac{N_c^4}{12} \begin{bmatrix} N_c & -\frac{N_c^2}{2} \\ -\frac{N_c^2}{2} & \frac{N_c^3}{3} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

on obtient, pour une largeur de bande $B \geq \alpha\sqrt{2}$,

$$\text{BCRM}_c(T_c) = 12\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha \left(\frac{C}{N_0}\right) N_c^3} \quad (4.28)$$

$$\text{BCRM}_c(\tau) = 4\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha \left(\frac{C}{N_0}\right) N_c} \quad (4.29)$$

où l'indice c indique une estimation conjointe. La BCRM de T_c est inversement proportionnelle à N_c^3 et la BCRM de τ est inversement proportionnelle à N_c . Ainsi, ces expressions sont similaires aux bornes (2.56) et (2.58) obtenues pour le signal Cospas-Sarsat actuel. La seule différence vient du fait que le signal à spectre étalé présente un nombre de *chips* important ($N_c = 38400$). Le temps de montée du signal OQPSK est aussi plus court que celui du signal de détresse actuel (ce qui correspond à une valeur plus grande de α), en raison de l'utilisation du codage CDMA, ce qui permet une estimation des paramètres temporels avec une plus grande précision. L'inversion de $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{11}$ donne la borne modifiée pour un estimateur de T_c pour une valeur de τ connue

$$\text{BCRM}(T_c) = 3\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha \left(\frac{C}{N_0}\right) N_c^3} \quad (4.30)$$

où $B \geq \alpha\sqrt{2}$. De façon similaire, l'inversion de $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{22}$ donne la borne modifiée pour un estimateur de τ pour une valeur de T_c connue

$$\text{BCRM}(\tau) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\alpha \left(\frac{C}{N_0}\right) N_c} \quad (4.31)$$

où $B \geq \alpha\sqrt{2}$. En comparant les équations (4.28) et (4.29) aux expressions (4.30) et (4.31), on note, comme pour les signaux Cospas-Sarsat actuels (section 2.3.4), une baisse de performance d'estimation de T_c et de τ dans le cas conjoint par rapport au cas où l'un des deux paramètres est connu, soit :

$$\text{BCRM}_c(T_c) = 4 \text{BCRM}(T_c) \quad (4.32)$$

$$\text{BCRM}_c(\tau) = 4 \text{BCRM}(\tau). \quad (4.33)$$

La section suivante compare l'efficacité spectrale du signal Cospas-Sarsat actuel avec celle du signal à spectre étalé avec modulation OQPSK.

4.4.3 Efficacité spectrale

Dans cette section, nous recalculons la BCRM pour l'estimation du paramètre τ intervenant dans le signal avec modulation OQPSK donnée en (4.31), en fonction de la bande de Gabor, qui est un indicateur de l'efficacité spectrale. Ensuite, nous comparons la bande de Gabor du signal Cospas-Sarsat actuel avec celle du signal avec modulation OQPSK. D'après (4.19), $\text{BCRM}(\tau)$ peut être calculée par l'inversion de $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{22}$. En prenant l'intervalle d'intégration $(-\infty, \infty)$ et en utilisant le théorème de Parseval [Lat98, p. 115], l'élément $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{22}$ devient

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{22} = \frac{C}{N_0} \sum_{n=0}^{N_c-1} \int_{-\infty}^{\infty} |P_{c_n, \tau}(f)|^2 df. \quad (4.34)$$

Puisque $p_{c_n, \tau}(t) = \partial g_c(t - nT_c - \tau) / \partial \tau$, la transformée de Fourier de $p_{c_n, \tau}(t)$ est donnée par

$$P_{c_n, \tau}(f) = j2\pi f e^{-j2\pi f(nT_c + \tau)} G_c(f) \quad (4.35)$$

où $G_c(f)$ est le spectre de l'impulsion $g_c(t)$ définie dans (4.11). En remplaçant (4.35) dans (4.34) on obtient

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{22} = \frac{C}{N_0} N_c \int_{-\infty}^{\infty} 4\pi^2 f^2 |G_c(f)|^2 df. \quad (4.36)$$

Puis, l'inverse de (4.36) donne la BCRM pour un estimateur de τ pour une valeur de T_c connue

$$\text{BCRM}(\tau) = \frac{1}{4\pi^2 \left(\frac{C}{N_0}\right) N_c B_G^2} \quad (4.37)$$

où B_G est la bande de Gabor du signal, définie par [NA65]

$$B_G = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |G_c(f)|^2 df}. \quad (4.38)$$

Lorsque cette intégrale est normalisée par l'énergie du symbole $E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |G_c(f)|^2 df$, on obtient la bande de Gabor normalisée [Gab46, CV91]

$$B_{GN} = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |G_c(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |G_c(f)|^2 df}}. \quad (4.39)$$

Pour le signal Cospas-Sarsat actuel, une expression similaire à (4.37) qui dépend du facteur B_G^2 peut être également obtenue. L'expression (4.37) montre que l'estimation du temps d'arrivée du signal devient plus précise en augmentant la bande de Gabor du signal. Le facteur de pondération f^2 dans (4.38) fait que la bande de Gabor du signal est plus importante pour les modulations dont le spectre de puissance présente une plus grande concentration de la puissance loin de la fréquence centrale du spectre [PPF11]. Par la suite, nous calculons la valeur du terme B_G^2 pour le signal avec modulation OQPSK et pour le signal Cospas-Sarsat actuel.

Pour le signal avec modulation OQPSK, $G_c(f)$ peut être obtenu par la transformée de Fourier de l'impulsion $g_c(t)$ définie dans (4.11). De façon alternative, $g_c(t)$ peut être considéré comme le résultat de la convolution d'une impulsion rectangulaire de durée T_c avec une impulsion gaussienne et $G_c(f)$ peut être obtenue par le produit de la transformée de Fourier de ces deux signaux. Ainsi, $|G_c(f)|^2$ est donné par

$$|G_c(f)|^2 = T_c^2 e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} \text{sinc}^2(fT_c) \quad (4.40)$$

où le terme exponentiel est lié au temps de montée du signal (via le paramètre α). L'intégrale dans (4.38) peut être calculée en utilisant les approximations en Annexe B et on obtient B_G^2 pour le signal avec modulation OQPSK tel que

$$B_G^2 = \frac{\alpha}{4\pi^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \quad (4.41)$$

En remplaçant (4.41) dans (4.37) on retrouve la BCRM en (4.31). Pour le signal Cospas-Sarsat actuel, B_G^2 peut être obtenu en remplaçant $G_c(f)$ dans (4.38) par $G(f)$, la transformée de Fourier de l'impulsion de Manchester $g(t)$ définie dans (2.8). Ainsi, $|G(f)|^2$ est donné par

$$|G(f)|^2 = T^2 e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} \text{sinc}^2(fT/2) \sin^2(\pi fT/2) \quad (4.42)$$

et on obtient B_G^2 pour le signal Cospas-Sarsat actuel, tel que

$$B_G^2 = \frac{3\alpha}{4\pi^2} \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \quad (4.43)$$

En comparant les expressions (4.41) et (4.43), on note que la bande de Gabor du signal Cospas-Sarsat actuel est plus importante que celle du signal à spectre étalé pour un même temps de montée. Ceci s'explique par la forme de l'impulsion de Manchester $g(t)$ qui présente une transition au centre

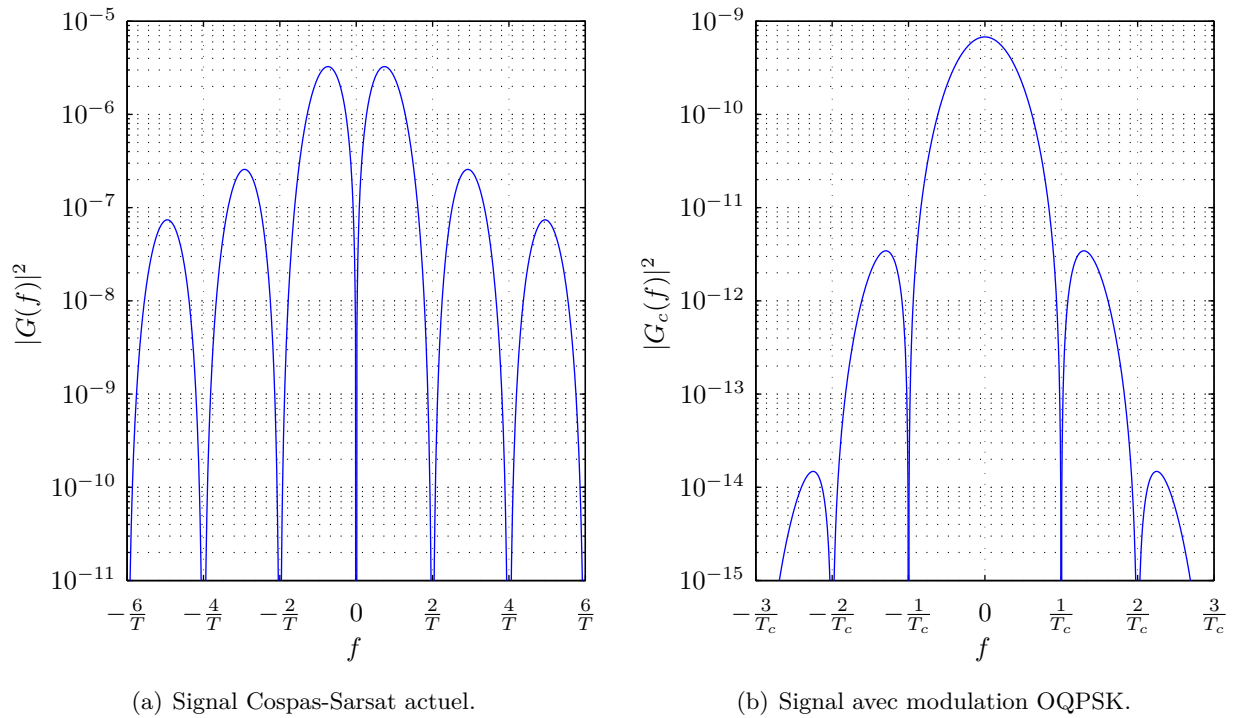


FIGURE 4.4 – Comparaison de (a) $|G(f)|^2$ pour le signal Cospas-Sarsat actuel et de (b) $|G_c(f)|^2$ pour le signal à spectre étalé.

du symbole par rapport à l'impulsion rectangulaire $g_c(t)$. La figure 4.4 compare $|G(f)|^2$ et $|G_c(f)|^2$ et on note que signal Cospas-Sarsat actuel présente un spectre réparti par rapport à la fréquence centrale du spectre. En effet, le codage Manchester est équivalent à l'une des formes de l'ensemble des modulations à répartition de spectre, nommées BOC (*Binary Offset Carrier*) [LLR07].

L'efficacité spectrale a motivé des études approfondies sur la forme des impulsions pour les applications de communications. Toutefois, d'autres avantages comme l'enveloppe constante du signal et la robustesse aux interférences sont plus importants dans les applications de localisation par satellite. Ainsi, l'efficacité spectrale n'est pas la préoccupation principale pour la localisation [KH06].

La section suivante compare les BCRMs obtenues pour le signal à spectre étalé avec les RMSEs d'estimateurs. Ensuite, les performances d'estimation des paramètres temporels et les performances de localisation du signal Cospas-Sarsat actuel sont confrontées à celles du signal à spectre étalé.

4.5 Simulations

Cette section compare les performances d'estimation des paramètres et les performances de localisation pour le signal Cospas-Sarsat actuel et pour le signal à spectre étalé. Les performances d'estimation de l'effet Doppler dépendent de C/N_0 et de la période sur laquelle l'estimation est réalisée, selon l'expression de $\text{BCRM}_c(\nu)$ donnée dans (2.55). Lorsqu'on utilise un signal à spectre étalé, ν peut être estimé sur l'intégralité du signal, soit sur une durée de $T_0 = 1$ s. Toutefois, à cause de la modulation, les paramètres (ν, T_c, τ) sont généralement estimés de façon conjointe [KH06, p. 153].

4.5.1 Performances d'estimation des paramètres

Pour le signal Cospas-Sarsat actuel, l'effet Doppler est estimé sur la porteuse non-modulée de durée $T_p = 160$ ms située au début du signal (voir section 2.3.5). La période symbole et le temps d'arrivée (T et τ) sont estimés à l'aide de la méthode de corrélation décrite dans la section 3.3.1. Pour le signal à spectre étalé, nous utilisons la méthode de corrélation en deux étapes pour l'estimation conjointe de (ν, T_c, τ) . Dans un premier temps la méthode est appliquée au préambule du message, avec une durée de 1/6 seconde sur laquelle les bits d'information sont connus. Nous obtenons ainsi une première estimation $(\hat{\nu}, \hat{T}_c, \hat{\tau})$. L'effet Doppler du signal reçu est compensé en utilisant $\hat{\nu}$, et le signal obtenu est dé-étalé par la multiplication de celui-ci par le code généré en utilisant \hat{T}_c et $\hat{\tau}$. Ensuite, les bits d'information sont estimés à l'aide d'un filtrage adapté. Finalement, nous utilisons la méthode de corrélation une deuxième fois sur l'intégralité du message afin d'obtenir l'estimation finale de $(\hat{\nu}, \hat{T}_c, \hat{\tau})$. Les paramètres de la simulation sont précisés dans le tableau 4.1.

La largeur de bande des signaux est donnée par $B = \alpha\sqrt{2}$, définie en Annexe B. Cette définition est conservatrice, car le calcul a été fait pour l'enveloppe exponentielle de la densité spectrale du signal, et garantit que 99.9991% de l'énergie du signal se trouve dans la bande B . Ainsi, on obtient $B = 22$ kHz pour le signal actuel et $B = 220$ kHz pour le signal à spectre étalé, ce qui est supérieur à la bande de 100 kHz allouée aux balises de détresse [Cos12f]. Toutefois, puisque le signal à spectre étalé a la puissance concentrée sur le centre du spectre ($S_{\text{OQPSK}}(f)$ sur la figure 4.5), quand on considère la bande de 100 kHz, on a encore 97.9591% de l'énergie du signal dans cette bande.

Tableau 4.1 – Paramètres de la simulation pour le signal actuel et le signal à spectre étalé.

	Paramètre	Symbole	Valeur	Unité
	Nombre de messages	N_m	1000	messages
	Largeur de bande	B	$\alpha\sqrt{2}$	Hz
Signal actuel	Nombre de symboles	N	144	symboles
	Rythme symbole	R_s	400	symboles/s
	Indice de modulation	β	1.1	radians
	Temps de montée	T_r	150	μs
Signal à spectre étalé	Nombre de <i>chips</i>	N_c	38400	<i>chips</i>
	Rythme <i>chip</i>	R_c	38400	<i>chips</i> /s
	Facteur d'étalement de la bande	κ	256	<i>chips</i> /symb.
	Temps de montée	T_r	15	μs

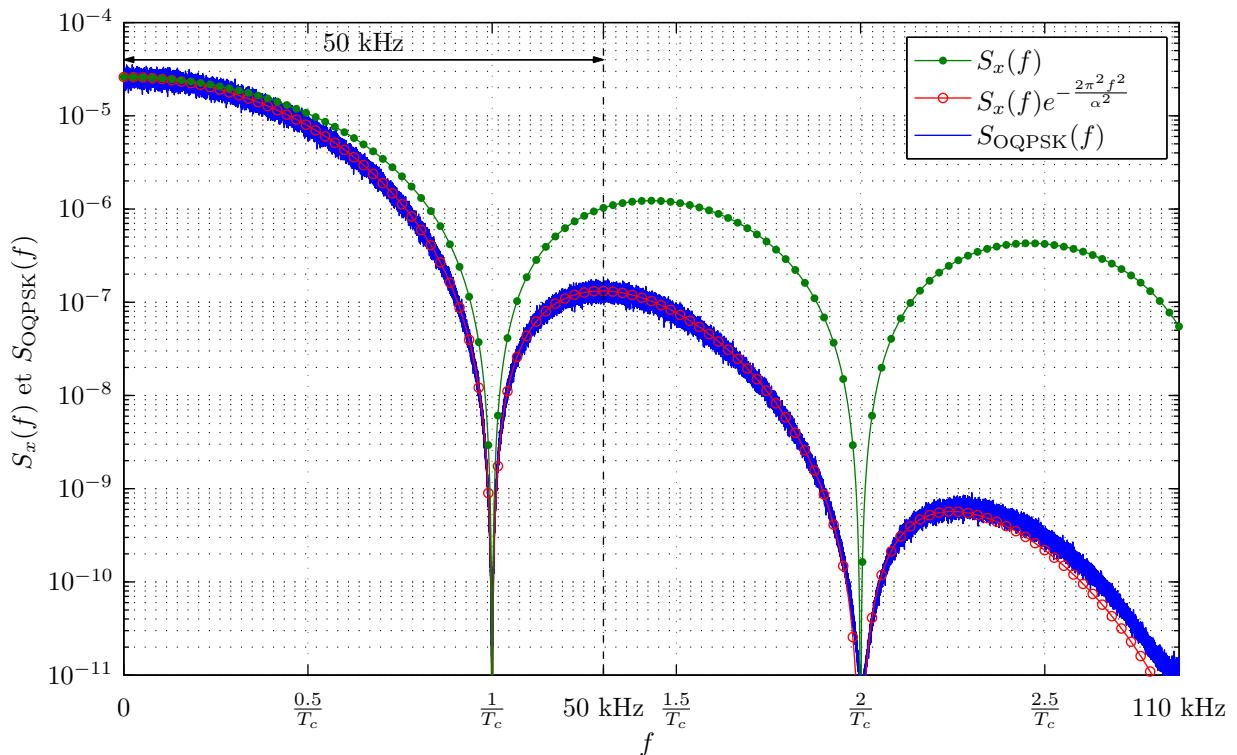
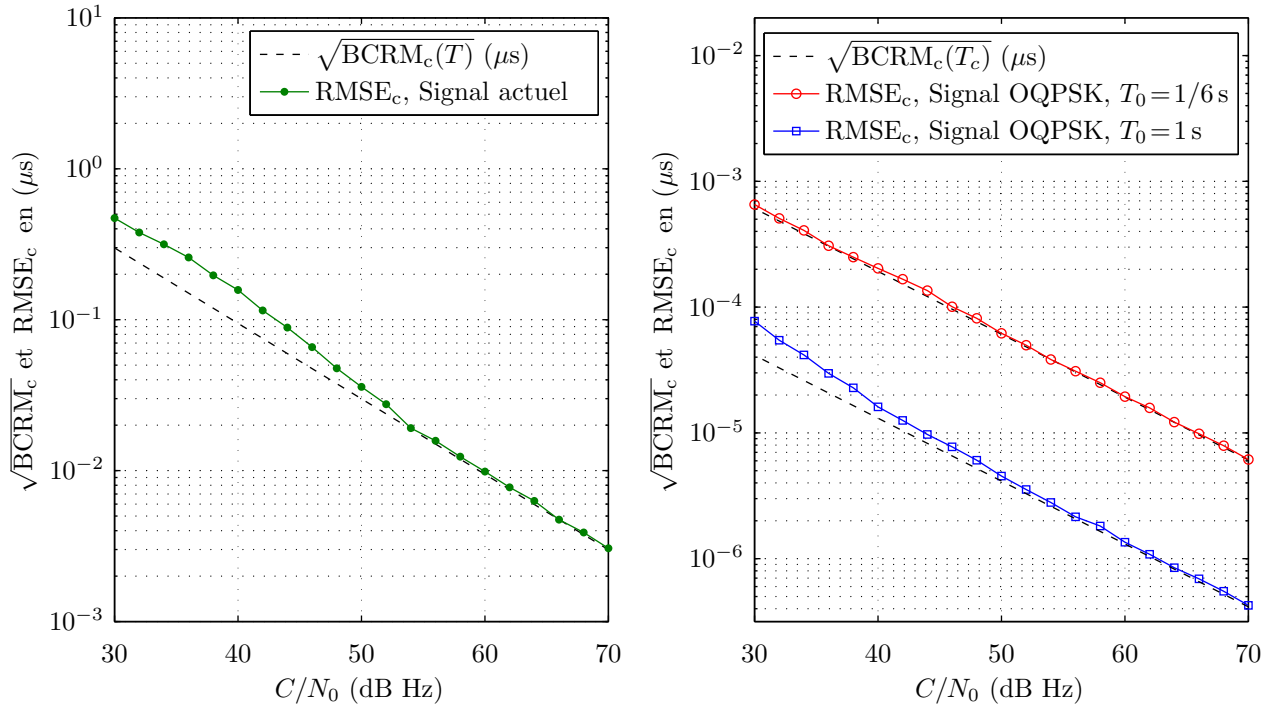


FIGURE 4.5 – Densité spectrale de puissance du signal à spectre étalé avec modulation OQPSK. Estimation sur une moyenne de 100 signaux simulés.

(a) Estimation de T pour le signal actuel.(b) Estimation de T_c pour le signal à spectre étalé.FIGURE 4.6 – Estimation de (a) T pour le signal actuel et de T_c pour le signal à spectre étalé.

Les figures 4.6(a), 4.7(a) et 4.7(b) présentent les BCRMs de T , de ν et de τ dans (2.53), (2.55) et (2.54) avec les RMSEs de l'estimateur pour le signal actuel. Les figures 4.6(b), 4.7(a) et 4.7(b) comparent les BCRMs de T_c , de ν et de τ dans (4.28), (2.55) et (4.29) avec les RMSEs d'estimateurs pour le signal à spectre étalé pour les deux étapes de la méthode de corrélation. Dans un premier temps, on estime conjointement (ν, T_c, τ) sur la durée du préambule du message ($T_0 = 1/6$ s), où les bits d'information sont connus. Ainsi, la méthode de corrélation utilise une réplique du préambule sans erreur par rapport aux bits d'information et on note que les RMSEs des estimateurs de (ν, T_c, τ) atteignent les BCRMs pour l'estimation de ces paramètres. Dans la deuxième étape de la méthode, lorsqu'on estime conjointement (ν, T_c, τ) sur la durée totale du signal ($T_0 = 1$ s), on note un écart entre les BCRMs et les RMSEs à cause des erreurs d'estimation du message de détresse. La section suivante compare les performances de localisation de la balise de détresse entre le signal Cospas-Sarsat actuel et le signal à spectre étalé.

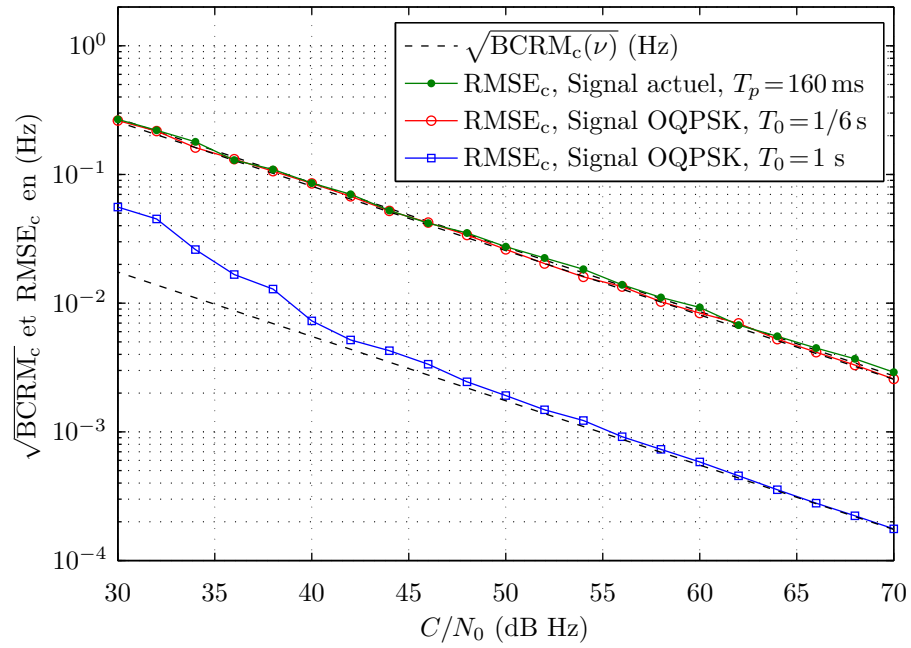
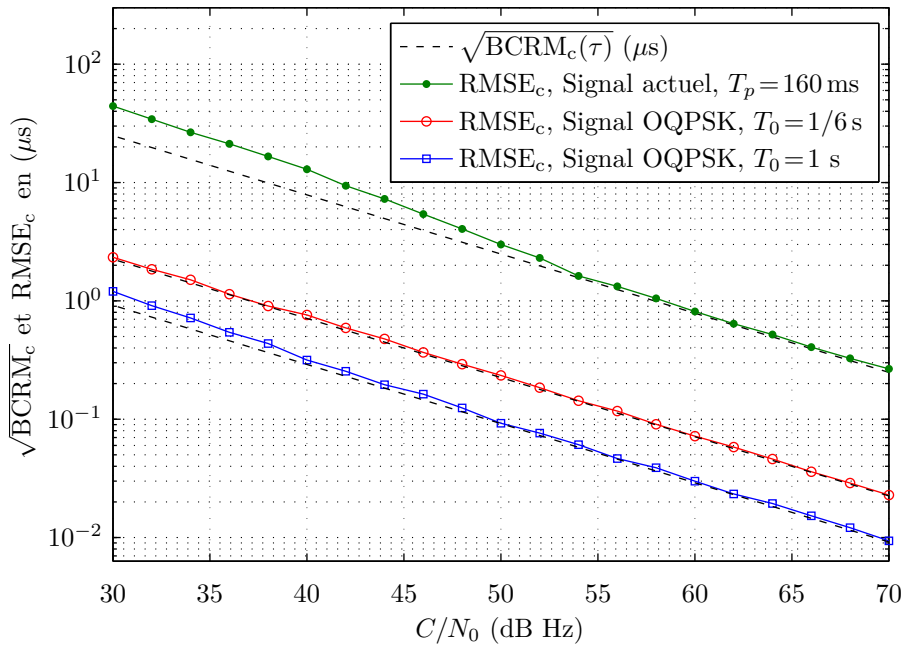
(a) Estimation de l'effet Doppler ν .(b) Estimation du temps d'arrivée τ .

FIGURE 4.7 – Estimation de (a) l'effet Doppler et (b) du temps d'arrivée pour le signal actuel et pour le signal à spectre étalé.

4.5.2 Performances de localisation

La figure 4.8 compare la somme des variances associées aux composantes du vecteur position de la balise (σ_p^2 définie dans (2.82)) pour le signal Cospas-Sarsat actuel et pour le signal à spectre étalé avec modulation OQPSK. Les résultats sont donnés pour la géométrie favorable ($\text{GDOP} = 2.6$, $\text{GDOP}_f = 0.7$) illustrée sur la figure 3.11(b) et la géométrie défavorable ($\text{GDOP} = 12.4$, $\text{GDOP}_f = 2.7$) illustrée sur la figure 3.11(c), avec $M = 4$ satellites. En comparant les performances de localisation du signal actuel avec celles du préambule du signal à spectre étalé ($T_0 = 1/6$ s), on note une estimation de position d'environ deux fois plus précise avec le spectre étalé dans le cas favorable. Ensuite, lorsque

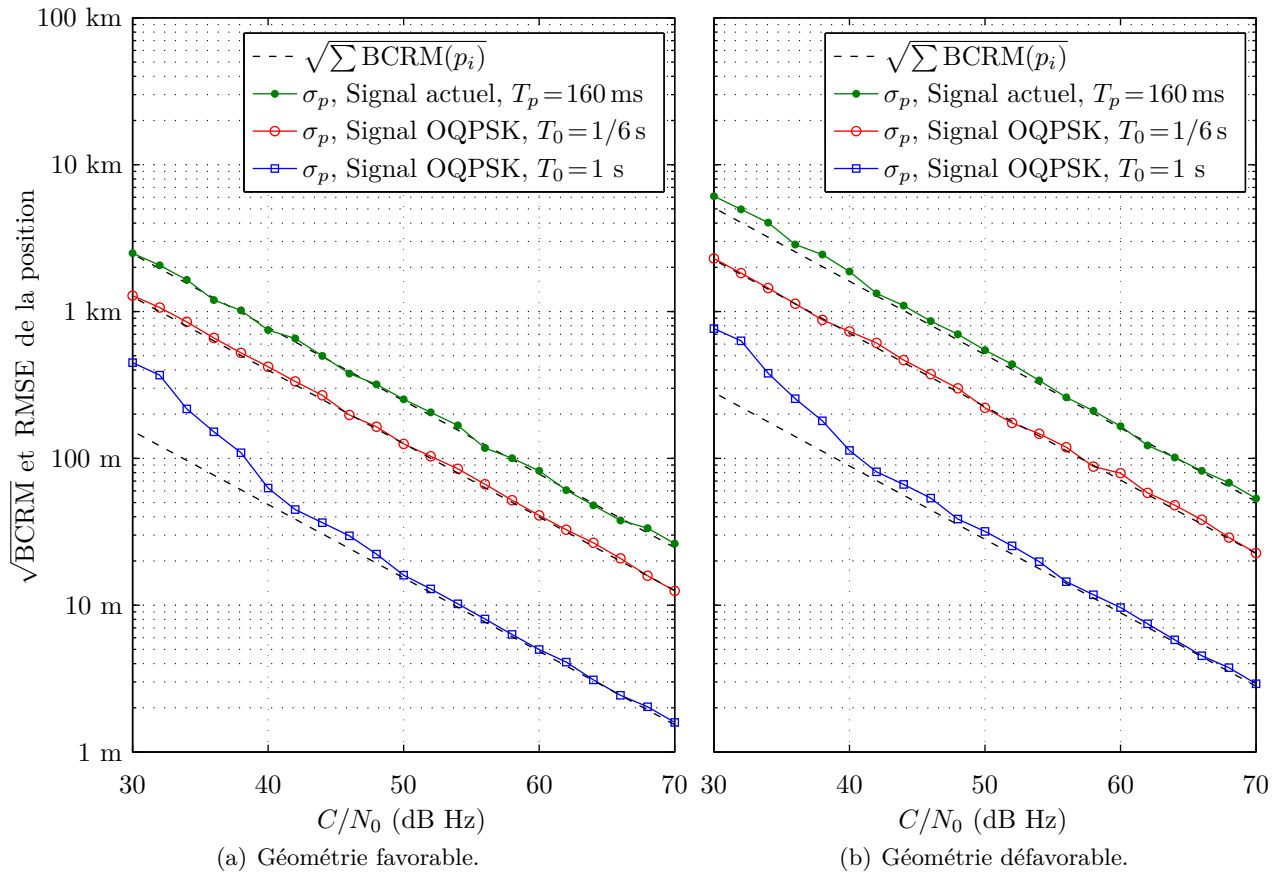


FIGURE 4.8 – Estimation de la position de la balise pour (a) une géométrie favorable ($\text{GDOP} = 2.6$ et $\text{GDOP}_f = 0.7$) et (b) une géométrie défavorable ($\text{GDOP} = 12.4$ et $\text{GDOP}_f = 2.7$).

l'estimation des paramètres (ν, T_c, τ) est réalisée sur l'intégralité du signal à spectre étalé, l'estimation de position de la balise est d'environ 7 à 18 fois plus précise. Ainsi, en prenant la géométrie défavorable pour $C/N_0 = 34.8$ dB Hz (valeur nominale du système), on réduit l'erreur de localisation de la balise de 3.5 km à 320 m. En prenant la géométrie favorable pour $C/N_0 = 34.8$ dB Hz, l'erreur de localisation est réduite de 1.5 km à 190 m.

4.6 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons introduit les balises de détresse de deuxième génération, susceptibles de remplacer les balises de détresse du système Cospas-Sarsat actuel. Ces balises utilisent la modulation OQPSK avec le codage CDMA par étalement de spectre, ce qui apporte des avantages tels que la robustesse aux interférences entre les balises et une plus grande précision de localisation.

Nous avons étudié la technique d'étalement de spectre par séquence directe qui utilise un code d'étalement composé d'un nombre important de *chips*, comparé au nombre de symboles du signal Cospas-Sarsat actuel. Nous avons ensuite introduit le facteur d'étalement de la largeur de bande κ , qui donne l'ordre de grandeur de l'étalement spectral obtenu.

Pour le signal à spectre étalé, des bornes de Cramér-Rao modifiées ont été calculées pour l'estimation de la durée du *chip* T_c et du temps d'arrivée τ du signal. Ensuite, nous avons vérifié que la présence de la modulation sur toute la durée du signal entraînait l'estimation conjointe de ces paramètres temporels avec l'effet Doppler ν . Puis, nous avons étudié l'amélioration de précision de position apporté par le signal à spectre étalé en considérant l'estimation de (ν, T_c, τ) sur le préambule du signal et ensuite sur le signal complet. Finalement, pour la simulation réalisée, nous avons obtenu un gain de précision d'un facteur d'environ 7 à 18 avec le signal à spectre étalé. En terme de surface de recherche sur la Terre, ceci est équivalent à une réduction de la zone de recherche d'un facteur d'environ 50 à 320.

Dans la section 4.2, nous avons mentionné une conception de balise de deuxième génération qui conserve la forme du signal actuel, avec des nouvelles spécifications des paramètres, comme par exemple le nombre de symboles. En comparant les bornes de Cramér-Rao modifiées de la section

2.3.4 avec celles de la section 4.4.2, on trouve que ce signal devrait avoir $N = 10^5$ symboles pour atteindre une précision de localisation équivalente à celle du signal à spectre étalé. En prenant le temps de montée $T_r = 50 \mu s$, on trouve aussi que ce signal aurait une durée d'environ 20 secondes, ce qui aurait un impact sur la consommation de puissance de la balise et sur les interférences entre les balises.

Conclusions et perspectives

Avec l'arrivée du nouveau système MEOSAR, la constellation de satellites du système de recherche et de sauvetage Cospas-Sarsat actuel est en cours de remplacement. L'objectif de cette thèse était d'étudier les performances de localisation de ce nouveau système. Le système Cospas-Sarsat a été décrit dans le premier chapitre de cette thèse, où nous avons présenté les motivations pour la transition vers le système MEOSAR, qui permettra une couverture continue de la Terre avec une localisation plus précise et de façon quasi instantanée. Toutefois, les satellites MEOSAR étant plus éloignés de la Terre (à 23600 km d'altitude) par rapport aux satellites en orbite basse du système Cospas-Sarsat (à 850 km d'altitude), les signaux reçus seront plus faibles. Pour quantifier cet impact sur le rapport C/N_0 du signal, nous avons étudié la qualité de la liaison montante (entre la balise de détresse et le satellite) et de la liaison descendante (entre le satellite et la station de réception au sol) pour le système MEOSAR à l'aide d'un bilan de liaison.

Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé un modèle de signal Cospas-Sarsat, où les transitions douces du signal ont été modélisées par des fonctions sigmoïdes. Pour ce modèle, nous avons calculé les performances optimales d'estimation du temps d'arrivée, de la fréquence d'arrivée et de la période symbole du signal à l'aide de la borne de Cramér-Rao modifiée. Puis, en utilisant un changement de variables, nous avons calculé les performances optimales d'estimation de la position de la balise de détresse en prenant en compte la constellation de satellites MEOSAR. Les bornes obtenues fournissent une référence pour les erreurs quadratiques moyennes des estimateurs et sont utiles pour ajuster certains paramètres du système. Ces bornes sont également utiles pour le calcul de position de la balise, lorsqu'on définit la matrice qui pondère les contributions des mesures de temps d'arrivée et des mesures de fréquence d'arrivée.

Dans le troisième chapitre nous avons exploité les tolérances sur le rythme symbole et le temps de montée du signal retrouvées dans les spécifications des balises de détresse. Ces informations ont été utilisées pour calculer les bornes de Cramér-Rao Bayésiennes modifiées, qui définissent les performances optimales pour l'estimation de ces paramètres lorsque ces paramètres sont connus avec une précision donnée. Dans ce chapitre, nous avons aussi étudié l'impact de l'ajout du bruit de phase de scintillation de fréquence (*flicker frequency*), caractéristique des oscillateurs des balises, à l'aide de simulations. Lorsque ce bruit est plus important que le bruit gaussien ajouté au signal, il y a une dégradation de performance d'estimation de l'effet Doppler supplémentaire. À la fin de ce chapitre nous avons calculé la borne de Cramér-Rao modifiée pour l'estimation de la position de la balise lorsque de multiples émissions de la balise sont utilisées pour la localisation. Nous avons montré que cette borne ne suit pas toujours la progression en $1/L$ classique retrouvée lorsqu'on estime la variance d'une moyenne de L mesures. En effet, la borne est sensible à la géométrie de la constellation et particulièrement aux variations de la précision optimale d'estimation du temps d'arrivée et de la fréquence d'arrivée du signal.

Le dernier chapitre de cette thèse s'est intéressé aux balises de deuxième génération, qui sont plus adaptées au fonctionnement du système MEOSAR. Ces balises utilisent un signal CDMA à spectre étalé avec modulation OQPSK et présentent une plus grande robustesse aux interférences entre les balises et une plus grande précision de localisation. Nous avons proposé un modèle de signal à spectre étalé et nous avons calculé les performances optimales d'estimation des paramètres de ce modèle. Ces résultats nous ont permis de comparer les performances de localisation du signal Cospas-Sarsat actuel avec celles obtenues à l'aide d'un signal à spectre étalé. Finalement, pour deux constellations choisies, nous avons vérifié que la zone de recherche sur la surface de la Terre peut être réduite d'un facteur d'environ 50 à 320 en utilisant le signal CDMA.

Quelques perspectives peuvent être envisagées pour des travaux futurs. Dans le chapitre 2, nous avons considéré une balise de détresse statique, ce qui est généralement le cas dans des situations de détresse. Toutefois, l'estimation de la vitesse de la balise de détresse peut s'avérer importante, par exemple, lorsque celle-ci est activée par un avion en détresse. Ceci permettrait d'obtenir des mesures

de position plus précises dans le cas où la balise est en mouvement.

Dans les chapitres 3 et 4, nous avons comparé les performances optimales d'estimation des paramètres à des méthodes basées sur la corrélation du signal reçu avec des répliques générées localement par le récepteur. Même si les méthodes d'estimation seront implémentées au sol dans les stations MEOLUT, ces méthodes restent coûteuses en calcul [XZH07]. À la fin du chapitre 3 nous avons présenté une méthode de localisation dans le cas de multiples émissions de la balise. Cette méthode est performante, mais complexe, et pourrait également faire l'objet de futures études et optimisations.

Avec les satellites de navigation américains (système GPS), russes (système GLONASS) et européens (système Galileo), le nombre total de satellites du système MEOSAR devrait atteindre 70 [Ber12]. Malgré la grande disponibilité de satellites qui seront visibles, les stations de réception ne disposent souvent que de 4 à 6 antennes de réception. Ainsi, la coopération entre les MEOLUTs pour le suivi des satellites est un aspect important à étudier afin de ne pas affecter inutilement les performances du système [PT12]. Une solution proposée consiste à utiliser un réseau d'antennes, de sorte qu'une seule station sol puisse suivre un nombre important de satellites [Pra06].

Annexes

ANNEXE A

Expression de la MFIM

Ce développement suit le calcul de [DL09]. En reprenant (2.48) avec (2.42), on obtient

$$\begin{aligned}
[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} &= \mathbb{E}_{w, \mathbf{u}} \left[\frac{\partial \ln \Lambda(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \ln \Lambda(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_j} \right] \\
&= \mathbb{E}_{w, \mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{4N_0^2} \int_{T_0} \frac{\partial [|r(t) - s(t)|^2]}{\partial \lambda_i} dt \int_{T_0} \frac{\partial [|r(t) - s(t)|^2]}{\partial \lambda_j} dt \right\} \\
&= \mathbb{E}_{w, \mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{4N_0^2} \int_{T_0} \left[\frac{\partial s(t)}{\partial \lambda_i} w^*(t) + \frac{\partial s^*(t)}{\partial \lambda_i} w(t) \right] dt \int_{T_0} \left[\frac{\partial s(t)}{\partial \lambda_j} w^*(t) + \frac{\partial s^*(t)}{\partial \lambda_j} w(t) \right] dt \right\} \\
&= \mathbb{E}_{w, \mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{N_0^2} \int_{T_0} \int_{T_0} \operatorname{Re} \left[\frac{\partial s(x)}{\partial \lambda_i} w^*(x) \right] \operatorname{Re} \left[\frac{\partial s(y)}{\partial \lambda_j} w^*(y) \right] dx dy \right\} \\
&= \mathbb{E}_{w, \mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{N_0^2} \iint_{T_0} \left[\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(y)}{\partial \lambda_j} w_{\mathcal{R}}(x) w_{\mathcal{R}}(y) + \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(y)}{\partial \lambda_j} w_{\mathcal{R}}(x) w_{\mathcal{I}}(y) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(y)}{\partial \lambda_j} w_{\mathcal{I}}(x) w_{\mathcal{R}}(y) + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(y)}{\partial \lambda_j} w_{\mathcal{I}}(x) w_{\mathcal{I}}(y) \right] dx dy \right\}
\end{aligned}$$

où les indices \mathcal{R} et \mathcal{I} désignent, respectivement, la partie réelle et la partie imaginaire de $s(t)$. Avec le théorème des espérances conditionnelles [PP02, p. 254], $\mathbb{E}_{w, \mathbf{u}}\{\cdot\} = \mathbb{E}_{\mathbf{u}}\{\mathbb{E}_{w|\mathbf{u}}\{\cdot\}\}$ et en considérant $\mathbb{E}[w(t)w^*(l)] = 2N_0\delta(t-l)$, on a

$$\begin{aligned}
[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} &= \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{N_0^2} \iint_{T_0} \left[\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(y)}{\partial \lambda_j} \mathbb{E}[w_{\mathcal{R}}(x)w_{\mathcal{R}}(y)] + \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(y)}{\partial \lambda_j} \mathbb{E}[w_{\mathcal{R}}(x)w_{\mathcal{I}}(y)] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(y)}{\partial \lambda_j} \mathbb{E}[w_{\mathcal{I}}(x)w_{\mathcal{R}}(y)] + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(y)}{\partial \lambda_j} \mathbb{E}[w_{\mathcal{I}}(x)w_{\mathcal{I}}(y)] \right] dx dy \right\} \\
&= \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left\{ \frac{1}{N_0^2} \iint_{T_0} \left[\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(y)}{\partial \lambda_j} N_0\delta(x-y) + 0 + 0 + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(x)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(y)}{\partial \lambda_j} N_0\delta(x-y) \right] dx dy \right\}.
\end{aligned}$$

Finalement,

$$[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{ij} = \frac{1}{N_0} \mathbb{E}_{\mathbf{u}} \left\{ \int_{T_0} \left[\frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{R}}(t)}{\partial \lambda_j} + \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(t)}{\partial \lambda_i} \frac{\partial s_{\mathcal{I}}(t)}{\partial \lambda_j} \right] dt \right\}. \quad (\text{A.1})$$

ANNEXE B

Calcul de la MFIM

Par la suite, nous reprenons l'expression (2.50) pour le calcul de la MFIM pour le vecteur de paramètres $\boldsymbol{\lambda} = (T, \tau, \nu)^T$. Les dérivées de $\phi(t)$ par rapport aux paramètres d'intérêt sont

$$\frac{\partial \phi(t)}{\partial T} = -\beta \sum_{n=0}^{N-1} b_n p_{n,T}(t) \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \phi(t)}{\partial \tau} = -\beta \sum_{m=0}^{N-1} b_m p_{m,\tau}(t) \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial \phi(t)}{\partial \nu} = 2\pi t \quad (\text{B.3})$$

où $p_{n,T}(t) = \partial g(t - nT - \tau) / \partial T$ et $p_{m,\tau}(t) = \partial g(t - mT - \tau) / \partial \tau$. En remplaçant ces expressions en (2.50) et comme $\mathbb{E}[b_n b_m^*] = \delta_{nm}$ (où δ_{nm} est le delta de Kronecker) puisque les symboles b_n et b_m sont indépendants pour $n \neq m$, la MFIM est

$$\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{C}{N_0} \begin{bmatrix} \beta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{T_0} p_{n,T}^2(t) dt & \beta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{T_0} p_{n,T}(t) p_{n,\tau}(t) dt & 0 \\ \beta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{T_0} p_{n,T}(t) p_{n,\tau}(t) dt & \beta^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{T_0} p_{n,\tau}^2(t) dt & 0 \\ 0 & 0 & \int_{T_0} 4\pi^2 t^2 dt \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Puisque les bits d'information $\mathbf{b} = \{b_n\}$ ont une moyenne nulle, les éléments $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{13}$, $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{31}$, $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{23}$ et $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{32}$ sont égales à zéro. En reprenant les équations (2.6) et (2.8), on écrit $g(t - nT - \tau)$

$$g(t - nT - \tau) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left[\int_0^{\alpha(t-nT-\tau)} e^{-x^2} dx - 2 \int_0^{\alpha(t-nT_s-T/2-\tau)} e^{-x^2} dx + \int_0^{\alpha(t-nT-T-\tau)} e^{-x^2} dx \right] \quad (\text{B.5})$$

et en dérivant cette expression par rapport à T et τ , on trouve $p_{n,T}(t)$ et $p_{n,\tau}(t)$

$$p_{n,T}(t) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left[-ne^{-\alpha^2(t-nT-\tau)^2} + (2n+1)e^{-\alpha^2(t-nT-T/2-\tau)^2} - (n+1)e^{-\alpha^2(t-nT-T-\tau)^2} \right] \quad (\text{B.6})$$

$$p_{n,\tau}(t) = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left[-e^{-\alpha^2(t-nT-\tau)^2} + 2e^{-\alpha^2(t-nT-T/2-\tau)^2} - e^{-\alpha^2(t-nT-T-\tau)^2} \right] \quad (\text{B.7})$$

Les intégrales $\int_{T_0} |p_{n,T}(t)|^2 dt$, $\int_{T_0} p_{n,T}(t) p_{n,\tau}(t) dt$ et $\int_{T_0} |p_{n,\tau}(t)|^2 dt$ en $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{11}$, $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{12}$ et $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{22}$ (notées $E_{p_{TT},n}$, $E_{p_{T\tau},n}$ et $E_{p_{\tau\tau},n}$) peuvent être évaluées dans le domaine fréquentiel en considérant la largeur de bande B et l'impulsion de Manchester sigmoïdale. Les transformées de Fourier de (B.6) et (B.7) sont

$$P_{n,T}(f) = e^{-\frac{\pi^2 f^2}{\alpha^2}} e^{-j2\pi f(nT+\tau)} \left[(2n+1)e^{-j\pi fT} - (n+1)e^{-j2\pi fT} - n \right] \quad (\text{B.8})$$

$$P_{n,\tau}(f) = e^{-\frac{\pi^2 f^2}{\alpha^2}} e^{-j2\pi f(nT+\tau)} \left[2e^{-j\pi fT} - e^{-j2\pi fT} - 1 \right] \quad (\text{B.9})$$

Ainsi

$$\begin{aligned} E_{p_{TT},n} &= \int_{-B/2}^{B/2} |P_{n,T}(f)|^2 df \\ &= 2 \int_{-B/2}^{B/2} e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} [3n^2 + 3n + 1 - (2n+1)^2 \cos(\pi fT) + (n^2+n) \cos(2\pi fT)] df \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} E_{p_{T\tau},n} &= \int_{-B/2}^{B/2} P_{n,T}(f) P_{n,\tau}^*(f) df \\ &= (2n+1) \int_{-B/2}^{B/2} e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} [3 - 4 \cos(\pi fT) + \cos(2\pi fT)] df \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$\begin{aligned} E_{p_{\tau\tau},n} &= \int_{-B/2}^{B/2} |P_{n,\tau}(f)|^2 df \\ &= 2 \int_{-B/2}^{B/2} e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} [3 - 4 \cos(\pi fT) + \cos(2\pi fT)] df \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Ces intégrales peuvent être calculées en utilisant l'identité suivante [GRJZ07, p. 108] :

$$\int_{-B/2}^{B/2} e^{-\frac{2\pi^2 f^2}{\alpha^2}} \cos(2\pi fx) df = \frac{\alpha e^{-\frac{x^2 \alpha^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B + jx\alpha^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right]. \quad (\text{B.13})$$

Les expressions (B.10), (B.11) et (B.12) deviennent alors

$$\begin{aligned}
E_{p_{TT},n} &= (6n^2 + 6n + 2) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \\
&\quad - (8n^2 + 8n + 2) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{T^2\alpha^2}{8}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B + j(T/2)\alpha^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \\
&\quad + (2n^2 + 2n) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{T^2\alpha^2}{2}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B + jT\alpha^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{B.14}$$

$$\begin{aligned}
E_{p_{T\tau},n} &= (6n + 3) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \\
&\quad - (8n + 4) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{T^2\alpha^2}{8}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B + j(T/2)\alpha^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \\
&\quad + (2n + 1) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{T^2\alpha^2}{2}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B + jT\alpha^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{B.15}$$

$$\begin{aligned}
E_{p_{\tau\tau},n} &= \frac{6\alpha}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \\
&\quad - \frac{8\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{T^2\alpha^2}{8}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B + j(T/2)\alpha^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \\
&\quad + \frac{2\alpha}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{T^2\alpha^2}{2}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B + jT\alpha^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Une approximation peut alors être utilisée. En effet, en considérant la valeur de T_r du signal modulé et les spécifications du rythme symbole, on a

$$e^{-\frac{T^2\alpha^2}{8}} \Big|_{\substack{T_r=250 \mu\text{s} \\ T=0.0025 \text{ s}}} = 4.2163 \times 10^{-30}. \tag{B.17}$$

En conséquence, les deux termes $e^{-\frac{T^2\alpha^2}{2}}$ et $e^{-\frac{T^2\alpha^2}{8}}$ dans (B.14), (B.15) et (B.16) peuvent être négligés, conduisant aux résultats

$$E_{p_{TT},n} \approx (6n^2 + 6n + 2) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \tag{B.18}$$

$$E_{p_{T\tau},n} \approx (6n + 3) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \tag{B.19}$$

$$E_{p_{\tau\tau},n} \approx \frac{6\alpha}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{Re} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\pi B}{\alpha\sqrt{2}} \right) \right] \tag{B.20}$$

D'autre part, pour $B \geq \alpha\sqrt{2}$, on a $\operatorname{erf}\left(\frac{B\pi}{\alpha\sqrt{2}}\right) \in [\operatorname{erf}(\pi), 1]$. Puisque $\operatorname{erf}(\pi) = 0.999991$, on obtient les approximations finales

$$E_{p_{TT},n} = (6n^2 + 6n + 2) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \quad (\text{B.21})$$

$$E_{p_{T\tau},n} = (6n + 3) \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \quad (\text{B.22})$$

$$E_{p_{\tau\tau},n} = \frac{6\alpha}{\sqrt{2\pi}} \quad (\text{B.23})$$

où $B \geq \alpha\sqrt{2}$. Pour compléter le calcul de la MFIM (B.4), il reste à calculer l'intégrale $\int_{T_0} 4\pi^2 t^2 dt$ en $[\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda})]_{33}$. Cependant, cette intégration dépend de l'origine t_0 adoptée pour l'intervalle d'observation T_0 [MD97, p. 60], plus précisément,

$$\int_{t_0}^{t_0+T_0} 4\pi^2 t^2 dt = 4\pi^2 \left(t_0^2 T_0 + t_0 T_0^2 + \frac{T_0^3}{3} \right). \quad (\text{B.24})$$

Puisque la BCRM est une borne inférieure, l'intérêt est de calculer sa valeur maximale. La BCRM étant fonction de $\mathbf{I}_M^{-1}(\boldsymbol{\lambda})$, l'intégrale (B.24) est minimisée quand $t_0 = -T_0/2$. Ce résultat est équivalent à celui obtenu dans le cas où la phase initiale est inconnue. Lorsque les échantillons sont pris loin de $t = 0$ (temps de l'angle initial), l'estimation de fréquence devient plus précise [RB74]. En prenant $t_0 = -T_0/2$, (B.24) devient

$$\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} 4\pi^2 t^2 dt = \pi^2 \frac{T_0^3}{3}. \quad (\text{B.25})$$

En reprenant (B.4) avec (B.21), (B.22) et (B.23), la MFIM est alors donnée par

$$\mathbf{I}_M(\boldsymbol{\lambda}) = \frac{C}{N_0} \begin{bmatrix} \alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} N^3 & 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{N^2}{2} & 0 \\ 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{N^2}{2} & 3\alpha\beta^2 \sqrt{\frac{2}{\pi}} N & 0 \\ 0 & 0 & \pi^2 \frac{T_0^3}{3} \end{bmatrix}, \quad B \geq \alpha\sqrt{2}. \quad (\text{B.26})$$

Bibliographie

- [Ahm06] M. Ahmed. Satellite-aided Search and Rescue (SAR) System. In *Int. Conf. on Advances in Space Technologies*, pages 43–48, Sept. 2006. (Cité à la page 6).
- [All66] D. W. Allan. Statistics of atomic frequency standards. *Proc. of the IEEE*, 54(2) :221–230, 1966. (Cité à la page 65).
- [Ash03] N. Ashby. Relativity in the global positioning system. *Living Reviews in Relativity*, 6(1), 2003. (Cité à la page 27).
- [Bah09] T. B. Bahder. *Clock Synchronization and Navigation in the Vicinity of the Earth*. Nova Science, 2009. (Cité à la page 27).
- [BCC⁺71] J. A. Barnes, A. R. Chi, L. S. Cutler, D. J. Healey, D. B. Leeson, T. E. McGunigal, J. A. Mullen, W. L. Smith, R. L. Sydnor, R. F. C. Vessot, and G. M. R. Winkler. Characterization of Frequency Stability. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, IM-20(2) :105–120, 1971. (Cité aux pages 64 et 65).
- [Ber12] C. Bertoia. Bulletin d’information. COSPAS-SARSAT, Feb. 2012. (Cité aux pages xv, 7 et 97).
- [Ber13] C. Bertoia. Bulletin d’information. COSPAS-SARSAT, Sept. 2013. (Cité à la page 10).
- [Bie94] Michael S. Bielas. Stochastic and dynamic modeling of fiber gyros. In *Proc. SPIE*, volume 2292, pages 240–254, 1994. (Cité à la page 66).

- [Bou50] L. C. Boussard. ICAO proposes international search and rescue service to aid aircraft in distress. ICAO News Release, July 1950. (Cité à la page 6).
- [CA94] J. Chaffee and J. Abel. Gdop and the cramer-rao bound. In *IEEE Position Location and Navigation Symposium*, pages 663–668, 1994. (Cité à la page 46).
- [CAL97] CAL Corporation. Follow-On SAR System Final Report, March 1997. (Cité à la page 9).
- [CFPFR09] P. Closas, C. Fernandez-Prades, and J.A. Fernandez-Rubio. Cramér-Rao Bound Analysis of Positioning Approaches in GNSS Receivers. *IEEE Trans. Signal Process.*, 57(10) :3775–3786, Oct. 2009. (Cité à la page 46).
- [CH94] Y. T. Chan and K. C. Ho. A simple and efficient estimator for hyperbolic location. *IEEE Trans. Signal Process.*, 42(8) :1905–1915, 1994. (Cité à la page 45).
- [Col10] J. Colasson. Document de Spécification Technique SAR/GALILEO. Technical Report 113200-SRS-08-0167-E, Thales Services, March 2010. (Cité aux pages 13, 14, 15 et 16).
- [Cos99] Cospas-Sarsat Council. Summary Report of the 406 MHz Geostationary System, Demonstration and Evaluation. Technical Report R.009, Cospas-Sarsat, Oct. 1999. (Cité à la page 9).
- [Cos09] Cospas-Sarsat Council. Introduction to the Cospas-Sarsat system. Technical Report G.003, Issue 6, Cospas-Sarsat, Oct. 2009. (Cité à la page 6).
- [Cos10a] Cospas-Sarsat Council. Cospas-Sarsat Frequency Requirements and Coordination Procedures. Technical Report T.014, Issue 2, Revision 1, Cospas-Sarsat, Oct. 2010. (Cité aux pages 11, 14, 16 et 24).
- [Cos10b] Cospas-Sarsat Experts’ Working Group. Use of Spread Spectrum waveforms for improving Cospas-Sarsat beacon capacity. Technical Report EWG-2/2010/4/15, Cospas-Sarsat, Sept. 2010. (Cité à la page 76).

- [Cos12a] Cospas-Sarsat Council. Cospas-Sarsat 406 MHz Distress Beacon Type Approval Standard. Technical Report T.007, Issue 4, Revision 7, Cospas-Sarsat, Oct. 2012. (Cité    la page 66).
- [Cos12b] Cospas-Sarsat Council. Cospas-Sarsat 406 MHz Frequency Management Plan. Technical Report T.012, Issue 1, Cospas-Sarsat, Oct. 2012. (Cité    la page 32).
- [Cos12c] Cospas-Sarsat Council. Cospas-Sarsat 406 MHz MEOSAR Implementation Plan. Technical Report R.012, Issue 1, Revision 8, Cospas-Sarsat, Oct. 2012. (Cité aux pages 8, 10, 11, 16, 17, 33 et 71).
- [Cos12d] Cospas-Sarsat Council. C/S Report on System Status & Operations, List of SAR Events Assisted by Cospas-Sarsat. Technical Report R.007, Cospas-Sarsat, Oct. 2012. (Cité aux pages xv et 9).
- [Cos12e] Cospas-Sarsat Council. Second Generation 406 MHz Beacon Implementation Plan. Technical Report R.017, Issue 1, Revision 1, Cospas-Sarsat, Oct. 2012. (Cité    la page 76).
- [Cos12f] Cospas-Sarsat Council. Specification for Cospas-Sarsat 406 MHz distress beacons. Technical Report T.001, Issue 3, Revision 13, Cospas-Sarsat, Oct. 2012. (Cité aux pages 16, 20, 21, 24, 26, 32, 34, 41, 51, 52, 58, 70 et 88).
- [Cos12g] Cospas-Sarsat Experts' Working Group. A proposed second generation beacon message. Technical Report EWG-1/2012/4/3, Cospas-Sarsat, Feb. 2012. (Cité    la page 76).
- [Cos12h] Cospas-Sarsat Experts' Working Group. New signal definition based on CDMA. Technical Report EWG-1/2012/3/3, Cospas-Sarsat, Feb. 2012. (Cité aux pages 76 et 80).
- [Cow96] W. G. Cowley. Phase and frequency estimation for psk packets : bounds and algorithms. *IEEE Trans. Commun.*, 44(1) :26–28, 1996. (Cité    la page 35).

- [CPH97] Y. T. Chan, J. W. Plews, and K. C. Ho. Symbol rate estimation by the wavelet transform. In *Int. Conf. Circuits and Systems*, volume 1, pages 177–180, June 1997. (Cité   la page 38).
- [Cur10] J. T. Curran. *Weak Signal Digital GNSS Tracking Algorithms*. Ph.D. dissertation, National University of Ireland, Cork, Ireland, 2010. (Cité aux pages 64 et 65).
- [CV91] R. S. Cheng and S. Verd  . Capacity of root-mean-square bandlimited Gaussian multiuser channels. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 37(3) :453–465, 1991. (Cité   la page 85).
- [CW09] L.-K. Chiu and S.-H. Wu. The Modified Bayesian Cramer-Rao Bound for MIMO Channel Tracking. In *Proc. Int. Conf. on Commun.*, pages 1–5, 2009. (Cité   la page 51).
- [Del08] J.-P. Delmas. Closed-Form Expressions of the Exact Cramer-Rao Bound for Parameter Estimation of BPSK, MSK, or QPSK Waveforms. *IEEE Signal Processing Letters*, 15 :405–408, 2008. (Cité   la page 35).
- [DL09] Z-M Deng and Y. Liu. Modified Cramér-Rao lower bound for symbol width estimation from a phase-shift-keying signal. *J. on Commun.*, 30(2) :117–121, Sept. 2009. (Cité aux pages 38 et 101).
- [DMR94] A. N. D’Andrea, U. Mengali, and R. Reggiannini. The modified Cramér-Rao bound and its application to synchronization problems. *IEEE Trans. Commun.*, 42(234) :1391–1399, Feb. 1994. (Cité aux pages 35, 36 et 37).
- [DW12] K. Das and H. Wymeersch. Censoring for bayesian cooperative positioning in dense wireless networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 30(9) :1835–1842, 2012. (Cité   la page 51).
- [Gab46] D. Gabor. Theory of communication. part 3 : Frequency compression and expansion. *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part III : Radio and Communication Engineering*, 93(26) :445–457, Nov. 1946. (Cité   la page 85).

- [Gau09] S. Gauthier. Operational Differences Between MEOSAR and GEO/LEOSAR Capabilities. Technical report, Centre for Operational Research & Analysis, Defence R&D Canada, Feb. 2009. (Cité à la page 9).
- [GD02] C. Griffin and S. Duck. Interferometric radio-frequency emitter location. *IEE Proc. - Radar, Sonar and Navigation*, 149(3) :153 – 160, June 2002. (Cité à la page 32).
- [GHAK12] K. Gracie, A. Hunt, P. Andreadis, and J. King. Improvements to the Message Content and Waveform of Cospas-Sarsat Distress Beacons. In *Proc. of International Communications Satellite System Conference*, pages 320 – 327, Ottawa, Canada, 2012. American Institute of Aeronautics and Astronautics. (Cité à la page 76).
- [GLR98] F. Gini, M. Luise, and R. Reggiannini. Cramer-rao bounds in the parametric estimation of fading radiotransmission channels. *IEEE Trans. Commun.*, 46(10) :1390–1398, 1998. (Cité à la page 31).
- [GLR99] F. Giannetti, M. Luise, and R. Reggiannini. Simple carrier frequency rate-of-change estimators. *IEEE Trans. Commun.*, 47(9) :1310 –1314, Sept. 1999. (Cité à la page 31).
- [GPR⁺04] P. C. Gomez, C. F. Prades, J. A. F. Rubio, G. S. Granados, and I. Stojkovic. Design of Local User Terminals for Search and Rescue Systems with MEO Satellites. In *Proc. of the 2nd ESA Workshop on Satellite Navigation User Equipment Technologies (NAVITEC)*, Noordwijk, The Netherlands, Dec. 2004. ESA/ESTEC. (Cité à la page 18).
- [GRJZ07] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, A. Jeffrey, and D. Zwillinger. *Table of Integrals, Series and Products*. Academic Press, 2007. (Cité aux pages 78 et 104).
- [GRM98] F. Gini, R. Reggiannini, and U. Mengali. The modified Cramér-Rao bound in vector parameter estimation. *IEEE Trans. Commun.*, 46(1) :52–60, Jan. 1998. (Cité à la page 37).

- [GRTDPS11] J. M. Gambi, M. C. Rodriguez-Teijeiro, M. L. G. Del Pino, and M. Salas. Shapiro Time Delay within the Geolocation Problem by TDOA. *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*, 47(3) :1948–1962, July 2011. (Cité à la page 27).
- [GZL07] L. Giugno, F. Zanier, and M. Luise. Optimal pilot symbol distribution for efficient and low-complexity doppler-shift and doppler-rate estimation in bursty transmission. In *IEEE Int. Conf. on Communications 2007*, pages 5993–5998, June 2007. (Cité à la page 31).
- [HCL03] S. Houcke, A. Chevreuil, and P. Loubaton. Blind equalization - Case of an Unknown Symbol Period. *IEEE Trans. Signal Process.*, 51(3) :781–793, March 2003. (Cité à la page 40).
- [Hes13] L. Hessler. Defining a Second Generation Beacon. *The Sarsat Beacon*, 3(1) :3, 2013. Sarsat Program, NOAA Satellite Operations Facility. (Cité à la page 76).
- [HNL⁺07] C. Herzet, N. Noels, V. Lottici, H. Wymeersch, M. Luise, M. Moeneclaey, and L. Vandendorpe. Code-aided turbo synchronization. *Proc. of the IEEE*, 95(6) :1255–1271, 2007. (Cité à la page 35).
- [Ho99] K. C. Ho. Modified CRLB on the modulation parameters of a PSK signal. In *Proc. IEEE Military Communications Conference*, volume 1, pages 40–44, 1999. (Cité à la page 37).
- [Hol07] J. K. Holmes. *Spread Spectrum Systems for GNSS and Wireless Communications*. Artech House, 2007. (Cité à la page 76).
- [HPS⁺02] J. Hahn, B. Peeters, I. Stojkovic, L. Ruiz, and J. Perlas. Search and Rescue Mission on Galileo : Implementation Aspects. Technical report, ESA Netherlands, 2002. (Cité à la page 14).
- [HRW08] D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentals of Physics*. Wiley, 8 edition, 2008. (Cité à la page 28).

- [Hug87] V. Hugo. *Œuvres complètes, Histoire...* Robert Laffont, Paris, 1987. (Cité à la page [iii](#)).
- [Ilc07] D. S. Ilcev. Cospas-Sarsat LEO and GEO : Satellite distress and safety systems (SDSS). *International Journal of Satellite Communications and Networking*, 25(6) :559–573, 2007. (Cité à la page [8](#)).
- [Ilc11] D. S. Ilcev. History of mobile radio and satellite communications. *Telecommunication Sciences*, 2(1) :57, 2011. (Cité à la page [6](#)).
- [Jen06] J. Jensen. Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes. *Acta Mathematica*, 30(1) :175–193, Dec. 1906. (Cité à la page [36](#)).
- [JLL⁺08] I. Joo, J.-H. Lee, Y.-M. Lee, C. S. Sin, S.-U. Lee, and J.-H. Kim. Development and Performance Analysis of the Second Generation 406 MHz EPIRB. In *Advanced Satellite Mobile Systems*, pages 333–336, 2008. (Cité à la page [8](#)).
- [JSD11] R. S. Jakhu, T. Sgobba, and P. S. Dempsey. *The Need for an Integrated Regulatory Regime for Aviation and Space : ICAO for Space ?* Studies in space policy. Springer, 2011. (Cité à la page [6](#)).
- [Kay93] S. M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation theory*. Prentice Hall, 1993. (Cité aux pages [35](#), [37](#), [42](#), [44](#) et [45](#)).
- [KH92] R. Kakarala and A. O. Hero. On achievable accuracy in edge localization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(7) :777–781, 1992. (Cité à la page [25](#)).
- [KH06] E. D. Kaplan and C. J. Hegarty. *Understanding GPS : principles and applications*. Artech House mobile communications series. Artech House, 2006. (Cité aux pages [27](#), [77](#), [79](#), [87](#) et [88](#)).
- [KS08] O. Kilic and A. Solak. Recent Improvements in Satellite Networks for Search and Rescue : MEOSAR. In *Advanced Satellite Mobile Systems*, pages 317–319, 2008. (Cité à la page [10](#)).

- [Lat98] B. P. Lathi. *Modern Digital and Analog Communication Systems*. Oxford University Press, 3rd edition, 1998. (Cité aux pages 78 et 85).
- [LC76] W. C. Lindsey and C. M. Chie. Theory of oscillator instability based upon structure functions. *Proc. of the IEEE*, 64(12) :1652–1666, 1976. (Cité à la page 64).
- [LLR07] E. S. Lohan, A. Lakhzouri, and M. Renfors. Binary-Offset-Carrier modulation techniques with applications in satellite navigation systems. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 7(6) :767–779, 2007. (Cité à la page 87).
- [LNW10] A. Lewandowski, B. Niehoefer, and C. Wietfeld. Galileo Search-and-Rescue : Performance Aspects and new Service Capabilities. *International Journal on Satellite Communication and Networking*, 2010. (Cité à la page 8).
- [Lov94] A. W. Love. GPS, atomic clocks and relativity. *Potentials, IEEE*, 13(2) :11–15, April 1994. (Cité à la page 27).
- [MA08] S. Minhas and E. Aboutanios. Estimation of the frequency of a complex exponential. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, pages 3693–3696, 2008. (Cité à la page 39).
- [MB02] G. Maral and M. Bousquet. *Satellite Communications Systems : Systems, Techniques and Technology*. Wiley, 2002. (Cité aux pages 12 et 13).
- [MD97] U. Mengali and A. N. D’Andrea. *Synchronization Techniques for Digital Receivers*. Applications of Communications Theory. Plenum Press, 1997. (Cité aux pages xv, 35, 36, 38 et 106).
- [MJ99] M. Monnerat and S. Journo. Rapport d’étude des traitements, Phase B. Technical report, Alcatel, April 1999. (Cité aux pages 18, 19 et 20).
- [Mon01] M. Monnerat. Description des Algorithmes de Traitement ARGOS 3 / SARSAT 3, Phase C/D. Technical report, Alcatel, Dec. 2001. (Cité aux pages 18 et 19).

- [Mor08] I. Morison. *Introduction to Astronomy and Cosmology*. Wiley, 2008. (Cité à la page 27).
- [MVB93] M.J. Miller, B. Vucetic, and L. Berry. *Satellite communications : mobile and fixed services*. Kluwer international series in engineering and computer science. Kluwer Academic Publishers, 1993. (Cité à la page 11).
- [NA65] A. Nuttall and F. Amoroso. Minimum Gabor bandwidth of M orthogonal signals. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 11(3) :440–444, 1965. (Cité à la page 85).
- [Nat11] National Search and Rescue Secretariat. Information for the Canadian aviation community about the switch to 406 MHz. *Cospas-Sarsat : saving lives with higher frequency*, 2011. (Cité à la page 10).
- [NCG⁺13a] V. B. Nicolau, M. Coulon, Y. Grégoire, T. Calmettes, and J.-Y. Tourneret. Bornes de Cramér-Rao modifiées pour le temps d’arrivée et la période symbole. Application aux signaux Cospas-Sarsat. In *Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, Brest, France, Sept. 2013. (Cité à la page 3).
- [NCG⁺13b] V. B. Nicolau, M. Coulon, Y. Grégoire, T. Calmettes, and J.-Y. Tourneret. Modified Cramer-Rao lower bounds for TOA and symbol width estimation. An application to search and rescue signals. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, Vancouver, Canada, May 2013. (Cité à la page 3).
- [NCG⁺13c] V. B. Nicolau, M. Coulon, Y. Grégoire, T. Calmettes, and J.-Y. Tourneret. Performance of TOA and FOA-based Localization for Cospas-Sarsat Search and Rescue Signals. In *Proc. IEEE Int. Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Process. (CAMSAP)*, Saint-Martin, French West Indies, Dec. 2013. (Cité à la page 3).
- [Ünv13] A. Ünver. *Determination Of Stochastic Model Parameters Of Inertial Sensors*. Ph.D. dissertation, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2013. (Cité à la page 66).

- [O'S99] P. O'Shea. Phase Measurement. In J. G. Webster, editor, *The Measurement, Instrumentation, and Sensors : Handbook*. CRC Press, 1999. (Cité à la page 39).
- [Pla07] S. Plaszczynski. Generating long streams of $1/f^\alpha$ noise. *Fluctuation and Noise Letters*, 7 :R1–R13, 2007. (Cité aux pages 64 et 66).
- [PP02] A. Papoulis and S. U. Pillai. *Probability, random variables, and stochastic processes*. McGraw-Hill, 4 edition, 2002. (Cité à la page 101).
- [PPF11] C.-F. Prades, L. L. Presti, and E. Falletti. Satellite Radiolocalization From GPS to GNSS and Beyond : Novel Technologies and Applications for Civil Mass Market. *Proc. IEEE*, 99(11) :1882–1904, 2011. (Cité à la page 86).
- [Pra06] C.-F. Prades. *Advanced Signal Processing Techniques for GNSS Receivers*. Ph.D. dissertation, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, 2006. (Cité aux pages 34 et 97).
- [PS07] J.-F. Pascual-Sánchez. Introducing relativity in global navigation satellite systems. *Annalen der Physik*, 16(4) :258–273, 2007. (Cité à la page 27).
- [PS08] J. G. Proakis and M. Salehi. *Digital Communications*. Mc-Graw Hill, Boston, 5th edition, 2008. (Cité aux pages 12, 35, 79 et 80).
- [PSM82] R. L. Pickholtz, D. L. Schilling, and L. B. Milstein. Theory of Spread-Spectrum Communications – A Tutorial. *IEEE Trans. Commun.*, 30(5) :855–884, 1982. (Cité aux pages 76 et 79).
- [PT12] R. Paiement and X. Tang. Performance Benefit of Collaborating MEOLUTs for Cospas-Sarsat Next-Generation Space Segment. In *Proc. of International Communications Satellite System Conference*, Ottawa, Canada, 2012. American Institute of Aeronautics and Astronautics. (Cité à la page 97).

- [RB74] D. Rife and R.R. Boorstyn. Single tone parameter estimation from discrete-time observations. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 20(5) :591–598, Sept. 1974. (Cité aux pages 39 et 106).
- [RD96] A. M. Reza and M. Doroodchi. Cramer-rao lower bound on locations of sudden changes in a steplike signal. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(10) :2551–2556, 1996. (Cité à la page 25).
- [Rei13] J. Reich. SARSAT Overview. SAR Controllers Training 2013, Lanham, USA, March 2013. (Cité aux pages xv et 7).
- [RH12] Liyang Rui and K. C. Ho. Bias analysis of source localization using the maximum likelihood estimator. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process. (ICASSP)*, pages 2605–2608, 2012. (Cité à la page 45).
- [Rie04] F. Riehle. *Frequency Standards : Basics and Applications*. Wiley, 2004. (Cité à la page 65).
- [Ror04] C. B. Rorabaugh. *Simulating Wireless Communication Systems : Practical Models In C++*. Pearson Education, 2004. (Cité à la page 82).
- [SCC08] H. C. So, Y. T. Chan, and F. K. W. Chan. Closed-form formulae for time-difference-of-arrival estimation. *IEEE Trans. Signal Process.*, 56(6) :2614–2620, 2008. (Cité à la page 45).
- [Sha64] I. I. Shapiro. Fourth Test of General Relativity. *Phys. Rev. Lett.*, 13(26) :789–791, Dec. 1964. (Cité à la page 27).
- [SM01] H. Steendam and M. Moeneclaey. Low-SNR limit of the Cramér-Rao bound for estimating the time delay of a PSK, QAM, or PAM waveform. *IEEE Communications Letters*, 5(1) :31–33, Jan. 2001. (Cité à la page 35).

- [SNH94] M. M. Shihabi, T. M. Nguyen, and S. M. Hinedi. A comparison of telemetry signals in the presence and absence of a subcarrier. *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, 36(1) :60–73, Feb. 1994. (Cité à la page 24).
- [TAO05] F. Thomson, S. Asmar, and K. Oudrhiri. Limitations on the use of the power-law form of $S_y(f)$ to compute Allan variance. *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 52(9) :1468–1472, 2005. (Cité à la page 65).
- [TDR10] N. Tsakalozos, K. Drakakis, and S. Rickard. Channel models of the Doppler Effect. *Adv. Studies Theor. Phys.*, 4(2) :67–90, 2010. (Cité à la page 27).
- [TFS04] J. Y. Tourneret, A. Ferrari, and A. Swami. Cramér-Rao lower bounds for change points in additive and multiplicative noise. *Signal Process., EURASIP*, 84(7) :1071–1088, July 2004. (Cité à la page 25).
- [Tsu00] J. B. Y. Tsui. *Fundamentals of Global Positioning System Receivers : A Software Approach*. A Wiley Interscience publication. Wiley, 2000. (Cité aux pages 19 et 31).
- [TYW12] L. Tian, C. Yifei, and J. Wei. An algorithm for Doppler shift and Doppler rate estimation based on pilot symbols. In *Int. Conf. on Consumer Electronics, Communications and Networks*, pages 1626–1629, April 2012. (Cité à la page 31).
- [Val10] J. V. Valls. *Estimation dynamique non-linéaire de canaux de transmission pour récepteurs satellites mobiles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble – INPG, 2010. (Cité à la page 36).
- [VSTV10] C. Vegni, I. Stojkovic, M. Tosti, and A. M. Vegni. Dilution of precision factor in Galileo and GPS MEOSAR constellations for European coverage. In *ICECom*, pages 1–4, Sept. 2010. (Cité à la page 31).
- [VT68] H. Van-Trees. *Detection, Estimation, and Modulation Theory*. Wiley, 1968. (Cité aux pages 34 et 35).

- [VTB07] H. L. Van Trees and K. L. Bell. *Bayesian Bounds for Parameter Estimation and Nonlinear Filtering/Tracking*. Wiley, Aug. 2007. (Cité à la page 50).
- [Wan10] W.-Q. Wang. Bistatic synthetic aperture radar synchronization processing. In *Radar Technology*. InTech, Jan. 2010. (Cité à la page 66).
- [Wei94] L.G. Weiss. Wavelets and wideband correlation processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, 11(1) :13–32, 1994. (Cité à la page 34).
- [WWH11a] K. Wang, S.-L. Wu, and Y.-T. Han. Cramér-Rao Bounds for FOA and TOA Estimation from Galileo Search and Rescue Signal. *Journal of Electronics & Information Technology*, 33(9) :2033–2038, Sept. 2011. (Cité aux pages 31 et 37).
- [WWH11b] K. Wang, S.-L. Wu, and J.-G. Hou. Research on TOA Estimation Algorithm for Actual COSPAS-SARSAT Signal. *Journal of Electronics & Information Technology*, 33(11) :2647–2651, Nov. 2011. (Cité à la page 31).
- [XZH07] H. Xu, Y. Zhou, and Z. Huang. Blind Roll-Off Factor and Symbol Rate Estimation Using IFFT and Least Squares Estimator. In *International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, pages 1052–1055, Sept. 2007. (Cité à la page 97).