

Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du  
**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

**Délivré par :**

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

**Discipline ou spécialité :**

Réseaux, Télécommunications, Systèmes et Architecture (RTSA)

---

**Présentée et soutenue par :**

Clément DUDAL

**le :** vendredi 26 octobre 2012

**Titre :**

Forme d'onde multiporteuse pour de la diffusion par satellite haute capacité

---

**Ecole doctorale :**

Mathématiques Informatique Télécommunications (MITT)

**Unité de recherche :**

IRIT

**Directeur(s) de Thèse :**

Marie-Laure BOUCHERET

Nathalie THOMAS - Co-directrice de thèse

**Rapporteurs :**

Emmanuel BOUTILLON

Jean-Pierre CANCES

**Membre(s) du jury :**

Ezio BIGLIERI - Président du jury

Guy LESTHIEVENT - Examineur

Marco LOPS - Examineur

Marie-Laure BOUCHERET - Directrice de thèse

Nathalie THOMAS - Co-directrice de thèse

Mathieu DERVIN - Encadrant industriel



---

*Everything will be okay in the end. If it's not okay it's not the end.*

J. Lennon

*Une civilisation sans la science, c'est aussi absurde qu'un poisson sans bicyclette.*

P. Desproges

---

---

## Remerciements

Mes premiers remerciements vont à mes encadrants Nathalie Thomas, Marie-Laure Boucheret et Mathieu Dervin pour leur investissement sans faille pendant ces trois années de labeur. Merci à Marie-Laure pour ces explications techniques et sa grande foi en mes travaux. Merci à Nathalie pour son soutien, sa bonne humeur, son investissement notamment dans la vérification de mes résultats et pour ses suggestions qui m'ont permis de me relancer dans les instants de doute. Merci à Mathieu pour son suivi, ses corrections pointues, son humour, les sorties piscine et les nombreuses conversations techniques ou non que l'on a pu avoir autour d'un café ou d'un breuvage plus houblonné.

J'exprime mes sincères remerciements à Emmanuel Boutillon et Jean-Pierre Cances pour avoir accepté de rapporter ma thèse et pour leur intérêt manifesté lors de la soutenance.

Je remercie chaleureusement Marco Lops pour sa grande collaboration à mes travaux de thèse, ses encouragements, sa bonne humeur et pour sa présence dans mon jury de thèse. Ho anche lo ringrazio per il suo incoraggiamento a mio italiano apprendimento.

J'exprime ma gratitude à Ezio Biglieri pour m'avoir fait l'honneur de présider ce jury de thèse ainsi qu'à Guy Lesthievant pour sa présence dans le jury et son intérêt pour mes travaux.

Mais une thèse c'est aussi un environnement de travail et je ne peux manquer de remercier l'équipe des Top Gun de Thales : Mathieu D., Cédric B., Erwan C., Fabrice A. et Zakariya F. sans oublier Fabienne R. et Marie D. qui ont largement contribué à la réussite de cette thèse par leur accueil, leurs conseils et leur chaleur humaine. La pause café revisitée façon Top Gun fut une grande source d'inspiration au quotidien ! Top Gun officieux mais non moins assimilé comme tel, je remercie mon ami Fabrice Hobaya, mon GG, mon collègue de thèse, mon partenaire de course.

---

Ses précieux conseils emprunts de sagesse et son éternelle confiance en moi m'ont permis de traverser bien des tempêtes. Merci.

Je remercie bien évidemment ma famille, mes parents, mes soeurs, mes grands-mères pour leur indéfectible soutien depuis de nombreuses années, soutien qui m'a amené aujourd'hui à soutenir cette thèse. Merci à Laurence, Daniel et Raphaële pour leur accueil. Merci à Brigitte, Yves, Thomas, Thérèse, Aimé et Sandrine pour leur soutien et leur venue.

Un immense merci aux Gros, pour ces dernières années mémorables et tous ces bons moments, cette thèse vous doit beaucoup ! Merci donc à Anna, Béa, Ségo, Laurie, Ptite Clem, Delphine, Tiffany, Cindy, Angela, Renaud, Mika, Basile, Déo, Nichou, Mass Matt, Nico, Ferdi, PH, Canard, Pépite, Cyril, Alex, Got et Pierre.

Pour ces trois années de colocation, riches du pire mais surtout du meilleur, je remercie Mika pour sa patience et son fameux pastasciutto.

Je remercie mes chers amis et futurs docteurs Paulo et Romain pour être présents depuis de très nombreuses années.

Merci à mes partenaires de voyage et non moins amis Estelle et Arnaud qui voyagent peut-être un peu trop à mon goût !

Pour les nombreuses pauses café, déjeuners, soirées et autres débats philosophiques sur les originaux et les élans, je remercie sincèrement les membres de l'équipe IRT Patou, Renaud, Mika, Julien, André-Luc, Manu, Nesrine et Guillaume. Je remercie également l'équipe SC, Marie, Corinne, Martial, Benoit, Jean-Yves, Nicolas pour son accueil et son soutien. Merci à Charly pour son aide précieuse sur les codes LDPC.

Pour les kilomètres parcourus ensemble, les prépas physiques et hépatiques et tous ces moments d'équipe, merci à Bibi, Yo, Tibo, Charles, Nico, Mamat et Bartlomiej, jeunes Fenix en devenir.

Merci à mes bordelaises préférées Julie et Lise.

Je remercie enfin Pascaline pour sa patience ces dernières années, son soutien si précieux et sa confiance en moi. Merci d'avoir été et d'être là.

---

## Résumé

Cette thèse se concentre sur l'amélioration conjointe de l'efficacité spectrale et de l'efficacité en puissance de schémas de transmission par satellite. L'émergence de nouveaux services et l'augmentation du nombre d'acteurs dans le domaine nécessitent de disposer de débits de plus en plus importants avec des ressources de plus en plus limitées.

Les progrès réalisés ces dernières années sur la technologie embarquée et dans le domaine des communications numériques permettent de considérer des schémas de transmission à plus haute efficacité spectrale et en puissance. Cependant, l'enjeu majeur des schémas de transmission proposés actuellement reste de rentabiliser les ressources disponibles.

L'étude développée dans cette thèse explore les possibilités d'amélioration conjointe de l'efficacité spectrale et de l'efficacité en puissance en proposant la combinaison de la modulation Cyclic Code-Shift-Keying (CCSK), dont l'efficacité en puissance augmente avec l'élévation du degré de la modulation, avec une technique de multiplexage par codage de type Code-Division Multiplexing (CDM) pour pallier la dégradation de l'efficacité spectrale liée à l'étalement du spectre induit par la modulation CCSK. Deux approches basées sur l'utilisation de séquences de Gold de longueur  $N$  sont définies :

- une approche multi-flux avec un décodeur sphérique optimal en réception. La complexité liée à l'optimalité du décodeur conduit à des valeurs d'efficacité spectrale limitées mais l'étude analytique des performances, vérifiée par des simulations, montre une augmentation de l'efficacité en puissance avec l'efficacité spectrale.
- une approche mono-flux justifiée par l'apparition de redondance dans les motifs résultant du multiplexage des séquences. L'approche mono-flux propose des valeurs d'efficacité spectrale équivalente aux schémas retenus dans le standard

---

DVB-S2 avec une amélioration de l'efficacité en puissance à partir d'un certain seuil de rapport signal à bruit par rapport à ces schémas.

Par la suite, l'étude porte sur la transposition de plusieurs symboles de modulation sur les porteuses d'un système OFDM et sur les bénéfices et avantages d'une telle approche. Elle se conclut sur l'apport d'un codage canal basé sur des codes par bloc non binaires Reed-Solomon et LDPC.

La forme d'onde proposée offre des points de fonctionnement à haute efficacité spectrale et haute efficacité en puissance avec des perspectives intéressantes. Dans le contexte actuel, son application reste limitée par ses fluctuations d'amplitude mais est envisageable dans un contexte de transmission multiporteuse, comme attendu dans les années à venir.



---

## Abstract

This thesis focuses on jointly improving the spectral efficiency and the power efficiency of satellite transmission schemes. The emergence of new services and the increasing number of actors in this field involve higher transmission rates with increasingly limited resources.

Recent progress in the embedded technologies and in digital communications offered to consider transmission schemes with higher spectral and power efficiency. Nevertheless, the major current challenge consists in making efficient use of resources.

The study developed in this thesis explores the possibilities of jointly improving the spectral and power efficiency by offering a combination of the Cyclic-Code-Shift Keying modulation (CCSK), which power efficiency increases with the degree of modulation, with a multiplexing technique such as Code-Division Multiplexing (CDM) to offset the deterioration on the spectral efficiency due to the spread spectrum induced by CCSK. Two approaches based on the use of Gold sequences of length  $N$  are defined :

- a multi-stream approach with an optimal receiver implemented through sphere decoding. The complexity due to the receiver optimality leads to limited spectral efficiencies but the study of performance, confirmed by simulations, shows an increase in power efficiency with spectral efficiency.
- a single-stream approach justified by the appearance of redundancy in the patterns following the sequences multiplexing. The single-stream approach offers spectral efficiencies equivalent to the adopted schemes in the DVB-S2 standard, with improved power efficiency from a certain level of signal to noise ratio compared to those schemes.

Subsequently, the study focuses on the implementation of several modulation symbols on the subcarriers of an OFDM modulator and the benefits and advantages of

---

such an approach. It concludes with the contribution of channel coding based on nonbinary block codes such as Reed-Solomon and LDPC codes.

The proposed waveform offers operating points with high spectral efficiency and high power efficiency with attractive perspectives. In the current context, its application is limited by its amplitude fluctuations but is possible in a multicarrier transmission context, as expected in the years to come.

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>x</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xiv</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xx</b>
<b>Liste des abréviations</b>	<b>xxii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Contexte et technologies de la diffusion par satellite</b>	<b>5</b>
1.1 Contraintes et motivations . . . . .	5
1.2 Normes de diffusion par satellite . . . . .	7
1.3 Cyclic Code Shift Keying (CCSK) . . . . .	8
1.4 Code Division Multiplexing (CDM) . . . . .	12
1.5 Forme d'onde CDM-CCSK . . . . .	15
1.6 Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) . . . . .	16
<b>2 Etat de l'art sur les séquences d'étalement</b>	<b>19</b>
2.1 Introduction . . . . .	19
2.2 Séquences de longueur maximale . . . . .	21
2.2.1 Définition et construction . . . . .	21
2.2.2 Propriétés . . . . .	22
2.2.3 Paires préférées . . . . .	24
2.3 Séquences de Gold . . . . .	26
2.3.1 Définition et construction . . . . .	26

## TABLE DES MATIÈRES

---

2.3.2	Propriétés des séquences de Gold . . . . .	28
2.3.3	Séquences Gold-like . . . . .	28
2.4	Séquences de Kasami . . . . .	30
2.4.1	Ensemble petit . . . . .	31
2.4.2	Ensemble large . . . . .	31
2.5	Conclusion sur le choix des séquences d'étalement . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Forme d'onde CDM-CCSK</b>	<b>37</b>
3.1	Présentation du système . . . . .	37
3.1.1	Règle de décision optimale . . . . .	39
3.1.2	Format de multiplexage . . . . .	41
3.2	Etude à faible charge . . . . .	44
3.2.1	Etude analytique des performances . . . . .	44
3.2.2	Récepteur optimal . . . . .	49
3.2.2.1	Décodage sphérique . . . . .	49
3.2.2.2	Décodage sphérique généralisé . . . . .	52
3.2.3	Résultats de simulation . . . . .	54
3.2.4	Décodeurs sous-optimaux . . . . .	61
3.2.4.1	Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO) . . . . .	62
3.2.4.2	Relaxation Semi-Définie . . . . .	64
3.2.4.3	Conclusion sur les détecteurs sous-optimaux . . . . .	69
3.3	Etude à forte charge . . . . .	70
3.3.1	Etude de cas pour une longueur de séquence $N=7$ . . . . .	71
3.3.2	Etude analytique des performances . . . . .	74
3.3.3	Résultats de simulation . . . . .	77
3.4	Conclusion sur la forme d'onde CDM-CCSK . . . . .	81
<b>4</b>	<b>Techniques multiporteuses</b>	<b>83</b>
4.1	Motivation . . . . .	83
4.2	Transmission multiporteuse . . . . .	87
4.2.1	Etape de concaténation . . . . .	87
4.2.2	Principe d'une modulation multiporteuse . . . . .	89
4.3	Peak-to-Average-Power Ratio (PAPR) . . . . .	93

## TABLE DES MATIÈRES

---

4.3.1	Définition . . . . .	94
4.3.2	Approximation de la distribution . . . . .	94
4.4	Techniques de réduction du PAPR . . . . .	95
4.5	Apport sur l'efficacité spectrale . . . . .	100
4.6	Conclusion sur la modulation multiporteuse . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Codage canal</b>	<b>103</b>
5.1	Analyse . . . . .	103
5.2	Codage Reed-Solomon . . . . .	106
5.2.1	Présentation . . . . .	106
5.2.2	Etudes et résultats . . . . .	108
5.2.2.1	Système MC-CSK pour $M = 2^7$ . . . . .	109
5.2.2.2	Système MC-CSK pour $M = 2^{14}$ . . . . .	114
5.3	Codage Low-Density Parity-Check (LDPC) . . . . .	119
5.3.1	Présentation . . . . .	119
5.3.2	Choix du code . . . . .	121
5.3.3	Décodage . . . . .	121
5.3.3.1	Système MC-CSK pour $M = 2^6$ . . . . .	123
5.3.3.2	Système MC-CSK pour $M = 2^{12}$ . . . . .	125
5.4	Conclusion sur le codage canal . . . . .	131
	<b>Conclusion</b>	<b>133</b>
	Conclusions générales . . . . .	133
	Perspectives de recherche . . . . .	135
	<b>Annexe A</b>	<b>136</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>142</b>

## **TABLE DES MATIÈRES**

---

# Table des figures

1.1	Principe de fonctionnement du CCSK . . . . .	9
1.2	Probabilité d'erreur du CCSK, du MOS et d'une 64-QAM. . . . .	10
1.3	Diminution de la probabilité d'erreur du CCSK avec l'augmentation de la longueur $N$ des séquences. . . . .	11
1.4	Techniques de multiplexage . . . . .	12
1.5	Principe de l'étalement de spectre par séquence directe . . . . .	14
1.6	Multiplexage par CDM . . . . .	14
1.7	Démultiplexage par CDM . . . . .	15
1.8	Spectre d'un signal sur porteuses recouvrées (a). Spectre d'un signal sur porteuses juxtaposées (b) . . . . .	17
2.1	Exemple de registre à décalage pour $m = 5$ . . . . .	21
2.2	Autocorrélation et intercorrélation de deux M-séquences de longueur $N = 31$ . . . . .	23
2.3	Autocorrélation et intercorrélation d'une paire préférée de longueur $N = 31$ . . . . .	25
2.4	Autocorrélation et intercorrélation de séquences de Gold de longueur $N = 31$ . . . . .	29
2.5	Autocorrélation et intercorrélation de séquences Gold-like de longueur $N = 15$ . . . . .	30
2.6	Autocorrélation et intercorrélation de séquences de Kasami de l'ensemble large de longueur $N = 63$ . . . . .	33
3.1	Schéma de construction de la forme d'onde proposée . . . . .	39
3.2	Evolution du spectre du signal lors de construction de la forme d'onde proposée . . . . .	40
3.3	Comparaison des taux d'erreur macrosymbole simulés en fonction de la méthode d'attribution des séquences . . . . .	55
3.4	Probabilités d'occurrence du nombre de séquences fausses en fonction du rapport signal à bruit, $N=31$ , $K=4$ , $L=8$ . . . . .	56

3.5	Probabilités d'occurrence du nombre de séquences fausses en fonction du rapport signal à bruit, $N=31$ , $K=4$ , $L=32$ . . . . .	56
3.6	Probabilités d'occurrence du nombre de séquences fausses en fonction du rapport signal à bruit, $N=31$ , $K=10$ , $L=4$ . . . . .	57
3.7	Validation par simulation des approximations du TEM et du TEB, $N=31$ , $K=4$ , $L=8$ , algorithme SD . . . . .	58
3.8	Validation par simulation des approximations du TEM et du TEB, $N=31$ , $K=4$ , $L=32$ , algorithme GSD $\alpha = 1$ . . . . .	58
3.9	Validation par simulation des approximations du TEM et du TEB, $N=31$ , $K=10$ , $L=4$ , algorithme GSD $\alpha = 1$ . . . . .	59
3.10	Amélioration du taux d'erreur macrosymbole avec l'augmentation du nombre $L$ de séquences par flux, $N=31$ , $K=4$ . . . . .	60
3.11	Amélioration du taux d'erreur bit avec l'augmentation du nombre $L$ de séquences par flux, $N=31$ , $K=4$ . Comparaison avec le TEB théorique de la BPSK et de la QPSK . . . . .	61
3.12	Dégradation du taux d'erreur macrosymbole avec l'augmentation du nombre $K$ de flux, $N=31$ , $L=4$ . . . . .	62
3.13	Comparaison des taux d'erreur binaire entre le Sphere Decoding et le LASSO, $N=31$ , $K=4$ , $L=32$ . . . . .	64
3.14	Comparaison des taux d'erreur macrosymbole et binaire entre le détecteur sous-optimal SDR et l'approximation des performances optimales pour $N=31$ , $K=4$ , $L=32$ . . . . .	69
3.15	Distribution des puissances des macrosymboles avant (a) et après sélection des motifs uniques (b) pour $N=7$ , $K=7$ , $L=8$ . . . . .	74
3.16	Gain sur l'efficacité en puissance en fonction d'un TEB cible . . . . .	78
3.17	Comparaison du taux d'erreur binaire du CDM-CCSK pour $M = 2^{14}$ avec des modulations de même efficacité spectrale . . . . .	79
3.18	Comparaison du taux d'erreur binaire du CDM-CCSK pour $M = 2^7$ avec une modulation de même efficacité spectrale . . . . .	80
3.19	Comparaison du taux d'erreur binaire du CDM-CCSK pour $M = 2^{11}$ avec une modulation de même efficacité spectrale . . . . .	80
4.1	Courbe AM/AM typique comparée à une courbe AM/AM idéale . . . . .	85



4.2	Distribution de la puissance instantanée des chips et de la puissance moyenne par macrosymbole en transmission monoporteuse . . . . .	86
4.3	Taux d'erreur bit pour transmission CSM-CCSK monoporteuse avec HPA et différents IBO . . . . .	87
4.4	Distribution de la puissance moyenne des macrosymboles modulés en quadrature sans (a) et avec concaténation (b) . . . . .	88
4.5	Distribution de la puissance instantanée pour des systèmes monoporteuse (a) et multiporteuse avec concaténation (b) . . . . .	89
4.6	Schéma numérique de modulation OFDM . . . . .	91
4.7	Construction de la forme d'onde MC-CSK . . . . .	92
4.8	Comparaison des transmissions multiporteuse et monoporteuse avec HPA, IBO=4 dB et $M = 2^{14}$ . . . . .	93
4.9	Simulation et approximation de la fonction de répartition complémentaire du PAPR d'un signal MC-CSK . . . . .	95
4.10	Impact d'une transformée non-linéaire sur la densité de probabilité de la puissance d'un signal OFDM . . . . .	97
4.11	CCDF du PAPR d'un signal OFDM avec et sans transformée non linéaire . . . . .	97
4.12	Impact de la réduction du PAPR par transformée non-linéaire sur le TEB d'un signal OFDM sur 64 porteuses . . . . .	98
4.13	Impact de la réduction du PAPR par transformée non-linéaire et de l'amplification sur le TEB d'un signal OFDM sur 64 porteuses . . . . .	99
5.1	Distribution du nombre de bits faux en cas d'erreur sur un macrosymbole pour $M = 2^7$ . . . . .	104
5.2	Distribution du nombre de bits faux en cas d'erreur sur un macrosymbole pour $M = 2^{11}$ . . . . .	105
5.3	Distribution du nombre de bits faux en cas d'erreur sur un macrosymbole pour $M = 2^{14}$ . . . . .	105
5.4	Illustration du principe de codage d'un code RS(7, 5, 1) systématique . . . . .	107
5.5	Schéma de la chaine de transmission avec un code Reed-Solomon avec décodage dur . . . . .	108
5.6	Taux d'erreur Macrosymbole pour un système MC-CSK $M = 2^7$ . . . . .	110

5.7	Variation du $\frac{E_b}{N_0}$ pour atteindre $TEB_{out} = 10^{-3}$ en fonction de $t$ pour un système MC-CSK $M = 2^7$ avec $N_{RS} = 127$ . . . . .	111
5.8	Taux d'Erreur Bit pour un système MC-CSK $M = 2^7$ avec codage Reed-Solomon et différents rendements . . . . .	112
5.9	Comparaison des Taux d'Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK $M = 2^7$ et une modulation QPSK, codage RS (127, 31, 48) . . . . .	113
5.10	Comparaison des Taux d'Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK $M = 2^7$ et une modulation QPSK, codage RS (127, 115, 6) . . . . .	113
5.11	Comparaison des Taux d'Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK $M = 2^7$ et une modulation QPSK, codage RS (127, 89, 19) . . . . .	114
5.12	Méthode de codage pour un système MC-CSK $M = 2^{14}$ avec un code RS (127, $K_{RS}$ , $t$ )	115
5.13	Variation du $\frac{E_b}{N_0}$ pour atteindre $TEB_{out} = 10^{-3}$ en fonction de $t$ pour un système MC-CSK $M = 2^{14}$ avec $N_{RS} = 127$ . . . . .	115
5.14	Taux d'Erreur Bit pour un système MC-CSK $M = 2^{14}$ avec codage Reed-Solomon et différents rendements . . . . .	116
5.15	Comparaison des Taux d'Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK $M = 2^{14}$ et une modulation 16-APSK, codage RS (127, 85, 21) . . . . .	117
5.16	Comparaison des Taux d'Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK $M = 2^{14}$ et une modulation 16-APSK, codage RS (127, 115, 6) . . . . .	118
5.17	Comparaison des Taux d'Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK $M = 2^{14}$ et une modulation 16-APSK, codage RS (127, 93, 17) . . . . .	118
5.18	Schéma de la chaîne de transmission avec un code LDPC et un décodage souple	123
5.19	Taux d'Erreur Bit pour un système MC-CSK $M = 2^6$ avec deux codes LDPC non binaires . . . . .	125
5.20	Schéma d'entrelacement des symboles de codage sur $GF(64)$ avant modulation sur macrosymboles pour $M = 2^{12}$ . . . . .	126
5.21	Impact de l'entrelacement et de deux codes LDPC non binaires sur le TEB d'un système MC-CSK pour $M = 2^{12}$ . . . . .	128
5.22	Taux d'Erreur Bit pour un système MC-CSK $M = 2^{12}$ et une modulation 8-PSK avec deux codes LDPC non binaires . . . . .	129
5.23	Comparaison des performances codées entre un codage LDPC et un codage RS pour un système MC-CSK $M = 2^6$ . . . . .	129

5.24 Comparaison des performances codées entre un codage LDPC et un codage RS  
pour un système MC-CSK  $M = 2^{12}$  . . . . . 130

## **TABLE DES FIGURES**

---

# Liste des tableaux

1.1	DVB-S2, $E_s/N_0$ requis pour un Taux d'Erreur Paquet (TEP) de $10^{-7}$ (canal AWGN) . . . . .	8
2.1	Exemples de polynômes générateurs pour différentes longueurs de M-séquences	22
2.2	Caractéristiques des M-séquences . . . . .	24
2.3	Caractéristiques des MCS . . . . .	26
2.4	Récapitulatif de certaines caractéristiques des ensembles de séquences étudiés .	34
2.5	Distances minimales pour les ensembles Gold, Gold-like et Kasami . . . . .	35
3.1	Efficacité spectrale de la forme d'onde pour différentes charges . . . . .	60
3.2	Récapitulatif des performances des algorithmes optimaux et sous-optimaux pour $N = 32$ , $L = 32$ et $K$ variable . . . . .	70
3.3	Disponibilité de macrosymboles uniques en fonction de la charge pour $N=7$ . .	72
3.4	Comparaison des efficacités en puissance et spectrale entre le CDM-CCSK et des modulations classiques pour la diffusion par satellite . . . . .	78
4.1	Gain en bande passante d'un système multiporteuse par rapport au standard DVB-S2 monoporteuse . . . . .	101

## **LISTE DES TABLEAUX**

---

# Liste des abréviations

- APSK** Amplitude Phase Shift Keying (modulation)
- AWGN** Additive White Gaussian Noise
- BPSK** Binary Phase Shift Keying (modulation)
- CCSK** Cyclic Code Shift Keying
- CDM** Code Division Multiplexing
- DSP** Densité Spectrale de Puissance
- DVB-H** Digital Video Broadcasting : Transmission System for Handheld Terminals
- DVB-S** Digital Video Broadcasting by Satellite - première génération
- DVB-S2** Digital Video Broadcasting by Satellite - deuxième génération
- DVB-SH** Digital Video Broadcasting for Satellite services to Handheld devices
- FDM** Frequency Division Multiplexing
- FFT** Fast Fourier Transform
- FDM** Frequency Shift Keying (modulation)
- GSD** Generalized Sphere Decoding
- HPA** High Power Amplifier
- IBO** Input Back-Off
- iFFT** Inverse Fast Fourier Transform
- MCS** Maximal Connected Set
- MOS** M-ary Orthogonal Signaling
- OFDM** Orthogonal Frequency Division Multiplexing
- OBO** Output Back-Off

## **LISTE DES ABREVIATIONS**

---

**PAPR** Peak to Average Power Ratio

**PN** Pseudo Noise

**PSK** Phase Shift Keying (modulation)

**QAM** Quadrature Amplitude Modulation

**QEF** Quasi Error Free

**QPSK** Quaternary Phase Shift Keying (modulation)

**SD** Sphere Decoding

**TDM** Time Division Multiplexing

**TWTA** Travelling Wave Tube Amplifier



# Introduction

Depuis les premiers lancements de satellites dédiés aux télécommunications dans les années 60, les besoins en termes de débit ont connu une croissance soutenue. L'apparition de nouveaux services nécessitant la transmission d'images ou de vidéos en haute définition implique une adaptation continue des normes de diffusion. Les systèmes actuels sont régis par le standard DVB-S2, évolution du standard DVB-S, destiné aux transmissions par satellite et développé par le consortium européen DVB à partir des années 90. Les bandes de fréquence les plus adaptées aux communications spatiales, entre 1 et 40 GHz, sont naturellement limitées en largeur et les organismes de régulation n'en attribuent qu'une bande encore plus limitée pour les besoins de la diffusion, de l'ordre de quelques centaines de MHz. On assiste à une saturation dans les bandes de plus basses fréquences et une migration vers les fréquences plus hautes (bande Ka), avec à la clé une largeur de bande attribuée aux télécommunications plus importante (supérieure à 2 GHz) et des technologies d'antenne plus performantes. L'amélioration des performances des satellites et des techniques évoluées de traitement du signal favorisent l'émergence de schémas de transmission à plus haute efficacité spectrale et en puissance permettant d'augmenter la capacité globale des systèmes. Cependant, la croissance continue des besoins et les limitations en puissance et en bandes de fréquences conduisent à rentabiliser les ressources disponibles et l'amélioration conjointe de l'efficacité spectrale et de l'efficacité en puissance reste une nécessité.

Dans ce contexte, cette thèse propose de travailler sur la modulation et d'explorer la combinaison de techniques à haute efficacité spectrale et de techniques à haute efficacité en puissance. Cette approche est motivée par l'espoir d'améliorer le compromis global entre les deux efficacités par rapport aux solutions existantes.

## Organisation de la thèse

Le premier chapitre replace, dans un premier temps, les motivations de cette thèse dans le contexte des contraintes inhérentes aux communications par satellite. Les techniques à haute efficacité spectrale et haute efficacité en puissance mises en oeuvre dans la définition de la forme d'onde sont ensuite présentées. La modulation Cyclic Code-Shift-Keying (CCSK) présente d'excellentes performances en termes de taux d'erreur binaire et une amélioration de son efficacité en puissance avec l'élévation du degré de la modulation, contrairement à la majorité des modulations classiques. L'amélioration de l'efficacité spectrale est étudiée par la combinaison de cette modulation avec une technique de multiplexage par codage de type Code-Division Multiplexing (CDM). Enfin la présentation d'une technique de modulation sur porteuses orthogonales propice à une amélioration conjointe de l'efficacité en puissance et spectrale clôt le chapitre.

Dans le second chapitre, un état de l'art est réalisé sur les séquences d'étalement nécessaires à l'implémentation des techniques décrites dans le premier chapitre. Des critères de performance sont définis, tenant compte de la longueur des séquences, du nombre de séquences disponibles et de leurs propriétés d'autocorrélation et d'intercorrélacion. Les conclusions du chapitre renvoient à l'utilisation de séquences de Gold avec un format de multiplexage spécifique.

Le troisième chapitre présente plus en détail la modulation CDM-CCSK résultant de la combinaison du CCSK et du CDM. Une étude analytique des performances est réalisée proposant une approximation des taux d'erreur symbole et bit pour différentes charges de multiplexage. Les performances obtenues par simulation avec des récepteurs optimaux et sous-optimaux sont également présentées.

Le quatrième chapitre revient sur l'application d'une modulation multiporteuse sur la forme d'onde CDM-CCSK. En effet cette dernière présente de fortes variations de puissance qui, du fait de la présence d'amplificateurs introduisant des distorsions non-linéaires dans la chaîne de transmission, pénalise son efficacité en puissance. Les bénéfices et les contraintes d'une transmission multiporteuse caractérisée par un fort rapport entre la puissance crête et la puissance moyenne (PAPR) sont analysés ainsi qu'une technique de réduction du PAPR.

Les performances de la modulation proposée, établies dans le troisième chapitre et définies par un taux d'erreur bit, présentent une décroissance en fonction du rapport signal à bruit plus forte, à partir d'un certain seuil de bruit, que les modulations classiques retenues dans les stan-

dards actuels. Cette caractéristique a motivé le contenu du cinquième chapitre autour de l'étude d'un codage canal adapté à la forme d'onde, avec pour objectif l'amélioration de son efficacité en puissance globale.

Enfin dans un dernier chapitre, nous exposons nos conclusions et proposons certaines perspectives de recherche dans la continuité du travail proposé dans cette thèse.

## Publications

- Clément Dudal, Marie-Laure Boucheret, Marco Lops, Nathalie Thomas, and Mathieu Dervin. Spectral and power-efficient data multiplexing format based on code-shift-keying. *Communications Letters, IEEE*, 15(7) : 695-697, July 2011.
- Clément Dudal, Nathalie Thomas, Mathieu Dervin, Marie-Laure Boucheret, and Marco Lops. Multi-Carrier-Code-Shift-Keying modulation. In *Globecom 2012 - Symposium on Selected Areas in Communications (GC12 SAC)*, Anaheim, CA, USA, December 2012.



# Chapitre 1

## Contexte et technologies de la diffusion par satellite

Ce chapitre rappelle le contexte actuel des transmissions par satellite sur la voie aller en mode diffusion ainsi que certaines technologies appliquées dans ce cadre et sur lesquelles repose cette thèse. Les éléments justifiant les hypothèses de travail sont également présentés. D'autre part, un rappel des normes actuelles de diffusion est effectué afin de définir des éléments de comparaison ultérieurs.

### 1.1 Contraintes et motivations

L'essor des systèmes de communications et l'émergence de nouveaux services comme la diffusion d'images ou de vidéos haute définition en temps réel conduisent les chercheurs à développer et optimiser des systèmes permettant le transfert de données à haut débit par satellite. Le consortium européen DVB (Digital Video Broadcasting) a défini plusieurs normes autour de la diffusion par satellite depuis le début des années 90 (DVB-S, DVB-S2, DVB-SH).

D'un point de vue fréquentiel, les systèmes de transmission actuels utilisent des bandes comprises entre 1 et 40 GHz dont les applications (diffusion télévision, téléphonie) et les propriétés (atténuation atmosphérique, taille des récepteurs) varient selon la fréquence. Les bandes de fréquence les plus basses (L, S, C, X, Ku, K entre 1 et 26 GHz) sont actuellement les plus utilisées et sont proches de la saturation. De plus, les largeurs de bande allouées aux systèmes de télécommunications par satellite sont limitées (500 MHz pour la bande Ku et moins de 100

## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

---

MHz pour les bandes inférieures). La tendance actuelle est de travailler sur la bande Ka qui offre une grande largeur de bande (2.96 GHz en liaison descendante), plus adaptée aux nouveaux besoins en termes de capacité offerte. A taille d'antenne fixée, les faisceaux générés dans cette bande sont beaucoup plus directifs que dans les bandes de fréquence inférieures, l'énergie est mieux concentrée et le spectre peut être réutilisé de façon intensive (sur des zones séparées géographiquement). Grâce à ces caractéristiques avantageuses, la bande Ka a été proposée pour les transmissions par satellite à haut débit, offrant par exemple, des services d'internet à destination des zones de territoire mal desservies par les infrastructures terrestres (zones blanches ou grises). D'autre part, l'utilisation actuelle des réseaux d'accès multimédia par le grand public, caractérisée par un fort déséquilibre entre le trafic descendant vers l'utilisateur (données, images, son et vidéo) et le trafic remontant de l'utilisateur, s'inscrit dans ce contexte de diffusion où le satellite a un véritable rôle à jouer.

Conjointement à cette évolution, les progrès réalisés ces dernières années sur la technologie embarquée à bord des satellites (amplificateurs, antennes, etc), sur la charge utile des lanceurs (9.6 tonnes pour Ariane 5 ECA) et sur les terminaux en réception ont contribué à l'amélioration des performances des systèmes satellite, avec des bilans de liaison de plus en plus favorables. Des schémas plus efficaces avec des modulations d'ordres élevés et des codes de plus faibles rendements peuvent donc être envisagés pour augmenter l'efficacité spectrale. Les progrès en communications numériques ont également permis d'augmenter les efficacités en puissance, autre ressource limitée, notamment avec les codes itératifs turbo [9] ou LDPC [33]. L'évolution de la forme d'onde de la norme DVB-S (1994) vers la norme DVB-S2 (2003) illustre bien cette tendance avec l'adoption de schémas de modulation d'ordres plus élevés et un codage LDPC (voir partie 1.2) pour un gain estimé de 30% sur la capacité du système.

Dans ce contexte-là et avec pour objectif l'amélioration des efficacités en puissance et spectrale des systèmes de diffusion par satellite, nous allons chercher à combiner des techniques à haute efficacité spectrale et des techniques à haute efficacité en puissance. Cette approche est motivée par l'espoir d'améliorer le compromis global entre efficacité spectrale et efficacité en puissance par rapport aux solutions actuelles [29].

Les pistes de recherche se portent sur le Cyclic Code-Shift-Keying (CCSK) pour l'efficacité en puissance [35] [90] [91] [50]. Cette modulation présente d'excellentes performances de taux d'erreur et une amélioration de son efficacité en puissance avec l'élévation du degré de la modulation contrairement à la majorité des modulations classiques (voir partie 1.3). Concernant l'efficacité spectrale, l'apport potentiel du multiplexage par codage tel que le Code-Division

Multiplexing (CDM) (voir partie 1.4) et le déploiement toujours plus large de techniques multi-porteuses de type OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) [88] dans les systèmes de communication actuels et futurs (voir 1.6), nous ont incités à explorer ces voies.

### 1.2 Normes de diffusion par satellite

Les normes de diffusion actuelles (DVB-S, DVB-S2, DVB-SH) nous serviront de point de comparaison pour l'amélioration des performances. La première norme, définie pour de la diffusion par satellite vers des terminaux fixes, est le DVB-S [27], dont la première version fut publiée en 1994. Elle a permis la diffusion de la télévision numérique par satellite au grand public. Elle utilise une modulation QPSK associée à un code convolutif suivi d'un entrelaceur et d'un code de Reed-Solomon. Sa popularité s'est largement développée dans le monde avec plus de 100 millions de récepteurs déployés. Après une dizaine d'années de fonctionnement, le développement de nouveaux services et besoins a conduit les instances de normalisation à proposer en 2004 une évolution, le DVB-S2 [29]. Tenant compte des progrès technologiques sur les performances des satellites, le DVB-S2 exploite les gains en puissance reçue pour proposer des schémas à plus haute efficacité spectrale que son prédécesseur, le DVB-S. Combiné aux dernières technologies de compression vidéo, le DVB-S2 rend possible une large plage de nouveaux services commerciaux comme la HDTV (Télévision Haute Définition). Afin de garantir la qualité de service requise par les différentes applications et d'exploiter de façon plus efficace les ressources spectrales, il adopte à la fois un codage et une modulation adaptatifs. En effet, contrairement au DVB-S qui ne proposait qu'un schéma de modulation de type QPSK, le DVB-S2 propose une palette plus large de modulations (QPSK, 8-PSK, 16-APSK, 32-APSK) permettant d'augmenter l'efficacité spectrale du système. Il inclut également un schéma de codage canal de type LDPC (Low Density Parity Check) avec plusieurs rendements possibles concaténé à un code BCH (Bose Chaudhuri Hocquenghem) de rendement proche de 1, beaucoup plus puissant que celui proposé dans la norme DVB-S. Ainsi, un gain d'environ 30% est observé sur les performances pour de la diffusion par rapport au DVB-S et la forme d'onde peut évoluer de manière dynamique en fonction des conditions de propagation. Cette adaptativité se combine bien à des transmissions en bande Ka, très dépendantes des variations météorologiques.

Parallèlement à l'évolution des normes de diffusion vers des terminaux fixes et avec le développement exponentiel des terminaux mobiles à partir des années 2000, le besoin d'une norme

## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

de diffusion adaptée à la mobilité s'est fait ressentir. La norme DVB-SH [30] (Digital Video Broadcasting for Satellite services to Handheld devices), développée à partir de 2007, est une extension de la norme DVB-H [28] pour les systèmes terrestres. Elle encadre les systèmes de radiodiffusion hertzienne numérique par satellite destinés à une réception sur terminal mobile. Elle tient compte notamment des contraintes liées à la mobilité et à l'environnement multi-trajet des récepteurs et propose l'utilisation de l'OFDM pour le lien satellite afin de permettre son intégration dans des réseaux sans fil hybrides terrestre/satellite.

Dans le cadre de cette thèse, la diffusion se fait vers des terminaux fixes donc seule la comparaison avec le DVB-S2 sera retenue.

Le tableau 1.1 regroupe des points de fonctionnement définis dans la norme DVB-S2 pour différents schémas de modulation/codage. Les efficacités spectrales sont données pour une longueur de trame de 64800 bits et sans symboles pilotes.

Modulation et rendement du code	Efficacité spectrale	$E_s/N_0$ (dB) requis
QPSK 1/4	0.49	-2.35
QPSK 1/2	0.99	1.00
QPSK 9/10	1.79	6.42
8PSK 3/5	1.78	5.50
8PSK 5/6	2.48	9.35
8PSK 9/10	2.65	10.98
16APSK 2/3	2.64	8.97
16APSK 5/6	3.30	11.61
16APSK 9/10	3.57	13.13
32APSK 3/4	3.70	12.73
32APSK 5/6	4.12	14.28
32APSK 9/10	4.45	16.05

TABLE 1.1 – DVB-S2,  $E_s/N_0$  requis pour un Taux d'Erreur Paquet (TEP) de  $10^{-7}$  (canal AWGN)

### 1.3 Cyclic Code Shift Keying (CCSK)

Le Cyclic Code Shift Keying (CCSK) [35] [91] est une forme de modulation basée sur l'étalement de spectre par séquence directe [70] dont les performances se rapprochent des modulations orthogonales (MOS, *M-ary Orthogonal Signaling*) [50]. Ces modulations présentent la meilleure efficacité en puissance possible et sont asymptotiquement optimales dans ce sens (voir



## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

[63], p. 125). Le CCSK utilise une fonction de base  $f(t)$  et ses permutations circulaires (*shift*) pour moduler une fréquence porteuse. La fonction de base considérée est une séquence binaire de  $N$  éléments, ou chips. Afin de coder  $\log_2 N$  bits, le modulateur CCSK utilise la séquence de base et ses  $N - 1$  permutations circulaires. Pour permettre la démodulation, la séquence de base doit posséder une bonne autocorrélation cyclique, c'est-à-dire, que la fonction d'autocorrélation doit posséder un pic central distinct et de faibles lobes secondaires. En supposant une synchronisation parfaite, le récepteur va démoduler en corrélant le signal bruité reçu avec la séquence de base pour estimer la position du pic de corrélation. Cette position définit quelle permutation circulaire a été transmise et permet de décoder la suite de bits associée. L'exemple proposé sur la figure 1.1 illustre ce point. La séquence de base utilisée est une séquence de Gold [37] non étendue  $s$  de longueur  $N = 7$  chips,  $s = [-1, +1, -1, -1, +1, +1, +1]$ . Le pic de corrélation détecté dans les deux cas indique la séquence transmise : 1<sup>ère</sup> (pas de shift) et 5<sup>ème</sup> (4 shifts).

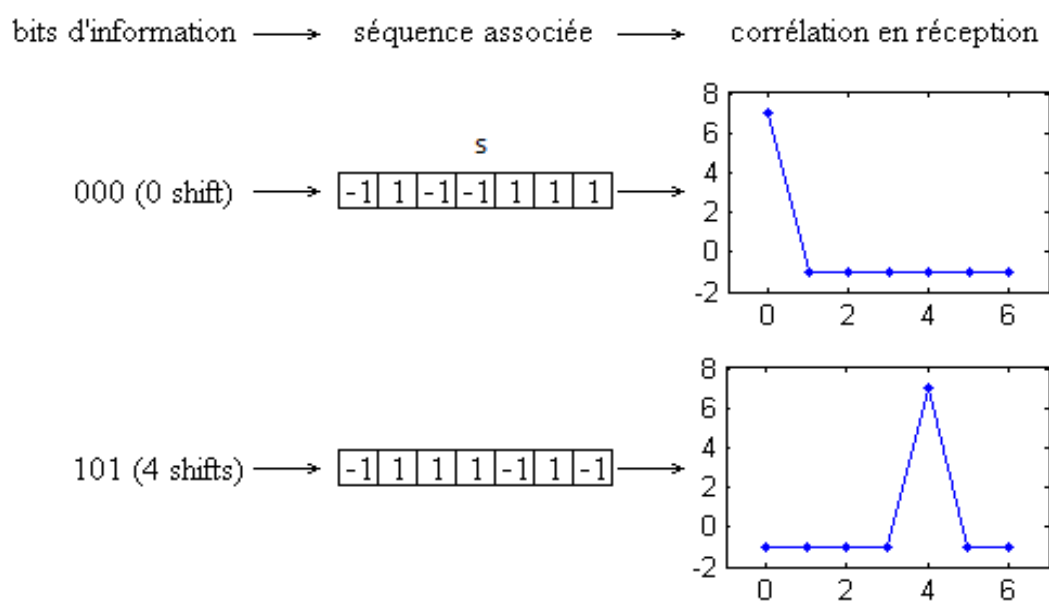


FIGURE 1.1 – Principe de fonctionnement du CCSK

Pour cette modulation, chaque séquence, qui représente un symbole, est définie sur plusieurs chips, le débit chip est donc plus élevé que le débit séquence ou débit symbole provoquant un étalement du spectre. On définit le facteur d'étalement comme étant le rapport entre le débit

## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

chip et le débit symbole :

$$FE = \frac{\text{débit chip}}{\text{débit symbole}} = N. \quad (1.1)$$

Après modulation, la bande du signal est élargie d'un facteur  $FE$  et son niveau de densité spectrale de puissance (DSP) diminuée du même facteur. Pour cette raison, le CCSK a été présenté comme une technique de transmission à faible probabilité d'interception [35]. Ces considérations sont illustrées dans la partie 1.4 sur le multiplexage par codage, figures 1.6 et 1.7.

En termes de performances, à partir d'une longueur de séquence  $N$  suffisante ( $N \geq 32$ ), les taux d'erreurs du CCSK coïncident avec ceux d'une modulation orthogonale [50] comme la modulation FSK (Frequency Shift Keying). La figure 1.2 compare les performances simulées pour un système CCSK construit avec des séquences de Gold étendues de longueur  $N = 64$  avec les performances théoriques d'une modulation MOS 64-aire et d'une modulation 64-QAM classique. On constate la similitude entre le CCSK et la modulation MOS avec des performances nettement supérieures à celles de la 64-QAM.

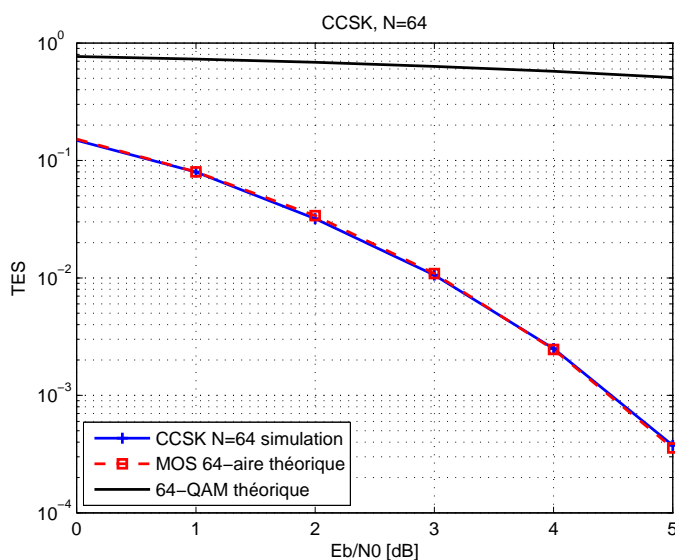


FIGURE 1.2 – Probabilité d'erreur du CCSK, du MOS et d'une 64-QAM.

A l'instar des systèmes MOS, le CCSK voit son efficacité en puissance augmenter avec la longueur des séquences utilisées. Cette propriété constitue la raison principale de notre intérêt

## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

pour la modulation CCSK. Elle est illustrée sur la figure 1.3. D'autre part, l'avantage du CCSK par rapport au MOS réside dans la simplicité de sa mise en oeuvre. Il a été montré [35] que le traitement du CCSK ne nécessitait que quelques étapes basées sur la Transformée de Fourier et son inverse dont il existe des algorithmes de calcul efficaces. Dans le cas général du MOS, la détection est basée sur un banc de corrélateurs, plus lourd à implémenter.

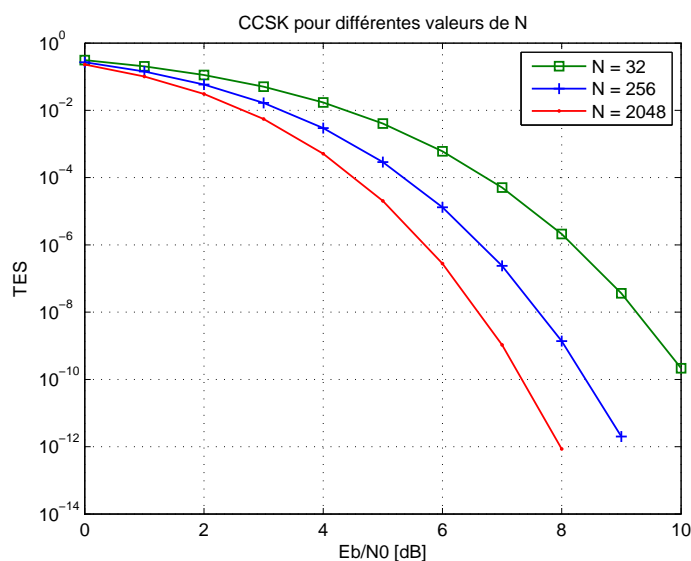


FIGURE 1.3 – Diminution de la probabilité d'erreur du CCSK avec l'augmentation de la longueur  $N$  des séquences.

L'efficacité spectrale d'un système CCSK est définie par

$$\eta_s = \frac{\log_2(N)}{FE} = \frac{\log_2(N)}{N} \text{ bit/s/Hz.} \quad (1.2)$$

Comme pour tous les systèmes basés sur l'étalement de spectre, elle diminue avec l'augmentation du facteur d'étalement, donc avec la longueur  $N$  des séquences mais elle est supérieure à celle des techniques d'étalement par séquence directe comme le DS-CDMA (Direct Sequence - Code Division Multiple Access) utilisé par exemple en navigation ( $\eta_{s,CDMA} = \frac{1}{N} \text{ bit/s/Hz}$  par utilisateur). C'est pourquoi, le CCSK a été proposé et implémenté depuis 2010, dans le système de géolocalisation par satellite japonais *QZSS* [73] afin d'augmenter l'efficacité spectrale du système existant utilisant le DS-CDMA et ainsi développer l'offre de service et la fiabilité de l'information de positionnement.

## 1.4 Code Division Multiplexing (CDM)

Il existe différentes méthodes de multiplexage travaillant soit dans le domaine temporel (Time Division Multiplexing ou TDM), soit dans le domaine fréquentiel (Frequency Division Multiplexing ou FDM), soit par codage (Code Division Multiplexing ou CDM) comme illustré par la figure 1.4. Nous allons nous intéresser dans ce paragraphe au CDM.

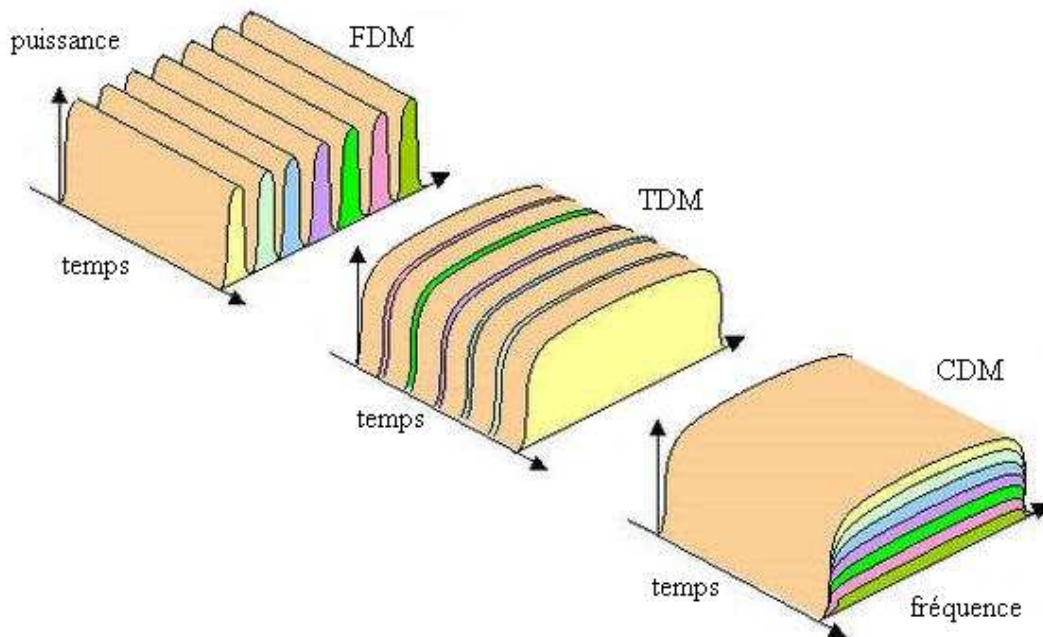


FIGURE 1.4 – Techniques de multiplexage

Le multiplexage par codage permet à des sources d'information différentes de transmettre simultanément et sur la même bande de fréquence. Ceci est rendu possible par l'utilisation de codes orthogonaux pour étaler chaque signal sur une large bande de fréquence commune à toutes les sources. En réception, le code orthogonal approprié est utilisé pour retrouver chaque signal. L'utilisation du CDM se justifie en prenant la formule de capacité définie par Shannon [80] :

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N_0} \right)$$

L'étalement implique une transmission de l'information avec un très faible rapport signal à bruit  $\left( \frac{S}{N_0} \right)$  mais une bande large  $B$  qui justifie la capacité de transmission.

## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

---

La clé de ce type de multiplexage réside donc dans la technique d'étalement de spectre [70]. Elle se définit par les points suivants :

- chaque signal est transmis sur une largeur de bande plus grande que la bande minimum nécessaire pour transmettre l'information.
- la largeur de bande utilisée est définie par un code d'étalement indépendant de l'information.
- le récepteur connaît à l'avance les codes d'étalement utilisés pour retrouver l'information à partir des signaux étalés.
- idéalement, les codes d'étalement sont orthogonaux afin de permettre au récepteur de décoder chaque signal, ce qui implique une intercorrélacion nulle entre deux codes.

Elle permet de fournir des communications fiables et sécurisées dans des environnements multiutilisateurs. Elle est couramment utilisée dans les systèmes satellite (GPS) ou comme méthode d'accès dans les réseaux sans fil ou de téléphonie mobile.

Un exemple simple illustrant le principe de l'étalement de spectre d'un point de vue temporel et fréquentiel pour un seul utilisateur, est présenté sur la figure 1.5.

Les figures 1.6 et 1.7 détaillent les étapes de multiplexage et de démultiplexage du CDM synchrone. A noter que l'étape de désétalement en réception ne change pas la nature du bruit additif Gaussien.

Le CDM permet donc de paralléliser des flux d'information sur la bande passante et cela se répercute au niveau de la capacité globale de transmission du système. Celle-ci dépend du nombre de séquences superposables à facteur d'étalement constant et donc de leurs propriétés et des algorithmes mis en oeuvre en réception.

## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

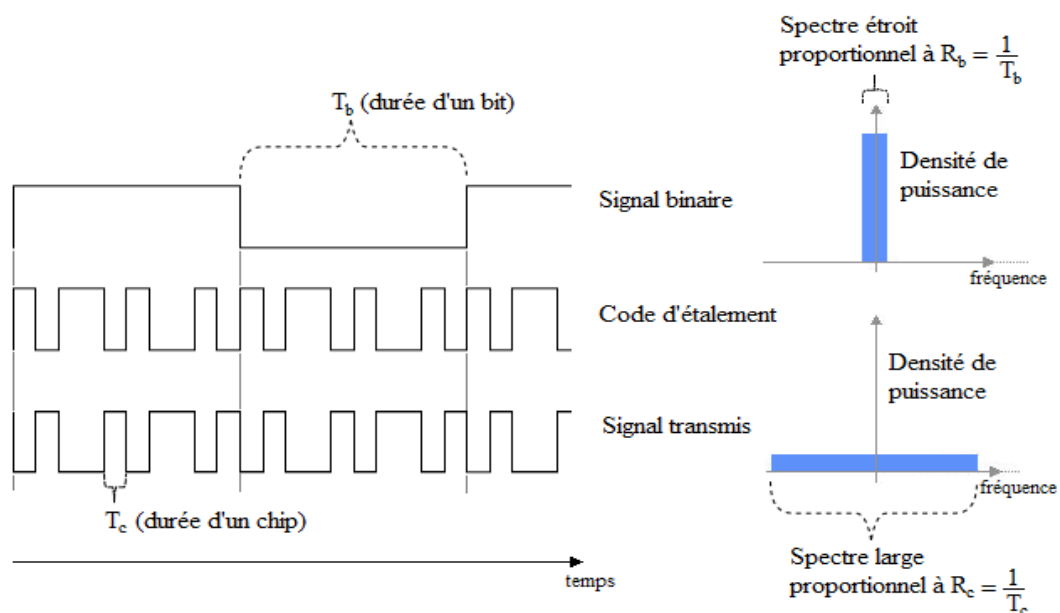


FIGURE 1.5 – Principe de l'étalement de spectre par séquence directe

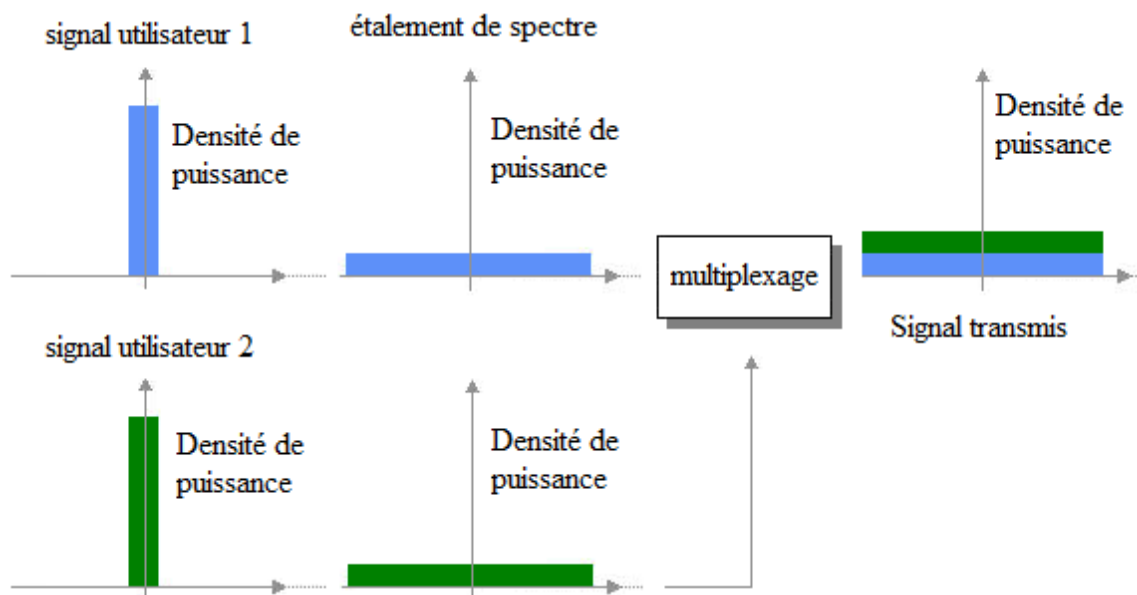


FIGURE 1.6 – Multiplexage par CDM

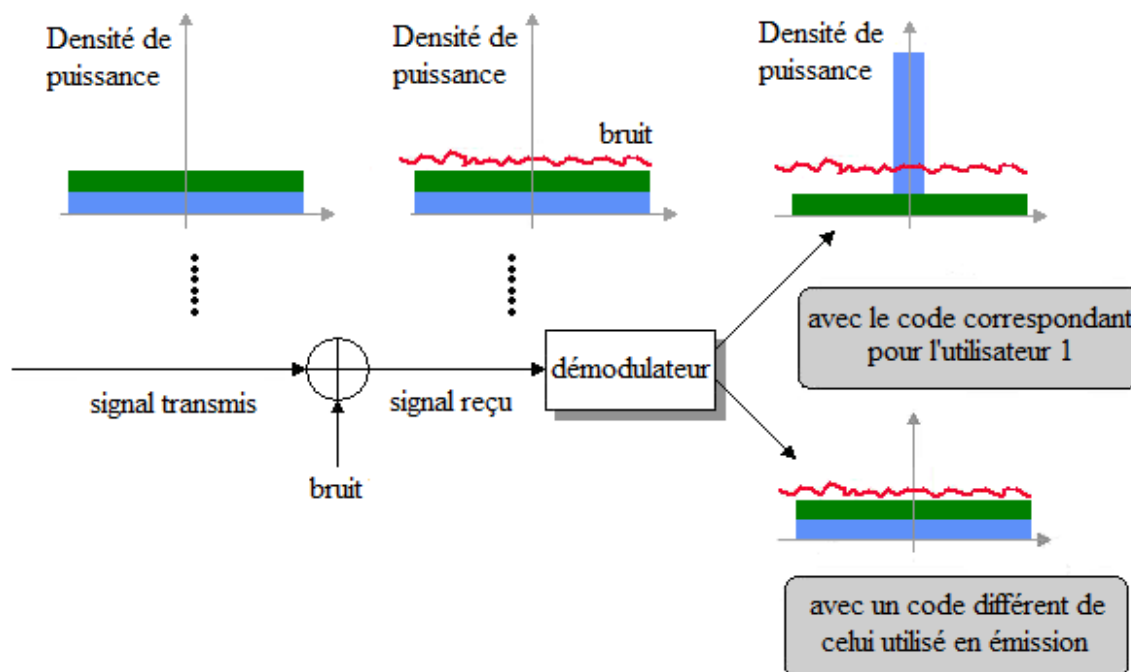


FIGURE 1.7 – Démultiplexage par CDM

### 1.5 Forme d'onde CDM-CCSK

La modulation CCSK et le multiplexage CDM présentent une complémentarité qui nous ont conduit à les combiner pour proposer une forme d'onde CDM-CCSK basée sur l'étalement de spectre. L'objectif est de tirer profit de la bonne efficacité en puissance du CCSK tout en cherchant à compenser la diminution de l'efficacité spectrale avec l'augmentation de la longueur des séquences par l'apport du multiplexage. Dans un contexte de diffusion, l'information à transmettre provient d'une seule source. Elle est parallélisée en flux qui sont modulés par du CCSK. En sortie du modulateur, l'information se trouve sous la forme de séquences d'étalement composées de chips qui se somment de façon synchrone pour former le signal à transmettre, constituant l'étape de multiplexage par codage. Le choix des séquences d'étalement utilisées est crucial pour le fonctionnement du système. En effet, elles doivent être conjointement adaptées aux besoins du CCSK (bonne autocorrélation) et du CDM (bonne intercorrélation). Ce point est détaillé dans le chapitre 2 et les détails de la forme d'onde dans le chapitre 3. L'efficacité spectrale de la forme d'onde correspond à la somme des efficacités spectrales  $\eta_{s,i}$  de chaque flux,

définie par l'équation (1.2). En prenant pour hypothèse que tous les flux ont la même efficacité spectrale (degré de la modulation CCSK identique), on a :

$$\begin{aligned}\eta_{s,tot} &= \sum_{i=1}^K \eta_{s,i} \\ &= K \frac{\log_2 N}{N}.\end{aligned}\tag{1.3}$$

où  $K$  représente le nombre de flux multiplexés. Le choix de sa valeur, à condition d'être capable de démoduler, permet de compenser le facteur d'étalement  $N$ . En imaginant que l'on puisse trouver une famille de séquences offrant suffisamment d'éléments démodulables pour avoir  $K = N$ , l'efficacité spectrale serait proportionnelle au nombre de permutations circulaires de chaque séquence représenté par le terme  $\log_2 N$  et comparable à des schémas classiques utilisés dans les normes actuelles [29].

### 1.6 Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

Les techniques de multiplexage sur porteuses orthogonales, appelées aussi techniques multiporteuses orthogonales, développées à partir des années 60 consistent à transmettre de l'information en la modulant sur plusieurs porteuses en même temps. Elles sont particulièrement adaptées aux systèmes comportant un canal sélectif en fréquence (e.g. canaux radiomobiles terrestres) et ont depuis été incorporées dans plusieurs normes (IEEE 802.11 a, g, n, DVB-T, DVB-T2, DVB-H, DVB-SH).

En OFDM, les porteuses sont dimensionnées de telle manière que le canal sélectif en fréquence originel ne soit plus sélectif sur chaque porteuse. Le choix des fonctions de base définissant ces porteuses assure qu'elles soient orthogonales entre elles, impliquant une élimination des interférences entre les canaux de transmission correspondant aux différentes porteuses tout en autorisant leur recouvrement (figure 1.8-a). Cela permet une diminution de la bande occupée et donc une augmentation de l'efficacité spectrale par rapport à l'utilisation de canaux juxtaposés (figure 1.8-b). D'autre part, l'utilisation des algorithmes rapides de Transformée de Fourier et de Transformée de Fourier inverse (FFT/iFFT) favorise la simplification de la conception des émetteurs et des récepteurs conventionnels (pas de filtre et de modulateur séparés pour chaque canal).

Le débit de transmission en OFDM reste inchangé par rapport à un système monoporteuse



à bande et efficacité spectrale équivalentes. Plutôt que de transmettre sur une seule fréquence à un débit  $R_s$ , les données sont transmises de manière simultanée sur les  $N_c$  porteuses à un débit  $R_s/N_c$ .

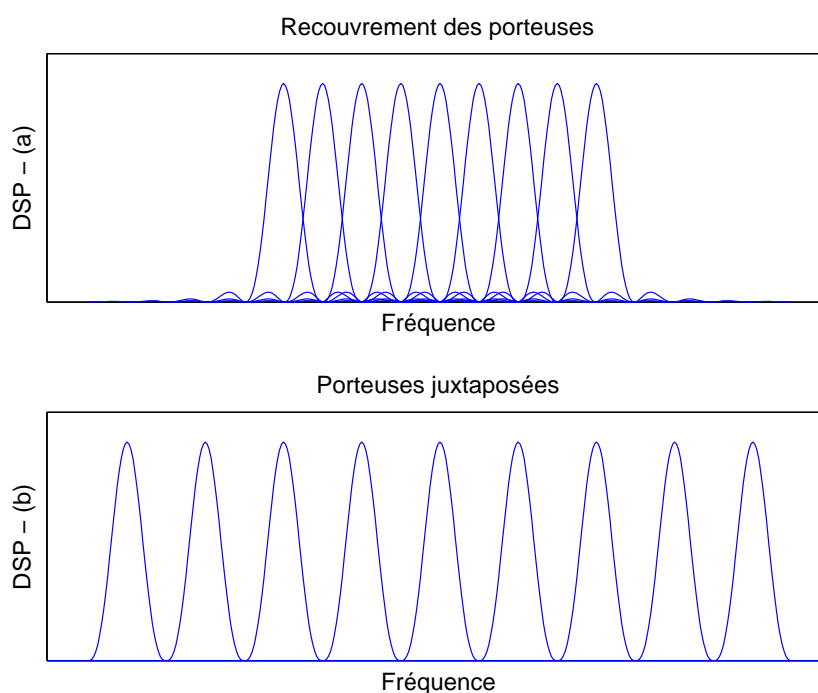


FIGURE 1.8 – Spectre d'un signal sur porteuses recouvertes (a). Spectre d'un signal sur porteuses juxtaposées (b)

Les avantages de l'OFDM sont principalement exploitables dans le cadre de canaux mobiles sujets à des interférences et des évanouissements liés aux multitrajets. Le regain d'intérêt actuel pour son utilisation dans un contexte satellite, est lié au développement potentiel de réseaux hybrides satellite/terrestre pour des communications mobiles tel que le LTE [45] [2] [5]. Pour des communications vers des terminaux fixes, il y a un intérêt si l'OFDM permet un meilleur compromis bande/puissance que les modulations monoporteuses utilisées actuellement. Il a été montré dans [88] qu'un gain potentiel en efficacité spectrale était possible dans un canal AWGN, en réduisant la taille du préfixe cyclique par rapport à une forme d'onde DVB-S2 monoporteuse. Cependant, l'OFDM présente un rapport puissance crête à puissance moyenne (Peak-to-Average-Power Ratio ou PAPR) qui peut être important et impose d'opérer

## 1. Contexte et technologies de la diffusion par satellite

---

l'amplificateur à bord du satellite en deçà de son point de saturation, (du moins en l'absence de techniques de réduction), ce qui se traduit par une diminution potentielle de l'efficacité en puissance. Par ailleurs, l'OFDM est très sensible aux erreurs de synchronisation en fréquence et en temps. Les erreurs résiduelles tolérées sont plus faibles qu'en monoporteuse.

Dans le cadre de cette thèse, et pour des raisons qui seront exposées en détail par la suite, nous explorons l'application de l'OFDM à la forme d'onde CDM-CCSK présentée partie 1.5 de ce chapitre. Concrètement,  $P$  sommes de séquences en sortie du CDM composées de  $N$  chips chacune sont modulées sur  $N_c = N \times P$  sous-porteuses. L'impact sur la distribution de la puissance du signal modulée en CDM-CCSK ainsi que la réduction de la complexité à l'émission et à la réception grâce à l'utilisation des algorithmes FFT/iFFT sont des éléments justifiant cette voie de recherche. Nous développons plus en détails ces points ainsi que les contraintes liées à l'utilisation de l'OFDM dans les chapitres 3 et 4.

# Chapitre 2

## Etat de l'art sur les séquences d'étalement

Ce chapitre propose un état de l'art sur les séquences adaptées à l'étalement de spectre. Des détails sur leur construction, leurs propriétés de corrélation et leur disponibilité sont également donnés [62] [79] [40] [32]. Un bilan sur les choix opportuns de séquences dans notre contexte conclut le chapitre.

### 2.1 Introduction

Afin d'être exploitables dans un contexte CDM-CCSK (voir chapitre 3), les séquences doivent remplir certains critères dont deux propriétés essentielles :

- chaque séquence de l'ensemble doit être facilement distinguable d'une version temporellement décalée d'elle-même.
- chaque séquence de l'ensemble doit être facilement distinguable des autres séquences de l'ensemble et de leurs versions temporellement décalées.

La première propriété est prépondérante pour l'application de la modulation CCSK. Idéalement, l'autocorrélation devrait présenter un pic de corrélation valant  $N$  correspondant au décalage temporel de la séquence et être nulle partout ailleurs. En pratique, comme décrit dans la suite de ce chapitre, l'autocorrélation aura des valeurs secondaires non nulles et ce qui importe alors, est que ces valeurs soient bornées et que le rapport entre cette borne et le pic de corrélation soit le plus faible possible.

La deuxième propriété est nécessaire pour la combinaison du CCSK avec du CDM. L'intercorrélation d'une séquence avec une autre séquence n'étant pas une version temporellement

décalée d'elle-même devrait idéalement être constante et nulle. Ceci est possible pour des séquences parfaitement orthogonales comme celles de Walsh-Hadamard [12] [63] (p.112) mais impose une condition restrictive sur le nombre de séquences possibles. En effet, il n'existe au plus que  $N$  séquences orthogonales de longueur  $N$ . De plus, les permutations circulaires de ces séquences orthogonales conduisent à d'autres séquences de l'ensemble et il n'est donc pas possible de les discerner. Nous allégeons donc la condition d'orthogonalité et considérons des ensembles dont les fonctions d'intercorrélation de séquences pourront prendre des valeurs non nulles, pourvu qu'elles soient bornées et, comme pour l'autocorrélation, faibles devant la longueur des séquences.

A ces propriétés, doit être ajoutée une contrainte sur le nombre  $M$  de séquences disponibles hors permutations circulaires. En effet, comme présenté dans le chapitre 1, partie 1.5, l'idée sous-jacente de la forme d'onde est de compenser le facteur d'étalement  $N$  par du multiplexage (voir équation 1.3) puis de profiter des permutations circulaires de chaque séquence pour caractériser l'efficacité spectrale. En conséquence, afin d'évaluer le nombre de séquences disponibles pour le multiplexage, dans le sens sommables en émission puis discernables en réception, nous comparerons la taille de l'ensemble  $M$  à la longueur des séquences  $N$ . Nous déterminons ainsi l'efficacité spectrale de chaque famille sachant qu'ensuite chaque séquence parmi les  $M$ , fournit  $N - 1$  permutations circulaires.

Il existe plusieurs familles de séquences a priori bien adaptées à la forme d'onde CDM-CCSK que nous allons détailler. Mais auparavant, il est nécessaire de définir les fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation qui permettent d'évaluer les propriétés des différentes séquences.

La corrélation est une mesure de la dépendance d'un signal avec un autre ou de la dépendance d'un signal avec lui-même. Pour des séquences numériques  $\{a_n\}$  et  $\{b_n\}$ , de période  $N$ , la fonction d'intercorrélation discrète non normalisée est définie par :

$$R_{ic}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n b_{n-\tau}, \quad \tau \in \mathbb{N}$$

et la fonction d'autocorrélation discrète non normalisée par :

$$R_{ac}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} a_n a_{n-\tau}, \quad \tau \in \mathbb{N}.$$

Les séquences étant périodiques les fonctions de corrélations peuvent être calculées sur une seule période. Dans ce cas, si l'indice  $n + \tau > N$ , il est réduit modulo  $N$ .

## 2.2 Séquences de longueur maximale

### 2.2.1 Définition et construction

Les séquences de longueur maximale, aussi appelées M-séquences, sont des séquences binaires périodiques pseudo-aléatoires obtenues à partir d'un registre à décalage bouclé linéaire, ou LFSR (Linear Feedback Shift Register) [79] [32], p.81. Chaque sortie du registre correspond à un élément, ou chip, de la M-séquence. La valeur du chip résulte d'une combinaison des valeurs du registre définie par un polynôme primitif, nommé polynôme générateur. La longueur  $N$  de la M-séquence est donnée par le degré  $m$  du polynôme générateur :  $N = 2^m - 1$ . Le registre est initialisé avec une séquence aléatoire qui doit être différente de la séquence nulle correspondant à tous les chips à 0. Un exemple de construction pour  $m = 5$  et  $p(x) = x^5 + x^2 + 1$  est présenté sur la figure 2.1.

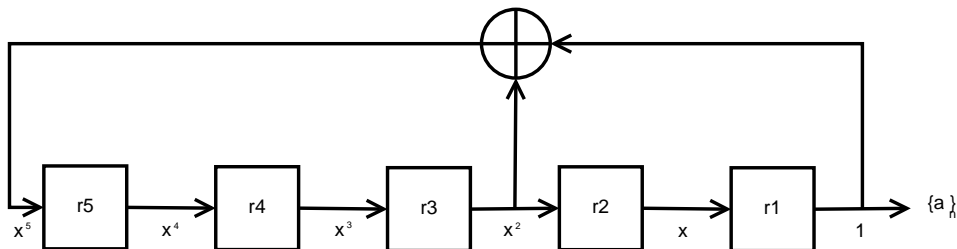


FIGURE 2.1 – Exemple de registre à décalage pour  $m = 5$

En prenant une initialisation du registre "tout à 1", la séquence suivante est obtenue après 31 mises à jour consécutives du registre :

$$\{a_n\} = [0011010010000101011101100011111]$$

Il est prouvé qu'il existe des polynômes générateurs pour tout  $m$ . Des exemples issus de [32] (p.416) sont donnés dans le tableau 2.1.

## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

Degré du polynôme (m)	Longueur de séquence (N)	polynôme générateur
2	3	$x^2 + x + 1$
3	7	$x^3 + x + 1$
4	15	$x^4 + x + 1$
5	31	$x^5 + x^2 + 1$
6	63	$x^6 + x + 1$
7	127	$x^7 + x + 1$
8	255	$x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$
9	511	$x^9 + x^4 + 1$
10	1023	$x^{10} + x^3 + 1$
11	2047	$x^{11} + x^2 + 1$
12	4095	$x^{12} + x^6 + x^4 + x + 1$

TABLE 2.1 – Exemples de polynômes générateurs pour différentes longueurs de M-séquences

### 2.2.2 Propriétés

Les séquences de longueur maximale, ou M-séquences, ont les propriétés suivantes [32] :

- Une permutation circulaire d'une M-séquence est aussi une M-séquence.
- La somme modulo 2 d'une M-séquence avec une permutation circulaire d'elle-même donne une autre permutation de cette M-séquence.
- Une M-séquence possède toujours un '1' de plus que de '0'.
- Une M-séquence est de longueur (ou période)  $N = 2^m - 1$ .
- Une M-séquence de période  $N$  échantillonnée tous les  $l$  chips,  $l$  un entier compris entre 1 et  $N$ , donne une séquence de période  $N' = N/\text{pgcd}(N, l)$ , pgcd signifiant plus grand commun diviseur.
- La fonction d'autocorrélation d'une M-séquence  $\{a_n\}$  est définie par

$$R_{ac}(\tau) = \begin{cases} N & \text{pour } \tau \equiv 0 \pmod{N} \\ -1 & \text{pour } \tau \not\equiv 0 \pmod{N} \end{cases} .$$

- L'intercorrélation  $R_{ic}(\tau)$  de deux M-séquences distinctes peut prendre des valeurs élevées par rapport au maximum de l'autocorrélation de chacune (jusqu'à 70% du pic) ce qui est préjudiciable pour la détection si l'on souhaite les superposer dans un schéma CDM.

La figure 2.2 montre l'autocorrélation et l'intercorrélation pour deux M-séquences de longueur

## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

$N = 31$ . On voit sur cet exemple particulier, l'importance des pics d'intercorrélation par rapport à celui de l'autocorrélation.

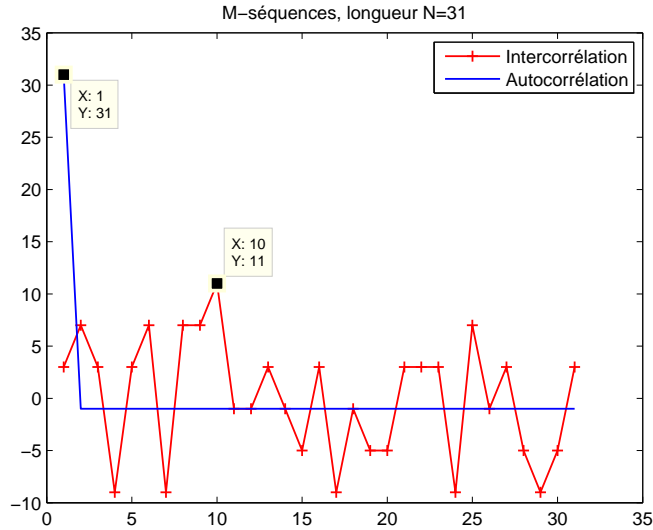


FIGURE 2.2 – Autocorrélation et intercorrélation de deux M-séquences de longueur  $N = 31$

Le tableau 2.2 regroupe des caractéristiques de M-séquences en fonction du degré du polynôme générateur. Chaque polynôme donne une M-séquence dont on peut prendre ensuite les  $N-1$  permutations circulaires pour former un ensemble de  $N$  M-séquences. Le nombre de polynômes différents disponibles va donc définir la capacité de multiplexage et donc de compensation du facteur d'étalement (voir partie 1.5, équation (1.3)). On définit la pénalité sur l'efficacité spectrale  $\eta_s$  (dernière colonne du tableau) comme le rapport entre le nombre de polynômes disponibles et la longueur des séquences  $N$ . Si l'on prend l'exemple de  $m = 3$ , on voit qu'il n'existe que 2 polynômes pour un facteur d'étalement de 7. La pénalité sur l'efficacité spectrale vaut  $2/7 = 28.6\%$ . La compensation du facteur d'étalement n'est pas complète au détriment de l'efficacité spectrale finale qui vaudra  $\eta_s = \frac{2 \times \log_2 7}{7} = 0.286 \times \log_2 7$ .

On constate que les séquences de longueur maximales présentent deux inconvénients majeurs pour l'application qui doit en être faite. Le nombre de polynômes et donc de M-séquences est faible par rapport au facteur d'étalement et comme expliqué dans l'exemple précédent il ne permet pas de compenser totalement l'étalement. D'autre part, les valeurs d'intercorrélation sont élevées par rapport à la longueur des séquences et sont incompatibles avec les besoins du

## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

m	N	Nombre polynômes	Intercorrélation max	% Pic autocorrélation	Pénalité sur $\eta_s$
3	7	2	5	71%	28.6 %
4	15	2	9	60%	13.3 %
5	31	6	11	35%	19.4 %
6	63	6	23	37%	9.5 %
7	127	18	41	32%	14.2 %
8	255	16	95	37%	6.3 %
9	511	48	113	22%	9.4 %
10	1023	60	383	37%	5.9 %
11	2047	176	284	14%	8.6 %
12	4095	144	1407	34%	3.5 %

TABLE 2.2 – Caractéristiques des M-séquences

multiplexage.

### 2.2.3 Paires préférées

Au sein d'une famille de M-séquences de longueur  $N$ , il est possible de trouver des couples de séquences qui ont une faible intercorrélation [38] [32]. Ces couples sont appelés "paires préférées" et vérifient les conditions suivantes :

- soit  $\{a_n\}$  une M-séquence générée par le polynôme irréductible  $f(x)$  de degré  $m$  avec  $m$  non divisible par 4 et  $\alpha$  une racine de  $f(x)$ .
- soit  $\{b_n\}$  une M-séquence générée par le polynôme irréductible  $g(x)$  de degré  $m$  avec  $m$  non divisible par 4 et tel que

$$\begin{aligned} \alpha^{2^{[(m-1)/2]+1}} & \text{ est une racine de } g(x) \text{ si } m \text{ impair} \\ \alpha^{2^{[(m-2)/2]+1}} & \text{ est une racine de } g(x) \text{ si } m \text{ pair} \end{aligned}$$

alors  $\{a_n\}$  et  $\{b_n\}$  forment une paire préférée dont l'intercorrélation  $R_{ic}(\tau)$  a la propriété suivante :

$$\begin{aligned} |R_{ic}(\tau)| & \leq 2^{(m+1)/2} + 1 & \text{ si } m \text{ impair} \\ |R_{ic}(\tau)| & \leq 2^{(m+2)/2} + 1 & \text{ si } m \text{ pair et non divisible par 4} \end{aligned}$$

Un exemple de l'intercorrélation des deux séquences d'une paire préférée pour  $m = 5$  est visible sur le figure 2.3, à comparer à celle de M-séquences classiques. Les polynômes utilisés



## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

sont  $f(x) = x^5 + x^2 + x + 1$  et  $g(x) = x^5 + x^2 + 1$ . La valeur absolue de l'intercorrrelation est bornée par 9.

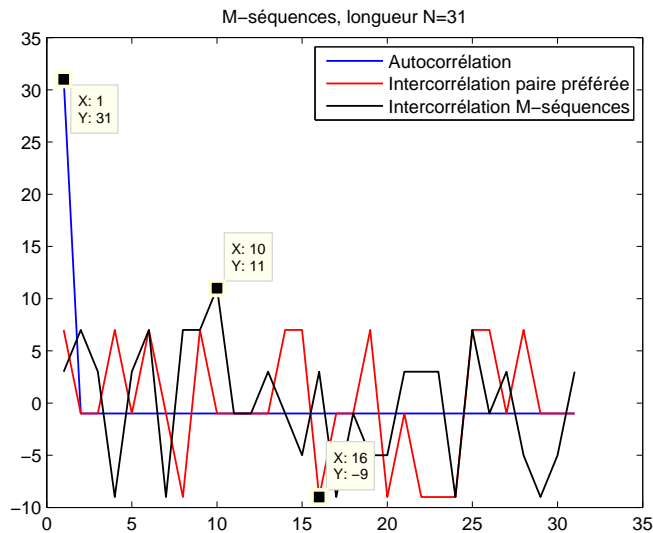
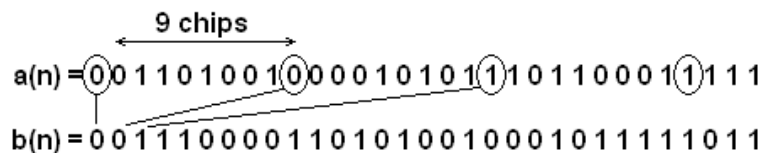


FIGURE 2.3 – Autocorrélation et intercorrrelation d'une paire préférée de longueur  $N = 31$

**Construction des paires préférées** Il existe des tables comportant des polynômes générateurs de paires préférées mais une méthode existe pour les générer à partir d'une M-séquence donnée [38] [39]. Dans le cas où  $m$  n'est pas un multiple de 4, si  $\{a_n\}$  est une M-séquence alors la séquence  $\{b_n\}$  échantillonnée à partir de  $\{a_n\}$  avec une période de  $l = 2^{(m+1)/2} + 1$  si  $m$  impair,  $l = 2^{(m+2)/2} + 1$  si  $m$  pair, est aussi une M-séquence et forme une paire préférée avec  $\{a_n\}$ .

Exemple :  $m = 5$ , M-séquence générée avec  $f(x) = x^5 + x^2 + 1$ ,  $l = 9$



**Ensemble connecté maximal** Un ensemble de M-séquences dont chaque paire de séquences forme une paire préférée est appelé ensemble connecté maximal ou *Maximal Connected Set*

(MCS) [36]. Ils ne constituent pas une famille directement exploitable vu la taille des MCS, comme le montre le tableau 2.3. Cependant ils servent de base à la construction des séquences de Gold.

m	N	taille du MCS
3	7	2
4	15	0
5	31	3
6	63	2
7	127	6
8	255	0
9	511	2
10	1023	3

TABLE 2.3 – Caractéristiques des MCS

## 2.3 Séquences de Gold

Il est intéressant, voire nécessaire, d'avoir à disposition de larges ensembles de séquences possédant les mêmes propriétés de faible intercorrélations tels que les paires préférées (cf partie 2.2.3). Les séquences de Gold, proposés par R. Gold en 1967 [37], regroupent de bonnes propriétés d'intercorrélations et un grand nombre de séquences pour une longueur donnée.

### 2.3.1 Définition et construction

Un ensemble de séquences de Gold peut être généré à partir de n'importe quelle paire préférée de M-séquences. Celle-ci est obtenue à partir d'une M-séquence et d'une version échantillonnée de cette M-séquence (voir paragraphe construction des paires préférées, partie 2.2.3).

**Définition** Soient  $\{a_n\}$  et  $\{b_n\}$  deux M-séquences formant une paire préférée de période  $N = 2^m - 1$  générées en utilisant la méthode décrite précédemment. L'ensemble

$$G(a, b) = \{a, b, a \oplus b, a \oplus Tb, a \oplus T^2b, \dots, a \oplus T^{N-1}b\} \quad (2.1)$$

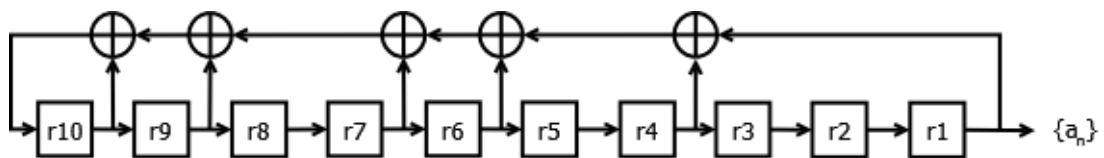
## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

est un ensemble de Gold contenant  $M = N+2 = 2^m+1$  séquences de période  $N$ .  $T$  est l'opérateur de permutation circulaire qui décale la séquence d'un chip vers la gauche et  $\oplus$  est l'opérateur XOR.

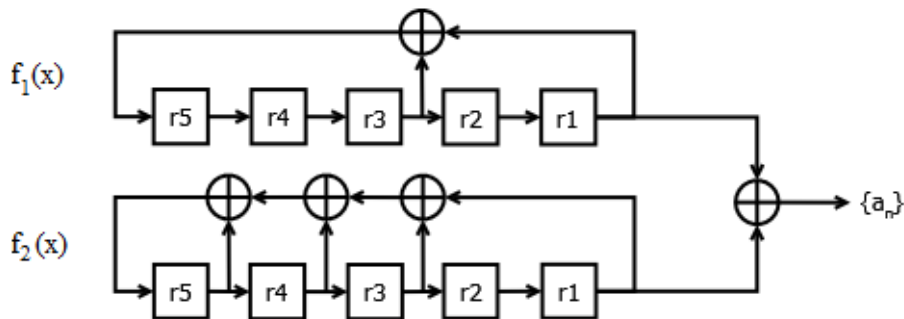
**Construction** Il existe deux méthodes pour construire des séquences de Gold de période  $N = 2^m - 1$ , les deux basées sur l'utilisation d'une paire préférée et d'un registre à décalage bouclé. La première génère les séquences en utilisant directement le polynôme  $f(x) = f_1(x)f_2(x)$ , produit des deux polynômes générateurs de la paire préférée. Avec la seconde méthode, plus couramment utilisée, les séquences sont générées à partir de la paire préférée en décalant et additionnant les chips comme dans la définition donnée dans (2.1).

On remarque que si le degré des polynômes de la paire préférée est  $m$  alors le degré du polynôme générateur des séquences de Gold  $f(x)$  est  $2m$  mais la période des séquences sera  $N = 2^m - 1$ . Les séquences de Gold ne sont donc pas des séquences de longueur maximale (degré de  $f(x)$  différent de  $\log_2(N + 1)$ ).

La figure 2.3.1 illustre les deux types de générateurs possibles pour des séquences de longueur  $N = 31$  ( $m = 5$ ). Les polynômes formant la paire préférée sont :  $f_1(x) = x^5 + x^2 + 1$  et  $f_2(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$  pour donner  $f(x) = x^{10} + x^9 + x^8 + x^6 + x^5 + x^3 + 1$ . Le premier montage utilise directement  $f(x)$  tandis que le deuxième utilise  $f_1(x)$  et  $f_2(x)$ .



Séquence de Gold, N=31, montage I



Séquence de Gold, N=31, montage II

### 2.3.2 Propriétés des séquences de Gold

En adoptant le mapping ( $0 \rightarrow -1, 1 \rightarrow +1$ ) pour les chips des séquences, Gold a montré [37] que

- l'intercorrélation  $R_{ic}(\tau)$  et l'autocorrélation hors pic maximal  $R_{ac}(\tau)$  ( $\tau \neq 0$ ) prenaient seulement trois valeurs pour n'importe quelles séquences prises dans  $G(a, b)$  :

$$R = \begin{cases} -1, & -1 - 2^{\frac{m+2}{2}}, & -1 + 2^{\frac{m+2}{2}}, & \text{pour } m \equiv 2 \pmod{4} \\ -1, & -1 - 2^{\frac{m+1}{2}}, & -1 + 2^{\frac{m+1}{2}}, & \text{pour } m \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

- Le maximum de corrélation  $R_{max}$  vaut  $1 + 2^{\lfloor (m+2)/2 \rfloor}$ .
- Une permutation circulaire d'une séquence de Gold est une séquence de Gold. Ainsi, chacune des  $N+2$  séquences de  $G(a, b)$  donne  $N-1$  permutations pour former un ensemble final de taille  $(N+2) \times N$ .
- La différence entre le nombre de  $-1$  et le nombre de  $1$  vaut au maximum  $2^{\lfloor \frac{m+2}{2} \rfloor} - 1$ .

Considérons maintenant  $G'(a, b) = \{a, a \oplus b, a \oplus Tb, a \oplus T^2b, \dots, a \oplus T^{N-1}b\}$ . On peut montrer (voir annexe 5.4) que le produit scalaire de deux séquences différentes prises dans  $G'(a, b)$  définies dans  $\{-1, 1\}^N$  vaut toujours  $-1$ . Ainsi  $G'(a, b)$  comporte  $N+1$  séquences équidistantes ( $d = \sqrt{2(N+1)}$ ). Cette propriété sera importante pour le choix des séquences à utiliser et pour la construction de la forme d'onde (cf partie 3.1).

**Exemple de séquences de Gold :** Pour  $m = 5$ , L'ensemble  $G(a, b)$  comporte 33 séquences de longueur  $N = 31$ . Chacune donne 30 autres séquences. L'ensemble final comporte donc  $33 \times 31 = 1023$  séquences. Les valeurs de corrélation, visibles sur la figure 2.4, sont  $-9, -1, 7$ .

Les séquences de Gold regroupent les propriétés nécessaires à leur utilisation pour la forme d'onde CDM-CCSK : des valeurs de corrélation limitées et une taille  $M$  d'ensemble légèrement supérieure à  $N$ .

### 2.3.3 Séquences Gold-like

Quand  $m \equiv 0 \pmod{4}$ , il n'existe pas de paire préférée et donc pas de séquence de Gold pour cette longueur. Néanmoins, il est possible de trouver des M-séquences qui permettent la construction de séquences avec faible intercorrélacion.

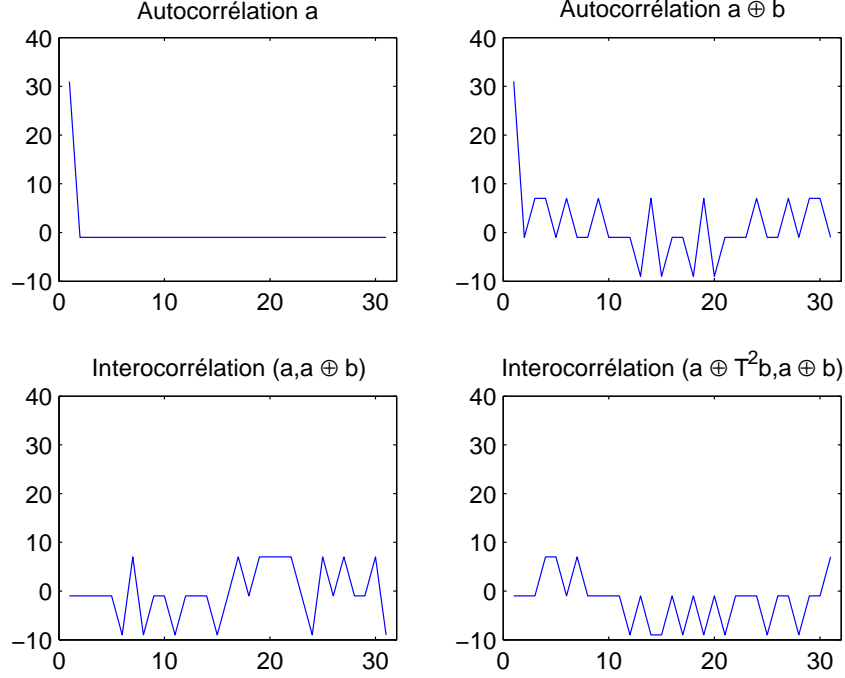


FIGURE 2.4 – Autocorrélation et intercorrélation de séquences de Gold de longueur  $N = 31$

**Construction** Posons  $m \equiv 0 \pmod{4}$  et  $l = 1 + 2^{\frac{m+2}{2}}$ . Soit  $\{a_n\}$  une M-séquence de période  $N = 2^m - 1$  générée par  $f_1(x)$  et  $\{b_n^{(k)}\}$ ,  $k = 0, 1, 2$ , le résultat de la décimation de  $T^k a$  par  $l$ . D'après les propriétés des M-séquences, les  $\{b_n^{(k)}\}$  sont des séquences de période  $N' = N/\text{pgcd}(N, l) = N/3$ . L'ensemble

$$\begin{aligned}
 GL(a, b) = \{ & a, \quad a \oplus b^{(0)}, \quad a \oplus T b^{(0)}, \quad a \oplus T^2 b^{(0)}, \quad \dots, \quad a \oplus T^{N'-1} b^{(0)}; \\
 & a \oplus b^{(1)}, \quad a \oplus T b^{(1)}, \quad a \oplus T^2 b^{(1)}, \quad \dots, \quad a \oplus T^{N'-1} b^{(1)}; \\
 & a \oplus b^{(2)}, \quad a \oplus T b^{(2)}, \quad a \oplus T^2 b^{(2)}, \quad \dots, \quad a \oplus T^{N'-1} b^{(2)}\}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

forme un ensemble de  $M = N + 1$  séquences Gold-like de longueur  $N$ . Pour le calcul des  $a \oplus T^j b^{(k)}$ , les séquences  $\{b_n^{(k)}\}$  sont prises de longueur  $N$  en répétant 3 fois le motif. L'intercorrélacion  $R_{ic}(\tau)$  de deux séquences de  $GL(a, b)$  prend ses valeurs dans l'ensemble  $\{-1, -1 - 2^{\frac{m+2}{2}}, -1 + 2^{\frac{m+2}{2}}, -1 - 2^{\frac{m+2}{2}}\}$  et son maximum  $R_{max}$  vaut  $1 + 2^{\frac{m+2}{2}}$  comme pour les séquences de Gold, d'où l'appellation.

**Exemple :** Pour  $m = 4$ , L'ensemble  $GL(a, b)$  comporte  $M = 16$  séquences de longueur  $N = 15$ . Chacune donne 14 autres séquences par permutations circulaires. L'ensemble final comporte donc  $16 * 15 = 240$  séquences. Les valeurs d'intercorrrelation et d'autocorrrelation hors pic maximal sont visible sur la figure 2.5 et valent  $\{-1, -9, 7, -5, 3\}$ .

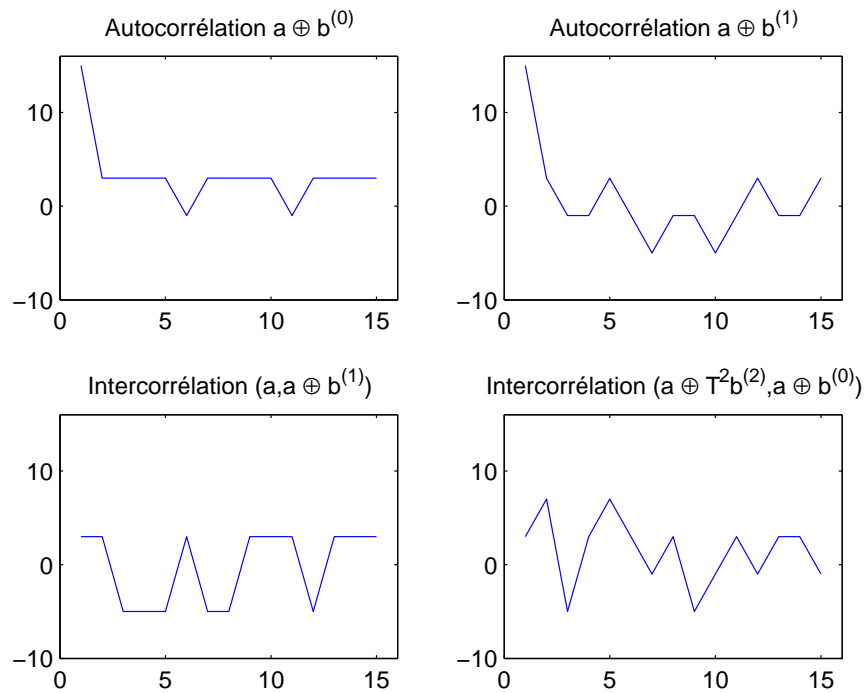


FIGURE 2.5 – Autocorrélation et intercorrrelation de séquences Gold-like de longueur  $N = 15$

## 2.4 Séquences de Kasami

La famille des séquences de Kasami est un autre ensemble de séquences binaires possédant de bonnes propriétés de corrélations. Elle se compose de deux sous-familles : l'ensemble petit (*Small Set*) [51] et l'ensemble large (*Large Set*) [78] [79].

### 2.4.1 Ensemble petit

**Construction** La construction de l'ensemble petit de Kasami s'apparente à celle des séquences Gold-like en prenant une M-séquence  $\{a_n\}$  de degré pair ( $m \equiv 0 \pmod{2}$ ), de longueur  $N = 2^m - 1$  et une période d'échantillonnage  $l = 1 + 2^{\frac{m}{2}}$ . On définit  $\{b_n\}$  comme étant le résultat de l'échantillonnage de  $\{a_n\}$  par  $l$ . D'après les propriétés des M-séquences,  $\{b_n\}$  est de période  $N' = \frac{N}{\text{pgcd}(N,l)} = \frac{(2^{m/2}-1)(2^{m/2}+1)}{2^{m/2}+1} = 2^{m/2} - 1$ . L'ensemble

$$K_S(a, b) = \{a, a \oplus b, a \oplus Tb, a \oplus T^2b, \dots, a \oplus T^{2^{m/2}-2}b\} \quad (2.3)$$

est l'ensemble petit de Kasami. Il contient  $M = 2^{m/2}$  séquences dont l'intercorrélacion  $R_{ic}(\tau)$  et l'autocorrélacion hors pic central  $R_{ac}(\tau)$  ( $\tau \neq 0$ ), prennent leurs valeurs parmi les trois de l'ensemble  $\{-1, -1 - 2^{m/2}, -1 + 2^{m/2}\}$ . Le maximum de l'intercorrélacion  $R_{max}$  vaut  $1 + 2^{m/2}$ , ce qui représente grossièrement la moitié du maximum pour les séquences de Gold. Si les propriétés de corrélation semblent intéressantes, la valeur de  $M$  est petite devant  $N$  et comme pour les paires préférées, il s'agit d'un critère limitant pour la sélection de cet ensemble. Une étude plus approfondie des propriétés n'est donc pas nécessaire.

### 2.4.2 Ensemble large

En étendant la logique de construction des séquences Gold-like et de l'ensemble petit de Kasami, on peut construire l'ensemble large de Kasami. Pour cela, on considère une M-séquence  $\{a_n\}$  et deux périodes d'échantillonnage  $l$  et  $l'$  :  $l = 1 + 2^{\lfloor (m+2)/2 \rfloor}$  et  $l' = 1 + 2^{m/2}$ . On obtient la séquences  $\{b_n\}$  (resp.  $\{c_n\}$ ) en échantillonnant  $\{a_n\}$  avec  $l$  (resp.  $l'$ ).

Si  $m \equiv 2 \pmod{4}$ , l'ensemble large de Kasami est donné par :

$$K_L(a, b, c) = \{G(a, b), G(a, b) \oplus c, G(a, b) \oplus Tc, G(a, b) \oplus T^2c, \dots, G(a, b) \oplus T^{2^{m/2}-2}c\} \quad (2.4)$$

## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

---

Si  $m \equiv 0 \pmod{4}$ , l'ensemble large de Kasami est donné par :

$$\begin{aligned}
 K_L(a, b, c) = \{ & GL(a, b), \quad GL(a, b) \oplus c, \quad \dots, \quad GL(a, b) \oplus T^{2^{m/2}-2}c; \\
 & b^{(0)} \oplus c, \quad b^{(0)} \oplus Tc, \quad \dots, \quad b^{(0)} \oplus T^{(2^{m/2}-1)/3-1}c; \\
 & b^{(1)} \oplus c, \quad b^{(1)} \oplus Tc, \quad \dots, \quad b^{(1)} \oplus T^{(2^{m/2}-1)/3-1}c; \\
 & b^{(2)} \oplus c, \quad b^{(2)} \oplus Tc, \quad \dots, \quad b^{(2)} \oplus T^{(2^{m/2}-1)/3-1}c \}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

où  $G(a, b)$  et  $GL(a, b)$  sont les ensembles définis dans les équations 2.1 et 2.2. Concernant la taille des ensembles, pour  $m \equiv 2 \pmod{4}$ ,  $K_L(a, b, c)$  contient  $M = 2^{m/2}(2^m + 1)$  séquences et pour  $m \equiv 0 \pmod{4}$ ,  $K_L(a, b, c)$  contient  $M = 2^{m/2}(2^m + 1) - 1$  séquences. Dans les deux cas, l'intercorrélacion  $R_{ic}(\tau)$  et l'autocorrélacion hors pic central  $R_{ac}(\tau)$  ( $\tau \neq 0$ ) prennent leurs valeurs parmi les cinq de l'ensemble

$$\left\{ -1, -1 - 2^{(m+2)/2}, -1 + 2^{(m+2)/2}, -1 - 2^{m/2}, -1 + 2^{m/2} \right\}$$

et le maximum d'intercorrélacion  $R_{max}$  vaut  $1 + 2^{(m+2)/2}$ . On voit que cet ensemble présente à la fois une limitation des valeurs des lobes secondaires de la corrélacion et une taille d'ensemble supérieure à  $N$  et est donc potentiellement propice pour la forme d'onde CDM-CCSK, comme les séquences de Gold.

**Exemple :** Pour  $m = 6$ , L'ensemble  $K_L(a, b, c)$  comporte  $M = 520$  séquences de longueur  $N = 63$ . Chacune donne 62 autres séquences par permutations circulaires. L'ensemble final comporte donc  $520 \times 63 = 32760$  séquences. Les valeurs d'intercorrélacion et d'autocorrélacion hors pic maximal sont  $\{-1, -17, -9, 7, 15\}$  visible sur la figure 2.6.



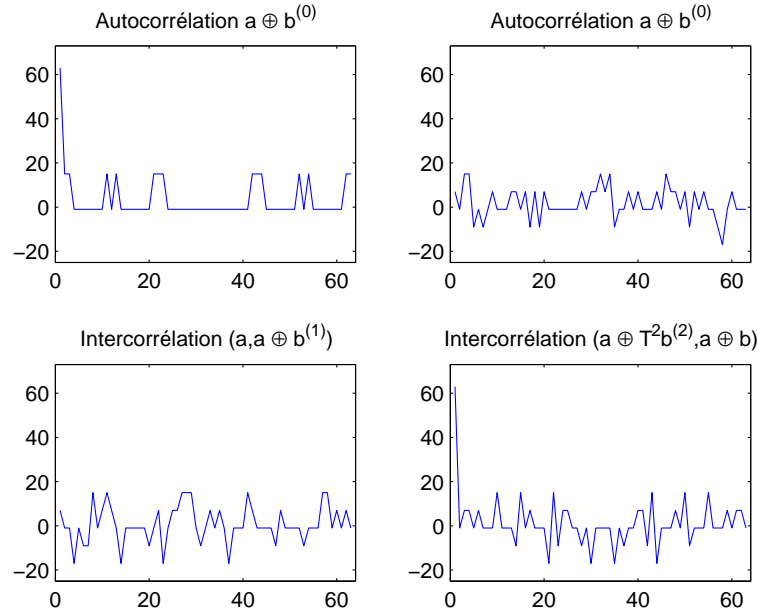


FIGURE 2.6 – Autocorrélation et intercorrélation de séquences de Kasami de l'ensemble large de longueur  $N = 63$

## 2.5 Conclusion sur le choix des séquences d'étalement

Nous avons vu qu'il existait plusieurs familles de séquences d'étalement dont les propriétés varient. Nous pouvons maintenant faire un choix en fonction des contraintes définies au début de ce chapitre, à savoir une autocorrélation et une intercorrélation limitées et un nombre de séquences disponibles  $M$  suffisamment grand afin d'optimiser l'efficacité spectrale du système en compensant le facteur d'étalement (équation 1.3).

Le tableau 2.4 récapitule les propriétés des ensembles étudiés et sert de comparateur.

Les premiers critères permettant d'affiner le choix des séquences sont le maximum d'intercorrélation  $R_{max}$  et la taille  $M$  de l'ensemble des séquences disponibles. Le critère sur la borne permet d'éliminer les  $M$ -séquences comme cela a été montré partie 2.2 de ce chapitre, tandis que celui portant sur  $M$  élimine l'ensemble petit de Kasami.

Les ensembles restants (Gold, Gold-like, Kasami ensemble large) répondent tous au critère de taille d'ensemble. Les ensembles de Gold et Gold-like sont complémentaires au sens mathématique de la théorie des ensembles au niveau du degré des polynômes générateurs. Ils ne sont

## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

Ensemble	Degré du polynôme générateur $m$	Longueur $N$	Taille de l'ensemble de séquences disponibles $M$	Maximum intercorrélacion $R_{max}$
M-séquence	entier $\geq 3$	$2^m - 1$	$\ll N$	$> 1 + 2^{(m+1)/2}$
Gold $G(a, b)$	$1 \pmod{2}$	$2^m - 1$	$2^m + 1$	$1 + 2^{(m+1)/2}$
Gold $G(a, b)$	$2 \pmod{4}$	$2^m - 1$	$2^m + 1$	$1 + 2^{(m+2)/2}$
Gold $G'(a, b)$	$1 \pmod{2}$	$2^m - 1$	$2^m$	$1 + 2^{(m+1)/2}$
Gold $G'(a, b)$	$2 \pmod{4}$	$2^m - 1$	$2^m$	$1 + 2^{(m+2)/2}$
Gold-like $GL(a, b)$	$0 \pmod{4}$	$2^m - 1$	$2^m$	$1 + 2^{(m+2)/2}$
Kasami small set $K_S(a, b)$	$0 \pmod{2}$	$2^m - 1$	$2^{m/2}$	$1 + 2^{m/2}$
Kasami large set $K_L(a, b, c)$	$2 \pmod{4}$	$2^m - 1$	$2^{m/2}(2^m + 1)$	$1 + 2^{(m+2)/2}$
Kasami large set $K_L(a, b, c)$	$0 \pmod{4}$	$2^m - 1$	$2^{m/2}(2^m + 1) - 1$	$1 + 2^{(m+2)/2}$

TABLE 2.4 – Récapitulatif de certaines caractéristiques des ensembles de séquences étudiés

donc pas comparables directement car ne possèdent pas de polynômes de même degré.

Il faut déterminer un critère qui permette d'affiner le choix en s'aidant d'une analogie avec les modulations classiquement utilisées en transmission. Ces dernières modulent les données binaires grâce à des constellations composées de symboles complexes ou non (exemple : BPSK, 16-QAM, 32-APSK). La distance entre les symboles de la constellation va directement influencer les performances de la chaîne et il est donc intéressant de maximiser la distance minimale.

Elle se définit pour une constellation  $E$ , par la plus petite distance euclidienne entre deux symboles  $e_i$  et  $e_j$  de  $E$  :

## 2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement

---

$$\mathbf{d}_{min} = \arg \min_{\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j} \|\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j\|^2, \quad i \neq j. \quad (2.6)$$

Dans le chapitre 3, nous reviendrons plus en détail sur cette notion. Le critère de distance minimale est déjà utilisé pour hiérarchiser les performances des modulations conventionnelles de même ordre. Nous allons également nous en servir pour le choix de l'ensemble de séquences. L'idée est de trouver un ensemble suffisamment grand pour permettre la compensation de l'étalement et dont la distance minimale est la plus grande possible afin de maximiser les performances.

Le tableau 2.5 regroupe les résultats en fonction de ce critère pour les ensembles sélectionnés. Ils diffèrent selon le degré de polynôme considéré mais il en ressort que l'ensemble  $G'(a, b)$  présente la plus grande distance minimale. Les autres ensembles ont tous la même distance minimale, inférieure à celle de  $G'(a, b)$ . En conséquence, nous nous baserons essentiellement sur cet ensemble et ses permutations circulaires dans la suite de cette thèse.

	Ensemble	$d_{min}^2$	$M$
$m \equiv 0 \pmod{4}$	$GL(a, b)$	$2^{m+1} - 2^{\frac{m+2}{2}}$	$2^m$
	$K_L(a, b, c)$	$2^{m+1} - 2^{\frac{m+2}{2}}$	$2^{m/2}(2^m + 1) - 1$
$m \equiv 1 \pmod{2}$	$G(a, b)$	$2^{m+1} - 2^{\frac{m+3}{2}}$	$2^m + 1$
	$G'(a, b)$	$2^{m+1}$	$2^m$
$m \equiv 2 \pmod{4}$	$G(a, b)$	$2^{m+1} - 2^{\frac{m+2}{2}}$	$2^m + 1$
	$G'(a, b)$	$2^{m+1}$	$2^m$
	$K_L(a, b, c)$	$2^{m+1} - 2^{\frac{m+2}{2}}$	$2^{m/2}(2^m + 1)$

TABLE 2.5 – Distances minimales pour les ensembles Gold, Gold-like et Kasami

## **2. Etat de l'art sur les séquences d'étalement**

---

# Chapitre 3

## Forme d'onde CDM-CCSK

Ce chapitre présente dans le détail la forme d'onde proposée dans le cadre de cette thèse. Comme expliqué dans le chapitre 1, elle est destinée à l'amélioration des performances de la diffusion par satellite actuelle et est basée sur la combinaison de CSK et de CDM. Nous verrons les deux configurations d'utilisation (sous-chargée, surchargée) ainsi que les récepteurs associés. Une étude analytique des performances est réalisée dans les deux cas.

### 3.1 Présentation du système

#### Formalisme

Nous introduisons ici les notations et le formalisme utilisés par la suite :

- On considère une source d'information parallélisée en  $K$  flux d'information.
- Chaque flux a à disposition  $L$  séquences pseudo-aléatoires de longueur  $N$  chips, chaque séquence codant  $\log_2(L)$  bits.
- Chaque séquence binaire dans  $\{0, 1\}$  est modulée sur deux niveaux ( $0 \rightarrow -1$ ,  $1 \rightarrow +1$ ) et son énergie est notée  $\varepsilon$ .
- Les  $L$  séquences de chaque flux sont regroupées selon les colonnes d'une matrice  $\mathbf{C}_i$ ,  $1 \leq i \leq K$ . Chaque matrice  $\mathbf{C}_i$  est de taille  $N \times L$ .
- La colonne  $j$  de la matrice  $\mathbf{C}_i$  est notée  $\mathbf{c}_{ij}$ , chaque colonne correspond à une séquence possible.
- Le facteur d'étalement vaut  $FE = N$ .
- L'efficacité spectrale s'écrit  $\eta_s$ .

- L'efficacité en puissance s'écrit  $\eta_p$ .
- En sortie du multiplexage, la somme temporelle des  $K$  séquences associées aux suites de  $\log_2(L)$  bits à transmettre par flux est appelée macrosymbole.

#### Expression d'un macrosymbole

Elle est donnée par

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{N}} \mathbf{c}_{1,j_1} + \sqrt{\frac{\varepsilon}{N}} \mathbf{c}_{2,j_2} + \dots + \sqrt{\frac{\varepsilon}{N}} \mathbf{c}_{K,j_K}. \quad (3.1)$$

Les séquences utilisées étant toutes composées de  $-1$  et  $1$ , leur énergie  $\varepsilon$  est constante et égale à  $N$ , d'où :

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{C}_1 \mathbf{g}_1 + \mathbf{C}_2 \mathbf{g}_2 + \dots + \mathbf{C}_K \mathbf{g}_K \\ &= \sum_{i=1}^K \mathbf{C}_i \mathbf{g}_i. \end{aligned} \quad (3.2)$$

où les  $\mathbf{g}_i$ ,  $1 \leq i \leq K$  sont des vecteurs colonne de taille  $L \times 1$  ne comportant que des  $0$  excepté un  $1$  à la position désignant la séquence transmise dans la matrice  $\mathbf{C}_i$ .

Les matrices  $\mathbf{C}_i$  peuvent être concaténées en une seule matrice  $\mathbf{C}$  de taille  $N \times LK$  telle que

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_1 \ \mathbf{C}_2 \ \dots \ \mathbf{C}_K],$$

et on définit le vecteur  $\mathbf{g}$  de dimension  $LK \times 1$  tel que

$$\mathbf{g} = [\mathbf{g}_1^T, \dots, \mathbf{g}_K^T]^T = [g_1, g_2, \dots, g_{LK}]^T$$

remplissant la condition :

$$\sum_{l=1}^L g_{(i-1)L+l} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, K\}. \quad (3.3)$$

Le macrosymbole à émettre, de longueur  $N$  chips et prenant ses valeurs dans

$$\{-K, -K + 2, -K + 4, \dots, K - 4, K - 2, K\},$$

peut donc s'écrire simplement :

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{g}. \quad (3.4)$$

Un bruit additif Gaussien  $\mathbf{w}$  de matrice de covariance  $E[\mathbf{w}\mathbf{w}^T] = \frac{N_0}{2}\mathbf{I}_N$  est rajouté pour donner le signal en réception  $\mathbf{z}$  :

$$\mathbf{z} = \mathbf{C}\mathbf{g} + \mathbf{w}. \quad (3.5)$$

Le schéma de la figure 3.1 résume la construction de la forme d'onde proposée et met en lumière l'utilisation combinée du CCSK et du CDM tandis que le schéma de la figure 3.2 détaille l'impact de la modulation et du multiplexage au niveau du spectre du signal.

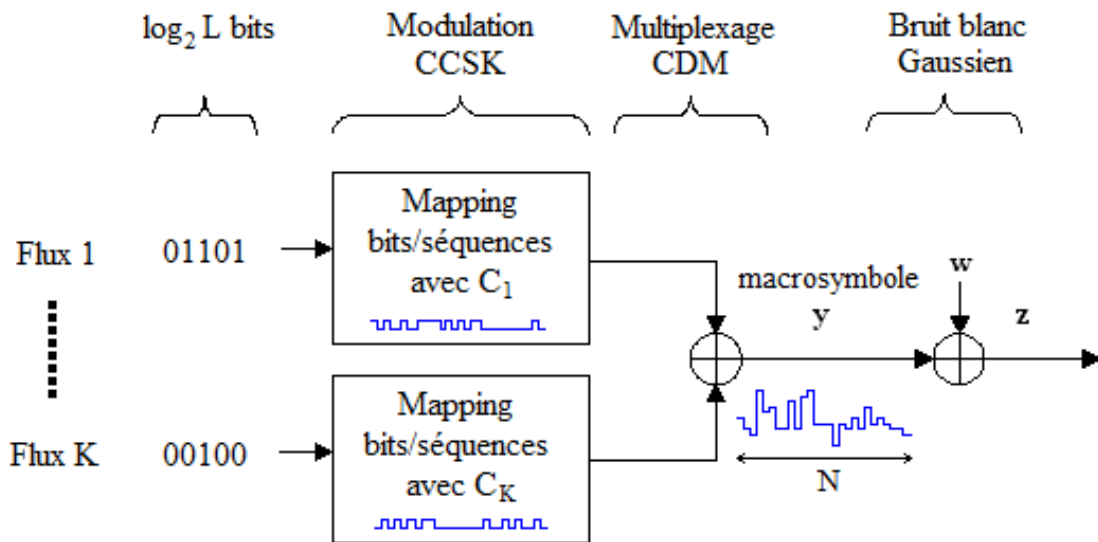


FIGURE 3.1 – Schéma de construction de la forme d'onde proposée

### 3.1.1 Règle de décision optimale

L'efficacité de la forme d'onde repose sur la capacité du récepteur à détecter correctement les différentes séquences émises. La détection mono-utilisateur a montré ses limites dans un contexte multiutilisateur dans [91] et [90]. Lorsque l'environnement multiutilisateur devient

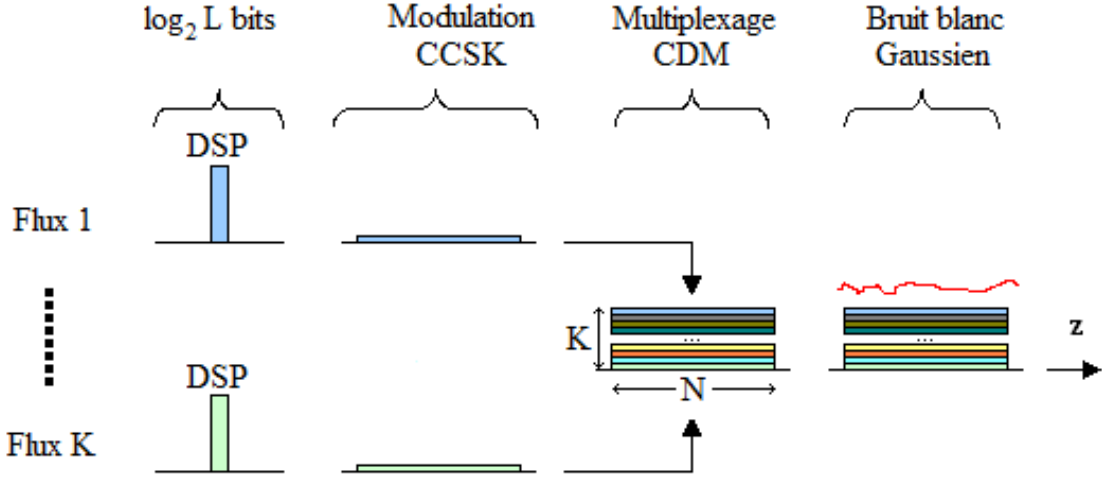


FIGURE 3.2 – Evolution du spectre du signal lors de construction de la forme d'onde proposée

chargé, les interférences dégradent significativement les performances du système. Nous proposons de dépasser les limitations inhérentes à ce genre de démodulation en proposant un détecteur multiutilisateur [24] dont les performances sont uniquement limitées par le bruit tant que le nombre de flux multiplexés  $K$  reste inférieur ou égal au facteur d'étalement  $N$ .

A partir des observations  $\mathbf{z}$ , le récepteur doit estimer l'ensemble des séquences transmises. La règle de décision optimale est donnée par

$$\hat{\mathbf{y}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{y}}} \|\mathbf{z} - \tilde{\mathbf{y}}\|^2, \quad (3.6)$$

où l'estimation est faite directement sur le macrosymbole transmis et qui peut être décomposée sous la forme

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{g}} &= \arg \min_{\tilde{\mathbf{g}}} \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}}\|^2, \\ &= \arg \min_{\tilde{\mathbf{g}}} \|\mathbf{C}(\mathbf{g} - \tilde{\mathbf{g}}) + \mathbf{w}\|^2, \\ &\text{avec } \tilde{\mathbf{g}} \in \{0, 1\}^{LK} \\ &\sum_{l=1}^L \tilde{g}_{(i-1)L+l} = 1, \forall i \in \{1, \dots, K\}. \end{aligned} \quad (3.7)$$



L'estimation portera sur les vecteurs  $\mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_K$  formant le vecteur  $\mathbf{g}$ , et plus précisément, sur la position de l'unique élément non-nul dans chacun d'eux. Il apparait nécessaire de préciser ici que lors de la détection, pour un flux donné, le détecteur ne peut se tromper qu'avec une séquence appartenant à la matrice  $\mathbf{C}_i$  attribuée à ce flux. Les propriétés d'intercorrélacion des séquences et la distance minimale de chaque matrice  $\mathbf{C}_i$  influencent les performances du systèmes comme cela est montré plus en détail partie 3.2.3.

Selon la charge du système, nous choisirons l'une des deux définitions de la règle de décision qui seront respectivement exposées dans les parties 3.2 et 3.3.

#### 3.1.2 Format de multiplexage

L'étude réalisée au chapitre 2 a permis d'évoquer l'impact sur les performances de détection, du choix des séquences et conclut à l'utilisation de l'ensemble  $G'(a, b)$  et de ses permutations circulaires. Pour rappel,

$$G'(a, b) = \{a, a \oplus b, a \oplus Tb, a \oplus T^2b, \dots, a \oplus T^{N-1}b\}.$$

Cet ensemble est composé de  $N + 1$  séquences de longueur  $N = 2^m - 1$ . Les séquences sont équidistantes avec  $d = \sqrt{2(N + 1)}$ . L'ensemble des séquences disponibles se compose de  $G'(a, b)$  et de ses permutations circulaires comme suit :

$$\begin{aligned} TG'(a, b) &= \{Ta, T(a \oplus b), T(a \oplus Tb), \dots, T(a \oplus T^{N-1}b)\} \\ T^2G'(a, b) &= \{T^2a, T^2(a \oplus b), T^2(a \oplus Tb), \dots, T^2(a \oplus T^{N-1}b)\} \\ &\vdots \\ T^{N-1}G'(a, b) &= \{T^{N-1}a, T^{N-1}(a \oplus b), T^{N-1}(a \oplus Tb), \dots, T^{N-1}(a \oplus T^{N-1}b)\}. \end{aligned}$$

Par conservation des propriétés des distances de l'opérateur de permutation circulaire  $T$ , la distance minimale dans ces ensembles vaut toujours  $d$ . Le nombre total de séquences disponibles se porte à  $N(N + 1)$ .

Nous allons voir maintenant comment répartir les séquences dans chaque matrice  $\mathbf{C}_i$ .

#### Méthode 1

On attribue à la première matrice  $\mathbf{C}_1$ , la première séquence de  $G'(a, b)$  et  $L - 1$  de ses permutations circulaires ( $L \leq N + 1$ ) avec  $L$  une puissance de 2 pour faciliter le mapping bits/séquences. Il est préférable en termes de performances, de choisir des permutations régulièrement espacées (pas de  $\frac{N+1}{L}$  entre les décalages) plutôt que de prendre les  $L - 1$  premières. On agit ainsi pour chaque matrice des  $K$  flux multiplexés de la forme d'onde ( $K \leq N$ ). Cela donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 \text{ reçoit } & \{a, Ta, \dots, T^{L-1}a\} \\ \mathbf{C}_2 \text{ reçoit } & \{a \oplus b, T(a \oplus b), \dots, T^{L-1}(a \oplus b)\} \\ & \vdots \\ \mathbf{C}_K \text{ reçoit } & \{a \oplus T^{K-2}b, T(a \oplus T^{K-2}b), \dots, T^{L-1}(a \oplus T^{K-2}b)\}. \end{aligned}$$

Dans le cas limite où la charge implique  $L = N + 1$  et vu qu'il n'existe que  $N - 1$  permutations circulaires pour une séquence donnée, on ne peut compléter les matrices  $\mathbf{C}_i$  de manière à obtenir  $L$  une puissance de 2. Il faut donc rajouter une autre séquence de  $G'(a, b)$  ou une de ces permutations, par exemple avec  $a \oplus T^{N-1}b$ , ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 \text{ reçoit } & \{a, Ta, \dots, T^{L-1}a, a \oplus T^{N-1}b\} \\ \mathbf{C}_2 \text{ reçoit } & \{a \oplus b, T(a \oplus b), \dots, T^{L-1}(a \oplus b), T(a \oplus T^{N-1}b)\} \\ & \vdots \\ \mathbf{C}_K \text{ reçoit } & \{a \oplus T^{K-2}b, T(a \oplus T^{K-2}b), \dots, T^{L-1}(a \oplus T^{K-2}b), T^{K-1}(a \oplus T^{N-1}b)\}. \end{aligned}$$

La distance entre deux séquences  $\mathbf{c}_{kj}$  et  $\mathbf{c}_{ki}$  quelconques d'une matrice  $\mathbf{C}_k$  s'exprime par

$$\begin{aligned} d_{(i,j)}^2 &= \|\mathbf{c}_{kj} - \mathbf{c}_{ki}\|^2 \\ &= \|\mathbf{c}_{kj}\|^2 + \|\mathbf{c}_{ki}\|^2 - 2 \langle \mathbf{c}_{kj}, \mathbf{c}_{ki} \rangle \\ &= 2N - 2 \langle \mathbf{c}_{kj}, \mathbf{c}_{ki} \rangle \end{aligned} \tag{3.8}$$

où  $\langle \mathbf{c}_{kj}, \mathbf{c}_{ki} \rangle$  désigne le produit scalaire entre les deux séquences. D'après les propriétés des séquences de Gold (2.3.2), l'intercorrélation  $R_{ic}(\tau)$  entre deux séquences ne prend que trois valeurs. Le produit scalaire correspond à l'intercorrélation prise en 0 et à ce titre, ne prend aussi que trois valeurs. Avec la méthode d'attribution utilisée, la distance minimale des matrices  $\mathbf{C}_i$

correspond à la distance  $d_{(i,j)}$  calculée avec la plus grande valeur du produit scalaire i.e.  $-1+2^{\frac{m+1}{2}}$ . La distance minimale vaut donc  $d_{min,m1}^2 = 2(N+1) - \Delta$  avec  $\Delta = \sqrt{2^{m+3}}$ . Cette distance est inférieure à la distance minimale que l'on peut espérer avec l'ensemble de séquences utilisé, comme cela a été expliqué dans la conclusion sur le choix des séquences du chapitre 2 (voir tableau 2.5).

#### Méthode 2

Avec cette méthode, on cherche à utiliser les bonnes propriétés de  $G'(a, b)$  en termes de distance minimale. On attribue à la première matrice  $\mathbf{C}_1$ ,  $L$  séquences parmi les  $N+1$  séquences de  $G'(a, b)$  ( $L \leq N+1$ ). On attribue ensuite à  $\mathbf{C}_2$ ,  $L$  séquences prises dans  $TG'(a, b)$  et correspondant aux permutations circulaires d'un chip des séquences attribuées à  $\mathbf{C}_1$ . Pour chaque matrice  $\mathbf{C}_i$  suivante, on incrémente le décalage appliqué aux séquences. On obtient :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &\text{ reçoit } \{a, a \oplus b, a \oplus Tb, \dots, a \oplus T^{L-2}b\} \\ \mathbf{C}_2 &\text{ reçoit } \{Ta, T(a \oplus b), T(a \oplus Tb), \dots, T(a \oplus T^{L-2}b)\} \\ &\vdots \\ \mathbf{C}_K &\text{ reçoit } \{T^{K-1}a, T^{K-1}(a \oplus b), T^{K-1}(a \oplus Tb), \dots, T^{K-1}(a \oplus T^{L-2}b)\}. \end{aligned}$$

On constate deux avantages à cette méthode. Le premier est qu'il n'y a pas de problème d'attribution dans le cas de charge limite ( $L = N+1$  et  $K = N$ ) puisque  $G'(a, b)$  comporte  $N+1$  séquences et qu'il est possible de permuter  $G'(a, b)$   $N-1$  fois. Le deuxième est que dans le calcul de la distance minimale (voir équation (3.8)), le produit scalaire vaut toujours  $-1$ , d'après les propriétés de l'ensemble  $G'(a, b)$ . La distance minimale vaut donc  $d_{min,m2}^2 = 2^{m+1} = 2(N+1)$  pour toutes les matrices  $\mathbf{C}_i$ .

Par la suite, nous retiendrons la deuxième méthode d'attribution et la comparerons à la première lors de l'étude analytique des performances pour illustrer la motivation de ce choix (voir figure 3.3).

## 3.2 Etude à faible charge

Dans un premier temps, nous considérons un système CDM-CCSK faiblement chargé, pour valider les résultats théoriques obtenus. Ceci implique que si  $K \approx N$  alors  $L \ll N$  et si  $L \approx N+1$  alors  $K \ll N$  en gardant toujours les conditions limites :  $L \leq N + 1$  et  $K \leq N$ . Dans ce contexte-là, nous adoptons le formalisme présenté en début de chapitre pour l'expression des macrosymboles, équations (3.4) et (3.5) et pour la règle de décision optimale, équation (3.7).

### 3.2.1 Etude analytique des performances

Le but de cette section est de montrer qu'asymptotiquement, la forme d'onde CDM-CCSK offre une amélioration simultanée de l'efficacité spectrale et de l'efficacité en puissance. Nous revenons également sur ces deux notions.

#### Efficacité spectrale

Une définition de l'efficacité spectrale a été donnée dans le chapitre 1, équation (1.3). Elle traduit la capacité à transmettre un débit d'information pour une largeur de bande donnée. Avec la forme d'onde CDM-CCSK, l'information est regroupée sous forme de macrosymboles composés de valeurs réelles comme présenté précédemment. Afin d'augmenter l'efficacité spectrale et profiter de l'orthogonalité de signaux modulés en quadrature (composantes en phase I et en quadrature Q), la forme d'onde CDM-CCSK transmet un macrosymbole sur la composante I et un sur la composante Q. Cela a pour effet de doubler la puissance du symbole mais aussi de doubler la quantité d'information transmise donc l'énergie dépensée par bit ne change pas. En considérant un système CDM-CCSK exploitant deux voies modulées en quadrature avec  $K$  flux multiplexés, chacun utilisant  $L$  séquences de longueur  $N$  et une démodulation cohérente en réception, l'efficacité spectrale globale devient :

$$\eta_s = 2K \frac{\log_2 L}{N}. \quad (3.9)$$

La charge limite est atteinte pour  $L = N + 1$  et  $K = N$  ce qui borne l'efficacité spectrale par  $\eta_{s,lim} = 2 \log_2(N + 1)$ . Cette borne permet de constater que l'efficacité spectrale augmente avec la longueur  $N$  des séquences utilisées.

L'étude analytique exacte des performances est complexe mais une approximation fiable du comportement asymptotique du système peut être obtenue en posant les hypothèses appropriées.

En se basant sur la structure particulière du vecteur  $\mathbf{g}$  à déterminer en réception, on voit qu'il est constitué de  $K$  sous-vecteurs de  $L$  valeurs, chaque sous-vecteur contenant un seul '1' puis que des '0'.

#### Probabilité d'erreur sur les macrosymboles

Une erreur  $E$  sur un macrosymbole survient à chaque fois que l'estimation  $\widehat{\mathbf{g}}$  diffère de  $\mathbf{g}$  d'au moins une valeur. La probabilité d'erreur peut s'écrire comme la somme des probabilités :

$$P(E|\mathbf{g}) = \sum_{m=1}^K P[E(m)|\mathbf{g}] \quad (3.10)$$

où  $E(m)$  représente le cas d'erreur pour lequel  $\widehat{\mathbf{g}}$  diffère de  $\mathbf{g}$  d'exactement  $m$  valeurs.

Pour de grandes valeurs de rapport signal à bruit, on émet l'hypothèse que l'évènement avec une seule erreur domine les évènements avec plus d'une erreur donc que la somme est dominée par le terme  $P[E(1)|\mathbf{g}]$ . Cette hypothèse est vérifiée par simulation dont les résultats sont visibles sur les figures 3.4, 3.5 et 3.6. La probabilité d'erreur conditionnelle peut être vue comme une union d'évènements correspondants à tous les cas d'erreur pour  $m = 1$  :

$$P[E(1)|\mathbf{g}] = P \left[ \bigcup_{m=1} \left\{ \widehat{\mathbf{g}} \underset{m=1}{\neq} \mathbf{g} \right\} | \mathbf{g} \right] \quad (3.11)$$

La probabilité d'une union d'évènements est majorée par la somme des probabilités de ces évènements (Union Bound). On a :

$$P[E(1)|\mathbf{g}] \leq \sum_{i \neq j} P \left[ \mathbf{g}_i \rightarrow \mathbf{g}_j | \mathbf{g}_i \right], \quad (3.12)$$

où  $P \left[ \mathbf{g}_i \rightarrow \mathbf{g}_j | \mathbf{g}_i \right]$  est la probabilité de choisir  $\mathbf{g}_j$  au lieu de  $\mathbf{g}_i$  sachant  $\mathbf{g}_i$  émis et  $\mathbf{g}_j$  différant de  $\mathbf{g}_i$  d'une seule entrée. En considérant la règle de décision optimale donnée par (3.7), elle est

équivalente à

$$\begin{aligned}
& P \left[ \|\mathbf{C}\mathbf{g}_i + \mathbf{w} - \mathbf{C}\mathbf{g}_i\|^2 > \|\mathbf{C}\mathbf{g}_i + \mathbf{w} - \mathbf{C}\mathbf{g}_j\|^2 \right] \\
&= P \left[ \|\mathbf{w}\|^2 > \|\mathbf{C}(\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j) + \mathbf{w}\|^2 \right] \\
&= P \left[ \mathbf{w}^T \mathbf{C}(\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j) > \frac{1}{2} \|\mathbf{C}(\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)\|^2 \right] \\
&= Q \left[ \frac{1}{\sqrt{2N_0}} \|\mathbf{C}(\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)\| \right]
\end{aligned} \tag{3.13}$$

avec  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)$ , la fonction de répartition complémentaire d'une variable aléatoire suivant une loi normale (voir [63], p.77).

En posant  $\|\mathbf{C}(\mathbf{g}_i - \mathbf{g}_j)\| = d_{(i,j)}$ , l'Union Bound peut s'exprimer simplement sous la forme

$$P[E(1)|\mathbf{g}] \leq \sum_{i \neq j} Q \left[ \frac{d_{(i,j)}}{\sqrt{2N_0}} \right]. \tag{3.14}$$

L'application de la forme intelligente de l'Union Bound (*Intelligent Union Bound*) encore appelée approximation des plus proches voisins (*Nearest Neighbors Approximation*) consiste à considérer dans la somme ci-dessus, les termes les plus "proches" i.e. ceux dont la distance  $d_{(i,j)}$  vaut  $d_{min}$ . Grâce aux choix judicieux des séquences et à leur méthode d'attribution (voir partie 3.1.2), on sait que

$$\begin{aligned}
d_{(i,j)}^2 &= 2N - 2 \langle \mathbf{c}_{kj}, \mathbf{c}_{ki} \rangle \\
&= 2(N + 1) \\
&= d_{min}.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Il existe  $(L - 1)$  cas d'erreur par flux et  $K$  flux actifs. On en déduit le nombre de termes de la somme précédente et

$$\begin{aligned}
P(E) &\leq (L - 1)KQ \left[ \frac{d_{min}}{\sqrt{2N_0}} \right], \\
&\approx LKQ \left[ \frac{d_{min}}{\sqrt{2N_0}} \right],
\end{aligned} \tag{3.16}$$

En introduisant la notation  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$  dans (3.16), l'étude analytique des performances conduit à l'approximation suivante pour la probabilité d'erreur macrosymbole ou taux d'erreur macrosymbole (TEM) :

$$P(E)_{macro} = LKQ \left[ \frac{d_{min}}{2\sigma} \right]. \quad (3.17)$$

Elle décrit un comportement asymptotique donc sera approchée pour de forts SNR. Nous vérifierons sa validité par des simulations dont les résultats sont présentés partie 3.2.3. A noter que si nous avons privilégié la première méthode d'attribution des séquences, la distance minimale en argument de la fonction Q aurait été plus petite et la fonction étant décroissante, la probabilité d'erreur à niveau de bruit constant aurait été supérieure (voir figure 3.3).

#### Efficacité en puissance

On introduit ici le critère dit d'efficacité en puissance  $\eta_p$  défini dans [63] par :

$$\eta_p = \frac{d_{min}^2}{\varepsilon_b} \quad (3.18)$$

où  $\varepsilon_b$  est l'énergie moyenne par bit déduite dans notre cas à partir de l'énergie moyenne par séquence  $\varepsilon_{seq}$ . Une séquence est composée de  $N$  chips prenant leurs valeurs dans  $\{-1, +1\}$ . Chaque flux disposant de  $L$  séquences, une séquence code  $\log_2 L$  bits. On en déduit que  $\varepsilon_{seq} = N = \log_2 L \varepsilon_b$ .  $d_{min}$  est la distance minimale entre les symboles émis, dans notre cas des macrosymboles, qui, par les hypothèses émises précédemment, est ramenée à la distance minimale entre les séquences attribuées à un flux i.e.  $d_{min}^2 = 2(N + 1)$ . On obtient alors :

$$\begin{aligned} \eta_p &= \frac{2(N + 1) \log_2 L}{N}, \\ &= 2 \left( 1 + \frac{1}{N} \right) \log_2 L. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Ce critère permet de comparer des schémas de modulation en termes de robustesse au canal (i.e. de performance théorique de détection) à énergie moyenne constante. Pour un nombre de flux  $K$  constant, on constate que l'efficacité en puissance va augmenter avec  $L$ , c'est-à-dire avec l'efficacité spectrale.

En reprenant l'expression de  $\eta_p$  donnée dans (3.18) et en l'injectant dans (3.16), on a

$$P(E) = LKQ \left[ \sqrt{\eta_p \frac{\varepsilon_b}{N_0}} \right]. \quad (3.20)$$

Pour de fortes valeurs de l'argument, la fonction  $Q$  peut être approximée d'après [16] par  $Q(x) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ . Appliqué à (3.20), on trouve

$$LKQ \left[ \sqrt{\eta_p \frac{\varepsilon_b}{N_0}} \right] \leq LK \exp\left(-\eta_p \frac{\varepsilon_b}{N_0}\right), \quad (3.21)$$

duquel on déduit qu'il existe une condition sur le rapport signal à bruit par bit minimal pour que la probabilité d'erreur ne soit pas bornée par un seuil plancher.

$$\frac{\varepsilon_b}{N_0} \geq \frac{\ln 2}{2(1 + 1/N)} \left(1 + \frac{\ln K}{\ln L}\right). \quad (3.22)$$

On constate que cette valeur minimale décroît avec l'augmentation de  $L$  ce qui confirme qu'asymptotiquement, une amélioration simultanée de l'efficacité spectrale et de l'efficacité en puissance est possible. Cette dernière est maximale pour  $K = 1$  et  $L = N + 1$  et minimale pour  $K = N$  et  $L = 2$ .

A partir du taux d'erreur macrosymbole  $TEM_{ref}$  de la paire ( $K = 1, L = N + 1$ ), on peut estimer le TEM de n'importe quelle paire ( $K, L$ ), par la formule  $10 \log\left(1 + \frac{\ln K}{\ln L}\right)$  donnant la dégradation en dB ou le décalage vers la droite à appliquer au  $TEM_{ref}$  pour obtenir la courbe souhaitée.

#### Probabilité d'erreur sur les bits

A partir de l'expression de l'approximation du taux d'erreur macrosymbole donnée par (3.17), une relation peut-être établie avec le taux d'erreur bit pour fournir une approximation de ce dernier. Nous conservons l'hypothèse qu'à fort SNR, la probabilité d'une seule séquence fautive domine. Nous savons de plus, que les séquences d'un flux sont équidistantes donc les erreurs entre deux séquences de ce flux sont équiprobables et la façon de faire le mapping bits/séquence importe peu. Nous pouvons déduire le nombre moyen théorique de bits faux  $\bar{n}_{b,th}$  en cas d'erreur à partir du nombre  $L$ , connu, de séquences attribuées par flux. En effet, en cas d'erreur, il suffit de déterminer les probabilités d'avoir soit un bit faux, soit deux jusqu'au cas où tous les bits



sont faux. Il s'agit d'un problème de dénombrement. On a donc

$$\begin{aligned}
\bar{n}_{b,th} &= 1 \times Prob(1 \text{ bit faux}) + \dots + \log_2 L \times Prob(\log_2 L \text{ bits faux}) \\
&= \sum_{i=1}^{\log_2 L} i \times Prob(i \text{ bits faux}) \\
&= \sum_{i=1}^{\log_2 L} i \times \frac{\binom{\log_2 L}{i}}{L-1} \\
&= \frac{\log_2 L \times 2^{\log_2 L - 1}}{L-1} \\
&= \frac{L \log_2 L}{2(L-1)}.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

L'approximation du taux d'erreur bit peut donc s'écrire

$$\begin{aligned}
P(E)_{bit} &= \frac{P(E)_{macro}}{K \bar{n}_{b,th}} \\
&= \frac{2(L-1)}{\log_2 L} Q \left[ \frac{d_{min}}{2\sigma} \right]
\end{aligned} \tag{3.24}$$

### 3.2.2 Récepteur optimal

L'efficacité en puissance de la forme d'onde est liée à la capacité de détection des séquences en réception. L'estimateur du Maximum de Vraisemblance ou *Maximum Likelihood* (ML) maximise la vraisemblance des séquences et fournit la meilleure détection au sens de la norme euclidienne mais sa complexité peut être une contrainte rédhibitoire. Dans (3.7), l'estimateur ML du vecteur  $\mathbf{g}$  transmis nécessite le calcul exhaustif des  $L^K$  distances correspondant à toutes les configurations possibles du vecteur  $\tilde{\mathbf{g}}$ . Pour de faibles valeurs de  $L$  et  $K$ , le calcul exhaustif est envisageable mais la complexité explose ensuite dès que la charge augmente. Nous proposons donc une implantation de cette estimateur grâce au Décodage Sphérique ou *Sphere Decoding* (SD) [95] [24].

#### 3.2.2.1 Décodage sphérique

Il convient de différencier le cas où  $LK \leq N$  et le cas où  $LK > N$ . Dans cette section, nous étudierons le premier cas. La matrice  $\mathbf{C}$  de taille  $N \times LK$  est transformée selon une décomposi-

tion QR de la forme :

$$\mathbf{C} = \mathbf{Q}\mathbf{R} \quad (3.25)$$

avec  $\mathbf{Q}$  une matrice carrée unitaire de taille  $N \times N$  et  $\mathbf{R}$  une matrice triangulaire supérieure de taille  $N \times LK$ . Pour rappel, une matrice  $\mathbf{A}$  de taille  $N \times N$  est dite unitaire si  $\bar{\mathbf{A}}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}_N$  où  $\bar{\mathbf{A}}^T$  est la matrice transposée conjuguée de  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{I}_N$  la matrice identité de taille  $N$ .

La norme euclidienne est transparente pour les transformations unitaires donc, en introduisant la notation  $\mathbf{z}' = \bar{\mathbf{Q}}^T \mathbf{z}$ , l'estimateur optimal donné par (3.7), peut s'écrire :

$$\hat{\mathbf{g}} = \arg \min_{\mathbf{g}} \|\mathbf{z}' - \mathbf{R}\tilde{\mathbf{g}}\|^2, \quad (3.26)$$

avec  $\mathbf{R}$  de la forme :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & \cdots & r_{1,LK} \\ 0 & r_{22} & r_{23} & r_{24} & \cdots & r_{2,LK} \\ 0 & 0 & r_{33} & r_{34} & \cdots & r_{3,LK} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & r_{LK-1,LK-1} & r_{LK-1,LK} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & r_{LK,LK} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

L'expression de la norme euclidienne peut se reformuler de la manière suivante

$$\begin{aligned} \|\mathbf{z}' - \mathbf{R}\tilde{\mathbf{g}}\|^2 &= |y_{LK} - r_{LK,LK}g_{LK}|^2 + |y_{LK-1} - r_{LK-1,LK}g_{LK} - r_{LK-1,LK-1}g_{LK-1}|^2 + \\ &\quad |y_{LK-2} - r_{LK-2,LK}g_{LK} - r_{LK-2,LK-1}g_{LK-1} - r_{LK-2,LK-2}g_{LK-2}|^2 + \cdots \\ &= \sum_{i=0}^{LK-1} f(g_{LK}, g_{LK-1}, \dots, g_{LK-i}) \end{aligned} \quad (3.28)$$

où tous les termes de la somme sont positifs ou nuls. Ils peuvent être regroupés sous la forme d'une somme de fonctions positives ou nulles avec un nombre croissant d'arguments et la distance peut s'écrire :

$$\|\mathbf{z}' - \mathbf{R}\tilde{\mathbf{g}}\|^2 = h(\mathbf{g}_K) + h(\mathbf{g}_K, \mathbf{g}_{K-1}) + \cdots + h(\mathbf{g}_K, \mathbf{g}_{K-1}, \dots, \mathbf{g}_1) \quad (3.29)$$

avec les vecteurs  $\mathbf{g}_i$  sont ceux que l'on cherche à déterminer. Cette expression rend l'application du Sphere Decoding plus intuitive.

L'idée sous-jacente de cet algorithme est de chercher un chemin minimisant la métrique donnée par l'expression (3.29) dans un treillis de profondeur  $K$  avec  $L$  états. Le nombre de chemins possibles vaut  $L^K$  et l'algorithme va progressivement supprimer les chemins les moins probables en comparant à une métrique initiale assimilée au rayon d'une hypersphère.

L'algorithme du Sphere Decoding se déroule en deux étapes : l'initialisation et l'élagage.

#### Etape d'initialisation

Cette étape permet de déterminer un premier minimum local dans le treillis qui va servir de point de comparaison initial. Son calcul se fait par *Decision Feedback* [93] à partir de la structure particulière donnée par l'équation (3.29). On calcule dans un premier temps

$$\widehat{\mathbf{g}}_K^{(0)} = \arg \min h(\mathbf{g}_K) \quad (3.30)$$

qui requiert  $L$  calculs de métrique étant donné qu'il n'y a qu'une seule valeur non nulle dans le vecteur  $\mathbf{g}_K$ . Puis, via la propagation inverse, on détermine

$$\widehat{\mathbf{g}}_{K-1}^{(0)} = \arg \min h(\mathbf{g}_{K-1}, \widehat{\mathbf{g}}_K^{(0)}) \quad (3.31)$$

qui requiert également  $L$  calculs de métrique et ainsi de suite jusqu'à obtenir

$$\mu^{(0)} = \sum_{i=0}^{K-1} h(\widehat{\mathbf{g}}_K^{(0)}, \dots, \widehat{\mathbf{g}}_{K-i}^{(0)}) \quad (3.32)$$

avec  $\mu^{(0)}$ , le premier minimum local du treillis. Sa détermination nécessite  $LK$  calculs de métrique, ce qui offre une complexité polynomiale avec la charge du système.

#### Etape d'élagage

Une fois  $\mu^{(0)}$  déterminé, on procède à l'étape d'élagage. Pour cela, on revient au début du treillis, au niveau  $K$  et à l'estimation  $\widehat{\mathbf{g}}_K^{(0)}$ . On calcule les  $L - 1$  autres valeurs de la fonction  $h(\mathbf{g}_K)$  en prenant  $\mathbf{g}_K \neq \widehat{\mathbf{g}}_K^{(0)}$  et on élimine les branches qui augmentent la métrique calculée à l'étape d'initialisation. Il est en effet évident que si  $h(\mathbf{g}_K) > \mu^{(0)}$ , tous les chemins contenant  $\mathbf{g}_K$  au lieu de  $\widehat{\mathbf{g}}_K^{(0)}$  conduiront à une plus grande métrique finale. Chaque suppression à ce niveau conduit à

l'élimination de  $L^{K-1}$  chemins dans l'arbre. Cependant, à moins d'avoir un fort rapport signal à bruit, il est peu vraisemblable de pouvoir supprimer beaucoup de chemins dès ce niveau. A faible SNR, l'influence du bruit lors de l'étape d'élagage conduit à un premier minimum local plus important qu'à fort SNR qui sera donc moins contraignant lors de l'étape d'élagage au niveau  $K$ .

En considérant les branches survivantes du niveau  $K$  (comprenant l'estimation initiale  $\widehat{\mathbf{g}}_K^{(0)}$ ), on passe au niveau  $K - 1$  où on reproduit la même opération. Pour  $\mathbf{g}_{K-1} \neq \widehat{\mathbf{g}}_{K-1}^{(0)}$ , on doit considérer pour chaque vecteur  $\mathbf{g}_K$  restant, les métriques

$$h(\mathbf{g}_K) + h(\mathbf{g}_K, \mathbf{g}_{K-1}) \quad (3.33)$$

et les comparer à  $\mu^{(0)}$  puis supprimer toutes les branches qui conduiront à une plus grande métrique finale. Ce processus itératif conduit, avec une complexité moins importante que l'estimateur ML brut, à l'élimination de tous les chemins sauf un qui correspond à l'estimation optimale voulue. Dans le cas où le processus conduit au dernier niveau du treillis sans supprimer de chemin, c'est-à-dire s'il détermine une métrique finale plus petite que la métrique de comparaison  $\mu^{(0)}$  alors celle-ci est mise à jour avec la nouvelle métrique trouvée.

#### Complexité du Sphere Decoding

La complexité du Sphere Decoding est dépendante du rapport signal à bruit. Elle est de l'ordre de  $L^\gamma$ , avec  $\gamma \in [0, 1[$  une constante telle que  $\gamma \ll 1$  quand le rapport signal à bruit (SNR) augmente [41]. Plus le SNR augmente, plus le premier minimum local  $\mu^{(0)}$  est petit au sens de la métrique adoptée et plus l'élagage se fera dans les hauts niveaux de l'arbre conduisant à une élimination plus efficace des branches sous-jacentes. La complexité varie donc de exponentielle (très faible SNR) à algébrique (SNR moyen) ou linéaire (fort SNR). La transition entre les régimes de complexité dépendra de la charge du système (paramètres  $L$  et  $K$ ).

Il existe d'autres approches pour l'étape d'élagage conduisant à des résultats sous-optimaux pour une complexité réduite [83] [84] [4].

#### 3.2.2.2 Décodage sphérique généralisé

Dans cette partie, nous étudions le cas  $LK > N$ . La matrice  $\mathbf{C}$  est alors de rang plein sur les lignes, une situation courante dans la littérature pour les systèmes MIMO connue sous l'appellation "systèmes sous-déterminés" [94] [96]. La décomposition QR conduit à une matrice

$\mathbf{R}$  qui n'est plus triangulaire supérieure mais trapézoïdale. De nombreuses généralisations du Sphere Decoding (*Generalized Sphere Decoding* - GSD) ont été proposées pour remédier à ce problème notamment en régularisant la matrice  $\mathbf{C}$  soit pour pouvoir revenir à une décomposition QR conduisant à une matrice  $\mathbf{R}$  triangulaire supérieure [14] soit pour appliquer une factorisation de Cholesky [20]. Nous allons donner quelques détails sur cette dernière technique.

#### Factorisation de Cholesky, définition :

Soit  $\mathbf{A}$  une matrice symétrique définie positive.  $\mathbf{A}$  se décompose de façon unique sous la forme  $\mathbf{A} = \mathbf{L}^T \mathbf{L}$  où  $\mathbf{L}$  est une matrice triangulaire supérieure à coefficients diagonaux strictement positifs [18].

#### Méthode de généralisation basée sur la factorisation de Cholesky

On considère la métrique à minimiser de la règle de décision optimale (3.7) dont le développement donne

$$\begin{aligned} \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}}\|^2 &= (\mathbf{z} - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}})^T (\mathbf{z} - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}}) \\ &= \mathbf{z}^T \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}} - \tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{C}^T \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{C}^T \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Quand  $LK > N$ ,  $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$  est semi-définie positive i.e. pour tout vecteur  $\mathbf{x}$  non nul,  $\mathbf{x}^T \mathbf{C}^T \mathbf{C}\mathbf{x} \geq 0$ . La factorisation de Cholesky nécessite que la matrice soit définie positive, i.e. que l'inégalité soit stricte. Pour cela, les auteurs de [20] proposent de rajouter à la métrique précédente un terme de régularisation  $\alpha \tilde{\mathbf{g}}^T \tilde{\mathbf{g}}$  avec  $\alpha$  une constante positive à déterminer. La complexité de l'algorithme dépendra de la valeur choisie pour  $\alpha$ . Les auteurs de [20] ont choisi arbitrairement  $\alpha = 1$ , valeur que l'on retiendra pour les simulations. La métrique (3.34) régularisée peut maintenant s'écrire

$$\begin{aligned} \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}}\|^2 + \alpha \tilde{\mathbf{g}}^T \tilde{\mathbf{g}} \\ = \mathbf{z}^T \mathbf{z} - \mathbf{z}^T \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}} - \tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{C}^T \mathbf{z} + \tilde{\mathbf{g}}^T (\mathbf{C}^T \mathbf{C} + \alpha \mathbf{I}_{LK}) \tilde{\mathbf{g}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

avec  $\mathbf{I}_{LK}$ , la matrice identité de taille  $LK$ . On pose  $\mathbf{G} = \mathbf{C}^T \mathbf{C} + \alpha \mathbf{I}_{LK}$ .  $\mathbf{G}$  est définie positive et peut être factorisée :  $\mathbf{G} = \mathbf{D}^T \mathbf{D}$  où  $\mathbf{D}$  est une matrice triangulaire supérieure. On définit  $\rho = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{z}$  et en ajoutant  $\rho^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \rho$  de part et d'autre de (3.35), on peut redéfinir la règle de décision optimale (3.7) par

$$\hat{\mathbf{g}} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{g}}} \|\mathbf{D}\rho - \mathbf{D}\tilde{\mathbf{g}}\|^2 \quad (3.36)$$

pour laquelle l'algorithme du Sphere Decoding décrit précédemment peut être appliqué.

#### 3.2.3 Résultats de simulation

Cette partie regroupe les différents résultats obtenus par simulation et leur analyse. On a considéré des séquences de Gold de longueur  $N = 31$  (degré du polynôme  $m = 5$ ). Leurs propriétés de corrélation sont visibles sur la figure 2.4. L'ensemble  $G'(a, b)$  associé à cette longueur comprend 32 séquences équidistantes et  $d_{min} = 8$ .

##### Méthodes d'attribution

Dans un premier temps, les performances associées aux deux méthodes d'attribution des séquences présentées en début de chapitre sont comparées : la figure 3.3 présente les taux d'erreur macrosymbole simulés pour un système CDM-CCSK avec  $K = 4$  flux actifs disposant de  $L = 8$  séquences attribuées selon ces deux méthodes. Les résultats mettent en lumière l'intérêt de la méthode que nous avons retenue, avec un écart constaté entre les deux courbes en faveur de la méthode 2 variant de 1.25 dB pour un TEM de  $1$  à  $10^{-3}$  à 1 dB pour un TEM en-deçà.

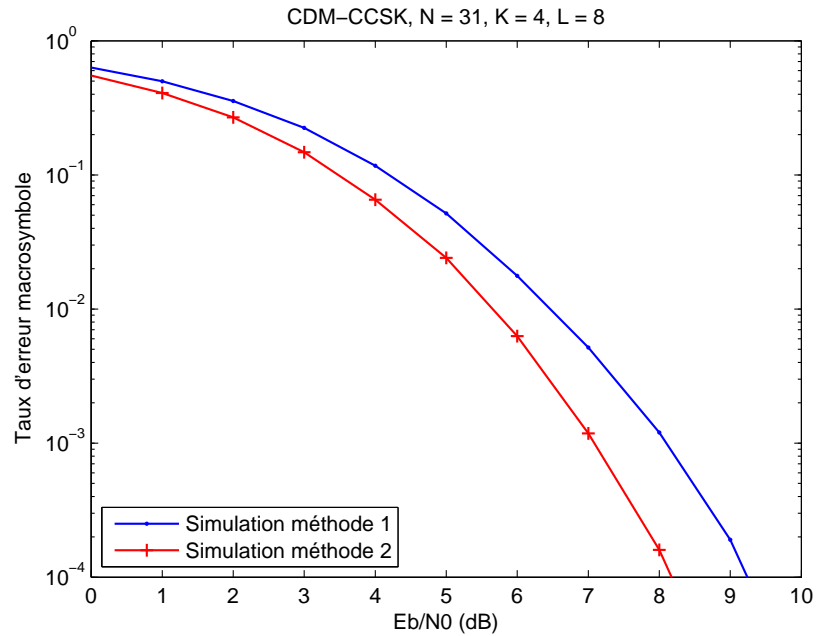


FIGURE 3.3 – Comparaison des taux d'erreur macrosymbole simulés en fonction de la méthode d'attribution des séquences

### Approximations des taux d'erreur

Nous vérifions ici la fiabilité des approximations sur lesquelles repose l'étude analytique (partie 3.2.1). La première étape consiste à valider l'hypothèse selon laquelle la probabilité, en cas d'erreur lors de la détection, d'avoir une seule séquence fautive domine à fort SNR. Les figures 3.4 et 3.5 confirment cette hypothèse pour différentes charges du système.

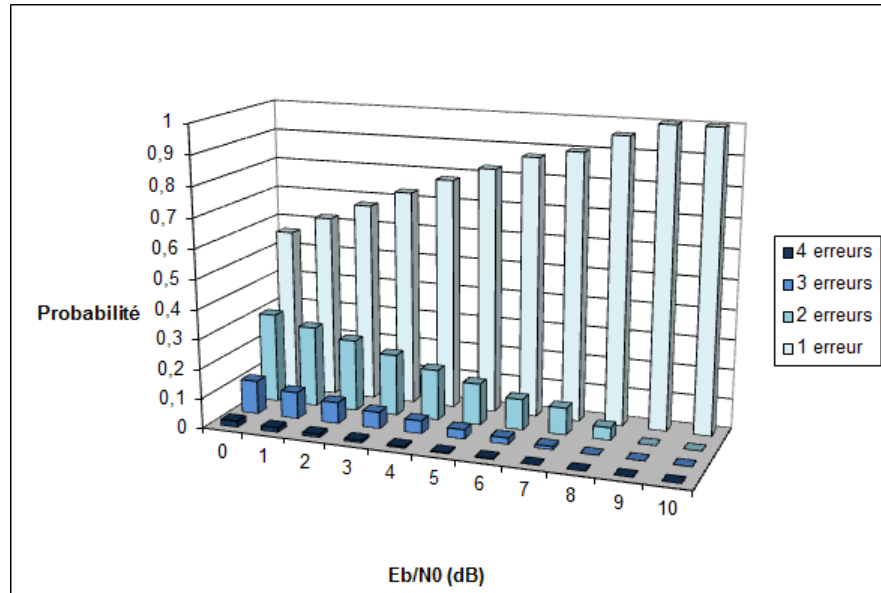


FIGURE 3.4 – Probabilités d’occurrence du nombre de séquences fausses en fonction du rapport signal à bruit,  $N=31$ ,  $K=4$ ,  $L=8$

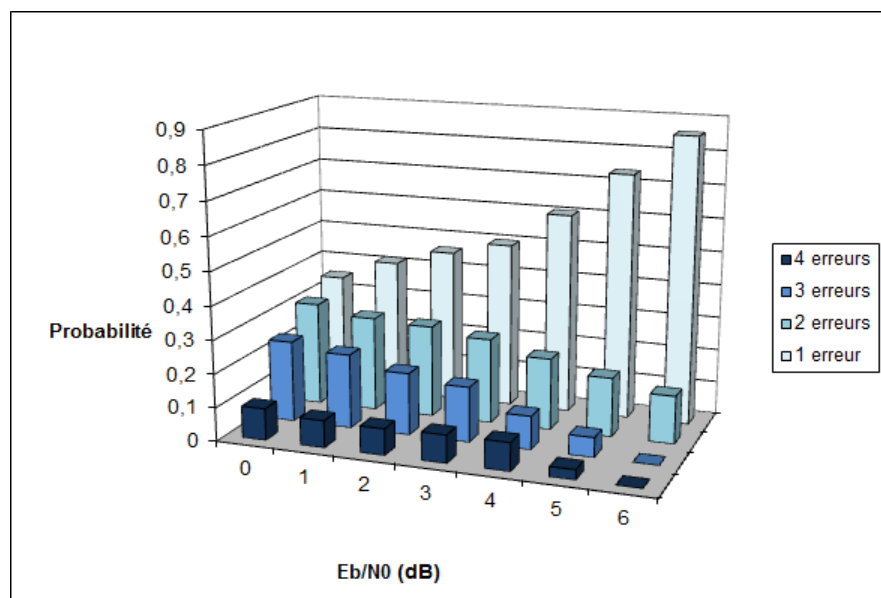


FIGURE 3.5 – Probabilités d’occurrence du nombre de séquences fausses en fonction du rapport signal à bruit,  $N=31$ ,  $K=4$ ,  $L=32$



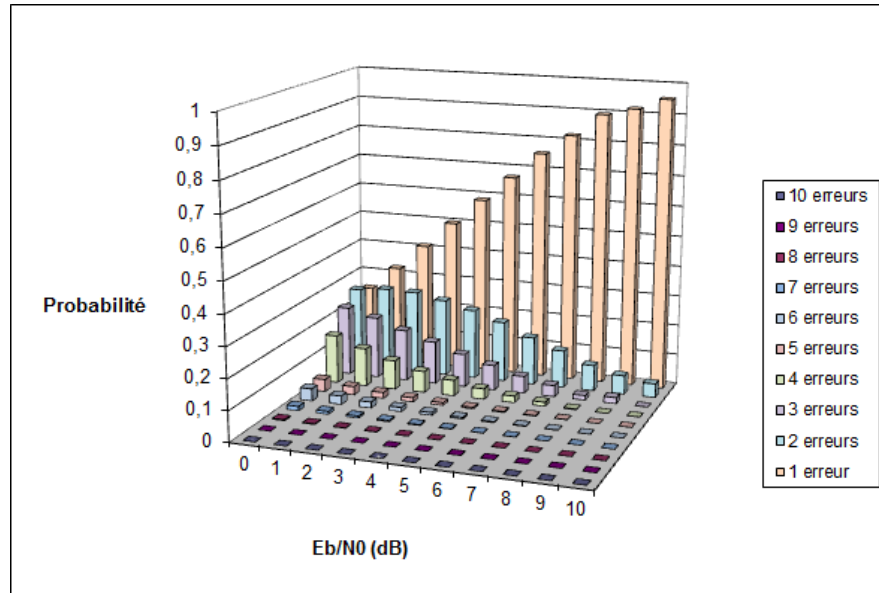


FIGURE 3.6 – Probabilités d’occurrence du nombre de séquences fausses en fonction du rapport signal à bruit,  $N=31$ ,  $K=10$ ,  $L=4$

Les figures 3.7, 3.8 et 3.9 permettent de vérifier que les approximations (3.20) et (3.24) respectivement sur le taux d’erreur macrosymbole et le taux d’erreur bit sont valables pour un SNR suffisamment grand. Selon la charge des systèmes simulés, le choix de l’algorithme de détection s’est porté soit sur le Sphere Decoding soit sur le Generalized Sphere Decoding.

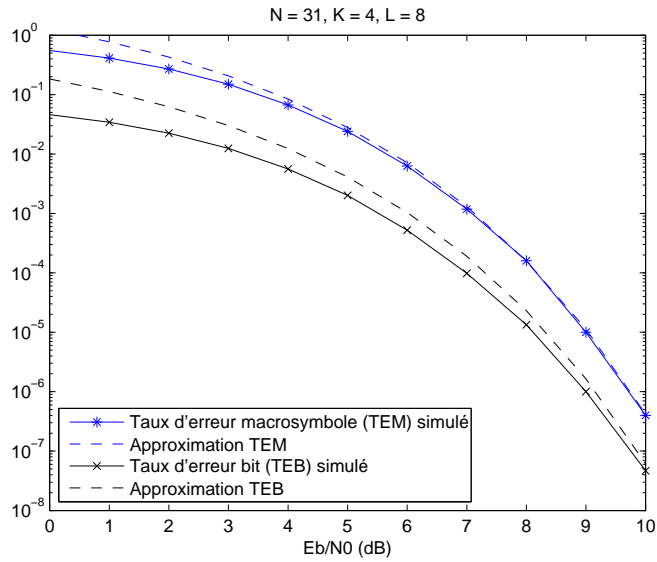


FIGURE 3.7 – Validation par simulation des approximations du TEM et du TEB,  $N=31$ ,  $K=4$ ,  $L=8$ , algorithme SD

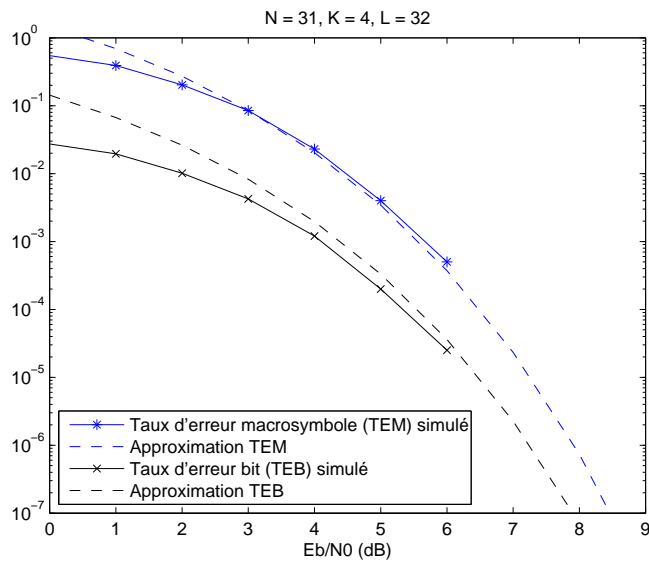


FIGURE 3.8 – Validation par simulation des approximations du TEM et du TEB,  $N=31$ ,  $K=4$ ,  $L=32$ , algorithme GSD  $\alpha = 1$

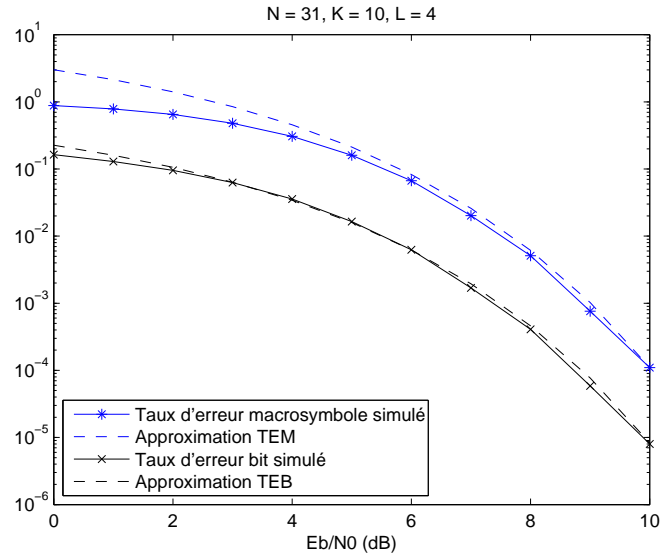


FIGURE 3.9 – Validation par simulation des approximations du TEM et du TEB, N=31, K=10, L=4, algorithme GSD  $\alpha = 1$

### Evolution de l'efficacité spectrale et de l'efficacité en puissance

Il a été montré dans la partie 3.2.1 que pour un nombre de flux  $K$  donné, l'efficacité en puissance  $\eta_p$  augmente avec le nombre  $L$  de séquences attribuées par flux et donc avec l'efficacité spectrale. La figure 3.10 confirme cette propriété en montrant l'évolution du taux d'erreur macrosymbole pour  $K = 4$  flux et  $L$  variant de 2 à 32. Le passage de 2 à 32 séquences par flux apporte un gain croissant avec la diminution du TEM : gain de 2.7 dB à  $10^{-1}$ , gain de 5 dB à  $10^{-3}$  et gain de 5.6 dB à  $10^{-5}$ . La figure 3.11 montre le même comportement pour le taux d'erreur bit et établit la comparaison avec le taux d'erreur bit théorique d'une modulation BPSK.

L'augmentation du nombre  $K$  de flux superposés dans le multiplex CDM-CCSK induit une pénalité sur l'efficacité puissance visible sur la figure 3.12. Cependant cette pénalité diminue avec le TEM et, à titre d'exemple, pour un TEM cible de  $10^{-3}$ , elle s'élève à 1.4 dB pour un passage de 2 à 31 flux à comparer au gain de 5 dB établi précédemment pour le même TEM cible.

En conclusion, l'augmentation du nombre  $L$  de séquences attribuées par flux favorise l'augmentation simultanée des efficacités en puissance et spectrale de la forme d'onde tandis que l'augmentation du nombre  $K$  de flux superposés ne favorise que l'efficacité spectrale et diminue

l'efficacité en puissance. Cependant la dégradation sur l'efficacité en puissance est faible devant le gain apporté par l'augmentation de  $L$  et l'utilisation de la forme d'onde CDM-CCSK à forte charge conduira donc à une amélioration globale des efficacités en puissance et spectrale.

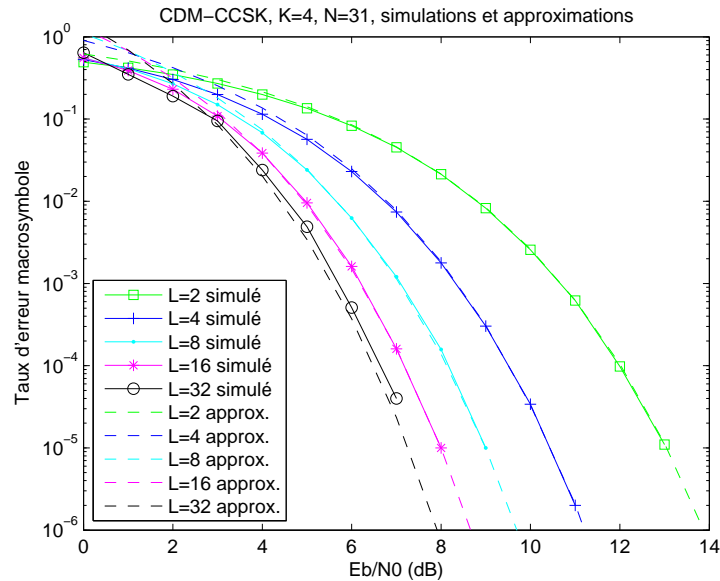


FIGURE 3.10 – Amélioration du taux d'erreur macrosymbole avec l'augmentation du nombre  $L$  de séquences par flux,  $N=31$ ,  $K=4$

Les efficacités spectrales associées aux différentes charges de la figure 3.11 sont regroupées dans le tableau 3.1.

$N = 31, K = 4$	$L = 2$	$L = 4$	$L = 8$	$L = 16$	$L = 32$	$BPSK$	$QPSK$
$\eta_S$ (bit/s/Hz)	0.26	0.52	0.77	1.03	1.29	1	2

TABLE 3.1 – Efficacité spectrale de la forme d'onde pour différentes charges

A faible charge, on constate que la forme d'onde atteint des niveaux d'efficacités en puissance et spectrale trop modestes pour fournir une modulation à haute capacité. L'augmentation des paramètres de charge conduit à une première difficulté, la complexité du décodeur. Comme expliqué en section 3.2.2.1 lors de la présentation du Sphere Decoding, la complexité du décodeur est exponentielle et tend vers un régime linéaire avec l'augmentation du SNR. A faible SNR et à forte charge, la complexité est un facteur limitant. A titre d'exemple pour une longueur

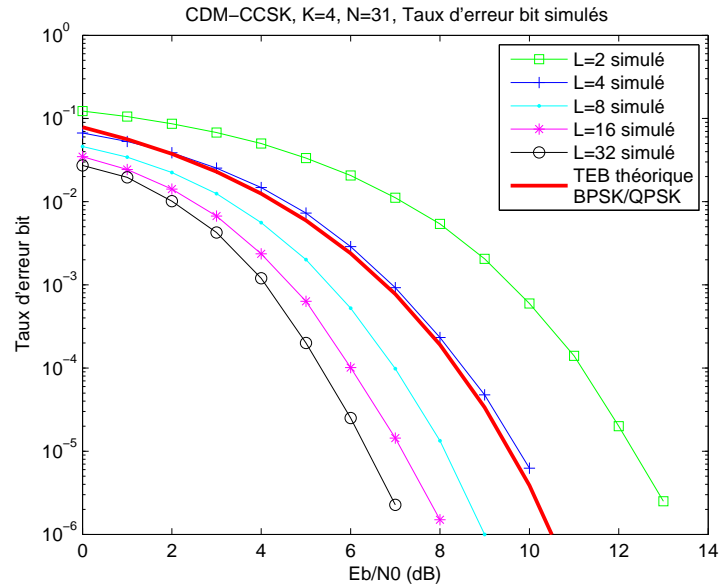


FIGURE 3.11 – Amélioration du taux d'erreur bit avec l'augmentation du nombre  $L$  de séquences par flux,  $N=31$ ,  $K=4$ . Comparaison avec le TEB théorique de la BPSK et de la QPSK

de séquence  $N = 31$ , la complexité de la forme d'onde CDM-CCSK avec un récepteur SD devient contraignante à partir de  $K = 5$  flux avec  $L = 32$  séquences. Ce niveau de charge n'est pas suffisant pour atteindre de hautes efficacités spectrales (pour ces paramètres  $\eta_s = 1.6 \text{ bit/s/Hz}$ ). Naturellement, on s'oriente vers la recherche de décodeurs moins complexes et donc plus rapides. Cependant, cela implique une concession sur l'optimalité du décodeur et il y aura un compromis classique à faire entre performance et complexité.

#### 3.2.4 Décodeurs sous-optimaux

La résolution de  $\hat{\mathbf{g}} = \arg \min_{\mathbf{g}} \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\mathbf{g}\|^2$  avec  $\hat{\mathbf{g}} \in \{0, 1\}^{KL}$  est un problème standard d'optimisation quadratique booléenne pour laquelle il existe de nombreuses références dans la littérature [34] [6] [1] [66] [10]. Deux approches ont été développées, l'une basée sur la structure particulière du vecteur  $\hat{\mathbf{g}}$  à déterminer (algorithme LASSO partie 3.2.4.1), l'autre sur la relaxation de contrainte du problème (algorithme SDR partie 3.2.4.2).

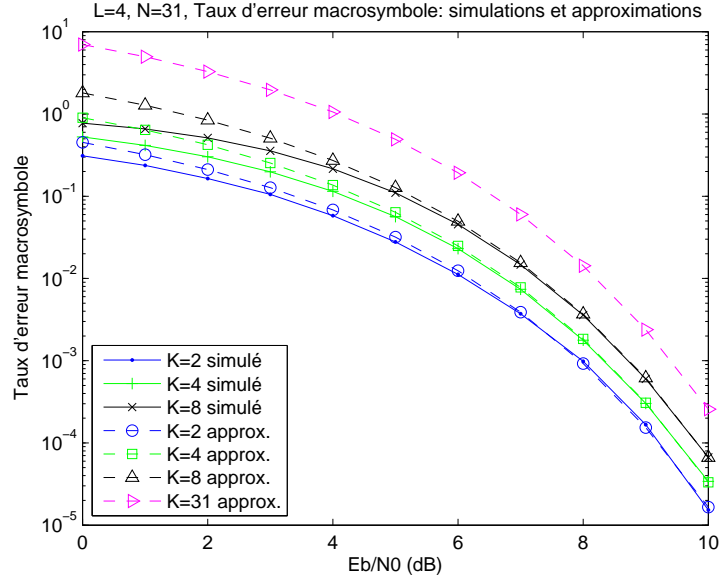


FIGURE 3.12 – Dégradation du taux d’erreur macrosymbole avec l’augmentation du nombre  $K$  de flux,  $N=31$ ,  $L=4$

### 3.2.4.1 Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO)

Une forte charge du système conduit à un vecteur  $\hat{\mathbf{g}}$  creux ou parcimonieux (*sparse*), i.e. contenant peu de valeurs non nulles. Cette propriété permet d’envisager le contournement du problème de la complexité en ayant recours à des décodeurs linéaires adaptés (*sparse linear regressor*) tel que le *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator* (LASSO) [89] [26]. Ce type d’algorithme est bien adapté aux problèmes d’optimisation avec des matrices très larges pour lesquels il faut extraire les données les plus significatives. Pour cela, il utilise une régularisation du problème basée sur la norme  $L_1$  qui a l’avantage de conduire à des solutions parcimonieuses. Pour rappel, la norme  $L_1$  d’un vecteur  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$  correspond à  $\|\mathbf{x}\|_{L_1} = |x_1| + \dots + |x_n|$ .

Le problème devient

$$\text{minimiser } \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}}\|^2 \text{ avec } \tilde{\mathbf{g}} \in \{0, 1\}^{KL} \text{ et la contrainte } \|\tilde{\mathbf{g}}\|_{L_1} \leq s \quad (3.37)$$

avec  $s$  est un paramètre ajustable positif. Quand  $s$  est grand, la contrainte n’a pas d’effet et la solution n’est autre que l’estimateur classique des moindres carrés. Par contre, quand  $s$  diminue,

la solution est une version allégée de l'estimation des moindres carrés et certains de ses éléments sont nuls. Le choix de ce paramètre dépendra du nombre souhaité de valeurs non nulles. Il existe plusieurs approches pour choisir ce nombre, comme la technique de la validation croisée (*cross-validation*). La fonction de coût du problème à minimiser peut s'écrire de manière équivalente

$$\| \mathbf{z} - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{g}} \|^2 + \lambda \|\tilde{\mathbf{g}}\|_{L_1} \quad (3.38)$$

avec  $\lambda$  le paramètre de régularisation dont la valeur est déterminée par rapport à  $s$ . L'implantation initiale pour la résolution de ce problème repose sur des techniques de programmation quadratique issues de l'optimisation convexe mais [26] a depuis proposé un algorithme efficace appelé Least Angle Regression (LAR).

**Least Angle Regression** A partir du vecteur  $\mathbf{z}$  reçu, l'algorithme cherche à déterminer successivement quelles séquences de la matrice  $\mathbf{C}$  ont été transmises. Il se déroule de la façon suivante :

1. Tous les coefficients de  $\tilde{\mathbf{g}}$  sont mis à zéro et le vecteur résidu  $\mathbf{r}$  est initialisé avec  $\mathbf{z}$  ( $\mathbf{r} \leftarrow \mathbf{z}$ )
2. Déterminer l'indice  $j$  de la séquence  $\mathbf{c}_j$  de  $\mathbf{C}$  qui maximise la corrélation  $\mathbf{C}^T \mathbf{r}$
3. Mettre à jour les variables

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &\leftarrow \mathbf{r} - \delta_j \mathbf{c}_j \\ \tilde{\mathbf{g}}_j &\leftarrow \tilde{\mathbf{g}}_j + \delta_j \end{aligned}$$

avec  $\delta_j = \text{signe}(\langle \mathbf{r}, \mathbf{c}_j \rangle)$ . Une autre façon de calculer  $\delta_j$  conduit à d'autres versions du LASSO.

4. Continuer jusqu'à la condition limite. Cela peut être  $\|\tilde{\mathbf{g}}\|_{L_1} > s$  ou bien un nombre maximum de coefficients non nuls.

Une première analyse de cet algorithme révèle qu'il est basé sur des corrélations successives et qu'il ne réalise pas conjointement la détection de toutes les séquences. Ceci implique que les performances seront limitées par les interférences entre les séquences superposées [90]. En revanche, la complexité ne varie pas avec le rapport signal à bruit, comme c'est le cas pour le Sphere Decoding, et est proportionnelle au nombre de flux superposés  $K$ . Elle permet d'effectuer des simulations pour tous les niveaux de charge jusqu'au cas maximum pour  $N = 31$ , i.e.  $L = 32$  et  $K = 31$ . Ce gain par rapport au SD est néanmoins inutile car la concession à faire sur l'optimalité est importante par rapport à des modulations classiques comme le montre la

figure 3.13 pour un système CDM-CCSK avec  $N = 31$ ,  $K = 4$  et  $L = 32$  décodé avec le SD et le LASSO comparé à une QPSK. Pour un TEB de  $10^{-4}$ , la dégradation du  $\frac{E_b}{N_0}$  entre le SD et le LASSO est d'environ 6 dB. L'efficacité en puissance du CDM-CCSK devient plus mauvaise que celle de la QPSK qui par ailleurs possède une meilleure efficacité spectrale. De plus, plus la charge du CDM-CCSK augmente, plus les interférences impactent les performances de la détection jusqu'à la rendre impossible.

D'autre part, l'algorithme ne tient pas compte de la structure particulière du vecteur  $\mathbf{g}$  donnée par la condition (3.3). Des versions du LASSO appelées *Group LASSO* [52] [98] [65] tiennent compte d'une structure groupée dans la recherche du vecteur solution. Cependant, ces algorithmes convergent vers des solutions où la parcimonie s'applique aussi bien à l'intérieur des groupes du vecteur solution qu'aux groupes eux-mêmes. Ainsi certains groupes seront composés entièrement de valeurs nulles ce qui ne remplit pas la condition (3.3).

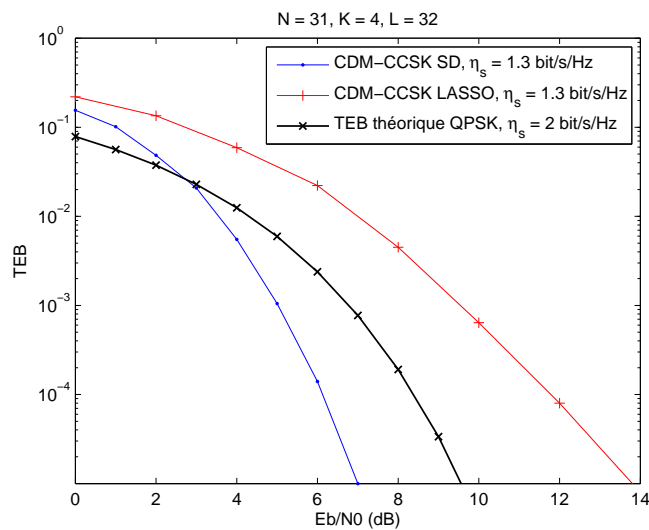


FIGURE 3.13 – Comparaison des taux d'erreur binaire entre le Sphere Decoding et le LASSO,  $N=31$ ,  $K=4$ ,  $L=32$

#### 3.2.4.2 Relaxation Semi-Définie

La Relaxation Semi-définie ou *Semi Definite Relaxation* (SDR) est une technique couramment utilisée pour les problèmes d'optimisation dans les systèmes MIMO [72]. Elle se décompose en trois étapes :



### Redéfinition du problème initial

L'idée est de résoudre, au moins approximativement, le problème d'optimisation au sens du maximum de vraisemblance :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}_{ML} &= \arg \min_{\mathbf{g}} \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\mathbf{g}\|^2, \\
 &\text{avec } \mathbf{g} \in \{0, 1\}^{LK} \\
 &\sum_{l=1}^L g_{(i-1)L+l} = 1, \quad i = \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

On introduit la notation  $\mathbf{f}_i = \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{1}_L$  où  $\mathbf{e}_i$  est le vecteur de longueur  $K$  comportant un 1 en  $i^{\text{ème}}$  position et des 0 ailleurs,  $\mathbf{1}_L$  est le vecteur de longueur  $L$  composé uniquement de 1 et  $\otimes$  le produit de Kronecker. Ainsi  $\mathbf{g}^T \mathbf{f}_i = \sum_{l=1}^L g_{(i-1)L+l}$  et en posant  $\mathbf{g}^T \mathbf{f}_i = 1$ , on impose que chaque flux transmette exactement une séquence parmi les  $L$  à disposition. Le problème (3.39) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g}_{ML} &= \arg \min_{\mathbf{g}} \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\mathbf{g}\|^2, \\
 &\text{avec } \mathbf{g} \in \{0, 1\}^{LK} \\
 &\mathbf{g}^T \mathbf{f}_i = 1, \quad i = \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Le problème (3.40) est symétrisé afin d'effectuer une recherche de solution dans  $\{-1, 1\}$  au lieu de  $\{0, 1\}$ . En posant  $\tilde{\mathbf{g}} = 2\mathbf{g} - \mathbf{1}_{KL}$ , i.e.  $\mathbf{g} = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{g}} + \mathbf{1}_{KL})$ , la fonction de coût peut s'écrire :

$$\|\mathbf{z} - \mathbf{C}\mathbf{g}\|^2 = \|\mathbf{z} - \mathbf{C}\frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{g}} + \mathbf{1}_{KL})\|^2 = \|\tilde{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{g}}\|^2, \quad \text{avec } \tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \frac{1}{2}\mathbf{C}\mathbf{1}_{KL} \text{ et } \tilde{\mathbf{C}} = \frac{1}{2}\mathbf{C}$$

et les contraintes sur la structure :

$$\mathbf{g}^T \mathbf{f}_i = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{g}} + \mathbf{1}_{KL})^T \mathbf{f}_i = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}_i + L) = 1 \Leftrightarrow \tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}_i = 2 - L.$$

En posant  $\tilde{\mathbf{g}}_{ML} = 2\mathbf{g}_{ML} - \mathbf{1}_{KL}$ , le problème (3.40) est équivalent à :

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{g}}_{ML} &= \arg \min_{\tilde{\mathbf{g}}} \|\tilde{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{g}}\|^2, \\
 &\text{avec } \tilde{\mathbf{g}} \in \{-1, 1\}^{LK} \\
 &\tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}_i = -(L-2), \quad i = \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Le problème (3.41) n'est pas homogène. Pour rappel, un problème est homogène si sa fonction de coût et les fonctions de contraintes sont homogènes i.e. ne contiennent pas de termes linéaires. Une technique très courante pour rendre le problème homogène consiste à introduire une variable vide  $t \in \{-1, 1\}$ . La taille du problème et des contraintes augmente et en posant  $\tilde{\mathbf{g}}_{ML} = t^* \tilde{\mathbf{g}}^*$  on a :

$$\begin{aligned}
 (t^*, \tilde{\mathbf{g}}^*) &= \arg \min_{\tilde{\mathbf{g}}} \|t\tilde{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{g}}\|^2, \\
 &\text{avec } t \in \{-1, 1\} \\
 &\tilde{\mathbf{g}} \in \{-1, 1\}^{LK} \\
 &\tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}_i = -(L-2), \quad i = \{1, \dots, K\}.
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

La fonction de coût peut maintenant être écrite sous la forme :

$$\|t\tilde{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{g}}\|^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{g}} \\ t \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{C}} & -\tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{z}} \\ -\tilde{\mathbf{z}} \tilde{\mathbf{C}} & \|\tilde{\mathbf{z}}\|^2 \end{pmatrix}$$

Pour utiliser la Relaxation Semi-Définie, la fonction de coût et les contraintes sont d'abord reformulées comme des problèmes linéaires en fonction de la matrice de rang 1 :  $\mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T$ . Pour la fonction de coût cela conduit simplement à :

$$\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} = \text{tr} \{ \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} \} = \text{tr} \{ \mathbf{Q} \mathbf{x} \mathbf{x}^T \} = \text{tr} \{ \mathbf{Q} \mathbf{X} \}.$$

La contrainte booléenne  $\mathbf{x} \in \{-1, 1\}^{LK+1}$  est équivalente à  $\text{diag} \{ \mathbf{X} \} = \mathbf{1}_{KL+1}$ . Les contraintes d'une séquence émise parmi  $L$  ne peuvent pas être exactement retranscrites avec la matrice  $\mathbf{X}$

mais on peut montrer que

$$\tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}_i = \mathbf{x}^T \begin{pmatrix} \mathbf{f}_i \\ 0 \end{pmatrix} = -(L-2) \Rightarrow \left[ \mathbf{x}^T \begin{pmatrix} \mathbf{f}_i \\ 0 \end{pmatrix} \right]^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{F}_i \mathbf{x} = (L-2)^2$$

avec

$$\mathbf{F}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_i \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_i \\ 0 \end{pmatrix}^T$$

et

$$\mathbf{x}^T \mathbf{F}_i \mathbf{x} = \text{tr} \{ \mathbf{x}^T \mathbf{F}_i \mathbf{x} \} = \text{tr} \{ \mathbf{F}_i \mathbf{x} \mathbf{x}^T \} = \text{tr} \{ \mathbf{F}_i \mathbf{X} \} = (L-2)^2,$$

qui est aussi une contrainte linéaire en  $\mathbf{X}$ . On remarque qu'avec cette formulation, on a perdu l'information sur le signe dans le sens où  $\text{tr} \{ \mathbf{F}_i \mathbf{X} \} = (L-2)^2$  implique que  $\tilde{\mathbf{g}}^T \mathbf{f}_i = \pm(L-2)$ . Il est possible qu'on obtienne alors des solutions correspondant à des flux transmettant toutes les séquences sauf une, inversions aisément résolubles.

En combinant ces différentes expressions, on obtient le problème équivalent au problème (3.40) à l'exception de la perte du signe et la redéfinition donne :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^* &= \arg \min_{\mathbf{X}} \text{tr} \{ \mathbf{Q} \mathbf{X} \} \\ &\text{avec } \mathbf{X} \text{ semi-définie positive} \\ &\text{rang} \{ \mathbf{X} \} = 1 \\ &\text{diag} \{ \mathbf{X} \} = \mathbf{1}_{KL+1} \\ &\text{tr} \{ \mathbf{F}_i \mathbf{X} \} = (L-2)^2, \quad i = \{1, \dots, K\}. \end{aligned} \tag{3.43}$$

### Relaxation de la contrainte

La seule difficulté dans la résolution de ce problème est la contrainte sur le rang qui rend l'ensemble non-convexe. L'approche usuelle à l'origine de la dénomination de la technique est de relâcher cette contrainte et de considérer le problème :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{X}^* &= \arg \min_{\mathbf{X}} tr \{ \mathbf{QX} \} \\
 &\text{avec } \mathbf{X} \text{ semi-définie positive} \\
 &diag \{ \mathbf{X} \} = \mathbf{1}_{LK+1} \\
 &tr \{ \mathbf{F}_i \mathbf{X} \} = (L - 2)^2, \quad i = \{1, \dots, K\}
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

qui peut être résolu efficacement avec une complexité polynomiale grâce à des logiciels standards d'optimisation comme la *CVX Matlab Toolbox* ou *CPLEX*.

#### Randomisation

La solution obtenue  $\mathbf{X}^*$  n'est pas directement exploitable à cause de la redéfinition du problème. Il faut en extraire une approximation de la solution au problème initial. Une méthode efficace pour cela est la randomisation. Elle consiste à voir la matrice  $\mathbf{X}^*$  comme une matrice de corrélation utilisée pour générer un ensemble de  $S$  vecteurs candidats  $\mathbf{x}_i, i = \{1, \dots, S\}$  tels que :

$$\mathbf{x}_i = [\mathbf{X}^*]^{1/2} \mathbf{u}_i \quad \text{avec } \mathbf{u}_i \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I})$$

où les vecteurs  $\mathbf{u}_i$  suivent une loi normale de moyenne nulle et de matrice de covariance, la matrice identité  $\mathbf{I}_{LK+1}$

Les  $\mathbf{x}_i$  peuvent être interprétés comme des combinaisons aléatoires des vecteurs propres de  $\mathbf{X}^*$  où les coefficients pondérateurs dans la combinaison correspondent aux valeurs propres associées à ces vecteurs propres. Pour chaque tirage aléatoire, on va déduire un vecteur solution  $\mathbf{x}_i$  duquel on déduit un vecteur  $\mathbf{g}_i$  solution au problème (3.40) originel en posant  $\mathbf{g}_i = \mathbf{x}_i(1 : LK) \times \mathbf{x}_i(LK + 1)$ .

Finalement, le vecteur solution  $\mathbf{g}_i^*$  retenu parmi les  $S$  de l'ensemble sera celui qui minimisera la fonction de coût originelle  $\| \mathbf{z} - \mathbf{Cg}_i \|^2$ . Plus le nombre de tirages est important, plus la solution déterminée est fiable mais plus le temps de résolution s'allonge et donc encore une fois il y a un compromis à faire entre complexité et performance.

#### Performances

Pour un système CDM-CCSK avec  $N = 31, K = 4, L = 32, S = 10^5$  tirages dans l'étape

de randomisation et l'utilisation de la *CVX Matlab Toolbox* pour la résolution, les taux d'erreur macrosymbole et bit obtenus par simulation sont donnés sur la figure 3.14. Le niveau de charge choisi reste faible comparé au maximum possible. On constate que les taux d'erreur atteignent un plancher lorsque le SNR augmente ce qui ne laisse pas augurer de meilleures performances avec l'augmentation de la charge. Le gain obtenu sur la complexité rendent possibles des simulations avec des niveaux de charge supérieurs. Cependant, ces derniers impliquent une augmentation du nombre de variables et de contraintes à gérer par l'algorithme et donc *in fine* une augmentation rédhibitoire de la complexité du problème (voir tableau récapitulatif 3.2).

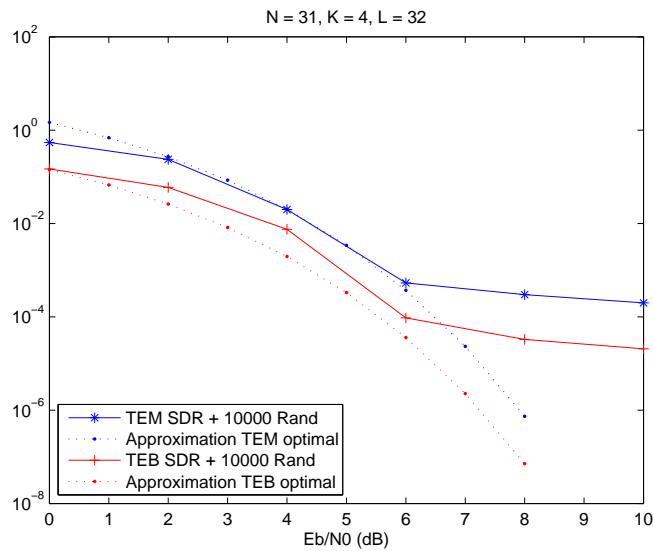


FIGURE 3.14 – Comparaison des taux d'erreur macrosymbole et binaire entre le détecteur sous-optimal SDR et l'approximation des performances optimales pour  $N=31, K=4, L=32$

### 3.2.4.3 Conclusion sur les détecteurs sous-optimaux

Les deux approches sous-optimales décrites ci-dessus n'apportent pas de solutions satisfaisantes au problème d'implémentation induit par le Sphere Decoding. Bien que la complexité diminue, les temps de simulation pour de fortes charges restent conséquents et les pénalités sur les performances sont rédhibitoires pour considérer de tels détecteurs. Le tableau 3.2 récapitule les performances des algorithmes optimaux et sous-optimaux en termes de complexité et de performance.

Lecture du tableau

- (+++): Très faible complexité / Performance optimale
- (++): Faible complexité / Performance non optimale, faible dégradation
- (+): Complexité moyenne / Performance non optimale, dégradation moyenne
- (-): Forte complexité / Performance non optimale, forte dégradation
- (--): Très forte complexité / Performance non optimale, très forte dégradation
- (---): Irréalisable / Indécodable

$N = 31, L = 32$						
	<i>Complexité</i>			<i>Performance</i>		
<i>Nombre flux K</i>	<i>SD/GSD</i>	<i>LASSO</i>	<i>SDR</i>	<i>SD/GSD</i>	<i>LASSO</i>	<i>SDR</i>
2	++	+++	++	+++	++	+
3	+	+++	++	+++	+	+
4	-	+++	+	+++	-	-
5	--	+++	+	+++	---	--
6	---	+++	+	+++	---	---
8	---	+++	-	+++	---	---
10	---	+++	--	+++	---	---
20	---	+++	---	+++	---	---
31	---	+++	---	+++	---	---

TABLE 3.2 – Récapitulatif des performances des algorithmes optimaux et sous-optimaux pour  $N = 32, L = 32$  et  $K$  variable

### 3.3 Etude à forte charge

L'efficacité en puissance de la forme d'onde proposée dépend de la capacité du récepteur à détecter les séquences transmises à partir des échantillons du macrosymbole bruité reçu. Pour cela, l'unicité des macrosymboles est une condition nécessaire quelle que soit la charge. Le nombre de motifs différents nécessaire  $N_{macro}$  est donné par les paramètres de charge soit  $N_{macro} = L^K$ . Pour la longueur de séquence considérée dans les exemples précédents ( $N = 31$ ) et de forts niveaux de charge ( $L = 32, K > 5$ ), la vérification de l'unicité des macrosymboles par

une revue exhaustive des séquences devient impossible. Cependant en étudiant le cas asymptotique ( $K = N$ ,  $L = N + 1$ ), on peut démontrer qu'il existe un niveau de charge à partir duquel l'unicité des macrosymboles n'est plus respectée.

#### Justification

A pleine charge ( $K = N$ ,  $L = N + 1$ ), le nombre de macrosymboles uniques nécessaire vaut  $L^K = (N + 1)^N$ . Les  $N$  chips des macrosymboles prennent leurs valeurs dans l'ensemble  $\{-K, -K + 2, \dots, +K - 2, +K\}$  qui contient  $K + 1$  éléments. Si toutes les combinaisons de valeurs étaient possibles, on aurait exactement  $(K + 1)^N = (N + 1)^N$  combinaisons. Or, elles ne sont pas toutes possibles car construites à partir de séquences de Gold. Considérons un exemple simple : la combinaison composée de  $N$  chips valant tous  $+K$  n'existe pas car elle serait le résultat de la somme de  $K = N$  séquences identiques composées uniquement de 1. Or les macrosymboles sont composés de séquences binaires toutes différentes, ce cas de figure est donc exclu.

Si cela prouve qu'un seuil de charge existe, il est difficile de le quantifier car il varie en fonction des paramètres  $N$ ,  $K$  et  $L$ . Nous proposons d'étudier plus en détail un cas particulier pour une faible longueur de séquence ( $N = 7$ ) réduisant ainsi la complexité et la durée des simulations avec pour objectif de déterminer si un compromis intéressant existe entre l'efficacité en puissance et l'efficacité spectrale.

#### 3.3.1 Etude de cas pour une longueur de séquence $N=7$

Pour cette longueur de séquence, nous pouvons dans un premier temps déterminer grâce à une revue exhaustive des séquences le niveau de charge pour lequel la redondance des macrosymboles apparait. Le tableau 3.3 regroupe les résultats obtenus. Le paramètre  $L$  étant décisif pour l'efficacité en puissance et spectrale, il est fixé à sa plus haute valeur possible ( $L = N + 1$ ). Plus  $K$  augmente, plus la redondance est forte et le nombre de macrosymboles disponibles chute.

$N = 7, L = 8$						
K	2	3	4	5	6	7
Nombre de macrosymboles uniques nécessaires	64	512	4096	32768	262144	2097152
Nombre trouvé par revue exhaustive	58	344	1636	6024	18640	49752
Rapport (%)	90.6	67.2	39.9	18.38	7.11	2.37

TABLE 3.3 – Disponibilité de macrosymboles uniques en fonction de la charge pour  $N=7$

La redondance des macrosymboles implique que l'approche parallélisant des flux d'information développée précédemment considérant  $K$  modulateurs indépendants n'est plus applicable. Pour contourner ce problème, nous proposons une nouvelle approche [25] basée sur la sélection d'un ensemble de macrosymboles pour former un alphabet composé d'éléments uniques. En définissant  $M$  la taille de l'alphabet, cette nouvelle approche permet de moduler  $\log_2 M$  bits par macrosymbole. Le format multi-flux est remplacé par un format avec un seul flux d'information modulé par cet alphabet.

### Construction du nouvel alphabet

D'après le tableau 3.3, on voit que pour une charge maximale ( $L = 8, K = 7$ ), bien que le pourcentage d'unicité soit faible, le nombre de macrosymboles disponibles est le plus grand. En gardant en mémoire l'objectif de fournir un schéma à haute efficacité spectrale, ce cas présente la meilleure perspective. L'alphabet disponible est donc composé des 49752 macrosymboles uniques issus des  $L^K = 8^7 = 2097152$  combinaisons du système CDM-CCSK pour une charge maximale. Pour  $N = 7$ , les chips des macrosymboles prennent leurs valeurs dans l'ensemble  $\{-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7\}$ .

### Puissance moyenne des macrosymboles

D'après l'équation (3.1), un macrosymbole  $x[n]$  est la somme de  $K$  séquences  $c_i, i \in [1, \dots, K]$



et peut s'écrire  $x[n] = \sum_{i=1}^K c_i$ . La puissance moyenne d'un macrosymbole se définit par :

$$\begin{aligned}
 P_{moy} &= E \left[ |x[n]|^2 \right] \\
 &= E \left[ \left| \sum_{i=1}^K c_i \right|^2 \right] \\
 &= E \left[ \sum_{i=1}^K |c_i|^2 + 2 \sum_{i \neq j} \langle c_i, c_j \rangle \right] \\
 &= \sum_{i=1}^K E \left[ |c_i|^2 \right] + 2 \sum_{i \neq j} E \left[ \langle c_i, c_j \rangle \right] \tag{3.45}
 \end{aligned}$$

Dans l'approche multiutilisateur, les séquences sont indépendantes car toutes les combinaisons de séquences sont possibles. Ainsi le second terme dans (3.45) est nul et la puissance moyenne s'écrit :

$$\begin{aligned}
 P_{moy} &= \sum_{i=1}^K E \left[ |c_i|^2 \right] \\
 &= K \tag{3.46}
 \end{aligned}$$

Ce résultat se retrouve par simulation sur la figure 3.15-(a) donnant la distribution de la puissance des  $L^K$  macrosymboles issus de l'approche multiutilisateur pour  $N = 7$ ,  $L = 8$  et  $K = 7$ . La puissance moyenne est tracé en pointillé et correspond bien à la valeur de  $K$ .

Dans la nouvelle approche monutilisateur, la sélection des macrosymboles uniques et donc des combinaisons de séquences conduit à une interdépendance des séquences et les simplifications dans l'équation (3.45) ne sont plus possibles. Une étude par simulation conduit à la distribution de la figure 3.15-(b). La puissance moyenne tracée en pointillé est supérieure à  $K$ . Il faut tenir compte de ce résultat dans le calcul du bruit lors des simulations. Afin de minimiser cette augmentation lors de la sélection d'ensembles restreints (voir partie 3.3.3), les macrosymboles uniques seront choisis par puissance croissante.

A noter que la modulation en quadrature de deux macrosymboles proposée pour améliorer l'efficacité spectrale (partie 3.2) est toujours valable avec la nouvelle approche et implique un doublement de la puissance moyenne par macrosymbole complexe (voir la distribution des niveaux de puissance sur la figure 4.4-(a)).

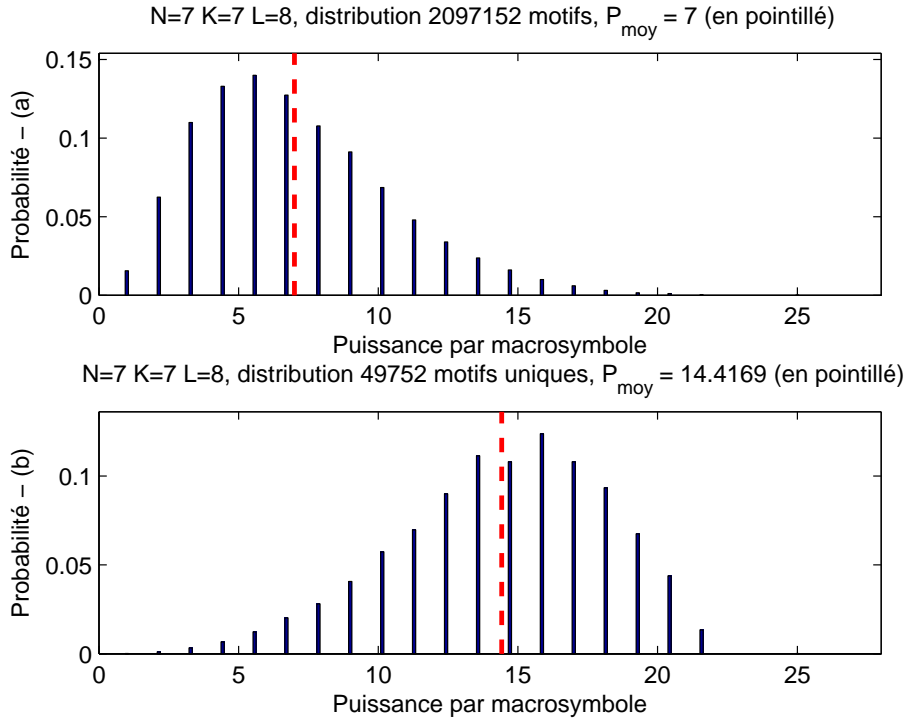


FIGURE 3.15 – Distribution des puissances des macrosymboles avant (a) et après sélection des motifs uniques (b) pour  $N=7$ ,  $K=7$ ,  $L=8$

### Récepteur

En réception, l'information est décodée en utilisant la règle de décision optimale donnée par (3.6) :  $\hat{\mathbf{y}} = \arg \min \| \mathbf{z} - \tilde{\mathbf{y}} \|^2$ . La solution peut être, dans ce scénario de complexité limitée, directement cherchée parmi les  $M$  macrosymboles composant l'alphabet et ce, pour les deux macrosymboles modulés en quadrature. La complexité du récepteur est linéaire en  $M$ .

### 3.3.2 Etude analytique des performances

#### Efficacité spectrale

L'efficacité spectrale dépend de la taille  $M$  de l'alphabet retenue. Lors de la transmission, les composantes en phase (I) et quadrature (Q) sont considérées et on suppose une démodulation

cohérente. Chaque macrosymbole codant  $n = \log_2 M$ , l'efficacité spectrale s'écrit :

$$\eta_s = 2 \frac{\log_2 M}{N}. \quad (3.47)$$

### Probabilité d'erreur sur les bits

Comme pour l'étude des systèmes à faible charge, l'évaluation des performances de détection en termes de taux d'erreur binaire est déduite à partir d'une borne intelligente basée sur l'approximation des plus proches voisins. Pour un macrosymbole  $\mathbf{z}_i$  ( $i \in [1, \dots, M]$ ), ceux-ci sont définis comme les macrosymboles  $\mathbf{z}_j$  tels que  $\|\mathbf{z}_i - \mathbf{z}_j\|^2 = d_{min}^2$  avec  $d_{min}$  la plus petite distance entre deux macrosymboles de l'alphabet. Cette distance minimale est la même que celle définie dans la section 3.2.1. En effet, les macrosymboles les plus proches sont ceux qui ne diffèrent que d'une séquence dans leur décomposition en séquences de Gold. D'après la méthode d'attribution retenue du 3.1.2, cela conduit à  $d_{min} = \sqrt{2(N+1)}$ . Le taux d'erreur bit peut être exprimé par :

$$P(e) = P(e|\hat{\mathbf{z}} \neq \mathbf{z})P(\hat{\mathbf{z}} \neq \mathbf{z}), \quad (3.48)$$

où  $\mathbf{z}$  représente le macrosymbole émis,  $\hat{\mathbf{z}}$  le macrosymbole estimé et  $e$  une erreur parmi les  $n = \log_2 M$  bits correspondant à  $\mathbf{z}$ . Tous les macrosymboles sont équiprobables et indépendants mais n'ont pas la même puissance, ni le même nombre de plus proches voisins. En conséquence,  $P(e)$  peut se décomposer en :

$$P(e) = \sum_{i=1}^M P(e|\hat{\mathbf{z}} \neq \mathbf{z}_i)P(\hat{\mathbf{z}} \neq \mathbf{z}_i)P(\mathbf{z} = \mathbf{z}_i). \quad (3.49)$$

D'après l'approximation des plus proches voisins, valable pour de forts SNR, on a  $P(\hat{\mathbf{z}} \neq \mathbf{z}_i) \approx N_{NN}(i)Q\left(\frac{d_{min}}{2\sigma}\right)$ , où  $N_{NN}(i)$  représente le nombre de plus proches voisins pour le macrosymbole  $i$ . Ce qui conduit à

$$P(e) \approx \frac{1}{M} \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^n P(e = j|\hat{\mathbf{z}} \neq \mathbf{z}_i)P(e = j)N_{NN}(i) \right] Q\left(\frac{d_{min}}{2\sigma}\right) \quad (3.50)$$

où  $P(e = j)$  est la probabilité qu'une erreur ait lieu sur le bit  $j$  de  $\mathbf{z}_i$ ,  $j \in [1, \dots, n]$ . Il vient

$$P(e) \approx \frac{1}{M} \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^n \frac{N_{NN}(i, j)}{N_{NN}(i)} N_{NN}(i) \right] Q\left(\frac{d_{min}}{2\sigma}\right) \quad (3.51)$$

où  $N_{NN}(i, j)$  est le nombre de plus proches voisins pour le macrosymbole  $\mathbf{z}_i$  dont le  $i^{\text{ème}}$  bit est différent. Sa valeur dépend de la manière dont est fait le mapping bit/macrosymbole et de la taille de l'alphabet considéré dans le système. On déduit finalement :

$$P(e) \approx \frac{1}{M} \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^n N_{NN}(i, j) \right] Q \left( \frac{d_{min}}{2\sigma} \right). \quad (3.52)$$

Sous une forme plus compacte, en posant

$$\overline{N_{NN}} = \frac{1}{M} \frac{1}{n} \left[ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^n N_{NN}(i, j) \right]$$

et en utilisant l'expression de l'efficacité en puissance donnée par (3.18), l'approximation du taux d'erreur binaire pour le système proposé est donnée par :

$$P(e) = TEB \approx \overline{N_{NN}} Q \left( \frac{d_{min}}{2\sigma} \right) = \overline{N_{NN}} Q \left( \sqrt{\frac{\eta_p \varepsilon_b}{2 N_0}} \right). \quad (3.53)$$

#### Efficacité en puissance

L'équation (3.53) peut être comparée aux expressions des taux d'erreur binaire théoriques des modulations d'amplitude et de phase classiques qui peuvent être exprimées sous la forme [63] :

$$TEB = \alpha Q \left( \sqrt{\beta \frac{\varepsilon_b}{N_0}} \right). \quad (3.54)$$

Le calcul et l'analyse de  $\beta$  permet de déterminer le comportement des courbes d'erreur avec l'augmentation du SNR.  $\alpha$  est un coefficient de proportionnalité qui ne dépend pas de  $\frac{\varepsilon_b}{N_0}$ .

Lorsque  $\alpha$  et  $\beta$  sont connus, on peut déduire de (3.54) le  $\varepsilon_b/N_0$  requis pour atteindre un  $TEB_0$  cible

$$\frac{\varepsilon_b}{N_0} = \frac{1}{\beta} \left[ Q^{-1} \left( \frac{1}{\alpha} TEB_0 \right) \right]^2 \quad (3.55)$$

et dériver l'expression du gain apporté sur l'efficacité en puissance par la forme d'onde CDM-CCSK par rapport à des modulations d'amplitude et de phase de référence :

$$G = 10 \log_{10} \left( \frac{\left( \frac{\varepsilon_b}{N_0} \right)_{MOD}}{\left( \frac{\varepsilon_b}{N_0} \right)_{CDM-CCSK}} \right) \quad (3.56)$$

où  $\left(\frac{\varepsilon_b}{N_0}\right)_{MOD}$  est le  $\frac{\varepsilon_b}{N_0}$  requis pour garantir le TEB cible avec une modulation classique d'ordre  $M'$  ( $M'$ -PSK and  $M'$ -QAM) et  $\left(\frac{\varepsilon_b}{N_0}\right)_{CDM-CCSK}$  celui pour le schéma proposé (voir tableau 3.4).

### 3.3.3 Résultats de simulation

Dans cette étude, nous avons donc considéré des codes de Gold de longueur  $N = 7$  et recherché les macrosymboles uniques avec des paramètres de charge  $K = 7$  et  $L = 8$  donnant l'efficacité spectrale maximale. L'ensemble  $E$  déterminé comporte 49752 éléments uniques et la distance minimale entre ces éléments vaut  $d_{min} = \sqrt{2(N+1)} = \sqrt{16} = 4$ . Afin de mettre en lumière l'intérêt de ce format de modulation par rapport à des modulations existantes, nous définissons des sous-ensembles de  $E$  contenant moins de macrosymboles :

- $M = 2^{14}$  avec modulation en quadrature, donne la même efficacité spectrale que la modulations 16-QAM ou la modulation 16-APSK proposée dans la norme DVB-S2 [29] :

$$\eta_s = 2 \frac{\log_2(M)}{N} = 2 \frac{14}{7} = \log_2(16) = 4 \text{ bit/s/Hz}$$

- $M = 2^{11}$  avec modulation en quadrature, donne approximativement la même efficacité spectrale que la modulation 8-PSK, également proposée dans les spécifications de la norme DVB-S2 :

$$\eta_s = 2 \frac{\log_2(M)}{N} = 2 \frac{11}{7} \simeq 3.14 \simeq \log_2(8) = 3 \text{ bit/s/Hz}$$

- $M = 2^7$  avec modulation en quadrature, donne la même efficacité spectrale que la modulation QPSK, retenue dans les normes DVB-S et DVB-S2 :

$$\eta_s = 2 \frac{\log_2(M)}{N} = 2 \frac{7}{7} = \log_2(4) = 2 \text{ bit/s/Hz}$$

Le tableau 3.4 compare les efficacités en puissance et spectrale des schémas considérés. On constate une amélioration de l'efficacité en puissance dans tous les cas par rapport aux modulations classiques présentant la même efficacité spectrale. Et inversement, pour une efficacité en puissance donnée, l'efficacité spectrale est améliorée.

	$\eta_P$		$\eta_s$		$\beta$	
QPSK/CDM-CCSK $2^7$	4	6.06	2	2	2	3.03
8-PSK/CDM-CCSK $2^{11}$	1.76	4.514	3	3.14	0.88	2.26
16-APSK/CDM-CCSK $2^{14}$	1.05	3.18	4	4	< 0.8	1.59
16-QAM/CDM-CCSK $2^{14}$	1.6	3.18	4	4	0.8	1.59

TABLE 3.4 – Comparaison des efficacités en puissance et spectrale entre le CDM-CCSK et des modulations classiques pour la diffusion par satellite

La figure 3.16 montre le gain sur le rapport  $\frac{E_b}{N_0}$  requis selon le taux d'erreur binaire visé pour plusieurs configurations d'après les équations (3.55) et (3.56) et comparé aux modulations QPSK, 8-PSK et 16-QAM.

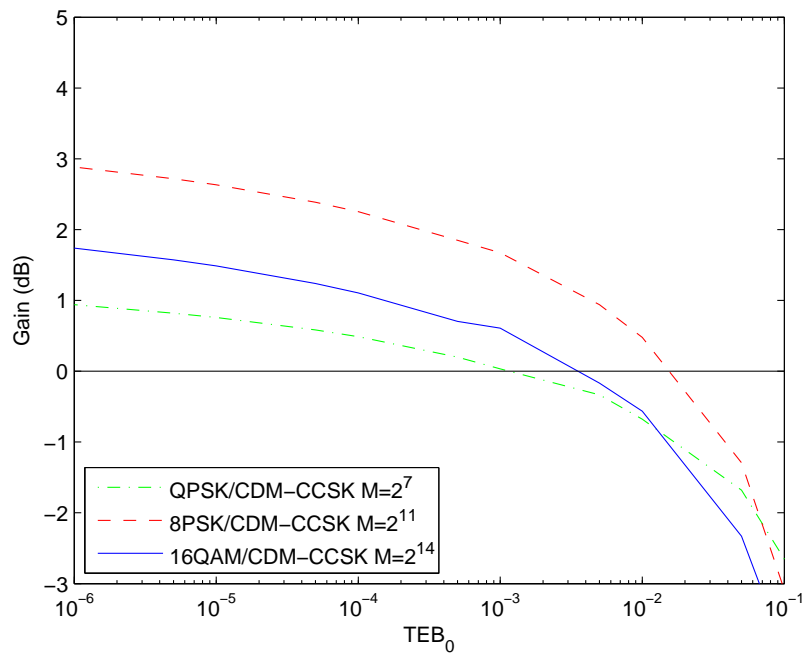


FIGURE 3.16 – Gain sur l'efficacité en puissance en fonction d'un TEB cible

Pour un alphabet de  $M = 2^{14}$  macrosymboles, la figure 3.17 compare le taux d'erreur binaire évalué par simulation du CDM-CCSK en fonction du rapport signal à bruit et le compare aux TEB de la 16-APSK et de la 16-QAM. L'efficacité spectrale est la même pour les trois

modulations ( $4 \text{ bit/s/Hz}$ ) et le schéma proposé présente de meilleures performances en termes de TEB pour un  $\frac{\varepsilon_b}{N_0} > 8.78 \text{ dB}$  comparé à la 16-APSK et pour un  $\frac{\varepsilon_b}{N_0} > 9.14 \text{ dB}$  comparé à la 16-QAM. Ceci se retrouve dans l'expression du taux d'erreur donnée par (3.54). En effet le facteur multiplicatif  $\beta$  en argument de la fonction  $Q$  est plus grand dans l'expression du CDM-CCSK que pour les modulations classiques et ainsi implique de meilleures performances avec l'augmentation du SNR. On vérifie également la validité de l'approximation du TEB donnée par l'équation (3.53).

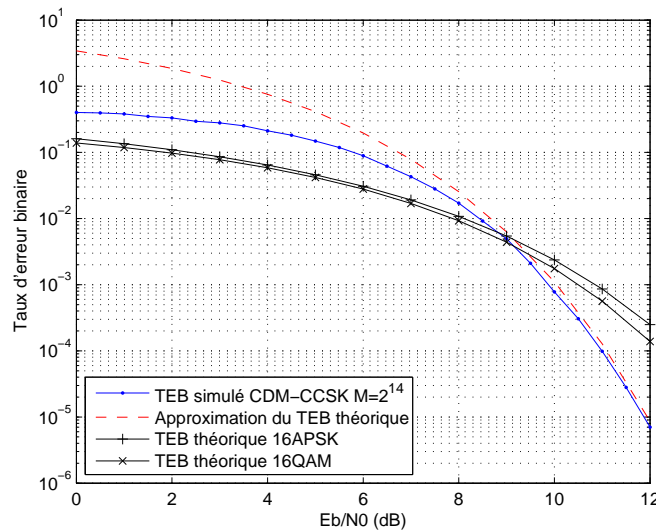


FIGURE 3.17 – Comparaison du taux d'erreur binaire du CDM-CCSK pour  $M = 2^{14}$  avec des modulations de même efficacité spectrale

*Remarque :* Le paramètre  $\beta$  peut facilement être déterminé pour les modulations QPSK, 8-PSK et 16-QAM. En revanche, pour la 16-APSK cela s'avère plus compliqué car il n'existe pas d'expression du taux d'erreur théorique de la forme  $BER = \alpha Q\left(\sqrt{\beta \frac{\varepsilon_b}{N_0}}\right)$ . Cependant, comme illustré sur la figure 3.17, le taux d'erreur binaire en fonction du SNR décroît plus rapidement pour la modulation 16-QAM que pour la 16-APSK donc la comparaison est quand même en faveur du CDM-CCSK.

Les figures 3.18 et 3.19 présentent les performances du système proposé et les approximations données par (3.53) pour les autres configurations considérées :  $M = 2^7$  comparé à la QPSK et  $M = 2^{11}$  comparé à la 8PSK.

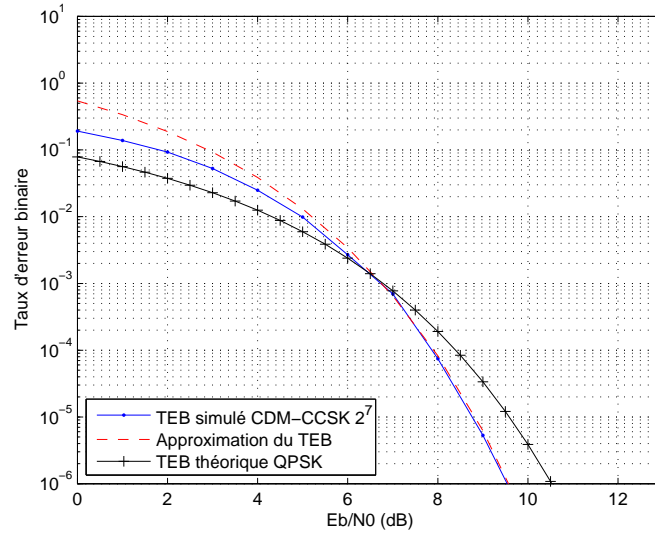


FIGURE 3.18 – Comparaison du taux d’erreur binaire du CDM-CCSK pour  $M = 2^7$  avec une modulation de même efficacité spectrale

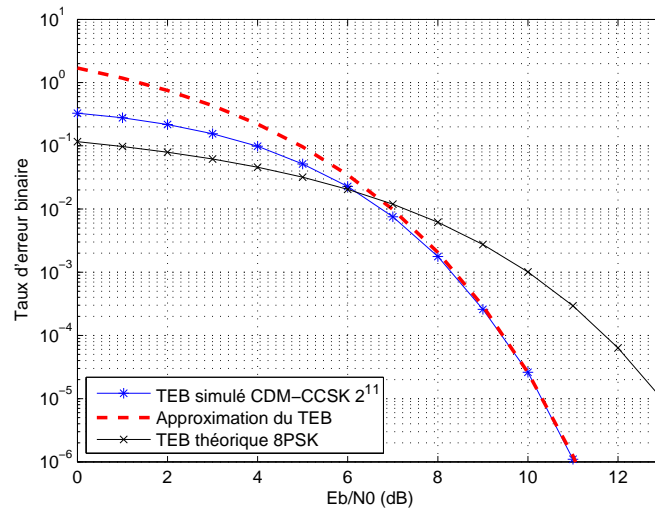


FIGURE 3.19 – Comparaison du taux d’erreur binaire du CDM-CCSK pour  $M = 2^{11}$  avec une modulation de même efficacité spectrale



### **3.4 Conclusion sur la forme d'onde CDM-CCSK**

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle forme d'onde basée sur une combinaison de Cyclic Code Shift Keying avec du Code Division Multiplexing et l'utilisation judicieuse de séquences de Gold. Pour de faibles charges, un détecteur multi-flux optimal a été efficacement implanté grâce à l'algorithme du Sphere Decoding. Les résultats obtenus montrent qu'une amélioration simultanée des efficacités en puissance et spectrale est envisageable avec l'augmentation de la charge. Cependant, à partir d'un niveau de charge élevé, l'apparition de redondance dans les macrosymboles est inévitable comme justifié en début de section 3.3. Une nouvelle approche a été proposée, basée sur une sélection préalable de macrosymboles uniques et d'un détecteur monoutilisateur. L'étude d'un cas à complexité limitée montre que l'on peut espérer des taux d'erreur binaires présentant des perspectives intéressantes par rapport aux modulations à efficacité spectrale équivalente rencontrées dans les standards actuels. Pour les deux approches, un doublement de l'efficacité spectrale est obtenu en modulant les macrosymboles en quadrature et grâce à une démodulation cohérente en réception.

Les résultats présentés ne prennent pas en compte le codage canal qui détermine les points de fonctionnement à considérer pour une modulation donnée. Dans le standard DVB-S2 [29], le code LDPC permet d'atteindre des points de fonctionnement pour des transmissions à très faible taux d'erreur ou *Quasi Error Free* (QEF) avec un  $\frac{E_b}{N_0}$  inférieur à 3.9 dB pour la modulation QPSK, 6.7 dB pour la modulation 8-PSK et 7.6 dB pour la modulation 16-APSK. Sur les performances non codées présentées dans les figures 3.17, 3.18 et 3.19, si l'on réutilise le codage canal spécifié dans le standard DVB-S2, la modulation proposée n'offre pas de gain potentiel pour les  $\frac{E_b}{N_0}$  énoncés ci-dessus. Cependant, nous avons déjà relevé que le taux d'erreur bit du CDM-CCSK n'avait pas la même décroissance en fonction du SNR que les modulations proposées dans le standard. Cela suggère que l'utilisation d'un codage canal adapté exploitant cette décroissance et la structure particulière de la modulation pourrait offrir de meilleures performances qu'une simple association du CDM-CCSK avec le codeur LDPC du DVB-S2 (voir chapitre 5).



# Chapitre 4

## Techniques multiporteuses

Ce chapitre explore l'application de techniques multiporteuses de type OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) sur la forme d'onde CDM-CCSK définie au chapitre précédent. Ce format présente plusieurs avantages par rapport à la structure de la forme d'onde basée sur des macrosymboles dont la puissance varie d'un macrosymbole à l'autre.

L'OFDM présente cependant un rapport puissance crête à puissance moyenne (Peak-to-Average-Power Ratio ou PAPR) qui peut être pénalisant pour des applications satellite. Une analyse de la distribution du PAPR est menée ainsi que l'étude de l'impact des non-linéarités via un modèle théorique et de l'apport des techniques de réduction du PAPR.

D'autre part, il a été montré dans [88] qu'un gain potentiel en efficacité spectrale était possible dans un canal Gaussien, en réduisant la taille du préfixe cyclique par rapport à une forme d'onde DVB-S2 monoporteuse.

### 4.1 Motivation

Les transmissions par satellite nécessitent l'utilisation d'amplificateurs de puissance ou *High Power Amplifier* (HPA) à bord des satellites. Ceux-ci introduisent des distorsions non-linéaires dans la chaîne de transmission qui sont à l'origine du bruit dit d'intermodulation affectant les signaux transmis et d'interférences entre les composantes I et Q du signal. Les distorsions affectent l'amplitude (distorsions AM/AM) et la phase (distorsions AM/PM) du signal en entrée de l'amplificateur dégradant significativement la capacité de détection du récepteur. Si l'enveloppe complexe du signal en entrée est de la forme  $x(t) = A(t)e^{j\theta(t)}$ , le signal amplifié

en sortie du HPA s'écrit :

$$y(t) = f[A(t)] e^{j(\theta(t)+g[A(t)])} \quad (4.1)$$

où  $f(t)$  est la réponse en amplitude de l'amplificateur (caractéristique AM/AM) et  $g(t)$  la réponse en phase (caractéristique AM/PM). La première donne l'amplitude du signal de sortie en fonction de l'amplitude du signal d'entrée et la seconde, l'erreur sur la phase du signal de sortie en fonction de l'amplitude du signal d'entrée. Il existe plusieurs modèles pour décrire ces caractéristiques dépendant de la technologie de l'amplificateur (*Solid State Power Amplifier* (SSPA) [13], *Travelling Wave Tube Amplifier* (TWTA) [77]). Le contexte qui nous intéresse est celui de la diffusion qui se fait par satellite géostationnaires et pour lesquels la technologie TWTA est la plus utilisée. Les courbes AM/AM et AM/PM de ce modèle sont définies par :

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{\alpha A_{in}}{1 + \beta A_{in}^2} \\ g(t) &= \frac{\alpha' A_{in}^2}{1 + \beta' A_{in}^2} \end{aligned} \quad (4.2)$$

avec  $A_{in}$ , l'amplitude du signal d'entrée et  $\alpha, \beta, \alpha'$  et  $\beta'$  des paramètres définis dans [77].

Une courbe AM/AM typique est donnée sur la figure 4.1. La courbe est linéaire pour de faibles valeurs de l'amplitude d'entrée et tend vers un comportement non-linéaire à mesure que l'amplitude se rapproche de la saturation.

Pour minimiser les distorsions et le bruit d'intermodulation liés au comportement non-linéaire, le point de fonctionnement de l'amplificateur est choisi avec un recul par rapport au point de saturation. Ce recul en entrée ou *Input Back-Off* (IBO) est visible sur la figure 4.1. La conséquence après amplification est une diminution de la puissance du signal sortant, traduite par un recul en sortie ou *Output Back-Off* (OBO) par rapport à la puissance de saturation du HPA. On définit l'IBO et l'OBO en décibel par :

$$\begin{aligned} IBO &= 10 \log_{10} \left( \frac{P_{in}}{P_{sat}} \right) \\ OBO &= 10 \log_{10} \left( \frac{P_{out}}{P_{sat}} \right) \end{aligned}$$

avec  $P_{in}$  la puissance du signal d'entrée,  $P_{out}$  la puissance du signal de sortie et  $P_{sat}$  la puissance au point de saturation (généralement normalisée à 1).

La réduction des distorsions implique une utilisation sous-optimale des amplificateurs et

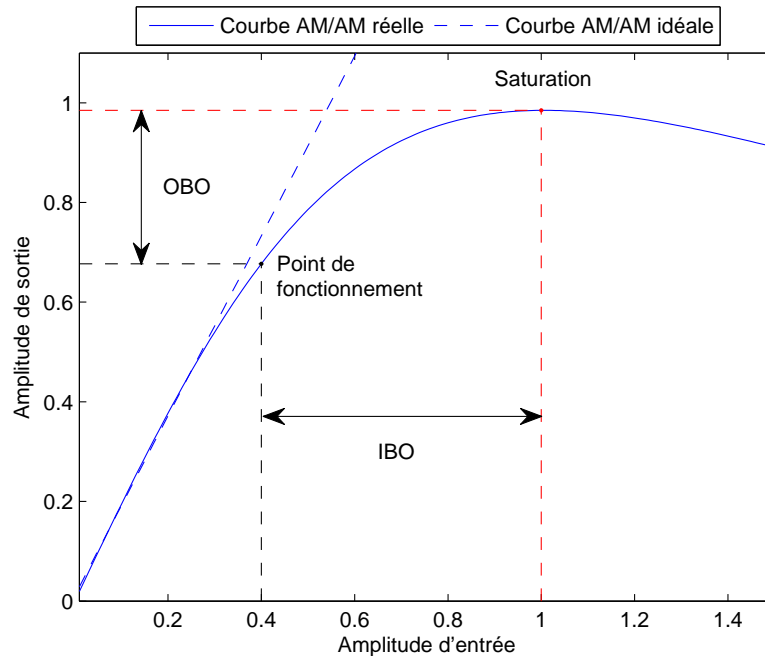


FIGURE 4.1 – Courbe AM/AM typique comparée à une courbe AM/AM idéale

une perte de puissance dans le bilan de liaison car le rendement des amplificateurs est meilleur à saturation. Il existe donc un point de fonctionnement optimal offrant le meilleur compromis entre réduction des distorsions et efficacité de l'amplification. La variation de la puissance du signal d'entrée et notamment son maximum, vont directement impacter le choix de ce dernier.

La forme d'onde CDM-CCSK est basée sur l'émission de macrosymboles modulés en quadrature et composés de chips sujets à de grandes fluctuations d'amplitude. En considérant une transmission monoporteuse, on observe les variations de la puissance instantanée des chips données sur la figure 4.2-(a) et de la puissance moyenne par macrosymbole sur la figure 4.2-(b).

La puissance du signal va fortement varier en fonction du temps selon les macrosymboles transmis, ce qui va impliquer une grande excursion autour du point de fonctionnement du HPA et une perte d'efficacité en puissance de la chaîne de transmission soit par une faible amplification des chips de faible puissance soit par des distorsions sur les chips de forte puissance.

Les performances d'une transmission CDM-CCSK monoporteuse avec le modèle de HPA défini par l'équation (4.2) et différents IBO sont données sur la figure 4.3.

Avec un IBO de 12 dB, on observe encore une dégradation par rapport à une transmission

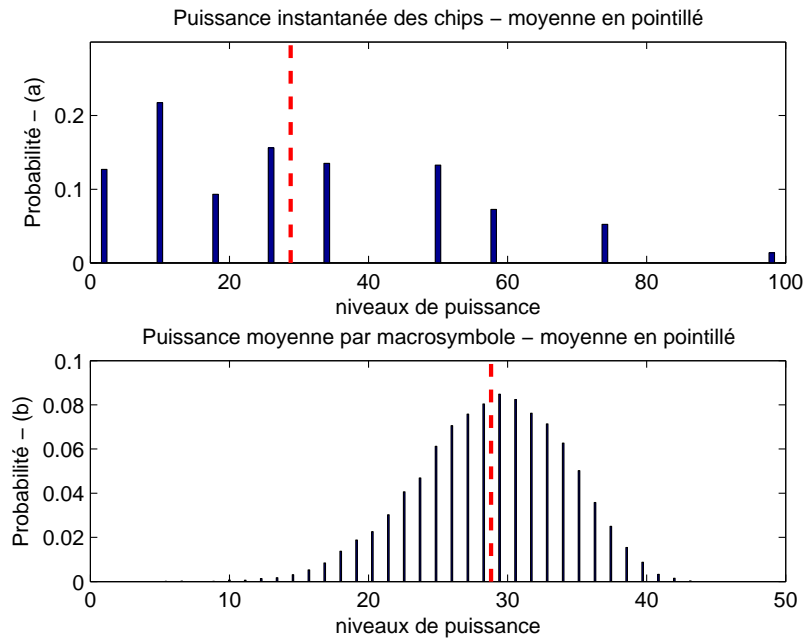


FIGURE 4.2 – Distribution de la puissance instantanée des chips et de la puissance moyenne par macrosymbole en transmission monoporteuse

sans distorsion. Il paraît maintenant évident qu’il est important d’avoir une variation de la puissance moyenne et instantanée du signal d’entrée la plus faible possible. Pour cela, nous étudions une transmission multiporteuse qui apporte certains éléments de réponse.

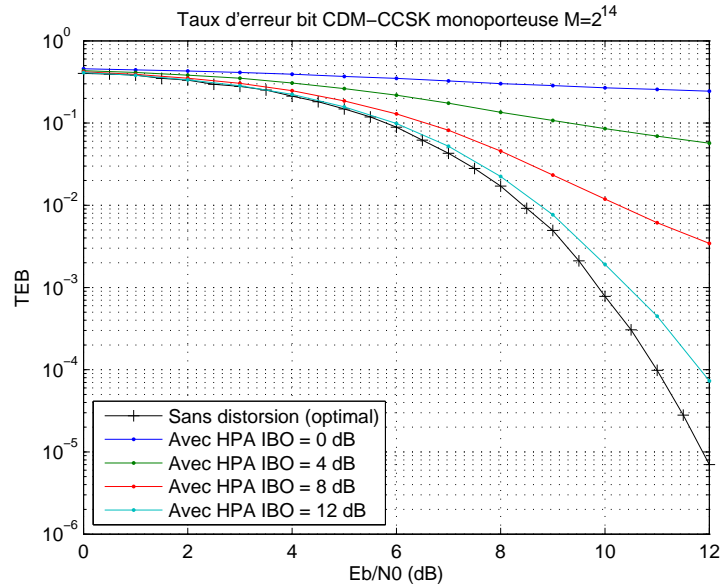


FIGURE 4.3 – Taux d'erreur bit pour transmission CSM-CCSK monoporteuse avec HPA et différents IBO

## 4.2 Transmission multiporteuse

Nous cherchons à réduire conjointement les variations des puissances moyenne et instantanée. Pour cela, nous proposons de regrouper les macrosymboles par paquet puis de les transposer sur les porteuses d'un modulateur OFDM.

### 4.2.1 Etape de concaténation

L'étape de concaténation des macrosymboles est nécessaire pour deux raisons.

Premièrement, si on considère que chaque symbole OFDM contient l'information d'un macrosymbole, d'après le théorème de Parseval sur la conservation de l'énergie [63], p.14, la puissance moyenne d'un symbole OFDM, donnée par l'équation (4.7), est égale à la puissance moyenne d'un macrosymbole. Or, on a pu constater sur la figure 4.2-(b) une grande dispersion de leur puissance autour de la valeur moyenne et les conséquences sur l'efficacité en puissance ont déjà été exposées. Nous proposons donc la concaténation de  $P$  macrosymboles sur les porteuses d'un symbole OFDM ( $N_c = P \times N$ ,  $P > 1$ ). Elle permet de réduire la variance de la puissance moyenne d'un symbole OFDM d'un facteur  $P$  (voir figure 4.4 pour  $N = 7$ ,  $P = 9$

et  $N_c = 64$ ). Ainsi, l'excursion autour du point de fonctionnement du HPA sera d'autant plus faible que  $P$  sera grand.

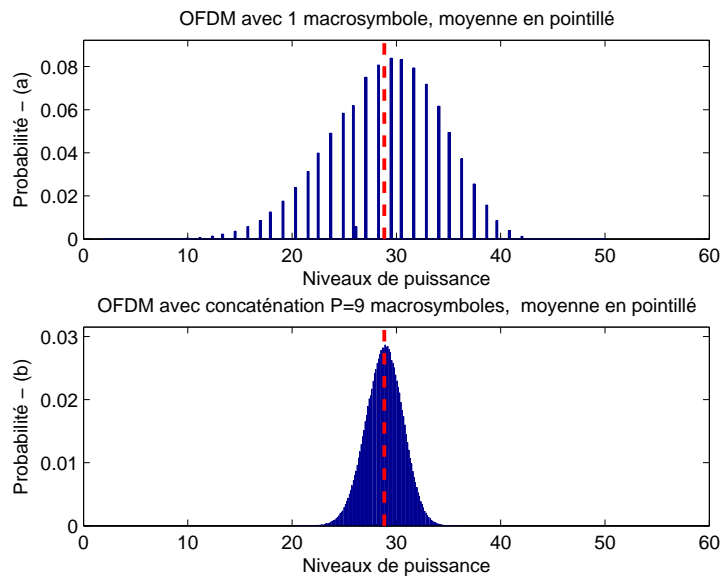


FIGURE 4.4 – Distribution de la puissance moyenne des macrosymboles modulés en quadrature sans (a) et avec concaténation (b)

La valeur d'un échantillon OFDM dépend des valeurs de tous les chips issus de la concaténation. Les niveaux de puissance instantanée associés aux chips, définis par l'équation (4.6), sont donc beaucoup plus variés et des valeurs plus importantes qu'en monoporteuse apparaissent et augmentent avec le nombre de porteuses considérées. Cependant, ces niveaux sont peu probables et peuvent être ramenés à des valeurs plus faibles grâce à l'existence de techniques de réduction (voir partie 4.4). Les niveaux de plus faible puissance sont plus probables comme on peut le constater sur l'exemple de la figure 4.5 pour une modulation OFDM de  $P = 9$  macrosymboles sur 64 porteuses.

La seconde raison pour laquelle nous avons considéré la concaténation est liée au nombre de porteuses du symbole OFDM. En effet, la concaténation des macrosymboles en amont de la modulation OFDM implique une augmentation du nombre de porteuses et permet de remplir la condition pour laquelle les signaux OFDM discrets en bande de base se comporte comme un processus aléatoire Gaussien. Il a été montré dans [49] que pour assurer ce comportement aléatoire Gaussien, le nombre de porteuses d'un symbole OFDM devait être d'au moins 64. Pour



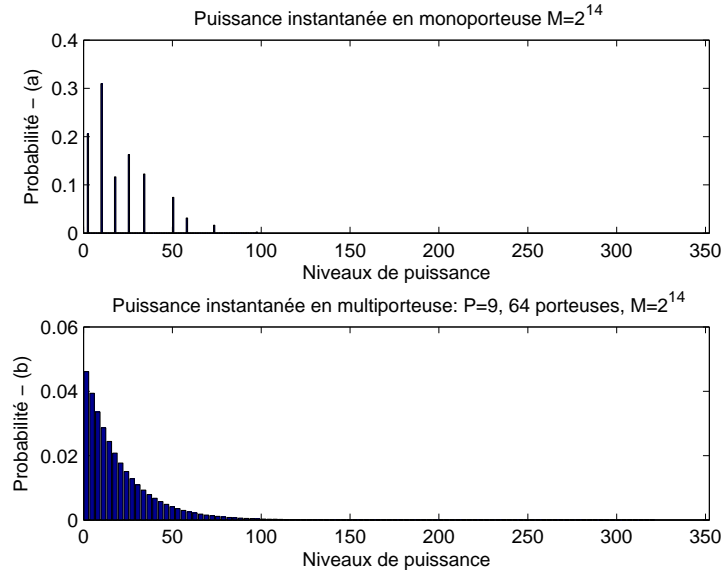


FIGURE 4.5 – Distribution de la puissance instantanée pour des systèmes monoporteuse (a) et multiporteuse avec concaténation (b)

une longueur  $N = 7$ , la condition est remplie en concaténant  $P = 9$  macrosymboles complexes donnant 63 chips transposés sur 64 porteuses en ajoutant du *zero-padding* pour la porteuse non utilisée. Bien entendu, de plus grands nombres de porteuses et de macrosymboles concaténés peuvent être considérés. L'augmentation du nombre de porteuses a un autre avantage. Nous avons abordé dans la partie 1.6 du chapitre 1, le sujet du gain potentiel en efficacité spectrale apporté par le format OFDM. Ce gain, décrit dans [88], augmente avec le nombre de porteuses, renforçant l'intérêt de la concaténation.

### 4.2.2 Principe d'une modulation multiporteuse

En sortie du modulateur CDM-CCSK, les macrosymboles composés de  $N$  chips sont modulés en quadrature comme expliqué précédemment pour doubler l'efficacité spectrale. Ils sont ensuite regroupés par paquet de  $P$  unités. Les  $NP$  chips complexes résultant  $S_k, \{k = 0, 1, \dots, NP - 1\}$  sont transposés sur les  $N_c$  porteuses orthogonales  $f_k, (k \in [0, \dots, N_c - 1])$  du modulateur OFDM pour donner la forme d'onde MC-CSK.

L'enveloppe complexe du signal OFDM peut s'écrire :

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_l s_l(t) \\ &= \sum_l \sum_{k=0}^{N_c-1} S_l(k) h(t - lN_c T) e^{j2\pi f_k t} \end{aligned} \quad (4.3)$$

avec  $h(t) = \prod_{N_c T} \left(t - \frac{N_c T}{2}\right)$ , le filtre de mise en forme et

$$s_l(t) = \sum_{k=0}^{N_c-1} S_l(k) e^{j2\pi f_k t}, \quad lN_c T \leq t \leq (l+1)N_c T, \quad (4.4)$$

le  $l^{\text{eme}}$  symbole OFDM.

L'orthogonalité requiert que chaque porteuse  $f_k$  respecte  $f_k = k\Delta f$ , avec  $\Delta f = 1/N_c T$ , où  $T$  est la durée du symbole et  $N_c$  le nombre de porteuses. Ainsi, pour  $N_c$  porteuses, la bande passante totale est  $B = N_c \Delta f$  (Hz).

L'implantation analogique de l'OFDM est complexe mais l'évolution des systèmes de transmission vers le numérique a permis d'y remédier grâce à l'utilisation d'algorithmes de Transformée de Fourier rapides [19] [42]. En effet, la discrétisation de l'équation (4.4) en prenant  $t = \frac{nT}{L_0}$  et  $f_k = k/N_c T$  donne :

$$s_l[n] = \sum_{k=0}^{N_c-1} S_l(k) e^{j2\pi \frac{kn}{L_0 N_c}}, \quad lL_0 N_c \leq n \leq (l+1)L_0 N_c - 1, \quad (4.5)$$

et peut être obtenue grâce à une Transformée de Fourier inverse discrète des symboles  $S_l(k)$ ,  $k \in [0, \dots, N_c - 1]$  à transmettre.  $L_0$  est un facteur de suréchantillonnage permettant d'affiner la précision des variations du signal [87]. En choisissant  $L_0 N_c = 2^m$ , l'algorithme de calcul rapide (iFFT) peut être utilisé. Le schéma numérique d'un modulateur OFDM est alors décrit par la figure 4.6. En réception, la démodulation OFDM suit la même logique en remplaçant l'iFFT par une FFT.

La puissance instantanée pour les échantillons d'un symbole OFDM est donnée par :

$$P_{inst}[n] = |s_l[n]|^2 \quad (4.6)$$

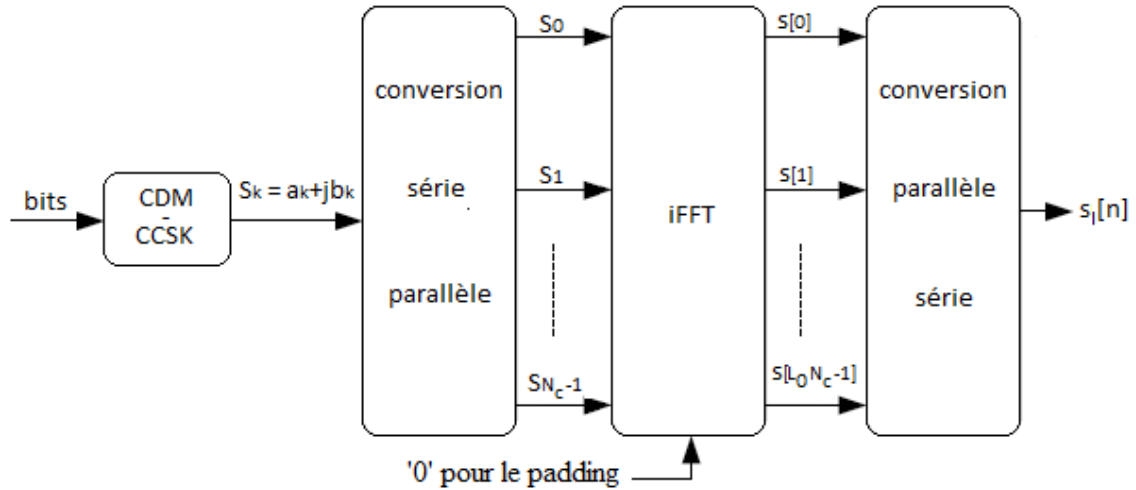


FIGURE 4.6 – Schéma numérique de modulation OFDM

et la puissance moyenne pour un symbole OFDM par :

$$P_{moy} = E \left[ |s_l[n]|^2 \right]. \quad (4.7)$$

La forme d'onde résultant de la combinaison du CDM-CCSK avec l'OFDM est appelée MC-CSK pour *Multi-Carrier-Code-Shift-Keying*. Un schéma résumant sa construction est donné sur la figure 4.7.

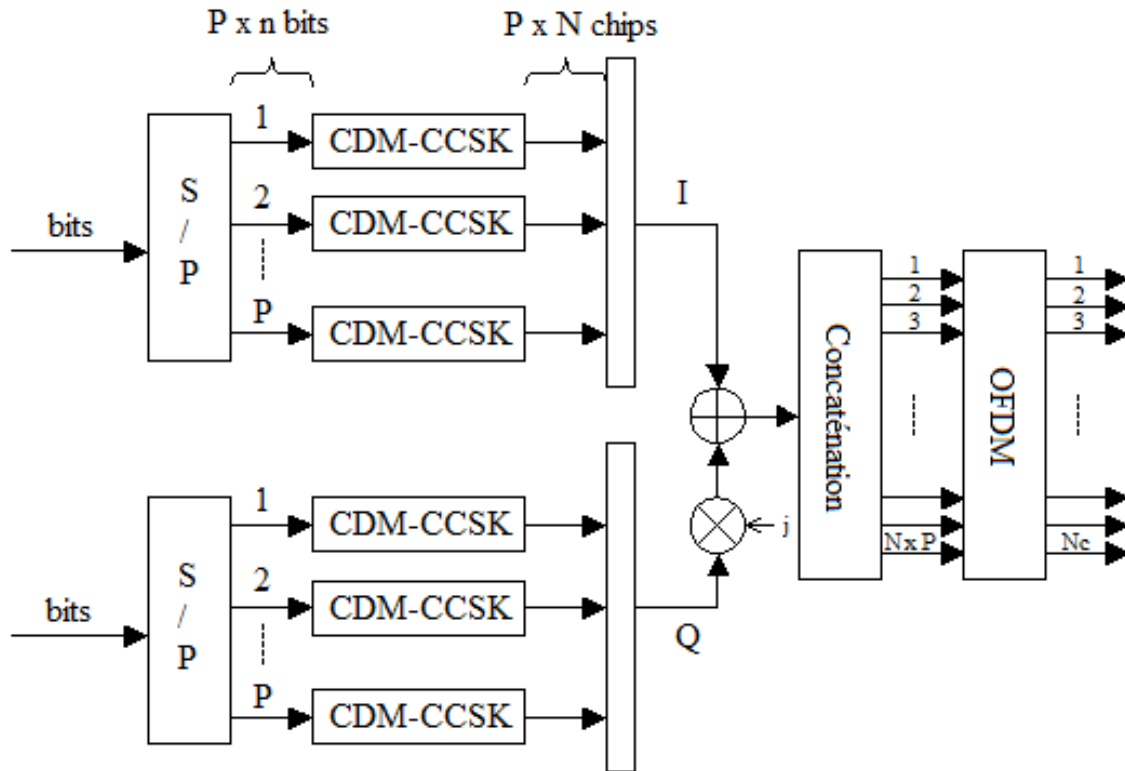


FIGURE 4.7 – Construction de la forme d'onde MC-CSK

Afin de valider l'apport de la modulation multiporteuse sur la distribution de la puissance moyenne et en conséquence sur les performances face aux distorsions non-linéaires du HPA, on compare sur la figure 4.8 les taux d'erreur bit pour des transmissions monoporteuse (CDM-CCSK) et multiporteuse (MC-CCSK) sur un canal Gaussien avec un HPA défini par (4.2) avec  $\alpha = 1.96$ ,  $\beta = 0.99$ ,  $\alpha' = 2.53$  et  $\beta' = 2.82$ . On fixe l'IBO à 4 dB pour chaque transmission. La réduction de la variance de la puissance moyenne grâce à la concaténation et à la modulation multiporteuse a un impact bénéfique significatif sur les performances.

On constate toutefois que pour un IBO à 4 dB, la dégradation sur l'efficacité en puissance liée aux distorsions non-linéaires du HPA reste importante.

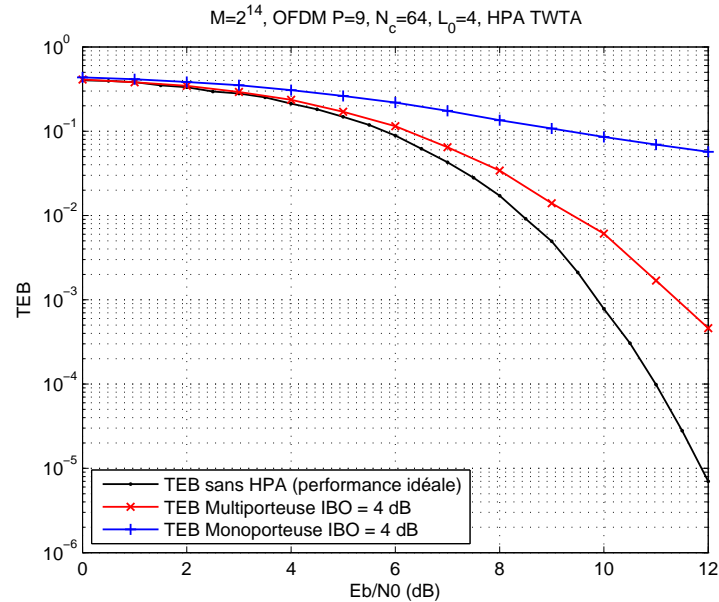


FIGURE 4.8 – Comparaison des transmissions multiporteuse et monoporteuse avec HPA, IBO=4 dB et  $M = 2^{14}$

### 4.3 Peak-to-Average-Power Ratio (PAPR)

Comme expliqué dans les motivations, les amplificateurs sont très sensibles aux variations de l'enveloppe complexe des signaux traités. Un des critères retenus pour quantifier ces variations est le rapport entre la puissance crête du signal et sa puissance moyenne ou, en anglais, *Peak-to-Average-Power Ratio* (PAPR). Si l'ajout d'une modulation multiporteuse nous a permis de stabiliser la puissance moyenne, elle est toutefois caractérisée par un fort PAPR, ce qui explique la dégradation résiduelle pour un IBO à 4 dB sur la figure 4.8.

Dans cette partie, nous donnons une définition du PAPR du signal transmis avec la forme d'onde CDM-CCSK modulée en OFDM et caractérisons sa distribution.

### 4.3.1 Définition

Pour chaque symbole OFDM  $s_l[n]$  dont l'expression est donnée par l'équation (4.5), on définit le PAPR discret de la façon suivante :

$$PAPR \{s_l[n]\} = \frac{\max_{0 \leq n \leq L_0 N_c - 1} [|s_l[n]|^2]}{P_{moy}}, \quad (4.8)$$

avec  $P_{moy} = E [|s_l[n]|^2]$ , la puissance moyenne de tous les symbole OFDM, calculée à partir de la puissance moyenne de tous les macrosymboles.

### 4.3.2 Approximation de la distribution

La distribution du PAPR apporte des informations probabilistes sur le système OFDM. Elle est très souvent modélisée par une fonction de répartition complémentaire ou *Complementary Cumulative Distribution Function* (CCDF). De nombreux travaux ont eu lieu sur le sujet [81] [92] [97] [69] [23] [58] et proposent des approximations de la distribution du PAPR basées sur différentes théories et hypothèses.

Sa connaissance est essentielle pour l'application de techniques de réduction en amont des blocs non-linéaires de la chaîne de transmission. Sa modélisation grâce à une fonction de répartition complémentaire permet d'évaluer les performances des techniques de réduction du PAPR par l'évaluation de la probabilité que le PAPR dépasse un seuil  $PAPR_0$  donné :  $Prob(PAPR > PAPR_0)$ . La littérature recense de nombreux travaux proposant des formules approchant cette probabilité [81] [92] [69] [23] [58]. Nous retiendrons la formule dans [97] basée sur la théorie des valeurs extrêmes [57] [56] et valide pour une large plage de nombre de porteuses pour des systèmes OFDM codés ou non. Elle s'écrit pour  $N_c$  porteuses :

$$Prob(PAPR > \gamma) \approx 1 - \exp \left\{ -N_c e^{-\gamma} \sqrt{\frac{\pi}{3} \ln N_c} \right\}. \quad (4.9)$$

La validité de cette formule est vérifiée sur la figure 4.9 pour un signal MC-CSK basée sur des macrosymboles complexes de longueur  $N = 7$  concaténés par bloc de  $P = 9$  sur  $N_c = 64$  porteuses. Le signal est suréchantillonné d'un facteur  $L_0 = 4$  afin d'affiner les variations du PAPR et donc sa distribution [87].

Si l'on revient sur la distribution de la puissance instantanée donnée sur la figure 4.5, on

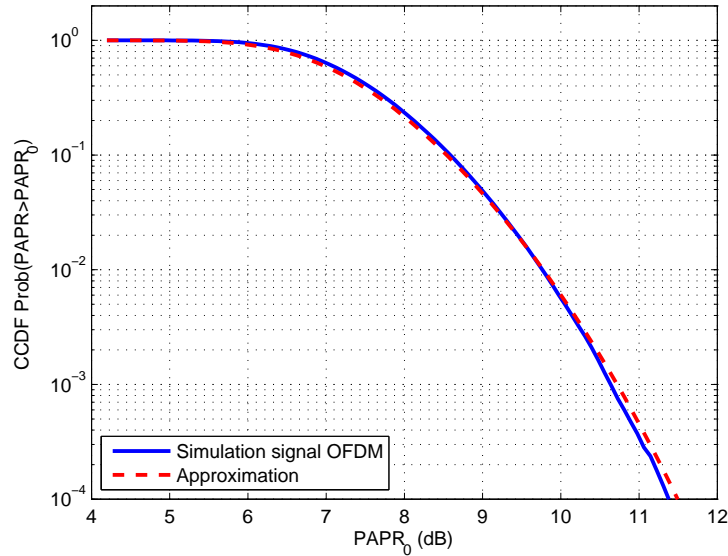


FIGURE 4.9 – Simulation et approximation de la fonction de répartition complémentaire du PAPR d'un signal MC-CSK

On voit la justification de l'importance du PAPR du MC-CSK. Elle est due à l'augmentation de la plage des niveaux de puissance possibles par rapport au CDM-CCSK. Bien que moins probables, les échantillons de forte puissance subiront des distorsions dans l'amplificateur et compris pour des valeurs d'IBO déjà pénalisantes tels que les 4 dB utilisés sur la figure 4.8.

## 4.4 Techniques de réduction du PAPR

Dans la littérature, le problème de la réduction du PAPR de signaux multiporteuses a été longuement étudié et de nombreux travaux à ce sujet sont disponibles exploitant des techniques variées comme l'écrêtage [68], la réservation de porteuses [87], les transformées non-linéaires [49] ou le codage [82]. Dans cette partie, nous allons étudier l'apport éventuel de techniques de réduction du PAPR en termes de gain sur les taux d'erreur bit à IBO fixé.

Parmi l'ensemble des techniques disponibles, le choix s'est porté sur une technique ne nécessitant pas d'information complémentaire à transmettre au récepteur afin de préserver l'efficacité spectrale de la forme d'onde : les transformées non-linéaires, *Non-linear Companding Transform* (NCT) [49].

D'après [48], c'est un des schémas de réduction les plus attractifs car il présente de nombreux avantages comparé aux autres approches : pas d'augmentation de la puissance du signal, une complexité réduite, pas de diminution de l'efficacité spectrale et une faible dégradation du taux d'erreur binaire. L'idée sous-jacente est de traiter le signal en émission avant le passage dans l'amplificateur pour modifier la distribution de son amplitude et donc de sa puissance afin de réduire le PAPR. La transformée inverse est appliquée en réception pour revenir au signal d'origine.

Comme expliqué dans la section 4.2.1 sur la concaténation, les échantillons d'un signal OFDM pour un nombre suffisant de porteuses peuvent être assimilés à un processus aléatoire Gaussien complexe de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . En conséquence, leur amplitude est distribuée selon une loi de Rayleigh de paramètre  $\sigma$  et leur puissance selon une loi exponentielle de paramètre  $2\sigma^2$ . La distribution de celle-ci a été présentée sur la figure 4.5.

L'idée développée pour les transformations non-linéaires est de changer la loi de distribution de la puissance ou de l'amplitude pour une distribution majorée par un seuil fixé. La valeur de ce seuil dimensionne le gain de réduction du PAPR.

Il existe plusieurs transformées et nous retenons celle proposée dans [49]. Elle fait partie de la famille des transformées exponentielles et s'écrit :

$$C(x) = \sqrt{6}\sigma \left[ 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \right] \quad (4.10)$$

La densité de probabilité de la puissance du signal avant transformée est donnée sur la figure 4.10-(a). L'impact de la transformée sur la distribution est visible sur la figure 4.10-(b). On y voit une diminution des niveaux maximum de puissance, ce qui, à puissance moyenne constante, va induire une réduction du PAPR visible sur la figure 4.11. Le gain sur le seuil de dépassement à 1% est de 1.9 dB.

Le signal en entrée du calcul de la transformée inverse est le signal reçu bruité. L'inversion ne sera donc pas transparente car le terme de bruit est amplifié et cela induit une dégradation sur le taux d'erreur bit car la puissance du signal n'est pas modifiée. Pour un système MCCSK  $M = 2^{14}$  sur 64 porteuses, la dégradation sur le TEB donnée sur la figure 4.12 est de l'ordre de 2 dB. Une telle dégradation rend l'intérêt de la technique discutable.

On étudie néanmoins l'impact sur les performances avec amplificateur. La figure 4.13 donne les courbes de TEB pour le même système MC-CSK en considérant le modèle d'amplification donné par l'équation (4.2). On évalue les performances pour un même IBO de 4 dB. Les courbes



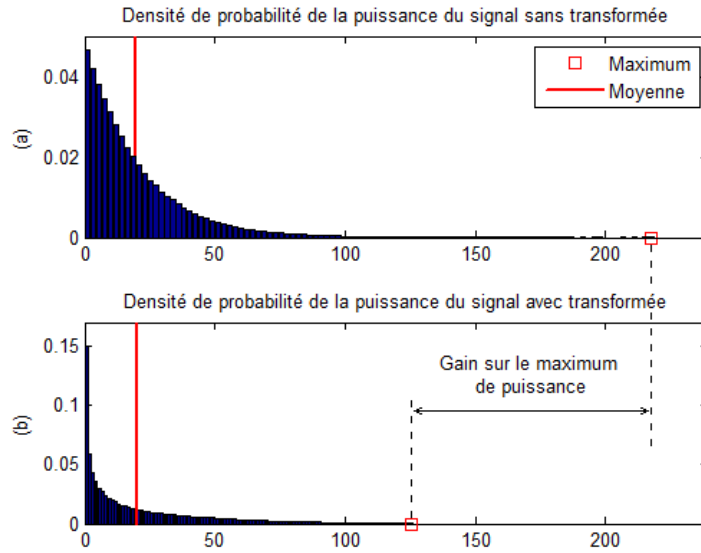


FIGURE 4.10 – Impact d’une transformée non-linéaire sur la densité de probabilité de la puissance d’un signal OFDM

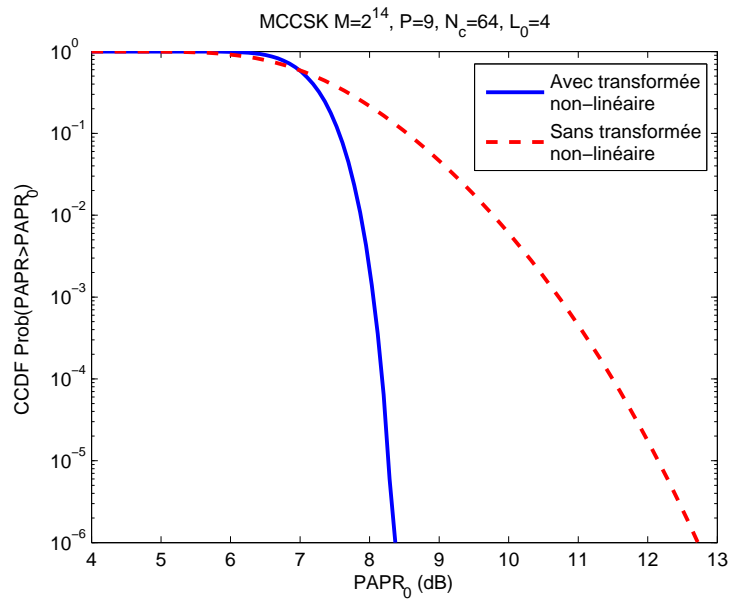


FIGURE 4.11 – CCDF du PAPR d’un signal OFDM avec et sans transformée non linéaire

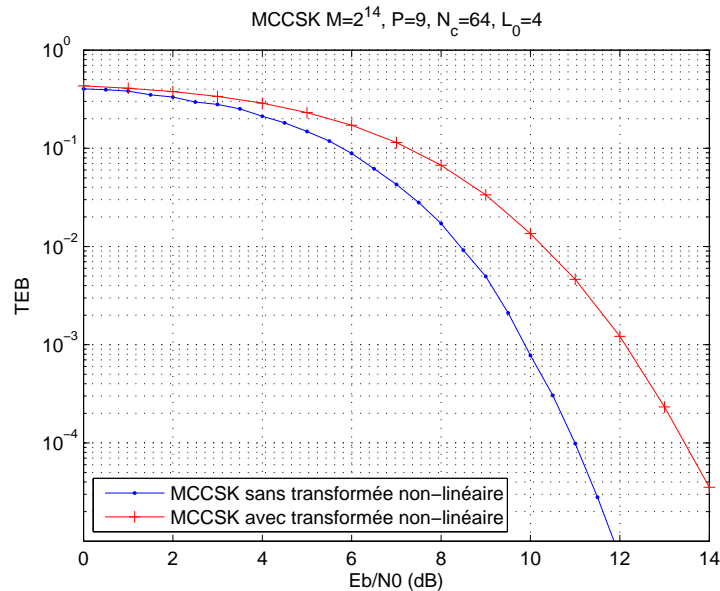


FIGURE 4.12 – Impact de la réduction du PAPR par transformée non-linéaire sur le TEB d'un signal OFDM sur 64 porteuses

sans HPA servent de référence pour déterminer le gain sur le TEB. Pour un TEB cible, on constate que l'écart entre la courbe amplifiée et celle non amplifiée pour lesquelles la technique de réduction n'a pas été appliquée, est supérieur à l'écart entre les courbes avec technique de réduction. Exemple : pour un TEB de  $10^{-2}$ , l'écart sans technique de réduction (courbes bleue et noire) est d'environ 1 dB. Avec la technique (courbes rouge et verte) il vaut 0.3 dB. Pour cet exemple, le gain est donc de 0.7 dB sur le  $\frac{Eb}{N_0}$ . Cependant ce gain est à mettre en opposition avec la dégradation constatée liée à l'application de la technique qui est de l'ordre de 2 dB. Celle-ci n'est pas compensée par le gain sur le  $\frac{Eb}{N_0}$  et la conclusion qui en découle est que cette méthode ne semble pas appropriée pour la forme d'onde proposée.

La technique testée avec la forme d'onde MC-CSK a été choisie pour sa simplicité d'implémentation, l'absence de besoin de transmission d'informations complémentaires au récepteur et la conservation de l'efficacité spectrale. Cependant, elle conduit à des résultats peu exploitables. La dégradation sur l'efficacité en puissance due à l'application de la technique hors amplification n'est pas compensée par le gain sur le TEB avec amplification et application de la technique à IBO équivalent.

Si ces résultats n'apportent pas de solutions valables, d'autres techniques existent, plus com-

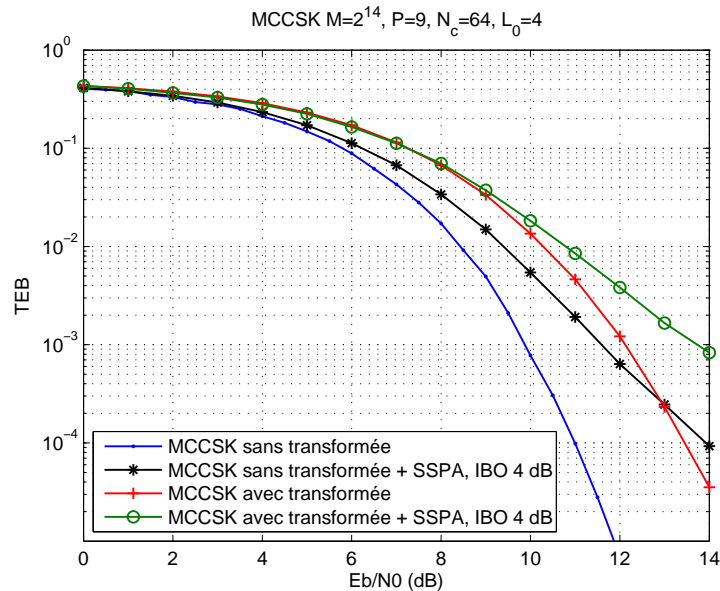


FIGURE 4.13 – Impact de la réduction du PAPR par transformée non-linéaire et de l'amplification sur le TEB d'un signal OFDM sur 64 porteuses

plexes ou nécessitant l'ajout d'information supplémentaire au détriment de l'efficacité spectrale comme le *Partial Transmit Sequence* (PTS) [67], le *Tone Reservation* (TR) [86] retenu dans le standard DVB-T2 [31] ou le *Tone Injection* (TI) [87] et pourraient être considérées.

*Remarque* : Dans le standard DVB-T2, une autre méthode de réduction est proposée, l'Active Constellation Extension (ACE) [54]. L'idée est de modifier la valeur des symboles extérieurs de la constellation initiale afin que lors du passage en OFDM, l'amplitude du signal ne dépasse pas un seuil donné. Le fait de modifier les symboles extérieurs en conservant la distance minimale de la constellation préserve les zones de décision utilisées lors de la détection et le récepteur n'a pas besoin d'information complémentaire. Pour la modulation particulière qu'est le CDM-CCSK, les valeurs des chips des macrosymboles ne sont pas équiprobables et le nombre de macrosymboles comportant les valeurs extrêmes  $-K$  ou  $K$  est faible devant la taille de l'alphabet  $M$ . Seules ces valeurs seraient modifiées par l'ACE, ce qui rend son utilisation peu prometteuse.

## 4.5 Apport sur l'efficacité spectrale

L'utilisation du format multiporteuse a également été motivé par le gain potentiel sur l'efficacité spectrale [88]. Ce gain est obtenu en réduisant la taille du préfixe cyclique. Pour des transmissions dans des canaux multitrajets, le préfixe cyclique permet d'éliminer les interférences entre les symboles OFDM. Sa taille varie en fonction des systèmes et peut représenter jusqu'à 25% de la taille d'un symbole OFDM, pourcentage diminuant d'autant l'efficacité spectrale.

Dans le cas de la forme d'onde proposée, le canal est Gaussien et le préfixe cyclique n'aura qu'une fonction d'aide à la synchronisation. Dans [88], la taille du préfixe optimisée et le gain qui en découle sont fonction du nombre de porteuses  $N_c$  et de l'erreur de fréquence horloge. Cette erreur vient de l'écart qui existe entre la fréquence d'échantillonnage du signal OFDM émis et la fréquence de l'horloge d'échantillonnage du récepteur. Elle est définie de manière normalisée par :

$$\beta = \frac{T_{ech,r} - T_{ech,e}}{T_{ech,e}} \quad (4.11)$$

où  $T_{ech,e}$  et  $T_{ech,r}$  sont, respectivement, la période de l'horloge locale en émission et en réception. Pour les transmissions par satellite, les horloges de réception sont généralement beaucoup plus stables que celles utilisées dans les systèmes terrestres. Par conséquent, et également pour des raisons de complexité de simulation, seules deux valeurs d'erreur ont été retenues dans [88] :  $\beta = 1,2 \cdot 10^{-4}$  et  $\beta = 6 \cdot 10^{-5}$ . Le gain en bande passante entre les systèmes multiporteuse et monoporteuse est défini par :

$$G = 1 - \frac{\left(1 + \frac{N_{cp}}{N_c}\right)\left(1 + \frac{5}{N_c}\right)}{1 + \alpha} \quad (4.12)$$

avec  $N_{cp}$  la taille du préfixe cyclique en nombre d'échantillons,  $N_c$  le nombre de porteuses du système et  $\alpha$  le roll-off utilisé pour les filtres du système monoporteuse. Dans le standard DVB-S2 [29], le roll-off minimal offrant la meilleure bande passante vaut 0.2 et sera retenu pour le calcul du gain. Les valeurs pour  $N_{cp}$  ont été déterminées dans [88] et correspondent à la longueur nécessaire pour avoir l'erreur de fréquence horloge  $\beta$  aux valeurs retenues.

Les résultats sont regroupés dans le tableau 4.1.

	$\beta = 1, 2 \cdot 10^{-4}$		$\beta = 6 \cdot 10^{-5}$	
$N_c$	$N_{cp}$	$G$	$N_{cp}$	$G$
16	2	-23.1%	1	-16.2%
32	2	-2.4%	2	-2.4%
64	3	5.9%	2	7.6%
128	3	11.4%	2	12.1%
256	4	13.7%	3	14%
512	5	15%	4	15.2%
1024	6	15.8%	5	15.9%

TABLE 4.1 – Gain en bande passante d’un système multiporteuse par rapport au standard DVB-S2 monoporteuse

Pour les deux erreurs d’horloge considérées, le gain en bande passante est positif à partir de 64 porteuses, ce qui coïncide avec la justification de la concaténation (voir partie 4.2.1) et renforce l’intérêt du format MC-CSK.

## 4.6 Conclusion sur la modulation multiporteuse

Nous avons vu dans l’étude de la puissance de l’OFDM (section 4.3) que ce format combinée à une concaténation des macrosymboles de la modulation CDM-CCSK proposée au chapitre 3 permettait de réduire la dynamique de la distribution de la puissance des macrosymboles.

En contrepartie, il est bien connu que le PAPR de l’OFDM est important et nécessite l’application de techniques de réduction autorisant la diminution de l’IBO caractérisant le point de fonctionnement du HPA. Sans ces techniques, l’IBO nécessaire pour s’affranchir des distorsions non-linéaires est de 8 dB pour la modulation MC-CSK et 3 dB pour la modulation 16-APSK avec le modèle de HPA utilisé. Les techniques de réduction étudiées dans ce chapitre n’ont pas donné de résultats probants mais il existe une littérature très vaste à ce sujet qui pourrait apporter d’autres éléments de réponse.

Le format MC-CSK présente des perspectives encourageantes par son efficacité en puissance et son efficacité spectrale. Il est néanmoins restreint par son fort PAPR qui, à cause des non-linéarités liées au HPA, diminue son efficacité en puissance. Cependant, la diminution de

#### **4. Techniques multiporteuses**

---

son PAPR reste envisageable grâce à la diversité des techniques existantes et le dynamisme de la recherche sur ce sujet.

# Chapitre 5

## Codage canal

Ce chapitre est consacré à l'étude d'un codage canal pour la forme d'onde MC-CSK définie dans les chapitres 3 et 4. Les résultats obtenus dans ces chapitres sur l'efficacité en puissance du MC-CSK présentent un intérêt à travers la dépendance des taux d'erreur par rapport au SNR. Ils offrent des perspectives de performances que nous chercherons à exploiter par l'ajout de deux codeurs bloc et l'étude de leurs performances. Dans un premier temps, l'étude porte sur un code bloc Reed-Solomon [74] pour sa simplicité d'implémentation et pour déterminer le comportement du MC-CSK avec ce type de code. Par la suite, un code Low-Density Parity-Check non binaire est appliqué [21] [7].

### 5.1 Analyse

Dans les deux approches proposées dans le chapitre 3 section 3.2 (multi-flux) et section 3.3 (mono-flux), l'information est modulée sur des macrosymboles codant selon l'approche, soit  $K \log_2 L$  bits par macrosymbole (approche multi-flux), soit  $\log_2 M$  bits (approche mono-flux) et répartis sur  $N$  chips. Une démarche avec des codes par bloc semble donc être plus appropriée qu'avec des codes convolutifs.

Nous concentrons l'étude du codage sur l'approche présentant le meilleur compromis entre l'efficacité spectrale et l'efficacité en puissance i.e. l'approche mono-flux définie dans le chapitre 3 section 3.3.

Pour orienter la poursuite de l'étude, on détermine les statistiques d'erreur au niveau bit en cas d'erreur au niveau macrosymbole pour une longueur de séquence  $N = 7$  et les trois

configurations de charge retenues au chapitre 3 section 3.3.3, à savoir  $M = 2^7$ ,  $M = 2^{11}$  et  $M = 2^{14}$ . Elles sont données respectivement sur les figures 5.1, 5.2 et 5.3.

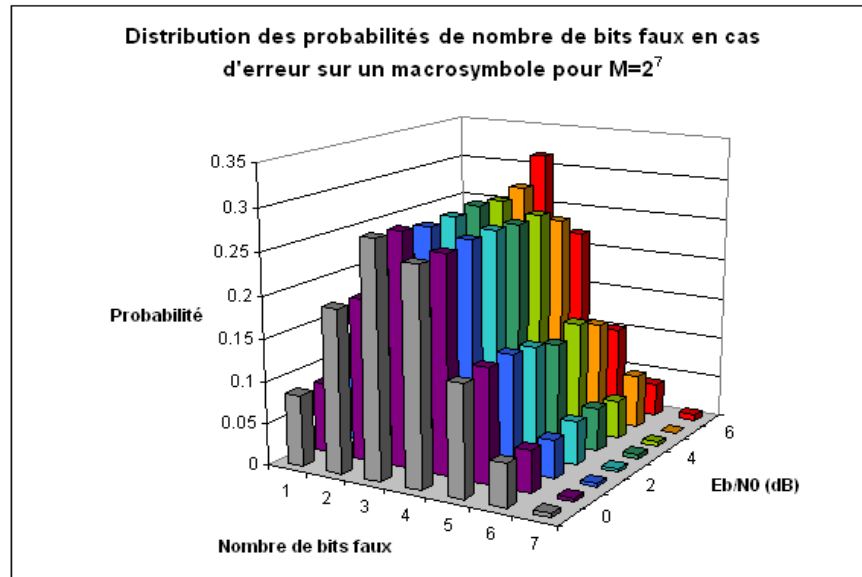


FIGURE 5.1 – Distribution du nombre de bits faux en cas d’erreur sur un macrosymbole pour  $M = 2^7$

On constate clairement qu’une erreur au niveau macrosymbole induit le plus souvent plusieurs erreurs sur les bits, la probabilité la plus élevée étant d’avoir  $\frac{\log_2 M}{2}$  bits faux. Avec cette nouvelle information, on peut établir qu’un code par bloc efficace pour la gestion de paquets d’erreur est l’approche la plus prometteuse. Les codes Reed-Solomon [74] sont particulièrement adaptés à ce genre de situations.



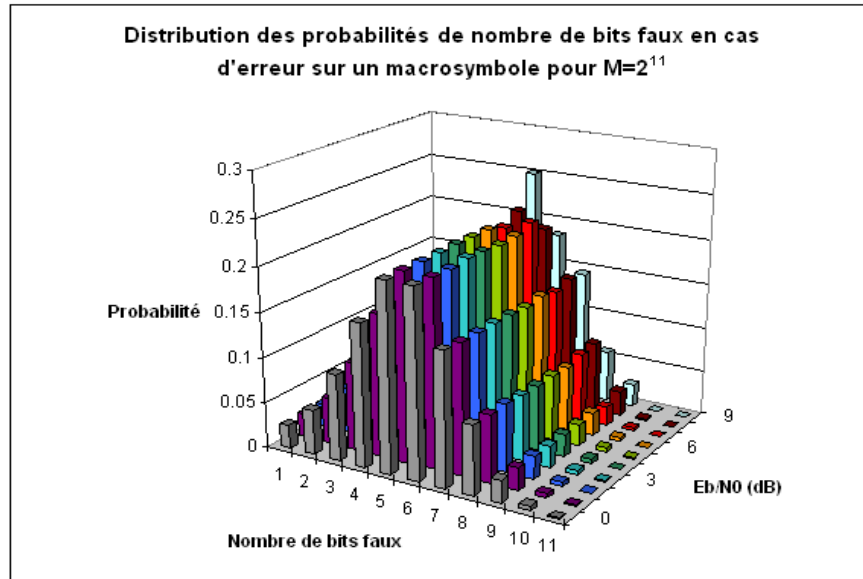


FIGURE 5.2 – Distribution du nombre de bits faux en cas d'erreur sur un macrosymbole pour  $M = 2^{11}$

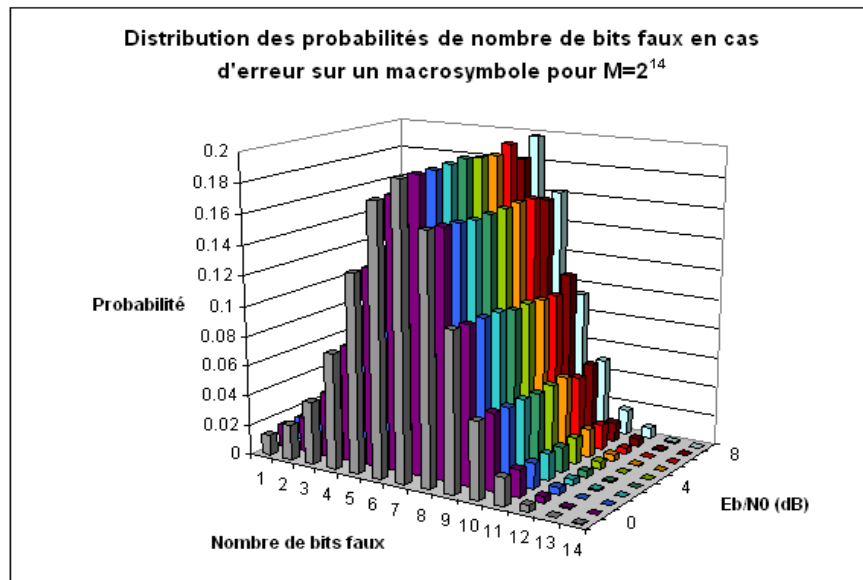


FIGURE 5.3 – Distribution du nombre de bits faux en cas d'erreur sur un macrosymbole pour  $M = 2^{14}$

## 5.2 Codage Reed-Solomon

Les codes Reed-Solomon sont des codes correcteurs d'erreur non binaires basés sur les corps de Galois ou *Galois Field* (GF) et utilisés dans de nombreux systèmes comme les communications mobiles ou par satellite, la diffusion TV ou l'ADSL.

### 5.2.1 Présentation

#### Principe du codage

Les bits d'information en entrée du codeur sont regroupés en symboles de codage. Le nombre de bits par symbole de codage est fixé par le paramètre  $m$  qui sert également à déterminer la taille, en symboles de codage, des mots de code  $N_{RS} = 2^m - 1$ . Le codeur travaille donc au niveau symbole de codage et non pas directement au niveau bit comme c'est le cas pour les codes en bloc binaires comme les codes BCH [11] [43]. C'est cette caractéristique de fonctionnement qui lui permet de gérer des paquets d'erreurs car en corrigeant un symbole de codage, il corrige tous les bits faux associés à ce symbole, quel que soit le nombre de bits faux.

Pour un code, on définit sa capacité de correction  $t$  comme le nombre de symboles de codage erronés qu'il pourra corriger parmi les  $N_{RS}$  d'un mot de code. A partir de  $N_{RS}$  et de  $t$ , on peut déterminer la taille, en symboles de codage, des mots d'information en entrée du codeur  $K_{RS}$  telle que  $K_{RS} = N_{RS} - 2t$ . Le rendement du code est donc défini par  $R = \frac{K_{RS}}{N_{RS}}$ . Pour désigner un code RS, on utilise la notation  $RS(N_{RS}, K_{RS}, t)$ . Le nombre de bits d'information nécessaires en entrée du codeur vaut  $K_{RS} * m$  et le nombre de bits codés en sortie  $N_{RS} * m$ .

- Un code  $RS(N_{RS}, K_{RS}, t)$  est défini dans  $GF(q = 2^m)$  et caractérisé par son polynôme générateur  $g(x)$  de degré  $2t$  dont les coefficients sont définis dans  $GF(q)$  :  $g(x) = g_0 + g_1x + \dots + g_{2t}x^{2t}$ .
- Les racines de  $g(x)$  sont les  $\alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{2t}$  où  $\alpha$  est la racine primitive de  $GF(q)$ .  $g(x)$  peut donc s'écrire aussi sous la forme :  $g(x) = (x - \alpha)(x - \alpha^2) \dots (x - \alpha^{2t})$ .
- Un mot d'information est défini par  $u = [u_0, u_1, \dots, u_{K_{RS}-1}]$  avec  $u_i \in GF(q)$ . On lui associe le polynôme  $u(x)$  de degré  $K_{RS} - 1$  tel que  $u(x) = u_0 + u_1x + \dots + u_{K_{RS}-1}x^{K_{RS}-1}$ .
- Un mot de code est défini par  $c = [c_0, c_1, \dots, c_{N_{RS}-1}]$  avec  $c_i \in GF(q)$ . On lui associe le polynôme  $c(x)$  de degré  $N_{RS} - 1$  tel que  $c(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_{N_{RS}-1}x^{N_{RS}-1}$ .

Le codage consiste à calculer  $c(x)$  à partir du mot d'information  $u(x)$  et du polynôme générateur  $g(x)$ . Si on adopte un codage systématique, le mot de code est donné par  $c(x) =$

$x^{N_{RS}-K_{RS}} u(x) R_{g(x)} [x^{N_{RS}-K_{RS}} u(x)]$  où  $R_{g(x)} [x^{N_{RS}-K_{RS}} u(x)]$  représente le reste de la division euclidienne de  $x^{N_{RS}-K_{RS}} u(x)$  par  $g(x)$ . Le mot de code est composé des  $K_{RS}$  symboles d'information de  $u(x)$  et de  $2t$  symboles de parité comme illustré sur la figure 5.4 pour un code  $RS(7, 5, 1)$ . Avec un codage non-systématique, le mot de code est donné par  $c(x) = g(x)u(x)$  et on ne retrouve pas les symboles d'information dans le mot de code.

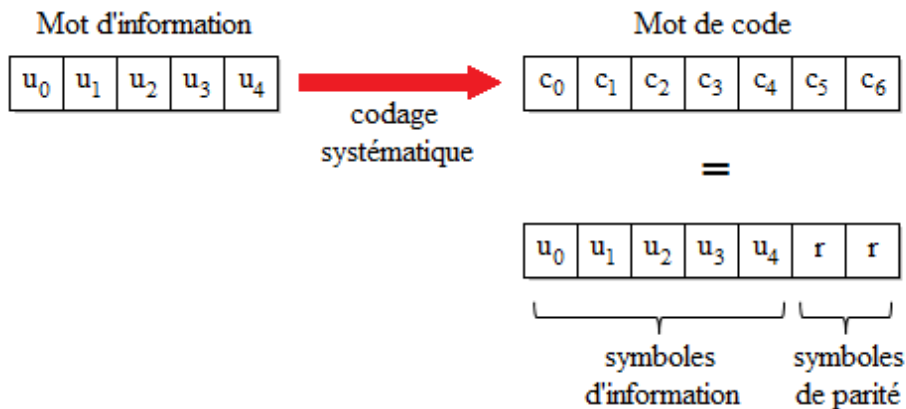


FIGURE 5.4 – Illustration du principe de codage d'un code  $RS(7, 5, 1)$  systématique

### Principe du décodage

En réception, le mot de code reçu correspond à l'original plus des erreurs désignées par le polynôme  $e(x)$  :  $r(x) = c(x) + e(x)$ . Le décodeur RS essaie d'identifier la position et l'amplitude de  $t$  erreurs (limite de sa capacité de correction) puis de les corriger. Une méthode courante pour cela est le calcul des syndrômes. Un mot de code RS a  $2t$  syndrômes qui dépendent seulement des erreurs. A partir de  $e(x) = r(x) - c(x) \stackrel{GF(q)}{=} r(x) + c(x)$ , on calcule les syndrômes  $S_i$  :

$$S_i = e(\alpha^i) \text{ avec } i = 1, \dots, 2t$$

L'étape suivante consiste à déterminer le nombre d'erreur, leur position et leur valeur pour définir l'expression du polynôme d'erreur  $e(x)$ . Plusieurs algorithmes rapides sont disponibles, tirant partie de la structure particulière des codes RS comme l'algorithme de Berlekamp-Massey [8] [64] ou l'algorithme d'Euclide.

Le mot de code reçu corrigé  $d(x)$  s'écrit simplement  $d(x) = r(x) + e(x)$ . Avec un codage

systematique, il suffit ensuite de récupérer les  $K_{RS}$  premiers symboles de  $d(x)$  pour retrouver l'information transmise.

### 5.2.2 Etudes et résultats

Dans les simulations précédentes et pour une longueur  $N = 7$ , nous avons retenu trois charges pour des systèmes MC-CSK :  $M = 2^7$ ,  $M = 2^{11}$  et  $M = 2^{14}$ . Les erreurs survenant sur les macrosymboles entraînent des paquets d'erreurs au niveau bit. Il serait donc logique de considérer des codes RS où les symboles de codage et les macrosymboles de la forme d'onde coïncideraient i.e. des codes définis respectivement dans  $GF(2^7 = 128)$ ,  $GF(2^{11} = 2048)$  et  $GF(2^{14} = 16384)$ . Ainsi la correction d'un symbole de code induirait la correction d'un macrosymbole. Cependant la complexité d'un code RS dépend, entre autres, de la taille du corps de Galois considéré. Parmi les applications basées sur ces codes, on trouve exclusivement des codes RS courts (communication mobile : système tactique JTIDS RS(31,  $k$ ,  $t$ ) [53], communication par satellite : DVB-S RS(204, 188, 8) [27], ADSL : RS(240, 224, 8) [47] [3], stockage de données : DVD RS(182, 172, 5) et RS(208, 192, 8)).

La chaîne de transmission incluant le codage est représentée sur la figure 5.5. Un décodage dur est utilisé.

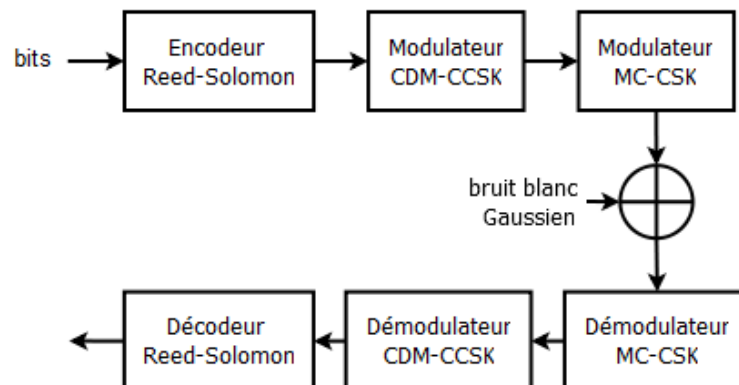


FIGURE 5.5 – Schéma de la chaîne de transmission avec un code Reed-Solomon avec décodage dur

### 5.2.2.1 Système MC-CSK pour $M = 2^7$

En considérant qu'un symbole de codage est modulé sur un macrosymbole, ce cas présente l'avantage d'avoir un nombre de macrosymboles compatibles avec un code RS court. Nous choisissons donc un code dans  $GF(128) : RS(127, K_{RS}, t)$ . En cas d'erreur sur un macrosymbole, seul un symbole de codage sera affecté.

Nous devons fixer une valeur pour  $t$  et allons chercher à déterminer s'il existe une valeur qui optimise le compromis entre l'efficacité en puissance traduite par les performances en TEB et l'efficacité spectrale liée au rendement du code. On rappelle que  $t$  est le nombre de symboles de codage que le code RS va pouvoir détecter et corriger en réception sur les  $N_{RS} = 127$  symboles qui composent un mot de code. C'est donc aussi le nombre de macrosymboles faux qui pourront être corrigés.

On se fixe une probabilité d'erreur bit en sortie du décodeur  $TEB_{out}$ , disons  $10^{-3}$ , qui correspond à une probabilité d'erreur macrosymbole en sortie du décodeur  $TEM_{out}$ . On a vu que dans le cas d'une erreur sur un macrosymbole, le cas le plus probable était d'avoir des erreurs sur la moitié des bits. Ainsi, on définit  $TEM_{out} = 2 \cdot 10^{-3}$ .

Pour une probabilité d'erreur macrosymbole avant décodage  $TEM_{in}$  et connaissant la longueur des mots de code  $N_{RS}$ , on peut déduire les probabilités d'apparitions d'un nombre d'erreur  $N_e$  sur le mot de code selon une loi binomiale avec  $N_{RS}$  tirages et une probabilité d'erreur  $p$  donnée par  $p = TEM_{in}$  :

$$Prob(N_e = k) = \binom{N_{RS}}{k} p^k (1 - p)^{N_{RS} - k}, \quad k = 1, \dots, N_{RS}$$

Le  $TEM_{out}$  que l'on cherche à atteindre définit la probabilité pour laquelle le nombre d'erreur  $N_e$ , sur  $N_{RS}$  tirages, doit être égal à  $t + 1$ . Ainsi, pour chaque valeur de  $t$ , on détermine le  $TEM_{in}$  pour lequel :

$$Prob(N_e = t + 1) = TEM_{out}. \quad (5.1)$$

Grâce à la connaissance du taux d'erreur macrosymbole non codé obtenu par simulation et donné sur la figure 5.6 pour le système étudié, on déduit, pour chaque  $TEM_{in}$  associé à une valeur de  $t$ , le  $\frac{E_b}{N_{0_{ref}}}$  pour lequel on remplira la condition (5.1).

Pour obtenir le rapport signal à bruit utile, on rajoute la pénalité  $\frac{E_b}{N_{0_{pen}}}$  liée au rendement  $R$  du code :

$$\frac{E_b}{N_{0_{pen}}} = -10 \log_{10}(R) = -10 \log_{10}\left(\frac{K_{RS}}{N_{RS}}\right) = -10 \log_{10}\left(1 - \frac{2t}{N_{RS}}\right).$$

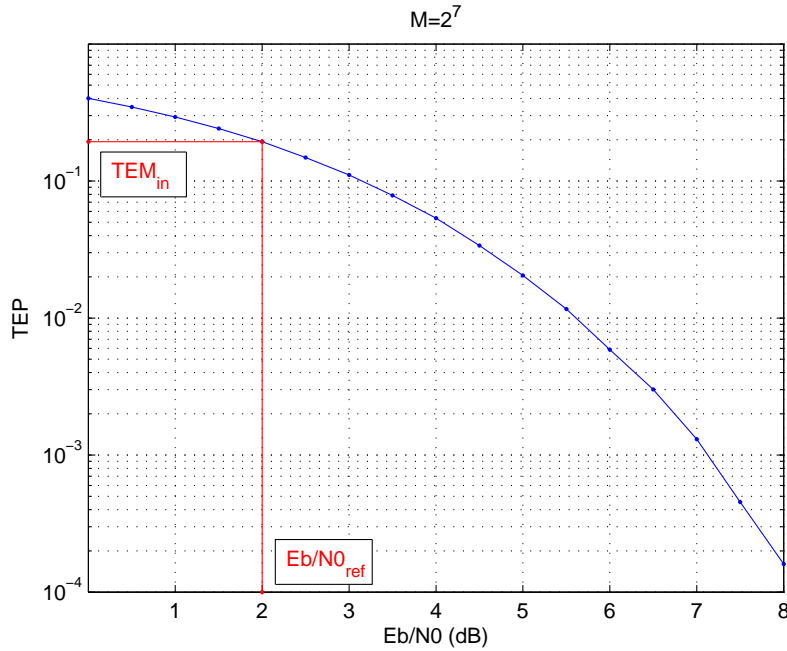


FIGURE 5.6 – Taux d’erreur Macrosymbole pour un système MC-CSK  $M = 2^7$

L’étude menée jusqu’à présent nous permet de constater deux choses :

- Plus  $t$  augmente, plus le  $\frac{E_b}{N_{0\ ref}}$  associé diminue.
- Plus  $t$  augmente, plus la pénalité  $\frac{E_b}{N_{0\ pen}}$  à appliquer sur le rapport signal à bruit non codé est importante.

On a donc deux grandeurs,  $\frac{E_b}{N_{0\ ref}}$  et  $\frac{E_b}{N_{0\ pen}}$ , dont l’évolution varie de manière opposée avec l’augmentation de  $t$ . On définit la valeur optimale de  $t$  comme étant celle conduisant au plus petit rapport signal à bruit nécessaire à un système codé pour atteindre la condition (5.1). Celui-ci s’écrit :

$$\begin{aligned} \frac{E_b}{N_{0\ utile}} &= \frac{E_b}{N_{0\ ref}} + \frac{E_b}{N_{0\ pen}} \\ &= \frac{E_b}{N_{0\ ref}} - 10 \log_{10} \left( 1 - \frac{2t}{N_{RS}} \right) \end{aligned} \quad (5.2)$$

et

$$\frac{E_b}{N_{0\ opt}} = \arg \min_t \frac{E_b}{N_{0\ utile}} \quad (5.3)$$

La figure 5.7 donne la variation du  $\frac{E_b}{N_{0\ utile}}$  en fonction de  $t$  pour  $N_{RS} = 127$ . On en déduit que

$\frac{E_b}{N_{0,opt}}$  vaut environ 4.8 dB et est obtenu pour  $t = 19$ . Le code  $RS(127, 89, 19)$  offre le meilleur compromis entre l'efficacité en puissance et l'efficacité spectrale pour un système MC-CSK avec  $M = 2^7$ . Graphiquement cela s'illustrera par un TEB d'environ  $10^{-3}$  à partir d'un SNR de 4.8 dB. Le rendement du code est :  $R = 0.70$ .

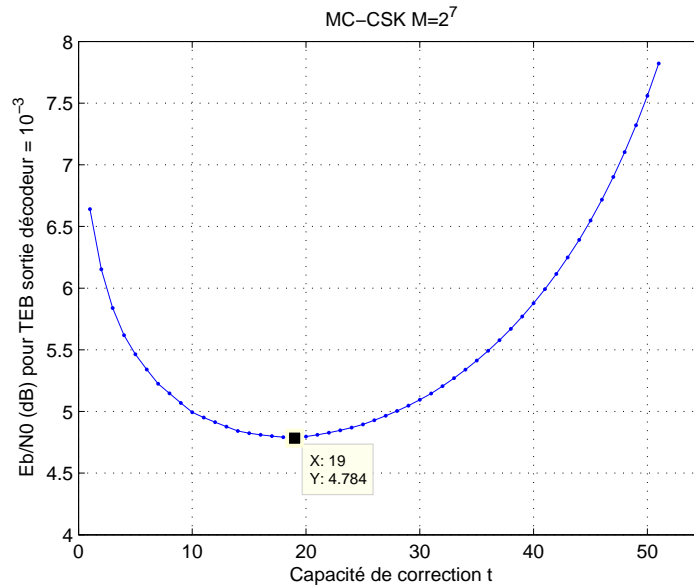


FIGURE 5.7 – Variation du  $\frac{E_b}{N_0}$  pour atteindre  $TEB_{out} = 10^{-3}$  en fonction de  $t$  pour un système MC-CSK  $M = 2^7$  avec  $N_{RS} = 127$

Afin de vérifier les résultats de cette étude, on réalise des simulations avec codage RS pour différents rendements pour un système MC-CSK avec  $M = 2^7$  et pour une modulation QPSK (même efficacité spectrale). On considère un canal Gaussien sans distorsion non-linéaire. En plus du rendement optimal  $R_{opt} = 7/10$  défini ci-dessus, on choisit des valeurs proposées dans le standard DVB-S2 pour la modulation QPSK avec un code LDPC [29]. On retient les deux valeurs extrémales :  $R = 1/4$  et  $R = 9/10$  correspondant respectivement à  $t = 48$  et  $t = 6$  ( $t = \frac{N_{RS}(1-R)}{2}$ ).

On peut lire sur la figure 5.7, les  $\frac{E_b}{N_{0,opt}}$  associés : pour  $t = 48$ ,  $\frac{E_b}{N_{0,opt}} = 7.1$  dB et pour  $t = 6$   $\frac{E_b}{N_{0,opt}} = 5.3$  dB. La figure 5.8 regroupe les TEB obtenus. On vérifie les seuils établis pour chaque rendement à partir desquels le code agit efficacement, correspondant à la rupture de pente des courbes de TEB.

Les figures 5.9, 5.10 et 5.11 comparent le système MC-CSK avec la modulation QPSK

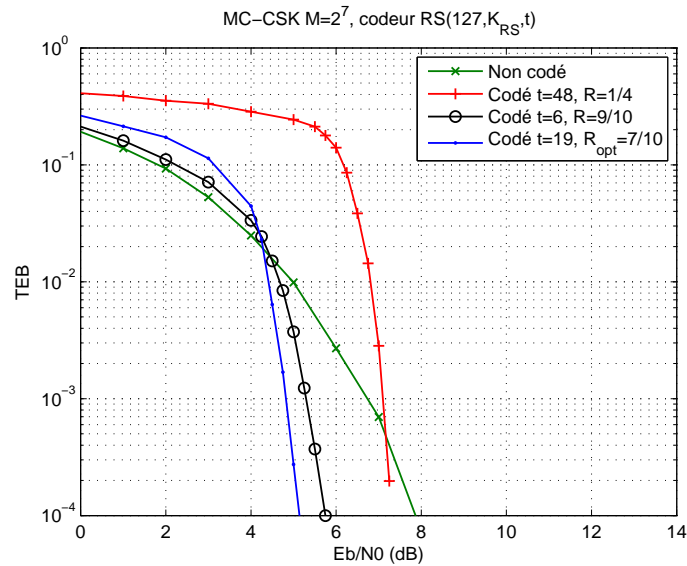


FIGURE 5.8 – Taux d’Erreur Bit pour un système MC-CSK  $M = 2^7$  avec codage Reed-Solomon et différents rendements

pour des performances codées et non codées pour les trois rendements retenus, respectivement  $R = 1/4$ ,  $R = 9/10$  et  $R = R_{opt} = 0.70$ . Le point de croisement des courbes non codées est à  $\frac{E_b}{N_0} = 6.5$  dB. Un gain sur ce point de croisement est obtenu avec le codage et varie selon le rendement : 0.02 dB pour  $R = 1/4$ , 1.8 dB pour  $R = 9/10$  et 2.22 dB pour  $R = R_{opt} = 0.70$ . Le plus fort gain est obtenu pour le rendement optimal.



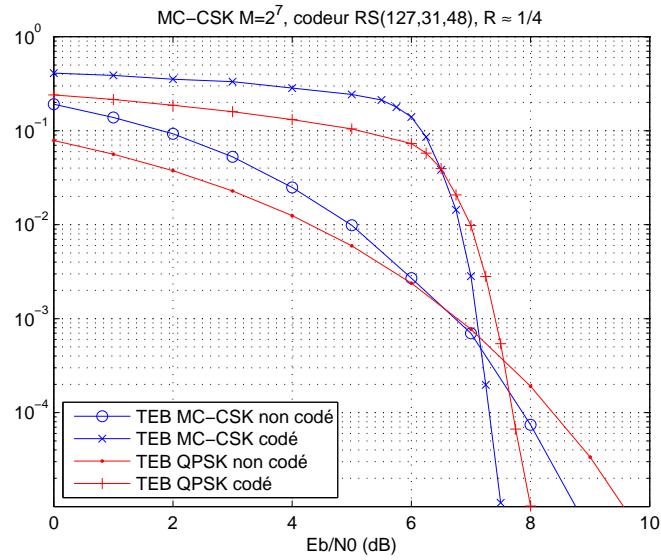


FIGURE 5.9 – Comparaison des Taux d’Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK  $M = 2^7$  et une modulation QPSK, codage RS(127, 31, 48)

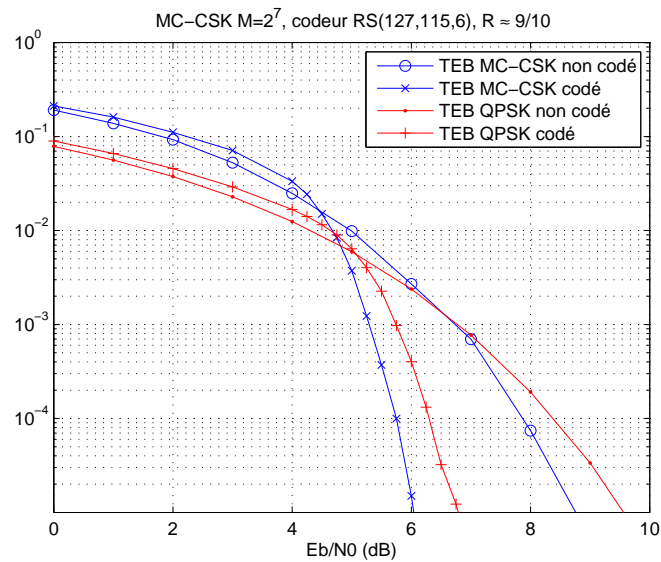


FIGURE 5.10 – Comparaison des Taux d’Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK  $M = 2^7$  et une modulation QPSK, codage RS(127, 115, 6)

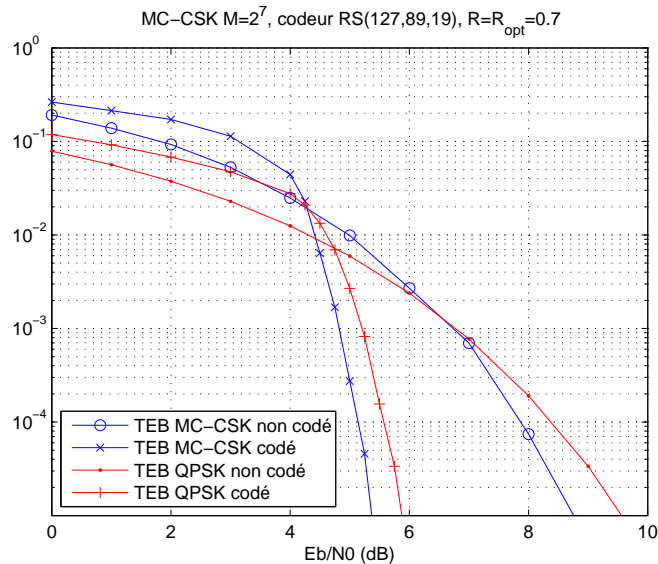


FIGURE 5.11 – Comparaison des Taux d’Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK  $M = 2^7$  et une modulation QPSK, codage RS(127, 89, 19)

### 5.2.2.2 Système MC-CSK pour $M = 2^{14}$

On considère maintenant une charge plus élevée, équivalant à la même efficacité spectrale qu’une modulation 16-APSK. On l’a vu, l’utilisation d’un code RS de longueur  $N_{RS} = 2^{14}$  pour faire correspondre l’alphabet de symboles de codage avec l’alphabet de macrosymboles, conduit à une grande complexité et on ne retrouve pas d’application avec cette longueur de code dans les standards actuels.

En adoptant un code plus court, on va moduler plusieurs symboles de codage sur un macrosymbole. On cherche à avoir un nombre entier de symboles de codage par macrosymbole et ceux-ci modulant 14 bits, la solution proposée est d’utiliser le même code que pour le cas  $M = 2^7$  i.e. un RS(127,  $K_{RS}$ ,  $t$ ) avec deux symboles de codage par macrosymbole. La longueur du code n’étant pas divisible par 2, on va considérer deux mots de code de longueur 127 modulés sur 127 macrosymboles.

En considérant l’hypothèse pessimiste qu’une erreur sur un macrosymbole avant décodage RS conduit systématiquement à deux erreurs au niveau symbole de codage, on adopte le mapping symbole de codage/macrosymbole donné sur la figure 5.12.

Cela permet de répartir les erreurs équitablement sur les deux mots de code et de rentabiliser

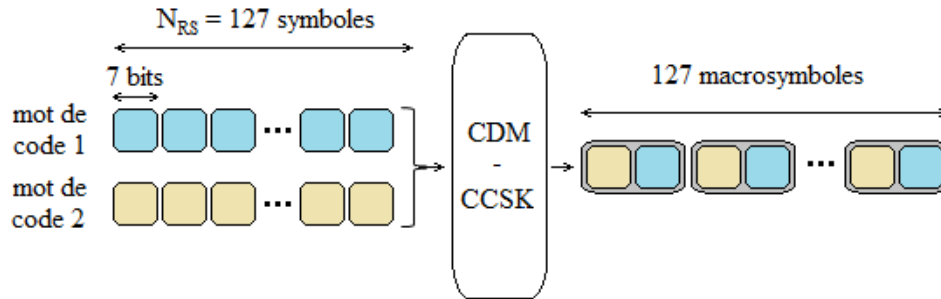


FIGURE 5.12 – Méthode de codage pour un système MC-CSK  $M = 2^{14}$  avec un code RS(127,  $K_{RS}, t$ )

la capacité de correction. En cas d'erreur sur un macrosymbole, on aura une erreur sur un symbole de codage pour chaque mot. On applique donc le même raisonnement sur l'optimalité du compromis efficacité spectrale / efficacité en puissance développé pour  $M = 2^7$ . A partir du TEM simulé, on déduit la courbe donnée sur la figure 5.13 donnant le meilleur rendement de codage pour cette charge du MC-CSK.

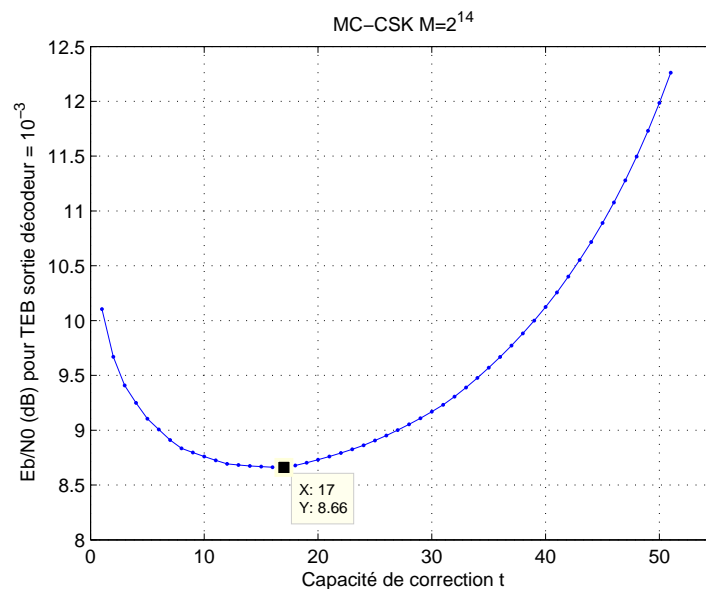


FIGURE 5.13 – Variation du  $\frac{E_b}{N_0}$  pour atteindre  $TEB_{out} = 10^{-3}$  en fonction de  $t$  pour un système MC-CSK  $M = 2^{14}$  avec  $N_{RS} = 127$

Comme pour le cas  $M = 2^7$ , on compare les performances obtenues sur un canal Gaussien sans distorsion non-linéaire avec le rendement optimal avec des rendements retenus dans le standard DVB-S2 pour la modulation 16-APSK. On retient les valeurs extrémales 2/3 et 9/10. Les courbes de TEB pour un système MC-CSK pour ces trois rendements et pour un système MC-CSK non codé sont données sur la figure 5.14. Les comparaisons avec les performances de la 16-APSK en fonction de ces rendements sont faites sur les figures 5.15 pour  $R = 2/3$ , 5.16 pour  $R = 9/10$  et 5.17 pour  $R = R_{opt} = 0.73$ . Le point de croisement des courbes non codées de la modulation MC-CSK et de la modulation 16-APSK est à  $\frac{E_b}{N_0} = 8.74$  dB. Un gain sur ce point de croisement est obtenu avec le codage et varie selon le rendement : 0.2 dB pour  $R = 2/3$ , 0.55 dB pour  $R = 9/10$  et 0.7 dB pour  $R = R_{opt} = 0.73$ . On retrouve le plus fort gain pour le rendement optimal mais les valeurs obtenues n'apportent pas une grande amélioration sur le point de croisement.

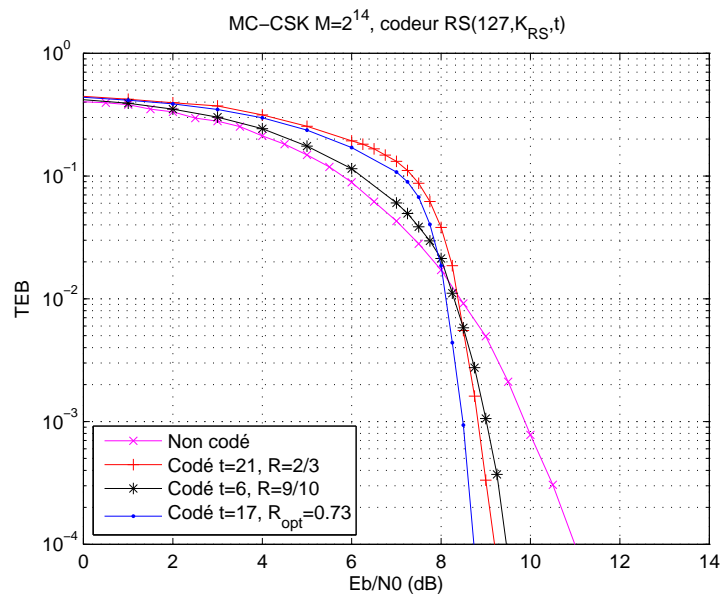


FIGURE 5.14 – Taux d’Erreur Bit pour un système MC-CSK  $M = 2^{14}$  avec codage Reed-Solomon et différents rendements

Les performances obtenues avec des codes Reed-Solomon pour deux cas d’étude montrent qu’il est possible d’obtenir un gain sur le  $\frac{E_b}{N_0}$  à partir duquel la modulation MC-CSK codée a une meilleure efficacité en puissance que les modulations QPSK et 16-APSK codées, selon la charge considérée. Cependant, on reste loin des points de fonctionnement offert par le standard

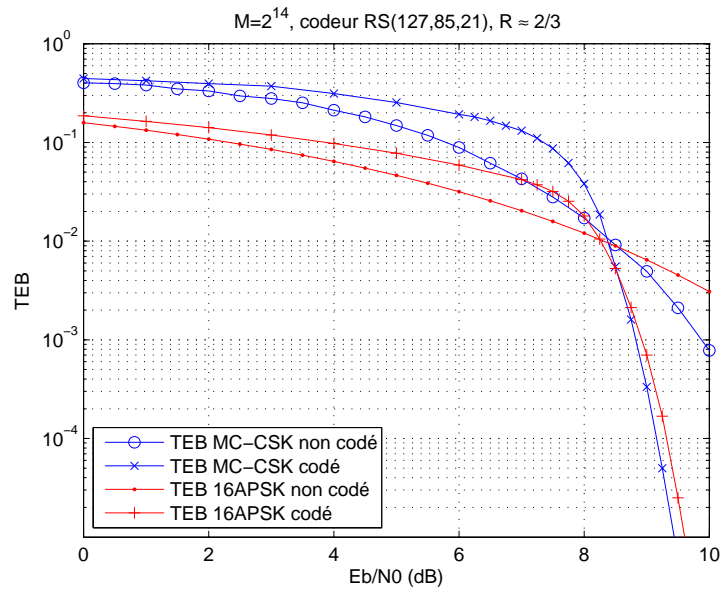


FIGURE 5.15 – Comparaison des Taux d’Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK  $M = 2^{14}$  et une modulation 16-APSK, codage RS (127, 85, 21)

DVB-S2 (QPSK : TEB QEF pour  $\frac{\varepsilon_b}{N_0} \leq 3.9$  dB, 16-APSK : TEB QEF pour  $\frac{\varepsilon_b}{N_0} \leq 7.6$  dB), d’autant plus qu’un décodage dur a été adopté, mais l’intérêt était de voir qu’il est possible d’optimiser des paramètres du code en fonction de la structure de la modulation MC-CSK. Les performances avec un code plus puissant et un décodage souple sont étudiées par la suite.

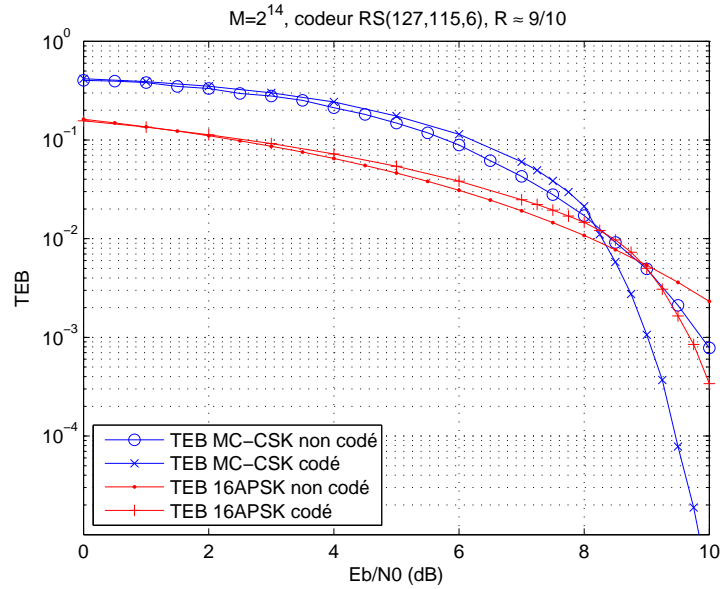


FIGURE 5.16 – Comparaison des Taux d’Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK  $M = 2^{14}$  et une modulation 16-APSK, codage RS (127, 115, 6)

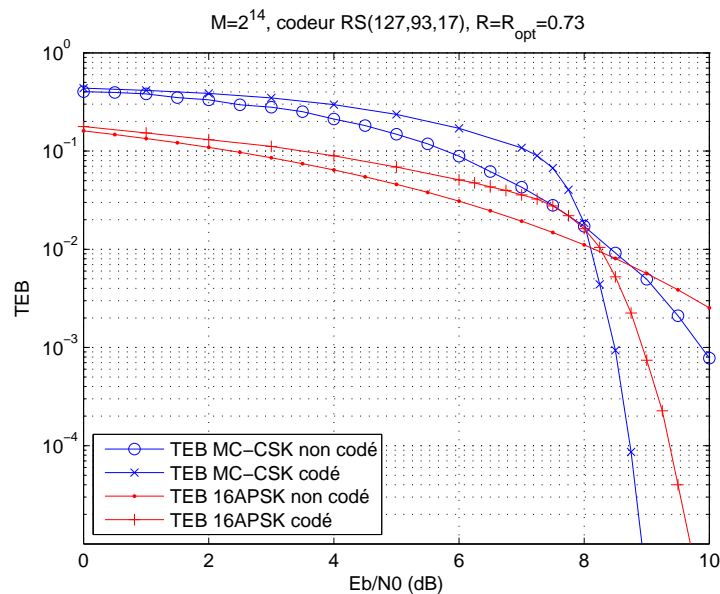


FIGURE 5.17 – Comparaison des Taux d’Erreur Bit codés entre une modulation MC-CSK  $M = 2^{14}$  et une modulation 16-APSK, codage RS (127, 93, 17)

## 5.3 Codage Low-Density Parity-Check (LDPC)

### 5.3.1 Présentation

Les codes LDPC sont des codes en bloc linéaires à faible densité, proposés par Gallager [33] au début des années 60. Cependant, due à la complexité trop importante pour les architectures matérielles de l'époque, ils connurent un faible écho à cette époque. C'est après l'avènement des turbo-codes [9] et la mise en évidence du principe "turbo" lié au décodage itératif qu'ils furent remis au goût du jour par MacKay [59] [60]. Les performances de ces codes en termes de proximité avec la borne de Shannon [80] pour des canaux binaires sans mémoire et de complexité d'implémentation en ont fait un sujet de recherche très actif ces dernières années et leur degré de maturité a motivé leur sélection dans le dernier standard de diffusion par satellite DVB-S2 [29] et le récent standard de communication sans fil WIMAX [46].

De manière générale, un code LDPC est défini dans  $GF(q)$  (avec  $q = 2^p$ ) et est représenté par sa matrice de parité creuse  $H$  de taille  $(n-k) \times n$  dont les éléments non nuls appartiennent au corps de Galois  $GF(q)$ .  $n$  est défini comme la longueur d'un mot de code,  $k$  comme la longueur d'un mot d'information et  $m = n - k$  comme le nombre de symboles de parité. Le rendement du code est défini par  $R \leq \frac{k}{n}$ , l'égalité étant obtenue pour une matrice  $H$  de rang plein.

Le code est alors défini comme l'ensemble des mots de code  $\mathbf{c} \in GF(q)^n$  vérifiant  $H\mathbf{c}^T = 0$ .

Dans le cas  $q = 2$ , on parle de codes LDPC binaires et dans les cas  $q > 2$ , les codes appartiennent à la famille des codes LDPC non binaires introduite dans [21].

On peut représenter ces codes de deux manières différentes : une représentation matricielle et une représentation graphique.

#### Représentation matricielle

On définit  $w_l$  et  $w_c$  le nombre d'éléments non nuls sur respectivement chaque ligne et chaque colonne de la matrice de parité  $H$ . Elle sera dite de faible densité ou creuse si  $\frac{w_l w_c}{mn} \rightarrow 0$  quand  $n \rightarrow +\infty$ . Pour satisfaire à ces conditions, la matrice doit généralement être très large. Un code possédant un nombre constant d'éléments non nuls par ligne et par colonne est dit régulier (irrégulier dans le cas contraire).

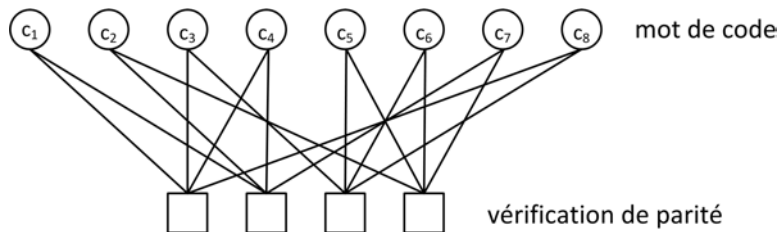
Exemple de matrice de parité pour un code  $LDPC(n = 16, w_c = 4, w_l = 2)$  binaire :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

### Représentation graphique

La représentation graphique a été introduite par Tanner en 1981 [85]. Le graphe est composé de noeuds de variable associés aux valeurs des mots de code et de noeuds de parité associés aux équations de parité. On trace un lien entre un noeud de variable  $i$  et un noeud de parité  $j$  si la valeur  $h_{ji}$  dans la matrice  $H$  est un élément non nul.

Exemple de graphe de Tanner pour un code LDPC( $n = 8, w_c = 4, w_l = 2$ ) :



### Génération de la matrice de parité et encodage

Pour un code LDPC, contrairement aux codes en bloc classiques, on définit d'abord la matrice de parité  $H$  de laquelle on déduit ensuite la matrice génératrice  $G$  pour l'encodage. Il existe plusieurs algorithmes pour générer  $H$  dont un proposé par Gallager [33] mais plus récemment MacKay a proposé de générer  $H$  de manière pseudo-aléatoire [61]. Des méthodes efficaces d'optimisation de la construction ont été publiées pour des matrices larges [17] [76] ou de taille modérée [44].

Une fois  $H$  définie, on peut l'écrire sous la forme  $H = \begin{bmatrix} P^T & I_m \end{bmatrix}$  où  $P$  est une matrice de taille  $m \times n - m$  et  $I_m$  la matrice identité de taille  $m$ . On en déduit la matrice génératrice du code  $G$



telle que  $G = \begin{bmatrix} I_{m-n} & P \end{bmatrix}$  et l'encodage de mots d'information  $\mathbf{u}$  se fait simplement par :  $\mathbf{c} = \mathbf{u}G$ . À noter que pour de très grandes tailles de matrice, l'encodage peut s'avérer complexe malgré la faible densité des matrices. Dans ces cas-là des algorithmes d'encodage optimisés sont utilisés [75].

### 5.3.2 Choix du code

Comme expliqué dans la section 5.1, la structure de la forme d'onde et la statistique des erreurs conduisent à privilégier des codes en bloc non binaires en cherchant à faire coïncider un nombre entier de symboles de codage sur un macrosymbole de la modulation MC-CSK.

Les codes LDPC non binaires ont été présentés par [21] montrant que ces codes pouvaient avoir de très bonnes performances pour les tailles modérées de matrice quand on augmentait l'ordre du corps de Galois associé.

Les éléments non nuls de la matrice de parité  $H$  sont définis sur un corps de Galois  $GF(q)$  ( $q = 2^p$ ,  $p > 1$ ) et appartiennent à l'ensemble  $S = \{0, 1, \alpha, \dots, \alpha^{q-2}\}$  où  $\alpha$  est la racine primitive de  $GF(q)$ .

Nous avons à disposition deux codes LDPC non binaires réguliers définis dans  $GF(64)$  et de rendement  $R = 1/2$ . Les matrices de parité ont été générées et optimisées en utilisant [71] et sont de taille  $8 \times 16$  pour  $H_1$  et  $192 \times 384$  pour  $H_2$ . Le corps de Galois associé ( $GF(2^6)$ ) ne permet pas de considérer les niveaux de charge précédemment utilisés ( $M = 2^7$  et  $M = 2^{14}$ ) pour avoir un nombre entier de symboles de codage par macrosymbole. Nous définissons donc deux nouveaux cas d'étude pour évaluer l'apport de ces codes :

- $M = 2^6$  avec modulation en quadrature et permettant d'avoir l'équivalence entre symbole de codage et macrosymbole ( $\eta_s = 1.71$  bit/s/Hz). Ce cas nous permet de valider l'implémentation du codage et du décodage.
- $M = 2^{12}$  avec modulation en quadrature offrant une efficacité spectrale  $\eta_s = 3.42$  bit/s/Hz que l'on comparera à une modulation 8PSK  $\eta_{s,8PSK} = 3$  bit/s/Hz.

### 5.3.3 Décodage

S'il est possible de décoder les codes LDPC au sens du maximum de vraisemblance [33], la complexité devient trop importante dès lors que l'on considère des mots de code de tailles significatives, hypothèse importante pour obtenir des performances convenables. [33] a donc

également proposé un algorithme itératif sous-optimal fournissant de bonnes performances. Il fut revu par [61] et [55] dans le cas de graphes factoriels. On le retrouve dans la littérature sous différentes appellations : Propagation de croyances (*Belief Propagation* - BP) ou algorithme Somme-Produit (*Sum-Product*). Comme son nom l'indique, cet algorithme propage des messages le long des branches du graphe associé au code. Pour un code LDPC non binaire dans  $GF(q)$ , ces messages sont des vecteurs de probabilité de taille  $q$ . Cependant, avec l'augmentation de l'ordre du corps de Galois, la complexité du décodeur devient importante.

En réponse à cela, les auteurs de [22] ont proposé un algorithme permettant d'utiliser des ordres élevés avec une complexité réduite appelé *Extended-Min-Sum*. La réduction de la complexité est obtenue en ne faisant transiter à travers le graphe associé au code que les  $n_m$  messages les plus fiables pour chaque symbole. La dégradation des performances est principalement due au calcul itératif de ces messages qui peut mener à une convergence de l'algorithme vers un minimum local. Une technique décrite dans [15] pour les codes LDPC binaires consiste à corriger l'estimation avec un facteur dont la valeur est obtenue par minimisation d'une fonction de coût. [22] a appliqué cette technique au cas non binaire. La valeur optimale du facteur de correction dépend de la taille du code, de la densité de la matrice de parité, du corps de Galois considéré et de  $n_m$ . L'algorithme offre également la possibilité de fixer le nombre maximum d'itérations. Nous avons retenu cet algorithme pour les simulations des différents cas d'étude.

Contrairement au code Reed-Solomon utilisé précédemment, le décodage des codes LDPC est souple afin de ne pas perdre d'information avant décodage et d'exploiter au mieux les capacités de correction de ce type de code. Après la démodulation MC-CSK, on doit calculer les informations probabilistes pour les différents symboles de codage sous la forme de *Log Likelihood Ratio* (LLR), le calcul variant selon la charge du système considérée. Un schéma de la chaîne de transmission incluant le codeur LDPC est donné sur la figure 5.18.

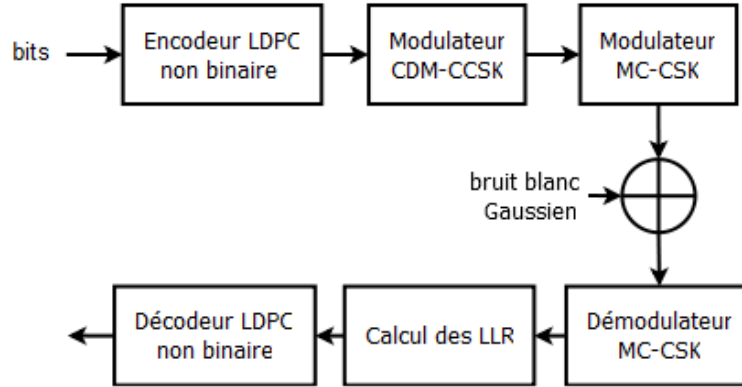


FIGURE 5.18 – Schéma de la chaîne de transmission avec un code LDPC et un décodage souple

### 5.3.3.1 Système MC-CSK pour $M = 2^6$

#### Calcul des LLR

Le code LDPC non binaire est défini dans  $GF(64) = GF(2^6)$  ( $p = 6, q = 64$ ). Pour cette charge, on va donc pouvoir associer chaque symbole de codage  $c_k = \{0, 1, \alpha, \dots, \alpha^{q-2}\}$  en sortie du codeur LDPC à un macrosymbole  $X_k, k = 0, \dots, q - 1$ . Après transmission dans le canal Gaussien et démodulation MC-CSK, on reçoit des macrosymboles bruités sous la forme de blocs de  $N = 7$  chips bruités :  $Y = X + W$  avec  $Y = [y_1, y_2, \dots, y_7]$ ,  $X = [x_1, x_2, \dots, x_7]$  et  $W = [w_1, \dots, w_N]$  les échantillons de bruit de puissance  $\sigma^2$ . On définit le LLR de chaque symbole  $c$  par :

$$LLR(c = c_k) = \ln \left[ \frac{P(Y_k | c = c_k)}{P(Y_k | c = c_0)} \right], \forall k \in k = 0, \dots, q - 1 \quad (5.5)$$

On normalise par un symbole de référence pour lequel le LLR sera nul. On choisit arbitrairement le symbole  $c_0 = 0$  associé au macrosymbole  $X_0$  composé de  $N = 7$  chips valant 1. Comme un symbole de codage est associé à un macrosymbole on peut définir les LLR pour un macrosymbole  $X$  :

$$LLR(X = X_k) = \ln \left[ \frac{P(Y|X = X_k)}{P(Y|X = X_0)} \right], \forall k \in k = 1, \dots, q - 1 \quad (5.6)$$

où les  $P(Y|X = X_k)$  sont les observations faites pour chaque  $X_k$  qui s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 P(Y|X = X_k) &= \prod_{i=1}^7 P(y_i|x_{ki}) \\
 &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^7} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^7 |y_i - x_{ki}|^2\right) \\
 &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^7} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \|Y - X_k\|^2\right)
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

En injectant cette expression dans l'équation (5.6), on trouve les expressions des  $q-1$  LLR pour  $k = 1, \dots, q-1$  :

$$LLR(X = X_k) = \frac{-1}{2\sigma^2} [\|Y - X_k\|^2 - \|Y - X_0\|^2]. \tag{5.8}$$

Les LLR ainsi calculés sont proportionnels au terme de bruit  $\frac{-1}{2\sigma^2}$ . Pour le décodage, ils sont affectés de la même façon et donc la connaissance de la puissance du bruit n'est pas nécessaire.

### Résultats de simulation

On considère une transmission avec un système MC-CSK avec  $M = 2^6$  dans un canal Gaussien sans distorsion non-linéaire et les codes LDPC non binaire à disposition, de longueur  $n_1 = 16$  et  $n_2 = 384$  et de rendement  $R = 1/2$ . On fixe  $n_m = 24$ , le facteur de correction à 1 pour  $n_1$  et à 0.6 pour  $n_2$ . Le nombre d'itération est limité à 100. La figure 5.19 compare les performances en TEB entre les systèmes codés et non codé. L'efficacité spectrale offerte par cette charge n'est équivalente à avec celle d'une modulation classique, il n'y a donc pas de comparaison dans ce cas d'étude.

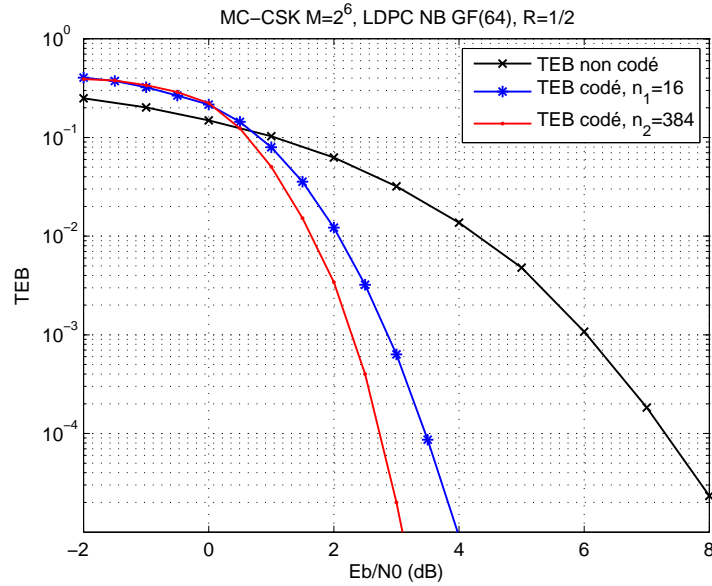


FIGURE 5.19 – Taux d’Erreur Bit pour un système MC-CSK  $M = 2^6$  avec deux codes LDPC non binaires

### 5.3.3.2 Système MC-CSK pour $M = 2^{12}$

Avec cette charge, on associe pour la transmission deux symboles en sortie du codeur LDPC à un macrosymbole. On introduit les notations  $c^{(0)}$  et  $c^{(1)}$  désignant ces deux symboles.  $(c^{(0)}, c^{(1)}) \in (c_k = \{0, 1, \alpha, \dots, \alpha^{q-2}\})^2$ ,  $q = 64$ .

Contrairement aux codes RS, les codes LDPC sont sensibles à la répartition des erreurs sur un mot de code et sera plus efficace avec une répartition homogène. De plus, on ne peut pas définir de capacité de correction pour un mot de code et donc la stratégie de mapping utilisée pour les codes RS est inefficace. En considérant toujours l’hypothèse pessimiste qu’une erreur sur un macrosymbole conduit à deux symboles de codage faux, on rajoute un entrelaceur comme illustré sur la figure 5.20 pour permettre de répartir les erreurs éventuelles sur les mots de code.

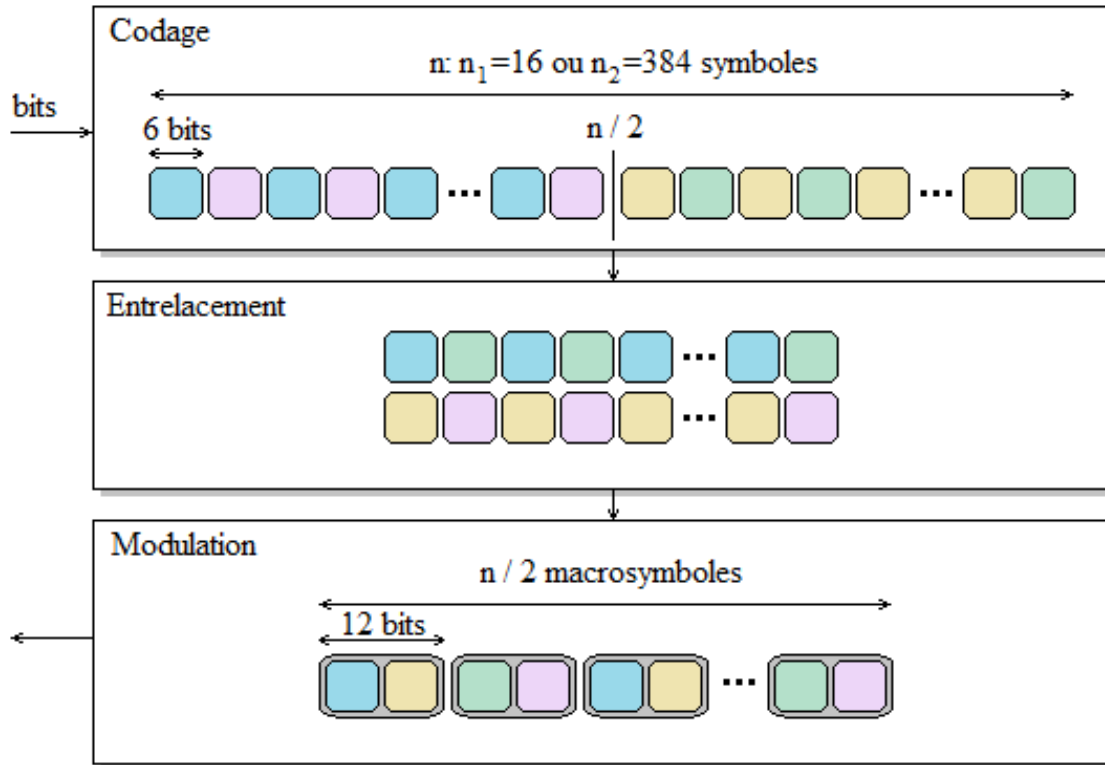


FIGURE 5.20 – Schéma d’entrelacement des symboles de codage sur  $GF(64)$  avant modulation sur macrosymboles pour  $M = 2^{12}$

### Calcul des LLR

A chaque macrosymbole  $Y$  reçu, on doit calculer  $q - 1$  LLR pour  $c^{(0)}$  et pour  $c^{(1)}$ . Le calcul des LLR est plus complexe car il doit tenir compte, pour un symbole donné, des états possibles de l’autre symbole et certaines simplifications vues dans le cas d’étude précédent ne sont plus possibles.

Pour  $c^{(0)}$ , les  $q - 1$  LLR sont définis par :

$$LLR(c^{(0)} = c_k) = \ln \left[ \frac{P(Y|c^{(0)} = c_k)}{P(Y|X_0)} \right] \quad (5.9)$$

Le terme de normalisation est toujours donné par le macrosymbole  $X_0$  composé de  $N = 7$  chips valant 1 et correspondant à  $X_{c^{(0)}=c_0, c^{(1)}=c_0}$ .

Pour chaque observation, on différencie en fonction des valeurs de l'autre symbole :

$$\begin{aligned}
 P(Y|c^{(0)} = c_k) &= \sum_{c^{(1)} \in GF(q)} P(Y, c^{(1)} | c^{(0)} = c_k) \\
 &= \sum_{c^{(1)} \in GF(q)} P(Y|c^{(1)}, c^{(0)} = c_k) P(c^{(1)})
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Les  $c^{(1)}$  étant équiprobables, on a :

$$P(Y|c^{(0)} = c_k) = \frac{1}{q} \sum_{c^{(1)} \in GF(q)} \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^7} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \|Y - X_{c^{(0)}=c_k, c^{(1)}}\|^2\right). \tag{5.11}$$

Avec  $P(Y|X_0) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi\sigma^2})^7} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \|Y - X_0\|^2\right)$ , on détermine les expressions des LLR pour  $c^{(0)}$  :

$$\begin{aligned}
 LLR(c^{(0)} = c_k) &= \ln \left[ \frac{\frac{1}{q} \sum_{c^{(1)}} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \|Y - X_{c^{(0)}=c_k, c^{(1)}}\|^2\right)}{\exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \|Y - X_0\|^2\right)} \right] \\
 &= \ln \left[ \frac{1}{q} \sum_{c^{(1)}} \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \left[ \|Y - X_{c^{(0)}=c_k, c^{(1)}}\|^2 - \|Y - X_0\|^2 \right] \right) \right]
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

Le calcul est identique pour  $c^{(1)}$ , en intervertissant les rôles joués par les deux symboles.

On voit que la somme sur les  $c^{(1)}$  empêche la simplification de l'expression ce qui, en dehors de la complexité inhérente, nécessite la connaissance du terme de bruit  $\frac{-1}{2\sigma^2}$ .

### Résultats de simulation

On considère une transmission avec un système MC-CSK avec  $M = 2^{12}$  dans un canal Gaussien sans distorsion non-linéaire. Les mêmes codes et le même algorithme de décodage que pour le cas d'étude  $M = 2^6$  sont utilisés. La figure 5.21 compare les performances en TEB entre les systèmes non codé, codé sans entrelaceur et codé avec entrelaceur pour les deux longueurs de code ( $n_1 = 16$ ,  $n_2 = 384$ ). Les performances des codes LDPC s'améliorent avec l'augmentation de la longueur du code, ce que l'on vérifie sur la figure. Le rôle bénéfique de l'entrelaceur est également mis en évidence.

Bien que l'efficacité spectrale ne soit pas équivalente à celle de la modulation 8-PSK, on

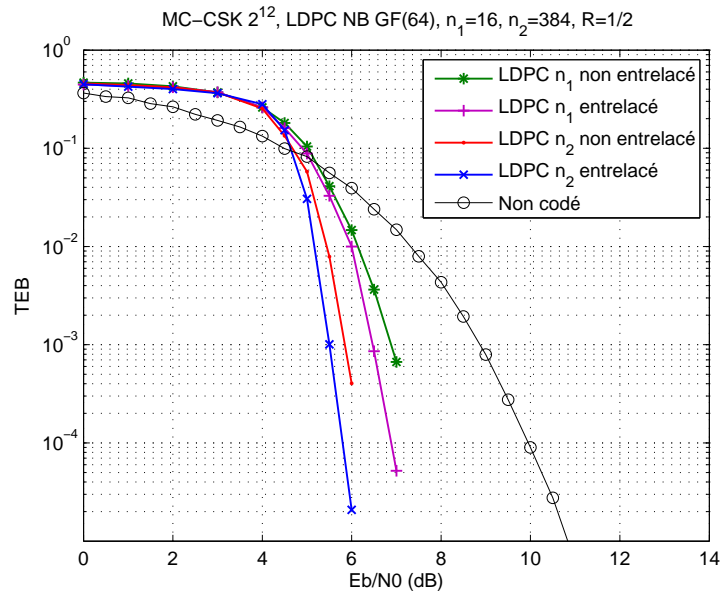


FIGURE 5.21 – Impact de l’entrelacement et de deux codes LDPC non binaires sur le TEB d’un système MC-CSK pour  $M = 2^{12}$

propose une comparaison des performances codées et non codées sur la figure 5.22. L’apport espéré du code LDPC non binaire pour l’amélioration des performances de la modulation MC-CSK par rapport à des modulations classiques n’est pas confirmé par ces courbes. Si on constate bien une amélioration sur le TEB pour le MC-CSK, la modulation 8-PSK répond plus favorablement à la capacité de correction du LDPC.

Finalement, nous réalisons la comparaison des performances entre les codes RS et LDPC pour les charges  $M = 2^6$ , figure 5.23 et  $M = 2^{12}$ , figure 5.24. On vérifie la supériorité attendue du LDPC même pour une faible longueur de code ( $n_1 = 16$ ).



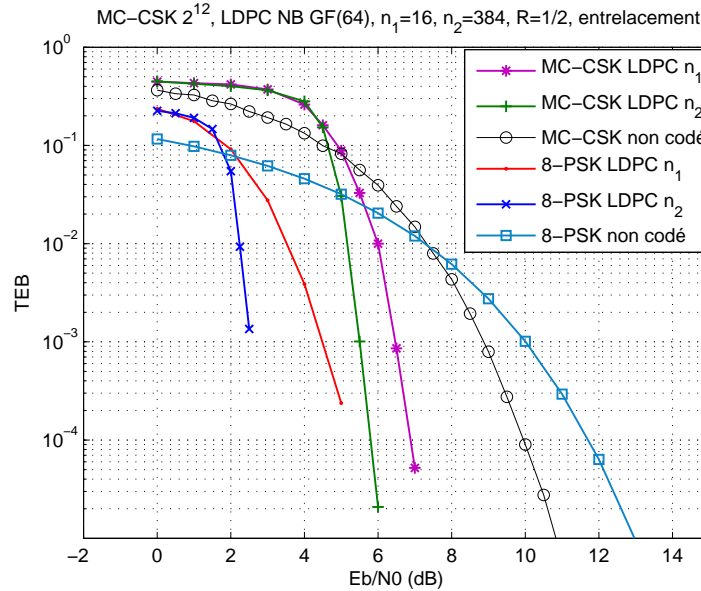


FIGURE 5.22 – Taux d’Erreur Bit pour un système MC-CSK  $M = 2^{12}$  et une modulation 8-PSK avec deux codes LDPC non binaires

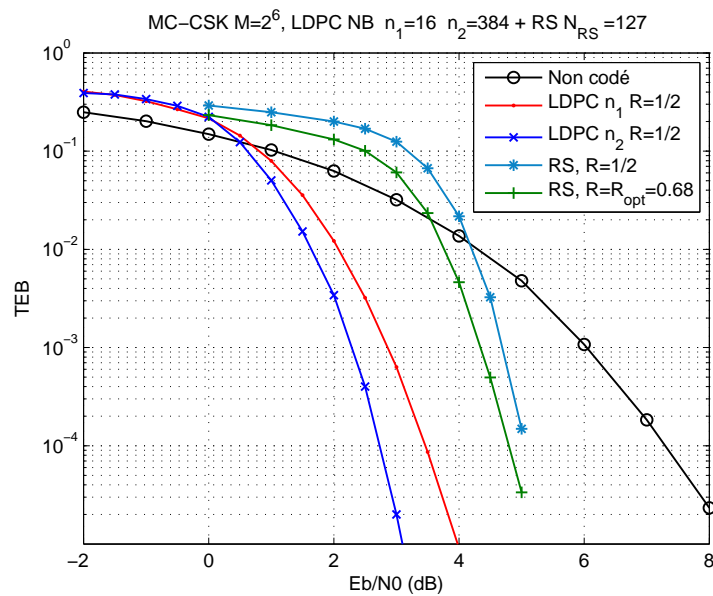


FIGURE 5.23 – Comparaison des performances codées entre un codage LDPC et un codage RS pour un système MC-CSK  $M = 2^6$

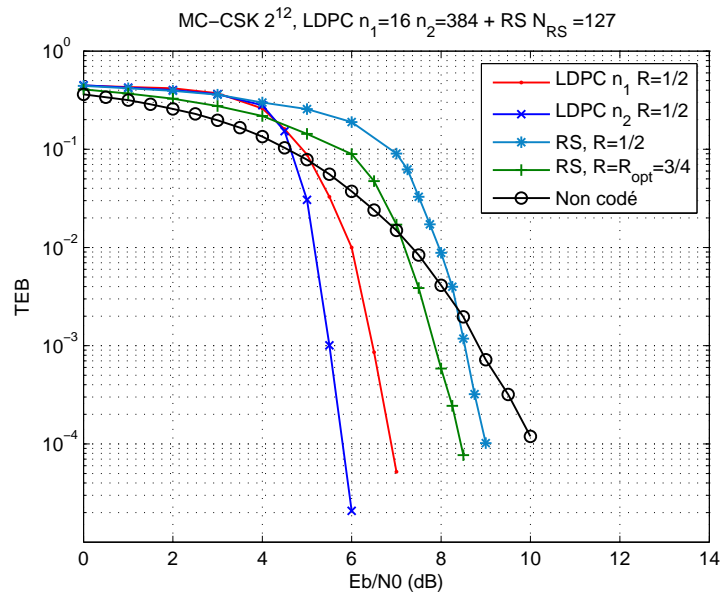


FIGURE 5.24 – Comparaison des performances codées entre un codage LDPC et un codage RS pour un système MC-CSK  $M = 2^{12}$

### 5.4 Conclusion sur le codage canal

Dans ce chapitre, on a étudié les performances du MC-CSK avec deux types de codage canal. La structure de la modulation et l'analyse de la statistique des erreurs nous ont incité à utiliser des codes en bloc non binaires.

Dans un premier temps, un code Reed-Solomon de taille  $N_{RS} = 127$  a été implémenté. On a montré qu'il était possible de trouver un rendement de code optimal conduisant au meilleur compromis entre l'efficacité en puissance et l'efficacité spectrale pour différentes charges d'une chaîne de transmission basée sur du MC-CSK. Si les performances sont améliorables en comparaison à ce qui est proposé dans le standard de diffusion actuel, nous retenons surtout qu'une analyse appropriée conduit à des performances optimisées.

Par la suite, nous avons cherché à améliorer les taux d'erreur bit codés avec une nouvelle approche basée sur un décodage souple. Les codes LDPC à disposition n'offraient que deux longueurs de code différentes et le même rendement, ce qui n'a pas permis de poursuivre l'étude d'optimisation entamée avec le premier codeur. Le décodage souple a nécessité le calcul des LLR avant décodage. La méthode de calcul a été adaptée en fonction de la charge du système. Les résultats obtenus n'ont pas confirmé les attentes liées au décodage souple. Néanmoins, le code LDPC offre des capacités de correction supérieures au code RS même pour une faible longueur de code et les possibilités d'amélioration restent ouvertes notamment sur la taille des codes et les rendements utilisés.

La piste des codes en bloc reste la plus prometteuse et nécessite davantage d'investigations incluant l'étude d'autres codes de cette famille.



# Conclusions

Dans ce chapitre, nous revenons sur les contributions de cette thèse et les perspectives de recherche associées.

## Conclusions générales

Dans un contexte de limitation des ressources disponibles et d'augmentation des besoins, cette thèse propose une nouvelle forme d'onde visant à améliorer le compromis global entre efficacité spectrale et efficacité en puissance par rapport aux solutions actuelles. Le travail réalisé est articulé autour de trois axes : la définition de la modulation CDM-CCSK, sa transposition sur plusieurs porteuses à travers une modulation OFDM définissant la forme d'onde MC-CSK et l'analyse d'un codage canal adapté à la structure de cette dernière.

La définition et la justification de la modulation CDM-CCSK ont été développées dans le chapitre 3. Elle est basée sur la transmission simultanée de plusieurs flux d'information, individuellement modulés avec du Code-Shift-Keying (CCSK) impliquant un étalement du spectre pour chaque flux. On réalise le multiplexage grâce à du Code Division Multiplexing (CDM) afin de compenser la dégradation de l'efficacité spectrale liée à l'étalement.

Les séquences d'étalement retenues pour l'implémentation de cette structure sont des séquences de Gold et ont été sélectionnées après un état de l'art présenté dans le chapitre 2. Elles présentent, en effet, le meilleur compromis entre le nombre de séquences disponibles pour une longueur de séquence  $N$  donnée et la capacité de détection des séquences en réception dépendant de leurs propriétés d'intercorrélation.

Nous avons proposé une étude du comportement asymptotique des performances de la modulation à fort rapport signal à bruit et montré que pour un nombre donné de flux multiplexés, l'amélioration de l'efficacité spectrale, via l'augmentation du nombre de séquences attribuées

à chaque flux, menait à une amélioration conjointe de l'efficacité en puissance. Nous avons pu vérifier ces résultats pour un faible nombre de flux multiplexés et une longueur de séquence  $N = 31$  avec un détecteur optimal en réception, implémenté avec du décodage sphérique. L'augmentation du nombre de flux multiplexés conduit à une complexité trop importante pour la longueur de séquence considérée et l'analyse de détecteurs sous-optimaux à complexité réduite n'a pas montré de solution alternative satisfaisante.

L'étude s'est poursuivie pour une plus faible longueur de séquence ( $N = 7$ ) pour pallier la complexité d'implémentation. Elle a permis de montrer que pour un grand nombre de flux, le multiplexage de deux ensembles différents de séquences pouvait conduire au même motif que nous désignons par le terme macrosymbole. En réponse à cela, nous avons proposé une adaptation de la structure initiale basée sur une sélection préalable de macrosymboles uniques définissant ainsi un nouvel alphabet utilisé pour moduler les données d'un seul flux.

Les résultats obtenus sur un canal Gaussien avec cette nouvelle approche ont confirmé l'amélioration de l'efficacité en puissance, à partir d'un certain rapport signal à bruit, par rapport à des modulations d'amplitude et de phase de même efficacité spectrale et retenues dans le standard actuel de diffusion par satellite.

Cependant, en considérant une transmission monoporteuse, la forte variation de puissance du signal d'un macrosymbole à l'autre est une pénalité importante lors du passage dans les amplificateurs à bord des satellites. Dans le chapitre 4, nous proposons la transposition de blocs de macrosymboles sur les sous-porteuses d'un modulateur OFDM qui permet de stabiliser la variation de puissance moyenne par symbole OFDM bien que favorisant l'apparition de plus forte valeur de puissance instantanée. Ainsi, le PAPR du format multiporteuse reste important et sa réduction reste un sujet ouvert au vu de la diversité des méthodes existantes.

Dans le chapitre 5, nous revenons sur les perspectives offertes par l'amélioration de l'efficacité en puissance obtenue au chapitre 3 en proposant un codage canal adapté à la structure de la forme d'onde, basé sur des codes par bloc non binaires Reed-Solomon (RS) et Low-Density Parity-Check (LDPC).

Ainsi, la forme d'onde MC-CSK offre une approche novatrice et un compromis entre efficacité spectrale et efficacité en puissance prometteur. En considérant les points de fonctionnement du standard actuel de diffusion, les performances offertes par la forme d'onde proposée ne sup-

plantent pas celles du standard bien que la comparaison soit biaisée en raison de la présence d'un code convolutif complémentaire dans le standard. La variation d'amplitude est, toutefois, une source importante de dégradations.

Cependant, la pénalité liée aux fluctuations d'amplitude est à relativiser : l'augmentation des débits de transmission devrait en effet se traduire à moyen et long terme par l'élargissement des canaux satellite au delà de quelques centaines de MHz voire quelques GHz. Dans ce contexte, le partage des transpondeurs entre plusieurs porteuses semble inévitable. La question des effets non-linéaires s'avèrerait problématique quel que soit le format de modulation appliqué sur chacune des porteuses. Les contraintes de dimensionnement induites par les fluctuations d'amplitude de la forme d'onde MC-CSK ne seraient donc plus nécessairement rédhibitoires.

## Perspectives de recherche

Les différents travaux réalisés dans cette thèse conduisent à plusieurs perspectives de recherche en vue de contourner les limitations soulevées :

- Il existe d'autres familles de séquences d'étalement qui n'ont pas été prises en compte dans l'état de l'art, ce qui laisse la possibilité de renforcer les études faites avec de nouvelles séquences, soit pour une approche multi-flux avec à la clé la recherche d'algorithmes de décodage sous-optimaux, soit pour une approche mono-flux avec la possibilité d'augmenter la taille de l'alphabet disponible et/ou de réduire la variation de la puissance du signal en monoporteuse.
- L'évaluation de la réduction du PAPR du MC-CSK par les méthodes actuelles ou futures.
- L'étude plus approfondie du codage canal avec des tailles et des rendements de code différents pour les codes LDPC non binaires.
- La concaténation au code LDPC non-binaire d'un code convolutif binaire tel qu'utilisé dans le standard DVB-S2 pour établir une comparaison moins biaisée des performances.
- L'application de codes LDPC binaires pour évaluer les performances par rapport au cas non-binaire et la complexité sur le calcul des Log-Likelihood Ratio.





# Annexe A

## Preuve de la propriété d'équidistance des séquences de $G'(a,b)$

### Rappels

#### Propriété d'équidistance des séquences de $G'(a,b)$

A partir de l'ensemble de Gold  $G(a,b)$  défini pour une longueur de séquence  $N$  et comportant  $N + 2$  séquences, il est possible de déterminer l'ensemble  $G'(a,b)$  comportant  $N + 1$  séquences équidistantes de longueur  $N$  avec  $d = \sqrt{2(N + 1)}$ .

#### Génération de $G'(a,b)$

Soient  $a = [a_1, \dots, a_N]$  et  $b = [b_1, \dots, b_N]$  deux M-séquences de longueur  $N$  formant une paire préférée à partir de laquelle on forme l'ensemble de Gold  $G(a,b)$  :

$$G(a, b) = \{a, b, a \oplus T^0 b, a \oplus T b, a \oplus T^2 b, \dots, a \oplus T^{N-1} b\}. \quad (5.13)$$

$T^i$  est l'opérateur de permutation circulaire qui décale une séquence de  $i$  chip vers la gauche et  $\oplus$  est l'opérateur XOR.

A partir de cet ensemble, on sélectionne toutes les séquences sauf  $b$  pour former  $G'(a,b)$  :

$$G'(a,b) = \{a, a \oplus T^0b, a \oplus Tb, a \oplus T^2b, \dots, a \oplus T^{N-1}b\}. \quad (5.14)$$

## L'opérateur XOR

$a \oplus b$  peut aussi s'écrire :

$$a \oplus b = a\bar{b} + \bar{a}b = a(1-b) + b(1-a) = a + b - 2ab,$$

où  $ab = [a_1b_1, \dots, a_Nb_N]$ .

## Distance entre deux séquences

Soient  $x = [x_1, \dots, x_N]$  et  $y = [y_1, \dots, y_N]$  deux séquences de longueur  $N$ . On définit la distance entre les deux par :

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\|x - y\|^2} \\ &= \sqrt{\|x\|^2 + \|y\|^2 - 2\langle x, y \rangle} \end{aligned} \quad (5.15)$$

avec  $\langle x, y \rangle$  le produit scalaire des séquences  $x$  et  $y$ .

## Produit scalaire

Le produit scalaire des séquences  $x$  et  $y$  s'écrit :

$$\langle x, y \rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_Ny_N$$

## Preuve

Pour prouver l'équidistance des séquences de  $G'(a,b)$ , il faut montrer que le produit scalaire de deux séquences de cet ensemble est constant, quelle que soient les séquences. Pour cela, on considère deux cas :

- les séquences de  $G'(a,b)$  sont définies dans  $\{0, 1\}^N$
- les séquences de  $G'(a,b)$  sont définies dans  $\{-1, 1\}^N$

### Séquences de $G'(a,b)$ définies dans $\{0, 1\}^N$

On montre avec un exemple qu'il existe un cas où la propriété n'est pas respectée.

Le calcul de  $\langle a, a \oplus T^i b \rangle$  donne :

$$\langle a, a \oplus T^i b \rangle = \langle a, a + T^i b - 2aT^i b \rangle = \langle a, a \rangle + \langle a, T^i b \rangle - 2 \langle a, aT^i b \rangle .$$

Notons que :

- $\langle a, a \oplus T^i b \rangle = \langle a, T^i b \rangle$  car  $a_i^2 = 1 \forall i (a_i \in \{0, 1\})$ ,
- $\langle a, a \rangle = \langle b, b \rangle = \frac{N+1}{2}$  d'après les propriétés des M-séquences qui possèdent toujours un '1' de plus que de '0' (voir section 2.2.2 du chapitre 2).

On a alors  $\langle a, a \oplus T^i b \rangle = \frac{N+1}{2} - \langle a, T^i b \rangle$  et dépend des valeurs que peut prendre  $\langle a, T^i b \rangle$ . La propriété  $\langle a, a \oplus T^i b \rangle = -1$  n'est pas vérifiée pour toutes les valeurs de  $i$ .

### Séquences de $G'(a,b)$ définies dans $\{-1, 1\}^N$

La représentation des séquences de  $G'(a,b)$  dans  $\{-1, 1\}^N$  implique la transformation suivante :

$$V \rightarrow 2V - \mathbf{1}_N$$

où  $V$  représente une séquence quelconque de  $G'(a,b)$  et  $\mathbf{1}_N$  est un vecteur composé de 1 de longueur  $N$ .

Pour les produits scalaires avec la séquence  $a$  seule, on a :

$$\begin{aligned}
 & \langle 2a - \mathbf{1}_N, 2(a \oplus T^i b) - \mathbf{1}_N \rangle \\
 &= \langle 2a - \mathbf{1}_N, 2(a + T^i b - 2aT^i b) - \mathbf{1}_N \rangle \\
 &= \langle 2a, 2a + 2T^i b - 4aT^i b - \mathbf{1}_N \rangle - \langle \mathbf{1}_N, 2a + 2T^i b - 4aT^i b - \mathbf{1}_N \rangle \\
 &= 4\left(\frac{N+1}{2}\right) + 4\langle a, T^i b \rangle - 8\langle a, T^i b \rangle - 2\left(\frac{N+1}{2}\right) \\
 &\quad - 2\left(\frac{N+1}{2}\right) - 2\langle \mathbf{1}_N, T^i b \rangle + 4\langle a, T^i b \rangle + N \\
 &= -2\langle \mathbf{1}_N, T^i b \rangle + N
 \end{aligned}$$

$b$  est une M-séquence donc toutes les permutations circulaires  $T^i b$  sont des M-séquence et on a  $\langle \mathbf{1}_N, T^i b \rangle = \frac{N+1}{2}$ .

On déduit ainsi que :

$$\langle 2a - \mathbf{1}_N, 2(a \oplus T^i b) - \mathbf{1}_N \rangle = -1 \quad \forall i$$

Pour les produits scalaires restants et  $i \neq j$ , on a :

$$\begin{aligned}
 & \langle 2(a \oplus T^i b) - \mathbf{1}_N, 2(a \oplus T^j b) - \mathbf{1}_N \rangle \\
 &= \langle 2(a + T^i b - 2aT^i b) - \mathbf{1}_N, 2(a + T^j b - 2aT^j b) - \mathbf{1}_N \rangle \\
 &= 4\langle a, a \rangle + 4\langle a, T^j b \rangle - 8\langle a, T^j b \rangle - 2\langle a, \mathbf{1}_N \rangle \\
 &\quad + 4\langle T^i b, a \rangle + 4\langle T^i b, T^j b \rangle - 8\langle T^i b, aT^j b \rangle - 2\langle T^i b, \mathbf{1}_N \rangle \\
 &\quad - 8\langle a, T^i b \rangle - 8\langle aT^i b, T^j b \rangle + 16\langle aT^i b, T^j b \rangle + 4\langle a, T^i b \rangle \\
 &\quad - 2\langle \mathbf{1}_N, a \rangle - 2\langle \mathbf{1}_N, T^j b \rangle + 4\langle a, T^j b \rangle + \langle \mathbf{1}_N, \mathbf{1}_N \rangle \\
 &= 4\langle T^i b, T^j b \rangle - 4\left(\frac{N+1}{2}\right) + N
 \end{aligned}$$

Il reste à calculer  $\langle T^i b, T^j b \rangle$ . Pour cela, on utilise une propriété des M-séquences qui établit que le XOR entre une M-séquence et une version décalée d'elle-même donne une autre version décalée de cette M-séquence. On peut ainsi écrire  $T^i b \oplus T^j b = T^k b$  et l'égalité  $\langle \mathbf{1}_N, T^k b \rangle = \frac{N+1}{2}$

est équivalente à :

$$\begin{aligned}
 & \langle \mathbf{1}_N, T^i b \oplus T^j b \rangle = \frac{N+1}{2} \\
 \Leftrightarrow & \langle \mathbf{1}_N, T^i b + T^j b - 2T^i b T^j b \rangle = \frac{N+1}{2} \\
 \Leftrightarrow & \langle \mathbf{1}_N, T^i b \rangle + \langle \mathbf{1}_N, T^j b \rangle - 2 \langle \mathbf{1}_N, T^i b T^j b \rangle = \frac{N+1}{2} \\
 \Leftrightarrow & \langle \mathbf{1}_N, T^i b \rangle + \langle \mathbf{1}_N, T^j b \rangle - 2 \langle T^i b, T^j b \rangle = \frac{N+1}{2}
 \end{aligned}$$

On en déduit que  $\langle T^i b, T^j b \rangle = \frac{N+1}{4}$  pour  $j \neq i$  et que :

$$\begin{aligned}
 & \langle 2(a \oplus T^i b) - \mathbf{1}_N, 2(a \oplus T^j b) - \mathbf{1}_N \rangle \\
 & = 4 \langle T^i b, T^j b \rangle - 4 \left( \frac{N+1}{2} \right) + N \\
 & = -1 \quad \forall i \neq j
 \end{aligned}$$

On a donc montré que si les séquences de  $G'(a,b)$  prennent leurs valeurs dans  $-1, 1$ , le produit scalaire de deux séquences de l'ensemble est constant et vaut toujours  $-1$ . On en déduit que  $d = \sqrt{2(N+1)}$



# Bibliographie

- [1] Warren E. Adams, Alain Billionnet, and Alain Sutter. Unconstrained 0-1 optimization and lagrangian relaxation. *Discrete Appl. Math.*, 29(2-3) :131–142, Dec. 1990. [61](#)
- [2] M. Amadeo, G. Araniti, A. Iera, and A. Molinaro. A satellite-lte network with delay-tolerant capabilities : Design and performance evaluation. In *Vehicular Technology Conference (VTC Fall), 2011 IEEE*, pages 1 –5, sept. 2011. [17](#)
- [3] *Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL) : ANSI T1.413-1995*. ANSI, Nov. 1995. [108](#)
- [4] H. Artes, D. Seethaler, and F. Hlawatsch. Efficient detection algorithms for mimo channels : a geometrical approach to approximate ml detection. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 51(11) :2808 – 2820, nov 2003. [52](#)
- [5] A.B. Awoseyila and B.G. Evans. Improved time diversity for lte over satellite using split multicode transmission. *Electronics Letters*, 46(10) :729 –730, 13 2010. [17](#)
- [6] F Barahona. A solvable case of quadratic 0-1 programming. *Discrete Appl. Math.*, 13(1) : 23–26, Jan. 1986. [61](#)
- [7] L. Barnault and D. Declercq. Fast decoding algorithm for ldpc over  $gf(2^q)$ . In *Information Theory Workshop, 2003. Proceedings. 2003 IEEE*, pages 70 – 73, march-4 april 2003. [103](#)
- [8] E. Berlekamp. Nonbinary bch decoding (abstr.). *Information Theory, IEEE Transactions on*, 14(2) :242, march 1968. [107](#)
- [9] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima. Near shannon limit error-correcting coding and decoding : Turbo-codes. 1. In *Communications, 1993. ICC 93. Geneva. Technical*

- 
- Program, Conference Record, IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1064–1070 vol.2, may 1993. [6](#), [119](#)
- [10] A. Billionnet. *Optimisation discrète : De la modélisation à la résolution par des logiciels de programmation mathématique*. InfoPro : Applications métiers. Dunod, 2007. ISBN 9782100496877. [61](#)
- [11] R. C. Bose and D. K. Ray Chaudhuri. On a class of error correcting binary group codes. *Information and Control*, 3(1) :68–79, March 1960. [106](#)
- [12] R.C. Bose and S.S. Shrikhande. A note on a result in the theory of code construction. *Information and Control*, 2(2) :183 – 194, 1959. [20](#)
- [13] Rapp C. Effects of hpa-nonlinearity on a 4-dpswofdm signal for a digital sound broadcasting system. *Proceedings of the Second European Conference on Satellite Communications*, pages 179–184, oct 1991. [84](#)
- [14] X. W. Chang and X. Yang. An efficient regularization approach for undetermined mimo system decoding. In *Proc. Int’l Wireless Communications and Mobile Computing Conf.*, pages 349–353, Honolulu, Hawaii, Aug. 2007. [53](#)
- [15] J. Chen, A. Dholakia, E. Eleftheriou, M.P.C. Fossorier, and X.-Y. Hu. Reduced-complexity decoding of ldpc codes. *Communications, IEEE Transactions on*, 53(8) :1288 – 1299, aug. 2005. [122](#)
- [16] H. Chernoff. A measure of asymptotic efficiency for tests of a hypothesis based on the sum of observations. *Ann. Math. Stat.*, 23 :493–507, 1952. [48](#)
- [17] Sae-Young Chung, T.J. Richardson, and R.L. Urbanke. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a gaussian approximation. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 47(2) :657 –670, feb 2001. [120](#)
- [18] P.G. Ciarlet. *Introduction à l’analyse numérique matricielle et à l’optimisation*. Collection Mathématiques appliquées pour la maîtrise. Masson, 1982. [53](#)
- [19] James Cooley and John Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of Computation*, 19(90) :297–301, 1965. [90](#)



- 
- [20] T. Cui and C. Tellambura. An efficient generalized sphere decoder for rank-deficient mimo systems. In *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf.*, volume 5, pages 3689–3693, Los Angeles, California, Sept. 2004. 53
- [21] M.C. Davey and D. MacKay. Low-density parity check codes over  $gf(q)$ . *Communications Letters, IEEE*, 2(6) :165 –167, june 1998. 103, 119, 121
- [22] D. Declercq and M. Fossorier. Decoding algorithms for nonbinary ldpc codes over  $gf$ . *Communications, IEEE Transactions on*, 55(4) :633 –643, april 2007. 122
- [23] N. Dinur and D. Wulich. Peak-to-average power ratio in high-order ofdm. *Communications, IEEE Transactions on*, 49(6) :1063 –1072, jun 2001. 94
- [24] C. Dudal, M.-L. Boucheret, M. Lops, N. Thomas, and M. Dervin. Spectral- and power-efficient data multiplexing format based on code-shift-keying. *Communications Letters, IEEE*, 15(7) :695 –697, july 2011. 40, 49
- [25] C. Dudal, N. Thomas, M. Dervin, M.-L. Boucheret, and M. Lops. Multi-Carrier-Code-Shift-Keying modulation. In *Globecom 2012 - Symposium on Selected Areas in Communications (GC12 SAC)*, Anaheim, CA, USA, Dec. 2012. 72
- [26] B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, and R. Tibshirani. Least angle regression. *Ann. Statist.*, 32(2) :pp. 407–499, 2004. 62, 63
- [27] *Digital Video Broadcasting (DVB) : Framing structure, channel coding and modulation for 11/12 GHz satellite services : EN 300 421 V1.1.2*. ETSI, Aug. 1997. 7, 108
- [28] *Digital Video Broadcasting (DVB) : Transmission System for Handheld Terminals (DVB-H) : EN 302 304 V1.1.1*. ETSI, Nov. 2004. 8
- [29] *Digital Video Broadcasting (DVB) : Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2) : EN 302 307 V1.2.1*. ETSI, Aug. 2009. 6, 7, 16, 77, 81, 100, 111, 119
- [30] *Digital Video Broadcasting (DVB) : Framing Structure, channel coding and modulation for Satellite Services to Handheld devices (SH) below 3 GHz : EN 102 585 V1.2.1*. ETSI, Sept. 2009. 8

- 
- [31] *Digital Video Broadcasting (DVB) : Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2) : EN 302 755 V1.2.1*. ETSI, Feb. 2011. [99](#)
- [32] P. Fan and M. Darnell. *Sequence design for communications applications*. Electronic & electrical engineering research studies : Communications systems, techniques, and applications series. Research Studies Press, 1996. ISBN 9780863802010. [19](#), [21](#), [22](#), [24](#)
- [33] R. Gallager. Low-density parity-check codes. *Information Theory, IRE Transactions on*, 8(1) :21–28, january 1962. [6](#), [119](#), [120](#), [121](#)
- [34] Bezalel Gavish and Hasan Pirkul. Efficient algorithms for solving multiconstraint zero-one knapsack problems to optimality. *Mathematical Programming*, 31 :78–105, 1985. [61](#)
- [35] James Zeidler George M. Dillard, Michael Reuter and Brandon Zeidler. Cyclic code shift keying : A low probability of intercept communication technique. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 39(3) :786–798, July 2003. [6](#), [8](#), [10](#), [11](#)
- [36] R. Gold. *Study of Correlation Properties of Binary Sequences*. Defense Technical Information Center, 1964. [26](#)
- [37] R. Gold. Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing (corresp.). *Information Theory, IEEE Transactions on*, 13(4) :619–621, october 1967. [9](#), [26](#), [28](#)
- [38] R. Gold. Maximal recursive sequences with 3-valued recursive cross-correlation functions (corresp.). *Information Theory, IEEE Transactions on*, 14(1) :154–156, jan 1968. [24](#), [25](#)
- [39] Solomon W. Golomb. Theory of transformation groups of polynomials over  $gf(2)$  with applications to linear shift register sequences. *Information Sciences*, 1(1) :87–109, 1968. [25](#)
- [40] S.W. Golomb. *Shift register sequences*. Aegean Park Press, 1982. ISBN 9780894120480. [19](#)
- [41] B. Hassibi and H. Vikalo. On the sphere decoding algorithm : Part i, the expected complexity. *IEEE Trans. Signal Processing*, 53(8) :2806–2818, Aug. 2005. [52](#)

- 
- [42] M. Heideman, D. Johnson, and C. Burrus. Gauss and the history of the fast fourier transform. *ASSP Magazine, IEEE*, 1(4) :14–21, october 1984. [90](#)
- [43] A. Hocquenghem. Codes correcteurs d’erreurs. *Chiffres*, 2 :147–156, Sept. 1959. [106](#)
- [44] X.-Y. Hu, E. Eleftheriou, and D.M. Arnold. Regular and irregular progressive edge-growth tanner graphs. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 51(1) :386–398, jan. 2005. [120](#)
- [45] Xianghui Hu, Xiaohan Xia, Hongguang Lan, and Jianjun Wu. On the adaptability of lte services in mobile satellite communications systems. In *Consumer Electronics, Communications and Networks (CECNet), 2012 2nd International Conference on*, pages 1936–1939, april 2012. [17](#)
- [46] *IEEE 802.16 : BROADBAND WIRELESS METROPOLITAN AREA NETWORKS (MANs)*. IEEE, 2001. [119](#)
- [47] *Asymmetric digital subscriber line (ADSL) transceivers : ITU G.992.X*. ITU, July 1999. [108](#)
- [48] Tao Jiang and Yiyan Wu. An overview : Peak-to-average power ratio reduction techniques for ofdm signals. *Broadcasting, IEEE Transactions on*, 54(2) :257–268, june 2008. [96](#)
- [49] Tao Jiang and Guangxi Zhu. Nonlinear companding transform for reducing peak-to-average power ratio of ofdm signals. *Broadcasting, IEEE Transactions on*, 50(3) :342–346, sept. 2004. [88](#), [95](#), [96](#)
- [50] Chi-Han Kao, C. Robertson, and Kyle Lin. Performance analysis and simulation of cyclic code-shift keying. In *Military Communications Conference, 2008. MILCOM 2008. IEEE*, pages 1–6, nov. 2008. [6](#), [8](#), [10](#)
- [51] T. Kasami. *Chapter on Weight distribution of bose-chaudhuri-hocquenghem codes*. Chapel Hill, NC : Univ of North Carolina Press, 1969. [30](#)
- [52] Y. Kim, J. Kim, and Y. Kim. Blockwise sparse regression. *Statist. Sinica*, 16 :375–390, 2006. [64](#)

- 
- [53] I. Koromilas, C. Robertson, and F. Kragh. Performance analysis of the link-16/jtids waveform with concatenated coding in both awgn and pulsed-noise interference. In *MILITARY COMMUNICATIONS CONFERENCE, 2010 - MILCOM 2010*, pages 2074–2081, 31 2010-nov. 3 2010. doi : 10.1109/MILCOM.2010.5680467. [108](#)
- [54] B.S. Krongold and D.L. Jones. Par reduction in ofdm via active constellation extension. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. (ICASSP '03). 2003 IEEE International Conference on*, volume 4, pages IV – 525–8 vol.4, april 2003. [99](#)
- [55] F.R. Kschischang, B.J. Frey, and H.-A. Loeliger. Factor graphs and the sum-product algorithm. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 47(2) :498–519, feb 2001. [122](#)
- [56] M. R. Leadbetter and H. Rootzen. Extremal theory for stochastic processes. *Annals of Probability*, 16 :431–478, apr 1988. [94](#)
- [57] Georg Lindgren. Point processes of exits by bivariate gaussian processes and extremal theory for the  $\chi^2$ -process and its concomitants. *Journal of Multivariate Analysis*, 10(2) : 181–206, 1980. ISSN 0047-259X. [94](#)
- [58] S. Litsyn and G. Wunder. Generalized bounds on the crest-factor distribution of ofdm signals with applications to code design. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52 (3) :992–1006, march 2006. [94](#)
- [59] David J.C. MacKay and I. Background. Low density parity check codes over  $gf(q)$ . *IEEE Communications Letters*, 2 :70–71, 1996. [119](#)
- [60] D.J.C. MacKay. Good error-correcting codes based on very sparse matrices. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 45(2) :399–431, mar 1999. [119](#)
- [61] D.J.C. MacKay and R.M. Neal. Near shannon limit performance of low density parity check codes. *Electronics Letters*, 33(6) :457–458, mar 1997. [120](#), [122](#)
- [62] F.J. MacWilliams and N.J.A. Sloane. Pseudo-random sequences and arrays. *Proceedings of the IEEE*, 64(12) :1715–1729, dec. 1976. [19](#)
- [63] U. Madhow. *Fundamentals of Digital Communications*. Cambridge University Press, 2008. [9](#), [20](#), [46](#), [47](#), [76](#), [87](#)

- 
- [64] J. Massey. Shift-register synthesis and bch decoding. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 15(1) :122 – 127, jan 1969. [107](#)
- [65] Lukas Meier, Sara Van De Geer, and Peter BÄhlmann. The group lasso for logistic regression. *Journal of the Royal Statistical Society : Series B (Statistical Methodology)*, 70(1) :53–71, 2008. [64](#)
- [66] Philippe Michelon and Nelson Maculan. Lagrangian decomposition for integer nonlinear programming with linear constraints. *Math. Program.*, 52(2) :303–313, Oct. 1991. [61](#)
- [67] S.H. Muller and J.B. Huber. A comparison of peak power reduction schemes for ofdm. In *Global Telecommunications Conference, 1997. GLOBECOM '97., IEEE*, volume 1, pages 1–5, nov 1997. [99](#)
- [68] H. Ochiai and H. Imai. Performance of the deliberate clipping with adaptive symbol selection for strictly band-limited ofdm systems. *IEEE Journals on Selected Areas in Communications*, 18(11) :2270–2277, nov 2000. [95](#)
- [69] H. Ochiai and H. Imai. On the distribution of the peak-to-average power ratio in ofdm signals. *Communications, IEEE Transactions on*, 49(2) :282 –289, feb 2001. [94](#)
- [70] Roger L. Peterson, R.E. Ziemer, and D.E. Borth. *Introduction to spread-spectrum communications*. Prentice Hall, 1995. ISBN 9780024316233. [8](#), [13](#)
- [71] C. Poulliat, M. Fossorier, and D. Declercq. Design of regular  $(2, d/\text{sub } c)$ -ldpc codes over  $\text{gf}(q)$  using their binary images. *Communications, IEEE Transactions on*, 56(10) :1626 –1635, october 2008. [121](#)
- [72] Zhi quan Luo, Wing kin Ma, A.M.-C. So, Yinyu Ye, and Shuzhong Zhang. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 27(3) : 20 –34, may 2010. [64](#)
- [73] QZSS10. Interface specification for qzss (is-qzss) draft v1.2. *Japan Aerospace Exploration Agency*, March 2010. [11](#)
- [74] I. S. Reed and G. Solomon. Polynomial Codes Over Certain Finite Fields. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 8(2) :300–304, 1960. [103](#), [104](#)

- 
- [75] T.J. Richardson and R.L. Urbanke. Efficient encoding of low-density parity-check codes. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 47(2) :638 –656, feb 2001. [121](#)
- [76] T.J. Richardson, M.A. Shokrollahi, and R.L. Urbanke. Design of capacity-approaching irregular low-density parity-check codes. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 47(2) :619 –637, feb 2001. [120](#)
- [77] A. Saleh. Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of twt amplifiers. *Communications, IEEE Transactions on*, 29(11) :1715 – 1720, nov 1981. [84](#)
- [78] D.V. Sarwate and M.B. Pursley. Applications of coding theory to spread spectrum multiple access satellite communications. *Proc. 1976 IEEE Canadian Communications and Power Conf.*, pages 72 – 75, 1976. [30](#)
- [79] D.V. Sarwate and M.B. Pursley. Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences. *Proceedings of the IEEE*, 68(5) :593 – 619, may 1980. [19](#), [21](#), [30](#)
- [80] Claude E. Shannon and Warren Weaver. *The Mathematical Theory of Communication*. Univ of Illinois Press, 1949. [12](#), [119](#)
- [81] S. Shepherd, J. Orriss, and S. Barton. Asymptotic limits in peak envelope power reduction by redundant coding in orthogonal frequency-division multiplex modulation. *Communications, IEEE Transactions on*, 46(1) :5 –10, jan 1998. [94](#)
- [82] S. B. Slimane. Reducing the peak-to-average power ratio of ofdm signal through precoding. *IEEE Trans Vehicular Technology*, 56(2) :686–695, mar 2007. [95](#)
- [83] M. Stojnic, H. Vikalo, and B. Hassibi. A branch and bound approach to speed up the sphere decoder. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. Proceedings. (ICASSP '05). IEEE International Conference on*, volume 3, pages iii/429 – iii/432 Vol. 3, march 2005. [52](#)
- [84] M. Stojnic, H. Vikalo, and B. Hassibi. An efficient h<sub>∞</sub> estimation approach to speed up the sphere decoder. In *Wireless Networks, Communications and Mobile Computing, 2005 International Conference on*, volume 2, pages 1483 – 1488 vol.2, june 2005. [52](#)
- [85] R. Tanner. A recursive approach to low complexity codes. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 27(5) :533 – 547, sep 1981. [120](#)

- 
- [86] J. Tellado. *Multicarrier Modulation with Low PAR : Applications to DSL and Wireless*. Kluwer international series in engineering and computer science. Springer, 2000. ISBN 9780792379881. [99](#)
- [87] Jose Tellado. *Peak to Average Power Ratio Reduction for Multicarrier Modulation*. PhD thesis, University of Stanford, Stanford, 1999. [90](#), [94](#), [95](#), [99](#)
- [88] Nathalie Thomas, Marie-Laure Boucheret, Anh Tai Ho, Mathieu Dervin, and Xavier Deplancq. Ofdm receiver for fixed satellite channel. *Journal of Communications and Networks, Special Issue on Recent Advances in Satellite and Space Communications*, 12(6) : 533–543, décembre 2010. [7](#), [17](#), [83](#), [89](#), [100](#)
- [89] Robert Tibshirani. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 58(1) :pp. 267–288, 1996. ISSN 00359246. [62](#)
- [90] Yuh-Ren Tsai. M-ary spreading code phase shift keying modulation for dsss multiple access systems. *IEEE Trans. Comm.*, 57(11) :3220–3224, Nov. 2009. [6](#), [39](#), [63](#)
- [91] Yuh-Ren Tsai and Xiu-Sheng Li. Kasami code-shift-keying modulation for ultra-wideband communication systems. *Communications, IEEE Transactions on*, 55(6) :1242–1252, june 2007. [6](#), [8](#), [39](#)
- [92] R. van Nee and A. de Wild. Reducing the peak-to-average power ratio of ofdm. In *Vehicular Technology Conference, 1998. VTC 98. 48th IEEE*, volume 3, pages 2072–2076 vol.3, may 1998. [94](#)
- [93] Sergio Verdu. *Multiuser Detection*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1st edition, 1998. ISBN 0521593735. [51](#)
- [94] H. Vikalo, B. Hassibi, and T. Kailath. Iterative decoding for mimo channels via modified sphere decoding. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 3(6) :2299 – 2311, nov. 2004. [52](#)
- [95] E Viterbo and J Boutros. A universal lattice code decoder for fading channels. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 45(5) :1639–1642, July 1999. [49](#)

- [96] Ping Wang and Tho Le-Ngoc. A low-complexity generalized sphere decoding approach for underdetermined mimo systems. In *Communications, 2006. ICC '06. IEEE International Conference on*, volume 9, pages 4266–4271, june 2006. [52](#)
- [97] Shuangqing Wei, D.L. Goeckel, and P.E. Kelly. A modern extreme value theory approach to calculating the distribution of the peak-to-average power ratio in ofdm systems. In *Communications, 2002. ICC 2002. IEEE International Conference on*, volume 3, pages 1686–1690 vol.3, 2002. [94](#)
- [98] Ming Yuan, Ming Yuan, Yi Lin, and Yi Lin. Model selection and estimation in regression with grouped variables. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 68 :49–67, 2006. [64](#)