Lire la première partie de la thèse

# Chapitre 12

# Phénoménologie de la combustion au sein du "Statoréacteur de Recherche"

Le chapitre précédent a permis de valider les différents paramètres numériques utilisés pour la simulation aux grandes échelles du "statoréacteur de recherche", pour un régime de haute altitude et à une richesse de 0.75. En particulier, il a été montré que la simulation présente de nombreux régimes de combustion, de la amme de diffusion au régime prémélangé riche ou pauvre. Avec l'approche PEA, deux modes principaux ont été identifiés à basse fréquence : 140 Hz et 350 Hz, en accord avec l'expérience. Dans la section suivante, le régime de vol à haute altitude va être exploré en faisant varier la richesse globale de 0.35 à 0.75. Les trois cas étudiés sont résumés en Tab. 12.1.

	Cas A	Cas B	Cas C
	0.35	0.50	0.75
m <sub>air</sub>	$0.90 {\rm ~kg.s^{-1}}$	$0.90 \rm ~kg.s^{-1}$	$0.90 {\rm ~kg.s^{-1}}$
$m_{C_3H_8}$	$0.02 \text{ kg.s}^{-1}$	$0.03 \text{ kg.s}^{-1}$	$0.044 \text{ kg.s}^{-1}$

TAB. 12.1 - Principales caractéristiques des trois cas étudiés.

Dans cet exercice particulièrement difficile de prédictivité de l'outil SGE, on s'intéressera tout d'abord à retrouver qualitativement les résultats moyens obtenus par les expérimentateurs de l'ONERA en particulier en terme de zone réactive moyenne, ceci sans qu'aucune modification ne soit apportée au code. Ces derniers ont en effet montré que le dôme présentait une combustion plus ou moins intense en fonction de la richesse injectée (Reichstadt *et al.*, 2007). Ce phénomène s'explique par le fait que le dôme constitue un réservoir de carburant pour entretenir la combustion plus en aval. De ce fait, plus la richesse globale va être élevée et plus le dôme va être rempli de propane, limitant directement la combustion dans cette zone. Il sera également montré que les modes acoustiques régissant l'écoulement doivent être parfaitement capturés afin de représenter l'écoulement réactif dans le statofusée . Ce dernier point nécessite entre autres l'inclusion de la totalité des manches à air ainsi que la tuyère en sortie dans le modèle CFD.

## 12.1 Topologie de l écoulement moyen

#### Comportement moyen dans la chambre principale

Les Figs. 12.1 et 12.2 présentent l'évolution des composantes axiale et verticale de la vitesse moyenne et uctuante dans le plan médian (x,y). Celle-ci est adimensionnée pour chaque cas par la vitesse débitante U<sub>bulk</sub> dans un plan situé dans les manches 50 mm en aval des coudes et pour chaque cas de vol (celle-ci varie de  $\approx 8\%$  entre les deux cas extrêmes). Les champs de vitesse axiale moyenne montrent globalement un comportement similaire, en particulier dans le dôme. Le décollement dans les manches est proche pour les trois cas. Celui-ci pilotant l'écoulement dans l'amont du fût, il n'est ainsi pas étonnant que la distribution de vitesse soit si proche. Au droit des manches à air, la vitesse de l'écoulement est plus importante pour la richesse globale de 0.75. En effet, la température adiabatique de fin de combustion est supérieure pour ce cas et afin de conserver le débit massique, l'écoulement ne peut que voir sa vitesse augmentée. La principale différence est visible dans le latéral au droit des manches à air où l'ouverture des jets est plus ou moins repoussée vers l'aval de l'écoulement. Les différences majeures proviennent des champs de déviation standard de la composante axiale de la vitesse, en particulier au niveau du battement de la nappe de vitesse. Le calcul à =0.75 se révèle le plus oscillant avec une zone de uctuation de vitesse axiale en aval des manches à air qui occupe quasiment toute la hauteur de la manche. Le constat inverse est établi pour les champs de vitesse verticale où un battement de plus en plus intense est observé au fur et à mesure que la richesse globale diminue. Directement en aval des manches à air, les iso-contours de vitesse verticale restent similaires pour les trois cas mais leur intensité varie : ceci est en particulier lié à une interaction entre les tourbillons de coins qui apparaît être plus sensible au niveau de l'axe médian à la richesse =0.35 que pour =0.75 ce qui note le rapprochement de ces derniers vers le plan de symétrie du statoréacteur. Globalement, les quatre tourbillons hélico daux ont une longueur comparable mais au fur et à mesure que la richesse diminue, ceux-ci se rapprochent en aval du plan médian (x,y). Dans des conditions proches de l'extinction pauvre, la simulation à = 0.35révèle la présence de phénomènes instationnaires beaucoup plus intenses que les deux autres régimes au niveau de la vitesse verticale.

La comparaison des profils de vitesse le long de l'axe de symmétrie du statofusée à Y=Z=0 m et pour différentes abscisses dans le plan médian (x,z) confirment les précédentes observations. En particulier, l'accélération plus forte dans le cas de la simulation à =0.75 est visible en Fig. 12.3 tandis que la zone de recirculation conserve sa position ainsi que son intensité moyenne. Il est intéressant de mettre ce constat en parallèle avec la Fig. 12.4 qui montre l'évolution de la température moyenne le long du même axe. L'augmentation de la température en aval y est soulignée tandis que dans le dôme, une température de plus en plus importante au fur et à mesure que la richesse diminue est observée, signe de la présence d'un processus de combustion plus constant dans le dôme.

Les Figs. 12.5 et 12.6 montrent l'évolution de la température dans le plan médian Z=0 m à cinq abscisses différentes. La combustion dans le dôme est encore visible à X=150 mm même si les écarts de température s'amenuisent, du fait du rapprochement des deux jets provenant des manches à air. Des écarts sensibles de vitesse sont visibles dans le latéral au droit des manches à air. L'in uence plus nette des tourbillons de coins a été précédemment soulignée et ceux-ci sont plus chauds à faible richesse. Au contraire, les uctuations de température sont plus intenses à forte richesse comme le montre la Fig. 12.6.

Ces derniers résultats sont corroborés par la position des zones réactives moyennes. Comme il l'a été dit auparavant, la quantité de propane injectée dans le dôme en fonction du régime de vol mène à des



FIG. 12.1 - Champs de vitesse axiale adimensionnalisée par la vitesse débitante dans les manches à air dans le plan médian (x,y). a) moyenne et b) déviation standart. De haut en bas, =0.35, 0.5 et 0.75.

richesses locales de plus en plus importante. La réaction dans cette zone est ainsi limitée par cet excès de carburant qui n'est pas contrebalancée par l'apport d'air frais issu des entrées d'air. La Fig. 12.7 montre les champs expérimentaux d'émission de radical OH\* (à gauche) intégrée dans la profondeur. Cette espèce n'étant pas transportée dans les simulations aux grandes échelles, on choisit de comparer ces résultats aux champs de température et de dégagement de chaleur également intégrés dans la profondeur. En premier lieu, l'accord entre les simulations et l'expérience est très bon : au fur et à mesure que la richesse augmente, la combustion dans le dôme est de plus en plus limitée au profit de celle en aval des entrées d'air qui devient de plus en plus intense. Il faut toutefois noter que les niveaux relevés dans l'expérience sont arbitraires au contraire des simulations SGE où la même échelle a été conservée. Ainsi, la combustion dans le latéral au droit des manches à air apparaît plus nettement, signe d'une combustion intense au près des tourbillons de coin. De plus, la zone de réaction au droit des manches à air est de plus en plus décalée vers l'aval. Tandis que pour une richesse proche de l'extinction, la réaction en aval est séparée en deux zones distinctes de part et d'autre de la nappe créée par la coalescence des deux jets, cette distinction diminue jusqu'à dispara<sup>tre</sup> pour la richesse =0.75. La vitesse débitante  $U_{bulk}$  est plus importante à faible richesse. L'impact des jets d'air et leur coalescence en une nappe de vitesse est ainsi plus intense ce qui organise l'écoulement, en particulier les tourbillons de coins.

L'accord entre les simulations numériques et l'expérience est très bon et valide en particulier l'ap-

Phénoménologie de la combustion au sein du "Statoréacteur de Recherche"



FIG. 12.2 - Champs de vitesse verticale adimensionnalisée par la vitesse débitante dans les manches à air dans le plan médian (x,y). a) moyenne et b) déviation standart. De haut en bas, =0.35, 0.5 et 0.75.



FIG. 12.3 - Pro ls de vitesse axiale moyenne adimensionnalisée par la vitesse débitante dans les manches à air le long de l'axe Y = Z = 0 m.

parition de modes acoustiques dans la chambre. Effectivement, ceux-ci dépendent en grande partie de la distribution de vitesse du son dans la chambre et donc de la température. On notera de plus que



FIG. 12.4 - Pro ls de température le long de l'axe Y = Z = 0 m.



FIG. 12.5 - Pro ls de température moyenne dans le plan médian (x,z).

même si celle-ci est surestimée par le schéma cinétique, il est en premier lieu important de capter les hétérogénéités de température avant leur niveau (Sensiau, 2008), la vitesse du son dépendant de la racine carré de la température.

La Figure 12.8 montre l'évolution de la pression adimensionnalisée par la pression moyenne dans le plan ayant servi à la définition de  $U_{bulk}$ . La distribution spatiale est similaire mis à part au droit des manches à air où l'augmentation de pression apparaît de plus en plus tôt avec la richesse. Il est intéressant de noter que la pression dans la boîte d'injection est similaire pour les trois cas de richesse, les différences visibles ici provenant de la variation de  $P_{bulk}$ .



FIG. 12.6 - Pro ls de température uctuante dans le plan médian (x,z).



FIG. 12.7 - Température pondérée par le dégagement de chaleur dans le plan médian à droite comparée à l'émission de radical OH expérimental (intégré dans la profondeur) à gauche. De haut en bas, =0.35, 0.5 et 0.75.



FIG. 12.8 - Champs de pression dans le plan médian (x,y) adimensionnalisée par la pression moyenne dans les manches à air. a) moyenne et b) déviation standard. De haut en bas, =0.35, 0.5 et 0.75.

#### Comportement de l écoulement dans les tuyères amonts

L'adaptation des tuyères amonts dépend en particulier de la pression inifinie avale<sup>1</sup>, celle-ci étant de plus en plus élevée que la richesse augmente. Les jets issus de ces tuyères sont ainsi plus ou moins sousdétendu et leur zone d'in uence s'étend plus ou moins dans les manches à air. Les Figs. 12.9 et 12.10 décrivent l'évolution spatiale de la pression moyenne et uctuante dans la manche supérieure le long de l'axe de symmétrie. L'expansion du jet dans la manche est nettement visible. Si pour une richesse de =0.75, le choc normal se positionne à la fin du divergent de la tuyère (en X=-780 mm), un choc détaché appara<sup>1</sup> pour les deux autres cas A et B avec également des chocs faibles qui sont ré échis sur les lignes de glissement issues des lèvres de la tuyère. Ceux-ci font ainsi plus de bruit à faible richesse. Cette modification de l'écoulement en fonction de la richesse va en particulier modifier l'impédance acoustique des tuyères.



FIG. 12.9 - Evolution de la pression le long de l'axe de symmétrie du col amont haut. Celle-ci est adimensionalisée par la pression moyenne dans le plan de référence pour le calcul de la vitesse débitante.



FIG. 12.10 - Evolution de déviation standard du signal de pression le long de l'axe de symmétrie du col amont haut. Celle-ci est adimensionalisée par la pression moyenne dans le plan de référence pour le calcul de la vitesse débitante.

#### Rendement de la chambre

Le Tab.12.2 résume les différents rendements de pression en fonction de la richesse globale afin de déterminer si les calculs SGE sont à même de rendre compte des performances globales de la chambre. Le rendement est calculé en faisant le rapport des pressions totales en deux points de la chambre, un premier situé dans les manches à air avant les coudes (X = 0.033 m) et un second avant la tuyère de sortie

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>"infinie avale" par rapport à la tuyère et non la chambre

(X=1.106 m). L'accord est globalement très bon avec des rendements proches des valeurs expérimentales (erreur inférieure à 3%). Les pertes de charge sont ainsi de l'ordre de 15% quelque soit le régime.

Richesse globale	0.35	0.50	0.75
<sub>p</sub> Exp.	0.83	0.84	0.85
<sub>p</sub> Avbp	0.84	0.86	0.86

TAB. 12.2 - Rendement de combustion <sub>p</sub> des trois cas simulés comparés à l'expérience Reichstadt et al. (2007).

Le calcul du rendement de combustion n'est pas donné ici car il fait appel à une méthode itérative (AGA, 1994) inaccessible.

# 12.2 Résultats instationnaires

#### 12.2.1 Principaux modes excités dans le statofusée

La section précédente a mis en avant des variations nettes de la distribution spatiale de température qui peut venir impacter l'excitation acoustique de la chambre. Dans la section suivante, on s'attache à décrire les différents modes excités dans chaque simulation, tant sur le point fréquentiel que sur leur distribution spatiale.

La Fig. 12.11 montre l'évolution spatiale du spectre des uctuations de pression réalisée en plaçant une série de 94 sondes le long d'un axe allant du col amont au col aval. La direction longitudinale est ici privilégiée. En effet, on ne s'intéresse pas dans cette partie aux hautes fréquences, celles-ci étant amorties dans les simulations avec ajustement de la préexponentielle. La localisation des manches à air se situe dans la branche [-800;200] mm et la chambre principale dans la branche [200;1300] mm. Globalement, on note une présence plus forte des hautes fréquences à richesse élevée. Deux bandes de fréquences se détachent : un premier mode à 110 Hz, très important dans le cas à = 0.35 et un second mode à 350 Hz-400 Hz, très important dans le cas à = 0.75. La simulation à richesse 0.5 semble être un cas intermédiaire. Elle exhibe en effet ces deux modes mais pour des amplitudes inférieures. Il est également intéressant de noter que les noeuds de uctuations de pression sont situés sensiblement aux même endroits et leur position évolue de la même manière en fonction de la fréquence. L'impact de la combustion est en particulier marqué en début du fût où on note des uctuations de pression importantes. Ce comportement spectral en fonction de la richesse globale est en très bon accord avec l'expérience. En effet, dans cette dernière, un pic à 108 Hz appara<sup>1</sup> très nettement ainsi qu'un deuxième dans la gamme de fréquence 350-400 Hz pour le cas C et il en est de même pour le cas A, où la seconde bande de fréquence apparaît bien moins marquée tandis que le mode aux alentours de 100 Hz devient proéminant.

Le Tab. 12.3 récapitule les principaux modes excités dans chaque simulation et répertorie leur fréquence ainsi que le nombre de Helmholtz correspondant défini par He =  $\frac{L}{c} \hat{f}$  où L est une longueur caractéristique de la géométrie, ici la distance entre les cols soniques amont et aval et  $\bar{c}$  la vitesse moyenne du son dans la configuration. Les variations de ce nombre caractéristique mettent en avant le fait que les oscillations ne sont pas purement acoustiques. On note la présence de très basses fréquences (de l'ordre de la dizaine de Hertz) en amont des tuyères d'entrée où des variations de l'ordre de 2‰ sont notées. Bien que cette amplitude soit très faible, une question subsiste quant à l'impédance du réseau de choc des tuyères en amont et de son effet sur la transmission de ces basses fréquences vers l'aval de l'écoulement. Le temps de simulation n'étant pas assez long pour quantifier cette oscillation, on ne s'attachera par la suite qu'à décrire les modes pouvant être décrit par au moins deux périodes pleines (*i.e.* une fréquence de 30 Hz minimum).

Cinq modes sont communs aux trois simulations avec toutefois des amplitudes différentes. Ceux-ci ne sont pas tous décrits en raison de la richesse du spectre de chaque simulation. Afin de déterminer les modes principaux agissant au sein de la configuration, une décomposition en modes propres est appliquée sur chaque simulation où un temps physique de 100 ms a été simulé et discrétisé par 321 clichés. La norme utilisée repose sur l'énergie acoustique. Finalement, on décrit l'ensemble des modes qui permettent de rendre compte de 80% de l'énergie uctuante définie par cette norme, les premiers étant décrits en Fig. 12.12.

Il est intéressant de noter que les Modes 1 et 3 issus de l'analyse POD impliquent la superposition



FIG. 12.11 - Evolution spatiale du spectre des uctuations de pression le long d'un axe partant 0,1 m en aval des cols amonts (X = -700 mm) à la tuyère de sortie (X = 1300 mm) : du noir pour les fortes amplitudes au blanc pour les faibles.

de deux modes mettant en avant le caractère propagatif des ondes associées à ces modes et non pas uniquement stationnaire tels qu'ils pourraient l'être s'ils étaient uniquement liés à un mode acoustique naturel de la chambre (Fig. 12.11).

La présence de plusieurs modes à basse fréquence dans le statofusée a été identifiée. Afin d'étudier leur impact sur la topologie de l'écoulement, on choisit de se focaliser sur les deux modes principaux excités dans la configuration : le **Mode 1** et le **Mode 3**.

On s'intéresse désormais à décrire la structure de ces deux modes identifiés comme moteur. Pour cela, deux cartes spectrales sont construites aux fréquences de ces modes pour chaque richesse. Les coefficients de Fourier sont par la suite moyennés dans les directions transverses Y et Z (en raison de

Phénoménologie de la combustion au sein du "Statoréacteur de Recherche"

Mode	= 0.35		= 0.50		= 0.75	
	$\bar{c} = 656 \text{ m.s}^{-1}$		$\bar{c} = 685 \text{ m.s}^{-1}$		$\overline{c} = 713 \text{ m.s}^{-1}$	
	Freq.	He.	Freq.	He.	Freq.	He.
1	110 Hz	0.38	121 Hz	0.36	110 Hz	0.31
2	150 Hz	0.73	190 Hz	0.65	222 Hz	0.71
3	394 Hz	1.21	384 Hz	1.13	393 Hz	1.11
4	510 Hz	1.56	500 Hz	1.47	510 Hz	1.44
5	-	-	940 Hz	2.76	960 Hz	2.71

TAB. 12.3 - Résumé des principaux modes excités dans les trois simulations et nombre de Helmholtz associé (basé sur la distance entre les isosurface de Mach sonique des cols amonts et avals, L=2,01 m et la vitesse du son moyenne pour chaque simulation). On notera que pour les modes 1 et 3, un pic à large bande apparaît et qu'ainsi la représentativité des fréquences présentées n'est pas exacte.



FIG. 12.12 - Energie uctuante de chaque composante issue de la décomposition en mode propre de 321 clichés.

l'activité purement longitudinale des modes) afin de décrire de manière mono-dimensionnelle ces modes. Toutefois, la boîte de pré-injection et le bout du dôme ne sont pas pris en compte. La Fig. 12.13 permet de relier la coordonnée axiale à la position réelle dans le statofusée et les zones grisées montrent les positions qui n'ont pas été prises en compte.

La Fig. 12.14 représente l'évolution spatiale et temporelle de cette transformée de Fourier moyennée des uctuations de pression modulée par le temps à la pulsation des **Mode 1** et **Mode 3**, soit :

$$\mathscr{A}(\mathbf{x},t) = A_{FT}^{\text{mode }1/3}(\mathbf{x}) . cos\left(\begin{array}{c}\text{mode }1/3\\FT\end{array}(\mathbf{x}) + \begin{array}{c}\text{mode }1/3\\t\end{array}\right)$$
(12.1)

L'importance de ces modes diffère selon le cas calculé. En effet, à la richesse =0.35, le **Mode 1** prédomine comme l'a montré la Fig. 12.11. Dans le fût, l'activité de ce mode semble être constante en fonction du temps tandis qu'il existe une modulation spatiale dans les manches à air avec un maximum



FIG. 12.13 - Géométrie du statoréacteur et coordonnée axiale correspondante. La partie grisée correspond aux points qui ne sont pas pris en compte pour le tracé de la Fig. 12.14. La coordonnée spatiale est en m.

d'amplitude relevé au niveau des jets issus des tuyères amonts <sup>2</sup>. Le **Mode 3** est caractérisé par la présence de plusieurs noeuds de pression. Un premier est visible dans la chambre de combustion, celui-ci se décalant vers l'amont avec la richesse. Dans les manches à air, on retrouve un noeud à la fin de la zone d'action des jets issus des tuyères. Ce dernier est plus ou moins bien défini. En effet, à des richesses inférieures à 0.50, ce noeud correspond à des uctuations de pression nulles tandis que pour le dernier cas à =0.75, des oscillations de pression comparables à celles dominant la chambre sont relevées. Le cas à =0.50 est un cas intermédiaire où les deux modes coexistent.

On notera que le recours à un solveur de Helmholtz comme AVSP n'est pas ici possible à cause de l'hypothèse de Mach nul et de la présence des diffuseurs d'entrée et du réseau de choc en aval de ces derniers.

#### Fréquences caractéristiques liées aux zones réactives

Les différents modes présents modulent la combustion dans la chambre principale. Dans l'expérience, une caméra haute résolution intensifiée a permis de capter les différents battement de la amme dans un hublot couvrant la sortie et l'aval des manches à air (Ristori *et al.*, 1999). Une analyse spectrale a donc été réalisée sur la température issue des simulations SGE en trois zones d'intérêt définies par la Fig. 12.15. Chaque signal a été intégré dans la profondeur. Celui-ci étant bruité par de basses fréquences, en particulier pour le cas C (phénomène retrouvé dans l'expérience (Reichstadt *et al.*, 2007)), on ne s'intéresse ici qu'aux fréquences représentées par au moins trois périodes de temps de simulation afin de concentrer l'étude sur l'impact des deux modes prépondérants dans le statofusée. La Fig. 12.16 donne les différents résultats obtenus pour les trois richesses et trois positions de capteur : un placé juste en aval de l'impact des jets, proche du point de stagnation de la chambre, un second dans le latéral haut au droit des manches à air et enfin, un dernier sur le plan de symétrie de la chambre (x,y) en aval des entrées d'air. A la richesse de 0.35, seul le **Mode 1** est visible et celui-ci est dominant dans le dôme pour les trois simulations même s'il est fortement atténué pour le cas C. Dans le latéral et à la sortie, les deux modes 1 et 3 modulent la combustion.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>constat également visible sur le **Mode 3** 



FIG. 12.14 - Evolution temporelle de la structure spatiale des uctuations de pression à la fréquence du Mode 1 et du Mode 3 telle que décrite par l'Eq. 12.1.



FIG. 12.15 - Positionnement des différentes sondes au niveau desquelles l'analyse spectrale de la température est appliquée (cette dernière étant intégrée dans la profondeur)



FIG. 12.16 - Analyse spectrale de la température intégrée dans la profondeur (selon Z) aux trois positions indiquées par la Fig. 12.15 : Amplitude des uctuations de température [K.Pa] en fonction de la fréquence [Hz]

## 12.3 Processus de combustion dans le statofusée

La section précédente a permis de mettre en évidence deux modes acoustiques qui venait impacter la combustion, le **Mode 1** et le **Mode 3**. Dans cette partie, on s'intéresse maintenant à décrire en détail les mécanismes de combustion présents dans la chambre en fonction de ces deux modes. La première souspartie s'attache à présenter la combustion pour le régime de plus haute richesse (=0.75) pour lequel le **Mode 3** appara<sup>2</sup> comme dominant et la partie suivante au régime proche de l'extinction pauvre, la simulation à richesse 0.35 où le **Mode 1** est le plus intense.

#### 12.3.1 Etude détaillée du Mode 3, cas C (=0.75)

Le Mode 3 est représenté par une gamme de fréquence assez large ( $\approx 100$  Hz). L'intervalle de temps représente ici 10 périodes du Mode 3 pour la simulation à =0.75.



FIG. 12.17 - Evolution temporelle de la structure spatiale des uctuations de pression à la fréquence du Mode 3 et décrite par l'Eq. 12.1.

Différentes parties sont identifiables et numérotées de (1) à (6) :

- La zone (1) délimite la zone en amont du col sonique des tuyères d'entrée où aucune uctuation n'est visible, l'écoulement étant supersonique après le col. Il en va de même pour la zone (6) où les uctuations de pression sont évacuées de la configuration. On note en particulier pour cette dernière zone l'in uence du col amorcé : une relation telle que u = 0 ou p = 0 n'est pas suffisante pour représenter l'impédance de la tuyère et justifie l'incorporation de cette dernière ainsi que des deux tuyères amonts.
- La zone (2) représente les uctuations dues à la présence des jets en sortie de tuyères, en particulier les réseaux de chocs ainsi que la ligne de glissement comme identifiés par la Fig. 12.10.

 La zone (4) étant un artefact dû au postraitement des données (hypothèse d'évolution quasi-1D de la géométrie en défaut), un saut artificiel est détecté. Les zones (3) et (5) ne forment qu'une seule et même zone avec en particulier un ventre de pression situé à la fin des manches à air.

On note en particulier la présence d'un noeud de pression dans la chambre principale à l'abscisse X = 0,6 m et une seconde zone peut également être identifiée dans les manches à air à l'abscisse X = -0.59 m où les uctuations de pression sont faibles mais présentes. Afin de mieux comprendre l'évolution spatiale des ondes dans le statofusée, la Fig. 12.18 ne représente que neuf de ces courbes pour un intervalle de temps correspondant au quart d'une période du **Mode 3**. Dans la chambre principale, celles-ci évoluent en phase avec un noeud identifié à l'abscisse  $X \approx 0.6$  m. Au contraire, dans les manches, une propagation des ondes de pression est observée ainsi qu'une interaction forte avec la tuyère amont.



FIG. 12.18 - Enveloppe des uctuations de pression à la fréquence du Mode 3 pour le cas C.

Ainsi, il semble exister une réponse acoustique naturelle de la chambre principale à la fréquence du **Mode 3** tandis que les manches à air subissent en réalité un forçage acoustique à cette fréquence. Afin de mieux qualifier ce forçage, on étudie par la suite la propagation des ondes acoustiques  $L^1$  et  $L^5$  dans le statofusée. Celles-ci sont définies de manière linéarisée par les relations suivantes :

Ondes acoustiques : 
$$L^1 = \left(\frac{p_1}{p_0} - \frac{u_1}{c_0}\right)$$
  
 $L^5 = \left(\frac{p_1}{p_0} + \frac{u_1}{c_0}\right)$ 

La Figure 12.19 représente l'évolution de ces deux ondes pour une période du **Mode 3**. Deux phénomènes sont identifiés : le premier concerne l'évolution en opposition de phase des ondes  $L^1$  et  $L^5$  dans la chambre principale mettant en avant la présence d'un mode acoustique identifié comme mode demi-onde du fût. On note toutefois que l'impédance de la tuyère avale ne se simplifie pas à une condition classique du type u'=0 ou p'=0 ce qui modifie légèrement la forme du mode. La deuxième



FIG. 12.19 - Evolution temporelle des ondes  $L^1$  et  $L^5$  en fonction de la position axiale dans le statofusée et pour une période  $T_3$  du **Mode 3**. ... :  $L_1$ ,  $- : L_5$ 

remarque concerne la propagation des ondes  $L^1$  vers l'amont du statofusée, l'entrée des manches à air coïncidant avec un ventre de pression du mode précédemment identifié. Cet envoi d'onde n'est pas sans conséquence. Effectivement, celles-ci vont venir se ré échir sur les chocs en aval des tuyères amont et créer des ondes  $L^5$  qui vont venir interagir avec le fût. Ce point peut en particulier expliquer la largeur du Mode 3 tel qu'il l'a été observé Fig. 12.11.

Le **Mode 3** est donc lié à une activité acoustique longitudinale. En particulier, la présence d'un fort ventre de pression dans la fin des manches à air et dans le dôme vient modifier l'écoulement comme le montre la Fig. 12.20. Les larges oscillations de pression (de l'ordre de 10% de la pression moyenne) mènent à des variations de débit (de l'ordre de 20% du débit moyen) en opposition de phase.



FIG. 12.20 - Evolution du débit et de la pression moyennés sur un plan situé dans le coude de la manche à air supérieure et un dans la chambre principale. Deux périodes du Mode 3 sont identi ées : le graphe à gauche correspond au plan supérieur en noir et celui à droite au plan en gris.

Ce phénomène de blocage aérodynamique issu des variations de débits relevées précédemment in ue fortement les distributions spatiales de vitesse dans la chambre de combustion comme le montrent les Figs. 12.21 et 12.22 :

- Lorsque le blocage est minimum, Figs. 12.21 et 12.22 a), la nappe de vitesse créée par les jets provenant des manches à air renforce la circulation des écoulements hélicoïdaux de coins comme l'atteste la Fig. 12.21. Celle-ci représente deux iso-volumes du critère Q Hussain & Jeong (1995) lors du minimum (a) et du maximum (b) du blocage aérodynamique. L'impact de ce phénomène est notable sur la figure a) où les multiples tourbillons formant les quatre écoulements hélicoïdaux ne forment qu'une seule et même structure. La séparation entre le dôme et le droit des manches à air est ainsi nette tandis que l'écoulement en provenance du dôme peut contourner la nappe grâce à ces quatre tourbillons. De fortes zones de recirculation sont créées dans le dôme ainsi que dans le latéral au droit des manches à air. On note également que la dépression entre le dôme et la boîte de préinjection de carburant mènent à de fortes vitesses au niveau des deux trous d'injection à la base du fût et à une injection de carburant accrue en amont du fût.
- Lorsque le blocage est maximum, Figs. 12.21 et 12.22 b), un décollement important apparaît dans les coudes des manches et une quantité importante d'air est amenée dans le dôme, y favorisant le mélange avec la quantité importante de carburant introduit lors de la phase précédente. La combus-

tion y est ainsi favorisée, la richesse locale étant fortement diminuée. Les zones de recirculation dans le dôme et dans le latéral au droit des manches à air sont convectées vers l'aval. Celles-ci vont alors brûlées. Ce phénomène sera illustré par la suite.



FIG. 12.21 - Critère  $Q(5(U_{bulk} D)^2)$  pris à une demi-période d'intervalle du **Mode 3** : T = 0 et  $T = \frac{1}{2}T_3$ .



FIG. 12.22 - Champs instantanées de vitesse axiale, verticale et orthogonale adimensionnalisées dans les plans (x,y) en haut et (x,z) en bas pris à une demi-période d'intervalle du **Mode 3** : simulation à =0.75.

Ces phénomènes sont essentiels pour la stabilisation de la amme. La Fig. 12.23 montre quatre clichés pris à quatre phases du **Mode 3** et permet d'appréhender ce phénomène. Cette figure met en parallèle le blocage aérodynamique représenté par des iso-volumes de vitesse verticale en blanc et en gris clair, les différentes zones de recirculation en gris foncé et les zones de hautes températures en noir. Au début du blocage aérodynamique, des zones de recirculation en aval permettent de stabiliser la amme qui peut remonter vers l'amont en particulier au niveau des tourbillons de coin qui sont déstructurés (cf.

Fig.12.21). Au fur et à mesure que le blocage dispara<sup>^</sup>t, l'écoulement s'organise, les différentes zones de recirculation sont convectées vers l'aval en même temps que les zones de recirculation du dôme qui sont relachées. Celles-ci étant chargées en carburant, la combustion peut s'entretenir. Finalement, le blocage se remet en place et la amme peut remonter l'écoulement à nouveau grâce aux zones de vitesse axiale négative et le cycle suivant s'installe.



FIG. 12.23 - Isosurface de vitesse axiale nulle en gris foncé, de vitesse verticale adimensionnée (-1 en gris clair et 1 en blanc) et de température en noir à quatre instants du Mode 3.

Il a été montré dans le chapitre précédent que la présence de ammes dont la structure rappelle les ammes triples aidait à la stabilisation du processus de combustion monophasique dans le statofusée. Celles-ci se positionnent à la frontière des tourbillons de coin, fortement chargé en carburant et permettant la convection de ces derniers vers la tuyère de sortie. Si la présence de ce type de amme est nette sur certaines figures, il est toutefois difficile de capter leur mouvement, celles-ci étant affectées par le mouvement de la nappe de vitesse ainsi que par les tourbillons de coin comme il l'a été montré dans d'autres configurations comme celle de Veynante *et al.* (1994) ou de Domingo & Vervisch (1996).

On s'attache désormais à caractériser plus précisément la structure de amme à l'aide de diagrammes de mélange. La Fig. 12.24 montre l'évolution de la densité de probabilité du taux de réaction en fonction de la fraction de mélange Z définie par :

$$Z = \frac{sY_{C_3H_8} - Y_{O_2} + Y_{O_2}^0}{sY_{C_3H_8}^0 + Y_{O_2}^0}, \ s = 3,636, \ Y_{O_2}^0 = 0,23, \ Y_{C_3H_8} = 1,0$$
(12.2)

Et qui permet de définir la richesse locale :

$$= \frac{1 - Z_{st}}{Z_{st}} \frac{Z}{1 - Z}, \text{ avec } Z_{st} = 0,055$$
(12.3)

La Fig. 12.24 met en parallèle deux PDF de dégagement de chaleur en fonction de la fraction de mélange locale pour le minimum et le maximum du blocage aérodynamique. Celles-ci mettent en avant trois pics dans les diagrammes de combustion, un premier à richesse pauvre centré à =0.39 ou 0.47, un second à richesse riche centré à =1,59 ou 1,46 et un dernier autour de la stœchiométrie. Si le pic de combustion riche peut se positioner dans le dôme où le carburant est en excès, ce diagramme est similaire à celui d'une amme triple où la zone de réaction s'organise autour d'un point triple duquel trois ammes distinctes s'organisent : une amme prémélangée pauvre du côté où l'air est en excès, une amme prémélangée riche du côté où le carburant est en excés et enfin, une amme de diffusion. L'avantage de ce mode de combustion est qu'il présente une vitesse de amme turbulente importante et permet de stabiliser plus facilement la amme.



FIG. 12.24 - Densité de probabilité du taux de réaction en fonction de la fraction de mélange ( $Z_{st} = 0,055$ ). Les cas a) et b) correspondent à la Fig. 12.21, soit respectivement au minimum et au maximum du blocage aérodynamique.

Afin de pouvoir détecter une telle amme, on s'intéresse au taux de réaction indexé par l'indice de Takeno, comme défini par Réveillon & Vervisch (2005) :

$${}^{*}_{F} = -_{F} \frac{\vec{\nabla} Y_{F} \cdot \vec{\nabla} Y_{O}}{\vec{\nabla} Y_{F} \cdot \vec{\nabla} Y_{O}}$$
(12.4)

La Fig. 12.25 montre des clichés pris à  $T_0$  et  $T_0 + \frac{1}{2}T_0$  de la richesse locale auxquels ont été rajoutés des isocontours de taux de réaction et de richesse unitaire. Les champs de Takeno correspondants sont également présentés. Flammes de prémélange et de diffusion se côtoient. On note la présence de ammes triples non seulement dans le plan médian (x,y) mais également aux niveaux des tourbillons de coin. Celles-ci sont distordues par l'interaction des différents tourbillons (Veynante *et al.* (1994)). L'impact des tourbillons est marquant. Lorsque le blocage est minimum, la circulation des écoulements hélico<sup>--</sup>daux est importante et la quantité de carburant convectée vers l'avant est accrue. Ces tourbillons étant très chargés

en propane, la amme ne peut s'y maintenir et se détache. Au contraire, lors du maximum du blocage, les tourbillons diminuent en intensité et la amme peut s'accrocher aux extrémités avales et ainsi remonter l'écoulement avec les tourbillons. Le maximum de dégagement de chaleur montre que la combustion s'organise autour d'anneau entourant ces tourbillons. Ceux-ci correspondent à l'ensemble des points triples de la amme comme montré par la Fig. 12.26. La amme de prémélange riche fait le lien entre les points triples et vient s'installer au centre des tourbillons tandis que la amme de prémélange pauvre est rabattue sur la amme de diffusion en raison du fort différentiel de vitesse provenant de la nappe issue des manches à air.



b) Maximum

FIG. 12.25 - *Richesse locale dans les plan de symétrie (x,y) et (x,z), iso-contours de dégagement de chaleur entre* 2.10<sup>8</sup> et 2.10<sup>10</sup> W.m<sup>-3</sup> en noir et ligne stoechiométrique en blanc

La Fig. 12.27 permet de décrire le transitoire entre un minimum et un maximum du blocage aérodynamique. Lorsque la circulation des tourbillons se renforce, une quantité supplémentaire de carburant est injectée au centre des anneaux que forment les points triples. Une poche de carburant se forme alors, entourée par la amme de prémélange pauvre issue des ammes triples, elle-même Phénoménologie de la combustion au sein du "Statoréacteur de Recherche"



FIG. 12.26 - En haut : iso-surface de fraction massique de carburant ( $Y_{C_3H_8}=0,055$ ) en noir, iso-surface de dégagement de chaleur à  $10^{10}$  W.m<sup>-3</sup> en gris. Le trait en blanc représente le plan décrit en bas : champ de dégagement de chaleur et iso-contours de richesse entre 0.5 et 1,5. La structure d'une amme triple est décrite en particulier.

entourée d'une amme de diffusion. Ces poches sont ensuite convectées vers l'aval pour finir par brûler en diffusion pure en raison de la vitesse de l'écoulement. Ce phénomène de combustion par poches a également été révélée dans l'expérience en PLIF (Reichstadt *et al.*, 2007).

Les Figs. 12.28 et 12.29 permettent de décrire un cycle complet du **Mode 3** en terme de combustion. Le minimum du blocage correspond à la sous-figure 11). La propagation des ammes triples y est soulignée, par exemple sur les figs 12.28 6) à 12) le long de la fenêtre de la manche à air supérieure (*i.e.* du coin supérieur droit au coin supérieur gauche). On notera surtout que l'intervalle de temps du **Mode 3** n'est pas suffisament long pour permettre à la amme de remonter jusqu'au dôme. La Fig. 12.29 représente les diagrammes de mélange pour chacune des sous-figures de la Fig. 12.28. Les points sont répartis en fonction du taux de réaction, de la fraction de mélange locale ainsi que de la position axiale. Loin du dôme (en bleu sur les figures), la combustion est principalement caractérisée par les poches qui brûlent d'abord en riche (9 13) puis en diffusion. Le régime non-prémélangé est visible sur toutes les sous-figures car la amme est convectée jusqu'à la sortie<sup>3</sup>.

En conclusion, au niveau des tourbillons de coin, une amme triple se développe grâce à l'apport

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Même si la combustion est terminée avant d'atteindre la tuyère avale.



FIG. 12.27 - Champs instantanés de richesse locale et iso-contours de taux de réaction indexé par l'indice de Takeno ( amme de prémélange en noir et de diffusion en blanc). Cas C.

massif de carburant réalisé par les structures cohérentes. Le blocage aérodynamique permet de créer une zone de recirculation en amont de la amme ce qui vient la stabiliser à l'interface. Lorsque le blocage aérodynamique se termine, la amme est repoussée vers l'aval, la circulation des tourbillons s'intensifie, favorisant la convection de carburant vers l'aval qui permet d'entretenir les différentes ammes triples. Les poches de gaz brassés dans le dôme sont alors en ammés et convectés vers l'aval grâce à leur connexion avec ces premières zones de combustion.



FIG. 12.28 - Champs instantannés de taux de réaction (entre 10<sup>2</sup> et 10<sup>4</sup> W.mol<sup>-1</sup>.m<sup>-3</sup>) et iso-contours de richesse locale ( =0.5 en blanc, 1.0 en gris et 1.5 en noir). Cas C.



FIG. 12.29 - *Répartition des points du maillage en fonction du dégagement de chaleur en W.m<sup>-3</sup> en ordonnée et de la fraction de mélange en abscisse.* 

#### 12.3.2 Etude détaillée du Mode 1, cas A

On s'intéresse désormais à décrire le **Mode 1** dans le cas de la simulation A, à =0.35. Sa structure globale est donnée en Fig. 12.30. Comme dans le cas du **Mode 3**, différentes parties sont identifiables<sup>4</sup> :

- La zone (1) représentant le tube d'air n'est pas affecté par l'oscillation en raison de la présence des tuyères amonts.
- La zone (2) est représentative des jets issus des tuyères amonts avec en particulier un réseau de choc beaucoup plus développé que dans le cas de la simulation à =0.75.
- La zone (3) oscille à la manière d'un mode demi-onde des manches à air avec une convection sensible des ondes de pression ne permettant pas de définir de noeuds dans ces dernières.
- La chambre de combustion principale oscille en phase en tout point de la zone (5) et est en opposition de phase avec le battement des jets.



FIG. 12.30 - Evolution temporelle de la structure spatiale des uctuations de pression à la fréquence du **Mode 1** et décrite par l'Eq. 12.1, Cas A. A gauche : cycle total et à droite : quelques courbes uniquement.

Le **Mode 1** est ainsi différent du **Mode 3**. Celui-ci impose une variation de pression constante dans la totalité de la chambre principale. On rappelle qu'il a été identifié par les expérimentateurs comme étant caractéristique du souf age de la amme dans le dôme (Ristori *et al.*, 1999) (ce qui est par ailleurs en accord avec la Fig. 12.16).

Comme pour le **Mode 3**, la Fig. 12.31 montre la modulation temporelle du débit dans la chambre dans le plan noir de la Fig. 12.20. On note l'in uence du **Mode 3**, toujours présent pour le cas A. On étudie par la suite le champ aérodynamique pendant la période définie par la Fig. 12.31 qui commence et finit par un maximum de blocage aérodynamique (débit minimum).

La Fig. 12.32 décrit deux instants caractéristique du **Mode 1** lors du minimum (a) et du maximum (b) du blocage aérodynamique. Les caractéristiques sont similaires au cas décrit précédemment pour la richesse 0.75. Lors du minimum, les deux jets viennent s'impacter l'un sur l'autre pour dégénérer en une nappe de vitesse. En particulier, on note l'impact des jets sur la circulation des écoulements hélicoïdaux sur les composantes de vitesse verticale et orthogonale. Une zone de recirculation intense existe dans le dôme et dans le latéral au droit des manches. La dépression entre le dôme et la boîte de pré-injection de carburant accélère le vidage de cette dernière et remplie le fût en propane. Au contraire, lors du maximum du blocage, la surpression entre le dôme et la boîte de pré-injection de carburant

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>On notera que la zone (4) est un artefact de construction des courbes.



FIG. 12.31 - Evolution du débit et de la pression moyenne dans le plan d'entrée des manches à air dans la chambre principale (Y=0.05 m). La période entre  $T_0=0,76$  et  $T_1=0,77$  correspond à une période du mode 1. Cas A, =0.35.

induit des vitesses axiales négatives dans les conduites entre ces deux zones et des gaz frais pénètrent la boîte d'injection comme le montre la Fig. 12.33. Les différentes zones de recirculation ont toutes diminuées d'intensité et les tourbillons de coins ont quasiment disparus. Ce dernier constat est visible sur la Fig. 12.34 qui montre deux iso-volumes de critère Q à une demi-période d'intervalle du **Mode 1**. Lors du minimum (a), des tourbillons de taille sensible sont visibles et l'écoulement dans les manches à air est bien organisé tandis que lors du maximum du blocage aérodynamique, les tourbillons de coins ne sont plus qu'un ensemble de petits tourbillons. On note également la présence de structures cohérentes dans les manches à air, issues non seulement du décollement au niveau du coude des manches à air mais aussi des structures plus amonts issues des jets des tuyères en entrée. Le retour dans la boîte d'injection est également visible.

L'impact sur la combustion est visible en Fig. 12.35 où des iso-volumes de vitesse verticale adimensionnée permettent de statuer sur l'avancement du blocage aérodynamique tandis qu'un iso-volume de taux de dégagement de chaleur permet de positionner les différentes zones réactives dans la chambre de combustion principale. Là encore, les similitudes avec le **Mode 3** sont réelles (d'autant plus que ce mode est présent dans la simulation). Toutefois, la principale différence réside dans le fait que la amme a le temps de remonter et de s'installer dans le dôme, ce qui était freiné dans la simulation à = 0.75 (cas C). Effectivement, dans cette dernière réalisation, le **Mode 1** est atténué et la amme est principalement liée à l'activité du **Mode 3**. Le blocage aérodynamique n'est pas assez long pour permettre l'allumage du dôme et la surpression dans le dôme n'est pas suffisante pour améliorer la convection des zones réactives vers l'aval.

L'évolution globale du processus de combustion pour le cas A diffère du cas C. En effet, la richesse globale est environ deux fois plus faible et par conséquent, le dôme est moins riche et la proportion

PHÉNOMÉNOLOGIE DE LA COMBUSTION AU SEIN DU "STATORÉACTEUR DE RECHERCHE"



FIG. 12.32 - Champs instantanées de vitesse axiale, verticale et orthogonale adimensionnalisées et de pression dans les plans (x,y) en haut et (x,z) en bas pris à une demi-période d'intervalle du **Mode 1**. Simulation à =0.35.

de carburant convectée par les tourbillons de coin moindre. La Fig. 12.36 présente l'évolution temporelle de la distribution spatiale de carburant dans le plan Y = 0.02 m associée à des iso-contours de richesse lors d'une période du Mode 1. Celle-ci est définie par la Fig. 12.31 et débute et se termine par le maximum du blocage aérodynamique (Fig. 12.36 -1- et -36-), la Fig. 12.36 -18- correspondant au minimum de ce dernier. Ces figures sont associées au scatter-plot des points dont le taux de réaction est supérieur à 100 J.mol<sup>-1</sup>.m<sup>-3</sup> donnés en Fig. 12.37 et coloriées par la position axiale. Différentes phases se distinguent. Des sous-figures -1- à -10-, on note la propagation d'une amme "triple" le long de la ligne stoechiométrique du droit des manches à air vers le dôme le long des tourbillons de coin. Ce phénomène va permettre l'allumage du dôme où une grande quantité d'air apportée par l'intermédiaire des décollements dans les manches est brassée avec le carburant provenant de la boîte de préinjection. Les sous-figures 12.37 correspondantes mettent en avant les trois régimes de combustion associés à cette position dans la chambre (entre 0.1 et 0.3 m) : deux régimes de combustion prémélangée pauvre et riche et un régime de diffusion. Au fur et à mesure que cette amme progresse, on note également la propagation vers l'aval de la amme de diffusion associée. Le second processus associé à cette phase est la combustion des zones de recirculation formées lors du précédent minimum du blocage aérodynamique et caractérisé par une combustion prémélangée pauvre (abscisse supérieure à 0.3 m). Lorsque le blocage dispara<sup>t</sup> (sous-figures -11- à -21-), toutes les ammes au droit des manches à air sont convectées vers l'aval et aucun processus n'arrive à se maintenir au droit des manches à air. La combustion est alors



FIG. 12.33 - Champs instantannés de fraction massique de carburant  $C_3H_8$  lors du minimum (a) et du maximum (b) du blocage aérodynamique et (c) : évolution du débit dans la conduite reliant le dôme à la bo<sup>t</sup>e de préinjection de carburant.



FIG. 12.34 - Critère  $Q(5(U_{bulk} D)^2)$  pris à une demi-période d'intervalle du **Mode 1** 



FIG. 12.35 - Iso-volumes de vitesse verticale adimensionnée  $(-0.75xU_{bulk} \text{ en noir et } 0.75xU_{bulk} \text{ en gris clair})$  et de taux de dégagement de chaleur (un centième de la valeur maximale) en gris foncé.

localisée entre X = 0.1 et X = 0.3 avec une amme de diffusion entourant les écoulements hélico<sup>-</sup>daux de coins ainsi que par une combustion pauvre dans le dôme. Au fur et à mesure que le blocage dispara<sup>-</sup>t,

l'écoulement s'organise, ces dernières structures s'intensifient et la combustion dans le dôme devient quasiment nulle. Les ammes "triples" identifiées précédemment n'ont alors plus une vitesse suffisante pour remonter l'écoulement et sont convectées vers l'aval. La fin du **Mode 1** arrive alors et vient stabiliser ces ammes qui vont pouvoir remonter l'écoulement et démarrer un nouveau cycle de combustion.

La principale différence entre les **Mode 1** et **3** est donc liée à la phase des uctuations de pression dans la chambre de combustion. Pour le premier mode, les oscillations de pression dans les manches à air imposent un tel débit dans le fût que celui-ci répond immédiatement à ces sollicitations. Le fût oscille ainsi en phase et impose des états extrêmes en tous points de la chambre. Au contraire, pour le **Mode 3**, c'est la chambre de combustion qui est soumise à un mode acoustique stationnaire avec une convection des ondes de pression vers les manches. Il existe ainsi un déphasage en fonction de l'abscisse de la zone étudiée.

#### 12.3.3 Couplage entre les modes

Deux modes ont été étudiés dans les sous-sections précédentes :

- Le Mode 1 est un mode propre des entrées d'air et est caractérisé par un battement de volume dans la chambre principale.
- Le Mode 3 est un mode propre de la chambre principale et est caractérisée par la convection d'ondes de pression dans les entrées d'air.

La Sec. 12.3.1 a ainsi montré que pour le cas C, un forçage acoustique intervenait dans les manches par l'intermédiaire du **Mode 3**. Celui-ci est résumé en Fig. 12.38 : les ondes L<sub>1</sub> issues du fût sont convectées vers les cols amonts dans les manches à air. Celles-ci vont venir se ré échir sur les chocs présents et générer non seulement des ondes acoustique L<sub>5</sub> mais aussi des ondes entropiques L<sub>2</sub> dont l'amplitude est définie par  $L_2 = \frac{1}{0} \frac{p_1}{p_0} - \frac{1}{0}$  allant à la vitesse de l'écoulement  $\vec{u}$  et expliquant en partie les variations de débit observées.

La Fig. 12.39 illustre ce phénomène : il montre l'évolution des différentes ondes  $L_1$  (à gauche),  $L_2$  (au centre) et  $L_5$  (à droite) dans les manches et en fonction du temps. Ces ondes sont filtrées<sup>5</sup> sur une bande de fréquence correspondant au **Mode 3** afin de supprimer les autres phénomènes et le bruit issu de l'écoulement turbulent. La pente des ondes  $\frac{x}{t}$  ainsi construites correspond à leur vitesse de convection :  $\vec{u} \cdot \vec{n} - c$  pour  $L_1$ ,  $\vec{u} \cdot \vec{n}$  pour  $L_2$  et  $\vec{u} \cdot \vec{n} + c$  pour  $L_5$ . L'impédance du jet en sortie de tuyère est particulièrement visible ( $x \approx -0.8$  m) : les ondes  $L_1$  sont ré échies en ondes  $L_2$  et  $L_5$ .

Le premier constat est donc que ces ondes acoustiques et entropiques ré échies par les jets issus des tuyères avales vont être transportées vers le fût et venir s'additionner aux ondes initialement présentes comme montré par la Fig. 12.38. Il est possible d'estimer le temps d'interaction <sub>15</sub> entre les deux ondes acoustiques par l'Eq. 12.5. On calcule de même le temps d'interaction <sub>12</sub> entre la convection de l'onde L<sub>1</sub> et l'onde entropique L<sub>2</sub>.

$${}_{15} = \frac{l}{\vec{u} \cdot \vec{n} - c} + \frac{l}{\vec{u} \cdot \vec{n} + c},$$
  
$${}_{12} = \frac{l}{\vec{u} \cdot \vec{n} - c} + \frac{l}{\vec{u} \cdot \vec{n}}.$$
 (12.5)

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>On notera que le filtre de Butterworth utilisé induit un déphasage constant indépendant de la fréquence



FIG. 12.36 - Allumage du dôme par propagation de la amme vers l'amont. =0.35. Le plan de coupe correspond à celui décrit Fig. 12.26.

La longueur l est assez difficile à estimer car la position du jet issu de la tuyère varie dans le temps. En ce qui concerne les interactions acoustiques pures (ré exion de L<sub>1</sub> en L<sub>5</sub>), on retrouve les fréquences



FIG. 12.36 - Allumage du dôme par propagation de la amme vers l'amont. =0.35. Le plan de coupe correspond à celui décrit Fig. 12.26.



FIG. 12.37 - *Répartition des points du maillage en fonction du dégagement de chaleur en W.m<sup>-3</sup> en ordonnée et de la fraction de mélange en abscisse.* =0.35.


FIG. 12.37 - *Répartition des points du maillage en fonction du dégagement de chaleur en W.m<sup>-3</sup> en ordonnée et de la fraction de mélange en abscisse.* =0.35.



FIG. 12.38 - Mécanisme d'interaction entre les ondes  $L_1$  et  $L_5$  dans les manches.



FIG. 12.39 - Evolution des ondes acoustiques  $L_1$  et  $L_5$  et de l'onde entropique  $L_2$  en fonction de la position axiale dans la manche à air supérieure du statofusée. Echelle de couleur arbitraire : cas C.

identifiées en Tab. 12.3 pour le **Mode 2**. Toutefois, ce phénomène est d'importance relativement faible comme le montre la Fig. 12.39 ou la magnitude de la transformée de Fourier pour ces modes (Fig. 12.11). Les fréquences calculées pour la ré exion acoustique/entropie correspondent à celles du **Mode 1**. En particulier, on rappelle que cette fréquence ne varie quasiment pas en fonction des cas calculés (A, B et C). Ce mécanisme est résumé en Fig. 12.40 qui montre l'évolution spatio-temporelle des ondes dans les manches. On note que celles-ci se rejoignent au centre du fût au point d'intersection des jets issus des manches à air.

Simulation	= 0.35	= 0.50	= 0.75
$rac{\mathscr{F}}{\mathscr{F}}_{_{12}}$	150	190	220
	108	108	108

TAB. 12.4 - Fréquences caractéristiques  $\mathscr{F}$  des interactions entre l'onde  $L_1$  remontant les manches et les ondes se propageant vers l'aval  $L_5$  et  $L_2$ . Cas C.



FIG. 12.40 - Schéma de la propagation des ondes  $L_1(...)$  et  $L_2(-)$  dans les manches du statofusée pour le Mode 3. Cas C.

Il existe ainsi un couplage fort entre le Mode 3 et le Mode 1. On s'intéresse désormais à caractériser leur évolution en utilisant une décomposition en mode propre (POD) du cas B, simulation pour laquelle les deux modes ont une amplitude comparable. La Fig. 12.12 a montré que la POD appliquée à l'énergie acoustique permettait la décomposition de chacun de ces deux modes en un doublet de deux vecteurs propres. Ceux-ci sont présentés en Fig. 12.41 pour les signaux de pression et de vitesse axiale. Les modes 1a et 1b correspondent au Mode 1 tandis que les deux suivants (3a et 3b) sont liés au Mode 3. La présence de doublets met en avant le caractère propagatif des modes. Ainsi, pour le Mode 3 caractérisé par un phénomène acoustique stationnaire dans le fût et par la propagation des uctuations de pression issues du dôme dans les manches à air, le caractère convectif est retrouvé dans les manches avec un décalage spatial et temporel des vecteurs propres, les signaux associés aux deux modes POD étant en quadrature de phase. Si on s'intéresse aux modes 1a et 1b, le mode le plus énergétique (le mode 1a) est principalement lié à un mode de type demi-onde des manches (deux ventres de pression dans les jets issus des tuyères amonts et dans le dôme) et à une uctuation de pression en phase dans tout le fût tandis que le mode 1b est associé à un mode de type quart-d'onde dans les manches avec un ventre de pression au niveau de la tuyère amont et une activité quasi-nulle dans la chambre de combustion. Les oscillations du mode 1b ne sont pas uniquement liées au **Mode 1**. Il existe en effet une corrélation forte à la fréquence du Mode 3 ce qui permet de mettre en lien ces deux modes, 1 et 3, tel qu'il l'a été observé en début de section, Tab. 12.4.

Les Figs. 12.42 et 12.43 représentent la distribution des vecteurs propres en espace pour la pression et en temps. Le décalage temporel entre chaque doublets de mode est en particulier visible (quadrature de phase). La Fig. 12.44 montre l'évolution temporelle de la pression moyenne et du taux de réaction moyen en fonction du temps. Globalement, les deux signaux sont déphasés de 45°. On note que la



FIG. 12.41 - Décomposition en modes propres du cas B. Champs de vitesse axiale et de pression dans le plan Z = 0 m.

pression moyenne est fortement corrélée avec le mode 1a (ce dernier étant lié à une uctuation quasiconstante dans la totalité du fût) tandis que le taux de réaction moyen est lui en phase avec le mode  $1b^6$ . Ainsi, la variation de débit liée au ux d'entropie entrant dans la chambre vient stabiliser encore plus le

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>On notera que si on applique la POD au dégagement de chaleur, le mode le plus énergétique correspond au **Mode 1** et est en phase avec le mode 1b.

processus de combustion en intensifiant le blocage aérodynamique lié au **Mode 3**. La résultante de cette combustion intense créée est une forte augmentation de la pression dans la chambre.



FIG. 12.42 - Distribution spatiale des modes propres pour le signal de pression. Cas B.



FIG. 12.43 - Modes propres temporaux de la décomposition en mode propre du cas B.

Les doublets étant en quadrature de phase, il apparaît que l'impact des jets issus des deux tuyères amonts est essentiel : l'excitation du mode 1a par le mode 1b est en lien direct avec la réponse des jets à ce dernier mode. Comme observé précédemment Figs. 12.9 et 12.10, ceci est en accord avec le fait que la structure de ces jets évolue avec la richesse. En premier lieu, la Sec. 12.1 a montré que la pression statique à "l'infini aval" (*i.e.* au bout des manches) diffère selon les cas et est de plus en plus importante avec la richesse ce qui est corroboré par la Fig. 12.45. Celle-ci montre la pression moyenne le long de l'axe de symmétrie des manches pour les trois cas de richesse calculée. La pression à l'infini aval est notée par P . Plus cette pression est importante, plus le réseau de choc se simplifie et le choc s'attache aux lèvres (Fig. 6.1). La Fig. 12.46 illustre ce phénomène en montrant la distribution de déviation standard de pression pour les cas A, B et C. On note ainsi que pour le cas C un choc oblique fort est situé en sortie de tuyère en fin de diffuseur tandis que pour le cas A, il existe plusieurs cellules de chocs avec des chocs forts détachés ainsi que des interactions avec la ligne de glissement issue des lèvres de la tuyère.

Le mode 1b est caratérisé par une variation de pression qui modifie la pression statique locale et qui va impacter le réseau de choc. La Fig. 12.47 montre la distribution de pression dans le cas A dans les



FIG. 12.44 - Evolution temporelle de la pression et du taux de réaction moyen dans tout le statofusée. CasB.



FIG. 12.45 - Evolution temporelle des de la pression totale adimensionnée par la pression totale en entrée dans le statofusée pour les trois cas simulés.

manches à une demi-période d'intervalle du **Mode 1**. Lorsque l'onde  $L_1$  arrive sur le jet, la pression est suffisament élevée pour qu'un seul choc fort oblique se positionne en sortie de tuyère et force l'adaptation de cette dernière. Au contraire, lorsque la dépression touche le jet, de nombreuses cellules sont visibles.

Il existe ainsi une modification profonde de l'écoulement en entrée du statofusée qui permet d'expliquer la réponse différente des manches au mode 1b, résultant lui-même de l'interaction des ondes  $L_1$  et  $L_2$  du **Mode 3**. La modification de la position des chocs entra'ne une modification du volume de la chambre de manière isentropique si on considère que les chocs délimitent le volume interne de la chambre. Avec une relation d'isentropie,  $P \times V = C^{te}$  soit  $\frac{P}{P} + \frac{V}{V} = 0$ , la variation de pression dans le cas A est de l'ordre de  $P = 20 \times 10^3$  Pa soit une variation de volume d'environ 5% (en prenant en compte les deux manches). Si on considère que cette variation de volume est directement liée à la variation de la position du jet issu des tuyères avales (donc avec une section de  $0.1 \times 0.1 \text{ m}^2$ ), on obtient une variation de la position axiale de ce jet de  $\approx 0.15$  m, ce qui est en parfait accord avec la Fig. 12.47. Ainsi, le mode 1b entra'ne une modification du réseau de chocs et la réponse à cette modification est le mode 1a, comparable à une compression isentropique de la chambre. Ce mode est caractéristique de la



FIG. 12.46 - Champs moyens de déviation standard de pression pour les trois richesses. De bas en haut : =0.35, 0.50 et 0.75.



FIG. 12.47 - Champs de pression statique adimensionnée par la pression statique en entrée dans la manche à supérieure. Cas A.

combustion dans le dôme et par la même du souf age de la amme dans cette même zone.

## 12.4 Conclusion

Cette partie a permis d'étudier l'écoulement réactif monophasique dans un statofusée pour un régime de vol à haute altitude et à trois richesses différentes. Globalement, l'accord avec l'expérience est très bon, en particulier en ce qui concerne les positions des zones réactives moyennes. L'utilisation de la SGE a montré tout son potentiel avec la détection de deux modes principaux, le Mode 1 et le Mode 3, caractéristiques de tout le statofusée et clairement identifiés sur le banc expérimental (Reichstadt et al., 2007). Il a été montré que la simulation d'une configuration acoustiquement bien définie, *i.e.* incluant les deux tuyères d'entrée et celle de sortie, est essentielle. Le Mode 3 est un mode demi-onde du fût et entraîne la création d'ondes acoustiques qui sont convectées dans les manches à air et remontent l'écoulement. Leur ré exion sur les chocs en amont génèrent non seulement des ondes acoustiques mais aussi des ondes entropiques qui reviennent dans le fût à la vitesse de l'écoulement. La fréquence associée à cette ré exion est caractéristique du Mode 1. L'impact du retour d'ondes générées dans le fût a une in uence sur les chocs. En effet, le mode généré entraîne une forte augmentation de la pression dans les jets d'entrée et modifie le réseau de choc issu des tuyères amonts. La modification de ce réseau entraîne une compression quasi-isentropique dans la chambre qui se traduit par une brusque montée en pression de tout le fût pour répondre à la variation de volume liée à la position des chocs. La stabilisation de la amme est fortement liée à ces deux modes. Le Mode 3 entraîne une variation de pression et de débit dans les manches. Cette uctuation mène à un blocage aérodynamique dans la chambre. La amme peut alors se stabiliser dans le fût et remonter l'écoulement par l'intermédiaire des quatre tourbillons de coin. L'impact du Mode 1 est encore plus violent : la brusque montée en pression modifie fortement l'écoulement et la vitesse diminue encore plus. La amme peut alors dans ce cas atteindre le dôme et s'y installer. Toutefois, ce dernier phénomène dépend de la richesse locale. Si celle-ci est trop élevée, les ammes ne peuvent s'y installer et restent à la périphérie des structures hélico dales.

Cette première étude bien que concluante et validant les divers développements n'a cependant pas pris tous les phénomènes en compte. En particulier, le rayonnement est essentiel dans cette configuration confinée. En effet, celui-ci a un impact fort sur les niveaux et les distributions de température comme l'ont montré Gonsalves Dos Santos et al. (2008) sur une amme derrière un trièdre, et sur la dynamique de amme. Différentes méthodes permettent d'estimer les pertes de chaleur par transfert radiatif. L'approximation la plus simple est celle du modèle de gaz gris où on suppose que tous les points ont une vue directe sur l'environnement froid à l'infini (Barlow et al., November 2001; Schmitt et al., 2007; Ihme, 2007). Les effets de rayonnement peuvent aussi être intégrés directement dans le modèle de combustion comme le modèle Flamelet/Progress Variable (FPV) pour la combustion non-prémélangée (Pitsch et al., 2008). Une dernière méthode, beaucoup plus complexe et coûteuse, est de calculer réellement (moyennant quelques suppositions) le rayonnement en utilisant des méthodes comme la méthode ordonnée discrète<sup>7</sup> (DOM), la méthode de lancer de rayons ou encore le recours à des méthodes de Monte-Carlo (Desjardin & Frankel, 1999; Gonsalves Dos Santos et al., 2008; Tessé et al., 2002). Ces techniques permettent de tenir compte des niveaux de température moyenne et uctuantes en chaque point de la configuration mais à des coûts bien plus élevés (discrétisation par angle solide et par bande de fréquence). Le recours à ces différents outils nécessite le couplage de deux codes différents, l'un pour la SGE et l'autre pour le rayonnement. Ce type de méthode a en particulier été couplé à des cinétiques tabulées (comme la méthode FPI ou FGM) en ajoutant une dimension à la table, celle de l'enthalpie (Fiorina et al., 2003). Si le rayonnement est d'importance, il en est alors de même avec les pertes de chaleur aux parois, en particulier avec le refroidissement appliqué dans l'expérience. Là-encore, différentes méthodes sont utilisables, d'une

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Discrete Ordinate Method en anglais

## Phénoménologie de la combustion au sein du "Statoréacteur de Recherche"

simple parois iso-therme au recours à un couplage avec un code de transfert thermique (Duchaine *et al.*, 2008).

Troisième partie

Stratégie numérique pour la simulation diphasique de statoréacteurs

# **Table des Matières**

13	Dé 1	nition d un schéma adapté à la simulation de la phase dispersée	263
	13.1	Les schémas à résidus distribués ou <i>RDS</i>	263
		13.1.1 Notations	265
		13.1.2 Le schéma N ( <i>Narrow</i> )	265
		13.1.3 Le schéma LDA (Low-Diffusion A)	266
		13.1.4 Le schéma PSI ( <i>Positive Stream Invariant</i> )	267
		13.1.5 Formulation système des schémas RDS	267
	13.2	Adaptation des schémas au formalisme Eulérien	268
	13.3	Présentation de la méthode <i>FCT</i>	270
		13.3.1 Combiner deux schémas numériques ?	270
		13.3.2 Procédure de limitation du ux anti-diffusif	270
14	Expé	ériences numériques	275
	14.1	Convection	275
		14.1.1 Cas n°1 : Gaussienne	276
		14.1.2 Cas n°2 : Cylindre	278
		14.1.3 Cas n°3 : Burgers	279
	14.2	Tourbillons de Taylor-Green	279
	14.3	Croisement de jets : la question des -chocs	281
	14.4	Conclusion	281
15	Turb	pulence homogène isotrope chargée en particule	283
	15.1	Description du cas test	283
		15.1.1 Schémas numériques et maillages testés	283
		15.1.2 Initialisation du calcul	284
	15.2	Propiétés intégrales	285
	15.3	Champs instantanés de la phase dispersée	287
	15.4	Comparaison des trois schémas sur le maillage Tetra2	287
	15.5	Conclusion	290
16	App	lication à une chambre académique : le banc MERCATO de l ONERA	291
	16.1	Contexte	291
	16.2	Configuration	292
		16.2.1 Configuration de base	292

## TABLE DES MATIÈRES

16.3	Paramètres numériques
	16.3.1 Maillage
	16.3.2 Conditions aux limites
	16.3.3 Paramètres numériques
16.4	Résultats moyens
16.5	Résultats instantanés
16.6	Conclusion

La Simulation aux Grandes Echelles s'est révélée être un outil très efficace pour décrire la turbulence et ses interactions avec d'autres phénomènes physiques tels que le mélange ou la combustion (Prière et al., 2004). En particulier, le dernier chapitre a montré la puissance d'un tel outil pour décrire les phénomènes d'aértothermochimie apparaissant dans un statofusée à semi-propergol (*Solid-propellant Ducted Rocket* -SDR-), *i.e.* l'injection de carburant est réalisée en fond de chambre et remplace les gaz brûlés provenant du générateur de gaz. La suite logique à cette étude est la simulation diphasique d'un statoréacteur à combustible liquide (*Liquid-Fueled Ramjet* -LFJR-). Pour de telles configurations, le carburant est injecté soit dans le dôme (au même endroit que pour un SDR) soit dans les entrées d'air en amont des coudes (Fig. 12.48) comme l'ont décrit Ristori *et al.* (2003).



FIG. 12.48 - Injecteur et visualisation du spray de carburant utilisé dans le statoréacteur de recherche à gauche et positionnement de l'injecteur dans les coudes des entrées d'air à droite.

Si de nombreuses simulations diphasiques Euler-Euler ont été à ce jour réalisées avec le code AVBP (Riber et al., 2009; Kaufmann et al., 2008; Boileau et al., 2008b; Sanjosé et al., 2008), certaines questions se posent toujours. Il est en particulier reconnu que la qualité de la SGE dépend des choix de la discrétisation des termes convectifs (Ham et al., 2003). Dans les géométries complexes, des grilles régulières structurées ne peuvent pas être facilement employer et le domaine de calcul est discrétisé en utilisant des grilles non structurées (triangles en 2D et tétraèdres en 3D par exemple). Le stencil du schéma numérique est alors réduit le plus possible pour ne pas pénaliser le coût de calcul et ceci au dépend de la précision (Hirsch, 1988). Dans ce contexte spécifique, les schémas numériques centrés souffrent de l'augmentation de la dispersion des erreurs et du phénomène de Gibbs pour de tels maillages (Gibbs, 1898). Ils provoquent ainsi la création d'oscillations appelées ripples, qui menacent fortement la stabilité des calculs en raison de la nature non linéaire des équations (Hirsch, 1988). Une solution pour annuler ce problème est d'utiliser une viscosité artificielle (AV), dont l'application est contrôlée par des capteurs (Jameson et al., 1981). En règle générale, celle-ci est appliquée très localement et en petites quantités. La précision globale des calculs n'est pas affectée par cette stratégie, comme le montre (Selle et al., 2004). Néanmoins, dans certains cas fortement compressible et/ou en simulation diphasique eulérienne-eulérienne, de très forts gradients (front de ammes, chocs, concentration préférentielle de goutellettes...) peuvent apparaître et d'autres solutions doivent être envisagées.

Le problème est encore plus critique dans le contexte de la modélisation de la phase dispersée basée sur la formulation Eulérienne mésoscopique décrite par Simonin (1996b); Riber *et al.* (2006). En effet et bien que les équations sont similaires à celles d'Euler et de Navier-Stokes, ce qui permet d'utiliser les mêmes algorithmes pour les deux phases liquides et gazeuses, les phénomènes de concentration préférentielle peuvent induire de très grandes variations de densité des gouttes qui doivent être proprement gérées par les méthodes numériques.

### TABLE DES MATIÈRES

Nous présentons ici la revue de trois méthodes numériques pour traiter la phase dispersée par une approche Eulérienne. La première, non détaillée par la suite, consiste à utiliser les schémas classiques d'AVBP associées à une viscosité artificielle scalaire. La seconde introduit l'utilisation de schémas décentrés. Ceux-ci sont pour le moment d'ordre faible, le but étant de regarder l'impact d'une telle formulation par rapport aux schémas classiques TTGC. Finalement, une méthode Flux-Corrected Transport (FCT) est étudiée. Cette méthode, introduite par Boris & Book (1973), exprimée par Zalesak (1979) dans le cas multidimensionnel et généralisée aux éléments finis par Lohner *et al.* (1987) et Kuzmin (2009), s'avère être très efficace mais très coûteuse. Le principe de base est d'associer un schéma d'ordre faible monotone à un second schéma d'ordre plus élevé afin d'assurer à la fois une haute précision dans les régions où l'écoulement n'est pas perturbé et la stabilité là où se produisent des discontinuités.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec Nicolas Lamarque (Lamarque, 2007) et cherche à statuer sur les schémas numériques à appliquer à la description des écoulements diphasiques Euler/Euler en SGE sur des maillages non-structurés comme ceux disponibles dans AVBP. A cette occasion, de nouveaux schémas sont développés dans AVBP et testés dans l'optique des simulations SGE des statoréacteurs.

## **Chapitre 13**

# Dé nition d un schéma adapté à la simulation de la phase dispersée

## 13.1 Les schémas à résidus distribués ou RDS

Les schémas RDS multi-dimensionnels décentrés aussi nommés *uctuation splitting* ont été introduits par Roe (1982) comme une alternative aux solvers de Riemann en *volumes nis* et à la méthode des éléments finis stabilisés. Le formulation RDS combine la physique du premier (en dissociant le résidus) et le cadre mathématique du second (très proche de la méthode Petrov-Galerkin). Deconinck *et al.* (2000) (Von Karmann Institute), Roe (1982) (Université du Michigan), Abgrall (2001) (Université de Bordeaux) et leurs collaborateurs (Ricchiuto *et al.*, 2005) ont développés les schémas RDS depuis les vingt dernières années.

La méthode RDS présente l'avantage d'être équivalente à la méthode *cell-vertex* (les métriques sont identiques, la construction du résidu à la cellule et sa distribution aux noeuds du maillage...) pour des éléments linéaires de type P1 (triangles et tétrahèdres) (Rudgyard, 1993*b*). L'implémentation de ces schémas dans AVBP est ainsi aisée. Trois schémas RDS décentrés vont être présentés :

- Le schéma N (Narrow).
- Le schéma LDA (Low Diffusion A).
- Le schéma PSI (Positive Streamwise Invariant).

Si on s'intéresse à l'équation de convection linéaire à coefficients constants :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{c} \cdot \vec{\nabla} u = 0. \tag{13.1}$$

La première étape est de décomposer le domaine 2D (3D) noté  $\mathcal{T}_h$  en triangles (tétrahèdres) notés  $T_e$ :

$$=\bigcup_{T_e\in\mathscr{T}_h}T_e.$$
(13.2)

La solution est approximée à l'aide des fonctions de forme  $_k(\vec{x})$  associées à k, sommet de l'élément

considéré :

$$u_h(\vec{x},t) = \sum_{k=1}^{N_h} U_k(t) \ _k(\vec{x}).$$
(13.3)

A l'instar de la méthode cell-vertex, on introduit le calcul d'un résidu :

$$R_e = \int_{T_e} \vec{c} \cdot \vec{\nabla} u_h d\mathscr{V}, \qquad (13.4)$$

qui peut s'écrire pour un élément  $k_e^1$  :

$$R_e = -\frac{1}{V_e} \sum_{l \in K_e} k_l U_l, \qquad (13.5)$$

où  $k_l = -\frac{1}{d}\vec{c}\cdot\vec{S}_l$  est un senseur "entrant" et  $\vec{S}_l$  est la normale sortante à la face opposée au noeud l multipliée par l'aire de la surface considérée. On introduit également la *uctuation*<sup>2</sup> comme définie par Hubbard & Roe (2000) :

$$\Phi_e = -R_e V_e. \tag{13.6}$$

Le nombre de noeuds  $N_h$  diffère du nombre de cellules  $N_T$  (et par là-même du nombre d'équations à résoudre). Afin d'équilibrer le système à résoudre, les résidus sont distribués aux noeuds :

$$N_j = \frac{1}{V_j} \sum_{e \in \mathscr{D}_j} D_{j,e} R_e V_e.$$
(13.7)

où  $D_{j,e}$  est la matrice de distribution (également notée  $_{j,e}$ ).

Ainsi, pour obtenir un schéma centré, le résidu peut être distribué équitablement entre les différents noeuds appartenant à l'élément considéré (Rudgyard, 1990). En formulation RDS, le principe est de ne distribuer le résidu qu'aux noeuds dits "avals", définis par  $k_l > 0$ . Par conséquence, les schémas RDS sont dits *décentrés*.

Comme présenté par Struijs (1994), différentes configurations peuvent être rencontrées en fonction du nombre de ces noeuds "avals". Intéressons nous au cas bidimensionnels (triangles) : en fonction de la direction du vecteur vitesse  $\vec{c}$ , on peut trouver un ou deux sommets *cibles*.

Dans le cas "1 cible", les trois schémas décrits par la suite sont identiques : ils consistent tous à envoyer le résidu en un noeud unique de la cellule considérée. Le schéma est alors amont, positif et préserve la linéarité (schéma d'ordre 2). L'approche va différer dans le cas d'une configuration à "2 cibles".

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>L'indice e se réfère à la cellule.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>qui a ici le signe opposé à celui du résidu classique



FIG. 13.1 - Distribution du résidu dé ni à la cellule dans le cas d'une con guration "1 cible" ou "2 cibles" en 2 dimensions pour des triangles

## 13.1.1 Notations

On introduit les notations suivantes qui seront utiles pour la définition des schémas amont qui suivent :

$$\begin{array}{lll} k_l^+ &=& \max(0,k_l) \\ k_l^- &=& \min(0,k_l) \\ U_{e,in} &=& \left( \sum_{l \in K_e} k_l^- \right)^{-1} \cdot \left( \sum_{l \in K_e} k_l^- U_l \right), \end{array}$$

et  $U_{e,in}$  correspond à la valeur de  $u_h$  dans le triangle  $K_e$  au point d'entrée de l'écoulement<sup>3</sup>. Ces notations vont permettre de définir les contributions  $\Phi_{j,e}$  aux résidus aux noeuds pour chaque schéma, quel que soit le type de triangle (ou de tétraèdre) considéré. On a de plus :

$$N_j = \frac{1}{V_j} \sum_{e \in \mathscr{D}_j} D_{j,e} V_e R_e = \frac{1}{V_j} \sum_{e \in \mathscr{D}_j} \Phi_{j,e}.$$

On considèrera également l'égalité suivante :

$$\left(\sum_{l\in K_e}k_l^{-}\right)^{-1} = -\left(\sum_{l\in K_e}k_l^{+}\right)^{-1}$$

#### 13.1.2 Le schéma N (Narrow)

Ce schéma a le plus petit stencil parmi les schémas amont linéaires. Il est positif (Struijs, 1994; van der Weide, 1998; Mezine *et al.*, 2003) mais ne préserve pas la linéarité (les coefficients  $R_{j,e}$   $N_j$  ne sont pas bornés quand  $R_e$  tend vers zéro).

Le résidu au sommet j de l'élément e est défini par :

$$\Phi_{j,e}^{N} = k_{j}^{+}(U_{j} - U_{e,in})$$
(13.8)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Ce point d'entrée correspond au seul point amont pour le triangle à 2 cibles et à la projection suivant la direction de  $\vec{c}$  du seul point aval sur l'arête où l'écoulement entre dans le cas à 1 cible.

Qui peut se réécrire sous la forme :

$$\Phi_{j,e}^{N} = k_{j}^{+} \cdot \left(\sum_{l \in K_{e}} k_{l}^{-}\right)^{-1} \cdot \left[\sum_{l \in K_{e}} k_{l}^{-} \left(U_{j} - U_{l}\right)\right]$$

Une interprétation géométrique peut être donnée à la distribution du résidu aux deux noeuds avals (van der Weide (1998)) : en les notant 1 et 2, le vecteur vitesse  $\vec{c}$  est décomposé en deux parties  $\vec{c} = \vec{c}_1 + \vec{c}_2$ , suivant les directions des arêtes reliant le point 3 (amont) au point aval 1 ou 2. Les contributions aux points 1 et 2 correspondent alors aux résidus construits avec  $\vec{c}_1$  et  $\vec{c}_2$  au lieu de  $\vec{c}$  (voir figure 13.2). Si on somme les 2 contributions, on retrouve bien le résidu  $R_e$  :

$$\Phi_{1,e} + \Phi_{2,e} = R_e(\vec{c}_1)V_e + R_e(\vec{c}_2)V_e = \oint_{\partial K_e} u_h \vec{c}_1 \cdot \vec{n} \, d\mathscr{S} + \oint_{\partial K_e} u_h \vec{c}_2 \cdot \vec{n} \, d\mathscr{S}$$



FIG. 13.2 - Schéma N pour un triangle à 2 cibles. Le vecteur vitesse se décompose en deux composantes  $\vec{c_1}$  et  $\vec{c_2}$  qui permettent de construire les constributions aux sommets en aval.

## **13.1.3** Le schéma LDA (Low-Diffusion A)

Ce schéma, au contraire du N, préserve la linéarité. Toutefois, étant linéaire, la propriété de positivité est perdue.

Le coefficient de distribution du schéma LDA est le suivant (van der Weide, 1998) :

$$D_{j,e}^{LDA} = \frac{k_j^+}{\sum_{l \in K_e} k_l^+}$$
(13.9)

Le schéma LDA peut aussi être interprété géométriquement pour un triangle à 2 cibles. Il partage le résidu  $R_e$  entre les deux triangles définis par le point amont, un point aval et le point de sortie  $P_{out}$  qui correspond à la projection suivant la direction  $\vec{c}$  du point amont sur l'arête d'où sort l'écoulement. La pondération pour le partage du résidu est fonction de l'aire des triangles (Struijs, 1994) (voir figure 13.3).



FIG. 13.3 - Schéma LDA pour un triangle à 2 cibles. Le résidu est partagé entre les points 1 et 2 en fonction de l'aire des triangles 12P<sub>out</sub> et 13P<sub>out</sub>.

## 13.1.4 Le schéma PSI (Positive Stream Invariant)

Ce schéma est le plus intéressant des trois présentés dans cette section : il rassemble les propriétés des schémas N et LDA : il est en effet positif et préserve la linéarité (non linéaire) (Struijs, 1994).

Le coefficient de distribution correspondant est le suivant :

$$D_{j,e}^{PSI} = \frac{\max(0, D_{j,e}^{N})}{\sum_{l \in K_{e}} \max(0, D_{l,e}^{N})}$$
(13.10)

où  $D_{j,e}^N = \frac{\Phi_{j,e}^N}{R_e V_e}$ . Différentes approches peuvent être utilisées pour décrire ce schéma. En particulier, Sidilkover & Roe (1995) ont montré *a posteriori* qu'il peut être interprété comme un schéma N limité par le limiteur minmod.

Ce schéma a été retenu pour la suite.

### 13.1.5 Formulation système des schémas RDS

On considère le système d'équations écrit sous forme conservative :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathscr{F}} \left( \mathbf{U} \right) = \mathbf{S}$$
(13.11)

Qui peut se réécrire sous forme quasi-linéaire :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \vec{\mathscr{A}}(\mathbf{U}) \cdot \vec{\nabla} \mathbf{U} = \mathbf{0}$$
(13.12)

où  $\vec{\mathcal{A}}(\mathbf{U}) = (\underline{\mathbf{A}}, \underline{\mathbf{B}}, \underline{\mathbf{C}})^T$  représente la matrice jacobienne des ux. Le passage d'une équation scalaire à un système se fait en réalisant une analogie entre le paramètre "entrant"  $k_l$  et les valeurs propres de cette jacobienne.

On peut alors écrire :

$$\mathbf{K}^{\pm} = \mathbf{R}_{\mathbf{i}} \cdot \left(\frac{i^{\pm}}{2}\right) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{i}}^{-1}$$
(13.13)

où  $\mathbf{R}_i$  est la matrice des vecteurs propres à droite et i la matrice des vecteurs propres.

La formulation du schéma est alors identique à l'Eq. 13.10.

## 13.2 Adaptation des schémas au formalisme Eulérien

On ne s'intéresse ici qu'à la partie hyperbolique des équations de conservation pour la phase dispersée<sup>4</sup>. Pour plus de simplicité, le symbole  $\cdot$  est omis pour indiquer les valeurs mésoscopiques. L'ensemble des écritures, en particulier les matrices des vecteurs propres, est donné en Annexe A.

$$\frac{\partial}{\partial t} p p + \frac{\partial}{\partial x_{j}} p p u_{p,j} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p p u_{p,i} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} p p u_{p,i} u_{p,j} = -\frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_{i}} p p p$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p p p + \frac{\partial}{\partial x_{j}} p p p u_{p,j} = -\frac{2}{3} p p p \frac{\partial}{\partial x_{j}} u_{p,j} \qquad (13.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} p p h_{p} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} p p h_{p} u_{p,j} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} d_{00} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} d_{00} u_{p,j} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n_{p} + \frac{\partial}{\partial x_{j}} n_{p} u_{p,j} = 0$$

Ces équations de conservation peuvent être écrites sous formes compactes :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathscr{F}} \left( \mathbf{U} \right) = \mathbf{S}$$
(13.15)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Il est à noter que  $d_{00}$  n'est introduit que pour parfaire au formalisme suivi dans AVBP. Le caractère polydisperse de sous-maille n'est pas pris en compte dans la présente étude

Où U est le m-vecteur des variables conservatives,  $\vec{\mathscr{F}}$  le tenseur des ux correspondant et :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & \\ 0 & \\ 0 & \\ -\frac{2}{3} & p & p & p \frac{\partial u_{p,j}}{\partial x_j} \\ 0 & \\ 0 & \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(13.16)

Pour construire un schéma numérique décentré, il est plus approprié d'utiliser la forme quasi-linéaire de l'Eq.13.15 :

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \vec{\mathscr{A}}(\mathbf{U}) \cdot \vec{\nabla} \mathbf{U} = \mathbf{0}$$
(13.17)

où  $\vec{\mathscr{A}}(\mathbf{U}) = (\underline{\mathbf{A}}, \underline{\mathbf{B}}, \underline{\mathbf{C}})^T$  est la matrice jacobienne des ux.

Posons  $\vec{n} = n_x \vec{e}_x + n_y \vec{e}_y + n_z \vec{e}_z$ . On définit alors :

$$\mathbf{\underline{K}} = \mathscr{A} \cdot \vec{n} = \mathbf{\underline{A}} n_x + \mathbf{\underline{B}} n_y + \mathbf{\underline{C}} n_z$$

Si  $\mathbf{K}$  est diagonalisable, alors le calcul des vecteurs propres et des valeurs propres est possibles. On notera en particulier la matrice des valeurs propres du système :

$$\begin{pmatrix} \vec{u_p} \cdot \vec{n} - \sqrt{\frac{10}{9} - \frac{p}{p-p}} & \vec{n} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \vec{u_p} \cdot \vec{n} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vec{u_p} \cdot \vec{n} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vec{u_p} \cdot \vec{n} + \sqrt{\frac{10}{9} - \frac{p}{p-p}} & \vec{n} \end{pmatrix}$$
(13.18)

Il est intéressant à ce niveau de faire appara<sup>t</sup>re une vitesse de propagation par analogie à la vitesse du son dun gaz parfait :

$$c_p = \sqrt{\frac{10}{9}} \quad p$$

On notera qu'ici, un terme de pression lié au mouvement décorrélé (*R.U.M*) peut être introduit par analogie avec les équations d'Euler et s'écrit :

$$p_{RUM} = \frac{2}{3} p_p p_p$$
 ce qui donne : $c_p = \sqrt{\frac{5}{3} \frac{p_{RUM}}{p_p}}$ .

Il est possible d'utiliser  $p_{RUM}$  comme variable primitive mais nous conserverons p pour des raisons pratiques. On notera qu'une singularité appara^t si cette pseudo-vitesse du son devient nulle. Toutefois, on considère ici que le mouvement décorrélé est non nul du moment où plusieurs particules se trouvent localisées dans une même cellule. Un epsilon est alors introduit.

## **13.3** Présentation de la méthode FCT

On propose d'adapter la méthode FCT décrite par Hubbard & Roe (2000) pour la phase dispersée et de la tester dans AVBP. En effet, si les méthodes numériques utilisées dans AVBP ont montré tout leur potentiel pour la simulation des écoulements réactifs monophasiques (Lamarque, 2007), il n'en est pas de même pour la phase liquide. En particulier, le comportement global d'un nuage de goutte rappelle celui d'un uide très compressibles<sup>5</sup>. Des gradients très importants peuvent alors appara<sup>t</sup>re dans un écoulement turbulent et l'emploi de viscosité artificielle massive est nécessaire (Lamarque, 2007). Si des travaux menés sur les différents senseurs sont en cours (Sanjosé *et al.*, 2008) et ont déjà montré des progrès très encourageant, il semble nécessaire d'avoir accès à un schéma numérique robuste, comme peut l'être le schéma PSI, mais également précis, ce dernier schéma ayant montré une dissipation forte dans le sens de l'écoulement (autre avantage par rapport à la viscosité artificielle).

Une solution prometteuse est donc la méthode *Flux-Corrected Transport* (Zalesak, 1979). Celle-ci combine deux schémas numériques :

- Un schéma bas ordre, diffusif, si possible positif et robuste. Le schéma utilisé sera le schéma PSI associé à une intégration temporelle de type Runge-Kutta d'ordre 1.
- Un schéma haut ordre qui va donner au schéma final ses caractéristiques de précision. Les premiers tests de cette méthode ont utilisé le schéma Lax-Wendroff basé sur une méthode *éléments nis*.

## 13.3.1 Combiner deux schémas numériques ?

Le principe même de la méthode FCT est d'utiliser au maximum la uctuation définie par le schéma haut ordre. Celle-ci peut se décomposer en cinq étapes :

- 1. Calculer les contributions d'ordre faible  $w_{low order}$  et d'ordre élevée  $w_{high order}$  pour chaque élément<sup>6</sup>.
- 2. Mettre à jour la solution avec la contribution d'ordre faible
- Calculer les limites que la solution à l'instant n+1 ne devra pas dépasser afin de garantir les caractéristiques de positivité du schéma.
- 4. Corriger ainsi la solution avec le ux antidiffusif  $w_{high order} w_{low order}$  pondéré par un limiteur permettant de respecter l'étape précédente.
- 5. Mettre à jour la solution finale.

Les étapes fondamentales 3 et 4 sont décrites par la suite.

## 13.3.2 Procédure de limitation du ux anti-diffusif

Le but premier de la méthode est de rendre la contribution du schéma d'ordre élevé la plus grande possible sans introduire de nouveaux extremum dans la solution.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Une analogie peut-être faite avec la vitesse du son définie pour la phase dispersée par  $c_p = \sqrt{\frac{5}{3} \frac{p_{RUM}}{p_p}}$ : en l'absence de mouvement décorélé, celle-ci tend vers zéro et le nombre de Mach représentatif de la goutte vers l'infini

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>On rappelle que notre choix d'utiliser le schéma PSI nous limite pour le moment à des éléments de type triangle ou tétrahèdre.

Différentes quantités sont tout d'abord évaluées pour conna<sup>t</sup>re les valeurs extrêmes  $u_i^{min}$  and  $u_i^{max}$ , au-deçà et au-delà desquelles la positivité n'est plus assurée.

Notons que *i* représente un noeud tandis que *j* représente l'élément.

Ces limites sont calculées de la manière suivante :

$$u_i^* = \begin{cases} \min_{max} \left( u_i^{low}, u_i^n \right) \end{cases}$$
(13.19)

$$u_j^* = \begin{cases} \min_{max} u_i^*, & i \in j \end{cases}$$
(13.20)

$$u_i^{\max} = \begin{cases} \min_{max} u_j^*, \quad j \in i \\ max u_j^*, \quad j \in i \end{cases}$$
(13.21)

Cette étape du calcul du minimum et du maximum de la solution intiale et celle mise-à-jour à l'aide du schéma d'ordre faible et est illustrée en Fig. 13.4 (a). Celle-ci montre la solution obtenue, pour une convection de gaussienne, à la fin de l'itération et ses bornes minimale et maximale.

Une fois ces bornes évaluées, l'étape suivante consiste à calculer un facteur limite qui contraindra le ux anti-diffusif. En notant  $AEC_i^j$ , la contribution anti-diffusive de l'élément *j* au noeud *i*, quatre quantités sont alors évaluées :

- Les ux anti-diffusifs maximum/minimum qui peuvent être ajoutés :

$$P_i^{+} = \sum_{j \in i} \begin{cases} \min_{i} \left( 0, AEC_i^j \right) \\ \max_{i} \left( 0, AEC_i^j \right) \end{cases}$$
(13.22)

- Les ux anti-diffusif maximum/minimum admissible sans introduire de nouveaux extrema :

$$Q_i^{+} = u_i^{\max} - u_i^{low}$$
(13.23)

- Ces dernières quantités sont alors comparées :

$$W_{i}^{+} = \begin{cases} \min\left(0, P_{i}^{+}\right) & \text{if } P_{i}^{+} = 0\\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
(13.24)

- Et finalement le facteur pondérant le ux anti-diffusif s'écrit :

$$\binom{j}{i}^{max} = \begin{cases} W_i^+ & \text{if } AEC_i^j > 0\\ W_i^- & \text{if } AEC_i^j < 0 \end{cases}$$
(13.25)

Finalement, l'écriture du schéma devient :

$$U_j^{n+1} = U_j^n + t \sum_{e \in \mathscr{D}_j} dU_{j,e}^{n,low} + t \underbrace{\sum_{e \in \mathscr{D}_j} e\left(dU_{j,e}^{n,high} - dU_{j,e}^{n,low}\right)}_{e \in \mathscr{D}_j}$$
(13.26)

contribution anti-diffusive



FIG. 13.4 - Exemple de fonctionnement de la méthode FCT : calcul du limiteur lors de la convection d'une gaussienne.

Le calcul du limiteur  $_{e}$  peut être évalué à partir des variables conservatives ou primitives. Dans ce travail, le choix a été fait de se concentrer sur le transport des grandeurs primitives comme la fraction volumique de liquide ou la vitesse. Ceci se traduit par une diffusion supplémentaire apportée aux équations de transport de quantité de mouvement, d'enthalpie du liquide et de l'énergie décorrélée.

## Définition d'un schéma adapté à la simulation de la phase dispersée

## **Chapitre 14**

## **Expériences numériques**

Le but de cette partie est de mieux appréhender les points positifs mais également négatifs des différents schémas étudiés. En particulier, on s'intéressera à qualifier la dissipation du schéma PSI par rapport aux schémas d'AVBP actuels. Ces expériences confirmeront *a posteriori* les différentes conclusions précédentes, en particulier la diffusion importante dans le sens de propagation uniquement mais aussi l'aspect non linéaire du schéma et son impact sur la dispersion. Les divers développements apportés au code SGE du CERFACS seront validés à cette occasion. Les différents cas tests choisis n'ayant pas pour but uniquement de montrer les meilleures qualités de tel ou tel schéma, on s'intéressera surtout à des cas tests représentatifs de la réalité dans une chambre de combustion industrielle diphasique ou de statoréacteur.

## 14.1 Convection

Le cas le plus simple est bien évidemment la convection linéaire, qui caractérisera directement la diffusion et la dispersion d'un schéma. L'étude est simplifiée au maximum et représente la convection d'un scalaire associé à un champ de vitesse  $\vec{c}$  uniforme défini par sa valeur à l'instant initial  $\vec{u}(\vec{x},t) = \vec{u}_0$ . Deux types de solutions initiales seront étudiées : la première sera régulière afin d'évaluer la méthode numérique pure tandis que la seconde sera discontinue afin de montrer la limitation des schémas numériques centrés. Cette situation peut appara^tre par exemple dans le cas d'une configuration d'injection coaxiale avec élargissement brusque. Le maillage utilisé sera constitué de triangles et composé de 31x31 points aux bords donné par la Fig.14.1.



FIG. 14.1 - Maillages utilisés pour les cas académiques présentés dans ce chapitre : triangles réguliers 31 × 31

Une intégration temporelle de type Runge-Kutta d'ordre 1 est utilisée avec le schéma **PSI**. Il sera inmportant par la suite d'améliorer l'intégration temporelle si ce schéma est utilisé seul et non avec une méthode **FCT**.

## 14.1.1 Cas n°1 : Gaussienne

La première distribution prend la forme Gaussienne donc régulière et  $\mathscr{C}$  . Celle-ci est définie par :

$$\begin{cases} \vec{x} \in [0,1] \times [0,1] \\ \vec{c} = (1,0)^T \\ u(\vec{x},0) = \exp\left(\frac{(x-x_0)^2}{2}\right) \exp\left(\frac{(y-y_0)^2}{2}\right) \end{cases}$$

avec  $= 0.05 \text{ m}, (x_0, y_0)^T = (0.5, 0.5)^T$ . La Fig. 14.2 présente une coupe du scalaire passif le long de l'axe de convection tandis que la Fig. 14.3 présente des iso-contours du scalaire *u* pour la solution intiale (et par là-même la solution finale) et pour trois schémas : **Lax-Wendroff**, **PSI** et **FCT**. Le schéma de **Lax-Wendroff** se caractérise par une dispersion importante en particulier dans la direction diagonale définie par l'orientation des éléments. Le schéma **PSI** est très diffusif dans la direction de propagation mais ne présente pas de dispersion de la solution. Il est important de rappeler qu'une intégration temporelle de type Runge-Kutta d'ordre 1 a été utilisée et qu'une amélioration du schéma en temps permettrait une amélioration de la diffusion du schéma **PSI**, au détriment du temps de calcul. Finalement, pour la combinaison entre **PSI** et **LW**, la dispersion du schéma **PSI** est limitée par le schéma **Lax-Wendroff**. Le schéma **TTGC** n'est pas présenté afin d'alléger la figure mais l'accord avec la solution analytique est quasiment parfait (super-convergence du schéma *éléments nis* sur ce type de maillage).



FIG. 14.2 - Solutions pour la convection de gaussienne (grille  $31 \times 31$ ). Pro ls le long de l'axe de convection.

La Fig. 14.4 présente la convergence en maillage sur la convection de Gaussienne. Le schéma **PSI** est d'ordre inférieur à 1, le schéma **LW** d'ordre 2 tandis que le schéma **FCT** présente non seulement l'ordre de convergence du schéma d'ordre élevé mais aussi une erreur plus faible que ce dernier.

Il a été montré que le schéma **PSI** ne présente pas de dispersion de la solution (caractère non-linéaire du schéma). On s'intéresse désormais à caractériser l'impact de l'hyperviscosité d'ordre 4 (permettant



FIG. 14.3 - Solutions pour la convection de gaussienne (grille 31×31) : iso-contours entre 0 et la valeur maximale atteinte par le scalaire passif après un tour.



FIG. 14.4 - Norme  $L^2$  de l'erreur sur la convection d'une gaussienne.

de corriger les oscillations noeuds-à-noeuds) sur la solution, en utilisant un maillage plus proche de ce qui peut être utilisé pour des calculs plus complexes (pas d'alignement des noeuds, pas de directions privilégiées...). Cette viscosité est appliquée dans tout le calcul excepté là où agit la viscosité d'ordre 2 et vient donc modifier la solution. Cette technique est celle utilisée de façon classique avec les schémas centrés d'AVBP. En effet, le schéma **TTGC** par exemple ne dissipe pas les hautes fréquences et le recours à cette viscosité est nécessaire pour amortir les oscillations noeud-à-noeud.

Deux valeurs des senseurs sont évaluées, caractéristiques des calculs réalisés actuellement, 0.05 et 0.1. Les résultats sont présentés en Fig. 14.5 et en Fig. 14.6 pour les deux schémas **TTGC** et **LW**. La convection est réalisée avec  $\vec{c} = (1,1)^T$ . L'impact de cette viscosité est sensible et une valeur du smu<sub>4</sub> de 0.05 dégrade déjà les valeurs maximales du scalaire. Ainsi, le recours à un schéma non-linéaire permet d'annuler les oscillations points-à-points et de ne pas utiliser de viscosité du quatrième ordre pour le schéma **FCT**.



FIG. 14.5 - Impact de la viscosité d'ordre 4 sur la convection de gaussienne.



FIG. 14.6 - Impact de la viscosité d'ordre 4 sur la convection de gaussienne. Evolution du maximum du scalaire passif en fonction du temps

## 14.1.2 Cas n°2 : Cylindre

Le test précédent est repris en modifiant la condition initiale :

$$\begin{cases} \vec{x} \in [0,1] \times [0,1] \\ \vec{c} = (1,0)^T \\ u(\vec{x},0) = 1 \text{ si } \vec{x} - \vec{x}_0 \leq r, \quad 0 \text{ sinon.} \end{cases}$$

et r = 0.25 m. La fonction est continue par morceaux et n'est plus dérivable en tout point.

Ce cas test devient compliqué pour des schémas centrés en raison de la discontinuité et une viscosité d'ordre 2 doit être utilisée. En effet, ces schémas souffrent du phénomène de Gibbs (oscillations numériques près des discontinuités *-undershoot* et *overshoot*- dues à la discrétisation spatiale). La Fig. 14.7 présente après un tour deux coupes le long de la direction de propagation et dans la direction perpendiculaire. Le schéma **PSI** est positif. On note en particulier l'intérêt d'avoir un schéma qui n'introduit pas de dissipation croisée (Fig. 14.7 -b)-). Le schéma **FCT** s'avère être un très bon compromis entre les deux schémas : non seulement les bornes de la solution sont conservées et très peu diminuées mais les gradients près des discontinuités transverses sont bien résolus. On note toutefois une dissymétrie de la solution (Fig. 14.7 -a)-) due au schéma **LW**.



FIG. 14.7 - Pro l pour un créneau à gauche et un triangle à droite (maillage 31-par-31).

La Fig. 14.8 présente des iso-contours du scalaire *u* pour les trois schémas.



FIG. 14.8 - Solutions pour la convection de créneau (grille  $31 \times 31$ ).

## 14.1.3 Cas n°3 : Burgers

Le dernier cas test simple concerne la convection d'une Gaussienne de fraction volumique de liquide associée à une Gaussienne de vitesse. Le différentiel de vitesse va créer une zone vide de goutte ainsi qu'une autre où les gouttes vont venir s'accumuler. Les résultats sont présentés en Fig. 14.9. Les schémas **TTGC** (avec viscosité artificielle) et **PSI** donnent des résultats comparables avec une diffusion accrue pour le dernier schéma. Au contraire, le schéma **FCT** gère beaucoup mieux les gradients en particulier grâce au choix du limiteur  $_e$  basé sur les variables primitives. Si les résultats de ce dernier sur la vitesse sont comparables aux deux autres schémas, les deux zones de vide et d'accumulation sont bien décrites et surtout distinctes.

## 14.2 Tourbillons de Taylor-Green

Le cas test des tourbillons de Taylor-Green est une première étape vers la validation multidimensionnelle des schémas numériques pour la phase dispersée. En effet, bien que ce cas test reste 2D, il permet



FIG. 14.9 - Evolution spatiale de la densité de particule à gauche et de la vitesse axiale à droite pour les trois différents schémas.

de valider, si le Stokes des gouttes est inférieur à un Stokes critique, l'accumulation de gouttes aux endroits de faible vorticité (concentration préférentielle) et leur éjection des zones fortement rotationnelles. Il présente ainsi des gradients de densité de goutte et de fraction volumique importants et est un cas test intéressant pour tester la robustesse des trois méthodes comparées. Ce cas a été décrit par De Chaisemartin (2009) pour comparer les résultats obtenus par un solveur Lagrangien à une description Eulérienne multi uide, résolue par un schéma cinétique robuste de type *volumes nis* du second ordre.



FIG. 14.10 - Condition initiale : champ de vorticité et vecteurs vitesse pour le tourbillon supérieur gauche.

Le cas test consiste à étudier la répartition de gouttes dans un champ de  $[1 \times 1]$  m<sup>2</sup> comprenant quatre tourbillons contra-rotatifs placés en  $(X_0; Y_0) = (0.25; 0.25) = (0.75; 0.25) = (0.75; 0.75) = (0.25; 0.75)$  m<sup>2</sup>.

L'avantage de la non-diffusion du schéma décentré dans les directions transverses est ici fortement apprécié. En effet, les zones où les gouttes s'accumulent sont résolues sur seulement **PSI** que pour le schéma **TTGC** au centre de la configuration et au même temps (t=1.38 s). On note toutefois que la diffusion dans la direction perpendiculaire est supérieure pour **TTGC**.

Les résultats avec le schéma **PSI** sont qualitativement proches de ceux obtenus par De Chaisemartin (2009) avec un schéma gérant les systèmes sans terme de pression, ce qui donne une bonne idée de la qualité du schéma pour une telle application. On note toutefois une diffusion importante dans la direction



FIG. 14.11 - Champs de densité de goutte pour les différents schémas. Du blanc  $(1 \times 10^2)$  au noir  $(1, 25 \times 10^{14})$ .

de l'écoulement (intégration temporelle). Pour les deux autres schémas, les résultats sont relativement proches au niveau des zones de forte concentration en particules. Ainsi, la viscosité artificielle utilisée avec **TTGC** gère bien les gradients même si le maximum de concentration atteint est inférieur à celui obtenu avec **FCT**. La diffusion dans la direction transverse est également plus faible. La seconde observation se focalise sur les zones vides de goutte. En raison de l'utilisation de viscosité artificielle, le calcul avec **TTGC** présente des niveaux plus hauts en terme de densité de goutte dans ces zones.

## 14.3 Croisement de jets : la question des -chocs

Le dernier cas test cherche à éprouver la robustesse des schémas par rapport à la formation de -chocs lors de croisement de jet. Deux sprays de liquide sont injectés à 10 m.s<sup>-1</sup> dans une bo<sup>t</sup>e carrée de 1 m de côté et vont venir s'impacter au centre de la bo<sup>t</sup>e à 90°. L'aspect monodisperse de l'approche utilisée dans AVBP ne permet pas de gérer une telle configuration. Il résulte ainsi un jet ayant les propriétés moyennes des deux jets, tant en terme de densité de goutte qu'en terme de vitesse. La Fig. 14.12 présente les résultats pour les trois schémas. Deux conclusions appara<sup>s</sup>sent, en lien avec les cas test précédents. D'une part, l'utilisation de viscosité artificielle pour l'injection des jets dégrade fortement la qualité de la simulation (ce point est essentiel quant à l'utilisation de la viscosité dans des configurations plus complexes où des profils d'injection sont imposés). D'autre part, le schéma **PSI** gère parfaitement ce genre de configuration (qui est parfaitement adaptée pour un schéma décentré). Le schéma **FCT** appara<sup>t</sup> comme une méthode intermédiaire avec une diffusion notable dans le sens tranverse à l'écoulement dès les surfaces d'injection.

On notera qu'une meilleure résolution en espace ne corrige pas suffisamment le mauvais comportement de l'opérateur de viscosité artificielle au niveau de l'injection.

## 14.4 Conclusion

Ces différents cas-tests ont permis d'observer et de qualifier le comportement de trois schémas pour différentes configurations. Le recours à un schéma centré d'ordre élevé pour la convection d'un scalaire



FIG. 14.12 - Champs de densité de goutte pour les différents schémas. Du blanc  $(1 \times 10^2)$  au noir  $(1.24 \times 10^{12})$ .

donne d'excellents résultats comparés à un schéma décentré d'ordre faible ou au schéma **FCT**. Toutefois, en augmentant la complexité des cas tests, ces différences se prononcent et le schéma **TTGC** montre des faiblesses, en particulier pour reproduire l'injection de carburant dans une configuration simple. Les trois schémas vont maintenant être évalués sur des configurations tridimensionnelles.

## **Chapitre 15**

# **Turbulence homogène isotrope chargée en particule**

La Turbulence Homogène Isotrope librement décroissante (*THI*) est un cas test classique intéressant car elle offre un cadre théorique bien déterminé. En particulier, la simulation numérique directe de la phase gazeuse permet de se soustraire au modèle de sous maille tandis que la dispersion et la dynamique des particules peut être étudiée avec précision (Elghobashi & Truesdell, 1992; Kaufmann *et al.*, 2002*b*).

L'étude qui suit reprend les travaux de Riber (2007) et Kaufmann (2004) qui ont étudié l'impact du modèle d'énergie décorrélée dévelopé par Simonin (1996*a*) et Kaufmann *et al.* (2008) ainsi que du schéma numérique et de la viscosité artificielle sur une THI chargée en particules. Effectivement, celle-ci montre un impact sensible des effets de compressibilité qui sont difficiles à gérer numériquement. Le but de cette partie est ainsi d'évaluer l'apport d'un schéma numérique décentré ou d'une méthode hybride **FCT** pour le transport de la phase dispersée par rapport au schéma **TTGC** stabilisé par des viscosités artificielles du second et du quatrième ordre.

Les résultats seront comparés avec ceux obtenus par Moreau (2006). Ce dernier a utilisé le code *NTMIX3D* pour réaliser une simulation numérique directe des particules en Lagrangien. Ce code, basé sur les différences finies, utilise une discrétisation spatiale du sixième ordre (schéma de Lele (1992)) et une intégration temporelle de Runge-Kutta à l'ordre 3 pour la phase gazeuse. Une fois la simulation terminée, les résultats sont projetés grâce à une projection Gaussienne adéquate (Moreau, 2006).

## **15.1** Description du cas test

## 15.1.1 Schémas numériques et maillages testés

Le schéma **PSI** n'étant défini que sur des maillages composés de tétrahèdres, différents maillages vont être étudiés. Ceux-ci sont résumés en Tab. 15.1 : le maillage *Tetra1* est le plus lâche. Il est proche de ceux utilisé pour la simulation de configuration complexe : aucune direction de propagation n'est privilégiée. Le maillage *Tetra2* est quant à lui plus fin et est en réalité constitué d'hexaèdres qui ont été découpés en huit tétrahèdres. Il existe ainsi des directions privilégiées. Finalement, un calcul réalisé avec le schéma
TTGC a également été effectué sur un maillage hexaédrique en 128 <sup>3</sup> . Le schéma FCT, utilisé avec un
schéma LW éléments nis, n'a lui été utilisé que sur le maillage Tetra2 afin de voir les améliorations
apportées par rapport au calcul à iso-maillage avec le schéma <b>PSI</b> .

Nom	Туре	Noeuds	Celules	$V_{min}[mm^3]$	<i>t</i> [ <i>s</i> ]	TTGC	PSI	FCT
Hexa1	Hexa.	35,937 (64 <sup>3</sup> )	32,768	$9,46.10^{-4}$	0,133	Х		
Hexa2	Hexa.	2,097,152 (128 <sup>3</sup> )	2,114,689	$1, 18.10^{-4}$	0,077	х		
Tetra1	Tétra.	282,920	1,485,609	$1, 14.10^{-5}$	0,033	Х	х	
Tetra2	Tétra.	588,289	3,449,952	$7, 1.10^{-5}$	0,064	Х	Х	Х

TAB. 15.1 - Maillages et schémas numériques testés sur la THI chargée en particule

#### 15.1.2 Initialisation du calcul

La procédure d'initialisation est classique. Le calcul est tout d'abord réalisé en monophasique : un champ de vitesse à divergence nulle est imposé de telle sorte que le spectre d'énergie cinétique corresponde à la relation de Passot & Pouquet (1987). Un temps de convection avec le schéma **Lax-Wendroff** est alors simulé. Pour la comparaison avec les résultats Lagrangien, les quantités d'intérêt sont adimensionnalisées par la vitesse du son  $c_{ref}$ , la longueur de la boîte  $L_{ref}$  et un temps caractéristique  $T_{ref}$  (Tab. 15.2). Les grandeurs adimensionnalisées notées avec l'exposant <sup>+</sup>.

$c_{ref}(m.s^{-1})$	$L_{ref}(m)$	$T_{ref}(s)$
347.0	$10^{-3}$	$2.881810^{-6}$

TAB. 15.2 - Valeurs de référence utilisées pour l'adimensionnement des quantités d'intérêt.

Le Tab. 15.3 compare les statistiques du champ turbulent lors de l'initialisation du calcul gazeux et à sa fin, avant injection des gouttes. Durant cet intervalle de temps, les structures les plus énergétiques sont bien modélisées par le spectre de Passot-Pouquet, transfèrent une part de leur énergie aux plus petites structures ce qui permet d'en donner une meilleure représentation. On note ici  $q_f^2$  l'énergie cinétique du gaz,  $u_f$  la vitesse uctuante de la phase porteuse, f la dissipation du uide et  $L_{ii}^i$  les échelles de longueur intégrale.

<i>t</i> +	$q_f^{2+}$	$u_f^+$	$\stackrel{+}{f}$	$L_{11}^{1+}$	$L_{22}^{2+}$	$L_{33}^{3+}$
$\begin{bmatrix} 0 \\ t_0^+ \end{bmatrix}$	0.015	0.1	0.0015	0.881	0.852	0.571
	0.00945	0.079	0.0012	0.926	0.935	0.557

TAB. 15.3 - Analyse statistique du champ turbulent obtenu numériquement aux temps 0 et  $t_0^+$ .

La phase dispersée est alors ajoutée de manière uniforme dans toute la bo<sup>t</sup>e avec une vitesse liquide égale à celle de la phase porteuse. Le niveau d'énergie décorrélée est mise à  $q_p=0.1$ . Le diamètre des particules est de  $d_p=17.3$  m et la densité du liquide de  $_p=1916$  kg.m<sup>-3</sup>. Le nombre de Stokes correspondant est de 1.1. Celui-ci est basé sur l'échelle de temps intégrale du uide lorsque les particules sont injectées ( $_{f,t}^+ = 4.19$ ). Il correspond au cas le plus difficile observé par Kaufmann (2004), le phénomène de concentration préférentielle étant très important comme le montre la Fig. 15.1 : les particules s'accumulent dans les zones de faible vorticité, menant à des forts gradients de densité de liquide.

$t^{+}(-)$	St (= p f,t)	$_p (kg.m^{-3})$	$d_p(m)$	$n_p (m^{-3})$	$u_{p,i} (m.s^{-1})$	$_{p}(m^{2}.s^{-2})$
$t_0^+$	1.1	1916	17.3	10 <sup>13</sup>	$u_{f,i}$	0.1

TAB. 15.4 - Propriétés de la phase dispersée au temps  $t_0^+ = 4.233$  lorsque les particules sont injectées dans l'écoulement.



FIG. 15.1 - Champ instantanné de vorticité  $[s^{-1}]$  et contours de densité de goutte entre  $1 \times 10^{12}$  et  $5 \times 10^{13}$  m<sup>-3</sup>

## 15.2 Propiétés intégrales

La Fig. 15.2 montre l'évolution en fonction du temps réduit des grandeurs turbulentes diphasiques :

l'énergie cinétique du mouvement mésoscopique de la phase liquide  $q_p^{2+} = \frac{1}{2} u_{l,i}u_{l,i}$ , la covariance des vitesses uide-particule  $2q_{fp}^+ = u_i u_{l,i}$ , l'énergie cinétique du mouvement décorrélé de la phase liquide  $q_p^{2+} = l$ , la ségrégation  $n_p^2 - n_p^{-2}$ .

La notation <sup>+</sup> représente une quantité adimensionnée par la vitesse du son  $c_{ref} = 347 \text{ m.s}^{-1}$ , la longueur  $L_{ref} = 1 \times 10^{-3}$  m et le temps  $t_{ref} = 2.88181 \times 10^{-6}$  s. On note globalement un bon accord entre les différentes méthodes, quelque soit le maillage pour les quantités corrélées -Fig. 15.2 a) et b)-avec la simulation de référence Lagrangienne obtenue avec NTMIX. Les écarts sur la covariance uide-particule moyenne proviennent de l'énergie décorrélée dont l'évolution temporelle diffère sensiblement selon aussi bien le schéma que le maillage utilisé. Une meilleure discrétisation de la bo^te fournit une meilleure résolution des gradients et ainsi un meilleur comportemement du modèle eulérien. On notera que la simulation avec **TTGC** et le maillage *Tetra2* correspond aux résultats fourni par **PSI** et le maillage *Tetra1*. Aucun des calculs avec des maillages tétrahédriques ne permet de capter les bons niveaux d'énergie décorrélée moyenne, seul le calcul sur le maillage constitué d'hexaèdres (128<sup>3</sup>) donne des résultats intéressants à ce niveau. Enfin, les niveaux de ségrégation -Fig. 15.2 d)- ne sont pas en accord avec la simulation Lagrangienne avec des écarts allant de 25% (**TTGC** sur *Tetra1*) à 10% (**PSI** sur *Tetra2*). Ceci peut s'expliquer pour le schéma **PSI** par une diffusion trop importante dans la direction

TURBULENCE HOMOGÈNE ISOTROPE CHARGÉE EN PARTICULE



FIG. 15.2 - Evolution temporelle de différentes quantités d'intérêt pour **TTGC** et **PSI**, comparées aux résultats de référence **EL** et pour trois maillages différents : a)  $q_p^{2+}$ , b) 2  $q_{fp}^{+}$ , c)  $q_p^{2+}$  et d)  $n_p^2 - n_p^2$ .

de l'écoulement. Les tendances fournies par les différentes simulations sont relativement bonnes. Toutefois, on note l'existence d'un point d'in exion à  $t^+ \approx 15$  dans la simulation Lagrangienne qui n'est représentée que par la simulation **TTGC** sur *Hexa2*. Finalement, le manque de données de la simulation Lagrangienne est pénalisant. Celle-ci n'a pas en effet été prolongée suffisament de temps pour observer l'évolution de la ségrégation une fois la production d'énergie décorrélée terminée. La Fig. 15.3 présente l'évolution des valeurs minimales et maximales de l'énergie décorrélée des particules pour **TTGC** et **PSI** et pour les deux maillages *Tetra2* et *Hexa2*. Le schéma décentré conserve une valeur minimale de cette énergie positive tandis que les effets dus à la dispersion et aux phénomènes de Gibbs ne permettent pas à **TTGC** de reproduire cette physique. Il y a ainsi un grand dépassement, tant au niveau des valeurs minimales (fortement négatives) que maximales (fortement positives).

Des résultats plus récents avec  $TTGC^1$  ont permis d'obtenir de très bons résultats sur la ségrégation (le second point d'in exion n'étant toujours pas reproduit). Toutefois, ceux-ci ont été obtenus en forçant la valeur minimale de l'énergie décorrélée à zéro et sa valeur maximale comme étant inférieure à 90% de la valeur maximale de l'énergie cinétique corrélée des particules dans la boîte, seuillage irréaliste dans une configuration plus complexe. En effet, dans un statoréacteur par exemple, l'énergie cinétique des particules peut être très grande (par exemple dans les chocs où le couplage avec la traînée induit de très fortes vitesses malgré une densité de particules quasi-nulle).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Calculs réalisés par L. Martinez et A. Vie de l'IFP.



FIG. 15.3 - Evolution temporelle de l'énergie décorrélée des particules minimale et maximale  $q_p^{2+}$ 

### 15.3 Champs instantanés de la phase dispersée

La Fig. 15.4 montre l'évolution de la répartition de la densité du nombre de goutte adimensionnalisée par le nombre de goutte moyen présent dans la boîte ( $n_p = 10^{13}$ ) pour cinq temps successifs dans le plan z=0 et obtenus en utilisant **TTGC** et **PSI** sur le maillage *Tetra2*. La comparaison des champs de densité de particules montre que les deux schémas capturent les grandes échelles de la phase dispersée. Les gradients de densité de particule sont toutefois moins diffusés avec le schéma décentré. Ceci est dû à la non-diffusion dans les directions transverses à l'écoulement.

On peut toutefois se demander quel est le vrai impact de la diffusion importante du schéma **PSI** associé à une intégration temporelle d'ordre 1 dans la direction parallèle à l'écoulement. Les champs de vitesse corrélée sont quant à eux similaires malgré quelques différences pour des t<sup>+</sup> importants. Làencore, une question se pose, celle de l'utilisation d'un schéma de convection différent pour la phase gazeuse (**LW/PSI-TTGC/TTGC**). La Fig. 15.5 montre deux champs d'énergie décorrélée pour deux instants correspondants au maximum de production de R.U.M. Il existe plus de structures avec le schéma décentré comme l'a montré la Fig. 15.2 -c-, en raison d'une meilleure définition des gradients de densité de particule.

#### 15.4 Comparaison des trois schémas sur le maillage Tetra2

La section précédente a permis d'étudier l'in uence du maillage ainsi que des premières comparaisons entre les schémas **PSI** et **TTGC** sur la THI. La Fig. 15.6 présente l'évolution temporelle de l'énergie corrélée moyenne des particules  $q_p^{2+}$ , de la corrélation uide-particule moyenne  $2q_{fp}^+$ , de l'énergie décorrélée moyenne des particules  $q_p^{2+}$  et de la ségrégation  $n_p^2$   $n_p^2$  en fonction du temps réduit  $t^+$  pour les trois schémas **TTGC**, **PSI** et **FCT** sur le maillage **Tetra2**. Le schéma **FCT** montre deux améliorations importantes :

- Le niveau d'énergie décorrélée est beaucoup plus proche de la simulation Lagrangienne, sans qu'aucun seuillage ne soit introduit (les valeurs restant positives). Il existe toujours une erreur de 7%.
- Les niveaux de ségrégation sont proches de ceux donnés par le schéma décentré. Au début, lorsque



FIG. 15.4 - Comparaison des champs de densité de nombre de particules  $n_p < n_p >$  adimensionalisé par la valeur moyenne  $< n_p >= 10^{13}$  pour les schémas **PSI** à gauche et **TTGC** à droite.  $t^+=8,34$  à 41,6.

les gouttes s'accumulent fortement dans les zones de faible vorticité ( $10 < t^+ < 20$ ), le limiteur agit fortement et les niveaux deviennent plus faibles. Toutefois, une fois ce phénomène passé, le schéma **LW-FE** prend la suite avec des corrections beaucoup plus faibles. Ceci a un effet très intéressant : le second point d'in exion est alors capturé et les tendances sont bonnes comparées à **NTMIX**.

Le Tab. 15.5 résume les différents coûts de calculs des trois simulations. Ceux-ci sont très différents. En effet, le schéma à deux étapes **TTGC** est 15% moins cher que le schéma **PSI**. Ceci est dû au calcul des Jacobiennes  $\mathbf{K}^{\pm}$  et de la matrice de distribution aux noeuds. Des améliorations sont actuellement



FIG. 15.5 - Comparaison des champs d'énergie décorrélée des particules pour les schémas **PSI** à gauche et **TTGC** à droite pour les instants  $t^+ = 8,34$  et 16,6.



FIG. 15.6 - Evolution temporelle de différentes quantités d'intérêt pour les trois schémas testés : **TTGC**, **PSI** et **FCT**, comparées aux résultats de référence **EL** fournis par NTMIX. a)  $q_p^{2+}$ , b)  $2q_{fp}^+$ , c)  $q_p^{2+}$  et d)  $\frac{n_p^2}{n_p^2}$ .

étudiées pour diminuer le coût de calcul. En particulier, connaissant  $\mathbf{K}^+$  et  $\mathbf{K}$ , le calcul de  $\mathbf{K}^-$  est direct et il est inutile de recalculer ce terme à partir des vecteurs et valeurs propres. Le gain en terme de temps de calcul est alors de 10%. Si l'objectif de ce travail est d'étudier différents schémas pour la phase dispersée et même si l'efficacité (coût de calcul) reste secondaire par rapport aux améliorations apportées, il est cependant important d'avoir une méthode efficace, en particulier si une montée en ordre est envisagée. Le schéma **FCT** est lui encore plus cher (plus de deux fois **TTGC**). En effet, il combine le calcul de deux matrices de distribution, **LW-FE** et **PSI** auquel s'ajoute le calcul d'un limiteur nécessitant plusieurs passages cellules/noeuds/cellules. Il reste cependant clair qu'une amélioration des schémas passe par une dégradation du temps de calcul.

Schéma	CPU time (s)	Ef cacité/ite/noeud ( s)
PSI	7272	7
TTGC	6092	6
FCT	12928	12

TAB. 15.5 - Ef cacité du code pour les trois schémas sur le maillage Tetra2. Les statistisques sont données pour 0.09 ms de calcul ( $t^+ \approx 30$ ). La machine cible est une BlueGene/L où 256 processeurs ont été utilisés (soit environ 13500 cellules par processeurs).

### 15.5 Conclusion

Le cas de la THI décroissante chargée en particules calculée par Kaufmann *et al.* (2008) a été réinvestiguée à l'aide de deux autres schémas numériques, respectivement le schéma décentré **PSI** et le combiné **PSI-LW-FE** sur des maillages tétrahédriques. Les résultats sont globalement très encourageants, en particulier au niveau de la gestion des gradients de densité de particules, phénomène qu'il est essentiel de correctement capturer dans une chambre de combustion industrielle. Si ce n'est qu'une étude préliminaire (en particulier l'ordre du schéma décentré doit être augmenté) et que les niveaux de ségrégation ne sont pas reproduits, l'introduction du schéma **FCT** permet la capture du second point d'in exion et un comportement pour des temps longs différent des autres schémas.

## **Chapitre 16**

# **Application à une chambre académique : le banc MERCATO de l ONERA**

#### 16.1 Contexte

Les deux chapitres précédents ont présentés et validés trois approches numériques susceptibles d'être utilisés pour la convection de la phase dispersée dans AVBP, tous présentants des points faibles aussi bien que des avantages :

- Les schémas classiques d'AVBP, LW et TTGC, présentent l'avantage d'être déjà au point dans AVBP et validés dans le cadre des équations de Navier-Stokes. Toutefois, ceux-ci nécessitent l'utilisation de viscosité artificielle, dont les développements nécessaires sont incessants et sont fortement dépendants de la configuration étudiée. Ils ne garantissent pas les propriétés de positivité nécessaires au formalisme Eulérien.
- Les schémas *RDS* possèdent de nombreux avantages : leur positivité ainsi que leur linéarité les rendent robustes. Toutefois, dans la version actuelle codée dans AVBP, leur manque de précision est très limitant même si des voies existent pour augmenter l'ordre de ces schémas <sup>1</sup>.
- La méthode FCT permet d'allier les deux schémas, malheureusement en ne conservant pas que les points positifs de chaque méthode. Dans le cas d'un système d'équations, le choix du limiteur est prépondérant et peu évident. On retiendra cependant que s'il existe effectivement un senseur, la méthode permettant de relier les deux schémas d'ordre faible et élevé apparaît être mieux posée que l'utilisation d'une viscosité scalaire alliée à un opérateur mal-posé pour les éléments déformés.

On s'intéresse ici à une géométrie plus complexe, le banc MERCATO étudié par l'ONERA au centre du Fauga-Mauzac pour la caractérisation de l'allumage de gouttes dans un foyer aéronautique. Cette configuration a été étudiée expérimentalement par Garcia-Rosa (2008) et numériquement par Lamarque (2007) et Sanjosé *et al.* (2008).

Ce chapitre présente succintement la simulation de l'écoulement non-confiné et non-réactif évaporant dans la chambre MERCATO avec les schémas **TTGC** (Sanjosé *et al.*, 2008) et **FCT**. Le but est d'iden-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>En particulier l'utilisation d'éléments P<sub>2</sub> permet l'augmentation de l'ordre spatial. En ce qui concerne l'ordre temporel, l'ajout d'une matrice de masse associée à une intégration temporelle d'ordre supérieure peut s'avérer intéressante bien que l'impact de la matrice de masse sur le schéma PSI se pose : que devient par exemple la positivité ?

tifier les apports réels des nouveaux schémas dans le contexte d'une SGE appliquée à une configuration réelle, diphasique et évaporante.

#### **16.2** Con guration

#### 16.2.1 Con guration de base

La description de la configuration Mercato reprend la thèse de Lamarque (2007). La configuration de base est consituée des composants suivants :

- Un tube souple vient alimenter la configuration avec de l'air dont la température est contrôlée en amont. L'air peut être refroidi pour reproduire des conditions de haute altitude ou chauffé.
- L'air venant du exible débouche dans une chambre de tranquillisation à section carrée de 100 mm de côté et de 200 mm de long.
- Dans le plénum se trouve l injecteur, tenu par des brides et dont la longueur et la largeur maximum sont d'environ 90 mm, obturant ainsi une grande partie de la section de passage de la boîte (voir Fig. 16.1). L'air sort du plénum en passant par les 12 vannes du tourbillonneur qui imposent au uide un très fort mouvement de rotation. L'air passe ensuite par le diffuseur qu'on décrira un peu plus loin.
- L'air débite ensuite avec un fort mouvement de rotation dans la chambre de section carrée de 130 mm de côté et dont la longueur est de 285 mm. La chambre possède des fenêtres de visualisation en quartz su némométrie laser





FIG. 16.1 - Photo du plénum et du tourbillonneur. Celui-ci est xé à une paroi du plénum grâce à un jeu de brides et obstrue une grande partie de la section de passage de l'écoulement. Photo de N. Garc´a Rosa Garcia-Rosa (2008).

La Fig. 16.2 présente les détails géométriques inclus dans le calcul. A l'exception du petit tube d'amenée du carburant et certaines vis situées dans le plénum qui ont été supprimées afin d'éviter d'avoir de trop petites mailles dans une zone ayant un intérêt limité, tous les détails ont été gardés. Le plénum a été conservé en particulier à cause de sa grande in uence acoustique sur le reste de l'écoulement (Lartigue, 2004). La difficulté majeur est que l'atomiseur se trouve au centre du domaine de calcul (voir la présentation des résultats de la simulation diphasique).

#### numériques



FIG. 16.2 - Géométrie de la con guration de base du banc MERCATO. Les trois parties principales apparaissent : plénum - tourbillonneur - chambre. On indique en outre les grandes zones de recirculation qui apparaissent classiquement dans une telle con guration. Image de Lamarque (2007).

### 16.3 Paramètres numériques

#### 16.3.1 Maillage

La Fig. 16.3 présente le maillage utilisé pour la simulation diphasique du banc MERCATO. Un soucis particulier a été apporté à la discrétisation de l'injecteur ainsi que du tube à amme.

L'atmosphère a été incluse dans le calcul afin de limiter les problèmes numériques en sortie directe de chambre. Les conditions aux limites sont en effet repoussées loin de la sortie et l'évacuation d'un tourbillon ne viendra pas perturber le calcul. En particulier, le maillage est fortement déraffiné dans cette zone afin de détruire toutes les structures turbulente résiduelle qui sortent de la chambre.



FIG. 16.3 - Maillage de la con guration A : vue complète. L'atmosphère est beaucoup moins raf née que le reste de la con guration. (Crédits : N. Lamarque) Lamarque (2007).

#### 16.3.2 Conditions aux limites

La simulation correspond à un cas évaporant. L'air est en effet initialement pré-chauffé à 463 K. Celuici est injecté dans le plénum ainsi qu'en "entrée" d'atmosphère afin d'imposer un léger co-courant d'air censé reproduire l'effet d'entra nement créé par la chambre. Ces entrées correspondent à des conditions aux limites de type NSCBC (Poinsot & Lele, 1992) avec débit et température statique imposés dans le plénum et vitesse et température imposées pour le co-courant. Le reste est constitué de murs adiabatiques non-glissants.

Les différentes conditions aux limites sont résumées par le Tab. 16.1.

Paramètres	Choix / Valeurs
Noeuds $N_h$ Cellules $N_K$ Volume minimal $(m^3)$ Pas de temps $(s)$	920769 3610450 $3.2 \times 10^{-12}$ $1.7 \times 10^{-7}$
Entrée du plénum	Entrée Caractéristique à débit imposé (approche temporelle) m = 15 g s T = 463K $mélange : air (N_2 O_2)$
Entrée du cocourant	Entrée Caractéristique avec vitesse imposée (approche temporelle) $u_z = 0.5 m s$ T = 463K mélange : air (N <sub>2</sub> O <sub>2</sub> )
Sortie	Sortie NSCBC avec pression imposée (approche spatiale) p = 101300Pa
Parois	Murs adiabatiques avec lois de paroi
Limites de l atmosphère	Murs adiabatiques glissants

TAB. 16.1 - Paramètres principaux du calcul. Phase gazeuse.

En ce qui concerne les conditions aux limites liquides, il n'existe pas de méthodes dans AVBP permettant de simuler l'atomisation des jets liquides comme le Front-tracking ou la Level-Set (Tanguy, 2004; Couderc, 2007). Ce type de simulation a par ailleurs été effectué sur des configurations simples et non dans des géométries complexes telles que le banc MERCATO. La méthode d'injection de liquide a donc été simplifiée. Les phénomènes d'atomisation primaire et secondaire étant relativement limité dans l'espace -de l'ordre de quelques milimètres (Lefebvre, 1999)-, il a donc été décidé d'injecter le liquide en aval de cette zone en prenant en compte l'entra<sup>^</sup>nement d'air par le spray. La méthode d'injection a été décrite par Lavedrine (2008).

Les Tabx. 16.2 et 16.3 résument les conditions aux limites pour les variables liquides.

Paramètres	Valeurs
Vitesse débitante moyenne	20m s
Fraction volumique moyenne	$2,644.10^{-3}$
Diamètre des gouttes	60 m
Densité de gouttes	$7,89.10^{10}m^{-3}$

TAB. 16.2 - Conditions limites pour la phase dispersée au niveau de l'atomiseur

Paramètres		Choix / Valeurs
Injection	Entrée Dirichlet avec	$p, \vec{u}_p, T_p, n_p$ imposées $m_p = 1, 0 g s$
Sortie	Auc	$T_p = 300K$ sune grandeur imposée
Parois	Murs glissants (	vitesse normale nulle)

TAB. 16.3 - Conditions limites pour la phase dispersée dans le calcul diphasique évaporant.

#### 16.3.3 Paramètres numériques

Deux simulations sont comparées :

- la première utilise le schéma TTGC pour les deux phases liquide et gazeuse avec de la viscosité artificielle et a été réalisée par Sanjosé *et al.* (2008),
- la seconde combine le schéma Lax-Wendroff pour la phase gazeuse et FCT PSI-LWFE pour la phase liquide. Une viscosité artificielle est utilisée pour le schéma bas-ordre de manière locale.

### 16.4 Résultats moyens

On s'intéresse tout d'abord à comparer les résultats moyens obtenus avec les schémas A et B (cf Fig. 16.3.3) aux mesures expérimentales (LDA) de l'ONERA. La comparaison avec l'expérience n'est pas directe. En effet, les deux calculs sont monodisperses<sup>2</sup>. Le choix a été de privilégier naturellement le diamètre dont la classe de goutte est la plus représentative dans l'expérience. Il n'y a pas ainsi l'effet des plus grosses gouttes sur le gaz ou à l'inverse, le comportement traceur des plus petites.

La Fig. 16.5 représente des profils de vitesse liquide axiale pour différentes abscisses données par la Fig. 16.4 comparés aux mesures LDA expérimentales obtenues par Garcia-Rosa (2008)<sup>3</sup>. Globalement, les profils moyens de vitesse donnés par les deux schémas sont similaires dans la chambre avec une ouverture de jet différente des mesures expérimentales pour les abscisses à 26 et 56 mm. Ces différences peuvent en partie s'expliquer par l'injection monodispersée en entrée. Effectivement, ces deux dernières abscisses correspondent à la position de la zone de recirculation centrale et l'impact de la taille des gouttes est forte dans cette zone comme l'a montré Lavedrine (2008) dans une autre configuration. On note toutefois des différences entre les schémas à 0 mm avec des niveaux de vitesses différents. Avec

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Le diamètre d'une goutte peut varier d'une cellule à l'autre mais pas au sein du même élément.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>La vitesse moyennée correspond à la moyenne des vitesses de gouttes mesurées en un point, quelque soit la taille de la goutte dont le passage est enregistré.

APPLICATION À UNE CHAMBRE ACADÉMIQUE : LE BANC MERCATO DE L'ONERA

Paramètres	Choix / Valeurs
Schéma de convection A	TTGC cell-vertex
Modèle de viscosité arti cielle (gaz)	Modèle de Colin (2000)
	$^{(2)} = 0.1, \ \ ^{(4)} = 0.05$
Modèle de viscosité arti cielle (liquide)	Modèle de Riber (2007)
	$p^{(2)}_p = 0.1, \ p^{(4)}_p = 0.05$
Schéma de convection B	LW <i>cell-vertex</i> sur le gaz
	FCT PSI-LW éléments nis sur le liquide
Modèle de viscosité arti cielle (gaz)	Modèle de Colin (2000)
	$^{(2)} = 0.1, \ \ ^{(4)} = 0.05$
Modèle de viscosité arti cielle (liquide)	Modèle de Riber (2007)
	$p^{(2)}_p = 0.005, \ p^{(4)}_p = 0$
Schéma de diffusion	Opérateur 2
Modèle de sous-maille (gaz)	Smagorinsky
	$C_{S} = 0.18$
Modèle de sous-maille (liquide)	Yoshizawa
	$C_{p,Y} = 0.116$ et $C_{p,S} = 0.16$

TAB. 16.4 - Paramètres numériques du calcul monophasique sur la con guration A

le schéma B, le profil imposé en entrée est retrouvé tandis qu'on note une diffusion et une ouverture différentes avec le schéma A.



FIG. 16.4 - Position des différentes coupes. La coupe 0 mm n'est pas représentée, elle correspond à l'abscisse du fond de chambre.

La différence la plus agrante entre les deux simulations est montrée Fig. 16.6 avec la comparaison des profils de fraction volumique de liquide. Les niveaux sont sensiblement différents en particulier en entrée de chambre où le profil de l injecté est retrouvé par le schéma B tandis qu'il est fortement diffusé par le schéma A. La meilleure gestion des gradients avec la méthode FCT est ainsi soulignée par ces résultats. On note une ouverture différentes des jets entre les deux simulations qui s'expliquent par l'utilisation d'un schéma de convection différent pour la partie gazeuse (LW contre TTGC).



FIG. 16.5 - Pro ls de vitesse liquide axiale  $[m.s^{-1}]$  à différentes abscisses en fonction de Y [mm].  $\Box$ : Expérience, --: Schéma A et -: Schéma B.



FIG. 16.6 - Pro ls de fraction volumique de liquide à différentes abscisses. -- : Schéma A et - : Schéma B.

Le calcul réalisé avec le schéma B (combinaison LW sur le gaz et FCT PSI-LW *éléments nis* pour la partie dispersée) n'a pas été prolongée suffisament longtemps pour obtenir une bonne convergence des déviations standards des différentes variables liquides. Celles-ci ne sont donc pas montrées. On note toutefois un niveau moyen plus faible que pour le schéma A.

### 16.5 Résultats instantanés

Si la section précédente n'a pas montré de différences agrantes entre les deux simulations sur les profils de vitesse axiale de liquide (Fig. 16.5), il n'en est pas de même pour la distribution instantanée de cette composante comme le montre la Fig. 16.7 pour deux instants différents. Globalement, le schéma B appara^t plus diffusif. En effet, il a été choisi de privilégier un limiteur sur les variables primitives ce qui amène une diffusion supplémentaire sur la quantité de mouvement du liquide. De plus, la simulation A utilise un schéma d'ordre et de précision supplémentaire par rapport au schéma Lax-Wendroff.



FIG. 16.7 - Champs instantanés de vitesse de liquide axiale dans le plan médian.

La Fig. 16.8 montre la distribution instantanée de fraction volumique de liquide pour deux instants différents pour les schémas A et B et la Fig. 16.9 la même distribution comparée aux résultats expérimentaux obtenus par tomographie. Globalement, les deux simulations montrent une accumulation préférentielle des gouttes dans les zones de faible vorticité. Des poches de gouttes sont observées le long des couches de cisaillement issues de l'injecteur (avec un impact supplémentaire du PVC, *Precessing Vortex Core*, qui n'est pas montré ici). L'impact de la zone de recirculation est également visible : les gouttes s'accumulent aux endroits de vitesse axiale négative. On note une forte diffusion de la fraction volumique dans la zone proche injecteur, probablement due à l'impact de la viscosité artificielle sur les gradients de gouttes.



FIG. 16.8 - Champs instantanés de fraction volumique de liquide dans le plan médian.

Ces inhomogéné tés de distribution de gouttes mènent à la création de poches de vapeur de carburant (couplage par le terme d'évaporation). La figure 16.10 montre la distribution spatiale du taux d'évaporation. Celui-ci diffère fortement entre les deux simulations. Effectivement, la simulation avec le schéma B montre la présence de poche de gouttes très denses. Une fois la saturation atteinte, une proportion non-négligeable de gouttes subsiste et est convectée vers l'aval. Ainsi, les gouttelettes peuvent venir impacter sur les parois inférieure et supérieure de la chambre, phénomène observé dans l'expérience. Au contraire, dans la simulation A, on note que les gradients de fraction volumique de liquide sont plus diffusés. L'évaporation y est ainsi plus forte et les gouttes disparaissent avant d'atteindre la paroi.



FIG. 16.9 - Champs instantanés de densité de gouttes dans le plan médian pour des temps différents.



FIG. 16.10 - Champs instantanés du taux d'évaporation dans le plan médian.

## 16.6 Conclusion

Cette partie a permis d'évaluer l'impact du schéma numérique sur une configuration complexe, le banc MERCATO de l'ONERA. Différentes conclusions peuvent être tirées. Tout d'abord, en se concentrant sur une meilleure gestion des gradients de fraction volumique et de densité de goutte, il est possible d'obtenir de très bons résultats avec la méthode FCT. Cette amélioration va in uencer différents termes comme le taux d'évaporation, terme essentiel pour tout calcul réactif. Toutefois, ce choix a un impact sur la vitesse (diffusion supplémentaire liée au choix du limiteur) même si l'impact du schéma d'ordre élevé reste à définir.

## Application à une chambre académique : le banc MERCATO de l'ONERA

## Conclusion

Ce travail de recherche s'est basé sur l'étude de l'écoulement turbulent, compressible et réactif dans une configuration complexe comme le "Statoréacteur de Recherche" de l'ONERA. Il s'agissait d'une part de démontrer la capacité de la Simulation aux Grandes Echelles (SGE) à reproduire les quantités moyennes et instationnaires dans une telle chambre. Le code a du être adapté pour la simulation de telles configurations. Un modèle à capture de choc efficace et peu intrusif a été introduit ainsi que la modèlisation de sous-maille du tenseur de Reynolds pour les écoulements compressibles. Un ensemble de diagnostics a permis d'apporter un nouvel éclairage aux résultats fournis par la SGE.

Le second point consistait à démontrer l'apport essentiel que cette méthode fournit pour la compréhension de l'écoulement dans le statofusée. Pour remplir cet objectif, les différents points durs ont été identifiés et isolés, en particulier l'impact des conditions aux limites, et par là-même, la gestion des réseaux de chocs dans les diffuseurs en amont de la chambre avec des schémas centrés et l'importance du schéma cinétique pour la combustion. Le nouvel éclairage apporté par la SGE a permis de mieux comprendre les phénomènes complexes instationnaires prenant naissance dans la chambre ainsi que les transferts d'énergie entre les différents modes excités dans la configuration. Le point essentiel concerne la stabilisation de la combustion dans une chambre sans accroche- amme. Les simulations ont montré que celle-ci est assurée grâce à un blocage aérodynamique qui permet de moduler le débit entrant dans la chambre. Des ammes similaires à des " ammes triples" peuvent alors remonter l'écoulement le long des quatre structures hélico de coin et même, si ce blocage le permet, entretenir la combustion dans le dôme. Ce dernier point est très important car il montre que cette zone n'est pas, pour les points de fonctionnement considérés, à l'origine de la stabilisation de la combustion au droit des manches à air.

La dernière partie a permis d'évaluer différentes stratégies numériques pour la simulation Eulérienne de la phase dispersée avec l'approche de Février & Simonin (2000). Une méthode s'est dégagée et son application à l'écoulement non-réactif évaporant dans une géométrie complexe a montré son potentiel.

Les perspectives sur ce travail sont multiples. En ce qui concerne la simulation monophasique du statofusée, l'impact du schéma cinétique est de première importance et il serait intéressant d'appliquer les dernières méthodes développées pour ce cas avec par exemple le recours à la tabulation d'une chimie complexe pour le propane. En effet, si l'évolution de la vitesse de amme laminaire est bien reproduite, il n'en est pas de même pour la température et celle-ci a une conséquence non seulement sur les niveaux de vitesse atteints après combustion mais aussi sur les modes acoustiques. Une étude plus poussée de l'interaction des différentes ondes dans le statofusée (acoustique acoustique, acoustique entropie) serait également intéressante. En particulier, une modélisation 1D pourrait être envisagée en considérant les différentes parties importantes de la chambre : les diffuseurs d'entrée, la zone de combustion et la tuyère de sortie. Finalement, l'application du schéma FCT à la simulation diphasique du "Statoréacteur de Recherche" représente l'étape suivante. La question de la polydispersion se pose alors. En effet, le

spray de liquide se positionne en amont des coudes des manches à air. Or, il a été montré qu'une partie du débit des manches est périodiquement reportée dans le dôme. La prise en compte des trajectoires des gouttes de taille différente est alors très importante. Ce constat peut toutefois être nuancé : la température dans les manches est très supérieure à la température d'évaporation du carburant et il est possible que la majorité du propane se soit évaporé avant d'atteindre le dôme. Il n'en reste pas moins que le recours à des modèles où la distribution de taille de goutte est décrite par plusieurs moments est intéressant (Fox *et al.*, 2008; Fréret *et al.*, 2008).

## **Bibliographie**

- ABGRALL, R. 2001 Toward the ultimate conservative scheme : following the quest. J. Comput. Phys. 167 (2), 277–315. 263
- ABOUSEIF, G.E., KEKLAK, J.A. & TOONG, T.Y. 1984 Ramjet rumble : The low-frequency instability mechanism in coaxial dump combustors. *Combust. Sci. Tech.* **36** (1-2), 83–108. 18, 23
- AHN, K. & YOON, Y. 2006 Characterization of side-dump combustor owfield using particle image velocimetry. J. Comput. Phys. 22 (3), 527–533. 129
- ANGELBERGER, C., VEYNANTE, D., EGOLFOPOULOS, F. & POINSOT, T. 1998 Large eddy simulations of combustion instabilities in premixed ames. In *Proc. of the Summer Program*, pp. 61–82. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 75
- BARLOW, R.S., A.N., KARPETIS, J.H., FRANK & J.-Y., CHEN November 2001 Scalar profiles and no formation in laminar opposed- ow partially premixed methane/air ames. *Combustion and Flame* **127**, 2102–2118(17). 255
- BARTHELEMY, A. & DUFOUR, E. 2001 Coherent ame models for premixed combustion in practical applications a review. In AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 37th. 25
- BENOIT, L. & NICOUD, F. 2005 Numerical assessment of thermo-acoustic instabilities in gas turbines. Int. J. Numer. Meth. Fluids 47 (8-9), 849–855. 95
- BERKOOZ, G., HOLMES, P. & LUMLEY, J.L. 1993 The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent ows. *An. Rev. Fluid Mec.* **25**, 539–575. 96
- BILGER, R.W., POPE, S.B., BRAY, K.N.C., & DRISCOLL, J. M. 2005 Paradigms in turbulent combustion. Proc. Combust. Inst. 30, 21–42. 72
- BILGER, R. W., YIP, B., LONG, M. B. & MASRI, A. R. 1990 An atlas of qedr ame structures. *Combust. Sci. Tech.* **72** (4-6), 137–155. 25
- BOILEAU, M. 2007 Simulation aux grandes échelles de l'allumage diphasique des foyers aéronautiques -th/cfd/07/103. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, France - Dynamique des Fluides. 41
- BOILEAU, M., PASCAUD, S., RIBER, E., CUENOT, B., GICQUEL, L.Y.M., POINSOT, T. & CAZA-LENS, M. 2008a Investigation of two- uid methods for large eddy simulation of spray combustion in gas turbines. *Flow, Turb. and Combustion* 80 (3), 291–321. 42, 47, 53

- BOILEAU, M., STAFFELBACH, G., CUENOT, B., POINSOT, T. & BÉRAT, C. 2008b Les of an ignition sequence in a gas turbine engine. *Combust. Flame* **154** (1-2), 2–22. 26, 73, 261
- BOIVIN, M., SQUIRES, K. D. & SIMONIN, O. 2000 On the prediction of gas-solid ows with two-way coupling using large eddy simulation. *Phys. Fluids* **12** (8), 2080–2090. 41
- BORIS, J.P. & BOOK, D.L. 1973 Flux-corrected transport. i. shasta, a uid transport algorithm that works. J. Comput. Phys. 38 (11), 38–69. 262
- BOUDIER, G., GICQUEL, L. Y. M., POINSOT, T., BISSIÈRES, D. & BÉRAT, C. 2007 Comparison of LES, RANS and experiments in an aeronautical gas turbine combustion chamber. *Proc. Combust. Inst.* 31, 3075–3082. 172
- BRAY, K. N. C. & CANT, R. S. 1991 Some applications of kolmogorov's turbulence research in the field of combustion. Proc. R. Soc. Lond. A. A.N. Kolmogorov Special Issue 434 (1890), 217–240. 74
- BROSSARD, C., GICQUEL, P., BARAT, M. & RISTORI, A. 2002 Caractérisation par vélocimétrie laser de l'écoulement dans un foyer maquette de statoréacteur. In 8ème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser. ORSAY, France. 127, 129
- BUTLER, T. D. & O'ROURKE, P. J. 1977 A numerical method for two-dimensional unsteady reacting ows. In *16th Symp. (Int.) on Combustion*, pp. 1503 1515. The Combustion Institute. 73
- CANDEL, S. 1975 Acoustic conservation principles, application to plane and modal propagation in nozzles and diffusers. J. Sound Vib. 41, 207–232. 23
- CANDEL, S., VEYNANTE, D., LACAS, F., MAISTRET, E., DARABIHA, N. & POINSOT, T. 1990 Coherent ame model : applications and recent extensions. In Advances in combustion modeling. Series on advances in mathematics for applied sciences (ed. B. Ed. Larrouturou), pp. 19–64. World Scientific, Singapore. 25
- CATALANO, L. A., PALMA, P. DE, NAPOLITANO, M. & PASCAZIO, G. 1995 Cell-vertex adaptative euler method for cascade ows. *AIAA Journal* **33** (12), 2299–2304. 79
- CHAPMAN, S. & COWLING, T. 1970 *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, 3rd edn. Cambridge : Cambridge University Press. 43
- CHARLETTE, F., VEYNANTE, D. & MENEVEAU, C. 2002 A power-law wrinkling model for LES of premixed turbulent combustion : Part i non-dynamic formulation and initial tests. *Combust. Flame* **131**, 159–180. 75
- CHASSAING, P. 2000 Turbulence en mécanique des uides, analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur. Toulouse, France : Cépaduès-éditions. 24
- CHUANG, C. L., CHERNG, D. L., HSIEH, W. H., SETTLES, G. S. & KUO, K. 1989 Study of owfield structure in a simulated solid-propellant ducted rocket. In *AIAA 27thAerospace Sciences Meeting*. 21
- CITRINITI, J. H. & GEORGE, W.K. 2000 Recontruction of the global velocity field in the axisymmetric mixing layer utilizing the proper orthogonal decomposition. *J. Fluid Mech.* **418**, 137–166. 96
- CLARK, W.H. 1982 Experimental investigation of pressure oscillations in a side dump ramjet combustor. *Journal of Spacecraft and Rockets* **19** (1), 47–53. 18, 22, 23

- COLIN, O. 2000 Simulations aux grandes échelles de la combustion turbulente prémélangée dans les statoréacteurs. Phd thesis, INP Toulouse. 296
- COLIN, O., DUCROS, F., VEYNANTE, D. & POINSOT, T. 2000 A thickened ame model for large eddy simulations of turbulent premixed combustion. *Phys. Fluids* **12** (7), 1843–1863. 25, 74, 75, 76
- COLIN, O. & RUDGYARD, M. 2000 Development of high-order taylor-galerkin schemes for unsteady calculations. J. Comput. Phys. 162 (2), 338–371. 83, 84
- COOK, A. W. & CABOT, W. H. 2005 Hyperviscosity for shock-turbulence hyperviscosity for shock-turbulence interaactions. J. Comput. Phys. 203, 379–385. 89, 91, 92
- COUDERC, F. 2007 Développement d'un code de calcul pour la simulation d'écoulements de uides non miscibles. Application à la désintégration assistée d'un jet liquide par un courant gazeux. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace. 294
- COUSTEIX, J. 1989 Turbulence et couche limite. Cépaduès-éditions. 24
- CROCCO, L. 1952 Aspects of combustion instability in liquid propellant rocket motors. part ii. J. American Rocket Society 22, 7–16. 18
- CROCCO, L. & CHENG, S. I. 1956 Theory of combustion instability in liquid propellant rocket motors, vol. Agardograph No 8. Butterworths Science. 18
- CRUMPTON, P. I. 1995 An efficient cell vertex method for unstructured tetrahedral grids. *Tech. Rep.* 95/19. Oxford University Computing Laboratory. 79, 87
- CRUMPTON, P. I., MACKENZIE, J. A. & MORTON, K. W. 1993 Cell vertex algorithms for the compressible navier-stokes equations. *J. Comput. Phys.* **109**, 1–15. 79, 80
- CULICK, F.E.C 1977 Remarks on entropy production in the one-dimensional approximation to unsteady ow in combustion chambers. *Combust. Sci. Tech.* **15** (3-4), 93–97. 18
- CULICK, F.E.C & ROGERS, T. 1983 The response of normal shocks in diffusers. Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J. 21 (10), 1382–1390. 20
- CULICK, F. E. C. 1976 Non linear behavior of acoustic waves in combustion chambers. *Astronautica* Acta 3, 714–757. 18
- CULICK, F. E. C. 1987 Combustion instabilities in liquid-fueled propulsion systems- an overview. In AGARD 72B PEP meeting. 18
- DE CHAISEMARTIN, S. 2009 Modèles eulériens et simulation numérique de la dispersion turbulente de brouillards qui s'évaporent. PhD thesis, Ecole Centrale Paris. 43, 280
- DECONINCK, H., SERMEUS, K. & ABGRALL, R. 2000 Status of multidimensional upwind residual distribution schemes and applications in aeronautics. In AIAA CFD Conference. Denver, CO. 263
- DESJARDIN, P.E. & FRANKEL, S.H. 1999 Two-dimensional large eddy simulation of soot formation in the near-field of a strongly radiating nonpremixed acetylene–air turbulent jet ame. *Combust. Flame* **119** (1-2), 121–132. 255

- DOMINGO, P. & VERVISCH, L. 1996 Triple ames and partially premixed combustion in autoignition of non-premixed mixtures. In *26th Symp. (Int.) on Combustion*, pp. 233–240. The Combustion Institute, Pittsburgh. 233
- DOMINGO, P., VERVISCH, L., PAYET, S. & HAUGUEL, R. 2005 DNS of a premixed turbulent V-Flame and LES of a ducted ame using a FSD-PDF subgride scale closure with FPI-tabulated chemistry. *Combust. Flame* 143 (4), 566–586. 172
- DONEA, J. 1984 Taylor-galerkin method for convective transport problems. Int. J. Numer. Meth. Fluids 20 (1), 101–119. 83, 90
- DOWLING, A. P. 1995 The calculation of thermoacoustic oscillations. J. Sound Vib. 180 (4), 557–581. 111
- DUCHAINE, F., MENDEZ, S., NICOUD, F., CORPRON, A., MOUREAU, V. & POINSOT, T. 2008 Conjugate heat transfer with large eddy simulation. application to gas turbine components. In *2ème Colloque INCA*. CORIA, Rouen, France. 256
- ELGHOBASHI, S. & TRUESDELL, G. C. 1992 Direct simulation of particle dispersion in a decaying isotropic turbulence. J. Fluid Mech. 242, 655–700. 283
- ERICKSON, G.G. & OLFE, D.B. 1978 Growth and decay of perturbations at an interface in a stagnation counter ow. *J. Fluid Mech.* 84 (3), 401–410. 19
- FÉVRIER, P. 2000 Etude numérique des effets de concentration préférentielle et de corrélation spatiale entre vitesses de particules solides en turbulence homogène isotrope stationnaire. Phd thesis, INP Toulouse. 52
- FÉVRIER, P. & SIMONIN, O. 2000 Statistical and continuum modelling of turbulent reactive particulate ows. part 2 : Application of a two-phase second-moment transport model for prediction of turbulent gas-particle ows. In *Theoretical and Experimental Modeling of Particulate Flows, Lecture Series 2000-06, von Karman Institute for Fluid Dynamics, Rhode Saint Genese (Belgium)*. 52, 301
- FÉVRIER, P., SIMONIN, O. & SQUIRES, K. 2005 Partitioning of particle velocities in gas-solid turbulent ows into a continuous field and a spatially uncorrelated random distribution : Theoretical formalism and numerical study. J. Fluid Mech. 533, 1–46. 41, 42, 43, 45
- FIORINA, B., BARON, R., GICQUEL, O., THÉVENIN, D., CARPENTIER, S. & DARABIHA, N. 2003 Modelling non-adiabatic partially premixed ames using ame-prolongation of ildm. *Combust. Theory and Modelling* **7**, 449–470. 255
- FIORINA, B., GICQUEL, O., VERVISCH, L., CARPENTIER, S. & DARABIHA, N. 2005 Approximating the chemical structure of partially-premixed and diffusion counter- ow ames using fpi amelet tabulation. *Combust. Flame* **140** (3), 147–160. 172
- FOX, R.O., LAURENT, F. & MASSOT, M. 2008 Numerical simulation of spray coalescence in an eulerian framework : direct quadrature method of moments and multi- uid method. J. Comput. Phys. 227, 3058. 302
- FRÉRET, L., LAURENT, F., DE CHAISEMARTIN, S., KAH, D., FOX, R.O., VEDULA, P., REVEILLON, J., THOMINE, O. & MASSOT, M. 2008 Turbulent combustion of polydisperse evaporating sprays with droplet crossing : Eulerian modeling and validation in the infinite knudsen limit. In *Proc. of the*

Summer Program, pp. 265–276. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 43, 302

- FRY, R.S. 2004 A century of ramjet propulsion technology evolution. J. Prop. Power 20 (1), 27–58. 15, 16, 17
- GARCIA, M. 2009 Développement et validation du formalisme euler-lagrange dans un solveur parallèle et non-structuré pour la simulation aux grandes échelles. PhD thesis, INP Toulouse, France. 42
- GARCÍA, M., SOMMERER, Y., SCHÖNFELD, T. & POINSOT, T. 2005 Evaluation of Euler/Euler and Euler/Lagrange strategies for large eddy simulations of turbulent reacting ows. In *ECCOMAS Thematic Conference on Computational Combustion*. 42
- GARCIA-ROSA, N. 2008 Phénomènes d'allumage d'un foyer de turbomachine en conditions de haute altitude. PhD thesis, INP Toulouse. 291, 292, 295
- GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P. & CABOT, W. 1991 A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids* **3** (7), 1760–1765. 65
- GIBBS, J.W. 1898 Fourier series. Nature 59 (200). 87, 261
- GICQUEL, O., DARABIHA, N. & THÉVENIN, D. 2000 Laminar premixed hydrogen/air counter ow ame simulations using ame prolongation of ildm with differential diffusion. *Proc. Combust. Inst.* 28, 1901–1908. 172
- GIOVANGIGLI, V. 1999 Multicomponent Flow Modeling. Birkhäuser. 39
- GOKALP, I. 1987 An evaluation of the klimov-williams criterion ((in investigation of turbulent premixed ames)). *Combust. Flame* **67** (2), 111–119. 74
- GONSALVES DOS SANTOS, R., LECANU, M., DUCRUIX, S., GICQUEL, O., IACONA, E. & VEY-NANTE, D. 2008 Coupled large-eddy simulation of turbulent combustion and radiative heat transfert. *Combust. Flame* **152** (3), 387–400. 255
- GREENBERG, J. B., SILVERMAN, I. & TAMBOUR, Y. 1993 On the origin of spray sectional conservation equations. *Combust. Flame* **93**, 90–96. 43
- GROHENS, R. 2000 Méthode globale numérique pour la prédiction des performances en combustion des foyers de statoréacteurs. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France. 24
- HALL, M.G. 1984 Cell vertex multigrid solution of the Euler equations for transonic ow past aerofoils. *Tech. Rep.*. Royal Aerospace Establishment. 79
- HAM, F., APTE, S. V., IACCARINO, G., WU, X., HERRMANN, M., CONSTANTINESCU, G., MAHESH, K. & MOIN, P. 2003 Unstructured LES of reacting multiphase ows in realistic gas turbine combustors. In *Annual Research Briefs*, pp. 139–160. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 172, 261
- HARRJE, D. J. & REARDON, F. H. 1972 Liquid propellant rocket instability. *Tech. Rep.* Report SP-194. NASA. 18

- HEDGE, U.G., REUTER, D., DANIEL, B.R. & ZIN, B.T. 1987 Flame driving of longitudinal instabilities in dump type ramjet combustors. *Combust. Sci. Tech.* 55 (4–6), 125–138. 23
- HEID, G. & RISTORI, A. 2003 An optical method for local equivalence ratios measurements applied to hydraulic simulation of a ramjet combustion chamber. In *PSFVIP 4*. CHAMONIX, France. 25, 114
- HEID, G. & RISTORI, A. 2005 Local fuel concentration measurements in a reserach dual ramjet combustion chamber by gas sampling analysis with carbon dioxide injection at the head end of the combustor. In *ISABE*. Munich, Allemagne. 114
- HIRSCH, C. 1988 Numerical Computation of internal and external ows. New York : John Wiley. 83, 87, 261
- HIRSCH, C. 1990 Numerical Computation of internal and external ows : Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows, , vol. 2. New York : John Wiley & Sons. 87
- HIRSCHFELDER, J. O., CURTISS, C. F. & BIRD, R. B. 1969 Molecular theory of gases and liquids. New York : John Wiley & Sons. 39
- HSIEH, T., BOGAR, T.J. & COAKLEY, T.J. 1987 Numerical simulation and comparison with experiment for self-excitedoscillations in a diffuser ow. Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J. 25 (7), 936–943. 20
- HUANG, YING, WANG, SHANWU & YANG, VIGOR 2006 Systematic analysis of lean-premixed swirlstabilized combustion. *AIAA Journal* **4** (44), 724–740. 96, 97
- HUBBARD, G. L., DENNY, V. E. & MILLS, A. F. 1975 Droplet evaporation : effects of transient and variable properties. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 18, 1003–1008. 53, 57
- HUBBARD, M. E. & ROE, P. L. 2000 Compact high-resolution algorithms for time-dependent advection on unstructured grids. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 33 (5), 711–736, nLnum2. 264, 270
- HUMPHREY, J.W. 1986 Linear and nonlinear acoustics with nonuniform entropy in combustion chamers. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, CA, USA. 23
- HUSSAIN, F. & JEONG, J. 1995 On the identification of a vortex. J. Fluid Mech. 285, 69-94. 126, 231
- IHME, M. 2007 Pollutant formation and noise emission in turbulent non-premixed ames. PhD thesis, Stanford University. 255
- IHME, M., MARSDEN, A.L. & PITSCH, H. 2008 Generation of optimal artificial neural networks using a pattern search algorithm : Application to approximation of chemical systems. *Neural Computation* **20** (2), 573–601. 172
- JAMES, S., ZHU, J. & ANAND, M. 2006 Large eddy simulation as a design tool for gas turbine combustion systems. Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J. 44, 674–686. 172
- JAMESON, A., SCHMIDT, W. & TURKEL, E. 1981 Numerical solution of the euler equations by finite volume methods using runge-kutta time stepping schemes. In 14th Fluid and Plasma Dynamic Conference (ed. AIAA paper 81-1259). Palo Alto. 84, 87, 261
- KAUFMANN, A. 2004 Vers la simulation des grandes échelles en formulation euler-euler des écoulements réactifs diphasiques. Phd thesis, INP Toulouse. 41, 42, 51, 58, 283, 285

- KAUFMANN, A., MOREAU, M., SIMONIN, O. & HÉLIE, J. 2008 Comparison between lagrangian and eulerian mesoscopic modelling approaches for inertial particles suspended in decaying isotropic turbulence. J. Comput. Phys. 227 (13), 6448–6472. 261, 283, 290
- KAUFMANN, A., NICOUD, F. & POINSOT, T. 2002a Flow forcing techniques for numerical simulation of combustion instabilities. *Combust. Flame* **131**, 371–385. 58
- KAUFMANN, A., SIMONIN, O., POINSOT, T. & HÉLIE, J. 2002b Dynamics and dispersion in Eulerian-Eulerian DNS of two-phase ows. In *Proc. of the Summer Program*, pp. 381–392. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 283
- KEE, R. J., RUPLEY, F. M. & MILLER, J. A. 1991 Chemkin-ii : a fortran chemical kinetics package for the analysis of gas-phase chemical kinetics. *Tech. Rep.*. Sandia National Laboratories. 39
- KNUDSEN, E. & PITSCH, H. 2009 A general amelet transformation useful for distinguishing between premixed and non-premixed modes of combustion. *Combust. Flame* **156** (3), 678–696. 172
- Ko, T.H. 2005 Three-dimensional fuel-air mixing phenomena in a side-dump combustor : A numerical study. *International Communications in Heat and Mass Transfer* **32** (10), 1360–1374. 25
- KODAL, A., WATSON, K. A., ROBERTS, W. L. & LYONS, K. M. 2003 Turbulence filter and pod analysis for velocity fields in lifted ch4/air diffusion ames. *Flow Turb. and Combustion* 70, 21–41. 96
- KOLMOGOROV, A. N. 1941 The local structure of turbulence in incompressible viscous uid for very large reynolds numbers. *C.R. Acad. Sci. USSR* **30**, 301. 64
- KUO, K. K. 2005 Principles of Combustion. New York : John Wiley. 40, 53
- KUZMIN, D 2009 Explicit and implicit fem-fct algorithms with ux linearization. J. Comput. Phys. 228 (7), 2517–2534. 262
- LAMARQUE, N. 2007 Schémas numériques et conditions limites pour la simulation aux grandes échelles de la combustion diphasique dans les foyer d'hélicoptères. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France. 79, 80, 83, 262, 270, 291, 292, 293
- LAMARQUE, N. & POINSOT, T. 2008 Boundary conditions for acoustic eigenmode computations in gas turbine combustion chambers. Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J. 46 (9), 2282–2292. 111
- LAMARQUE, N., PORTA, M., NICOUD, F. & POINSOT, T. 2009 On the stability and dissipation of wall boundary conditions for compressible ows. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* **Submitted**. 96
- LARTIGUE, G. 2004 Simulation aux grandes échelles de la combustion turbulente. Phd thesis, INP Toulouse. 292
- LAURENT, F. & MASSOT, M. 2001 Multi- uid modelling of laminar polydisperse spray ames : origin, assumptions and comparison of sectional and sampling methods. *Combust. Theory and Modelling* 5, 537–572. 43
- LAURENT, F., MASSOT, M. & VILLEDIEU, P. 2004 Eulerian multi- uid modeling for the numerical simulation of coalescence in polydisperse dense liquid sprays. *J. Comput. Phys.* **194** (2), 505–543. 43

- LAVEDRINE, J. 2008 Simulations aux grandes échelles de l'écoulement diphasique dans des modèles d'injecteur de moteurs aéronautiques - th/cfd/08/47. PhD thesis, Institut Polytechnique National de Toulouse, France. 294, 295
- LAX, P. D. & WENDROFF, B. 1960 Systems of conservation laws. *Commun. Pure Appl. Math.* 13, 217–237. 83
- LEFEBVRE, A. H. 1999 Gas Turbines Combustion. Taylor & Francis. 16, 294
- LÉGIER, J.-PH., POINSOT, T. & VEYNANTE, D. 2000 Dynamically thickened ame LES model for premixed and non-premixed turbulent combustion. In *Proc. of the Summer Program*, pp. 157–168. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 73, 76, 122, 172
- LELE, S. 1992 Compact finite difference schemes with spectral like resolution. J. Comput. Phys. 103, 16–42. 283
- LESIEUR, M. 1997 Recent approaches in large-eddy simulations of turbulence. In *New tools in turbulence modelling* (ed. O. Métais & J. Ferziger), pp. 1 28. Les Editions de Physique Springer Verlag. 65
- LEYKO, M., NICOUD, F., MOREAU, S. & POINSOT, T. 2008 Numerical and analytical investigation of the indirect combustion noise in a nozzle. In *Proceedings of the Summer Program*. Center for Turbulence Research, NASA AMES, Stanford University, USA. 19
- LINAN, A. & WILLIAMS, F. A. 1993 Fundamental aspects of combustion. Oxford University Press. 122
- LIOU, T. M. & HWANG, Y. H. 1989 Calculation of owfields in side-inlet ramjet combustors with an algebraic reynolds stress model. *J. Propulsion* **5** (6), 686–691. 25, 125, 129
- LOHNER, R., MORGAN, K., PERAIRE, J. & VAHDATI, M. 1987 Finite element ux-corrected transport (fem-fct) for the euler and navier-stokes equations. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* **7** (10), 1093–1109. 262
- LU, L., REN, Z., RAMAN, V., POPE, S. B. & PITSCH, H. 2004 LES/FDF/ISAT computations of turbulent ames. In *Proc. of the Summer Program*, pp. 283–294. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 172
- MAAS, U. & POPE, S. B. 1992 Simplifying chemical kinetics : intrinsic low-dimensional manifolds in composition space. *Combust. Flame* **88**, 239–264. 171
- MACKENZIE, J. A. 1991 Cell vertex finite volume methods for the solution of the compressible navierstokes equations. Phd thesis, Oxford University Computing Laboratory. 79
- MAHESH, K., CONSTANTINESCU, G., APTE, S., IACCARINO, G., HAM, F. & MOIN, P. 2002 Progress toward large-eddy simulation of turbulent reacting and non-reacting ows in complex geometries. In *Annual Research Briefs*, pp. 115–142. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 42
- MARBLE, F. E. & CANDEL, S. 1977 Acoustic disturbances from gas nonuniformities convected through a nozzle. *J. Sound Vib.* **55**, 225–243. 96, 111

- MASHAYEK, F. & PANDYA, R. 2003 Analytical description of particle/droplet-laden turbulent ows. *Prog. Energy Comb. Sci.* 29, 329–378. 42
- MENON, S. & JOU, W.H. 1990 Large-eddy simulations of combustion instability in an axisymmetric ramjet combustor. In *Aerospace Sciences Meeting*, 28th. 25
- MEZINE, M., RICCHIUTO, M., ABGRALL, R. & DECONINCK, H. 2003 Monotone and stable residual distribution schemes on prismatic space-time elements for unsteady conservation laws. In *Lectures Series 2003-05* (ed. Von Karman Instute for Fluid Dynamics), vol. 2003-05. Von Karman Instute for Fluid Dynamics. 265
- MIAU, J.J., SUN, D.J. & YAO, L.S. 1989 Streamwise vortices generated by impinging ows in a confined duct. *Experiments in Fluids* 7 (7), 497–500. 19, 20
- MIR, A. 1981 Modélisation de chambre de combustion. PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse, France. 24
- MOIN, P. & APTE, S. V. 2006 Large-eddy simulation of realistic gas turbine combustors. Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J. 44 (4), 698–708. 172
- MOIN, P. & KIM, J. 1982 Numerical investigation of turbulent channel ow. J. Fluid Mech. 118, 341–377. 64
- MONTAZEL, X., SAMANIEGO, J.-M., LACAS, F., POINSOT, T. & CANDEL, S. 1992 Turbulent combustion modelling in a side dump ramjet combustor. In AIAA/SAE/ASME/ASEE 28th Joint Propulsion Conference and Exhibit (ed. Paper 92-3599). Nashville, TN : AIAA. 21, 25
- MOREAU, J. 2003 Interaction entre un jet et un tourbillon compresse. Phd thesis, INP Toulouse. 41
- MOREAU, M. 2006 Modélisation numérique directe et des grandes échelles des écoulements turbulents gaz-particules dans le formalisme eulérien mésoscopique. Phd thesis, INP Toulouse. 71, 283
- MOREAU, M., BÉDAT, B. & SIMONIN, O. 2005 A priori testing of subgrid stress models for euler-euler two-phase LES from euler-lagrange simulations of gas-particle turbulent ow. In 18th Ann. Conf. on Liquid Atomization and Spray Systems. ILASS Americas. 58, 71
- MORTON, K.W. 1988 Finite Volume and Finite Element Methods for the Steady Euler Equations of Gas Dynamics. In *The Mathematics of Finite Elements and Applications VI : MAFELAP 1987*, pp. 353–378. J.R. Whiteman. 79, 80
- MORTON, K. W., STYNES, M. & SÜLI, E. 1997 Analysis of a cell-vertex finite volume method for convection-diffusion problems. *Math. Comp.* **66** (220), 1389–1406. 80
- MOSSA, J.-B. 2005 Extension polydisperse pour la description Euler-Euler des écoulements diphasiques réactifs th/cfd/05/74. Phd thesis, INP Toulouse. 43, 49
- NI, R.-H. 1982 A multiple grid scheme for solving the Euler equations. *Am. Inst. Aeronaut. Astronaut.* J. 20, 1565–1571. 79
- NICOUD, F., BAGGETT, J., MOIN, P. & CABOT, W. 1999 New approximate boundary conditions for les. part 1 : Finding the answer via an optimal control strategy. In *APS/DFD meeting*, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, vol. 44. New York. 65

- NICOUD, F., BENOIT, L. & SENSIAU, C. 2007 Acoustic modes in combustors with complex impedances and multidimensional active ames. *AIAA Journal* **45**, 426–441. 95
- NICOUD, F. & POINSOT, T. 2005 Thermoacoustic instabilities : should the rayleigh criterion be extended to include entropy changes ? *Combust. Flame* **142**, 153–159. 18
- NICOUD, F. & WIECZOREK, K. 2009 About the zero mach number assumption in the calculation of thermoacoustic instabilities. *International Journal of Spray and Combustion Dynamics* **Submitted**. 96
- NOSSEIR, N.S. & HO, C.M. 1982 Dynamics of an impinging jet. part 2. the noise generation. J. Fluid Mech. 116, 379–391. 19
- NOSSEIR, N., PELED, U. & HILDBREAND, G. 1987 Pressure field generated by jet-on-jet impingement. *Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J.* **25** (10), 1312–1317. 19
- NOSSEIR, N. S. & BEHAR, S. 1986 Characteristics of jet impingement in a side-dump combustor. AIAA Journal pp. 1752–1757. 19, 20, 21, 125
- NOTTIN, C. 2000 Large eddy simulation of combustion instabilities. Phd thesis, Ecole Centrale Paris. 95
- OH, J.Y., HSIEH, S.Y. & YANG, V. 2005 Interactions between shock and acoustic waves in a supersonic inlet diffuser. J. Prop. Power 21 (3), 486–495. 20
- VAN OIJEN, J. A., LAMMERS, F. A. & DE GOEY, L. P. H. 2001 Modeling of premixed laminar ames using amelet generated manifolds. *Combust. Sci. Tech.* **127**, 2124–2134. 172
- PAISLEY, M.F. 1986 Finite Volume Methods for the Steady Euler Equations. PhD thesis, Oxford University Computing Laboratory. 79
- PANDYA, R. & MASHAYEK, F. 2002 Two- uid large-eddy simulation approach for particle-laden turbulent ows. *Int. J. Heat and Mass Transfer* **45**, 4753–4759. 42
- PASSOT, T. & POUQUET, A. 1987 Numerical simulation of compressible homogeneous ows in the turbulent regime. *J. Fluid Mech.* **181**, 441–466. 284
- PETERS, N. 1986 Laminar amelet concepts in turbulent combustion. In 21st Symp. (Int.) on Combustion, pp. 1231–1250. The Combustion Institute, Pittsburgh. 74
- PETERS, N. 2000 Turbulent combustion. Cambridge University Press. 25, 172
- PETERS, N. & ROGG, B. 1993 Reduced Kinetic Mechanisms for Applications in Combustion Systems. Springer Verlag. 122, 171
- PITSCH, H. 2006 Large eddy simulation of turbulent combustion. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **38**, 453–482. 72
- PITSCH, H., DESJARDINS, O., BALARAC, G. & IHME, M. 2008 Large-eddy simulation of turbulent reacting ows. *Prog. Aerospace Sci.* 44, 466–478. 255
- POINSOT, T. & LELE, S. 1992 Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous ows. J. Comput. Phys. 101 (1), 104–129. 120, 294

- POINSOT, T. & VEYNANTE, D. 2005 *Theoretical and numerical combustion*. R.T. Edwards, 2nd edition. 38, 62, 75, 76, 98
- POPE, S. B. 2000 Turbulent ows. Cambridge University Press. 24
- POWELL, A. 1960 Aerodynamic noise and the plane boundary. J. Acous. Soc. Am. 32 (8), 982-990. 19
- PRIÈRE, C., GICQUEL, L. Y. M., KAUFMANN, A., KREBS, W. & POINSOT, T. 2004 Les of mixing enhancement : LES predictions of mixing enhancement for jets in cross- ows. *J. Turbulence* **5**, 1–30. 261
- RADESPIEL, R. 1989 A cell-vertex multigrid method for the navier-stokes equations. *Tech. Rep.* NASA Technical Memorandum 101557. NASA. 79
- RAJA SINGH THANGADURAI, G., SUBASH CHANDRAN, B.S., BABU, V. & SUNDARARJAN, T. 2004*a* Numerical investigations of the intake ow characteristics for a ramjet engine with and without heat addition in the combustor. *Defence Science Journal* **54** (1). 25
- RAJA SINGH THANGADURAI, G., SUBHASH CHANDRAN, B.S., BABU, V. & SUNDARARAJAN, T. 2004b Numerical investigation on effect of inlet dump angle on ramjet combustor performance. In 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. 25
- RAYLEIGH, L. 1870 On the theory of resonance. Phil. Trans. R. Soc. Lond. 161, 77-118. 18
- REICHSTADT, S., BERTIER, N., RISTORI, A. & BRUEL, P. 2007 Towards les of mixing processes inside a research ramjet combustor. In *ISABE*, p. 1188. 17, 25, 114, 116, 173, 213, 221, 225, 236, 255
- RÉVEILLON, J. & VERVISCH, L. 2005 Analysis of weakly turbulent diluted-spray ames and spray combustion regimes. *J. Fluid Mech.* **537**, 317–347. 234
- RIBER, E. 2007 Développement de la méthode de simulation aux grandes échelles pour les écoulements diphasiques turbulents. Phd thesis, INP Toulouse. 43, 45, 57, 283, 296
- RIBER, E., GARCÍA., M., MOUREAU, V., PITSCH, H., SIMONIN, O. & POINSOT, T. 2006 Evaluation of numerical strategies for LES of two-phase reacting ows. In *Proc. of the Summer Program*, pp. 197–211. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 41, 43, 261
- RIBER, E., MOREAU, M., SIMONIN, O. & CUENOT, B. 2005 Towards large eddy simulation of nonhomogeneous particle laden turbulent gas ows using euler-euler approach. In 11th Workshop on Two-Phase Flow Predictions. Merseburg, Germany. 49, 71, 72
- RIBER, E., MOUREAU, V., GARCIA, M., POINSOT, T. & SIMONIN, O. 2009 Evaluation of numerical strategies for large eddy simulation of particulate two-phase recirculating ows. J. Comput. Phys. 228 (2), 539–564. 42, 261
- RIBERT, G., GICQUEL, O., DARABIHA, N. & VEYNANTE, D. 2006 Tabulation of complex chemistry based on self-similar behavior of laminar premixed ames. *Combust. Flame* **146** (4), 649–664. 172
- RICCHIUTO, M., CSIK, A. & DECONINCK, H. 2005 Residual distribution for general time-dependant conservation laws. *J. Comput. Phys.* 209, 249–289. 263

- RISTORI, A., HEID, G., BROSSARD, C. & BRESSON, A. 2003 Characterization of the reacting twophase ow inside a research ramjet combustor. In *International Conference on Liquid Atomisation and Spray Systems - ICLASS'03.* 261
- RISTORI, A., HEID, G., BROSSARD, C. & REICHSTADT, S. 2005 Detailed characterization of the reacting one-phase and two-phase ow inside a research ramjet combustor. In *XVIIth Symposium ISABE*. Munich, Germany. 114, 133
- RISTORI, A., HEID, G., COCHET, A. & LAVERGNE, G. 1999 Experimental and numerical study of turbulent ow inside a dual inlet research ducted rocket combustor. In *XIVth Symposium ISABE*. Florence, Italy. 22, 114, 225, 240
- ROE, P. L. 1982 Fluctuations and signals a framework for numerical evolution problems. In *Numerical methods for uid dynamics, Proc. Conf. Reading/U.K*, pp. 219–257. 263
- ROE, P. L. 1987 Error estimates for cell-vertex solutions of the compressible euler equations. *Tech. Rep.* ICASE Report No.87-6. NASA Langley Research Center. 79, 80
- ROGERS, D. E. & MARBLE, F. E. 1956 A mechanism for high frequency oscillations in ramjet combustors and afterburners. *Jet Propulsion* 26, 456–462. 18
- ROGERS, T. 1980 Ramjet inlet/combustor pulsations study. *Tech. Rep.* NWC TP 6053. Naval Weapon Center, China Lake, USA. 18
- RUDGYARD, M. 1993*a* Cell vertex methods for steady inviscid ow. In *Lectures Series 1993-04* (ed. Von Karman Instute for Fluid Dynamics), vol. 1993-04. Von Karman Instute for Fluid Dynamics. 79, 80
- RUDGYARD, M. 1993b Multidimensional wave decompositions for the euler equations. In *Lectures Series 1993-04* (ed. Von Karman Instute for Fluid Dynamics), vol. 1993-04. Von Karman Instute for Fluid Dynamics. 79, 80, 263
- RUDGYARD, M. 1995 Integrated preprocessing tools for unstructured parallel cfd applications. *Tech. Rep.* TR/CFD/95/08. CERFACS. 79
- RUDGYARD, M., SCHOENFELD, T., STRUIJS, R., AUDEMAR, G. & LEYLAND, P. 1995 A modular approach for computational uid dynamics. *Tech. Rep.* TR/CFD/95/07. CERFACS. 79
- RUDGYARD, M. A. 1990 Cell vertex methods for compressible gas ows. Phd thesis, Oxford University Computing Laboratory. 79, 264
- RUTZ, R.L. 1981 Modeling of ramjet combustors using simple reactor theory. In SAE/ASME 17th Joint Propulsion Conference (ed. AIAA-1981-1429). 24
- SAGAUT, P. 1998a Introduction à la simulation des grandes échelles, mathématiques & applications edn. Springer. 65
- SAGAUT, P. 1998b Large Eddy Simulation for Incompressible Flows. Berlin : Springer. 61
- SAMANIEGO, J.-M., YIP, B., POINSOT, T. & CANDEL, S. 1993 Low-frequency combustion instability mechanism in a side-dump combustor. *Combust. Flame* **94** (4), 363–381. 21

- SANJOSÉ, M., LEDERLIN, T., GICQUEL, L., CUENOT, B., PITSCH, H., GARCÌA-ROSA, N., LE-COURT, R. & POINSOT, T. 2008 LES of two-phase reacting ows. In *Proc of the Summer Program*. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 261, 270, 291, 295
- SCHILLER, L. & NAUMAN, A. 1935 A drag coefficient correlation. VDI Zeitung 77, 318–320. 52
- SCHMITT, P., POINSOT, T. J., SCHUERMANS, B. & GEIGLE, K. 2007 Large-eddy simulation and experimental study of heat transfer, nitric oxide emissions and combustion instability in a swirled turbulent high pressure burner. J. Fluid Mech. 570, 17–46. 255
- SCHÖNFELD, T. & RUDGYARD, M. 1999 Steady and unsteady ows simulations using the hybrid ow solver avbp. AIAA Journal 37 (11), 1378–1385. 79
- SELLE, L., LARTIGUE, G., POINSOT, T., KOCH, R., SCHILDMACHER, K.-U., KREBS, W., PRADE, B., KAUFMANN, P. & VEYNANTE, D. 2004 Compressible large-eddy simulation of turbulent combustion in complex geometry on unstructured meshes. *Combust. Flame* 137 (4), 489–505. 261
- SENSIAU, C. 2008 Simulations numériques des instabilités thermoacoustiques dans les chambres de combustion aéronautiques. PhD thesis, Université de Montpellier II, IMMM. 95, 217
- SIDILKOVER, D. & ROE, P.L. 1995 Unification of Some Advection Schemes in Two Dimensions. *Tech. Rep.* ICASE No.95-10. NASA, nLnum2. 267
- SIMONIN, O. 1996a Combustion and turbulence in two phase ows. Lecture Series 1996-02. Von Karman Institute fo Fluid Dynamics. 42, 58, 283
- SIMONIN, O. 1996b Combustion and turbulence in two phase ows. Lecture Series 1996-02. von Karman Institute for Fluid Dynamics, eRbib. 261
- SIMONIN, O., FEVRIER, P. & LAVIEVILLE, J. 2002 On the spatial distribution of heavy particle velocities in turbulent ow : from continuous field to particulate chaos. *J. Turbulence* **3**. 43, 57
- SINGER, M. A. & POPE, S. B. 2004*a* Exploiting isat to solve the equations of reacting ow. *Combust. Theory and Modelling* **8** (2), 361 383. 172
- SINGER, M. A. & POPE, S. B. 2004*b* Exploiting isat to solve the reaction–diffusion equation. *Combust. Theory Modelling* **8**, 361–383. 172
- SIRIGNANO, W. A. 1999 Fluid dynamics and transport of droplets and sprays. Cambridge University Press. 49
- SIRIGNANO, W. A. 2005 Volume averaging for the analysis of turbulent spray ows. *Int. J. Multiphase Flow* **31** (6), 675–705. 42
- SIROVICH, L 1987 Turbulence and the dynamics of coherent structures, part 1 : Coherent structures. *Quarterly of Applied Mathematics* **45**, 561–571. 96
- SJOBLOM, B. 1989 Full-scale liquid fuel ramjet combustor tests. In IXth Symposium ISABE. 20, 21
- SMAGORINSKY, J. 1963 General circulation experiments with the primitive equations : 1. the basic experiment. *Mon. Weather Rev.* **91**, 99–164. 65, 71

- SPALDING, D. B. 1953*a* The combustion of liquid fuels. In *4th Symp. (Int.) on Combustion*, pp. 847–864. The Combustion Institute, Pittsburgh. 53
- SPALDING, D. B. 1953b Experiments on the burning and extinction of liquid fuel spheres. *Fuel* **32**, 169–185. 53
- SPALDING, D. B. 1976 Development of the eddy-break-up model of turbulent combustion. In *16th Symp.* (*Int.*) on Combustion, pp. 1657–1663. The Combustion Institute. 72
- STAFFELBACH, G., GICQUEL, L.Y.M., BOUDIER, G. & POINSOT, T. 2009 Large Eddy Simulation of self excited azimuthal modes in annular combustors. *Proc. of the Combustion Institute, Pittsburgh -*USA 32 (In press). 26, 79
- STAFFELBACH, G., GICQUEL, L. & POINSOT, T. 2006 Highly parallel Large Eddy Simulations of multiburner configurations in industrial gas turbines. In *Lecture Notes in Computational Science and Engineering - Complex effects in Large Eddy Simulation* (ed. Springer), vol. 56, pp. 326–336. 26
- STRUIJS, R. 1994 A multi-dimensional upwind discretization method fot the euler equations on unstructured grids. Phd thesis, Technical University of Delft. 264, 265, 267
- STULL, D. R. & PROPHET, H. 1971 Janaf thermochemical tables, 2nd edition. *Tech. Rep.* NSRDS-NBS 37. US National Bureau of Standards. 36
- SÜLI, E. 1989 Finite volume methods on distorted meshes : stability, accuracy, adaptativity. *Tech. Rep.* NA89/6. Oxford University Computing Laboratory. 80
- SWANSON, R.C. & RADESPIEL, R. 1991 Cell Centered and Cell Vertex Multigrid Schemes for the Navier-Stokes. Am. Inst. Aeronaut. Astronaut. J. 29, 697–703. 79, 80
- TANGUY, S. 2004 Développement d'une méthode de suive d'interface. Applications aux écoulements diphasiques. PhD thesis, Faculté des sciences de l'Université de Rouen. 294
- TENNEKES, H. & LUMLEY, J. L. 1972 A rst course in turbulence. Cambridge : M.I.T. Press. 24
- TESSÉ, L., DUPOIRIEUX, F., ZAMUNER, B. & TAINE, J. 2002 Radiative transfer in real gases using reciprocal and forward monte carlo methods and a correlated-k approach. *Int. J. Heat and Mass Transfer* **45**, 2797–2814. 255
- TSIEN, H. S. 1952 The transfer functions of rocket nozzles. *J. American Rocket Society* **22** (May-June), 139–143. 111
- TURPIN, G. 2001 Simulation numérique de statoréacteurs. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie. Paris VI. 24, 25
- VERSAEVEL, P. 1996 Combustion laminaire diphasique : Etude théorique et expérimentale. Phd thesis, Ecole Centrale Paris. 57
- VEYNANTE, D., FIORINA, B., DOMINGO, P. & VERVISCH, L. 2008 Using self-similar properties of turbulent premixed ames to downsize chemical tables in high-performance numerical simulations. *Combust. Theory and Modelling* 12 (6), 1055–1088. 172
- VEYNANTE, D. & VERVISCH, L. 2002 Turbulent combustion modeling. *Prog. Energy Comb. Sci.* 28, 193 266. 72

- VEYNANTE, D., VERVISCH, L., POINSOT, T., LIÑÁN, A. & RUETSCH, G. 1994 Triple ame structure and diffusion ame stabilization. In *Proc. of the Summer Program*, pp. 55–73. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ. 233, 234
- VON NEUMANN, J. & RICHTMEYER, R. D. 1950 A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks. J. Appl. Phys. 21, 231. 87, 89
- VREMAN, A.W., ALBRECHT, B.A., VAN OIJEN, J., DE GOEY, P. & BASTIAANS, R. 2008 Premixed and non-premixed generated manifolds in large-eddy simulation of sandia ame d and f. *Combust. Flame* **153** (1), 394–416. 172
- WANG, L.-P. & MAXEY, M. R. 1993 Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* **256**, 27–68. 52
- VAN DER WEIDE, E. 1998 Compressible Flow Simulation on Unstructured Grids using Multidimensional Upwind Schemes. PhD thesis, Technical University of Delft, nLnum2. 265, 266
- WILCOX, D.C. 1993 Turbulence modeling for CFD. La Canada, CA : DCW Industries, Inc. 24
- WILLIAMS, F. A. 1985 Combustion theory. Menlo Park, CA : Benjamin Cummings. 73, 172
- YEN, R.H. & TZU-HSIANG, K. 1993 Effects of side-inlet angle in a 3d side-dump combustor. J. Prop. Power 9 (5). 25
- YOSHIZAWA, A. 1986 Statistical theory for compressible turbulent shear ows, with the application to subgrid modeling. *Phys. Fluids* **29** (7), 2152–2164. 71
- YOSHIZAWA, A. & HORIUTI, K. 1985 A statistically-derived subgrid-scale kinetic energy model for the large-eddy simulation of turbulent ows. J. Phys. Soc. Japan 54 (8), 2834–2839. 65
- YU, K. H., TROUVÉ, A. & DAILY, J. W. 1991 Low-frequency pressure oscillations in a model ramjet combustor. J. Fluid Mech. 232, 47–72. 23
- ZALESAK, S.T. 1979 Fully multidimensional ux-corrected transport algorithms for uids. J. Comput. Phys. **31** (3), 335–362. 262, 270

Appendix
### Annexe A

# **Adaptation des schémas** *RDS* **au formalisme Eulérien**

La détermination des vecteurs propres à gauche et à droite est difficile avec les variables conservatives. Il est plus aisé de passer par les variables primitives définies par :

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} p & p \\ u_p \\ v_p \\ w_p \\ p \\ h_p \\ d_{00} \\ n_p \end{pmatrix}$$

La relation entre les variables primitives et conservatives est obtenue par la transformation suivante :

$$\partial \mathbf{U} = \underline{\mathbf{M}} \partial \mathbf{V} \tag{A.1}$$

avec :

$$\underline{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u_p & p & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_p & 0 & p & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_p & 0 & 0 & p & p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p & 0 & 0 & 0 & p & p & 0 & 0 & 0 \\ h_p & 0 & 0 & 0 & 0 & p & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(A.2)

Et :

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{u_p}{p,p} & \frac{1}{p,p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v_p}{p,p} & 0 & \frac{1}{p,p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{w_p}{p,p} & 0 & 0 & \frac{1}{p,p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{p}{p,p} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{p,p} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{h_p}{p,p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{p,p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(A.3)

L'Eq. 13.15 peut s'exprimer avec les variables primitives :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \vec{\mathcal{A}}_{\mathbf{V}}(\mathbf{V}) \cdot \vec{\nabla} \mathbf{V} = \mathbf{0}$$
(A.4)

La matrice jacobiennes des variables primitives s'écrivent :

$$\underline{\mathbf{A}}_{\mathbf{V}} = \underline{\mathbf{M}}^{-1} \, \underline{\mathbf{A}} \, \underline{\mathbf{M}} \quad , \quad \underline{\mathbf{B}}_{\mathbf{V}} = \underline{\mathbf{M}}^{-1} \, \underline{\mathbf{B}} \, \underline{\mathbf{M}} \qquad \text{et} \quad \underline{\mathbf{C}}_{\mathbf{V}} = \underline{\mathbf{M}}^{-1} \, \underline{\mathbf{C}} \, \underline{\mathbf{M}} \tag{A.5}$$

Ce qui donne :

$$\mathbf{\underline{A}_{V}} = \begin{pmatrix} u_{p} & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{p}{p & p} & u_{p} & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_{p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & p & 0 & 0 & u_{p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 & u_{p} & 0 \\ 0 & n_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_{p} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{\underline{B}_{V}} = \begin{pmatrix} v_{p} & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{p}{p & p} & 0 & v_{p} & 0 & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_{p} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_{p} & 0 & 0 & 0 & v_{p} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{\underline{C}_{V}} = \begin{pmatrix} w_{p} & 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & v_{p} & 0 \\ 0 & 0 & w_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{p} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & w_{p} & 0 \end{pmatrix}$$

$$(A.6)$$

Le système est hyperbolique et les vecteurs propres à droite s'écrivent :

$$\mathbf{\underline{R}}_{\mathbf{V}} = (\mathbf{r}_{V_n}^{(1)}, \dots, \mathbf{r}_{V_n}^{(8)}) = \begin{pmatrix} p & p & 0 & 0 & p & p & 0 & 0 & p & p \\ n_x c_p 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_y & n_z & -n_x c_p \\ n_y c_p 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -n_x & 0 & -n_y c_p \\ n_z c_p 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -n_x & -n_z c_p \\ \frac{3}{5} c_p^2 & 0 & 0 & 0 & -\frac{9}{10} c_p^2 & 0 & 0 & \frac{3}{5} c_p^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{00} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_p \end{pmatrix}$$
(A.7)

Et les vecteurs propres à gauche correspondants :

$$\mathbf{\underline{L}}_{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} \mathbf{l}_{V_{n}}^{(1)} \\ \vdots \\ \mathbf{l}_{V_{n}}^{(8)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{10_{p}} & \frac{n_{x}}{2c_{p}} & \frac{n_{y}}{2c_{p}} & \frac{n_{z}}{2c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3n_{p}}{5_{l}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2n_{p}}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{3d_{00}}{5_{l}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2d_{00}}{3c_{p}^{2}} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{5_{l}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{5_{l}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_{y} & -\frac{n_{x}^{2}+n_{z}^{2}}{n_{x}} & \frac{n_{z}n_{y}}{n_{x}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_{z} & \frac{n_{z}n_{y}}{n_{x}} & -\frac{n_{z}^{2}+n_{y}^{2}}{n_{x}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{10_{p}} & -\frac{n_{x}}{2c_{p}} & -\frac{n_{y}}{2c_{p}} & -\frac{n_{z}}{2c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(A.8)

Pour obtenir les vecteurs propres de la matrice K, la transformation (A.1) est utilisée :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{U}} = \mathbf{M}\mathbf{R}_{\mathbf{V}}$$
 and  $\mathbf{L}_{\mathbf{U}} = \mathbf{L}_{\mathbf{V}}\mathbf{M}^{-1}$ 

ce qui donne :

$$\mathbf{\underline{L}}_{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{x}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{y}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{z}}{c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2n_{p}}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & p & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2d_{00}}{3c_{p}^{2}} & 0 & p & p & 0 \\ -h_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v-n_{y}\vec{u}\cdot\vec{n}}{n_{x}} & n_{y} & -\frac{n_{x}^{2}+n_{z}^{2}}{n_{x}} & \frac{n_{y}n_{z}}{n_{x}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{w-n_{z}\vec{u}\cdot\vec{n}}{n_{x}} & n_{z} & \frac{n_{y}n_{z}}{n_{x}} & -\frac{n_{x}^{2}+n_{y}^{2}}{n_{x}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{2c_{p}} & -\frac{n_{x}}{2c_{p}} & -\frac{n_{z}}{2c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(A.9)

et :

$$\mathbf{\underline{R}}_{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ u + c_p n_x & 0 & 0 & 0 & u & n_y & n_z & u - c_p n_x \\ v + c_p n_y & 0 & 0 & 0 & v & -n_x & 0 & v - c_p n_y \\ w + c_p n_z & 0 & 0 & 0 & w & 0 & -n_x & w - c_p n_z \\ \frac{2}{3}c_p^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}c_p^2 \\ h_p & 0 & 0 & 1 & h & 0 & 0 & h_p \\ \frac{d_{00}}{p - p} & 0 & \frac{1}{p - p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d_{00}}{p - p} \\ \frac{n_p}{p - p} & \frac{1}{p - p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{n_p}{p - p} \end{pmatrix}$$
(A.10)

La matrice des vecteurs propres  $\underline{\mathbf{L}}_{\mathbf{U}}$  devient singulière si  $n_x = 0$ . Afin d'éviter ce problème, on choisit de réécrire trois sets de vecteurs propres où soit  $n_x$  soit  $n_y$  soit  $n_z$  apparaît au dénominateur. Il suffit par la suite pour chaque noeud de choisir le set de vecteurs propres adéquats (*i.e.* celui où la composante de la normale ayant la plus grande norme apparaît au dénominateur). On obtient alors :

$$\mathbf{\underline{L}}_{\mathbf{U},\mathbf{n}_{\mathbf{y}}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{x}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{z}}{c_{p}} & \frac{1}{3}\frac{n_{z}}{c_{p}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2n_{p}}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & p & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2d_{00}}{3c_{p}^{2}} & 0 & p & p & 0 \\ -h_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{u-n_{x}\vec{u}\cdot\vec{n}}{n_{y}} & \frac{n_{y}^{2}+n_{z}^{2}}{n_{y}} & -n_{x} & -\frac{n_{x}n_{z}}{n_{y}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{w-n_{z}\vec{u}\cdot\vec{n}}{n_{x}} & \frac{n_{x}n_{z}}{n_{y}} & n_{z} & -\frac{n_{x}^{2}+n_{y}^{2}}{n_{y}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{2c_{p}} & -\frac{n_{x}}{2c_{p}} & -\frac{n_{z}}{2c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(A.11)

Et :

$$\mathbf{\underline{R}}_{\mathbf{U},\mathbf{n}_{\mathbf{y}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ u + c_{p} n_{x} & 0 & 0 & 0 & u & n_{y} & 0 & u - c_{p} n_{x} \\ v + c_{p} n_{y} & 0 & 0 & 0 & v & -n_{x} & n_{z} & v - c_{p} n_{y} \\ w + c_{p} n_{z} & 0 & 0 & 0 & w & 0 & -n_{y} & w - c_{p} n_{z} \\ \frac{2}{3}c_{p}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}c_{p}^{2} \\ h_{p} & 0 & 0 & 1 & h & 0 & 0 & h_{p} \\ \frac{d_{00}}{p_{p} p} & 0 & \frac{1}{p_{p} p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d_{00}}{p_{p} p} \\ \frac{d_{00}}{p_{p} p} & \frac{1}{p_{p} p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d_{00}}{p_{p} p} \end{pmatrix}$$
(A.12)

$$\mathbf{\underline{L}}_{\mathbf{U},\mathbf{n}_{z}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{x}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{z}}{c_{p}} & \frac{1}{2}\frac{n_{z}}{c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2n_{p}}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & p & p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2d_{00}}{3c_{p}^{2}} & 0 & p & p & 0 \\ -h_{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{u-n_{x}\vec{u}\cdot\vec{n}}{n_{y}} & \frac{n_{y}^{2}+n_{z}^{2}}{n_{y}} & -n_{x} & -\frac{n_{x}n_{z}}{n_{y}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{w-n_{z}\vec{u}\cdot\vec{n}}{n_{x}} & \frac{n_{x}n_{z}}{n_{y}} & n_{z} & -\frac{n_{x}^{2}+n_{y}^{2}}{n_{y}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{2c_{p}} & -\frac{n_{x}}{2c_{p}} & -\frac{n_{z}}{2c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{2c_{p}} & -\frac{n_{z}}{2c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{z}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{z}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{z}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{z}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\vec{u}\cdot\vec{n}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & \frac{1}{3c_{p}^{2}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}} & -\frac{n_{x}}{3c_{p}}$$

Et :

$$\mathbf{\underline{R}}_{\mathbf{U},\mathbf{n}_{\mathbf{z}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ u + c_{p} & n_{x} & 0 & 0 & 0 & u & n_{y} & 0 & u - c_{p} & n_{x} \\ v + c_{p} & n_{y} & 0 & 0 & 0 & v & -n_{x} & n_{z} & v - c_{p} & n_{y} \\ w + c_{p} & n_{z} & 0 & 0 & 0 & w & 0 & -n_{y} & w - c_{p} & n_{z} \\ \frac{2}{3}c_{p}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}c_{p}^{2} \\ h_{p} & 0 & 0 & 1 & h & 0 & 0 & h_{p} \\ \frac{d_{00}}{p} & 0 & \frac{1}{p} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{d_{00}}{p} \\ \frac{n_{p}}{p} & \frac{1}{p} & p & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{n_{p}}{p} \end{pmatrix}$$
(A.14)

### Annexe B

# Article soumis aux Compte-rendus de mécanique

L'article suivant a été soumis aux Compte-Rendus de Mécanique de l'Académie des Sciences. Il décrit la comparaison de deux simulations aux Grandes Echelles du cas monophasique à richesse 0.75 avec deux codes de calcul, AVBP et CEDRE, le code de l'ONERA. Il a été réalisé dans le cadre d'une collaboration avec l'ONERA et en particulier Nicolas Bertier et Sébastien reichstadt.

### Comparison of numerical methods and combustion models for LES of a ramjet configuration

A. Roux<sup>a</sup>, S. Reichtadt<sup>b</sup>, N. Bertier<sup>b</sup>, L.Y.M. Gicquel<sup>a</sup>, F. Vuillot<sup>b</sup> and T. Poinsot<sup>a,c</sup>.

<sup>a</sup>CERFACS, 52 avenue G. Coriolis, 31057 Toulouse Cedex, France

<sup>b</sup>ONERA, BP 72, 29 avenue de la division Lecelerc, 92322 Châtillon Cedex, France <sup>c</sup>IMFT, Avenue C. Soula, 31400 Toulouse, France

Received \*\*\*\*\*; accepted after revision +++++

Presented by

### Abstract

Ramjets are very sensitive to instabilities and their numerical predictions can only be addressed adequately by Large Eddy Simulation (LES). With this technique, solvers can be implicit or explicit and handle structured, unstructured or hybrid meshes... Turbulence and combustion models are other sources of differences. The impact of these options is here investigated for the ONERA ramjet burner. To do so, two LES codes developped by ONERA and CERFACS compute one stable operating condition. The computational domain encompasses all three nozzles: two at the air inlets, one at the exit and the fuel alimentation box. Preliminary LES results of the two codes underline the overall robustness of LES. Mean flow features at the various critical sections are reasonably well predicted by both codes. Disagreement mainly appear in the chamber where combustion positions differ pointing to the importance of the combustion and subgrid mixing models. The two LES produce different energy containing motions. With CEDRE, a low frequency dominates while AVBP produces different ranges of low frequencies that can be linked with acoustic modes of the configuration. *To cite this article : A. Roux et al., C. R. Mecanique (2009).* 

### $\mathbf{R}\acute{\mathbf{e}}\mathbf{sum}\acute{\mathbf{e}}$

Comparaison de méthodes numériques et de modèles de combustion appliquée à la SGE d'un statofusée. La Simulation aux Grandes Echelles (SGE) est bien adaptée la simulation des statofusées, configurations très sensibles aux instabilités thermoacoustiques. Dans cet article, l'impact de différents paramètres sont étudiés à travers la simulation d'un statofusée étudié expérimentalement par l'ONERA : méthodes numériques, modèles de combustion... Pour ce faire, deux codes SGE développés respectivement par l'ONERA et le CERFACS sont utilisés pour calculer un point de fonctionnement stable. Les résultats préliminaires de ces deux codes soulignent la robustesse des deux SGE. Les caractéristiques moyennes de l'écoulement dans les différentes sections critiques sont raisonnablement bien prévues par les deux codes. Les désaccords apparaissent principalement dans la chambre de combustion où la position des zones réactives diffèrent ce qui souligne l'importance des modèles utilisés. Pour le point de fonctionnement simulé, les deux SGE produisent des contenus énergétiques différents. Avec CEDRE, une basse fréquence domine le spectre tandis qu'AVBP montre toute une gammes de basses fréquences qui peut être liée aux modes acoustiques de la configuration. *Pour citer cet article : A. Roux et al., C. R. Mecanique (2009).* 

Preprint submitted to Elsevier Science

9 mars 2009

Key words: Ramjet; Acoustic; Combustion; TFLES; TPaSR; numerical methods Mots-clés : Statofusée; Acoustique; Combustion; TFLES; TPaSR; Méthodes numériques

### 1. Introduction

Recent numerical progresses in Large Eddy Simulation (LES) [1,2,3,4] and developpement of powerful parallel computer (www.top500.org) have allowed simulations of more complexe geometries such as gas turbines [5,6]. The different phenomenon appearing in these configurations such as thermo-acoustic coupling or ignition are well-adressed with the unsteady form of LES.

LES of ramjet has however received less attention although in the early 90's, massive effort coming from the military allowed new designs for such devices. If these configurations are simple in their geometry when no flame holder is used, physical complex phenomen make them hard to simulate : flame stabilization is very complex and strongly influenced by flow structures, wall heat fluxes are high because the flame develops in the vicinity of shear layers near combustor's structure... Two main type of instabilities [7,8,9] can appear in such combustors and essentially due to interactions between combustion, acoustic and turbulence that can lead to non desired operating conditions of the chamber or its destruction. The first type of instability appears at low frequency and is linked with pressure oscillations in the whole device which can alterate air breathing and imperfect combustion. The second instability, at higher frequencies and called "screech", is linked with transverse acoustic activity. Surprisingly, this kind of oscillation appears for good and stable combustion but can lead to the destruction of wall thermic protections.

In 1995, the French National Aerospace Lab ONERA has launched a program named "Research ramjet" to explore the physical phenomena present in such kind of geometry. It also aims at validating numerical codes thanks to extended experimental data. Two experiments are conducted : a first one aims at describing mixing inside the main chamber as well as the main flow structures for the non-reacting flow of the experimental ramjet. This experiment is of first interest because of the strong variation of equivalent ratio in the "dome zone", the downstream zone of the main chamber placed before the air inlet. It has been shown that predicting mixing was hardly possible with Reynolds Average Numerical Simulation (RANS) whereas Large Eddy Simulation method (LES) gives good agreement with the experiment [10,11,12,13]. A second experiment explores reacting flows inside a dump combustor with two opposed lateral air inlet curved at  $45^{\circ}$ .

This paper describes the use of two LES codes with different numerical methods (from convection scheme to type of integration and combustion model). It is shown that even if the codes are very different, they both show good agreement with the experimental data, underlying the robustness and maturity of this advanced numerical approach.

Email address: anthony.roux@cerfacs.fr (A. Roux).

### 2. Numerical Tools for Large-Eddy Simulation

The two codes are designed to simulate reactive flows in industrial devices. Nevertheless, they differ in their scopes of application. AVBP is an academic LES tool with main focus on aeronautic or automobile combustion chambers and is largely distributed. CEDRE is primarily a research and industrial RANS tool with main focus on the general field of energetics and propulsion, ranging the full spectrum of aeronautic and aerospace applications (including conception activities for several industrial partners). Its distribution is controlled. They both solve the complete multi-component reactive compressible Navier-Stokes system under conservative formulation, with a finite volume approach on unstructured meshes. They were designed to run on parallel computers and exhibit good scalability properties. Except for the turbulent and combustion modelings, detailed thereafter, the two codes share similar models: perfect gas equation of state, real gas capabilities, heat capacities depending on temperature, heat and diffusion fluxes closed by a basic gradient formulation. However, historically, difference between the two codes lead to complementary characteristics:

- AVBP was conceived directly for LES and the emphasis was put on the accuracy of numerical schemes which is of third order in space and time thanks to the TTGC scheme for convective flux. Moreover, the fact that this scheme is centered allows to remain accurate for high wavenumbers (i.e short wavelengths). The temporal integration is carried out using an explicit scheme. The mesh can be structured, composed of tetrahedrons, or hybrid (tetrahedrons and prisms), and degrees of freedom are located at the cell's nodes (cell-vertex formulation).
- CEDRE was first intended for RANS approaches, then for LES. Being able to have the same code for both approaches rationalizes developments (sharing of code architecture and IHM) and allows to initialize the calculations easily with a RANS solution and above all, to move towards hybrid approaches such as Delayed Detached Eddy Simulation (DDES). The code accepts generalized unstructured meshes (made of general polyhedra) including structured, hybrid and imbedded cartesian grids. Degrees of freedom are located at the center of cells (cell centered). The numerical method is based on a MUSCL (Monotonic Upstream Scheme for Conservations Laws) approach, with Roe-type upwind fluxes. The method is usually second order accurate (third order on uniform mesh) and upwind schemes can easily take into account discontinuities, such as shocks, which allows the code to be used on a wide range of Mach numbers from almost incompressible (using low Mach preconditioning) up to hypersonic. Time integration can be explicit or implicit and proposes an adaptative local time stepping. These numerical properties can be used to run the code in a very robust setting which ease the convergence of complex cases. The implicit time integration allows a large flexibility in the choice of time steps which is virtually not limited by stability conditions while requiring vigilance to stay accurate on most of representative phenomenons. However, when used, implicit approaches significantly reduce the cost of computation.

### 3. Description of the experimental facility

The dump combustor is depicted on Fig. 1. It is composed of two air inlets beginning with a shocked nozzle. They open into the main combustion chamber with a  $100 \times 100 \text{ mm}^2$  rectangular cross section. Burning fuel, gaseous propane, is injected in the head end through the intermediary of a pre-injection chamber by two 11mm diameter fuel circular inlets. The combustion chamber is 1261 mm long and opens into a chocked nozzle which has a minimum section of  $55,8\times 100 \text{ mm}^2$ .

This configuration has been accurately studied by ONERA [14,15,16,17,18,12]. Particle Doppler Anemometer (PDA), Laser Doppler Velocimetry (LDV) and Particle Imagery Velocity (PIV) measurements provide experimental data for mean and oscillating velocities. Combustion is quantified thanks to Particle Laser



Figure 1. Computational domain and boundary conditions

Induced Fluorescence (PLIF) based on OH or CH emission. High speed camera (up to a resolution of 2000Hz) gives a view of the flame and microphones characterize pressure oscillations whithin the ramjet.

Several flight conditions have been experimentally evaluated : inlet temperature and mass flow rate change from 520K, 2.9 kg/s to 750 K, 0.9 kg.s<sup>-1</sup>. A range of equivalent ratios,  $\phi$  (from 0.35 to 1.0), has been investigated. The following work focuses on a high altitude regime with a mass flow rate of 0.9 kg.s<sup>-1</sup> and an inlet total temperature of 750 K for a global equivalent ratio of 0,75. The associated Reynolds number, based on the inlet duct, is  $Re = 3.3 \times 10^5$ .

#### 4. Numerical parameters

#### 4.1. Computational domain and boundary conditions

The boundary conditions used in the LES are summarized Table. 1. Inclusion of nozzle at both inlets and outlet leads to proper definition of acoustic motions inside the ramjet. Walls are adiabatic. This last point can be discussed since water cooling is applied during the experiment as flames develop in the vicinity of the walls. However, it is not the aim of this study. As strong velocities are found in the three nozzles, they are taken as slip walls to avoid steep gradients.

Name	CEDRE	AVBP	Imposed Quantities
Air Inlet	Subsonic inlet	Nonreflecting inlet	$\dot{Q}_{air}=0.9 \ kg.s^{-1}, \ T_i=750 \ K$
Fuel Inlet	Subsonic inlet	Non reflecting inlet	$\dot{Q}_{C_3H_8}=0.044\ kg.s^{-1},\ T_s=350\ K$
Outlet	Supersonic outlet	Supersonic outlet	-
Nozzle's walls	Slip adiabatic	Slip adiabatic	-
Other walls	No-slip adiabatic	No-slip adiabatic	-

Table 1

Boundary conditions in the LES simulations.

Mesh used for LES are displayed on Fig.2. The grid used by CEDRE is composed of 3,400,000 hexahedra (around 3,500,000 points) and the AVBP one gathers around 4,500,000 tetrahedra. In the head-end of the combustor, the average edge's size is of 1.6 mm for AVBP and 1 mm for Cedre.

Finally, numerical parameters for each simulation are summarized Table. 2. The subgrid model for turbulence is the classical Smagorinsky closure [19,20] for the both codes. Different combustion models are used and are described in the following section.



Figure 2. Comparison of meshes : a) CEDRE, b) AVBP

Туре	CEDRE	AVBP
Spatial Integration	$\mathrm{MUSCL}(2^{\mathrm{nd}}\text{-}3^{\mathrm{rd}} \mathrm{ order})$	TTGC - 3 <sup>rd</sup> Order
Time Integration	${\rm Gear}~(2^{\rm nd}~{\rm order}~{\rm implicit})$	TTGC - $3^{rd}$ Order (explicit)
Combustion Model	TPaSR	TFLES
Time Step	$4 \times 10^{-6}$	$2.6 \times 10^{-7}$

Table 2

Summary of the numerical method used

#### 4.2. Combustion model: AVBP

To handle flame/turbulence interactions in AVBP [21], the Dynamically Thickened Flame model (DT-FLES) is used [22]. This model thickens the flame front by a factor F so that it is resolved on the LES grid. To properly reproduce the effect of the subgrid scale interaction between turbulence and chemistry, the so-called efficiency function, E [23] is introduced to recover the turbulent flame speed. The DTFLES model has been applied successfully to several configurations (premixed and partially premixed) and more details can be found in [24,25,13,21].

Gaseous propane  $(C_3H_8)$  is injected through the two holes at the beginning of the head end of the chamber.

The AVBP simulation uses a global one-step irreversible chemical scheme taking into account five species:  $C_3H_8 + 5 O_2 \longrightarrow 3 CO_2 + 4 H_2$ . The rate of heat release for this reaction reads:

$$q = f(\phi) A \left(\frac{\rho Y_{C_3 H_8}}{W_{C_3 H_8}}\right)^{0.856} \left(\frac{\rho Y_{O_2}}{W_{O_2}}\right)^{0.503} exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$$
(1)

with a pre-exponential factor A=3.2916.10<sup>10</sup> cm<sup>3</sup>.mol<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup> and an activation energy  $E_a$ =31,126 cal.mol<sup>-1</sup>.  $f(\phi)$  allows to correctly predict laminar flame speed for an extended range of equivalence ratio. It reads:

$$f(\phi) = \frac{1}{2} \left( 1 + \tanh\left(\frac{0, 8 - \phi}{1, 5}\right) \right) + \frac{2, 11}{4} \left( 1 + \tanh\left(\frac{\phi - 0, 11}{0, 2}\right) \right) \left( 1 + \tanh\left(\frac{1, 355 - \phi}{0, 24}\right) \right)$$
(2)

Figure 3 shows the comparison between detailed chemistry given by Peters [26] and this simplified one-step scheme for a given range of equivalent ratio. Laminar flame speed is well predicted whereas the adiabatic flame temperature is over-estimated with an error of around 7% at  $\phi = 1$ .



Figure 3. Laminar flame speed (left) and adiabatic flame temperature (right) for the reference and simplified chemistry scheme (AVBP) and as functions of the equivalence ratio

### 4.3. Combustion model: Cedre

In the Transported Partially Stired Reactor approach (TPaSR), one assume that there is no flame front left (high Damkoler). At subgrid scale, pockets of reactants are mixed with a characteristic time linked to turbulence before they burn. This model is thus built on two steps :

- First, a mixing step beetwen reactants based on Eddy Dissipation Concept (EDC) model is devised:

$$C_3H_8 + O_2 \longrightarrow C_3H_8^* + O_2^*$$

and where the "mixed" species denoted by \* own the same thermodynamic properties as their initial "un-activated" counter parts. This first step corresponds to a reaction that doesn't produce any heat release.

- Second, a kinetic step involving the "activated" reactants. In this study, a two-step reaction including CO dissociation is used [27]:

$$C_3H_8^* + O_2^* \longrightarrow CO_2 + H_2O$$
$$CO + 0.5 O_2^* \longleftrightarrow CO_2$$

### 5. Results

### 5.1. Mean flow topology

Figure 4 depicts the main average structures of the flow inside the combustion chamber as obtained with AVBP. The impingement of the two jets defines two different zones: the "dome zone" in the head-end of the combustor where stands a strong recirculation zone and the zone upstream the air intake. The two crushing jets coalesce into a velocity sheet inside the main ramjet duct. Note also that the two high speed jets are deflected at impact toward the walls creating four corner vortices through which fuel flows from the head-end to the downstream duct.

Figure 5 shows the axial and vertical components of the velocity in the symmetry plane of the combustor (see Fig. 6) and compared to experimental data. Flow predictions and measurements whitin the head-end are similar except for the reattachment point of the two jets. Indeed, quantities of interest differ in the air intakes: the bulk velocity is different. Detachment (where the air intakes curve) appears to have a stronger effect in the AVBP simulation. Finally, flow topology upstream the "dome zone" differs in the two simulations. AVBP predicts a quick opening of the coalesced jet sheet as shown by the experiment



Figure 4. Visualization of the main mean flow structures: "dome" recirculation zone (u=-0.1  $U_{bulk}$ ) white iso-surface, axial velocity so-surface at  $U_{bulk}$  in gray and Q-criterion iso-surface in black. Avbp results.  $U_{bulk}$  stands for the bulk velocity in the air intake

when Cedre shows a more moderate acceleration of the flow in this region. This behaviour is emphasized in Fig. 6 where the evolution of the axial velocity along the symmetry axis of the ramjet is shown. Note that the magnitude of the velocity vector in the head-end of the chamber is over-estimated by both codes. As for the upper part of the combustor, AVBP reproduces the shape of the evolution of the axial velocity contrarily to CEDRE.



Figure 5. Comparison of axial (a) and vertical (b) component of the velocity vector

Figure 7 show profiles of axial and vertical components of the velocity along the Y-axis as shown in Fig. 6. The AVBP simulation shows better results in the head-end of the chamber whereas CEDRE simulation yields good estimates of the axial velocity far upstream the jet-on-jet impingement. The vertical component of velocity differs only when the jet sheet opens upstream the air inlet. Taken as a whole, comparison against the experiment shows that the two LES codes yield good results in decent agreement with measurements at least for the mean quantities.

Figure 8 shows the mean temperature field as obtained with the two codes. The main dissemblance comes from the head-end of the combustor where reacting zones are identified in the CEDRE simulation and not in the AVBP one. The AVBP result is in concordance with experimental PLIF data that do not show OH emission in this zone.



Figure 6. Position of the profiles (a) and axial velocity evolution along the symmetry axis (b). •: Experiment; - -: AVBP; -: CEDRE. Values are non-dimensionalized by the bulk velocity in the air intake



Figure 7. Axial (left) and vertical (right) component of velocity vector along the Y-axis (length in m). •: Experiment; - -: AVBP; -: CEDRE. Values are non-dimensionalized by the bulk velocity  $U_{bulk}$  in the air intake



Figure 8. Comparison of (a) the mean temperature field in the Z=0 mm plane and (b) the mean reacting zone from the experiment

### 5.2. Instantaneous results

To begin the analysis of the unsteady motion in the ramjet, Fourier Transforms (FT) of the pressure signal (obtained for a probe placed 100 mm and 300 mm upstream the two air inlets) are displayed Fig 10. The duration of the signal for the two simulations is 56 ms yielding a frequency resolution of 18 Hz. Different peaks are visible in the experiment (see Table 3): around 120 Hz (Mode 1); 240 Hz (Mode

2) identified as a harmonic of the first frequency; a larger one between 300 and 360 Hz (Mode 3) and the last one at 950 Hz (Mode 4). CEDRE predictions exhibit one dominating frequency near Mode 1. Signals coming from the AVBP simulation is more disturbed and shows oscillations near the frequencies found experimentally.



Figure 9. Fourier transform of the pressure signal 100 mm (top) and 300 mm (bottom) upstream the air inlet.

Mode	Frequency	Exp. CEDRE AVBP		
1	$120~\mathrm{Hz}$	Yes	Yes	Yes
2	$240~\mathrm{Hz}$	Yes	Yes	Yes
3	300-360 Hz	Yes	No	Yes
4	$950~\mathrm{Hz}$	Yes	No	Yes

Table 3

Main frequencies detected in the LES simulations compared to the experimental data

The difference between the two simulations can be explained by the different shape of the temperature distribution inside the combustor. Figure 10 shows spectral maps of the pressure signal extracted from the simulation using AVBP. For such maps, all the points of the configuration are treated based on LES snapshots. The associated frequency resolution is 11 Hz. Mode 3 appears to be a 3/4 wave of the two air intakes and has an influence in the main combustion chamber (mainly in the downstream zone). Mode 4 seems also to have an acoustic nature and concerns the whole geometry. Mode 1 is different from the two latter and its nature is for the moment unclear. Absence of the two identified acoustic modes in the simulation using CEDRE can been explained: the temperature field issued by the hot gazes in the headend modifies the sound speed in this zone and impacts directly the acoustic mode potentially present in the ramjet.

The main frequency (Mode 3) appearing in the simulation using AVBP leads to a flow blockage (velocity nodes or pressure antinodes) in the end of the air inlet and the dome zone. Pressure fluctuations modulate the mass flow rate inside the head-end of the combustor as depicted by Fig. 11. Two snapshots, displayed



Figure 10. Spectral maps of the pressure signal extracted for each point of the configuration :  $|A_{FFT}^{freq} \cos \left( \Phi_{FFT}^{freq} \right)|$  (AVBP results).



Figure 11. Evolution of mass flow rate and pressure in a plane in the main chamber at the exit of the air inlets. Two periods of mode 3 are displayed.

on Fig. 12, taken within half a period of Mode 3 stress the impact of the pressure oscillation on combustion. The flow blockage has for primary effect to influence the impingement of the two air jets as well as the modulation of the four corner vortices. The fuel alimentation of the upstream dome zone is thus strongly influenced. The left picture emphasizes this phenomenon when the flow blockage disappears: part of the flame is anchored at the interface between the latter coherent structures and the recirculation zone created by the flow blockage. When the velocity is maximum, the dome is free from fresh air. Strong recirculations are created in this area but as the equivalent ratio is too high, combustion is damped. When the flow blockage appears, recirculation zones are released upstream, both in the central part of the combustion chamber and along the corner vortices feeding the flame with fuel. Different combustion regimes are identified. First and as packets of fuel are released upstream, they ignite thanks to diffusion flames at the outskirt part. The topology of the flame along the vortices is different: triple flames are identified allowing a higher turbulent flame velocity.

Flames in the "Research Ramjet" are thus stabilized mainly by the corner vortices. However, modulation of mass flow rate gives a horizontal movement to the flame which is compensated by the packets released at the end of the flow blockage.



Figure 12. Instantaneous fields : iso-volume of non-dimensionnalized vertical component of velocity (0.9 in white and -0.9 in light gray), iso-volume of zero axial component of velocity in dark gray and iso-volume of reaction rate at  $10^3 J.mol^{-1}.s^{-1}$  in dark. These views are taken whithin half a period of mode 3.

### 6. Conclusion

Two Large-Eddy Simulations were performed to simulate the reacting flow field in a ramjet-like combustor. Although the two codes are very different numerically, both predictions are in good agreement with the experiment for the mean velocity field. Major differences between the two predictions come from the chemistry and combustion models. Dynamically Thickened Flame for Large-Eddy Simulation model and a chemistry able to simulate the evolution of laminar flame speed for an extended range of equivalent ratios show good agreement with experimental data for the mean reacting zone and the evolution of the axial velocity whithin the dum combustor. The Transported Partially Stired Reactor approach model with chemical scheme of Westbrook&Dryer allowing combustion for high equivalent ratio predicts reacting zones in the head-end of the chamber. These differences strongly impact the energy contained motions of both simulations. For CEDRE, only one frequency arises while four modes co-exist with AVBP. Detailed analyses of AVBP predictions point to acoustics as a driving mechanism in determining the stability of the burner.

### Acknowledgements

This research for the simulation with AVBP used resources of the Argonne Leadership Computing Facility at Argonne National Laboratory, which is supported by the Office of Science of the U.S. Department of Energy under contract DE-AC02-06CH11357. Support of the french Délégation Générale pour l'Armement (DGA) is gratefully acknowledged.

#### References

- [1] T. Poinsot and D. Veynante. Theoretical and numerical combustion. R.T. Edwards, 2nd edition., 2005.
- [2] K. Mahesh, G. Constantinescu, S. Apte, G. Iaccarino, F. Ham, and P. Moin. Progress towards large-eddy simulation of turbulent reacting and non-reacting flows in complex geometries. In *Annual Research Briefs*, pages 115–142. Center for Turbulence Research, NASA Ames/Stanford Univ., 2002. ref lolo.
- [3] P. Sagaut. Large Eddy Simulation for incompressible flows. Scientific computation series. Springer-Verlag, 2000.
- [4] S.B. Pope, Z. Ren, L. Lu, V. Raman, and H. Pitsch. Les/pdf/isat computations of turbulent flames. In Proc. of the Summer Program, volume in press, Center for Turbulence Research, Stanford, USA, 2004.

- [5] M. Boileau, S. Pascaud, E. Riber, B. Cuenot, L. Gicquel, and T.J. Poinsot. Large eddy simulation of spray combustion in gas turbines. Accepted modif. to Flow Turb. and Combustion, 2007.
- [6] G. Boudier, L. Y. M. Gicquel, T. Poinsot, D. Bissières, and C. Bérat. Comparison of LES, RANS and experiments in an aeronautical gas turbine combustion chamber. Proc. of the Combustion Institute, 31:3075–3082, 2007.
- [7] B. Sjöblom. Full-scale liquid fuel ramjet combustor tests. In IXth ISABE, volume 7027, pages 273–281, 1989.
- [8] J. M. Samaniego. Etude des instabilités de combustion dans les statoréacteurs. PhD thesis, EM2C, 1992.
- D.E. Rogers and F.E. Marble. A mechanism for high frequency oscillations in ramjet combustors and afterburners. Jet Propulsion, 26:456–462, 1956.
- [10] L.Y.M. Gicquel, Y. Sommerer, B. Cuenot, and T. Poinsot. Les and acoustic analysis of turbulent reacting flows: Application to a 3D oscillatory ramjet combustor. In ASME, volume Paper AIAA-2006-151, RENO, USA, 2006.
- [11] S. Reichstadt. Etude du mélange et de la combustion monophasique dans un statoréacteur de recherche. PhD thesis, Université de Pau et des Pays de l'Adour, December, 2007.
- [12] Sebastien Reichstadt, Nicolas Bertier, Arnaud Ristori, and Pascal Bruel. Towards les of mixing processes inside a research ramjet combustor. In *ISABE*, page 1188, 2007.
- [13] A. Roux, L.Y.M. Gicquel, Y. Sommerer, and T. Poinsot. Large eddy simulation of mean and oscillating flow in side-dump ramjet combustor. *Combust. Flame*, 152(1-2):154–176, 2008.
- [14] G. Heid and A. Ristori. An optical method for local equivalence ratios measurements applied to hydraulic simulation of a ramjet combustion chamber. In *PSFVIP* 4, CHAMONIX, France, June 3-5 2003.
- [15] G. Heid and A. Ristori. Local fuel concentration measurements in a reserach dual ramjet combustion chamber by gas sampling analysis with carbon dioxide injection at the head end of the combustor. In *ISABE*, Munich, Allemagne, 4-9 septembre 2005.
- [16] C. Brossard, P. Gicquel, M. Barat, and A. Ristori. Caractérisation par vélocimétrie laser de l'écoulement dans un foyer maquette de statoréacteur. In *8ème Congrès Francophone de Vélocimétrie Laser*, ORSAY, France, 17-20 septembre 2002.
- [17] A. Ristori, G. Heid, A. Cochet, and G. Lavergne. Experimental and numerical study of turbulent flow inside a dual inlet research ducted rocket combustor. In XIVth Symposium ISABE, Florence, Italy, 1999.
- [18] A. Ristori, G. Heid, C. Brossard, and S. Reichstadt. Detailed characterization of the reacting one-phase and two-phase flow inside a research ramjet combustor. In XVIIth Symposium ISABE, Munich, Germany, September 4-9 2005.
- [19] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. i: The basic experiment. Monthly Weather Review, 91(3):99–165, 1963.
- [20] M. Germano. Turbulence: the filtering approach. J. Fluid Mech., 238:325-336, 1992.
- [21] N. Lamarque. Schémas numériques et conditions limites pour la simulation aux grandes échelles de la combustion diphasique dans les foyers d'hélicoptères. Phd thesis, INP Toulouse, 2007.
- [22] J.-Ph. Légier, T. Poinsot, and D. Veynante. Dynamically thickened flame large eddy simulation model for premixed and non-premixed turbulent combustion. In *Summer Program 2000*, pages 157–168, Center for Turbulence Research, Stanford, USA, 2000.
- [23] O. Colin, F. Ducros, D. Veynante, and T. Poinsot. A thickened flame model for large eddy simulations of turbulent premixed combustion. *Phys. Fluids*, 12(7):1843–1863, 2000.
- [24] C. Martin, L. Benoit, Y. Sommerer, F. Nicoud, and T. Poinsot. Les and acoustic analysis of combustion instability in a staged turbulent swirled combustor. AIAA Journal, 44(4):741–750, 2006.
- [25] P. Schmitt, T.J. Poinsot, B. Schuermans, and K. Geigle. Large-eddy simulation and experimental study of heat transfer, nitric oxide emissions and combustion instability in a swirled turbulent high pressure burner. J. Fluid Mech., 570:17–46, 2007.
- [26] N. Peters and B. Rogg. Reduced Kinetic Mechanisms for Applications in Combustion Systems. Lecture Notes in Physics. Springer Verlag, Heidelberg, 1993.
- [27] C. Westbrook and F. Dryer. Simplified reaction mechanism for the oxidation of hydrocarbon fuels in flames. Combust. Sci. Tech., 27:31–43, 1981.