



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *Institut National Polytechnique de Toulouse*  
Discipline ou spécialité : *Energétiques et transferts*

---

Présentée et soutenue par *Hervé ALLAIN*  
Le *13 Octobre 2009*

**Titre :** *Etude des transferts thermiques en hélium superfluide dans les milieux poreux*

---

### JURY

*Dr. Jean-Pierre HULIN: président et rapporteur*  
*Dr. Bernard ROUSSET: rapporteur*  
*Dr. Rob VAN WEELDEREN: examinateur*  
*Dr. Marc PRAT: directeur de thèse*  
*Dr. Michel QUINTARD: co-directeur de thèse*  
*Dr. Bertrand BAUDOUY: co-directeur de thèse*

---

**Ecole doctorale :** *MEGeP*

**Unité de recherche :** *Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse*  
**Directeur(s) de Thèse :** *Marc PRAT, Michel QUINTARD, Bertrand BAUDOUY*  
**Rapporteurs :** *Jean-Pierre HULIN, Bernard ROUSSET*



## Avant propos

Ce manuscrit est le fruit de mon travail de thèse qui s'est déroulé essentiellement au Commissariat à l'Energie Atomique de Saclay dans le Laboratoire de Cryogénie et des Stations d'Essais (LCSE) du Service des Accélérateurs, de Cryogénie et du Magnétisme (SACM) de l'Institut de Recherche sur les lois Fondamentales de l'Univers (IRFU). A ce titre je remercie le chef du SACM, Monsieur Antoine Daël, et le chef du LCSE, Monsieur Philippe Chesny, de m'avoir accueilli et d'avoir mis à ma disposition tous les moyens, humains et matériels, nécessaires à la réalisation de ce travail.

Je remercie très chaleureusement Dr. Bertrand Baudouy, Ingénieur Chercheur au CEA Saclay, pour m'avoir encadré et guidé au quotidien avec une grande adresse. Je le remercie pour son esprit d'ouverture, son professionnalisme, sa pédagogie, sa disponibilité ainsi que ses qualités humaines.

Je remercie vivement Messieurs les professeurs Marc Prat et Michel Quintard de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse qui ont co-encadré ma thèse. Leurs yeux d'experts dans le domaine des milieux poreux ont apporté beaucoup à mes travaux de recherche.

Je remercie Messieurs Jean-Pierre Hulin (directeur de recherche au CNRS/Orsay) et Bernard Rousset (CEA/Grenoble) qui ont accepté la lourde tâche d'être rapporteur sur cette thèse. Je remercie aussi Dr. Rob Van Weelderen (CERN/Genève) qui a accepté d'examiner ce travail.

L'accomplissement de ce travail n'aurait pas été possible sans l'aide précieuse de l'ensemble des techniciens du LCSE notamment Messieurs Grégory Buridant, Thierry Dechambre et Florian Paget, qu'ils soient vivement remerciés pour leur efficacité et la qualité du travail accompli.

J'adresse mes remerciements à l'ensemble des personnes du SACM qui de près ou de loin ont contribué à l'achèvement de cette étude.

Enfin, je tiens à remercier du fond du cœur mes parents et ma famille pour les encouragements et le soutien qu'ils m'ont apportés tout au long du parcours qui m'a mené jusqu'ici. Merci d'avoir respecté mes choix de carrière et d'avoir cru en moi.

<b>Introduction générale.....</b>	<b>9</b>
<b>Chapitre I Le refroidissement des aimants supraconducteurs d'accélérateurs.....</b>	<b>11</b>
<b>1. Description d'un aimant supraconducteur d'accélérateur.....</b>	<b>12</b>
1.1. Les aimants supraconducteurs d'accélérateur .....	12
1.1.1. Généralités.....	12
1.1.2. Perturbations thermiques .....	12
1.1.3. Stabilité thermique.....	13
1.2. Les différents modes de refroidissement des aimants supraconducteurs.....	13
1.2.1. Introduction .....	13
1.2.2. Bain d'He I saturé à la pression atmosphérique .....	15
1.2.3. Écoulement d'He I saturé .....	16
1.2.4. Hélium superfluide stagnant .....	16
1.3. Les supraconducteurs .....	18
1.3.1. Généralités.....	18
1.3.2. Les matériaux supraconducteurs.....	19
1.3.3. Les câbles supraconducteurs .....	21
<b>2. Les isolations des câbles d'aimants supraconducteurs d'accélérateur.....</b>	<b>23</b>
2.1. Description des isolations.....	23
2.1.1. Introduction .....	23
2.1.2. Première couche .....	23
2.1.3. Seconde couche .....	24
2.1.4. Isolation typique .....	24
2.2. Propriétés des isolations .....	25
2.2.1. Fabrication d'un bobinage supraconducteur.....	25
2.2.2. Qualités.....	26
2.2.3. Conductivité thermique du Kapton®.....	26
2.3. Nouveau type d'isolation céramique .....	27
2.3.1. Vers un nouveau type d'isolation à base de céramique .....	27
2.3.2. Isolation de câble innovatrice en céramique.....	27
<b>3. La thermique d'un aimant supraconducteur d'accélérateur refroidi par hélium superfluide .....</b>	<b>28</b>
3.1. Configuration thermique .....	28
3.2. Transferts de chaleur dans les isolations électriques .....	30
3.3. La thermique dans les isolations céramiques .....	32
<b>4. Conclusion.....</b>	<b>33</b>
<b>Chapitre II .....</b>	<b>34</b>
<b>L'hélium superfluide.....</b>	<b>34</b>
<b>1. Propriétés physiques de l'hélium liquide .....</b>	<b>35</b>
1.1. Introduction .....	35
1.2. L'hélium liquide, un fluide singulier.....	35
1.3. Diagramme de phase de l'hélium .....	36
1.4. Propriétés thermodynamiques .....	37
1.4.1. Masse volumique.....	37
1.4.2. Chaleur spécifique .....	37
1.4.3. Entropie .....	38
1.4.4. Viscosité dynamique .....	39
1.4.5. Tension superficielle .....	40
<b>2. Équations thermodynamiques de l'hélium superfluide .....</b>	<b>40</b>
2.1. De l'hélium quantique à l'hélium superfluide.....	40
2.2. Équations de base du modèle à deux fluides .....	43
2.3. Dynamiques de l'He II aux faibles vitesses : régime de Landau.....	45

2.4.	Dynamique de l'He II en régime de turbulence superfluide.....	46
2.4.1.	Introduction .....	46
2.4.2.	Développement des lignes de tourbillons : modèle de Vinen.....	47
2.4.3.	Equations générales en régime de turbulence superfluide .....	49
2.4.4.	Vitesse critique superfluide .....	50
<b>3.</b>	<b>Transport de chaleur dans l'hélium superfluide .....</b>	<b>50</b>
3.1.	Densité de flux de chaleur .....	50
3.2.	Régime de Landau.....	51
3.3.	Régime de Gorter-Mellink .....	52
<b>4.</b>	<b>Conditions aux limites entre une paroi et l'He II.....</b>	<b>52</b>
4.1.	Champs de vitesse .....	52
4.2.	Flux de chaleur.....	53
4.3.	Résistance de Kapitza.....	53
<b>5.</b>	<b>L'hélium superfluide et les milieux poreux.....</b>	<b>54</b>
5.1.	Introduction .....	54
5.2.	Séparateur de phase liquide vapeur.....	54
5.3.	Pompes thermomécaniques .....	55
<b>6.</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>57</b>
<b>Chapitre III Méthode de changement d'échelle appliquée à l'hélium superfluide.....</b>		<b>58</b>
<b>1.</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>59</b>
<b>2.</b>	<b>Méthode de changement d'échelle .....</b>	<b>59</b>
2.1.	Principe .....	59
2.2.	Méthode de prise de moyenne volumique.....	59
2.3.	Théorèmes nécessaires pour appliquer la méthode .....	61
<b>3.</b>	<b>Moyenne volumique des équations .....</b>	<b>61</b>
3.1.	Introduction .....	61
3.2.	Équation de conservation de la masse .....	62
3.3.	Équation de la composante superfluide.....	63
3.4.	Équation de la composante normale.....	65
3.5.	Équation de l'entropie .....	66
<b>4.</b>	<b>Fermeture.....</b>	<b>67</b>
4.1.	Introduction .....	67
4.2.	Équations aux fluctuations .....	67
4.2.1.	Equation de l'entropie .....	67
4.2.2.	Équations de continuité .....	67
4.2.3.	Équations de quantité de mouvement totale .....	68
4.2.4.	Conditions aux limites.....	68
4.3.	Problème de fermeture .....	69
4.4.	Forme de fermeture .....	70
4.5.	Équations macroscopiques .....	71
<b>5.</b>	<b>Simulations numériques directes .....</b>	<b>73</b>
5.1.	Méthode de résolution numérique.....	73
5.2.	Résultats et discussion.....	74
<b>6.</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>78</b>
<b>Chapitre IV Description des systèmes expérimentaux et des appareillages cryogéniques</b>		
<b>79</b>		
<b>1.</b>	<b>Systèmes cryogéniques expérimentaux.....</b>	<b>80</b>
1.1.	Principe des mesures .....	80
1.2.	Description des échantillons.....	80
1.3.	Description du cryostat.....	81
1.4.	Dispositif expérimental « tambour » - régime permanent .....	84
1.4.1.	Description du système expérimental.....	84

1.4.2.	Mesures en hélium superfluide : description de l'expérience.....	86
1.5.	Description du dispositif expérimental « permanent/transitoire ».....	88
1.5.1.	Description du système expérimental.....	88
1.5.2.	Mesures en hélium superfluide : description de l'expérience.....	91
<b>2.</b>	<b>Procédures expérimentales.....</b>	<b>93</b>
2.1.	Mise en froid du cryostat et du système expérimental.....	93
2.2.	Déroulement des mesures en régime permanent.....	94
2.3.	Déroulement des mesures en régime transitoire.....	95
<b>3.</b>	<b>Mesure de la perméabilité.....</b>	<b>95</b>
3.1.	Au gaz à température ambiante.....	95
3.2.	Au gaz à basse température.....	97
<b>4.</b>	<b>Incertitudes de mesures.....</b>	<b>98</b>
4.1.	Le flux de chaleur.....	99
4.2.	La variation de température.....	100
<b>5.</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>101</b>
<b>Chapitre V Résultats et analyse.....</b>		<b>103</b>
<b>1.</b>	<b>La perméabilité.....</b>	<b>104</b>
1.1.	La perméabilité en gaz à température ambiante.....	104
1.2.	La perméabilité en gaz froid.....	106
<b>2.</b>	<b>Interprétation du Régime de Landau.....</b>	<b>107</b>
2.1.	Équation de London.....	107
2.1.1.	Présentation des résultats.....	107
2.1.2.	Flux critique.....	110
2.2.	Détermination de la perméabilité en He II.....	112
2.2.1.	Modélisation à partir de la loi de Darcy.....	112
2.2.2.	Perméabilité intrinsèque par rapport à la perméabilité obtenue en He II.....	116
2.3.	Différence de pression et de température.....	117
2.3.1.	Différence de température.....	117
2.3.2.	Différence de pression.....	120
<b>3.</b>	<b>Résultats pour des échantillons avec une taille de pore de 0,1 µm.....</b>	<b>124</b>
3.1.	Équation de London.....	124
3.2.	Détermination de la perméabilité.....	126
3.3.	Différence de température.....	127
<b>4.</b>	<b>Régime de turbulence superfluide.....</b>	<b>131</b>
4.1.	Équation de London.....	131
4.2.	Intégration dans le régime Gorter-Mellink.....	132
4.2.1.	Régime de Gorter-Mellink.....	132
4.2.2.	Introduction de la tortuosité.....	133
4.2.3.	Résultats et analyse.....	134
<b>5.</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>138</b>
<b>Conclusion générale.....</b>		<b>139</b>
<b>Références.....</b>		<b>141</b>
<b>Annexe A.....</b>		<b>145</b>

# NOMENCLATURE

## • Majuscules

<i>A</i>	Aire (m <sup>2</sup> ) ou coefficient de Gorter-Mellink (m <sup>2</sup> kg <sup>-1</sup> )
<i>B</i>	Champ magnétique (T) ou coefficient adimensionnel de Vinen
<i>C<sub>p</sub></i>	Chaleur spécifique à pression constante (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
<i>D<sub>b</sub></i>	diamètre du brin supraconducteur (m)
<i>F<sub>ns</sub></i>	Force appliquée au réseau de tourbillons par unité de volume (Nm <sup>-3</sup> )
<i>I</i>	Courant (A)
<i>J</i>	Densité de courant (Am <sup>-2</sup> )
<i>K</i>	Perméabilité (m <sup>2</sup> )
<i>L</i>	Longueur (m) ou densité de lignes de tourbillon (m <sup>-2</sup> )
<i>N<sub>b</sub></i>	nombre de brins supraconducteurs
<i>Q</i>	Flux de chaleur (W)
<i>R</i>	Constante des gaz parfaits 8,31 J/mol.K
<i>S</i>	Flux d'entropie (Wm <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> )
<i>T</i>	Température (K)
<i>V</i>	Volume (m <sup>3</sup> )

## • Minuscules

<i>a</i>	Taille du cœur de tourbillon
<i>b,c</i>	Constantes expérimentales (2.36)
<i>d</i>	Diamètre (m)
<i>e<sub>c</sub></i>	Épaisseur moyenne des câbles supraconducteurs (m)
<i>f<sub>ns</sub></i>	Force appliquée à une ligne de tourbillon par unité de longueur (Nm <sup>-1</sup> )
<i>g</i>	Accélération gravitationnelle (ms <sup>-2</sup> )
<i>h</i>	Constante de Planck 6,63.10 <sup>-34</sup> Js
<i>m</i>	Masse atomique de l'hélium (0,004 kg/mol)
<i>p</i>	Pression (Pa)
<i>q</i>	Densité de flux de chaleur (W/m <sup>2</sup> )
<i>s</i>	Entropie massique (Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
<i>v</i>	Vitesse (m/s)
<i>w<sub>c</sub></i>	Largeur moyenne du câble supraconducteur (m)

## • Lettres grecques

<i>β</i>	Coefficient adimensionnel de forme
<i>ε</i>	Porosité (%)
<i>η</i>	Viscosité (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )

$\mu$	Potentiel chimique massique (J/kg)
$\rho$	Densité (kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	Tension superficielle (N/m)
$\chi$	Coefficients de Vinen ( $\chi_1, \chi_2$ )
$\omega$	Tortuosité
$\Phi$	Potentiel
$\Psi$	Fonction d'onde du condensat (paramètre d'ordre)

- **Indices**

b	relatif au bain
c	relatif à critique
f	relatif à fluide
kap	relatif à Kapitza
l	relatif à liquide
n	relatif au fluide normal
p	relatif à paroi
s	relatif au superfluide
t	relatif au tourbillon
v	relatif à vapeur
$\lambda$	relatif à la transition He I/He II



## Introduction générale

Dans un contexte de course à la connaissance de l'infiniment petit, des accélérateurs ou collisionneurs de particules de plus en plus puissants et performants sont nécessaires pour sonder la matière.

Le Large Hadron Collider (LHC) du laboratoire européen de physique des particules (CERN) à Genève, sera le plus puissant accélérateur de particules jamais construit au monde. Il se situe à 100 m sous terre à cheval sur la frontière franco-suisse. Ce gigantesque instrument scientifique est utilisé par les physiciens afin d'étudier les plus petites particules connues : les composants fondamentaux de la matière. Il est attendu que cet accélérateur de particules va révolutionner notre compréhension du monde, de l'infiniment petit, à l'intérieur des atomes, à l'infiniment grand de l'Univers. Les physiciens espèrent notamment la mise en évidence d'une particule dont les théoriciens prédisent l'existence depuis presque trente ans : le boson de Higgs qui est la clé de voûte du *modèle standard* de la physique des particules.

Pour ce faire, deux faisceaux de particules subatomiques de la famille des « hadrons » (des protons et des ions de plomb) circuleront en sens inverse à l'intérieur de l'accélérateur circulaire, emmagasinant de l'énergie à chaque tour. En faisant entrer en collision frontale les deux faisceaux à une vitesse proche de celle de la lumière et à de très hautes énergies, le LHC va recréer les conditions qui existaient juste après le Big Bang. Des équipes de physiciens du monde entier analyseront les particules issues de ces collisions à l'aide de détecteurs spéciaux.

La construction d'une telle machine capable de produire des énergies aussi importantes a nécessité des années de recherche depuis les années 80. Aujourd'hui, on regarde toujours plus loin : on s'intéresse déjà à l'amélioration des performances de cette machine. En effet, les chercheurs prennent en considération l'utilisation d'aimants supraconducteurs encore plus puissants, pouvant atteindre des champs magnétiques de l'ordre de 15 Teslas.

Pour atteindre des champs magnétiques aussi importants, les concepteurs prennent en considération l'utilisation de supraconducteurs en niobium étain. Dans leur environnement, ces aimants supraconducteurs seront soumis à des pertes thermiques bien plus importantes que celles des aimants actuels. Comme la résistance thermique due aux isolations électriques des câbles supraconducteurs constitue la principale résistance thermique au refroidissement, les ingénieurs se penchent vers de nouveaux types d'isolations. Des isolations en céramique poreuse sont des candidats potentiels pour l'isolation des câbles. Ces isolations sont des isolations perméables à l'hélium et pourraient permettre un refroidissement direct à l'hélium superfluide. Il reste cependant à comprendre la barrière thermique que constitueraient ces isolations. Pour cela, il est nécessaire de conduire des recherches sur les transferts thermiques en hélium superfluide dans les milieux poreux, ce qui est l'objet de cette thèse.

Le premier chapitre vise à décrire ce qu'est un aimant supraconducteur d'accélérateur. On s'intéressera notamment à la thermique de ces machines ainsi que les différents modes de refroidissement. On se penchera ensuite sur l'état de l'art actuel en matière d'isolation des câbles d'aimants supraconducteurs d'accélérateur pour terminer sur la problématique des isolations en céramique poreuse qui ont motivé ce travail de thèse.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des propriétés physiques de l'hélium superfluide. On s'intéressera tout d'abord aux particularités de ce fluide par rapport aux

fluides classiques ainsi qu'à ses différentes phases. En effet, l'hélium liquide possède deux phases différentes : l'hélium liquide normal ou He I et l'hélium superfluide ou He II. C'est cette dernière phase qui nous intéresse : on se penchera dans un premier paragraphe sur la nature quantique de l'hélium superfluide pour en arriver au modèle à deux fluides de Landau. On verra ensuite la dynamique de ce fluide dans les différents régimes ; le régime de Landau qui s'apparente au régime laminaire pour un fluide classique et le régime de Gorter-Mellink ou le régime de turbulence superfluide. On se focalisera notamment sur le transport particulier de la chaleur en He II ainsi que les conditions aux limites entre une paroi et l'He II. Une dernière partie sera l'objet d'une étude bibliographique sur l'He II et les milieux poreux.

En chapitre III, nous allons essayer de déterminer les équations macroscopiques qui régissent la dynamique de l'He II dans les milieux poreux. Pour ce faire, on appliquera la méthode de moyennage volumique développée par Whitaker aux équations de l'hélium superfluide. Nous verrons dans un premier temps le principe de la méthode et ce que l'on obtient une fois appliquée aux équations de l'He II. Une fois le problème posé, nous traiterons le cas particulier du régime de Landau et nous essayerons de voir dans quelles mesures et sous quelles conditions la loi de Darcy est valable dans les milieux poreux en He II. Enfin, un code numérique établi avec Comsol Multiphysics nous permettra de vérifier si les résultats obtenus théoriquement se vérifient à partir d'une analyse numérique.

Le chapitre IV permettra de détailler les différents dispositifs expérimentaux qui ont été développés pour cette étude. Tout d'abord, deux dispositifs expérimentaux, un à température ambiante et un autre à basse température, ont été conçus afin de mesurer la perméabilité intrinsèque de nos échantillons. De plus un dispositif expérimental a été mis au point afin de réaliser des mesures en He II dans le régime permanent et a été utilisé pour tester la plupart des échantillons. Enfin, un deuxième dispositif expérimental a été conçu afin de mesurer le régime permanent et le régime transitoire en He II.

Le chapitre V présentera les résultats expérimentaux obtenus qui seront analysés en fonction de ce que l'on a pu observer. Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la perméabilité intrinsèque des différents échantillons. Ensuite, l'étude sera focalisée sur les résultats obtenus en He II. Nous verrons que, en fonction des échantillons testés, le régime d'écoulement n'est pas le même. Quand cela sera possible, nous déterminerons la perméabilité obtenue en He II et la comparerons à la perméabilité intrinsèque. Aussi, nous essaierons autant que possible de mettre en avant les différences observées en fonction de la taille des pores et de la porosité.

## **Chapitre I**

# **Le refroidissement des aimants supraconducteurs d'accélérateurs**

# 1. Description d'un aimant supraconducteur d'accélérateur

Dans cette partie, nous allons donner quelques généralités sur les aimants supraconducteurs d'accélérateur, décrire les différents modes de refroidissement de ces machines et nous donnerons enfin quelques notions sur les supraconducteurs.

## 1.1. Les aimants supraconducteurs d'accélérateur

### 1.1.1. Généralités

Les aimants supraconducteurs sont des instruments scientifiques que l'on rencontre dans de nombreux domaines de la physique où les champs magnétiques intenses sont utilisés soit comme paramètres d'étude soit comme paramètres agissants. On peut citer la physique des hautes énergies (accélérateur de particules), la fusion thermonucléaire contrôlée (Tokamak), la lévitation magnétique (Maglev), la propulsion magnétohydrodynamique, le stockage d'énergie (SMES), les moteurs supraconducteurs ainsi que toute la physique se rapportant à l'étude de l'état de la matière sous l'effet de champ magnétique intense. Dans les accélérateurs de particules, les aimants supraconducteurs sont essentiellement utilisés pour courber le faisceau de particules, aimants dipolaires, ou pour focaliser le faisceau, aimants quadripolaires. Leur fonction est différente mais on retrouve les mêmes caractéristiques.

Un des problèmes à résoudre pour les constructeurs d'aimant est de concevoir le bobinage supraconducteur de ces aimants de telle façon qu'il puisse rester dans son état supraconducteur quelles que soient les "perturbations" reçues (mécaniques, thermiques,...) ou, de façon plus générale, qu'il puisse revenir rapidement dans son état supraconducteur après avoir subi une "perturbation". En simplifiant la présentation, un aimant supraconducteur peut être décomposé en trois éléments distincts, dont les liens sont complexes, qui sont le bobinage supraconducteur, sa structure mécanique dans laquelle il est inséré et le système de réfrigération. Le système cryomagnétique qu'est la bobine supraconductrice peut être défini par trois champs principaux qui sont ses champs magnétiques, de température et de courant de transport. Le challenge du constructeur est de prévoir en régime nominal d'utilisation la valeur de ces champs et d'en connaître les variations vis à vis de perturbations. C'est d'après ces connaissances que l'on peut établir les marges de fonctionnement de l'aimant en fonction des différents paramètres qui sont la puissance de réfrigération, les champs caractéristiques et toute forme de dissipation d'énergie.

### 1.1.2. Perturbations thermiques

D'une façon générale les "perturbations" peuvent avoir différentes origines, thermiques, mécaniques ou magnétiques. Elles peuvent être dissociées d'après leur caractère transitoire ou stationnaire, d'une part, et local ou étendu d'autre part. Elles peuvent dans le cas le plus défavorable conduire à un processus irréversible conduisant l'ensemble du bobinage supraconducteur dans l'état normal (quench).

Lorsque le courant est appliqué dans l'aimant, un champ magnétique est créé, qui, combiné au courant forme un champ de force de Laplace. Ces forces induisent des contraintes mécaniques sur l'ensemble du bobinage de l'aimant provoquant des craquements de l'isolation et des déplacements de câbles et sont à l'origine de dissipation d'énergie. Ces perturbations sont transitoires et locales. Elles sont difficiles à modéliser et à prévoir.

La variation de champ magnétique crée des dissipations volumiques de chaleur interne au câble par la création de boucles de courant induit entre les brins mais aussi entre les filaments. Ce type de perturbations, plus couramment appelées "AC losses" sont transitoires et globales spatialement.

On peut noter enfin que, pour les aimants d'accélérateurs, les fluctuations du faisceau et l'interaction entre particules provoquent des dissipations de chaleur internes au bobinage supraconducteur. Ces perturbations peuvent être de natures stationnaires ou transitoires et globales spatialement.

### 1.1.3. Stabilité thermique

On considère le cas intéressant d'étude de stabilité posée par la dissipation volumique et stationnaire de chaleur due aux pertes de faisceaux. C'est le cas le plus simple à traiter du point de vue de la théorie de la stabilité puisqu'il s'agit de considérer uniquement les équations dans le cas stationnaire, c'est à dire de garantir que la température des conducteurs ne dépasse pas la température critique. La seule condition à respecter implique alors que la puissance de réfrigération doit être supérieure à la puissance dissipée dans les conducteurs. Cette condition exclusive s'apparente au critère de Stekly (Stekly 1965) où les dissipations par effet Joule dans la zone normale du bobinage supraconducteur sont remplacées par les dissipations dues aux pertes de faisceau. Bien qu'en pratique ce problème de stabilité soit simple, la difficulté de l'étude se ramène donc à estimer *le transfert de chaleur entre les câbles supraconducteurs et la source froide*.

En fonctionnement normal, c'est-à-dire pour un courant nominal et un champ magnétique nominal, on définit une marge en température de l'aimant comme étant la différence entre la température de fonctionnement de l'aimant et la température critique du supraconducteur utilisé. Pour le cas du Large Hadron Collider (LHC), accélérateur de particules du CERN les aimants sont refroidis à l'hélium superfluide à la température de 1,8 K. La couche intérieure du bobinage supraconducteur est la couche la plus exposée aux apports de chaleur dus aux *pertes faisceau* et la marge en température est de  $\Delta T=1,4$  K (LHC 1993). Les spécifications de fonctionnement du LHC sont donc de ne pas dépasser cette marge. Ce qui permet de remarquer que localement certaines parties des dipôles peuvent se retrouver baignées par de l'He I puisque pour rester en He II l'écart en température à ne pas dépasser est d'environ 0,26 K.

## 1.2. Les différents modes de refroidissement des aimants supraconducteurs

### 1.2.1. Introduction

Le choix de l'état thermodynamique (phase) de l'hélium et du type de refroidissement (en bain, convection forcée) dépendent de plusieurs paramètres qualitatifs, comme la valeur de la température de fonctionnement, la stabilité des champs caractéristiques (champ magnétique, densité de courant), et quantitatifs comme la puissance de réfrigération, la taille ou le coût du système. Le diagramme des phases de l'hélium applicable au refroidissement des systèmes supraconducteurs apparaît sur la figure I.1 (Arp 1993). Les aimants supraconducteurs peuvent être refroidis soit par immersion dans un bain d'hélium liquide stagnant; cet hélium peut être alors soit normal saturé, et c'est la méthode qui a été la plus utilisée, ou sous-refroidi (A), supercritique (B) ou alors superfluide saturé ou pressurisé (C). Les aimants peuvent être aussi refroidis par une circulation d'hélium sous-refroidis (A) ou superfluide (C) ou d'hélium

diphase (A) et (C). Cette circulation peut être interne au bobinage comme pour les câbles-en-conduit et alors le refroidissement est direct ou externe à l'aide d'un système échangeur de chaleur et le refroidissement est indirect.

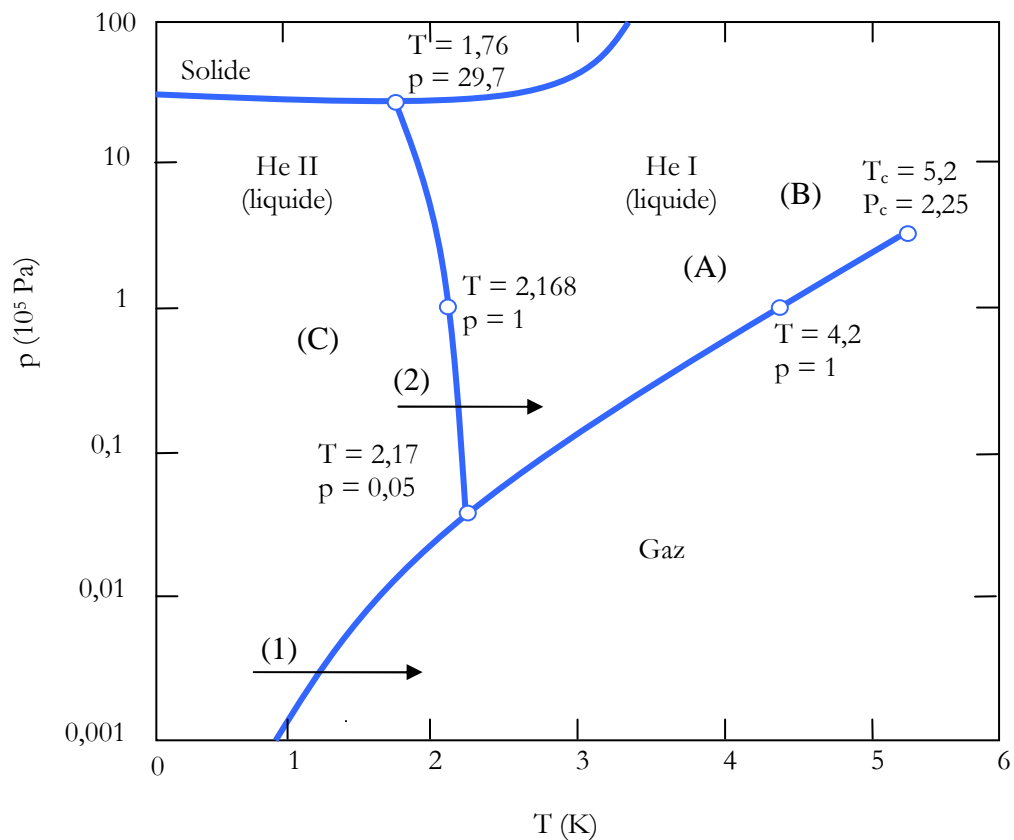


Figure I.1 Diagramme des phases de l'hélium ( $^4\text{He}$ ) (Arp 1993).

Les aimants supraconducteurs peuvent être classés en deux groupes. Il existe deux types de bobinages du point de vue des transferts de chaleur. Les bobinages dits "secs" sont des bobinages imperméables à l'hélium alors que les bobinages dits "mouillés" sont perméables à l'hélium. Pour le premier type, la conduction à travers les câbles supraconducteurs et les isolations est le seul type de transfert thermique interne au bobinage. L'étude thermique se limite à l'étude de la conduction dans le bobinage et des transferts thermiques surfaciques entre le réfrigérant et le bobinage. En revanche pour les bobinages dits "mouillés", l'hélium est en contact avec les isolants des câbles et le câble. C'est cette dernière solution qui est la plus séduisante pour des raisons de stabilité thermique car elle présente de meilleures caractéristiques de refroidissement; le liquide mouillant possédant une grande réserve enthalpique. Son étude est plus délicate dans la mesure où elle met en jeu des transferts conductifs à travers les câbles et les isolants mais aussi des transferts de chaleur en hélium à travers le bobinage que la géométrie complique.

Les configurations les plus utilisées pour le refroidissement des grandes machines supraconductrices sont le refroidissement en bain d'hélium normal (He I) pressurisé stagnant à la pression atmosphérique et en hélium superfluide (He II) pressurisé ainsi que le refroidissement par circulation d'hélium normal saturé ou supercritique. On se propose de présenter brièvement leurs avantages et quelques propriétés thermiques.

### 1.2.2. Bain d'He I saturé à la pression atmosphérique

L'utilisation de l'hélium normal saturé à la pression atmosphérique en bain combine les avantages de la stabilité de température, des bonnes caractéristiques de transfert thermique en régime d'ébullition nucléée (Figure I.2), l'isothermie de l'hélium saturé ainsi qu'une mise en œuvre simple. Mais la répartition non uniforme du flux de chaleur sur des surfaces d'échange réduites, comme l'on trouve dans les bobinages supraconducteurs, peut créer des zones de vapeur provoquant un refroidissement non uniforme pouvant être à l'origine de création de zones normales localisées dans le bobinage. Différentes solutions ont été apportées pour accroître les capacités de refroidissement et de stabilité. Pour éliminer toute présence de poches de gaz stagnantes dans un bobinage et améliorer les coefficients d'échange thermique, un mouvement par convection naturelle initié par des chauffages locaux peut être créé à l'aide de cheminées ou autre thermosiphon (Jones 1978). D'autres auteurs ont travaillé sur les surfaces d'échange en essayant d'en augmenter la rugosité (Butler 1970) et (Nishi 1981). On note aussi que les coefficients d'échange thermique sont nettement réduits dans des espaces de faibles dimensions (Nishi 1983) et (Wilson 1983). Néanmoins, le désavantage majeur évident de ce mode de refroidissement subsiste; la température d'utilisation (4,2 K) reste insuffisante pour atteindre des champs magnétiques élevés avec le NbTi (c'est-à-dire supérieur à 10 T).

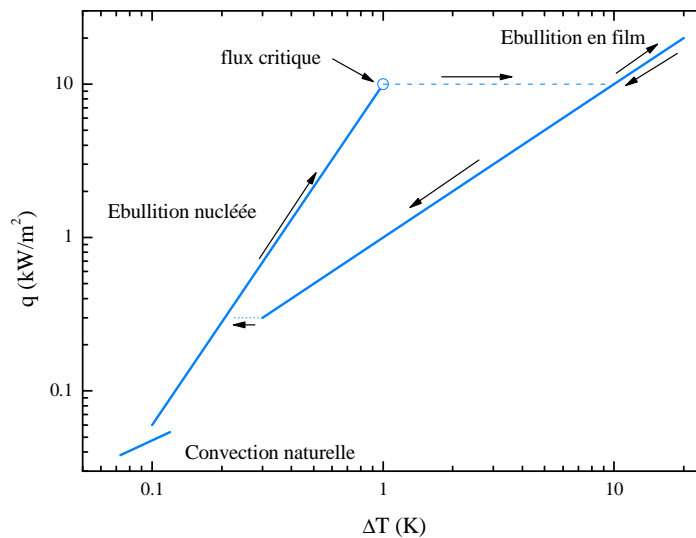


Figure I.2 Transfert thermique entre une paroi et un bain d'hélium normal saturé à 4,2 K (Schmidt 1981).

Les transferts thermiques en hélium normal saturé à la pression atmosphérique sont principalement contrôlés par la convection naturelle et largement influencés par la présence du gaz sous ses diverses formes. Le transfert thermique par conduction n'a qu'une très faible importance sur l'ensemble du mécanisme thermique ( $k=1,87 \cdot 10^{-2} \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) (Arp 1993). Il existe trois types de régime thermique qui sont, en fonction du flux de chaleur croissant, le régime de convection naturelle pure, le régime d'ébullition nucléée où le nombre et la taille des bulles de gaz sont déterminants dans les valeurs des coefficients d'échange et le régime d'ébullition en film. Une courbe typique de transfert thermique est présentée sur la figure I.2. Dans les régimes de fonctionnement des aimants supraconducteurs il apparaît que le régime d'ébullition nucléée est le régime qui possède le plus d'avantage tant sur le point thermique (meilleur coefficient d'échange) que sur le point stabilité (pas de présence de film de gaz en surface).

### 1.2.3. Écoulement d'He I saturé

Le premier avantage de ce mode de refroidissement est l'isothermie du fluide sur l'ensemble du circuit de refroidissement. Il permet un gain de place et de masse par rapport au refroidissement en bain d'hélium ainsi qu'une réduction de la quantité d'hélium dans le système. Ce dernier point est un avantage certain lors d'un éventuel quench du bobinage. Par contre la présence locale de gaz dans l'écoulement pourrait provoquer des instabilités dynamiques qui peuvent être à l'origine de point chaud. Cet inconvénient majeur pour des écoulements eau-vapeur par exemple, l'est moins avec l'hélium. On peut noter en effet que les masses volumiques des phases liquides et gazeuses de l'hélium sont voisines ( $\rho_l/\rho_v \approx 7$  à 4,2 K), ce qui rend les écoulements diphasiques d'hélium beaucoup plus homogènes et donc plus stables que les écoulements eau-vapeur ou eau-air. La mise en œuvre est plus complexe que le refroidissement en bain et nécessite une installation supplémentaire de mise en écoulement du fluide.

Il faut ajouter que le mode d'échange des deux phases est différent. Par exemple, les échanges thermiques de la phase gazeuse sont dominés par la convection alors que le liquide échange la chaleur par ébullition nucléée. Les travaux réalisés en convection forcée par Mahé et Neuvéglise ont permis cependant de montrer que, pour l'hélium, le pouvoir réfrigérant reste élevé même avec des titres massiques de vapeur de 98 % et, surtout, que la paroi chauffante et mouillée joue un rôle primordial dans la réfrigération (Mahé 1991), (Neuvéglise 1995). On peut noter comme valeur caractéristique de densité de flux de chaleur maximale (passage de l'ébullition nucléée à l'ébullition en film) en écoulement d'He I saturé de  $10^4 \text{ Wm}^{-2}$  dans un tube en inox de 10 mm de diamètre pour un débit de  $6 \cdot 10^{-2} \text{ kgs}^{-1}$  et un écart de température de 1 K pour un titre initial de 0 (Mahé 1991). Un autre type d'écoulement est utilisé, l'écoulement en circulation naturelle diphasique, permettant de mettre le fluide en mouvement sans système de pressurisation. La stabilité de l'écoulement est grande et les coefficients de transferts de chaleur sont importants ; environ  $5000 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$  pour un débit de 10 g/s dans un tube de 10 mm de diamètre (Benkheira 2007).

### 1.2.4. Hélium superfluide stagnant

L'association NbTi-He I ne permet pas de réaliser des champs magnétiques supérieurs à 5 ou 6 T avec la marge de stabilité indispensable. L'utilisation de l'He II apporte à la fois un gain en marge de température supérieur à 2 K et, également, les propriétés thermiques exceptionnelles de ce fluide. Il peut être utilisé sous deux phases différentes : *saturée ou pressurisée*.

L'He II sous sa phase saturée se présente à pression réduite ( $T=1,8 \text{ K}$ ,  $p=1,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ ), ce qui induit de nombreuses contraintes qui affecte à la fois la mise en œuvre pratique et la puissance de refroidissement. Son utilisation nécessite une réfrigération en continue difficile à réaliser et un grand volume à faible pression ( $p < 5 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ ) qui induit des risques de fuite. De plus, des flux de chaleur élevés peuvent provoquer un changement de phase de l'hélium directement vers la phase gazeuse dont les caractéristiques thermiques sont nettement inférieures à celles de la phase liquide illustré par le trajet ① sur la figure I.1. Les densités de flux de chaleur maximales évacuables par l'He II saturé sont fixées par l'apparition de cette transition He II-gaz qui intervient lorsque le fluide en contact est à sa température de saturation. Ici  $p=p_0+\rho g\Delta h$  où  $\Delta h$  représente la hauteur d'immersion de la surface d'échange. Il faut donc prévoir un remplissage permanent sous pression réduite pour maintenir  $\Delta h$  constant et une



marge en température de  $\Delta T = \int_{p_0}^{p_0 + \rho g \Delta h} \frac{\partial T}{\partial p} dp$ . Ce gain supplémentaire de marge en température est souvent pris en compte dans la conception de l'aimant.

L'He II pressurisé est maintenant préféré parce qu'une grande excursion en température provoquerait un changement de phase vers la phase He I (le trajet ② sur la figure I.1) où les caractéristiques thermiques sont nettement inférieures à celle de l'He II mais supérieure à celle de la phase gazeuse que l'on rencontrerait si l'on utilisait de l'He II saturé. L'autre principale raison est que la mise en œuvre pratique du système de refroidissement en bain d'He II est nettement plus simple que pour l'He II saturé. Il faut enfin noter que l'He II a une grande réserve enthalpique ce qui permet d'avoir une marge en température plus grande et de rester en He II notamment lors d'évènements transitoires.

La technique de mise en œuvre de l'He II pressurisé la plus utilisée, le double bain, emploie un bain d'hélium d'He I bouillant, servant de réservoir, séparé par une plaque isolante du bain d'He II refroidi par une source externe froide. Le désavantage majeur de ce mode de refroidissement est qu'il accroît le coût et le nombre des équipements par rapport à l'utilisation de l'He II en phase saturée, mais présente moins de contraintes d'utilisation. On peut aussi noter qu'il y a un  $\Delta T$  supplémentaire au passage de l'échangeur He II saturé – He II pressurisé.

C'est pour ces raisons que l'utilisation de l'hélium superfluide pressurisé, développé par le CEA pour le Tokamak TORE SUPRA (Claudet 1974), (BonMardion 1978), est maintenant largement répandue pour refroidir les systèmes supraconducteurs de grandes tailles (Van Sciver 1992). On peut citer en plus du LHC comme exemples les projets de stockage d'énergie SMES (Hilal 1975) ou un aimant hybride de 45 teslas (Van Sciver 1993). Le transfert de chaleur entre un solide et l'He II est régi par deux phénomènes qui sont les propriétés du fluide et la discontinuité de température qui apparaît en surface du solide due à la résistance de Kapitza.

Comme pour l'hélium saturé on définit une densité de flux maximale lorsque la température de la source chaude atteint la température  $T_\lambda$  marquant la fin du contact solide-phase superfluide. La figure I.3 présente la densité de flux de chaleur maximale transportée par He II à la pression atmosphérique pour un canal de longueur unitaire.

En fait le transfert de chaleur entre une paroi solide et l'He II apporte également une résistance thermique que l'on peut présenter sous la forme d'un coefficient d'échange. Les études ont montré que ce coefficient d'échange dit de Kapitza est une fonction de la température mais aussi de nombreux paramètres comme le solide lui-même et son état de surface. La valeur de ce coefficient d'échange se situe entre 1 et 50  $\text{kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$  pour les différents métaux à 1,9 K (Snyder 1970). Pour comparaison, le coefficient d'échange de l'isolant le plus utilisé pour les câbles supraconducteurs d'accélérateur, le Kapton®, à la même température est d'environ 0,7  $\text{kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$  (Baudouy 2003). La résistance de Kapitza est généralement le facteur limitant le transfert de chaleur en He II.

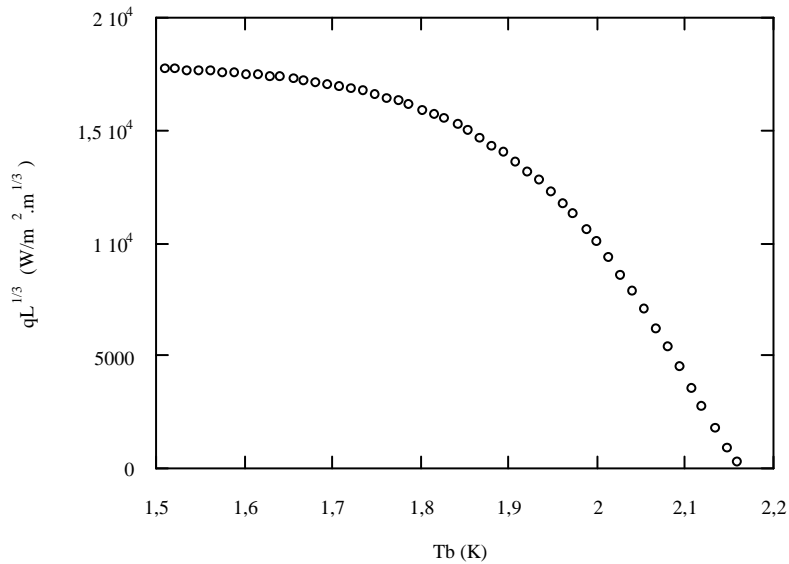


Figure I.3 Densité de flux maximale en He II pressurisé (L représente la longueur du canal).

### 1.3. Les supraconducteurs

#### 1.3.1. Généralités

La supraconductivité est un phénomène physique remarquable dont la principale caractéristique est de rendre les matériaux parfaitement conducteurs de l'électricité en dessous d'une certaine température critique. La température critique est la température à laquelle le matériau voit sa résistivité électrique tomber au dessous de toute valeur mesurable. Sa découverte est attribuée en 1911 à Heike Kammerlingh-Onnes lors de ses travaux sur la résistivité des métaux à très basses températures. D'abord, il s'est intéressé à la liquéfaction de l'hélium et fut le premier en 1908 à produire l'hélium liquide à 4,2 K. Par la suite, un de ses étudiants réalisa des mesures de résistivité sur un barreau de mercure. Il remarqua qu'en dessous d'une certaine température appelée température critique  $T_c$ , la résistivité du mercure s'annulait. Après avoir répété l'expérience méticuleusement un grand nombre de fois, Kammerlingh-Onnes en déduisit que le mercure passait dans un nouvel état qu'il qualifia d'état supraconducteur du fait de ses propriétés de transport de courant électrique. Cette découverte lui valut en 1913 le prix Nobel de physique.

Ce n'est qu'à la fin des années 1950 que l'arrivée de nouveaux matériaux supraconducteurs a mis à profit ce phénomène pour des applications industrielles notamment la production de champs magnétiques intenses (Wilson 1986). Les plus utilisés sont des alliages à base de niobium. Le premier est le  $Nb_3Sn$ , un composé intermétallique de niobium et d'étain, dont la température critique est d'environ 18 K à 0 T. Le deuxième est le NbTi, un alliage métallique de niobium et de titane dont la température critique est de l'ordre de 9 K à 0 T.

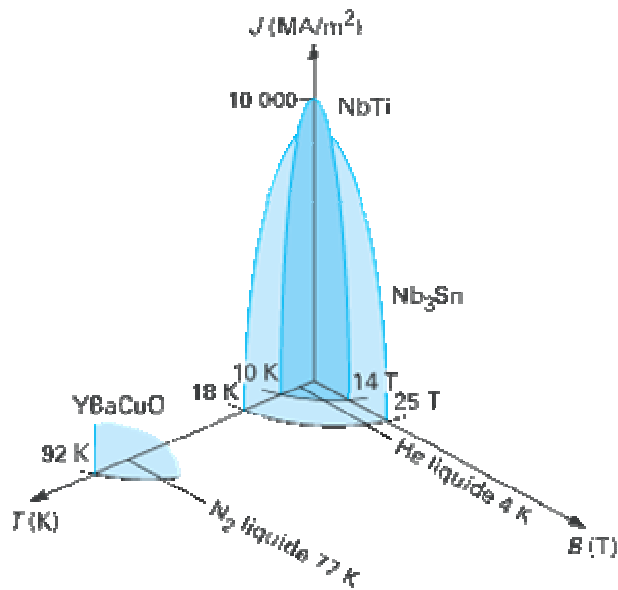


Figure I.4 Surface critique de différents matériaux supraconducteurs (Technique de l'ingénieur).

L'état supraconducteur dépend, en plus de la limite en température, de deux paramètres critiques qui sont la densité de courant électrique et le champ magnétique. En effet, il est atteint lorsque la température du supraconducteur, la densité du courant électrique le traversant et le champ magnétique dans lequel il se trouve, sont inférieurs à des valeurs critiques  $T_c$ ,  $J_c$  et  $B_c$  respectivement. Pour chaque matériau, on définit alors une aire appelée surface critique délimitée par  $T_c$ ,  $B_c$  et  $J_c$  et sous laquelle l'état supraconducteur règne (Wilson 1986) (figure I.4). En dehors de cette région, le supraconducteur est dit en état normal ou résistif. Le passage d'un supraconducteur de son état supraconducteur à son état normal est appelé « transition ».

### 1.3.2. Les matériaux supraconducteurs

Deux matériaux supraconducteurs sont souvent utilisés dans la réalisation des câbles supraconducteurs, le NbTi, un alliage de niobium et de titane et le Nb<sub>3</sub>Sn, un composé intermétallique polycristallin de niobium et d'étain.

- Le NbTi

Il est facile à mettre en œuvre technologiquement et convient pour la production des inductions magnétiques inférieures à 10 T. Ses paramètres critiques  $T_c$  et  $B_{c2}$  sont fonction de la composition de l'alliage. Le plus couramment utilisé possède une température critique à 0 T d'environ 9 K et une induction critique  $B_{c2}$  à 0 K d'environ 14,5 T. Quant à la densité de courant critique  $J_c$ , elle dépend fortement de la microstructure de l'alliage. En effet, pour un supraconducteur de type II dans un état mixte, le champ magnétique pénètre sous forme de vortex. Ils sont organisés en réseau hexagonal (figure I.5). Si une densité de courant électrique parcourt le supraconducteur, ce réseau est soumis à des forces de Laplace et donc à des déplacements. Ces déplacements produisent une dissipation d'énergie qui peut faire transiter le supraconducteur. Pour s'affranchir de ce phénomène, une autre force doit compenser les forces de Laplace et empêcher ainsi le déplacement du réseau. Cette force est appelée « force d'ancrage » et est obtenue par les irrégularités du matériau comme les frontières des grains du supraconducteur ou les précipités formés lors du traitement thermique.

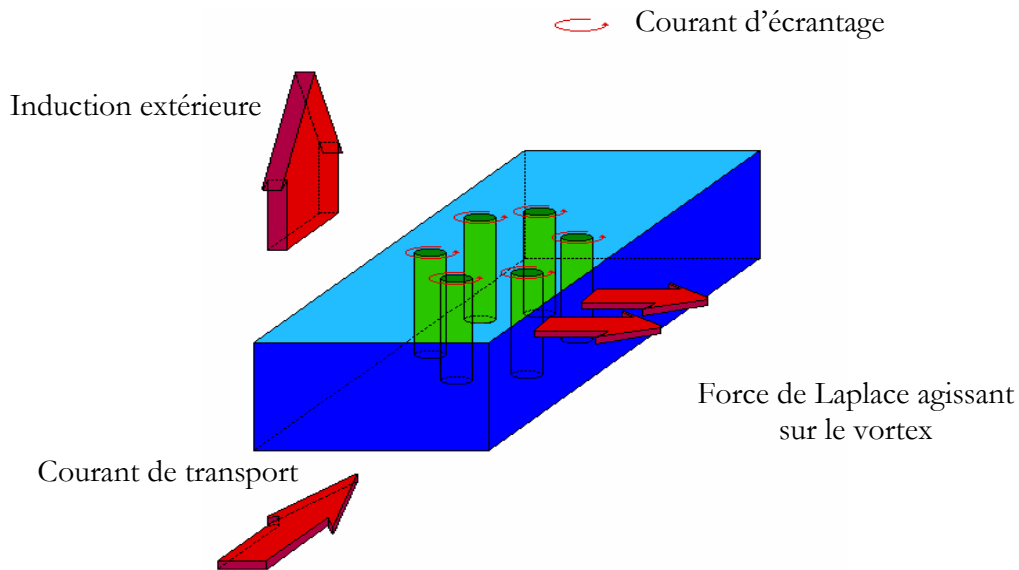


Figure I.5 Pénétration des vortex dans un supraconducteur.

Dans le cas du NbTi, des traitements thermiques de l'alliage permettent d'obtenir des précipités, tels que la phase  $\alpha$  riche en titane, favorisant l'ancrage des vortex. Les traitements thermiques peuvent être optimisés afin que la répartition et la taille de la phase  $\alpha$  coïncident avec le réseau de vortex à une température et une induction magnétique de fonctionnement données. La densité de courant critique sera ainsi d'autant plus grande que les vortex seront solidement ancrés.

- Le Nb<sub>3</sub>Sn

Ce matériau est fabriqué à partir de précurseurs généralement du bronze d'étain et du niobium et subit ensuite un traitement thermique à une température voisine de 700 °C pendant environ 250 heures permettant aux précurseurs de réagir pour former le Nb<sub>3</sub>Sn. Les paramètres critiques du Nb<sub>3</sub>Sn dépendent, outre de sa teneur en étain, de la déformation mécanique (Wilson 1996). En effet, le Nb<sub>3</sub>Sn communément utilisé possède une température critique  $T_c$  à 0 T et zéro déformation de 18 K et une induction critique  $B_{c2}$  à 0 K et zéro déformation de 28 T. Les sources d'ancrage des vortex sont les joints des grains. Pour accroître la densité de courant critique, le Nb<sub>3</sub>Sn est souvent traité afin d'obtenir une structure la plus fine et la plus homogène possible.

L'inconvénient majeur du Nb<sub>3</sub>Sn est qu'il est fragile et cassant. Cela le rend plus difficile que le NbTi à mettre en œuvre et limite son utilisation. Quoiqu'il en soit, le Nb<sub>3</sub>Sn est un supraconducteur adapté à la génération d'induction magnétique supérieure à 12 T. Les courbes critiques de la figure I.6 montrent ainsi que le Nb<sub>3</sub>Sn permet de générer des valeurs d'induction bien supérieures à celles du NbTi. C'est la raison pour laquelle le matériau actuellement envisagé pour la nouvelle génération d'aimants à champs magnétiques intenses est le Nb<sub>3</sub>Sn.

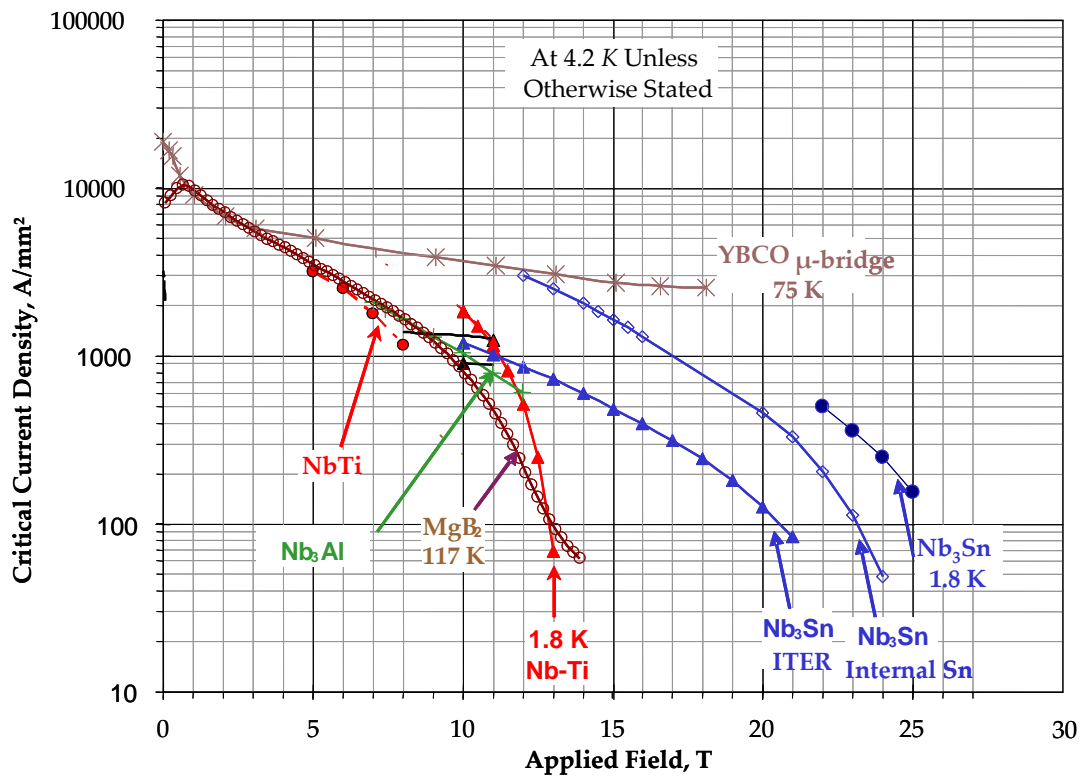


Figure I.6 Caractéristiques critiques des matériaux supraconducteurs.

### 1.3.3. Les câbles supraconducteurs

La plupart des aimants supraconducteurs d'accélérateurs sont bobinés à partir de câbles multibrins de type **Rutherford** comme illustré figure I.7.a (Royet 1987). La structure générique de ce câble est représentée sur la figure I.7. Il est composé d'une dizaine de brins, eux même constitués d'une multitude de filaments supraconducteurs en NbTi ou en Nb<sub>3</sub>Sn. Le filament est de forme cylindrique et son diamètre moyen est de l'ordre de quelques dizaines de microns. Durant son processus d'élaboration et pour des considérations électromagnétiques, le brin est soumis à une torsade suivant la direction longitudinale. En général, les filaments supraconducteurs sont des matériaux mauvais conducteurs de courant et de la chaleur à l'état normal. Pour réduire les dissipations de chaleur engendrées par effet Joule, ces derniers sont noyés dans une matrice d'un métal de faible résistivité appelé stabilisant. Le plus souvent, il s'agit de cuivre ou d'aluminium très purs.

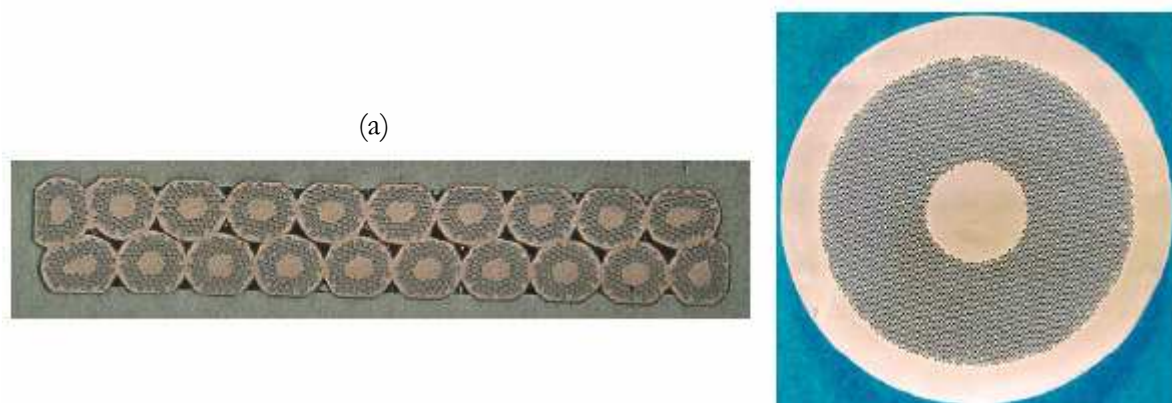


Figure I.7 (a) Section d'un câble de type Rutherford et (b) coupe d'un brin en NbTi.

- Caractéristiques du câble de type Rutherford

Le câble de Rutherford est caractérisé principalement par son taux de remplissage  $\tau_R$  appelé aussi taux de compaction. C'est le rapport entre la section équivalente des brins non déformés et la surface qui contient le câble (Schwitters 1992). Pour un câble de section rectangulaire, il est donné par :

$$\tau_R = \frac{N_b \pi D_b^2}{4w_c e_c} \quad (1.1)$$

où  $N_b$  est le nombre de brins dans le câble,  $D_b$  le diamètre du brin,  $w_c$  la largeur moyenne du câble et  $e_c$  son épaisseur moyenne.

Notons que le taux de remplissage doit être suffisamment élevé pour garantir une bonne stabilité mécanique du câble tout en laissant suffisamment de « vide » pour permettre un bon refroidissement en hélium dans le cas de bobinages mouillés ou une bonne pénétration de la résine dans le cas des bobinages secs imprégnées de résine époxyde.

- Variantes de câbles de type Rutherford

On distingue deux autres variantes de câbles de type Rutherford : les câbles sur-stabilisés et les câbles en conduits.

#### *Câbles sur-stabilisés*

Pour les aimants à fort champ magnétique et à longue constante de temps de décharge du courant, la matrice de métal normal incluse dans les brins du câble peut s'avérer insuffisante pour éviter un échauffement excessif lors d'une transition. Si besoin est, la stabilisation des brins peut être complétée par l'addition d'un grand volume de métal normal de faible résistivité autour du câble lui-même. Cette addition est appelée « sur-stabilisation ».

Les conducteurs sur-stabilisés sont principalement utilisés dans la réalisation des grands systèmes d'aimants pour les détecteurs destinés aux expériences de physique des hautes énergies comme CMS et Atlas auprès du LHC. Dans ces systèmes, les aimants doivent être aussi transparents que possible aux particules étudiées, et le matériau le plus approprié comme sur-stabilisant est l'aluminium. Ce choix offre également l'avantage de réduire le poids du conducteur, puisque l'aluminium a une densité de  $2768 \text{ Kg/m}^3$  alors que celle du cuivre est trois fois plus grande ( $8960 \text{ Kg/m}^3$ ).

#### *Câbles en conduits*

Le conducteur de type Câble-en-Conduit (« Cable In Conduit Conductor » ou CICC) est la solution adaptée à la réalisation des bobines supraconductrices qui sont le siège d'importantes dissipations de puissance ou soumises à des dépôts de chaleur intempestifs. C'est le cas des aimants des machines de fusion contrôlée par confinement magnétique comme ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) ou W7X (Wendelstein 7-X). Ils sont constitués d'un câble torsadé à plusieurs étages insérés dans un conduit métallique où l'on réalise une circulation forcée d'hélium (Hoenig 1975).

Les avantages principaux d'un tel câble sont :

- un refroidissement direct à l'hélium et donc une bonne stabilité vis-à-vis des perturbations thermiques (Bottura 1998),
- le conduit métallique est utilisé pour reprendre une partie des efforts de Laplace,
- un CIC peut être conçu de manière à transporter des courants très élevés (plusieurs dizaines de kA), permettant de réduire l'inductance des bobines et de faciliter le fonctionnement en régime pulsé.

En revanche, il présente certains inconvénients qui sont:

- les difficultés de fabrication, car il faut éviter les échauffements lors de la mise en place du conduit, mais, ici, il faut de plus assurer l'étanchéité à l'hélium du conduit et des connexions (Schneider 1994),
- il faut pouvoir contrôler le taux de vide et/ou les pertes de charge le long du conducteur,
- l'alimentation en hélium des bobines nécessite un circuit hydraulique relativement sophistiqué,
- la réalisation des connexions électriques nécessite le développement de techniques particulières (Ciazynski 1996)

## **2. Les isolations des câbles d'aimants supraconducteurs d'accélérateur**

Les isolations des câbles supraconducteurs dans les aimants d'accélérateur doivent toujours répondre à des exigences à la fois électriques, mécaniques et thermiques. Les exigences principales étant jusqu'alors électriques et mécaniques pour répondre aux conditions de fonctionnement et de fabrication de l'aimant, on arrive maintenant, pour répondre à une optimisation d'utilisation des propriétés supraconductrices des câbles, à intégrer au développement de ces isolations des études sur leurs propriétés thermiques.

### **2.1. Description des isolations**

#### **2.1.1. Introduction**

Elle est constituée de deux couches. La *première* couche correspond toujours aux besoins de l'isolation électrique des câbles. L'isolation doit bien entendu répondre, en plus des caractéristiques d'isolation électrique, à des critères mécaniques propres à la fabrication des bobinages ou à l'enrubannage de l'isolant autour du câble. La *seconde* couche sert de protection mécanique à la première couche et de liant mécanique pour l'ensemble du bobinage lors de sa manipulation et plus particulièrement lors de son introduction dans l'aimant. Le bobinage supraconducteur comporte de nombreuses déformations anguleuses, notamment dans les têtes de bobinage. Cette seconde couche permet alors de protéger la première couche.

#### **2.1.2. Première couche**

La première caractéristique demandée à l'isolation de première couche est d'avoir de bonne performance d'isolation électrique c'est-à-dire une forte tension électrique de claquage (100 Volt). Elle ne doit pas présenter de propriétés adhésives afin d'épouser au mieux le câble lors de l'enrubannage.

Le Kapton® est le matériau utilisé actuellement; c'est un corps organique de la famille des polyimides. Il sera donc soumis à des dégradations de propriétés au cours du temps. Sa bonne rigidité diélectrique, sa résistance aux radiations et sa souplesse d'utilisation en font le matériau le plus utilisé pour l'isolation électrique dans les aimants d'accélérateur. Il est aussi possible d'utiliser des Kapton® "tramés". Ils se présentent comme les bandes de Kapton® classiques auxquelles on ajoute un tissu de fibre de verre. Ce tissu est collé sur le ruban. Ceci a pour effet d'augmenter le volume de réfrigérant "extérieur" entre cette première couche et le câble. On utilise des épaisseurs typiques de ruban de 25 µm à 50 µm.

### 2.1.3. Seconde couche

La seconde couche doit posséder des caractéristiques adhésives: c'est elle qui joue le rôle de liant mécanique du bobinage. Ce rôle est imposé par la construction et par l'utilisation. Lors de la fabrication du bobinage et jusqu'à la mise dans l'aimant les différentes couches du bobinage (composées de plusieurs couches de câble) doivent être solidaires. Elle limite les mouvements des câbles entre eux sous l'effet des forces électromagnétiques intenses lors du fonctionnement et permet aussi la manipulation des différents pôles lors de la construction de l'aimant

On utilise maintenant des secondes couches réalisées en Kapton® adhésif. Ces rubans de Kapton® sont recouverts d'un film polyimide adhésif qui leur confère les propriétés de collage comme pour les fibres de verre pré-imprégnées. Ces différents films possèdent une couche adhésive supplémentaire de 5 µm qui leur permet d'être utilisés comme seconde couche. Ce type de Kapton® a été développé spécialement pour des applications cryogéniques. Ils sont enrichis en poudre d'alumine (RCI) afin d'augmenter la conductivité thermique.

On note qu'ils sont aussi enrubannés avec un espace pour augmenter la perméabilité globale à l'hélium du bobinage. En effet, cette seconde couche sert aussi à créer des "espaces" pour former des canaux où l'hélium est présent.

Le collage de l'ensemble est obtenu par cycle thermique: 180°C pendant 10 minutes sous une pression de 70 MPa.

### 2.1.4. Isolation typique

L'isolation typique présentée ici est l'état de l'art pour les isolations des câbles supraconducteurs en Nb-Ti développée pour les aimants du LHC. Elle est constituée de rubans de polyimide arrangés en couches hélicoïdales enroulés autour du câble.

La première couche, la couche intérieure, a pour fonction d'isoler électriquement le câble de la couche adjacente. La tension de claquage qui survient dans le cas d'un quench est de l'ordre de 100 V et le courant peut alors traverser l'isolation dans le cas de matériel défectueux ou circuler le long de la surface de l'isolation. Afin de réduire ce risque, la première couche est composée de deux rubans de Kapton® recouvert l'un et l'autre à 50 %.

La seconde couche, la couche extérieure, a pour fonction de protéger la première couche pendant les opérations de bobinage, d'assemblage et aussi pendant le fonctionnement de l'aimant. Elle doit aussi fournir une bonne cohésion dans les têtes de bobine et créer de l'espace pour que l'hélium atteigne la première couche. La seconde couche consiste alors en un simple ruban de Kapton® avec, sur la surface externe, une fine couche de polyimide



adhésive qui est activée par un traitement thermique. La seconde couche est ainsi enrubannée autour du câble avec un espacement de 2 mm dans la direction opposée à la première couche comme cela est explicite sur la figure I.8.

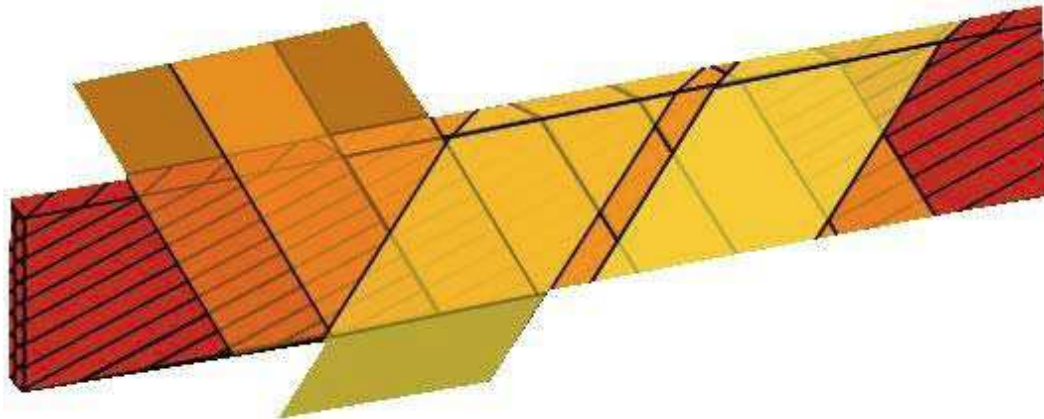


Figure I.8 Isolation retenue pour les aimants du LHC (La China 2008).

## 2.2. Propriétés des isolations

### 2.2.1. Fabrication d'un bobinage supraconducteur

L'isolation dans un premier temps est bobinée autour du câble, ce qui provoque, dans les rubans de Kapton® ou de fibre de verre, des contraintes mécaniques élevées. Les paramètres dimensionnels et mécaniques des câbles sont déterminants dans le choix des propriétés des matériaux de l'isolation. En effet on conçoit que les dimensions de courbure des câbles soient un paramètre important. La grande dimension d'un câble, notamment sa hauteur, semble induire de fortes contraintes (Baudouy (a) 1996).

Le câble et son isolation sont ensuite bobinés suivant la forme désirée. Les dipôles doivent fournir des champs magnétiques transverses sur de grandes distances, la longueur des dipôles du LHC est de 13 m. Leur forme simple en théorie comporte des topologies complexes en pratique, notamment aux extrémités et aux raccordements des différentes spires (Figure I.9). Lors du bobinage le câble supraconducteur et son isolation doivent supporter des contraintes mécaniques élevées de cisaillement et de traction notamment dans les têtes de bobinage où les rayons de courbure sont faibles. Une bonne résistance à l'abrasion est nécessaire compte tenu des nombreux frottements entre couches (Baudouy (a) 1996).

Le bobinage ainsi réalisé est polymérisé, c'est-à-dire qu'il subit un cycle en température (450 K) et en pression (65 MPa), afin d'obtenir les dimensions voulues, c'est la garantie d'une distribution spatiale en champ magnétique maîtrisée, et de solidariser l'ensemble des câbles entre eux. Pendant la polymérisation, les matériaux sont sollicités mécaniquement en compression. Ils doivent aussi posséder une bonne résistance thermique; actuellement la température de polymérisation pour les câbles du LHC est de 160 °C.

Le bobinage ainsi traité est inséré dans sa structure mécanique qui lui servira de protection contre les contraintes créées par les forces de Laplace. Lors de l'assemblage du bobinage dans l'aimant, il subit des pressions importantes d'environ 80 MPa (parfois de 100 MPa).

Lors de l'utilisation de l'aimant, les matériaux doivent posséder une bonne résistance aux radiations et l'isolation doit posséder une bonne perméabilité à l'hélium superfluide. Leur stabilité structurelle dans le temps est aussi importante. Ces matériaux sont organiques et sont

donc sujets à des dégradations temporelles.

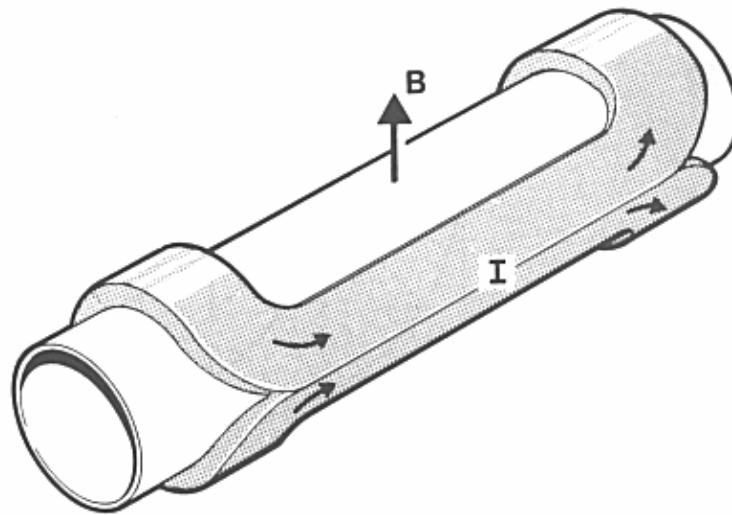


Figure I.9 Représentation schématique de la forme d'un bobinage de dipôle (Wilson 1986).

### 2.2.2. Qualités

Les isolations doivent posséder différentes qualités souvent contradictoires pour répondre aux exigences de fabrication du bobinage et de l'aimant, mais aussi pour répondre aux conditions d'utilisation. Les principaux critères sont énumérés dans le tableau I.1.

Tableau I.1. Qualités requises pour les isolations de câbles type "Rutherford"

	Bobinage (300 K)	Polymérisation (500 K)	Assemblage et Stockage (300 K)	Utilisation (2 K)
Résistance de traction	×			
Résistance de cisaillement	×			
Résistance en compression		×	×	×
Résistance à l'abrasion	×			
Résistance aux radiations				×
Propriété diélectrique				×
Perméabilité au réfrigérant				×
Adhésion		×		
Vieillessement			×	×

### 2.2.3. Conductivité thermique du Kapton®

La conductivité thermique du Kapton® de type HN a été mesurée au CEA Irfu SACM pour des températures comprises entre 1,7 K et 2,1 K (Baudouy 2003). On note que ces valeurs sont obtenues avec une précision de  $\pm 20\%$ . La variation en fonction de la température obéit à la loi  $k(T)=[(2.28\pm 0.54)+(2.40\pm 0.32)\times T]\times 10^{-3} \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ . On retient comme valeur à 2 K  $7,1 \cdot 10^{-3} \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

## 2.3. Nouveau type d'isolation céramique

### 2.3.1. Vers un nouveau type d'isolation à base de céramique

A l'heure actuelle, le  $Nb_3Sn$  est le meilleur candidat pour la réalisation d'aimant supraconducteur à haut champ magnétique ( $>10$  T). Cependant son implémentation reste délicate parce que c'est un matériau très cassant après le traitement thermique nécessaire à l'activation du supraconducteur  $Nb_3Sn$ . En effet, les conducteurs en  $Nb_3Sn$  doivent subir un long traitement thermique ( $>100$  h) à une température voisine de  $700$  °C avec une circulation de gaz inerte pour éviter l'oxydation du cuivre qui joue le rôle de stabilisateur.

En pratique, pour la plupart des bobines d'aimant, le bobinage est réalisé avec le conducteur non réagi et on applique le traitement thermique à toute la bobine pour former le supraconducteur. Cette technique est appelée « wind and react ». Cependant, avec cette technique, l'isolation des câbles devient un élément important : elle doit être enrubannée autour du conducteur avant le bobinage et elle doit résister au traitement thermique.

L'isolation des câbles est une des tâches les plus difficile dans la construction d'aimant en  $Nb_3Sn$  utilisant la technique de « wind and react » parce que l'isolation doit être enrubannée avant la formation de la bobine et elles sont traditionnellement de type organiques comme le Kapton® pour les supraconducteurs en NbTi. Le problème avec ce type d'isolation est qu'elle ne résiste pas au traitement thermique de  $700$  °C nécessaire à la formation du  $Nb_3Sn$ .

Lorsque l'on utilise les isolations conventionnelles pour le  $Nb_3Sn$ , le câble est enrubanné avec de la fibre de verre avant le bobinage et le traitement thermique. Après le traitement thermique, la bobine qui est très fragile est transférée dans un moule où l'on fait une imprégnation sous vide avec de la résine époxy. La résine époxy améliore la tension de claquage et confère à la bobine une forme rigide mais la phase d'imprégnation sous vide augmente le risque de défaut et est très coûteuse.

### 2.3.2. Isolation de câble innovatrice en céramique

Afin d'éviter la phase d'imprégnation sous vide qui est une opération très délicate, un nouveau type d'isolation est développé (Puigsegur 2004). Avant l'enrubannage, un ruban de fibre de verre est imprégné avec une solution céramique qui lui confère une certaine flexibilité et solidité pour permettre l'enrubannage du conducteur et le bobinage comme pour les isolations classiques. La principale différence par rapport aux autres techniques est que, pendant le traitement thermique nécessaire à la formation du  $Nb_3Sn$ , la bobine est transformée en un corps rigide et la position des câbles ainsi qu'une bonne isolation électrique sont conservés.

La technique de « wind and react » nécessite que les isolations électriques doivent être capables de résister à des températures de l'ordre de  $700$  °C pendant le traitement thermique nécessaire à la formation du  $Nb_3Sn$  et doivent donner une bonne cohésion mécanique à la bobine pour sa manipulation lors de l'assemblage des différents pôles pour construire le bobinage. Cela est nécessaire pour faciliter l'assemblage de l'aimant et aussi pour assurer un bon positionnement du conducteur pendant le fonctionnement de l'aimant de façon à résister aux forces de Laplace. Les isolations en céramique ont la capacité de résister aux températures et de former une bobine solide après le traitement thermique. Le principe du procédé d'isolation qui a été développé est basé sur le principe des isolations conventionnelles.

Il n'y a aucun changement dans la synthèse et la configuration du supraconducteur dont les différentes étapes de la manufacture au bobinage sont clairement distinctes afin de faciliter l'implémentation.

La solution céramique est un mélange d'argile et de frite de verre en suspension dans une solution aqueuse. Aucun liant organique n'est utilisé et un procédé de mélange de la solution est appliqué pendant 12 heures afin d'obtenir une solution homogène. Après cela, les propriétés rhéologiques de la solution sont caractérisées.

L'ajustement de la viscosité permet de contrôler l'épaisseur du précurseur céramique sur la fibre de verre ainsi que la qualité de l'imprégnation du ruban.

Le ruban est imprégné en utilisant un système d'imprégnation où la fibre de verre est tout d'abord trempée dans la solution céramique et ensuite chauffée dans un tube et enfin enroulée de manière à être prête à l'utilisation.

De la même manière que pour les isolations classiques, le tissu pré imprégné est enrubanné autour du conducteur qui n'a pas encore subit le traitement thermique. Les propriétés plastiques de l'argile rendent possible la courbure du câble sans détérioration de la couche d'isolant comme cela est explicite figure I.10. Une fois le bobinage terminé, il est alors possible de faire subir le traitement thermique à la bobine pour la formation du  $Nb_3Sn$ . Pendant cette phase, la dissolution des particules de verre donne une rigidité mécanique à la bobine en assurant une certaine cohésion entre les spires (Puigsegur 2004).



Figure I.10. Tests de bobinage avec un câble  $Nb_3Sn$  non réagit enrubanné avec un ruban d'imprégnation (Puigsegur 2004).

### **3. La thermique d'un aimant supraconducteur d'accélérateur refroidi par hélium superfluide**

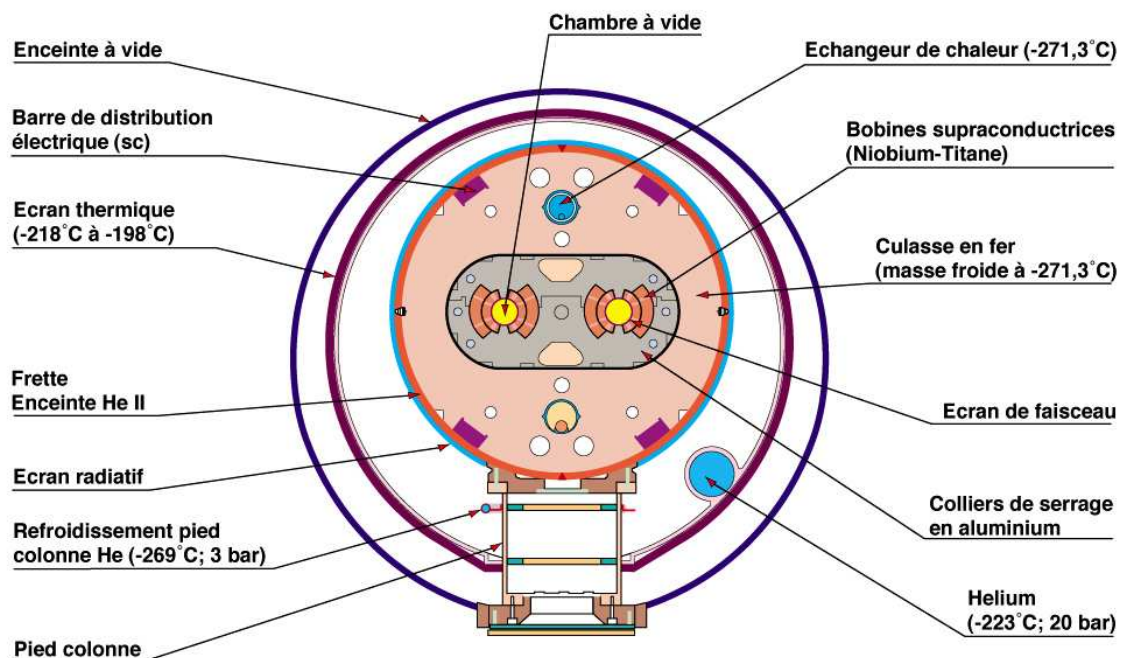
#### **3.1. Configuration thermique**

En régime thermique permanent, le champ de température du bobinage est atteint et il est fonction des pertes continues de faisceau et de la chaîne de résistances thermiques séparant le

bobinage de la source froide (échangeur de chaleur en He II saturé à 1,8 K). Ces différentes résistances thermiques ont été identifiées et elles s'énumèrent : la résistance thermique de Kapitza entre le câble et l'hélium interne si l'isolation est perméable à l'hélium, la résistance thermique de l'isolation des câbles supraconducteurs, la résistance de Kapitza entre l'isolation des câbles et l'hélium externe et la résistance thermique créée par les différents canaux d'hélium qui connectent la source froide et l'hélium entourant le bobinage. On dissocie les canaux d'hélium créés par l'espace entre le bobinage et la chambre à vide, par l'espace entre les colliers laminés amagnétiques en aluminium (20  $\mu\text{m}$ ) et l'espace entre les culasses magnétiques (fer) comme indiqué sur la figure I.11.

Un calcul numérique reprenant les configurations géométriques et mécaniques d'une section de bobinage ainsi que la distribution de puissance dans les deux couches du bobinage pour un flux de  $10^7$  protons  $\text{s}^{-1}$ , montre que la résistance thermique principale est celle créée par l'isolation des câbles supraconducteurs. En considérant qu'elle est étanche à l'hélium, ce calcul montre que cette résistance thermique est environ 500 fois plus grande que la résistance thermique de Kapitza et 1500 fois plus grande que celle créée par les différents canaux d'hélium (Burnod 1994).

Le câble exposé à une puissance de  $10^4 \text{ W m}^{-3}$  voit sa température augmenter de 2,3 K; ce qui est nettement supérieur à la marge en température ( $\Delta T=1,4 \text{ K}$ ). Il est entendu que ce cas ne représente pas la configuration thermique d'une isolation perméable à l'He II, mais il est intéressant à deux points de vue. L'isolation électrique sans hélium est l'élément de la chaîne de refroidissement qui présente la résistance thermique la plus élevée. L'isolation électrique (Isolant et He II) est donc l'élément de la chaîne de refroidissement sur lequel les études doivent être menées.



CERN AC - HE107

Figure I.11 Représentation schématique des chemins d'évacuation dans les dipôles du LHC.

En effet, la dimension des espaces offerts à l'hélium est telle que l'He II ne pourra modifier la résistance thermique globale précédente, par contre les premiers résultats expérimentaux, modélisant une section de bobinage supraconducteur dans les configurations géométriques, mécaniques et thermiques des dipôles du LHC ont montré que l'He II joue un rôle prépondérant dans le refroidissement et qu'il est présent dans l'isolation (Meuris 1999), (Baudouy 2000). Ils révèlent qu'une réduction de l'écart de température pour un flux de chaleur donné d'un facteur 5 au moins est obtenue lorsque les câbles sont refroidis par hélium superfluide (1,9 K) au lieu d'être refroidis par hélium bouillant à 4,2 K.

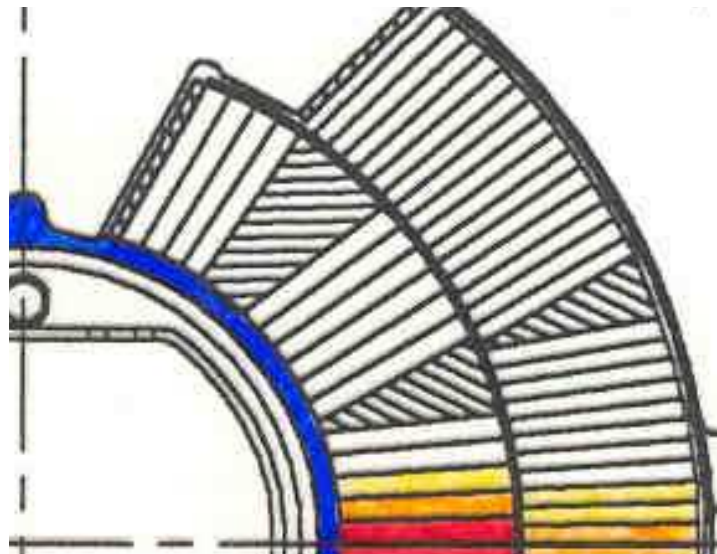


Figure I.12 Densité de chaleur dans un bobinage de dipôle du LHC.

Il est donc indispensable de connaître le transfert de chaleur à travers les isolations des câbles supraconducteurs, c'est-à-dire la structure géométrique perméable à l'hélium et les caractéristiques thermiques intrinsèques de tels matériaux "composites".

Le bobinage du dipôle est composé de deux couches de câbles supraconducteurs. Les pertes de faisceau créent une dissipation de chaleur dans les deux couches à la fois. On note que le refroidissement est dissymétrique. La source de refroidissement est située du côté de la chambre à vide comme indiquée sur la figure I.12. La chaleur dissipée dans la seconde couche du bobinage doit être évacuée vers la source froide à travers l'isolation de la première couche. C'est un des aspects dont on tiendra compte lors de la définition d'une isolation performante: elle doit avoir une résistance thermique intrinsèque faible (perte de faisceau) et elle doit être capable de transférer la chaleur provenant de la seconde couche du bobinage.

### 3.2. Transferts de chaleur dans les isolations électriques

D'un point de vue des transferts thermiques, la plus grande différence concernant les isolations pour le Nb-Ti et pour le Nb<sub>3</sub>Sn est la phase d'imprégnation avec de la résine époxy utilisée pour les supraconducteurs en Nb<sub>3</sub>Sn. Pour les bobines imprégnées sous vide, la présence de la résine empêche tout contact direct entre l'hélium et les brins supraconducteurs alors que les isolations des bobines non imprégnées est perméable à l'hélium (Baudouy (a) 1996), (Meuris 1999), (La China 2008).

- Isolations perméables à l'hélium pour les supraconducteurs en Nb-Ti

Pour le cas des supraconducteurs en Nb-Ti, la perméabilité des isolations permet à l'hélium de pénétrer et remplir les petits volumes entre les brins formant ainsi un bain interne. Ce bain est connecté au bain externe via un réseau de micro canaux à travers les couches d'isolation. La chaleur provenant des brins et allant vers le bain externe peut alors suivre deux chemins différents. Le premier est formé par les canaux d'hélium, on parle dans ce cas de conduction équivalente en superfluide ; l'autre chemin est la conduction dans les solides à travers les isolations. Baudouy a montré qu'un modèle alliant la conduction solide dans l'isolation et le transfert de chaleur en He II permet de modéliser avec une justesse de 10% les transferts de chaleur dans ce type d'isolation (Baudouy 2000). Sur la figure I.13 est représenté les deux chemins parallèles en terme de résistance thermique équivalente. Une telle schématisation est utilisée pour modéliser les transferts de chaleur à travers les isolations pour les câbles supraconducteurs en Nb-Ti en considérant les hypothèses suivantes : (i) les transferts de chaleur longitudinaux sont négligeables ; (ii) la chaleur est évacuée à travers la petite face du câble ; (iii) le réseau de canaux peut être traité comme un simple canal avec une section équivalente ; (iv) les bains internes et externes sont isothermes ; (v) les deux chemins parallèles sont découplés ; (vi) la résistance thermique à l'interface brin/isolation est négligeable.

Grâce à la très grande conduction thermique équivalente de l'hélium superfluide, la conduction équivalente superfluide est caractérisée par une impédance thermique très faible. Cependant, le transport de chaleur à travers les canaux d'hélium superfluide est limité par la transition lambda (passage de l'He II à l'He I). Dans ce cas, la mauvaise conduction thermique de l'He I entraîne une réduction drastique des transferts de chaleur à travers les canaux qui sont considérés saturés.

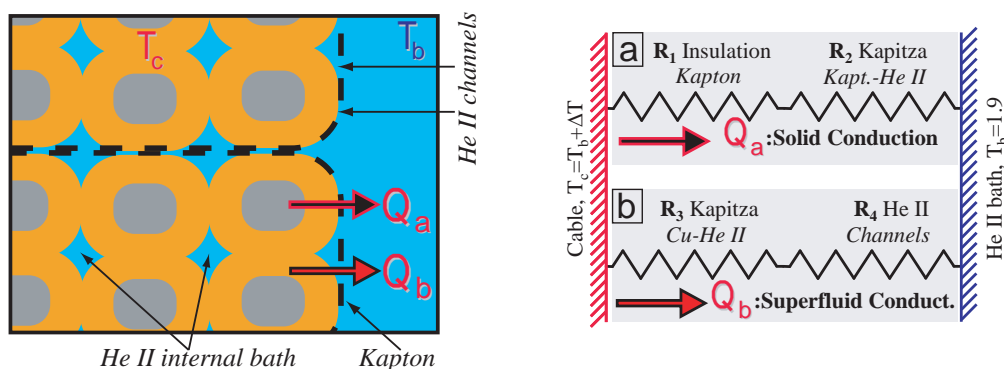


Figure I.13 Schématisation des transferts de chaleur à travers une isolation perméable à l'hélium (Baudouy 2000, La China 2008).

- Transfert de chaleur dans les câbles des bobines en Nb<sub>3</sub>Sn

Pour les bobines en Nb<sub>3</sub>Sn isolées par une imprégnation sous vide de résine époxy, le seul chemin possible pour les transferts thermiques est à travers les isolations. En terme de résistance thermique équivalente, cela peut être schématisé par la figure I.14. Les hypothèses utilisées sont les suivantes : (i) les transferts de chaleur longitudinaux sont négligeables ; (ii) la chaleur est évacuée à travers la petite face du câble ; (iii) la résistance thermique limite entre le brin et la résine époxy est négligeable ; (iv) les brins et le bain externe sont isothermes. De plus, dans une bobine imprégnée, les transferts de chaleur dépendent principalement de la conductivité thermique de l'ensemble fibre de verre/résine époxy.

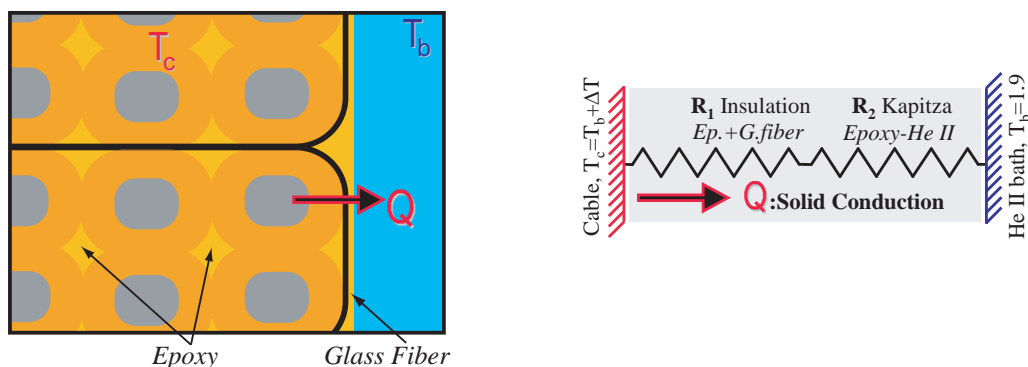


Figure I.14 Schématisation des transferts de chaleur à travers une isolation non perméable à l'hélium (La China 2008).

Il est à noter que dans le cadre du projet européen NED, des mesures de conductivité thermique et de résistance de Kapitza ont été réalisées pour ce type d'isolation. L'évolution de la conductivité en fonction de la température est  $[(25,8 \pm 2,8) \cdot T - (12,2 \pm 4,9)] \cdot 10^{-3} \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$  et celle de la résistance de Kapitza est de  $[(1462 \pm 345) \cdot T^{(1,86 \pm 0,41)}] \cdot 10^{-6} \text{ Km}^2 \text{ W}^{-1}$  sur une plage de température allant de 1,55 K à 2,05 K (Baudouy 2009).

### 3.3. La thermique dans les isolations céramiques

Pour les isolations poreuses en céramique, il est légitime de penser que l'He II pourra circuler à travers le réseau de pores et donc ces isolations seront perméables à l'He II. On se retrouve alors dans le cas décrit figure I.13 où il y a deux phénomènes de transport de la chaleur à savoir la conduction dans la matrice solide et le transport de chaleur entre le bain interne et le bain externe par le superfluide via le réseau de pores.

Dans le cadre du projet européen NED, des mesures de transfert de chaleur dans les isolations céramiques développées par le CEA à Saclay (Puigsegur 2004) ont été effectuées par (Baudouy 2007). Les isolations ont été testées enrubannées autour de pseudo câbles de type Rutherford afin de reproduire les conditions mécaniques d'un bobinage supraconducteurs. Un empilement de 5 pseudo câbles a été insérés dans un moules de compression. La pression de test était seulement de 10 MPa. Les résultats montrent qu'à flux identique, l'élévation de température pour les isolations céramiques est un ordre de grandeur inférieur à celle des isolations classiques de type Kapton comme le montre la figure I.15.

Il faut noter que ces résultats sont préliminaires et que d'autres tests sont prévus sous des contraintes mécaniques plus représentatives des contraintes retrouvées dans les aimants d'accélérateurs.



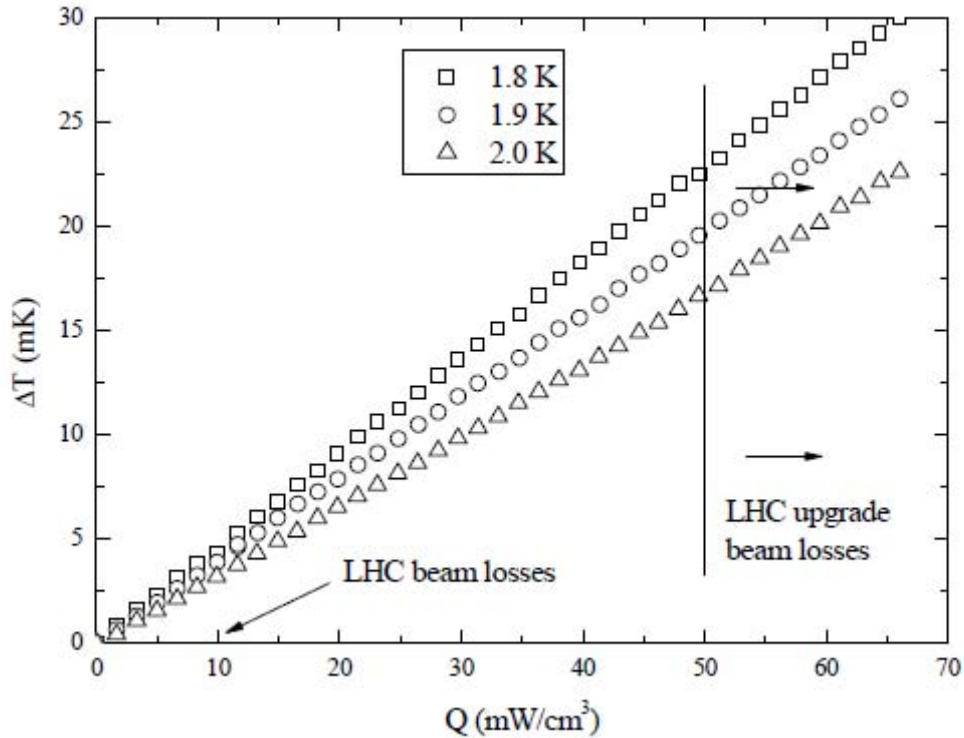


Figure I.15 Mesures de l'élévation de température pour un empilement de 5 pseudo câbles de type Rutherford isolés avec les nouvelles isolations céramiques et placé dans un moule sous une pression de 10 MPa (Baudouy 2007).

#### 4. Conclusion

Pour la future génération d'aimants supraconducteurs à hauts champs magnétiques refroidis avec de l'hélium superfluide (He II) comme les prochains aimants développés pour l'amélioration des performances du Large Hadron Collider (LHC), les ingénieurs prennent en considération l'utilisation de supraconducteurs en niobium-étain. Dans leur environnement, ces aimants supraconducteurs vont être soumis à des pertes thermiques bien plus importantes que celles des aimants actuels des accélérateurs de particules. Alors que la résistance thermique due aux isolations électriques des câbles supraconducteurs constitue la principale résistance thermique au refroidissement, un nouveau type d'isolation, à base de céramique poreuse, est considéré. Les premières mesures effectuées avec ce type d'isolation sont assez encourageantes car les résultats montrent que, pour un même flux de chaleur, la différence de température est inférieure d'un ordre de grandeur par rapport aux isolations classiques. Il reste maintenant à faire des tests avec les vraies contraintes mécaniques qui existent dans les aimants. Afin de comprendre la capacité de refroidissement et la stabilité thermique de ces aimants, il devient alors nécessaire d'étudier les transferts thermiques en He II et l'écoulement associé dans les milieux poreux. Dans ce but, il va falloir tout d'abord s'intéresser à la physique de l'hélium superfluide ce qui est l'objet du chapitre suivant. Ensuite, il faudra essayer d'appliquer cette physique aux milieux poreux.

**Chapitre II**  
**L'hélium superfluide**

# 1. Propriétés physiques de l'hélium liquide

## 1.1. Introduction

De tous les fluides cryogéniques, l'hélium présente un comportement proche de celui d'un fluide idéal, ceci étant dû en grande partie aux faibles valeurs de l'énergie d'interaction moléculaire. La plupart de la thermodynamique de l'hélium liquide peut être traitée de façon classique, mais des anomalies dans les propriétés physiques sont observables pour des températures inférieures à certaines valeurs critiques. Il est utile de rappeler brièvement quelques propriétés de l'hélium afin de mieux comprendre les modèles phénoménologiques permettant de décrire la thermodynamique de l'hélium.

## 1.2. L'hélium liquide, un fluide singulier

L'hélium liquide est un fluide qui possède des propriétés physiques étonnantes (Hébral 1995). Elles sont très différentes des autres fluides, cryogéniques ou non. Pour comparaison, le tableau II.1 reporte quelques propriétés physiques de l'hélium normal, de l'eau et de l'azote sous leur phase liquide à la pression atmosphérique.

Tableau II.1. Tableau comparatif des propriétés physiques à la saturation de l'He I, de l'azote liquide et de l'eau à la pression atmosphérique.

<i>Fluide</i>	<i>Masse volumique du liquide</i> ( $\text{kg/m}^3$ )	<i>Masse volumique du gaz</i> ( $\text{kg/m}^3$ )	<i>Viscosité dynamique du liquide</i> ( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ )
<i>Eau</i>	1000	0,6	$10^{-3}$
<i>Azote</i>	810	4,5	$160 \times 10^{-6}$
<i>Hélium</i>	125	17	$3,6 \times 10^{-6}$

<i>Fluide</i>	<i>Chaleur latente de vaporisation</i> ( $\text{J/kg}$ ) $\times 10^3$	<i>Chaleur spécifique du liquide</i> ( $\text{J/kg}\cdot\text{K}$ ) $\times 10^3$	<i>Tension superficielle</i> ( $\text{N/m}$ )
<i>Eau</i>	2250	4,212	$7,305 \times 10^{-1}$
<i>Azote</i>	200	2,03	$8,85 \times 10^{-3}$
<i>Hélium</i>	20	4,48	$8,877 \times 10^{-5}$

On peut noter que :

- l'hélium liquide est un fluide très peu dense par rapport à l'azote et encore plus par rapport à l'eau sous sa phase liquide alors qu'il est le plus dense sous la phase vapeur à pression atmosphérique car on est proche du point critique,
- l'hélium est un fluide très peu visqueux, et de plusieurs ordres de grandeur, par rapport à l'azote et l'eau,

- la chaleur latente de vaporisation de l'hélium est 10 fois plus petite que celle de l'azote et 100 fois plus petite que celle de l'eau alors que la chaleur spécifique du liquide est du même ordre de grandeur pour l'eau, l'azote et l'hélium à la pression atmosphérique,
- la tension superficielle de l'hélium est de 2 ordres de grandeur inférieure à celle de l'azote et de 4 ordres de grandeur inférieure à l'eau.

### 1.3. Diagramme de phase de l'hélium

Pour décrire l'ensemble des propriétés thermodynamiques de l'hélium, on peut se référer à son diagramme de phase présenté figure II.1 dans le plan p-T (Arp 1993). En plus des propriétés habituelles d'un fluide peu visqueux, certaines particularités sont à noter. L'hélium présente le point critique le plus bas avec  $p_c=0,223$  MPa et  $T_c=5,2$  K. L'hélium reste en phase saturée à la pression atmosphérique pour une température de 4,2 K (point d'ébullition normal) et si la pression de vapeur saturante diminue, il reste dans une phase saturée sans jamais atteindre la solidification même pour des températures proches du zéro absolu. Cette propriété est déterminante pour révéler la nature quantique de l'hélium. En effet, les énergies d'interaction moléculaire étant très faibles comparées aux énergies cinétiques, la cohésion des molécules d'hélium faisant apparaître un état solide n'est possible que si l'on exerce des pressions supérieures à 2,5 MPa. Ceci explique l'absence d'un point triple de première espèce. La particularité de l'hélium est que l'on retrouve sa phase liquide sous deux états. L'hélium normal ou He I est un fluide classique, au sens newtonien du terme, dont les caractéristiques de transport sont proches de celles d'un gaz.

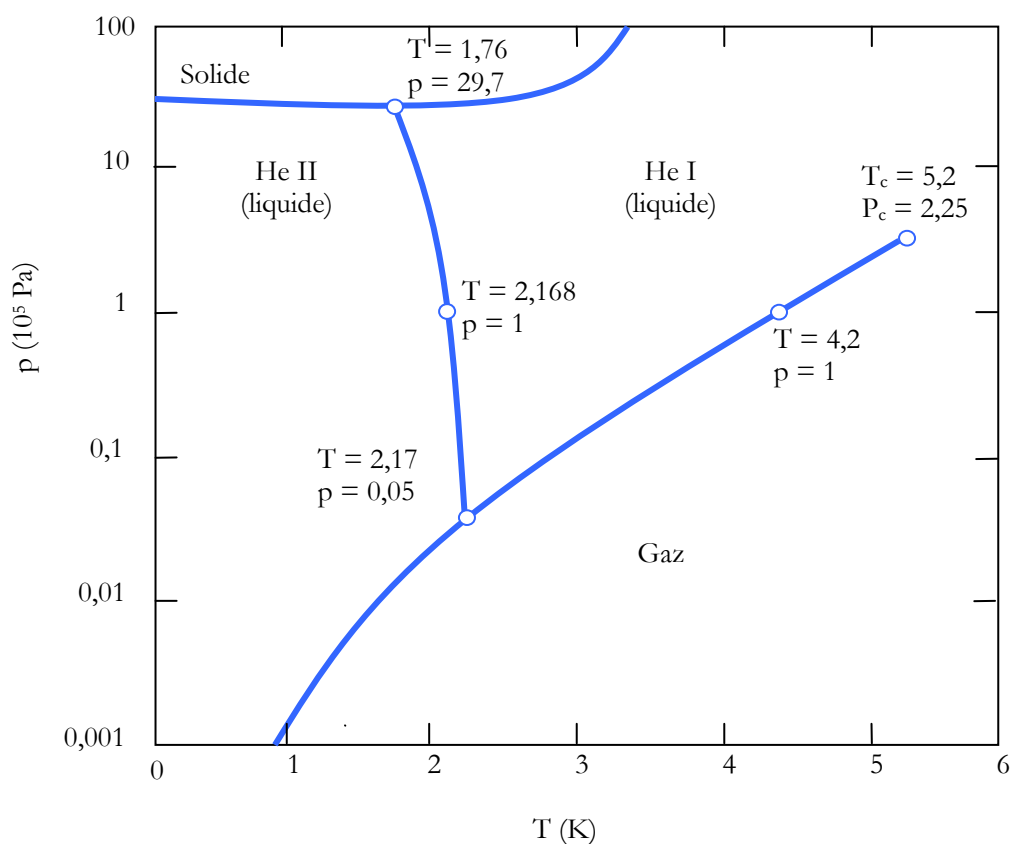


Figure II.1. Diagramme de phases de l'hélium (<sup>4</sup>He).

L'état "superfluide" ou He II qui présente des caractéristiques thermodynamiques remarquables comme la quasi-nullité de la viscosité ou la forte valeur de la conductivité thermique apparente qui peut être de plusieurs ordres de grandeur plus grande que celle des meilleurs conducteurs solides à ces températures. Les deux phases liquides sont séparées par la "ligne  $\lambda$ ". Cette désignation provient de l'allure de la courbe de la chaleur spécifique en fonction de la température. A la pression de vapeur saturante, les coordonnées du point de transition  $\lambda$  sont  $p_\lambda=0,005$  MPa et  $T_\lambda=2,172$  K. La température de transition diminue lorsque la pression augmente jusqu'à atteindre une valeur de 1,76 K environ pour  $p_\lambda=2,9$  MPa (Figure II.1).

#### 1.4. Propriétés thermodynamiques

Les courbes présentées sur les figures II.2, II.3, II.4 et II.5 ont été obtenues par la base de données HEPAK (HElium PAcKage) (Arp 1993).

##### 1.4.1. Masse volumique

La figure II.2 présente l'évolution de la masse volumique de l'hélium liquide en fonction de la température à la pression atmosphérique. En hélium normal ( $T > T_\lambda$ ), la masse volumique diminue avec l'augmentation de la température ce qui est le cas pour des fluides classiques. Cependant, en hélium superfluide ( $T < T_\lambda$ ), elle croit lorsque la température augmente jusqu'à atteindre un maximum à environ  $T_\lambda$ . A la pression atmosphérique, la valeur moyenne de la masse volumique en He II est de  $147 \text{ kg/m}^3$  approximativement, soit 16% plus grande que celle de l'He I,  $125 \text{ kg/m}^3$  à 4,2 K. L'He II est donc plus dense que l'He I.

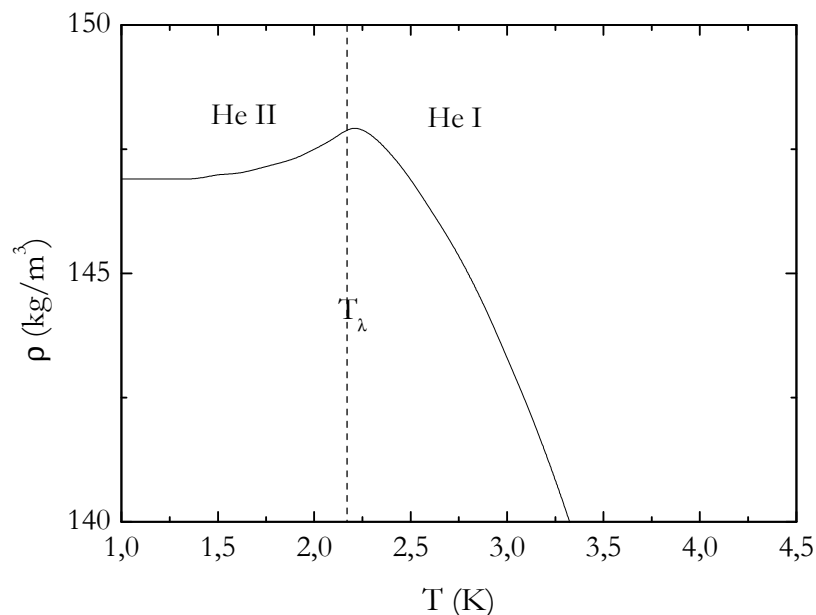


Figure II.2. Évolution de la masse volumique en fonction de la température à 0,1 MPa.

##### 1.4.2. Chaleur spécifique

L'évolution de la chaleur spécifique à pression constante  $C_p$  de l'hélium liquide en fonction de la température est présentée figure II.3.

Pour l'He I, elle varie entre 2300 J/kg.K à  $T \rightarrow T_\lambda$  et 5200 J/kg.K à  $T=4,2$  K.  
 Notons que pour un gaz parfait  $C_p$  est donné par l'expression suivante :

$$C_p = \frac{5}{2}R \quad (2.1)$$

avec  $R$  la constante des gaz parfaits qui est égale à 8,31 J/mol.K.

En appliquant ceci au cas de l'hélium qui a une masse molaire de 4 g/mol, on obtient un  $C_p$  de 5190 J/kg.K ce qui est une valeur proche du  $C_p$  de l'He I à 4,2 K. Ceci est attribué au fait que l'He I est un fluide assimilable à un gaz parfait en raison de son énergie d'interaction intermoléculaire faible.

En He II, pour des températures inférieures à 0,6 K, la dépendance en température est cubique alors que pour des températures entre 0,6 K et 1 K, elle s'apparente à une loi en  $T^{6,7}$ . Entre 1 K et  $T_\lambda$ ,  $C_p$  suit une loi en  $T^{5,6}$ . A la pression de vapeur saturante, la transition  $\lambda$  est une transition de seconde espèce sans chaleur latente de transformation entre He I et He II.

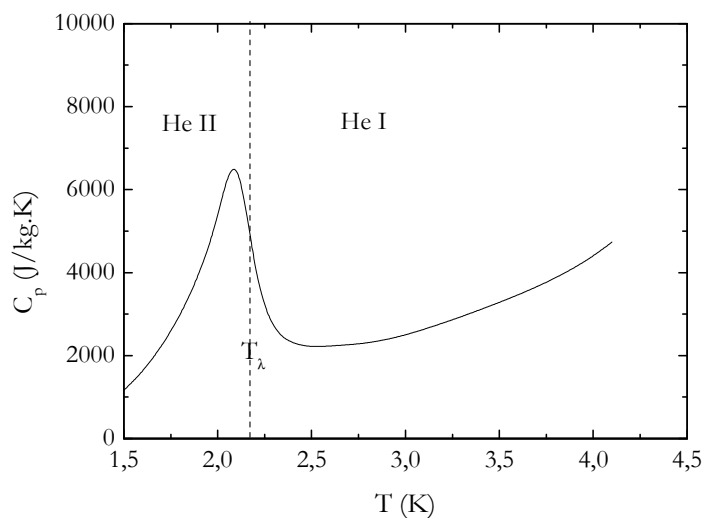


Figure II.3. Évolution de la chaleur spécifique à pression constante  $C_p$  en fonction de la température à 0,1 MPa.

### 1.4.3. Entropie

La variation d'entropie de l'hélium liquide est présentée figure II.4 en fonction de la température. Elle évolue suivant une loi cubique jusqu'à  $T_\lambda$  et suivant une loi linéaire au-dessus de  $T_\lambda$ .

L'entropie subit la même dépendance en température que la chaleur spécifique puisque  $S$  est reliée à  $C_p$  par l'intégrale  $S = \int \frac{C_p}{T} dT$ . On peut noter que l'on retrouve la transition de seconde espèce à  $T_\lambda$  où la courbe de l'entropie présente un changement de pente.

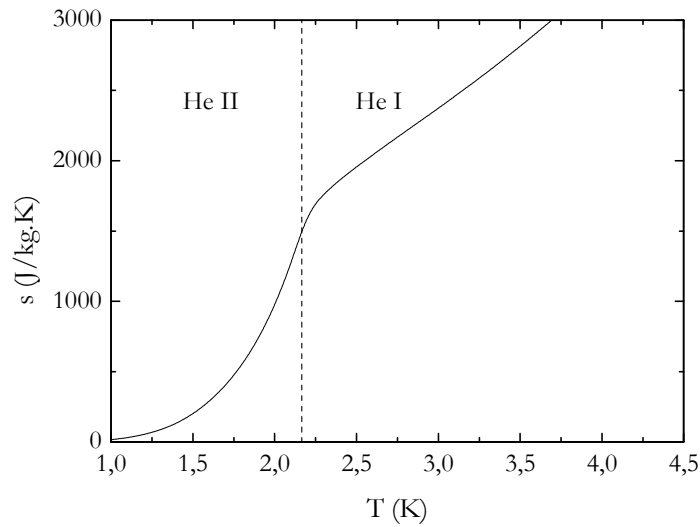


Figure II.4. Évolution de l'entropie en fonction de la température à 0,1 MPa.

#### 1.4.4. Viscosité dynamique

La figure II.5 montre l'évolution de la viscosité dynamique de l'hélium liquide avec la température.

En He I ( $T > T_\lambda$ ), la viscosité est du même ordre de grandeur que la phase gazeuse d'un fluide classique ( $3 \cdot 10^{-6}$  Pa.s).

En He II ( $T < T_\lambda$ ), la mesure de la viscosité peut être réalisée par deux méthodes. La première utilise un viscosimètre à perte de charge en régime laminaire à travers un microtube ( $d \approx 1 \mu\text{m}$ ). La deuxième est basée sur le principe d'amortissement des oscillations d'un disque en rotation. Pour un fluide classique, les résultats sont identiques par les deux méthodes alors que pour l'He II, des résultats différents ont été obtenus.

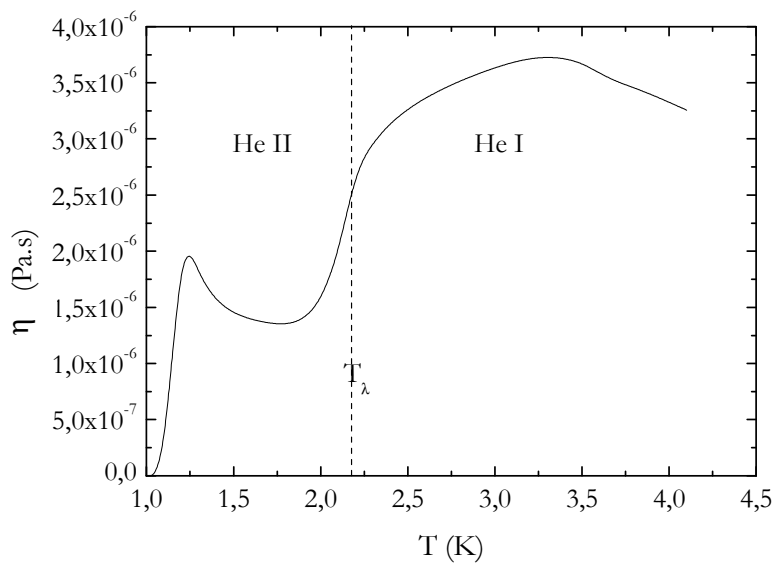


Figure II.5. Évolution de la viscosité dynamique en fonction de la température à 0,1 MPa.

Par la méthode de l'écoulement laminaire à faible vitesse, on obtient une viscosité nulle alors qu'avec la méthode utilisant un disque oscillant, la viscosité mesurée est de l'ordre de  $10^{-6}$  Pa.s. Elle évolue avec la température selon la figure II.5. Cette différence expérimentale est à l'origine du modèle à deux fluides où l'He II est supposé être composé d'un fluide dit normal visqueux dont l'expérience du disque oscillant mesure sa viscosité et d'un fluide dit superfluide possédant une viscosité nulle. Cette dernière est le résultat de l'expérience de l'écoulement à travers des canaux de faibles dimensions.

#### 1.4.5. Tension superficielle

La figure II.6 présente la variation de la tension superficielle  $\sigma$  avec la température pour l'hélium liquide à la pression atmosphérique. Elle montre que  $\sigma$  décroît lorsque la température croît. Pour l'He II, sa valeur passe de  $35 \cdot 10^{-5}$  N/m à 1 K à  $28 \cdot 10^{-5}$  N/m à  $T_\lambda$ . Pour l'He I,  $\sigma$  diminue rapidement avec la température jusqu'à s'annuler à la température critique  $T_{cr}$ . Pour des fluides classiques, la dépendance de  $\sigma$  en température s'écrit

$$\sigma(T) = \sigma_0 \left( 1 - \frac{T}{T_{cr}} \right) \quad (2.2)$$

avec  $\sigma_0 = 0,5308 \cdot 10^{-3}$  N/m.

L'équation (2.2) est représentée sur la figure II.6 en rouge. On voit bien qu'elle est en bon accord avec les valeurs de  $\sigma$  pour l'He I alors qu'elle s'écarte des valeurs de  $\sigma$  pour l'He II. Cet écart s'explique par le caractère quantique de l'He II qui ne peut pas être décrit par les lois classiques.

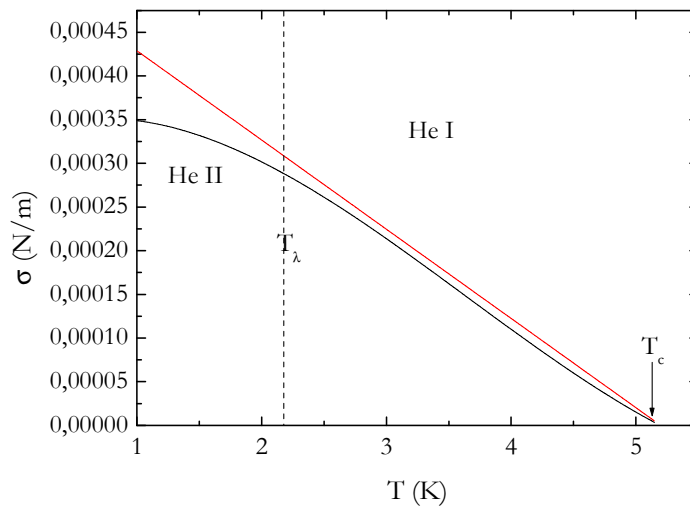


Figure II.6. Évolution de la tension superficielle en fonction de la température à 0,1 MPa.

## 2. Équations thermodynamiques de l'hélium superfluide

### 2.1. De l'hélium quantique à l'hélium superfluide

À  $T_\lambda$ , l'hélium liquide subit une transition de second ordre comme cela est explicite pour la chaleur spécifique. Lorsque la température est inférieure à 2 K, la longueur d'onde de De Broglie des atomes d'hélium, caractéristique de l'agitation thermique, est du même ordre de



grandeur que la distance interatomique ce qui implique que l'He II n'est pas un liquide classique mais un liquide avec des propriétés quantiques. D'un autre côté on note que l'He<sup>4</sup> est régi par la thermodynamique statistique de Bose-Einstein où plusieurs atomes peuvent posséder le même état d'énergie.

En mécanique classique, à 0 K, tous les atomes sont au niveau d'énergie le plus bas et leur potentiel énergétique doit être minimum. A cette température, tous les corps doivent se solidifier et former une structure réticulaire. L'hélium liquide est un système où les effets quantiques apparaissent avant que le liquide ne se soit solidifié, cela étant due aux faibles interactions entre les atomes d'hélium.

En 1941, Landau introduit une théorie d'excitation pour l'hélium superfluide qui explique le comportement de certaines propriétés comme la chaleur spécifique (Landau 1941). Cette théorie d'excitation est basée sur des analogies. En considérant l'hydrodynamique classique d'un liquide idéal, il a été montré que si, à un certain moment, le mouvement du fluide est potentiel ( $\nabla \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$ ) dans tout le volume de liquide considéré, il sera potentiel tout le reste du temps (théorème de Lagrange). Ceci trouve son analogie en hydrodynamique quantique. De plus, par analogie avec le moment angulaire en mécanique quantique, il ne peut pas exister d'état dans lequel  $\nabla \times \mathbf{v}$  serait non nul mais plutôt arbitrairement petit dans tout le volume de liquide. Autrement dit, il existe une transition non continue entre l'écoulement potentiel ( $\nabla \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$ ) et l'écoulement tourbillonnaire  $\nabla \times \mathbf{v} \neq \mathbf{0}$  d'un liquide quantique. De ceci on déduit le spectre d'énergie ; tout d'abord il existe un écart entre l'écoulement potentiel et l'écoulement tourbillonnaire qui se traduit par un intervalle énergétique fini entre le plus faible niveau énergétique de l'écoulement tourbillonnaire et celui de l'écoulement potentiel. Le spectre énergétique est donc la superposition de deux spectres continus : l'un correspondant à l'écoulement potentiel et l'autre à l'écoulement en vortex. Le plus faible niveau énergétique du spectre de vortex est situé au-dessus du plus faible niveau du spectre potentiel, ce dernier étant l'état normal non excité du liquide. On appelle  $\Delta$  la différence entre ces deux niveaux énergétiques.

A partir de la masse d'un atome d'hélium  $m$ , de sa densité  $\rho$  et de  $\hbar$ , on peut déduire un nombre ayant la dimension d'une énergie et on a un ordre de grandeur de  $\Delta$  :

$$\Delta \sim \frac{m^5}{\rho^2 \hbar^2} \quad (2.3)$$

Considérons un niveau excité pas trop élevé par rapport au début du spectre. Tous les états faiblement excités peuvent être vu comme un agrégat d'un nombre de simples « excitations élémentaires ». On note  $\varepsilon$  l'énergie d'une excitation élémentaire en hélium liquide comme une fonction de son moment cinétique  $p$ . En ce qui concerne les niveaux excités du spectre correspondant à l'écoulement potentiel du liquide, les mouvements internes potentiels correspondent à des ondes longitudinales, c'est-à-dire des ondes sonores. Les excitations élémentaires correspondantes sont alors des phonons et leur énergie est proportionnelle à leur moment cinétique  $p$ , on a :

$$\varepsilon = cp \quad (2.4)$$

où  $c$  est la vitesse du son.

L'excitation des phonons seuls n'est pas suffisante pour expliquer la dépendance en température et les valeurs absolues de certaines quantités thermodynamiques comme la

chaleur spécifique. On considère alors un autre type d'excitations élémentaires appelé rotons correspondant au spectre d'énergie des vortex. Ces rotons ont un spectre d'énergie  $\varepsilon$  tel que :

$$\varepsilon = \Delta + \frac{(p - p_0)^2}{2\mu} \quad (2.5)$$

Si le nombre de rotons et de phonons (par unité de volume de liquide) n'est pas trop large, leur ensemble peut être vu comme un mélange de deux gaz idéaux (un gaz de phonons et un gaz de rotons). Le gaz de phonons obéit à la statistique de Bose ainsi que le gaz de rotons. En combinant ces deux mécanismes d'excitation en un spectre continu, on obtient la courbe de dispersion présentée figure II.7. Il existe d'autres types d'excitations mais elles ont un poids statistique trop petit pour avoir un rôle thermodynamiquement important ou notable. Globalement, lorsque la température est inférieure à une valeur critique, un tel gaz peut subir une condensation dite de Bose-Einstein où il voit un nombre d'atomes occupant l'état fondamental d'énergie grandir au fur et à mesure que la température décroît. On peut imaginer une condensation complète au zéro absolu où tous les atomes se retrouvent à l'état fondamental. On peut aussi imaginer qu'il ne reste plus aucun atome à l'état fondamental lorsque l'on atteint une certaine température. La condensation de Bose-Einstein est progressive ce qui signifie que, entre le zéro absolu et cette température, l'hélium est composé de particules à l'état fondamental que l'on appelle le condensat et de particules à l'état excité que l'on appelle excitations élémentaires ou quasi-particules. C'est sur ce concept que la thermodynamique de l'hélium superfluide est basée. Landau propose un modèle faisant le lien entre la mécanique quantique et la mécanique classique où l'hélium dans son état superfluide est décrit comme un fluide à deux composants: l'un nommé superfluide correspondant au condensat et l'autre nommé le fluide normal correspondant aux quasi-particules. On peut remarquer que comme  $C_v = (\partial E / \partial T)_v$  la composante superfluide n'apporte aucune contribution à la chaleur spécifique, ni d'ailleurs à l'entropie. C'est donc le fluide normal qui sera porteur d'entropie.

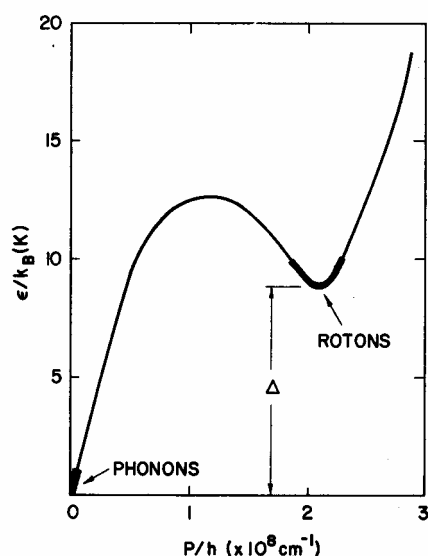


Figure II.7. Courbe de dispersion indiquant les excitations élémentaires de la théorie de Landau

## 2.2. Équations de base du modèle à deux fluides

D'après la théorie de Landau, l'hélium en dessous de la température  $T_\lambda$  est un mélange d'une composante normale, le fluide normal, possédant une masse volumique  $\rho_n$  et un champ de vitesse  $\mathbf{v}_n$  et d'une composante superfluide, le superfluide, ayant une masse volumique  $\rho_s$  et un champ de vitesse  $\mathbf{v}_s$ . La masse volumique de l'ensemble du fluide est représentée par  $\rho$  que l'on définit à partir des masses volumiques du fluide normal et du superfluide comme

$$\rho = \rho_n + \rho_s \quad (2.6)$$

Pour une température donnée il existe un rapport unique entre la quantité de fluide normal et la quantité de superfluide comme le montre la figure II.8.

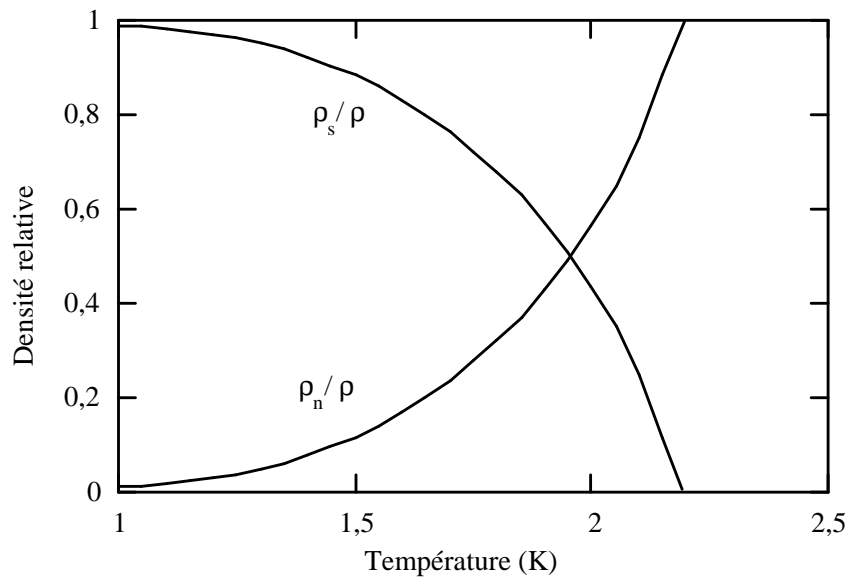


Figure II.8. Evolution des densités relatives  $\rho_s/\rho$  et  $\rho_n/\rho$  en fonction de la température.

Ces rapports présentent une forte dépendance en fonction de la température et il est possible d'écrire pour  $T < T_\lambda$

$$\rho_n/\rho \approx (T/T_\lambda)^{5,6} \quad (2.7)$$

On retrouve d'après ce graphe que le superfluide disparaît pour une température supérieure à la température  $T_\lambda$ . Pour décrire l'état thermodynamique de l'He II, il faudra nécessairement un nombre supérieur de variables indépendantes. Il existe non pas cinq variables indépendantes caractérisant le fluide, comme pour un fluide classique, mais huit variables indépendantes: deux variables thermodynamiques et deux champs de vitesse. Par rapport à un fluide normal, Landau a postulé que la vitesse de l'écoulement du superfluide  $\mathbf{v}_s$ , se présente comme une nouvelle variable pour l'ensemble du fluide, indépendante de la vitesse du centre de masse et qu'elle est irrotationnelle. C'est-à-dire qu'elle est soumise à la condition:

$$\nabla \times \mathbf{v}_s = \mathbf{0} \quad (2.8)$$

Ceci signifie que le champ de vitesse du superfluide dérive d'un potentiel  $\phi$  tel que

$$\mathbf{v}_s \propto \nabla\phi \quad (2.9)$$

Pour une température inférieure à  $T_\lambda$ , le liquide est plus ordonné car un grand nombre d'atomes occupe le même niveau d'énergie fondamental. Du point de vue de la mécanique quantique, la transition  $\lambda$  peut être considérée comme une transition ordre-désordre et l'on peut lui associer une fonction d'onde  $\psi$  qui joue le rôle de paramètre d'ordre. Il se trouve que ce paramètre d'ordre est un nombre complexe. Il décrit l'état d'énergie fondamental. Son module correspond au nombre d'atomes occupant l'état d'énergie fondamental, il décrit en fait la densité superfluide

$$|\Psi|^2 = \rho_s e^{2i\phi} \quad (2.10)$$

En accord avec ce que Landau a postulé, ce formalisme dû à Onsager (Onsager 1948) et Feynman (Feynman 1955) montre que le champ de vitesse du superfluide est relié à la phase du paramètre d'ordre  $\phi$  et qu'il dérive d'un potentiel, défini par

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{m} \nabla\phi = \frac{h}{2\pi m} \nabla\phi \quad (2.11)$$

où  $h$  est la constante de Planck et  $m$  la masse de l'atome d'hélium.

Dans ce modèle, l'entropie est uniquement transportée par le fluide normal. On peut donc relier le flux d'entropie à la vitesse du fluide normal par

$$\mathbf{S} = \rho_s \mathbf{v}_n - k \frac{\nabla T}{T} \quad (2.12)$$

où  $s$  est l'entropie massique et  $k$  la conductivité thermique de l'hélium. Dans la plupart des cas, le terme conductif est négligeable devant le terme convectif et l'on peut définir un flux de chaleur convectif transporté par le fluide normal comme

$$\mathbf{q} = \rho_s T \mathbf{v}_n \quad (2.13)$$

La quantité de mouvement du fluide totale s'écrit simplement comme:

$$\rho \mathbf{v} = \rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s \quad (2.14)$$

où  $\mathbf{v}$  est la vitesse barycentrique de l'écoulement d'hélium. Le processus de transport particulier de la chaleur implique que tout flux de chaleur entraîne un mouvement du fluide normal. Ainsi toute émission de chaleur à une paroi solide au contact de l'He II est communiquée au fluide normal et sa mise en mouvement s'accompagne nécessairement de celle du superfluide si on considère un flux de masse nul telle que  $\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s = \mathbf{0}$  (contre-écoulement) et comme le montre la figure II.9.

## Contre écoulement

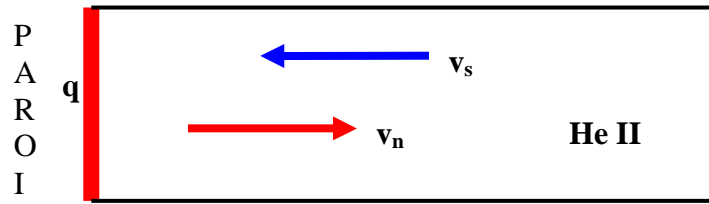


Figure II.9. Contre-écoulement des fluides en proximité d'une paroi.

Ce caractère convectif interne est à l'origine des propriétés remarquables du transport de chaleur dans l'He II. L'étude de la dynamique de l'He II revient à l'étude des transferts de chaleur puisque la chaleur est convectée par le fluide normal. Les régimes dynamiques des écoulements du superfluide et du fluide normal correspondent aux régimes thermiques de l'He II, d'où l'intérêt de la connaissance de la dynamique de l'He II.

### 2.3. Dynamiques de l'He II aux faibles vitesses : régime de Landau

Les équations dynamiques de l'He II sont présentées au premier ordre en champs de vitesse  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{v}_s$ . Ce choix est justifié par la faible importance qu'ont les termes de second ordre dans le transport de la chaleur. D'excellents traitements des effets des termes de second ordre ont été présentés dans les ouvrages de Khalatnikov, Donnelly et Putterman (Khalatnikov 1965), (Donnelly 1967), (Putterman 1974) Par contre pour des vitesses supérieures à certaines valeurs, on introduira des termes non linéaires en  $\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  permettant de modéliser la thermodynamique de ce que l'on appelle la turbulence superfluide.

Les équations présentées ci-dessous définissent le régime dit de Landau où le milieu superfluide ne contient aucun tourbillon à circulation quantifiée et constante. Dans ce cas les champs de vitesse des "deux fluides" sont faiblement dépendants via l'équation de conservation de la masse.

L'équation de conservation de la masse totale s'écrit

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.15)$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement de l'hélium s'écrit comme pour un fluide classique incompressible, en notant toutefois que seul le fluide normal est visqueux et que la force de viscosité est fonction de son champ de vitesse exclusivement, il vient alors:

$$\frac{d\rho \mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v}_n + \rho \mathbf{g} \quad (2.16)$$

où  $p$  représente la pression du fluide,  $\eta$  la viscosité du fluide normal seul à être le siège des effets dissipatifs. L'opérateur  $d/dt$  représente la dérivée particulaire.

Le problème central du comportement de ce mélange à deux fluides concerne l'équation

d'évolution du superfluide. L'hypothèse aux faibles vitesses est de considérer que l'écoulement du superfluide est un écoulement potentiel et il est possible de prouver que ce potentiel correspond au potentiel chimique (Khalatnikov 1965). Landau définit l'équation d'évolution du champ de vitesse du superfluide basée sur l'expression du gradient du potentiel chimique qui s'exprime dans les hypothèses considérées par:

$$\frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = -\nabla\mu = s\nabla T - \frac{1}{\rho}\nabla p \quad (2.17)$$

Lorsque le potentiel chimique est constant, l'équation (2.17) peut se réécrire

$$\nabla p = \rho s \nabla T \quad (2.18)$$

Cette équation est l'équation de London bien connu en hélium superfluide (Keller 1969).

D'après les équations précédentes (2.16) et (2.17) on peut déduire les équations d'évolution des deux champs de vitesses  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{v}_s$  comme étant:

$$\frac{d\rho_s \mathbf{v}_s}{dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s s \nabla T + \rho_s \mathbf{g} \quad (2.19)$$

et

$$\frac{d\rho_n \mathbf{v}_n}{dt} = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s s \nabla T + \eta \Delta \mathbf{v}_n + \rho_n \mathbf{g} \quad (2.20)$$

Une dernière équation est nécessaire afin de définir entièrement le système comme celle de la conservation de l'entropie en négligeant les effets dissipatifs. On a vu que seul le fluide normal transporte la chaleur; l'équation de conservation de l'entropie (sans interaction) peut alors s'exprimer par:

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_n) = 0 \quad (2.21)$$

## 2.4. Dynamique de l'He II en régime de turbulence superfluide

### 2.4.1. Introduction

Lorsque la vitesse  $\mathbf{v}_s$  est supérieure à une vitesse critique, il y a destruction locale de la superfluidité dans l'He II. On entend par destruction locale de la superfluidité la création de tourbillons dans l'écoulement du superfluide. D'après (2.11), la circulation de la vitesse du superfluide sur un contour fermé, ne pouvant pas être réduit à un point, est quantifiée puisque:

$$\oint \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{l} = \frac{h}{2\pi m} \oint \nabla \phi \cdot d\mathbf{l} = \frac{h}{2\pi m} \oint d\phi = \frac{nh}{m} \quad (2.22)$$

car  $\oint d\phi$  est la variation de la phase du paramètre d'ordre pour un tour complet le long du

contour. Elle reste donc inchangée à  $2\pi n$  près où  $h/m$  est le quantum de circulation. Si l'on considère ce contour comme étant un cercle de rayon  $r$  alors la circulation sur ce contour est égale à

$$\oint \mathbf{v}_s \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r v_s = \frac{nh}{m} \quad (2.23)$$

La nucléation et le développement de lignes et d'anneaux de tourbillon satisfaisant (2.23) reste encore un phénomène mal cerné malgré des travaux considérables depuis Vinen (Vinen (a) 1957). On peut retenir que, dans les milieux de dimension supérieure au micron, il existe une vitesse dite critique en deçà de laquelle les tourbillons sont à l'état de germes et sans influence. On parle d'un milieu superfluide (free vortex). Dans les milieux confinés (notre cas) ce développement est retardé par l'interaction avec la paroi et la vitesse critique peut augmenter fortement.

On note que la composante superfluide satisfait toujours le critère d'irrotationalité sauf en un nombre fini de points ou de lignes singulières que sont les "cœurs" de tourbillons. Ces cœurs de tourbillons sont non superfluides mais soit solides soit normaux. Le milieu superfluide est alors chargé de lignes étrangères qui peuvent être vues par la composante normale ; autrement dit une nouvelle interaction entre les deux composants prend naissance. La force équivalente dit de friction mutuelle doit être considérée dans les équations précédentes.

#### 2.4.2. Développement des lignes de tourbillons : modèle de Vinen

Le premier modèle phénoménologique de la turbulence superfluide a été proposé par Vinen où le réseau de tourbillons superfluides est relié aux variables thermodynamiques (Vinen (a) 1957). Ce modèle est fondé sur la détermination des forces s'exerçant sur le réseau de tourbillons. La croissance du réseau de tourbillons est directement reliée aux effets dynamiques dus au champ de vitesse relative des deux composantes  $\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$ . Dans un écoulement d'He II, une ligne de tourbillon de longueur unité subit de la part du fluide normal une force d'interaction, que l'on nomme la force de friction mutuelle, dont le module est

$$|\mathbf{f}_{ns}| = \frac{B\rho_s\rho_n}{2\rho} \frac{h}{m} |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_t| \quad (2.24)$$

où  $\mathbf{v}_t$  est le champ de vitesse de la ligne de tourbillon et  $B$  est un coefficient adimensionnel déterminé expérimentalement et dépendant de la température. C'est cette force (mutuelle) qui traduit le couplage interne entre les deux composants du modèle à deux fluides.

L'existence de cette force a été introduite pour la première fois par Gorter et Mellink (Gorter 1949) et la justification théorique de cette expression reste encore incomplète, notamment pour l'introduction du champ de vitesse relative de l'écoulement des tourbillons dans le superfluide  $\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_t$ . On peut émettre l'hypothèse que le réseau de tourbillons possède le même champ de vitesse que le superfluide alors  $\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_t$  est remplacé par  $\mathbf{v}_s$ . Certains auteurs ont montré que cette hypothèse est fautive et que  $\mathbf{v}_t$  est proportionnel à  $\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  avec un coefficient de proportionnalité dépendant de la température (Asthon 1975). Pour plus de simplicité et parce que ce point n'est pas élucidé, on s'affranchira de cette question en supposant pour la suite que cet effet est intégré dans la dépendance de  $B$  en fonction de la température (Tough 1982).

Dans le modèle de Vinen la turbulence est supposée pleinement développée. Par analogie avec la turbulence classique, une des conditions de turbulence pleinement développée stipule que la distance moyenne entre tourbillons du réseau doit être inférieure à la plus petite des dimensions du milieu (Vinen (c) 1957).

La force engendrée sur le réseau de tourbillons par unité de volume est reliée à la force par unité de longueur de tourbillon en introduisant une densité de lignes de tourbillon  $L_o$ , à l'équilibre cette force s'écrit

$$\mathbf{F}_{ns} = \frac{2}{3} \mathbf{f}_{ns} L_o \quad (2.25)$$

C'est cette force que l'on introduit dans l'équation de mouvement du champ de vitesse  $\mathbf{v}_s$ . Vinen considère une distribution de densité volumique de lignes de tourbillon  $L$  homogène et isotrope. L'accroissement de  $L$  est directement proportionnel à la force d'interaction entre une ligne de tourbillon et le fluide normal  $\mathbf{f}_{ns}$ . L'accroissement de la densité de lignes de tourbillon est défini par

$$\left( \frac{dL}{dt} \right)_p = \chi_1 \frac{|\mathbf{f}_{ns}|}{\rho_s h/m} L^{3/2} \quad (2.26)$$

où  $\chi_1$  est une constante ajustable, proche de l'unité, dépendante de l'arrangement géométrique des lignes de tourbillon. Cette représentation de la production de densité de lignes de tourbillon suppose qu'un réseau de tourbillons existe déjà parce que si  $L=0$  alors  $(dL/dt)_p=0$ . Vinen propose une expression empirique de la décroissance de la turbulence analogue à celle de la turbulence pour les fluides classiques

$$\left( \frac{dL}{dt} \right)_d = -\chi_2 \frac{h}{m} L^2 \quad (2.27)$$

où  $\chi_2$  est une constante dont la valeur est proche de l'unité. La valeur  $L_o$  à l'équilibre est donc donnée pour  $(dL/dt)_p=(dL/dt)_d$  soit

$$L_o^{1/2} = \frac{\chi_1}{\chi_2} \frac{B}{2} \frac{\rho_n}{\rho} \frac{m}{\hbar} |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s| \quad (2.28)$$

$L_o$  vaut environ  $1 \text{ m}^{-2}$  par unité de volume pour  $|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s| = 0,01 \text{ ms}^{-1}$  à  $1,6 \text{ K}$ .

Cette théorie considère la turbulence comme homogène et isotrope alors  $L_o$  ne dépend pas de la géométrie de l'environnement mais seulement de la température ou d'une variable associée. On peut exprimer la force  $\mathbf{F}_{ns}$  en fonction de la vitesse relative  $\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$  en remplaçant (2.28) dans (2.25)

$$\mathbf{F}_{ns} = A \rho_s \rho_n |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (2.29)$$

où  $A$  est le coefficient de Gorter-Mellink et dépend de la température. Ce coefficient mesuré par différents auteurs est reporté sur la figure II.10 d'après Vinen (Vinen (a) 1957).



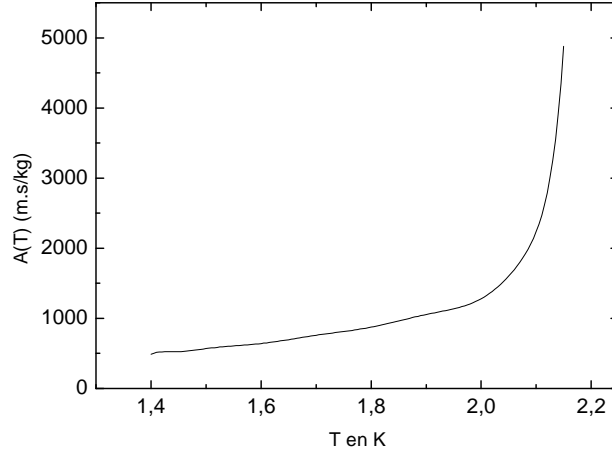


Figure II.10. Coefficient de Gorter-Mellink A mesuré par Vinen (Vinen (a) 1957).

### 2.4.3. Equations générales en régime de turbulence superfluide

L'équation du champ de vitesse est modifiée par l'apparition de cette force d'interaction entre le fluide normal et les tourbillons. On réécrit l'équation (2.19) en introduisant la force de friction mutuelle :

$$\frac{d\rho_s \mathbf{v}_s}{dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s s \nabla T + \rho_s \mathbf{g} + \mathbf{F}_{ns} \quad (2.30)$$

En remplaçant  $\mathbf{F}_{ns}$  par son expression en fonction de  $\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s$ , (2.30) prend la forme

$$\frac{d\rho_s \mathbf{v}_s}{dt} = -\frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + \rho_s s \nabla T + \rho_s \mathbf{g} + A \rho_s \rho_n |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (2.31)$$

Cette force d'interaction est interne, c'est-à-dire qu'elle n'intervient qu'entre les deux composantes normale et superfluide du modèle et n'agit pas sur l'ensemble du fluide par définition d'une interaction. Pour construire l'équation de l'évolution du champ de vitesse du fluide normal on utilise donc l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.16) et l'on retrouve une équation similaire à (2.20) où la force de friction mutuelle est ajoutée

$$\frac{d\rho_n \mathbf{v}_n}{dt} = -\frac{\rho_n}{\rho} \nabla p - \rho_s s \nabla T + \eta \Delta \mathbf{v}_n + \rho_n \mathbf{g} - A \rho_s \rho_n |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (2.32)$$

Comme nous venons de l'écrire, l'une des caractéristiques remarquables de la turbulence superfluide est que ces effets sont internes. Ce qui veut dire qu'elle n'a pas d'effet sur les variations du gradient de pression. Allen et Reekie ont confirmé expérimentalement que le gradient de pression est défini par la même équation en régime de turbulence superfluide qu'en régime de Landau (Allen 1939). C'est d'ailleurs cette observation qui a permis à Gorter et Mellink de baser l'approximation de la force de friction mutuelle sur l'hypothèse de l'écoulement laminaire moyen du fluide normal, soit

$$\nabla p = \eta \Delta \mathbf{v}_n \quad (2.33)$$

On verra par la suite que dans certains cas particuliers cette hypothèse n'est plus respectée.

Ce que ne modélise pas le modèle de Vinen est la *transition* entre les deux régimes dynamiques; le régime sans tourbillon et le régime de turbulence superfluide. Mais il est couramment admis que la force de friction mutuelle apparaît pour une vitesse  $v_s$  supérieure à une valeur critique correspondant à l'apparition des tourbillons.

#### 2.4.4. Vitesse critique superfluide

La vitesse critique superfluide  $|v_{sc}|$  est la vitesse à partir de laquelle se développent les tourbillons dans l'He II correspondant au régime de turbulence superfluide. Différentes théories basées sur la création d'un anneau de tourbillon à l'embouchure d'un canal (Feynman 1955) et sur la définition de la vitesse critique par Landau (Atkins 1959) permettent d'établir une expression théorique de la vitesse critique superfluide

$$|v_{sc}| = \frac{\hbar}{md} \left( \ln \frac{d}{a} \right) \quad (2.34)$$

où  $a$  est la taille du cœur du tourbillon ( $\approx 10^{-8}$  m),  $d$  est le diamètre de l'écoulement.

D'autres expressions empiriques de la vitesse critique ont été proposées comme celle que Van Alphen a obtenue sur différents résultats couvrant 7 ordres de grandeur dans le diamètre de l'écoulement (Van Alphen 1966),

$$|v_{sc}| d^{\frac{1}{4}} \approx 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{\frac{5}{4}} \text{ s}^{-1} \quad (2.35)$$

D'après des résultats expérimentaux Craig (Craig 1966) a montré que (2.35) est une approximation de l'expression plus générale

$$|v_{sc}|^3 d \approx b \ln \left( 1 + \frac{c}{|v_{sc}|} \right) \quad (2.36)$$

où  $b$  et  $c$  sont des constantes expérimentales ajustables.

### 3. Transport de chaleur dans l'hélium superfluide

Dans ce paragraphe, on considère le transport de chaleur en régime permanent sans mouvement du fluide, c'est-à-dire avec un flux de masse  $\rho \mathbf{v}$  nul. Dans un premier temps, on s'intéressera au régime de Landau et on abordera ensuite le problème des transferts de chaleur en régime de turbulence superfluide.

#### 3.1. Densité de flux de chaleur

Comme on l'a fait remarquer dans le paragraphe II.2.2 seul le fluide normal est capable de transporter la chaleur. La densité de flux de chaleur s'exprime

$$\mathbf{q} = \rho_s T \mathbf{v}_n \quad (2.37)$$

On a une idée claire de l'effet de convection interne entre le fluide normal et le superfluide. Tout apport de chaleur entraîne un écoulement du fluide normal et par conséquent un écoulement du superfluide en sens inverse. Cette équation, combinée avec les équations d'évolution des champs de vitesse des deux composants de l'He II, va permettre de définir les lois du transport de la chaleur dans l'He II. On pourra faire notamment la correspondance entre vitesse critique  $v_{sc}$  et densité de flux de chaleur critique  $\mathbf{q}_c = -\rho \frac{\rho_s}{\rho_n} s T \mathbf{v}_{sc}$ .

### 3.2. Régime de Landau

On considère ici l'équation de quantité de mouvement totale (2.16) et, en régime permanent, on retrouve l'équation de Poiseuille :

$$\nabla p = \eta \Delta \mathbf{v}_n \quad (2.38)$$

En considérant un canal de section constante et l'équation de London (2.18), (2.38) peut être résolue et la vitesse de la composante normale est reliée aux gradients de pression et de température de la manière suivante :

$$\nabla p = \rho_s \nabla T = \frac{\beta}{d^2} \eta \mathbf{v}_n \quad (2.39)$$

où  $d$  est la longueur caractéristique du canal et  $\beta$  une constante déterminée par les conditions géométriques. On peut dès maintenant noter que, dans le cas des milieux poreux, le coefficient  $\beta/d^2$  est remplacé par  $1/K$  où  $K$  est la perméabilité du milieu poreux ; ceci sera démontré en détail dans le chapitre suivant.

En considérant l'expression du flux de chaleur (2.37) et en éliminant la composante normale de la vitesse dans l'équation (2.39), on peut relier le flux de chaleur et le gradient de température de la manière suivante

$$\mathbf{q} = \frac{d^2 (\rho_s)^2 T}{\beta \eta} \nabla T \quad (2.40)$$

On peut noter que cette expression a une forme similaire à une loi de conduction pure de type Fourier dont la conductivité thermique équivalente serait égale à  $d^2(\rho_s)^2 T / \beta \eta$ . Si on considère, par exemple, un tube circulaire de diamètre 10  $\mu\text{m}$  contenant de l'He II à 1,9 K, la conductivité thermique effective est égale à  $5 \cdot 10^4$  W/m.K ce qui est 100 fois plus grand que celle d'un cuivre très pur à la même température.

Si l'équation (2.40) était la seule expression limitant le transport de chaleur en He II, on pourrait augmenter la conductivité thermique effective simplement en augmentant le diamètre de l'écoulement. Il y a cependant une limite physique à ceci qui est l'existence d'une vitesse critique superfluide. Pour des vitesses supérieures à cette vitesse critique, un second régime de transfert thermique devient significatif ; c'est le régime de turbulence superfluide.

### 3.3. Régime de Gorter-Mellink

En reprenant la démarche utilisée dans le paragraphe précédent il est simple de montrer à partir de (2.31) et (2.32) que l'expression du gradient de température (2.40) possède un terme supplémentaire qui correspond aux effets de la force de friction mutuelle et

$$\nabla T = -\frac{\beta\eta}{\rho s d^2} \mathbf{v}_n - \frac{A\rho_n}{s} |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) \quad (2.41)$$

En utilisant  $\rho_n \mathbf{v}_n = -\rho_s \mathbf{v}_s$ , et en introduisant l'expression de la densité de flux de chaleur (2.37), (2.41) peut se réécrire

$$\nabla T = -\frac{\beta\eta}{d^2 (\rho s)^2 T} \mathbf{q} - \frac{A\rho_n}{\rho_s^3 s^4 T^3} |\mathbf{q}|^2 \mathbf{q} \quad (2.42)$$

Pour le premier terme du membre de droite, on retrouve le même terme que celui obtenu dans le cas du régime de Landau. En ce qui concerne le second terme du membre de droite qui décrit la friction mutuelle, il n'est pas dépendant du diamètre  $d$  et varie de manière cubique avec le flux de chaleur. Ce terme va donc dominer le gradient de température à fort flux de chaleur et des diamètres suffisamment grands. Par exemple, pour une température de 1,9 K et un diamètre de 1 mm, le terme de friction mutuel va dominer pour des flux de chaleur supérieurs à 100 W/m<sup>2</sup>. Pour des applications pratiques où l'on considère des flux de chaleur bien supérieurs, le premier terme de (2.42) peut être ignoré pour décrire les transferts de chaleur en He II (Van Sciver 1996).

## 4. Conditions aux limites entre une paroi et l'He II

### 4.1. Champs de vitesse

Le système d'équations du modèle à deux fluides a été donné dans les paragraphes précédents dans le régime de Landau et le régime de Gorter-Mellink. Afin de poser complètement le problème de la dynamique du modèle à deux fluides de l'He II, il faut présenter les conditions aux limites à l'interface He II-solide pour les deux champs de vitesse  $\mathbf{v}_n$  et  $\mathbf{v}_s$ .

On considère tout d'abord l'équation de continuité de la masse : il ne peut y avoir de transferts de matière à travers une paroi solide. La quantité de mouvement suivant la normale à la paroi est donc nulle ; pour une paroi immobile, cela s'écrit (Putterman 1974)

$$(\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.43)$$

où  $\mathbf{n}$  est un vecteur unitaire normal à la paroi.

Ensuite on considère la composante normale de l'hélium superfluide : elle a toutes les propriétés d'un fluide classique visqueux. En effet, l'écoulement du fluide normal est en fait l'écoulement d'un fluide avec des excitations thermiques. Lorsque l'on considère un écoulement le long d'un solide, les excitations interagissent avec la paroi et ceci peut être décrit comme l'adhésion du fluide normal à la paroi, comme pour les fluides ordinaires. En d'autres termes, la composante tangentielle de  $\mathbf{v}_n$  est nulle à la paroi ce qui s'écrit

$$\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_n \cdot \mathbf{n} \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad (2.44)$$

## 4.2. Flux de chaleur

La densité de flux de chaleur sortant du solide s'écrit

$$\mathbf{q} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \rho s T \mathbf{v}_n \cdot \mathbf{n} \quad (2.45)$$

Dans notre cas d'étude, on va considérer que le flux de chaleur traversant la matrice solide du milieu poreux est nul ce qui implique que toute la chaleur sera transmise via la phase superfluide. Ceci implique aussi que, à l'échelle des pores, il n'y aura pas de transferts de chaleur entre la phase solide et l'He II. On peut alors déduire de cette hypothèse que la vitesse  $\mathbf{v}_n$  normale à la paroi sera nulle.

$$\mathbf{v}_n \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (2.46)$$

En combinant l'équation (2.44) et l'équation (2.46), on en déduit que la vitesse de la composante normale est nulle à la paroi, ce qui s'écrit

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{0} \quad (2.47)$$

De plus, en considérant la condition aux limites (2.43), on peut en déduire que la composante normale de la vitesse superfluide est nulle à la paroi :

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad (2.48)$$

## 4.3. Résistance de Kapitza

Lorsque l'on veut transférer de la chaleur depuis une surface solide à de l'He II, une première barrière thermique existe à l'interface solide-liquide liée à la résistance de Kapitza, du nom du physicien qui identifia la nature de l'échange liquide-paroi pour l'He II (Kapitza 1941). Cette résistance thermique entraîne une différence de température au travers de l'interface qui est prépondérante devant la différence de température qui peut exister au sein de l'He II.

Cette discontinuité de température est due à la différence de propriétés acoustiques entre l'He II et un solide. Le coefficient de transmission thermique de Kapitza  $h_{Kap}$  est défini par :

$$h_{Kap} \triangleq \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left( \frac{q}{\Delta T} \right) \quad (2.49)$$

$$\Delta T \triangleq T_p - T_f \quad (2.50)$$

avec  $T_p$  la température de la surface en contact avec l'He II et  $T_f$  la température de l'He II.

Deux théories sont disponibles pour expliquer l'origine de la conductance de Kapitza : la théorie du rayonnement des phonons et la théorie du désaccord d'impédance acoustique. Les résultats obtenus par ces deux théories prédisent des conductances théoriques soient trop

élevées (théorie du rayonnement des phonons), soient trop faibles (théorie du désaccord d'impédance acoustique). Cependant, les théories expriment le phénomène de conductance de Kapitza, par une même loi de transfert de chaleur :

$$q = \chi_{Kap} (T_p^4 - T_f^4) \quad (2.51)$$

où  $\chi_{Kap}$  est le coefficient de Kapitza.

Lorsque  $\Delta T \ll T_f$ , la relation (2.51) peut s'écrire plus simplement sous la forme

$$q = 4\chi_{Kap} T_f^3 (T_p - T_f) = h_{Kap} (T_p - T_f) \quad (2.52)$$

où  $h_{Kap} = 4\chi_{Kap} T_f^3$

En pratique, la valeur de la conductance de Kapitza est déterminée expérimentalement puisque les théories échouent à la prédire.

De plus, la conductance de Kapitza est fonction de différents paramètres liés au solide comme le matériau lui-même, son état de surface et sa forme. Dans le cas du cuivre entre 1,8 K et 2 K, Van Sciver (Van Sciver 1986) a réalisé une synthèse des travaux existants et a borné les valeurs de  $h_{Kap}$  :

$$400T_f^3 \leq h_{Kap} \leq 1100T_f^3 \quad (2.53)$$

où  $h_{Kap}$  est exprimé en W/(m<sup>2</sup>.K).

## 5. L'hélium superfluide et les milieux poreux

### 5.1. Introduction

L'association de l'hélium superfluide avec des milieux poreux est principalement utilisée dans le domaine du spatial comme systèmes de refroidissement. On trouve deux types de système qui ont largement été étudiés : le premier est un séparateur de phase liquide vapeur et le second est une pompe thermomécanique. L'avantage de ces deux systèmes est leur grande fiabilité car ce sont des systèmes assez simples utilisant des milieux poreux et les propriétés particulières de l'hélium superfluide.

### 5.2. Séparateur de phase liquide vapeur

Les réservoirs d'hélium liquide utilisés pour le refroidissement de composants de satellites nécessitent une ligne pour le remplissage et une autre pour l'évaporation due aux pertes thermiques. A cause de l'environnement en microgravité, l'hélium a tendance à s'échapper à travers la ligne d'évaporation, réduisant ainsi la durée de vie de la mission spatiale. Un séparateur de phase liquide vapeur, consistant simplement en un milieu poreux, est placé entre le réservoir et la ligne d'évaporation, permettant aux pertes thermiques d'être évacuées par vaporisation tout en maintenant l'hélium liquide dans le réservoir. Le système de séparateur de phase utilise un milieu poreux pour générer une force thermomécanique qui empêche le liquide de s'écouler en dehors du réservoir (Yuan 1985).

Alors que la pression dans le réservoir est toujours supérieure à la pression dans l'espace, l'hélium contenu dans le réservoir a toujours tendance à s'échapper à travers la ligne d'évaporation. Le professeur William Fairbank (Selzer 1970) fut le premier à proposer l'utilisation de l'effet fontaine de l'hélium superfluide pour confiner le liquide dans le cryostat.

La figure montre le principe de fonctionnement du séparateur de phase. Avec l'évaporation de l'hélium liquide en aval du séparateur de phase, un gradient de température est créé à travers le milieu poreux. Le fluide normal, se comportant comme un fluide Newtonien, transporte la chaleur de la température la plus chaude vers la température la plus froide. Le superfluide, d'un autre côté, tend à circuler en sens opposé, retenant le fluide dans le réservoir.

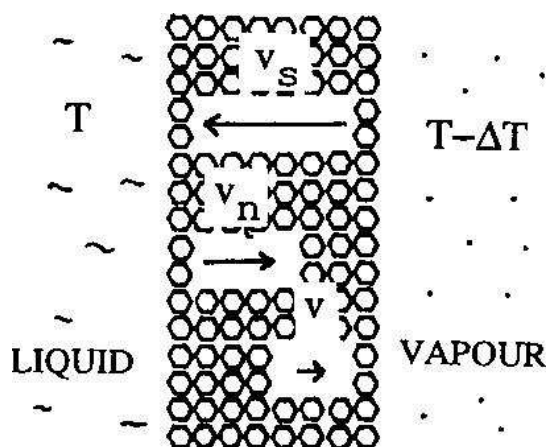


Figure II.11. Principe du séparateur de phase liquide vapeur

Des travaux effectués par Nakai et Murakami (Nakai 1987) ont montré que la frontière liquide vapeur se forme à l'intérieur du milieu poreux et se déplace en fonction du flux de masse. Ils ont aussi trouvé que l'hélium superfluide s'écoulait idéalement en amont du milieu poreux et que la loi de London était valide à cet endroit. L'écoulement de la vapeur en aval produit d'importantes baisses de température et de pression à l'intérieur du milieu poreux. Enfin, des considérations thermodynamiques de séparation de phase avec un milieu poreux donnent une des conditions nécessaires pour un fonctionnement normal sans fuite d'He II : la pression à la sortie du milieu poreux doit être inférieure à la pression à l'interface des deux phases dans le milieu poreux.

### 5.3. Pompes thermomécaniques

Une pompe thermomécanique est un appareil utilisé pour transférer de l'hélium superfluide en utilisant l'effet thermomécanique. La pompe est constituée d'un milieu poreux et d'un chauffeur qui est utilisé pour produire une différence de potentiel chimique à travers le milieu poreux. Lorsque la température en aval du milieu poreux est élevée par la chaleur induite par le chauffeur, la composante superfluide s'écoule vers le côté aval pour compenser la différence de potentiel chimique. Si les conditions thermodynamiques des deux côtés du milieu poreux sont sous la pression de vapeur saturante, la pression du côté aval devient supérieure à celle du bain. De cette manière, l'hélium superfluide est transféré vers le côté aval du milieu poreux dans son ensemble. Le flux de masse peut être estimé à partir de la conservation de la masse et de l'énergie comme

$$\dot{m} = \frac{Q}{sT} \quad (2.54)$$

où  $\dot{m}$  est le flux de masse,  $Q$  le flux de chaleur du côté aval du milieu poreux,  $s$  est l'entropie et  $T$  la température. Ceci est la prédiction théorique de la performance de la pompe. On s'attend alors, à la vue de cette équation, qu'il n'y ait pas de dépendance géométrique des performances de la pompe et que le flux de masse dépende seulement du flux de chaleur et de la température de l'He II (Nakai 1996). Cependant, tous les auteurs qui ont étudié ce système de pompe thermomécanique ont pu se rendre compte expérimentalement d'une chose : l'équation (2.54) n'est valable que dans le régime laminaire ou le régime de Landau (Hanyu 1990, Kimura 1992, Murakami 1992, Nakai 1994). En effet, à partir d'un certain flux de chaleur, communément appelé *flux critique*, on observe une déviation du flux de masse par rapport à l'équation (2.54) due au changement de régime : on entre alors dans le régime de turbulence superfluide. Le flux de masse tend à saturer vers une certaine valeur.

Dans le régime de Landau ou aussi appelé régime idéal, Hanyu, Murakami et Yuan (Hanyu 1990, Murakami 1992, Yuan 1983) ont trouvé que l'équation de London  $\nabla p = \rho_s \nabla T$  est valable. Un autre résultat important, trouvé notamment par Yuan, est que la loi de Darcy est valide en He II pour un flux de masse nul et peut s'exprimer par

$$\nabla T = \frac{l}{K} \frac{\eta}{(\rho_s)^2 T} q \quad (2.55)$$

où  $K$  est la perméabilité du milieu poreux. Il trouve alors que la perméabilité est indépendante de la température de l'hélium superfluide.

En ce qui concerne le flux critique, c'est-à-dire le flux à partir duquel l'équation de bilan de masse (2.54) n'est plus valide, seul Nakai (Nakai 1996) propose une corrélation. Il trouve que le flux critique a une dépendance en fonction de la température de l'hélium superfluide et aussi une dépendance géométrique du milieu poreux. L'expression qu'il donne est la suivante :

$$\left( \frac{Q_{cr}}{\rho_s s T} \right) \left( \frac{d^{1/4}}{\varepsilon A} \right) = 2,58 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{5/4} \text{ s}^{-1} \quad (2.56)$$

où  $Q_{cr}$  est le flux critique,  $\rho_s$  la densité de la composante superfluide,  $s$  l'entropie,  $T$  la température,  $d$  la taille moyenne des pores,  $\varepsilon$  la porosité et  $A$  la section de passage du milieu poreux. C'est la seule corrélation existante concernant le flux critique et les milieux poreux.

Une fois le flux critique passé, on entre dans ce qu'on appelle le régime de turbulence superfluide. La transition vers l'écoulement turbulent est due à la détérioration de la superfluidité. Dans cet état, la friction mutuelle apparaît comme le résultat de l'interaction vortex-fluide normal et cela entraîne une élévation de température supérieure. L'équation en régime permanent pour un milieu poreux en incluant le terme de friction mutuel de Gorter-Mellink peut s'écrire (Hanyu 1990, Murakami 1992)

$$s \frac{dT}{dx} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \rho_n A (v_s - v_n)^3 = 0 \quad (2.57)$$



Cependant les auteurs ont remarqué que le flux de masse trouvé expérimentalement est inférieur à la prédiction. Cela implique que l'application stricte de l'expression de Gorter-Mellink aux milieux poreux échoue et la structure interne géométrique du milieu poreux doit être prise en compte. La notion de tortuosité a alors été introduite pour évaluer les gradients. On considère alors la longueur de passage effective  $L_{eff}$  et la section de passage effective  $A_{eff}$ , elles sont définies à partir de l'épaisseur du milieu poreux et de la tortuosité  $\omega$  :

$$L_{eff} = \omega L \quad (\omega > 1)$$

$$A_{eff} = A_s (\varepsilon / \omega)$$

où  $\varepsilon$  est la porosité et  $A_s$  la surface de passage du milieu poreux. L'équation  $L_{eff} = \omega L$  veut dire que la vraie longueur des lignes de flux est  $L_{eff}$  au lieu de  $L$  et cela doit être utilisé pour exprimer le gradient de température à travers le milieu poreux.

L'équation (2.57) pour l'écoulement à travers le milieu poreux peut être approximées en considérant que le terme de pression et la vitesse de la composante normale peuvent être négligés, on peut alors intégrer sur l'élément poreux de la manière suivante

$$\dot{m} \frac{L_{eff}^{1/3}}{A_{eff}} = \left( \int_{T_b}^{T_c} \frac{\rho_s^3 s}{\rho_n A} dT \right)^{1/3} = f(T_b, T_c) \quad (2.58)$$

Il faut alors noter que le terme de droite de l'équation (2.58) ne dépend que de la température  $T_b$  et  $T_c$  ce qui mène à

$$\dot{m} = \omega^{-4/3} \varepsilon A_s L^{-1/3} f(T_b, T_c) \quad (2.59)$$

La contribution du flux de chaleur est remplacée par la température  $T_c$ . Plusieurs chercheurs ont utilisé cette expression pour modéliser le régime de turbulence superfluide dans les milieux poreux (Kimura 1992, Murakami 1992) et la tortuosité a été déterminée à partir de mesures expérimentales. Kimura a trouvé que la valeur de la tortuosité est indépendante de la température ce qui confirme que la tortuosité ne dépend que de la structure interne des milieux poreux.

## 6. Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre en exergue les propriétés particulières de l'hélium et notamment celles de l'hélium superfluide. En effet, en dessous d'une certaine température  $T_\lambda$ , l'hélium n'est plus considéré comme un fluide *classique* mais comme un fluide *quantique*. Il est alors décrit par un modèle à deux fluides avec une composante normale et une composante superfluide qui n'a pas de viscosité. Dans ce modèle, la chaleur est transportée par convection par le fluide normal. Il existe deux types d'écoulements pour ce fluide : le régime de Landau qui correspond au régime laminaire pour un fluide classique et le régime de turbulence superfluide qui voit apparaître une interaction entre les deux composantes. Il reste maintenant à considérer cette physique particulière dans les milieux poreux ; ceci est l'objet du chapitre suivant où l'on va utiliser une méthode de moyennage volumique afin d'essayer d'obtenir les équations qui régissent les transferts de chaleur dans les milieux poreux.

## **Chapitre III**

### **Méthode de changement d'échelle appliquée à l'hélium superfluide**

## 1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons pu voir la complexité des équations régissant la dynamique de l'hélium superfluide. Si on considère ces équations valides à l'échelle des pores, le problème reste très dur à résoudre car il faudrait connaître parfaitement la structure géométrique du milieu poreux afin de les résoudre. Mais est-il vraiment nécessaire de résoudre le problème à l'échelle des pores ; ce qui nous intéresse réellement est de connaître l'impact du milieu poreux sur un écoulement superfluide le traversant. Pour cela, il suffirait de connaître les équations macroscopiques, c'est-à-dire les équations régissant le phénomène physique à l'échelle du milieu poreux. Pour ce faire, nous allons utiliser une méthode de moyennage volumique développée par Whitaker (Whitaker 1999) afin d'obtenir un système d'équations moyennées valable macroscopiquement, c'est-à-dire dans un volume représentatif du milieu poreux, et décrivant la dynamique de l'He II dans ce volume représentatif. Nous serons alors amené à faire un certain nombre d'hypothèses qui nous permettront d'obtenir des équations moyennées valables dans une certaine mesure ; nous nous intéresserons aussi plus particulièrement à essayer de voir dans quelles mesures la loi de Darcy, souvent introduite par les auteurs dans le cas de l'He II sans vérification théorique, est valable.

## 2. Méthode de changement d'échelle

### 2.1. Principe

La méthode de prise de moyenne volumique est une technique qui peut être utilisée pour dériver les équations continues pour un système multiphasique. Pour ce faire, les équations valables dans une phase particulière peuvent être spatialement moyennées pour obtenir une formulation continue valable partout. Par exemple, dans le processus de séchage d'un milieu poreux, on veut savoir comment l'eau est transportée à travers les pores jusqu'à la surface externe où elle s'évapore à cause de la chaleur et de l'air sec. L'analyse directe de ce processus, en termes d'équations de transport valables à l'échelle du pore, est essentiellement impossible à cause de la complexité de la structure typique d'un milieu poreux. Plutôt que de s'attaquer à ce problème à partir d'équations et de conditions aux limites valables à l'échelle des pores, on peut utiliser les informations valables à l'échelle du pore pour dériver des équations locales volumiques et moyennées qui sont valables partout, de manière approchée.

### 2.2. Méthode de prise de moyenne volumique

Le processus de lissage spatial commence en associant à tous les points de l'espace un volume moyen  $V$  qui est invariant en temps et en espace. En considérant le système à deux phases (figure III.1), on peut écrire le volume moyen de la manière suivante :

$$V = V_{\beta}(\mathbf{x}) + V_{\sigma}(\mathbf{x}) \quad (3.1)$$

$V_{\beta}(\mathbf{x})$  représente le volume de la phase  $\beta$  contenu dans le volume de prise de moyenne  $V$  dont le centre est déterminé par le vecteur position  $\mathbf{x}$  et la fraction volumique de la phase  $\beta$ , souvent identifiée comme la porosité, est donnée par :

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{V_{\beta}(\mathbf{x})}{V} \quad (3.2)$$

Soit  $C$  une variable définie dans la phase  $\beta$  (par exemple une concentration) et régie par un système d'équations ; on définit alors la moyenne superficielle de  $C$  de la manière suivante :

$$\langle C \rangle|_{\mathbf{x}} = \frac{1}{V} \int_{V_{\beta}(\mathbf{x})} C|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}_{\beta}} dV \quad (3.3)$$

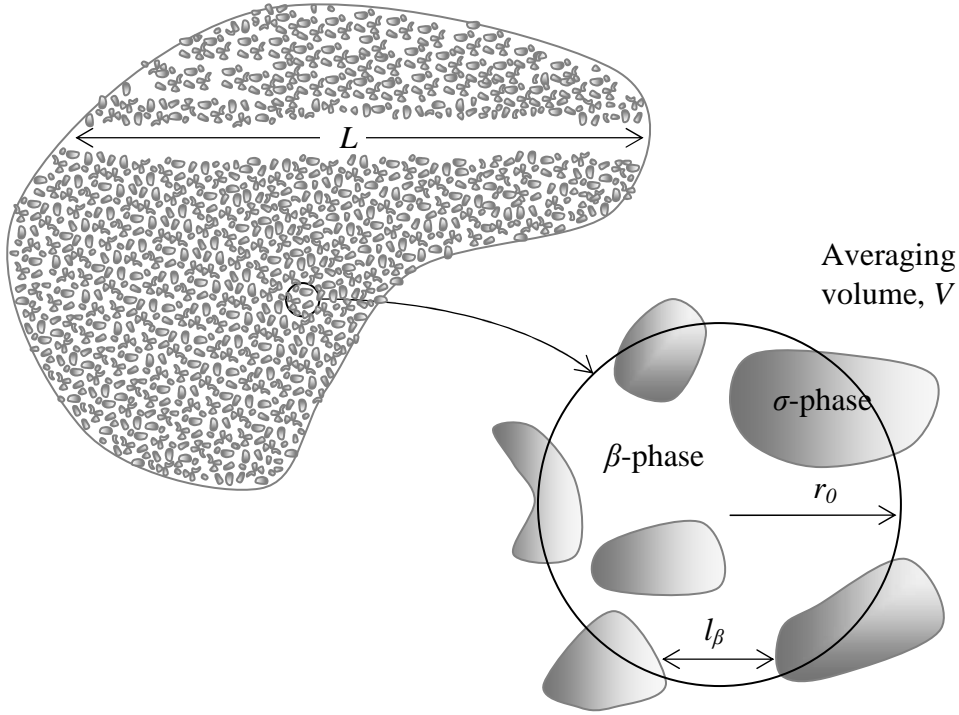


Figure III.1 Milieu poreux macroscopique et volume de prise de moyenne

Cette définition indique clairement que la moyenne de la variable  $C$  est associée avec le centre du volume de prise de moyenne qui est indiqué par le vecteur de position  $\mathbf{x}$ . Le vecteur de position relative  $\mathbf{y}_{\beta}$  est utilisé pour localiser les points de la phase  $\beta$  par rapport au centre du volume  $V$ . L'intégration sur le volume  $V_{\beta}(\mathbf{x})$  se fait en tenant compte des composantes du vecteur relatif de position  $\mathbf{y}_{\beta}$ . Dans le cas général, nous nous affranchirons de la notation précise utilisée dans l'équation (3.3) et on écrira simplement la moyenne superficielle comme :

$$\langle C \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_{\beta}} C dV \quad (3.4)$$

La moyenne superficielle n'est pas la variable dépendante préférée car ce n'est pas une bonne représentation de la variable  $C$  dans la phase  $\beta$ . Par exemple, si  $C$  est la concentration d'une espèce et si elle est constante, notée  $C_0$ , la concentration moyenne superficielle n'est pas égale à  $C_0$ . A cause de ceci, la variable dépendante préférée est la concentration moyenne intrinsèque définie par :

$$\langle C \rangle^{\beta}|_{\mathbf{x}} = \frac{1}{V_{\beta}(\mathbf{x})} \int_{V_{\beta}(\mathbf{x})} C|_{\mathbf{x}+\mathbf{y}_{\beta}} dV \quad (3.5)$$

La relation entre ces deux concentrations est donnée par

$$\langle C \rangle = \varepsilon_\beta \langle C \rangle^\beta \quad (3.6)$$

où il est bien entendu que les deux variables sont évaluées en  $\mathbf{x}$ . Cependant, si la moyenne intrinsèque est la variable la plus représentative, il est plus commode de commencer le lissage spatial avec la moyenne superficielle.

### 2.3. Théorèmes nécessaires pour appliquer la méthode

Afin d'appliquer la méthode de prise de moyenne volumique à une équation, il va être nécessaire d'inter changer différenciation et intégration. Cela peut être fait en utilisant le théorème de lissage spatial (Whitaker 1999). On considère une quantité  $C_\beta$  associée avec la phase  $\beta$ , on peut alors exprimer le théorème de lissage spatial pour le système  $\beta$ - $\sigma$  de la manière suivante :

$$\langle \nabla C_\beta \rangle = \nabla \langle C_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} C_\beta dA \quad (3.7)$$

où  $A_{\beta\sigma}$  représente la surface de l'interface  $\beta$ - $\sigma$  contenu dans  $V$  et  $\mathbf{n}_{\beta\sigma}$  est le vecteur unitaire normal à la paroi orienté de la phase  $\beta$  vers la phase  $\sigma$ . Ce théorème est une version trois dimensions de la règle de Leibniz pour inter changer différenciation et intégration.

Le même type de théorème appliqué à l'opérateur divergence s'écrit :

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{a}_\beta \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{a}_\beta \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \mathbf{a}_\beta dA \quad (3.8)$$

Enfin, nous allons avoir besoin d'utiliser le théorème de transport général afin d'inter changer dérivation temporelle et moyenne volumique. Comme le volume  $V_\beta$  n'est pas fonction du temps, le théorème de transport général s'écrit (Whitaker 1981)

$$\left\langle \frac{\partial C_\beta}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \langle C_\beta \rangle \quad (3.9)$$

## 3. Moyenne volumique des équations

### 3.1. Introduction

Dans l'étude qui suit, on fait l'hypothèse de séparation d'échelle qui s'exprime classiquement par les contraintes de longueur d'échelle

$$l_\beta \ll r_0 \ll L \quad (3.10)$$

où  $r_0$  est la longueur caractéristique du volume  $V$  considéré comme étant un volume élémentaire représentatif du milieu poreux sous-jacent. Plusieurs simplifications qui seront

faites dans le processus de changement d'échelle nécessitent la contrainte de séparation d'échelle donnée par l'équation (3.10).

Afin de comprendre ce qui est déterminant lorsque l'on considère le changement d'échelle du problème physique considéré dans ce chapitre, il peut être intéressant de résumer les principaux résultats obtenus pour un fluide classique visqueux. Tout d'abord, en considérant l'équation (3.10) et en se basant sur le fait que la variation de densité et de viscosité dans un volume élémentaire représentatif peuvent être négligées pour la plupart des fluides, le problème de changement d'échelle peut être découplé en un problème de transport de fluide et un problème de transfert de chaleur. En supposant que la vitesse soit connue à l'échelle des pores, l'équation de la chaleur à l'échelle des pores conduit à une équation de dispersion de la chaleur à l'échelle macroscopique (Carbonell 1984, Quintard 1997, Quintard 1993).

En considérant que les termes inertiels peuvent être négligés dans l'équation de quantité de mouvement à l'échelle des pores, l'équation macroscopique qui en résulte est la loi de Darcy et la théorie de changement d'échelle permet de relier explicitement la perméabilité à la microstructure du milieu poreux (Sanchez-Palencia 1982, Whitaker 1986).

Le problème que l'on souhaite étudier dans cette étude est différent des cas des deux paragraphes précédents à cause du couplage induit par la présence de la composante superfluide. Mais dans quelle mesure ? C'est le type de question que l'on espère clarifier en utilisant la méthode de changement d'échelle. Les développements induits par la méthode de moyennage volumique ont été largement étudiés et beaucoup de détails ont été justifiés dans des travaux précédents. En particulier, la manipulation des variables moyennes et les simplifications induites par l'équation (3.10) peuvent être trouvées dans (Quintard (a) 1994, Quintard (b) 1994, Quintard (c) 1994, Quintard (d) 1994, Quintard (e) 1994, Whitaker 1999). Considérant ceci, le niveau de détails concernant les développements classiques sera réduit au minimum nécessaire pour suivre la méthodologie et l'accent sera mis sur les questions spécifiques au cas de l'hélium superfluide.

### 3.2. Équation de conservation de la masse

L'équation de conservation de la masse s'écrit

$$\frac{\partial(\rho_n + \rho_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = 0 \quad (3.11)$$

En appliquant la méthode de prise de moyenne volumique, on a

$$\frac{1}{V} \int_{V_\beta} \frac{\partial(\rho_n + \rho_s)}{\partial t} dV + \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) dV = 0 \quad (3.12)$$

Comme le volume  $V_\beta$  n'est pas fonction du temps, on peut appliquer le théorème de transport général (3.9) au premier terme du membre de gauche de l'équation (3.12)

$$\frac{1}{V} \int_{V_\beta} \frac{\partial(\rho_n + \rho_s)}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_n + \rho_s \rangle \quad (3.13)$$

La densité de la composante normale et de la composante superfluide sont des fonctions de la température ; on décompose alors la température de la manière suivante

$$T = T^\beta + \tilde{T} \quad (3.14)$$

où  $T^\beta$  est la température moyenne intrinsèque et  $\tilde{T}$  est la déviation spatiale de la température. L'équation (3.13) est transformée en faisant un développement en série de Taylor de  $\rho_n$  et  $\rho_s$  autour de  $T^\beta$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_n + \rho_s \rangle = \frac{\partial}{\partial t} \left\langle \left[ \rho_n(T^\beta) + \left. \frac{\partial \rho_n}{\partial T} \right|_{T^\beta} \tilde{T} + \dots + \rho_s(T^\beta) + \left. \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \right|_{T^\beta} \tilde{T} + \dots \right] \right\rangle \quad (3.15)$$

On ne garde que les termes de premier ordre ce qui permet de simplifier l'équation (3.15) de la manière suivante

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \rho_n + \rho_s \rangle = \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon_\beta (\rho_n(T^\beta) + \rho_s(T^\beta)) \right) \quad (3.16)$$

On considère maintenant le second terme de l'équation (3.12). En utilisant le théorème de lissage spatial, il vient

$$\frac{1}{V} \int_{V_\beta} \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) dV = \nabla \cdot \langle \rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) dA \quad (3.17)$$

En utilisant la condition aux limites (2.43) à la paroi, le second terme de l'équation (3.17) est nul. En ce qui concerne le premier terme du membre de droite, on peut faire un développement en série de Taylor pour  $\rho_n$  et  $\rho_s$  autour de  $T^\beta$  et, en ne gardant que les termes de premier ordre, on obtient l'équation moyennée de conservation de la masse suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon_\beta (\rho_n(T^\beta) + \rho_s(T^\beta)) \right) + \nabla \cdot (\rho_n(T^\beta) \langle \mathbf{v}_n \rangle + \rho_s(T^\beta) \langle \mathbf{v}_s \rangle) = 0 \quad (3.18)$$

### 3.3. Équation de la composante superfluïde

On considère maintenant l'équation de quantité de mouvement de la composante superfluïde :

$$\frac{\partial \rho_s \mathbf{v}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) = \rho_s s \nabla T - \frac{\rho_s}{\rho} \nabla p + A \rho_s \rho_n |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) + \rho_s \mathbf{g} \quad (3.19)$$

On applique la méthode de prise de moyenne volumique et, pour le premier terme du membre de gauche, on utilise le théorème de transport général avec un développement en série de Taylor pour  $\rho_s$  autour de  $T^\beta$  ce qui donne

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s \mathbf{v}_s) \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho_s(T^\beta) \langle \mathbf{v}_s \rangle \right] \quad (3.20)$$

Pour le second terme du membre de gauche de l'équation (3.19), on peut utiliser le théorème de lissage spatial pour obtenir

$$\langle \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) \rangle = \nabla \cdot \langle \rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) dA \quad (3.21)$$

et le terme avec l'intégrale est nul en accord avec la condition aux limites (2.48) pour la vitesse superfluide. Pour le premier terme du membre de droite de l'équation (3.21), on utilise la décomposition spatiale de la vitesse superfluide définie par

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{V}_s + \tilde{\mathbf{v}}_s \quad (3.22)$$

où  $\mathbf{V}_s$  est la moyenne intrinsèque de la vitesse superfluide et  $\tilde{\mathbf{v}}_s$  sa déviation spatiale. Après calcul et simplification en considérant la contrainte d'échelle (3.10), on obtient

$$\langle \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) \rangle = \nabla \cdot (\varepsilon_\beta \rho_s (T^\beta) \mathbf{V}_s \mathbf{V}_s) + \nabla \cdot (\rho_s (T^\beta) \langle \tilde{\mathbf{v}}_s \tilde{\mathbf{v}}_s \rangle) \quad (3.23)$$

Le premier terme du membre de droite de l'équation (3.19) peut être développé de la manière suivante

$$\langle \rho_s (T^\beta + \tilde{T})_s (T^\beta + \tilde{T}) \nabla T \rangle = \left\langle \left[ \rho_s (T^\beta) + \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \Big|_{T^\beta} \tilde{T} + \dots \right] \left[ s (T^\beta) + \frac{\partial s}{\partial T} \Big|_{T^\beta} \tilde{T} + \dots \right] \nabla T \right\rangle \quad (3.24)$$

On peut alors développer cette expression, garder les termes de premier ordre et appliquer le théorème de lissage spatial ce qui conduit à

$$\langle \rho_s (T^\beta + \tilde{T})_s (T^\beta + \tilde{T}) \nabla T \rangle = \rho_s (T^\beta) s (T^\beta) \left[ \varepsilon_\beta \nabla T^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} n_{\beta\sigma} \tilde{T} dA \right] \quad (3.25)$$

Le second terme du membre de droite de l'équation (3.19) s'écrit

$$\left\langle \frac{\rho_s (T^\beta + \tilde{T})}{\rho (T^\beta + \tilde{T})} \nabla p \right\rangle = \left\langle \frac{\rho_s (T^\beta) + \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \Big|_{T^\beta} \tilde{T} + \dots}{\rho (T^\beta) + \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{T^\beta} \tilde{T} + \dots} \nabla p \right\rangle \quad (3.26)$$

On introduit la décomposition spatiale de la pression

$$p = P^\beta + \tilde{p} \quad (3.27)$$

où  $P^\beta$  est la pression moyenne intrinsèque et  $\tilde{p}$  sa déviation spatiale. On peut développer l'équation (3.26) comme cela a été fait pour l'équation (3.25) et on a

$$\left\langle \frac{\rho_s (T^\beta + \tilde{T})}{\rho (T^\beta + \tilde{T})} \nabla p \right\rangle = \frac{\rho_s (T^\beta)}{\rho (T^\beta)} \left[ \varepsilon_\beta \nabla P^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{p} dA \right] \quad (3.28)$$



En ce qui concerne le troisième terme du membre de droite de l'équation (3.19) qui correspond au terme de friction mutuelle, il ne peut pas être simplifié et on écrit alors

$$\left\langle A\rho_n\rho_s|\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s|^2(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s) \right\rangle = A(T^\beta)\rho_n(T^\beta)\rho_s(T^\beta)\frac{1}{V}\int_{V_\beta}|\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s|^2(\mathbf{v}_n-\mathbf{v}_s)dV \quad (3.29)$$

Le terme gravitationnel donne simplement

$$\langle \rho_s \mathbf{g} \rangle = \varepsilon_\beta \rho_s (T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.30)$$

En définitive, si on applique la méthode de moyennage volumique à l'équation de la composante superfluide, on obtient l'équation superfluide moyennée suivante

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[ \varepsilon_\beta \rho_s (T^\beta) \mathbf{V}_s \right] + \nabla \cdot \left( \varepsilon_\beta \rho_s (T^\beta) \mathbf{V}_s \mathbf{V}_s \right) + \nabla \cdot \left( \rho_s (T^\beta) \langle \tilde{\mathbf{v}}_s \tilde{\mathbf{v}}_s \rangle \right) = \\ & \rho_s (T^\beta) s (T^\beta) \left[ \varepsilon_\beta \nabla T^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{T} dA \right] - \frac{\rho_s (T^\beta)}{\rho (T^\beta)} \left[ \varepsilon_\beta \nabla P^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{p} dA \right] \\ & + A(T^\beta) \rho_n (T^\beta) \rho_s (T^\beta) \frac{1}{V} \int_{V_\beta} |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) dV + \varepsilon_\beta \rho_s (T^\beta) \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3.31)$$

La plus grosse difficulté dans cette équation vient du dernier terme du membre de droite qui correspond au terme moyenné de Gorter-Mellink ; ce terme est très difficile à simplifier et ne peut être gardé que sous sa forme intégrale. Le premier et le second terme du membre de droite sont des termes classiques qui pourront être simplifiés une fois que l'on aura déterminé des expressions pour les déviations spatiales. Enfin, un dernier terme qui peut poser problème est le troisième terme du membre de gauche qui voit apparaître la moyenne des fluctuations de la vitesse superfluide au carré. En l'état actuel, cette équation est très difficile à résoudre notamment à cause des déviations spatiales et du terme de Gorter-Mellink.

### 3.4. Équation de la composante normale

L'équation de la composante normale s'écrit

$$\frac{\partial \rho_n \mathbf{v}_n}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n \mathbf{v}_n) = -\rho_s s \nabla T - \frac{\rho_n}{\rho} \nabla p + \eta \Delta \mathbf{v}_n - A \rho_s \rho_n |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) + \rho_n \mathbf{g} \quad (3.32)$$

On peut remarquer que cette équation a beaucoup de termes similaires à l'équation de la composante superfluide et ces termes peuvent être traités de la même manière que ce qui a été fait précédemment. Le seul terme que l'on a en plus est le terme de viscosité. On lui applique alors la méthode de moyennage volumique et, en utilisant deux fois le théorème de lissage spatial, on obtient le résultat suivant

$$\left\langle \eta (T^\beta + \tilde{T}) \nabla \cdot (\nabla \mathbf{v}_n) \right\rangle = \eta (T^\beta) \left[ \nabla^2 \langle \mathbf{v}_n \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_n dA \right] \quad (3.33)$$

On peut alors écrire l'équation moyennée pour la composante normale de la manière suivante

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho_n(T^\beta) \langle \mathbf{v}_n \rangle \right] + \nabla \cdot (\varepsilon_\beta \rho_n(T^\beta) \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n) + \nabla \cdot (\rho_n(T^\beta) \langle \tilde{\mathbf{v}}_n \tilde{\mathbf{v}}_n \rangle) = \\
& -\rho_s(T^\beta) s(T^\beta) \left[ \varepsilon_\beta \nabla T^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{T} dA \right] \\
& - \frac{\rho_n(T^\beta)}{\rho(T^\beta)} \left[ \varepsilon_\beta \nabla P^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{p} dA \right] - A(T^\beta) \rho_n(T^\beta) \rho_s(T^\beta) \frac{1}{V} \int_{V_\beta} |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^2 (\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s) dV \\
& + \eta(T^\beta) \left( \nabla^2 \langle \mathbf{v}_n \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_n dA \right) + \varepsilon_\beta \rho_n(T^\beta) \mathbf{g}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Cette équation est très proche de l'équation moyennée de la composante superfluide et on voit apparaître quasiment les mêmes termes. Le terme en plus est le terme dû à la viscosité qui est le même que l'on peut trouver dans le problème de Darcy avec la vitesse de la composante normale. Il va donc falloir essayer de simplifier cette équation afin de résoudre le problème physique auquel on s'intéresse, cela va nous amener à faire un certain nombre d'hypothèses.

### 3.5. Équation de l'entropie

On considère maintenant l'équation de l'entropie

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho s \mathbf{v}_n) = \frac{A \rho_s \rho_n |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^4}{T} \tag{3.35}$$

On applique la méthode de prise de moyenne volumique et le premier terme du membre de gauche de l'équation (3.35) donne

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial t} (\rho(T^\beta + \tilde{T}) s(T^\beta + \tilde{T})) \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_\beta \rho(T^\beta) s(T^\beta)) \tag{3.36}$$

Le second terme du membre de gauche est obtenu en appliquant le théorème de lissage spatial et, puisque le flux de chaleur traversant la matrice solide du milieu poreux est nul, on obtient

$$\langle \nabla \cdot (\rho s \mathbf{v}_n) \rangle = \nabla \cdot (\rho(T^\beta) s(T^\beta) \varepsilon_\beta \mathbf{V}_n) \tag{3.37}$$

Le terme du membre de droite de l'équation (3.35) est traité de la même façon que le terme de friction mutuelle dans l'équation de la composante normale ou de la composante superfluide

$$\left\langle \frac{A \rho_n \rho_s |\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^4}{T} \right\rangle = A(T^\beta) \rho_n(T^\beta) \rho_s(T^\beta) \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \frac{|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^4}{T} dV \tag{3.38}$$

Ce qui conduit finalement à exprimer l'équation moyenne de transport de l'entropie de la manière suivante

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_\beta \rho(T^\beta) s(T^\beta)) + \nabla \cdot (\varepsilon_\beta \rho(T^\beta) s(T^\beta) \mathbf{V}_n) = A(T^\beta) \rho_n(T^\beta) \rho_s(T^\beta) \frac{1}{V} \int_{V_\beta} \frac{|\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s|^4}{T} dV \quad (3.39)$$

## 4. Fermeture

### 4.1. Introduction

A ce stade, nous avons obtenu un système d'équations moyennées qui n'a pas de fermeture, c'est-à-dire que les équations ont des termes impliquant des déviations à l'échelle des pores. Afin d'obtenir un système complet d'équations macroscopiques, il est nécessaire de trouver une relation entre les déviations à l'échelle des pores et les variables moyennées. Ceci nécessite d'écrire les équations gouvernantes pour les déviations à l'échelle des pores. Ces équations sont tout simplement les équations originales à l'échelle des pores dans lesquelles ont été introduits les termes de déviation. Des simplifications seront faites en utilisant les équations moyennées.

Dans la suite de cette étude, on se place en régime permanent et on considère le régime de Landau, c'est-à-dire le régime laminaire.

### 4.2. Équations aux fluctuations

#### 4.2.1. Equation de l'entropie

L'équation de l'entropie (3.35) peut être réécrite en soustrayant l'équation moyennée (3.39) divisée par  $\varepsilon_\beta$  (supposé constant sur le volume élémentaire représentatif) et on obtient

$$\nabla \cdot (\rho(T^\beta) s(T^\beta) \tilde{\mathbf{v}}_n) = 0 \quad (3.40)$$

#### 4.2.2. Équations de continuité

L'équation de continuité (3.11) peut être réécrite en soustrayant l'équation moyennée (3.18) divisé par  $\varepsilon_\beta$  ce qui donne

$$\nabla \cdot (\tilde{\rho}_n \mathbf{V}_n + \tilde{\rho}_s \mathbf{V}_s + \rho_n \tilde{\mathbf{v}}_n + \rho_s \tilde{\mathbf{v}}_s) = 0 \quad (3.41)$$

où la notation suivante est adoptée

$$\tilde{\rho}_n = \rho_n - \rho_n(T^\beta) \quad (3.42)$$

Typiquement, en considérant les résultats obtenus pour des fluides avec une densité variable, les variations de densité peuvent être négligées sur un volume élémentaire représentatif et l'équation (3.41) devient

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_n = - \frac{\rho_s}{\rho_n} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_s \quad (3.43)$$

Ce qui mène, dans la limite d'un ratio superfluide sur fluide normal petit, à l'équation suivante

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}}_n = 0 \quad (3.44)$$

Si on se réfère à la figure II.8 qui donne les densités  $\rho_n$  et  $\rho_s$  en fonction de la température, on peut voir que un ratio superfluide sur fluide normal petit est vrai pour une température supérieure à 2 K.

De plus, en considérant des variations de température très petites, ce qui est le cas dans nos simulations numériques, l'équation (3.44) dérive de l'équation (3.40). Cette hypothèse est faite par Landau (Landau 1941) en considérant la densité et l'entropie constante ; l'équation (3.40) donne directement (3.44). Cela va permettre de simplifier considérablement le problème de fermeture. Ces hypothèses seront vérifiées avec des simulations numériques.

#### 4.2.3. Équations de quantité de mouvement totale

On considère ici l'équation de quantité de mouvement totale (2.16). L'équation moyennée correspondante peut être obtenue en additionnant l'équation (3.31) et l'équation (3.34). L'équation résultante implique plusieurs termes qui peuvent être classiquement négligés dans le problème de fermeture, tout en sachant que le terme le plus important est dû à la force de viscosité à la surface du pore (Bousquet-Melou 2002). Ces termes sont :

- les termes inertiels
- les termes correspondant à la correction de Brinkman, c'est-à-dire les termes impliquant  $\nabla^2 \langle \mathbf{v}_n \rangle$

En utilisant ces simplifications, l'équation de quantité de mouvement totale s'exprime

$$\mathbf{0} = \left[ \varepsilon_\beta \nabla P^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{p} dA \right] + \eta(T^\beta) \left( \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_n dA \right) + \varepsilon_\beta \rho(T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.45)$$

Cette équation est divisée par  $\varepsilon_\beta$  et soustrait à l'équation de quantité de mouvement (2.16) pour obtenir l'équation de mouvement des déviations spatiales suivante

$$0 = -\nabla \tilde{p} + \eta(T^\beta) \nabla^2 \tilde{\mathbf{v}}_n - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \left( -\mathbf{I} \tilde{p} + \eta(T^\beta) \nabla \tilde{\mathbf{v}}_n \right) dA \quad (3.46)$$

#### 4.2.4. Conditions aux limites

En considérant la condition à la paroi pour le fluide normal et en utilisant la décomposition spatiale de la vitesse normale, on a

$$\tilde{\mathbf{v}}_n = -\mathbf{V}_n \text{ sur } A_{\beta\sigma} \quad (3.47)$$

### 4.3. Problème de fermeture

A ce stade, on obtient le problème de fermeture suivant pour les déviations spatiales  $\tilde{\mathbf{v}}_n$  et  $\tilde{p}$  à l'échelle du pore :

*Equation de quantité de mouvement*

$$\mathbf{0} = -\nabla\tilde{p} + \eta(T^\beta)\nabla^2\tilde{\mathbf{v}}_n - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot (-\mathbf{I}\tilde{p} + \eta(T^\beta)\nabla\tilde{\mathbf{v}}_n) dA \quad (3.48)$$

*Equation de continuité*

$$\nabla \cdot (\tilde{\mathbf{v}}_n) = 0 \quad (3.49)$$

*Condition aux limites*

$$\tilde{\mathbf{v}}_n = - \underbrace{\mathbf{V}_n}_{\text{source}} \text{ sur } A_{\beta\sigma} \quad (3.50)$$

En considérant la définition des déviations, on a aussi

$$\langle \tilde{\mathbf{v}}_n \rangle = \mathbf{0} \quad (3.51)$$

et

$$\langle \tilde{p} \rangle = 0 \quad (3.52)$$

Ce problème est *exactement* le problème de fermeture pour l'écoulement d'un fluide purement visqueux à travers un milieu poreux (Quintard (a) 1994, Quintard (b) 1994, Quintard (c) 1994, Quintard (d) 1994, Quintard (e) 1994, Whitaker 1986). Il est alors important, pour la théorie d'un écoulement d'hélium superfluide, de résumer comment ce résultat remarquable a été obtenu. Les hypothèses majeures sont :

1. l'écoulement est considéré dans le régime de Landau,
2. il n'y a pas production d'une vitesse normale à l'interface solide  $A_{\beta\sigma}$  (ceci a été obtenu en négligeant les transferts de chaleur dans la phase solide)
3. le faible couplage des deux composantes du à l'équation de conservation de la masse a été négligé dans le problème de fermeture, c'est-à-dire pour exprimer les déviations sur un volume élémentaire représentatif

La solution de ce problème est maintenant classique (Sanchez-Palencia 1982, Whitaker 1986). Etant donné le terme source de l'équation (3.50) dans le problème linéaire considéré, il peut être montré que les déviations peuvent être exprimées comme une fonction de la vitesse moyenne de la manière suivante

$$\tilde{\mathbf{v}}_n = \mathbf{B} \cdot \mathbf{V}_n \quad (3.53)$$

$$\tilde{p} = \eta \mathbf{b} \cdot \mathbf{V}_n \quad (3.54)$$

où les variables  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{b}$  satisfont le problème de fermeture suivant

$$0 = -\nabla \mathbf{b} + \nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot (-\mathbf{Ib} + \nabla \mathbf{B}) dA \quad (3.55)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{B}) = 0 \quad (3.56)$$

*Conditions aux limites*

$$\mathbf{B} = -\mathbf{I} \text{ sur } A_{\beta\sigma} \quad (3.57)$$

*périodicité*

$$\mathbf{b}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) = \mathbf{b}(\mathbf{r}), \mathbf{B}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) = \mathbf{B}(\mathbf{r}), i = 1, 2, 3 \quad (3.58)$$

*moyenne*

$$\langle \mathbf{B} \rangle^\beta = 0 \quad (3.59)$$

et

$$\langle \mathbf{b} \rangle^\beta = \mathbf{0} \quad (3.60)$$

Ici nous avons supposé que l'on pouvait utiliser une cellule unitaire périodique pour représenter la structure du milieu poreux. Il est alors possible d'utiliser les équations (3.53) et (3.54) pour développer la forme de fermeture des équations moyennées.

#### 4.4. Forme de fermeture

En considérant l'équation volumique moyennée (3.46) on obtient

$$\mathbf{0} = -\nabla P^\beta + \eta(T^\beta) \left\{ \frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot (-\mathbf{Ib} + \nabla \mathbf{B}) dA \right\} \cdot \mathbf{V}_n + \rho(T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.61)$$

Le terme entre accolades s'exprime classiquement comme

$$\frac{1}{V_\beta} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot (-\mathbf{Ib} + \nabla \mathbf{B}) dA = -\varepsilon_\beta \mathbf{K}^{-1} \quad (3.62)$$

où  $\mathbf{K}$  est le tenseur de perméabilité, le même que pour un écoulement de Darcy classique. L'utilisation de ce résultat dans l'équation (3.61) donne l'équation moyennée intrinsèque suivante

$$\mathbf{0} = -\nabla P^\beta - \eta(T^\beta) \varepsilon_\beta \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{V}_n + \rho(T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.63)$$

Ce qui peut être réécrit sous la forme d'une loi de Darcy classique

$$\varepsilon_\beta \mathbf{V}_n = \frac{\mathbf{K}}{\eta(T^\beta)} \cdot (-\nabla P^\beta + \rho(T^\beta) \mathbf{g}) \quad (3.64)$$

#### 4.5. Équations macroscopiques

Dans cette partie, on considère le système d'équations moyennées donné par les équations (3.18), (3.31), (3.34) et (3.38) dans le régime permanent. On se place dans le régime de Landau donc les termes correspondant à la friction mutuelle sont nuls. On a alors le système d'équations volumique moyennées suivant :

*Equation de continuité*

$$\nabla \cdot (\rho_n(T^\beta) \langle \mathbf{v}_n \rangle + \rho_s(T^\beta) \langle \mathbf{v}_s \rangle) = 0 \quad (3.65)$$

*Equation de mouvement pour la composante superfluide*

$$\mathbf{0} = \rho_s(T^\beta) s(T^\beta) \left[ \varepsilon_\beta \nabla T^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{T} dA \right] - \frac{\rho_s(T^\beta)}{\rho(T^\beta)} \left[ \varepsilon_\beta \nabla P^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{p} dA \right] + \varepsilon_\beta \rho_s(T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.66)$$

*Equation de mouvement pour la composante normale*

$$\mathbf{0} = -\rho_s(T^\beta) s(T^\beta) \left[ \varepsilon_\beta \nabla T^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{T} dA \right] - \frac{\rho_n(T^\beta)}{\rho(T^\beta)} \left[ \varepsilon_\beta \nabla P^\beta + \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \tilde{p} dA \right] + \eta(T^\beta) \left[ \frac{1}{V} \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \nabla \tilde{\mathbf{v}}_n dA \right] + \varepsilon_\beta \rho_n(T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.67)$$

*Equation de l'entropie*

$$\nabla \cdot (\varepsilon_\beta \rho(T^\beta) s(T^\beta) \mathbf{V}_n) = 0 \quad (3.68)$$

Puisque il est possible de trouver des expressions pour les déviations spatiales de la vitesse normale et de la pression (équations (3.53) et (3.54)), on peut les utiliser dans le système d'équations (3.65), (3.66), (3.67) et (3.68) pour obtenir les équations macroscopiques. L'équation de continuité (3.65) n'a pas de déviations spatiales donc elle est inchangée.

La déviation spatiale de la pression peut être réécrite en utilisant la loi de Darcy (3.64)

$$\tilde{p} = \mathbf{b} \cdot \frac{\mathbf{K}}{\varepsilon_\beta} \cdot (-\nabla P^\beta + \rho \mathbf{g}) \quad (3.69)$$

On considère l'équation de London (2.18)

$$\nabla p = \rho s \nabla T \quad (3.70)$$

Il est alors possible d'exprimer la déviation spatiale pour la température,  $\tilde{T}$ , comme une fonction de la déviation spatiale de la pression (en négligeant, de même que cela a été fait précédemment, la variation de  $\rho$  sur le volume élémentaire représentatif), on a alors

$$\tilde{p} = \rho s \tilde{T} + a \quad (3.71)$$

où  $a$  est une constante qui peut être prise égale à zéro puisque  $\tilde{T}$  est utilisée dans l'intégrale surfacique de l'équation (3.66) et (3.67) et cette constante, après intégration, donnera zéro. On peut alors utiliser les expressions des déviations spatiales afin d'obtenir les équations macroscopiques. On fait l'hypothèse que le milieu poreux est *homogène* et *isotrope* ce qui induit que le tenseur de perméabilité est un scalaire que multiplie la matrice unité. On pose la notation suivante

$$\varepsilon_\beta \mathbf{I} - \frac{\mathbf{K}}{V_\beta} \cdot \int_{A_{\beta\sigma}} \mathbf{n}_{\beta\sigma} \mathbf{b} dA = \frac{\varepsilon_\beta}{\tau} \mathbf{I} \quad (3.72)$$

où  $\tau$  est un paramètre de tortuosité.

Après calcul, on obtient le système d'équations macroscopique suivant

*Equation de continuité*

$$\nabla \cdot (\rho_n(T^\beta) \mathbf{V}_n + \rho_s(T^\beta) \mathbf{V}_s) = 0 \quad (3.73)$$

*Equation de mouvement pour la composante superfluide*

$$\mathbf{0} = \frac{\rho_s(T^\beta) s(T^\beta)}{\tau} \nabla T^\beta - \frac{\rho_s(T^\beta)}{\rho(T^\beta)} \frac{1}{\tau} \nabla P^\beta + \rho_s(T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.74)$$

*Equation de mouvement pour la composante normale*

$$\mathbf{0} = -\frac{\rho_s(T^\beta) s(T^\beta)}{\tau} \nabla T^\beta - \left( 1 - \frac{\rho_s(T^\beta)}{\rho(T^\beta)} \right) \nabla P^\beta - \frac{\eta(T^\beta)}{K} \varepsilon_\beta \mathbf{V}_n + \rho_n(T^\beta) \mathbf{g} \quad (3.75)$$

*Equation de l'entropie*

$$\nabla \cdot (\varepsilon_\beta \rho(T^\beta) s(T^\beta) \mathbf{V}_n) = 0 \quad (3.76)$$

A ce stade, il est important de faire les remarques fondamentales suivantes. Cette structure des équations macroscopiques qui décrivent le régime de Landau induit deux paramètres effectifs,  $\tau$  et  $K$ , qui ne dépendent que de la géométrie du milieu poreux. Dans le régime permanent, la tortuosité peut être éliminée dans les calculs puisque l'équation (3.74) est une version



macroscopique de la relation de London. Les équations (3.74) et (3.75) peuvent être additionnées et cela donne

$$\mathbf{0} = -\nabla P^\beta - \frac{\eta(T^\beta)}{K} \varepsilon_\beta \mathbf{V}_n + \rho \mathbf{g} \quad (3.77)$$

On retrouve bien la loi de Darcy et il n'y a pas de terme de tortuosité.

Par contre, les termes de Gorter-Mellink venant empêcher la simplification menant à l'équation (3.77), le terme de tortuosité subsisterait alors hors du régime de Landau.

## 5. Simulations numériques directes

Dans cette partie, on va s'intéresser à la validité du modèle proposé dans la partie précédente en comparant les prédictions théoriques avec des résultats obtenus en résolvant numériquement les équations à l'échelle des pores pour un milieu poreux modèle.

### 5.1. Méthode de résolution numérique

Les équations décrivant un écoulement d'hélium superfluide ont été implémentées avec le logiciel Comsol Multiphysic® afin de réaliser des simulations numériques directes en deux dimensions. Les équations implémentées, dans le régime de Landau, sont :

- l'équation de conservation de la masse (3.11)
- l'équation de quantité de mouvement de la composante superfluide (3.19)
- l'équation de quantité de mouvement de la composante normale (3.32)
- l'équation de l'entropie (3.35)

Les simulations sont réalisées pour un réseau de cylindres schématisé figure III.2. Le réseau est composé de dix cellules unitaires de dimension 1  $\mu\text{m}$  sur 1  $\mu\text{m}$ . Chaque cellule contient un cylindre de diamètre 0,5  $\mu\text{m}$  représentant la phase solide  $V_\sigma$ . Les conditions aux limites imposées sur la surface  $A_{\beta\sigma}$  d'un cylindre sont les suivantes :

$$(\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n}_{\beta\sigma} = 0 \quad (3.78)$$

$$\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_n \cdot \mathbf{n}_{\beta\sigma} \mathbf{n}_{\beta\sigma} = \mathbf{0} \quad (3.79)$$

Sur les plans au dessus et au dessous du réseau de cylindre sont imposées des conditions de symétries. La surface (1) est la face chauffée où on impose un flux de chaleur. Sur la face (2), on impose une température qui correspond à la température du bain d'He II, ceci permettant de reproduire les conditions thermiques de notre système expérimental. Initialement la température du fluide est la même que la température imposée à la sortie (2), c'est-à-dire la température de bain, et les champs de vitesse sont nuls.

Les différents paramètres numériques tels que la dimension du maillage ou le pas de temps ont été testés pour différentes valeurs jusqu'à ce que l'on obtienne une stabilité et une précision raisonnable.

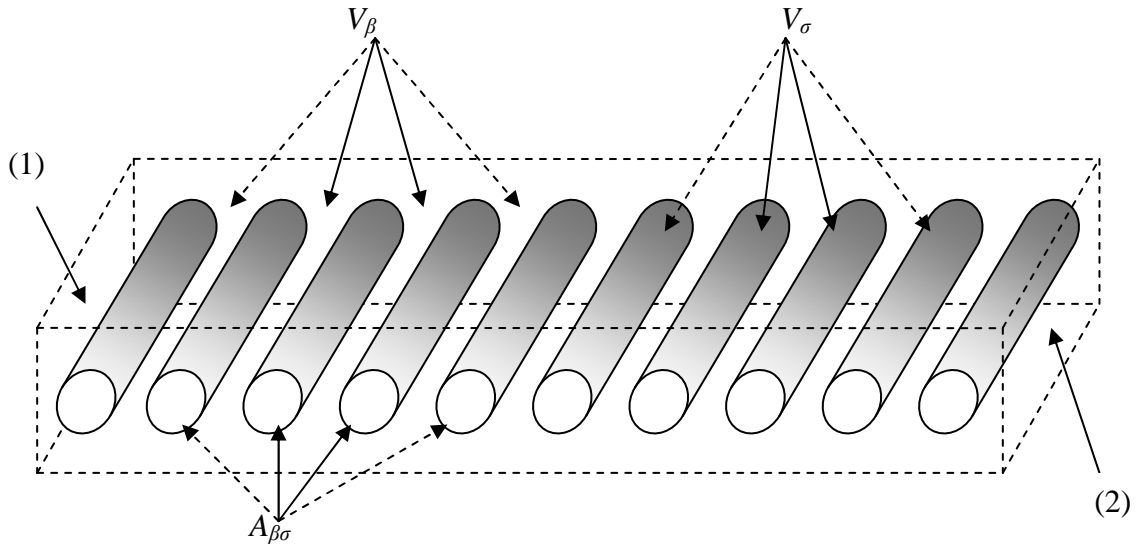


Figure III.2 Réseau de cylindre modèle utilisé pour la simulation numérique

Compte tenu de la difficulté de traiter numériquement ce problème notamment à cause du couplage, il a été nécessaire de stabiliser la solution par l'ajout d'une diffusion numérique. Des comparaisons avec le code sans diffusion numérique ont permis de montrer que la diffusion numérique n'a pas d'importance sur les résultats en régime permanent.

## 5.2. Résultats et discussion

On considère tout d'abord les résultats obtenus pour un flux de chaleur de  $30 \text{ W/m}^2$  et une température de bain de  $1,8 \text{ K}$ . La figure III.3 représente la différence en température  $T-T_0$  dans le domaine poreux en régime permanent. Comme cela peut être remarqué, la différence de température est de l'ordre de  $10^{-6} \text{ K}$ . Cette petite valeur est en accord avec la physique de l'hélium superfluide qui a une très grande conductivité thermique effective. Il est alors important de noter que cette petite variation de température sur une cellule unitaire justifie le traitement des non linéarités fait dans le développement théorique ; c'est-à-dire le découplage des deux composantes pour l'équation de conservation de la masse.

La figure III.4 représente le champ de vitesse de la composante normale dans les cellules centrales (5) et (6). En accord avec l'équation de transport de la chaleur en He II, le champ de vitesse est positif et va de la source chaude vers la source froide, démontrant ainsi que c'est la composante normale qui transporte la chaleur. On peut aussi noter que la vitesse de la composante normale est nulle à la paroi en accord avec les conditions aux limites (3.78) et (3.79). Ceci s'appuie aussi sur le fait que l'on considère qu'il n'y a pas de transferts de chaleur entre la phase solide et la phase superfluide sinon il y aurait production d'une vitesse normale à la paroi. Le champ de vitesse de la composante superfluide dans les cellules (5) et (6) est présenté figure III.5. On peut observer que la vitesse de la composante superfluide va dans la direction opposée à celle de la composante normale, satisfaisant ainsi l'équation de conservation de la masse. La différence majeure avec le champ de vitesse de la composante normale est que la vitesse tangentielle de la composante superfluide n'est pas nulle à la paroi et ceci est dû à l'absence de viscosité de la composante superfluide.

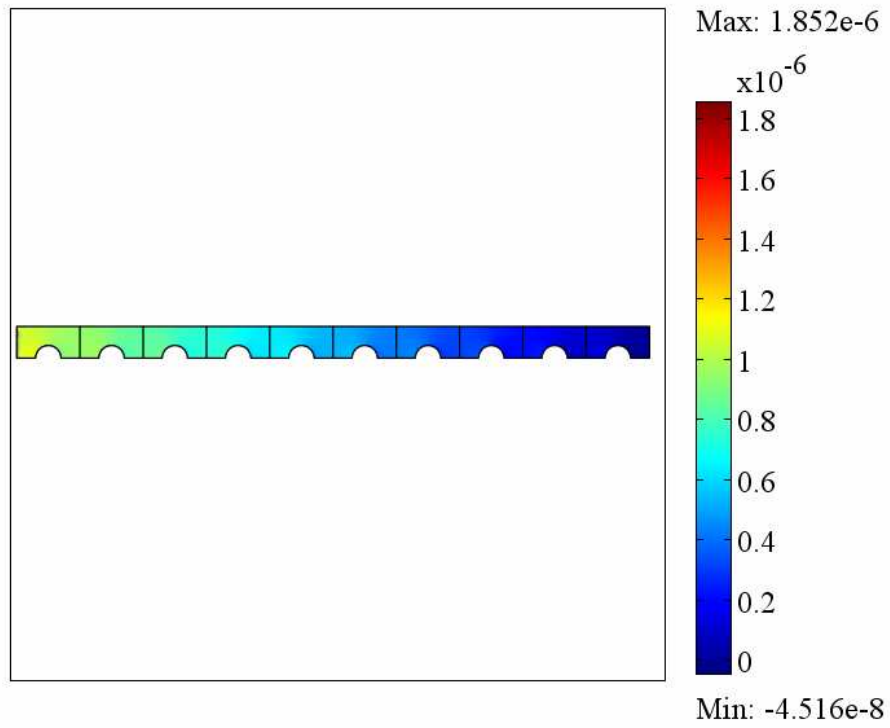


Figure III.3 Différence de température dans le domaine étudié (en K)

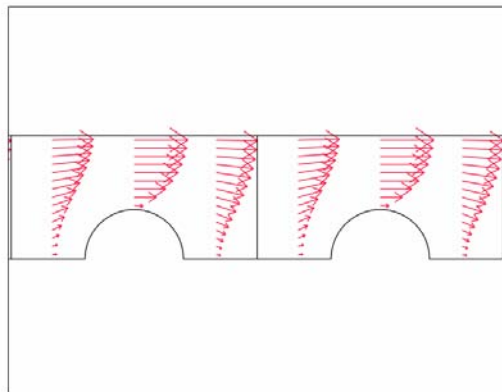


Figure III.4 Champs de vitesse de la composante normale

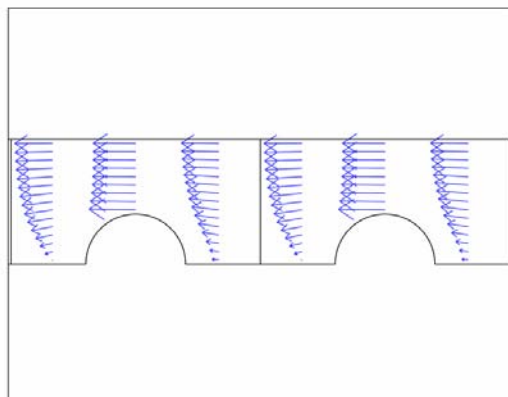


Figure III.5 Champs de vitesse de la composante superfluide

La figure III.6 représente la distribution de la divergence de la vitesse de la composante normale dans les cellules centrales (5) et (6). La figure III.7 montre la distribution de la divergence de la vitesse pour un fluide classique pour un écoulement de Stokes dans les cellules centrales (5) et (6). La vitesse moyenne de la composante normale est prise égale à la vitesse de l'écoulement de Stokes pour comparaison. On notera que les oscillations observées sont à relier à la représentation polynomiale du type éléments finis. Comme cela est clair, la moyenne de la divergence est nulle dans les deux cas et le bruit est de l'ordre de  $5 \text{ s}^{-1}$  excepté dans les zones proches des parois. Tout cela confirme que la divergence est nulle en moyenne et justifie l'utilisation de l'hypothèse (3.44).

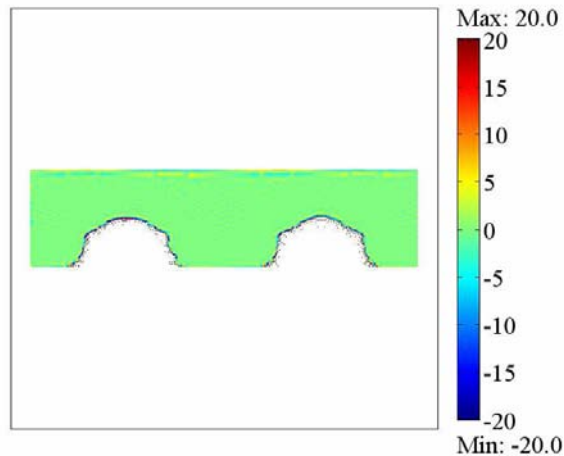


Figure III.6 Distribution de la divergence de la vitesse de la composante normale ( $\text{s}^{-1}$ )

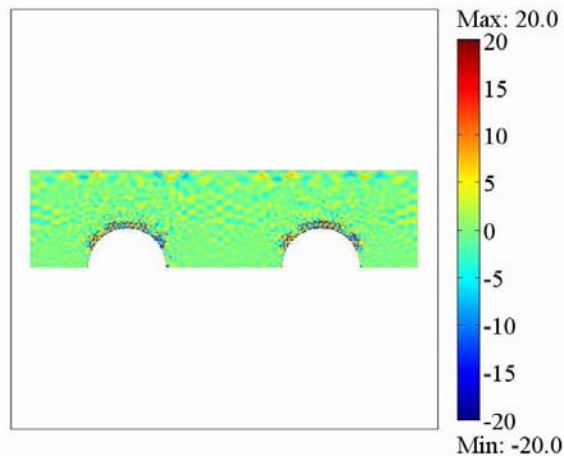


Figure III.7 Distribution de la divergence de la vitesse pour un écoulement de Stokes ( $\text{s}^{-1}$ )

En se basant sur un faible couplage entre la composante normale et la composante superfluide dans le régime de Landau, on a obtenu une équation macroscopique impliquant la définition de la perméabilité intrinsèque ; c'est-à-dire la même que celle obtenue en appliquant la méthode de changement d'échelle à un problème de Stokes classique. Pour calculer la perméabilité intrinsèque de notre réseau de cylindres, on résout les équations gouvernant un écoulement de Stokes en imposant une différence de pression entre l'entrée (1) et la sortie (2) de notre domaine représenté figure III.2. Les termes gravitationnels étant négligeables devant les gradients mis en jeu, ils sont négligés (cela a été vérifié numériquement en faisant des calculs avec et sans). La perméabilité intrinsèque est alors déterminée en utilisant la loi de Darcy

$$\nabla p = -\frac{\eta}{K} \langle \mathbf{v} \rangle \quad (3.80)$$

et on trouve que  $K$  est égal à  $3,32 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$  pour le treillis considéré.

En utilisant la loi de Darcy équation (3.64) et l'expression du flux de chaleur (2.13), la loi de Darcy peut être exprimée en fonction du flux de chaleur

$$\nabla P^\beta = -\frac{\eta(T^\beta)}{K} \frac{\mathbf{q}}{\rho(T^\beta) s(T^\beta) T^\beta} \quad (3.81)$$

Dans le régime de Landau, l'équation de la composante superfluide (3.74) peut être utilisée pour introduire le gradient de température dans la loi de Darcy

$$\nabla T^\beta = -\frac{\eta(T^\beta)}{K} \frac{\mathbf{q}}{(\rho(T^\beta) s(T^\beta))^2 T^\beta} \quad (3.82)$$

Ces trois différentes équations, (3.80), (3.81) et (3.82), ont été utilisées pour calculer la perméabilité de notre domaine. Les quantités moyennes ont été calculées directement à partir des résultats de la DNS en faisant des intégrations numériques. Ces trois différentes méthodes donnent des résultats similaires avec un écart de 0,3 %. L'expression (3.82) a finalement été choisie pour le calcul de la perméabilité de notre treillis d'étude. La perméabilité a été calculée dans le régime de Landau pour différents flux de chaleur allant de  $1 \text{ W/m}^2$  à  $1000 \text{ W/m}^2$ . La valeur de la perméabilité obtenue diffère de 0,4 % pour l'ordre de grandeur du flux de chaleur considéré. On en déduit que la perméabilité est indépendante du flux de chaleur. Par ailleurs, on note qu'à  $1000 \text{ W/m}^2$  le terme de Gorter-Mellink est négligeable devant le terme de Landau ce qui justifie l'utilisation des équations dans le régime de Landau seulement.

Tableau III.1. Comparaison entre la perméabilité intrinsèque et la perméabilité calculée numériquement en He II sur le treillis considéré pour un flux de chaleur de  $30 \text{ W/m}^2$

Température (K)	Perméabilité intrinsèque (* $10^{-14} \text{ m}^2$ )	Perméabilité en He II (* $10^{-14} \text{ m}^2$ )	Erreur (%)
1,4	3,32	3,41	2,8
1,5	3,32	3,23	2,8
1,6	3,32	3,29	0,7
1,7	3,32	3,3	0,5
1,8	3,32	3,28	1,1
1,9	3,32	3,27	1,5
2	3,32	3,26	1,7
2,1	3,32	3,22	2,9

Intéressons nous maintenant à l'influence de la température sachant que c'est le fluide normal qui transporte la chaleur et que le ratio densité normale sur densité totale varie de 75 % à 2,1 K à 7,6 % à 1,4 K. Les résultats sont rassemblés dans le tableau III.1. On trouve alors que la perméabilité pour un écoulement d'hélium superfluide a un écart maximum de 2,9 % à 2,1 K par rapport à la perméabilité intrinsèque. Cette erreur, minime en regard de l'analyse faite, peut être associée aux erreurs numériques. Ces résultats montrent que le modèle proposé basé sur le découplage des deux composantes au niveau du problème de fermeture est une approximation acceptable dans le régime de Landau.

## 6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthode de moyennage volumique aux équations du modèle à deux fluides de l'hélium superfluide en supposant qu'elles étaient valables à l'échelle des pores. Nous avons montré de manière théorique que le régime de Landau menait à un problème de Darcy au niveau macroscopique en faisant une hypothèse importante : les équations de la composante normale et de la composante superfluide ont été découplées au niveau du problème de fermeture. La validité de cette hypothèse a été vérifiée par des simulations numériques directes. La perméabilité apparaissant avec le modèle macroscopique a été calculée sur un treillis modèle pour des températures allant de 1,4 K à 2,1 K et on a trouvé que la perméabilité pour un écoulement d'hélium superfluide est égale à la perméabilité intrinsèque, la même que pour un écoulement de Stokes, et ceci indépendamment du flux de chaleur et de la température. Le modèle proposé, et plus particulièrement la structure des équations macroscopiques où interviennent des termes de perméabilité et de tortuosité pourraient être un point de départ afin d'étendre le modèle au régime de turbulence superfluide.

Après un peu de théorie et de simulations numériques, il va être intéressant de regarder ce que l'on obtient d'un point de vue expérimental. Pour cela, différents dispositifs expérimentaux ont été mis au point et le chapitre suivant s'attache à les décrire.

## **Chapitre IV**

### **Description des systèmes expérimentaux et des appareillages cryogéniques**

# 1. Systèmes cryogéniques expérimentaux

## 1.1. Principe des mesures

Notre étude consiste à observer expérimentalement et modéliser les transferts de chaleur en hélium superfluide dans des milieux poreux dans les régimes de Landau et de Gorter-Mellink. Ces mesures sont effectuées à travers des milieux poreux ayant des caractéristiques différentes (taille moyenne de pores, épaisseur et porosité). La figure IV.1 présente le schéma de principe des mesures en hélium superfluide. Il s'agit de créer un transfert de chaleur monodimensionnel à travers le milieu poreux entre un bain interne et un bain de référence (bain du cryostat). Le bain interne est isolé thermiquement du bain du cryostat afin d'avoir un transfert de chaleur uniquement à travers le milieu poreux. Le bain du cryostat est réglé à une température fixe. Un flux de chaleur est imposé dans le bain interne et la température ainsi que la pression y sont mesurées. Ce dispositif expérimental est basé sur l'isothermie des deux bains d'hélium superfluide. En effet, la conductivité équivalente de l'hélium superfluide est tellement grande, plusieurs ordres de grandeurs supérieure à celle des meilleurs cuivres à la même température, que chaque bain est considéré isotherme. Nous le montrerons expérimentalement.

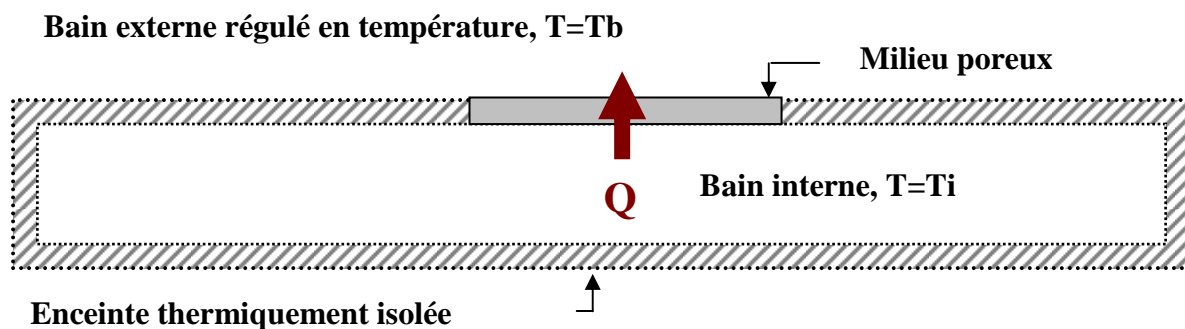


Figure IV.1 Schéma de principe des transferts thermiques en He II à travers un milieu poreux

## 1.2. Description des échantillons

Nous avons testés trois familles d'échantillons différents. Pour les deux premières familles, ce sont des échantillons à base d'oxyde d'alumine. Ils sont constitués d'un agglomérat de petites particules et forment ainsi un réseau de canaux interconnectés entre eux dont certains peuvent être non débouchant. On peut ainsi obtenir des monolithes céramiques de forme et d'épaisseur contrôlée. Les échantillons de la première famille ont une taille moyenne de pores de  $1 \mu\text{m}$  et de  $2 \mu\text{m}$ , une porosité de 32% et nous avons deux épaisseurs : 3 mm et 4 mm. Ils ont été achetés à la société KROSAKI HARIMA Corporation. Les échantillons de la deuxième famille ont une taille de pore de  $0,1 \mu\text{m}$  ; nous avons deux porosités différentes (10% et 30%) et trois épaisseurs différentes (1 mm, 2 mm et 3 mm). Ils ont été achetés à la société SCT (Solutions in Ceramic Technologies).

La dernière famille est constituée de milieux poreux qui sont élaborés à partir de poudres céramiques commerciales, à base de carbure de silicium dans lesquelles sont incorporés des agents porogènes. On peut ainsi obtenir des monolithes céramiques de forme et d'épaisseurs contrôlées, possédant un volume poreux pouvant atteindre 60%, et une taille de pore ajustable entre 5 et  $30 \mu\text{m}$ . Ces échantillons nous ont été fournis par l'Institut Européen des Membranes. Les différentes caractéristiques des échantillons testés sont réunies dans le tableau I.1.



Tableau I.1 Caractéristiques des différents échantillons

Nom/composition	Taille de pores ( $\mu\text{m}$ )	Epaisseur (mm)	Porosité (%)
$\text{Al}_2\text{O}_3$	1	3	32
$\text{Al}_2\text{O}_3$	1	4	32
$\text{Al}_2\text{O}_3$	2	3	32
$\text{Al}_2\text{O}_3$	2	4	32
$\text{Al}_2\text{O}_3$	0.1	1	10
$\text{Al}_2\text{O}_3$	0.1	2	10
$\text{Al}_2\text{O}_3$	0.1	3	10
$\text{Al}_2\text{O}_3$	0.1	1	33
$\text{Al}_2\text{O}_3$	0.1	2	33
$\text{Al}_2\text{O}_3$	0.1	3	33
T 43 (SiC)	10,8	1,5	62
T 51 A (SiC)	20	1,2	58

### 1.3. Description du cryostat

L'utilisation de fluides cryogéniques tels que l'azote et l'hélium demande la mise en place d'une installation spécifique. Ces expériences ont été réalisées à l'aide d'un cryostat à bain d'hélium saturé, c'est-à-dire que pour être en hélium superfluide le bain est pompé et nous suivons la courbe de saturation He-vapeur. Donc imposer une température de bain revient à imposer une pression.

Tableau IV.2 : Correspondance entre la température et la pression de vapeur de l' $^4\text{He}$ 

Température (K)	Pression (Torr)	Pression (Pa)
1,4	2,11	287,29
1,5	3,54	479,70
1,6	5,60	758,40
1,7	8,46	1144,99
1,8	12,29	1661,60
1,9	17,24	2329,66
2,0	23,47	3167,94
2,1	31,06	4189,03

La pression dans le cryostat est mesurée par une jauge de pression Baratron® et régulée par un régulateur qui contrôle l'ouverture d'une vanne papillon se trouvant entre le système de pompage et le cryostat. La pression est régulée à 0,01 Torr près, ce qui correspond à 1,33 Pa. La température est ainsi régulée à  $10^{-4}$  K près. La correspondance de la pression en fonction de la température se trouve dans le tableau IV.2.

Le schéma de principe du cryostat est présenté en figure IV.2 ainsi que des photographies. De l'extérieur vers l'intérieur, sauf sur la partie supérieure, le cryostat est composé tout d'abord d'un vide scellé qui sert à éliminer les échanges par convection et à limiter ceux par conduction gazeuse entre l'air ambiant et l'azote liquide ( $\text{LN}_2$ ). Ensuite une enceinte d'azote liquide sert à réduire les échanges thermiques entre l'ambiante et l'hélium liquide (LHe) en jouant le rôle d'un écran thermique à 77 K. On a donc un échange radiatif de 77 K à 4 K et non pas de 300 K à 4 K, soit une réduction du flux de chaleur, en supposant l'émissivité de la paroi à 77 K égale à celle de la paroi à 300 K, d'un rapport de :

$$\frac{\dot{q}_{300K \rightarrow 4K}}{\dot{q}_{77K \rightarrow 4K}} = \frac{\sigma E A_f (T_{c1}^4 - T_{f1}^4)}{\sigma E A_f (T_{c2}^4 - T_{f2}^4)} = \frac{300^4 - 4^4}{77^4 - 4^4} \approx \frac{300^4}{77^4} \approx 230 \quad (4.1)$$

- $\dot{q}$  est la puissance rayonnée entre deux surfaces (en W),
- $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} \text{ W.cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$  est la constante de Stefan-Boltzmann,
- $A_f$  est la surface froide (qui reçoit la puissance),
- $T$  est la température (en K),  $T_{f1} = T_{f2} = 4 \text{ K}$ ,  $T_{c1} = 300 \text{ K}$ ,  $T_{c2} = 77 \text{ K}$ ,
- $E$  est un facteur qui tient compte des pouvoirs émissifs  $E_c$  et  $E_f$  des surfaces aux températures  $T_c$  et  $T_f$ .

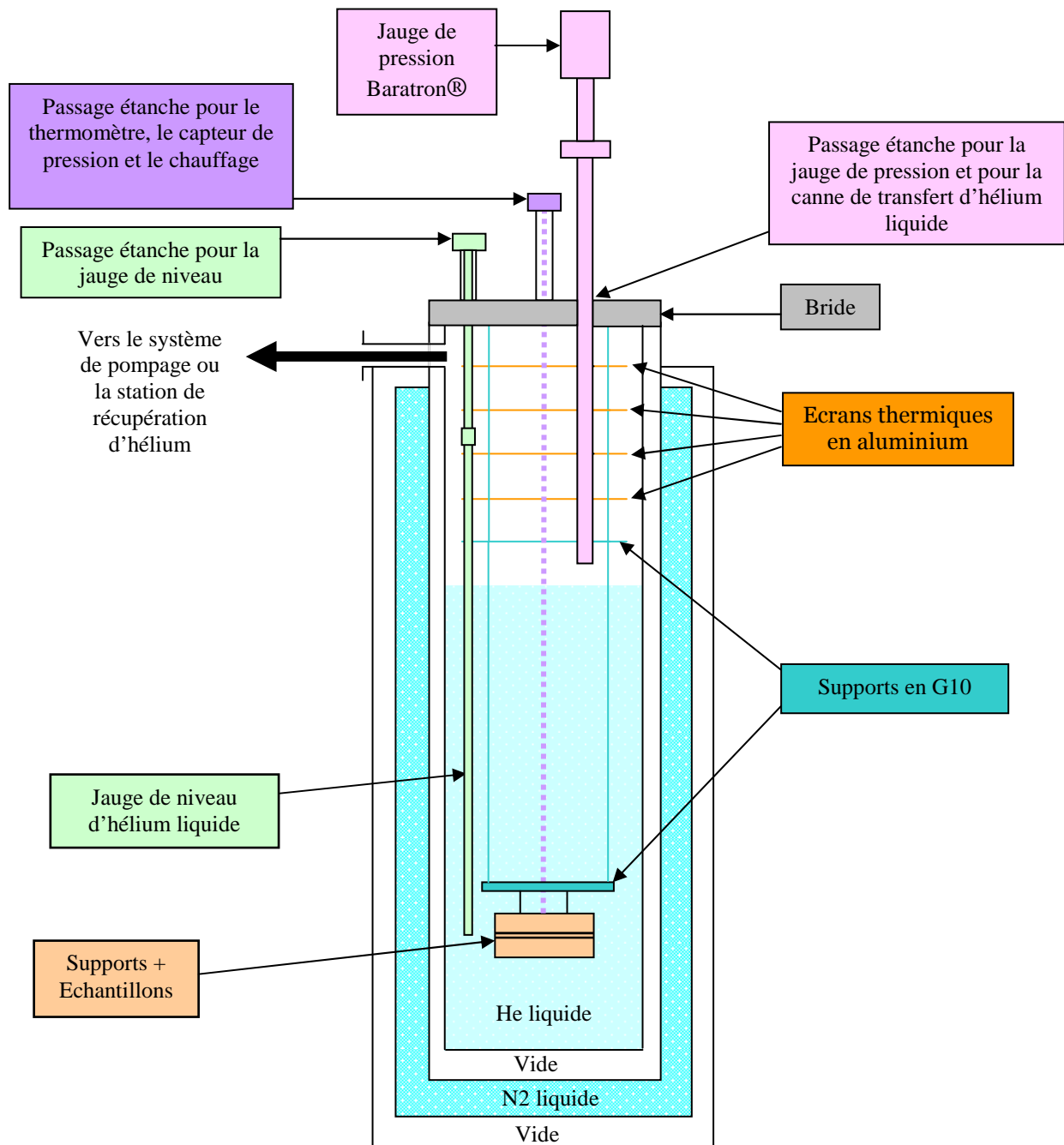


Figure VI.2 Schéma du cryostat dans son ensemble

Après l'enceinte d'azote liquide, on trouve un second vide scellé qui sert à réduire les pertes thermiques par conduction gazeuse entre l'azote liquide à 77 K et l'hélium liquide à 4 K. C'est dans le bain d'hélium liquide que se déroulent les expériences.

Les pertes thermiques par rayonnement provenant de la bride (haut du cryostat) sont réduites par quatre écrans thermiques en aluminium qui sont placés pour intercepter le flux de chaleur. En remontant, les vapeurs d'hélium vont refroidir les écrans qui se trouvent à une température croissante à mesure que l'on s'approche de la bride. Grâce à ces écrans, on supprime les échanges radiatifs directs entre 300 K et 4 K. Les écrans et le porte-échantillon sont suspendus dans le cryostat grâce à un support composé d'un mélange de fibre de verre et de résine époxy appelé G10.

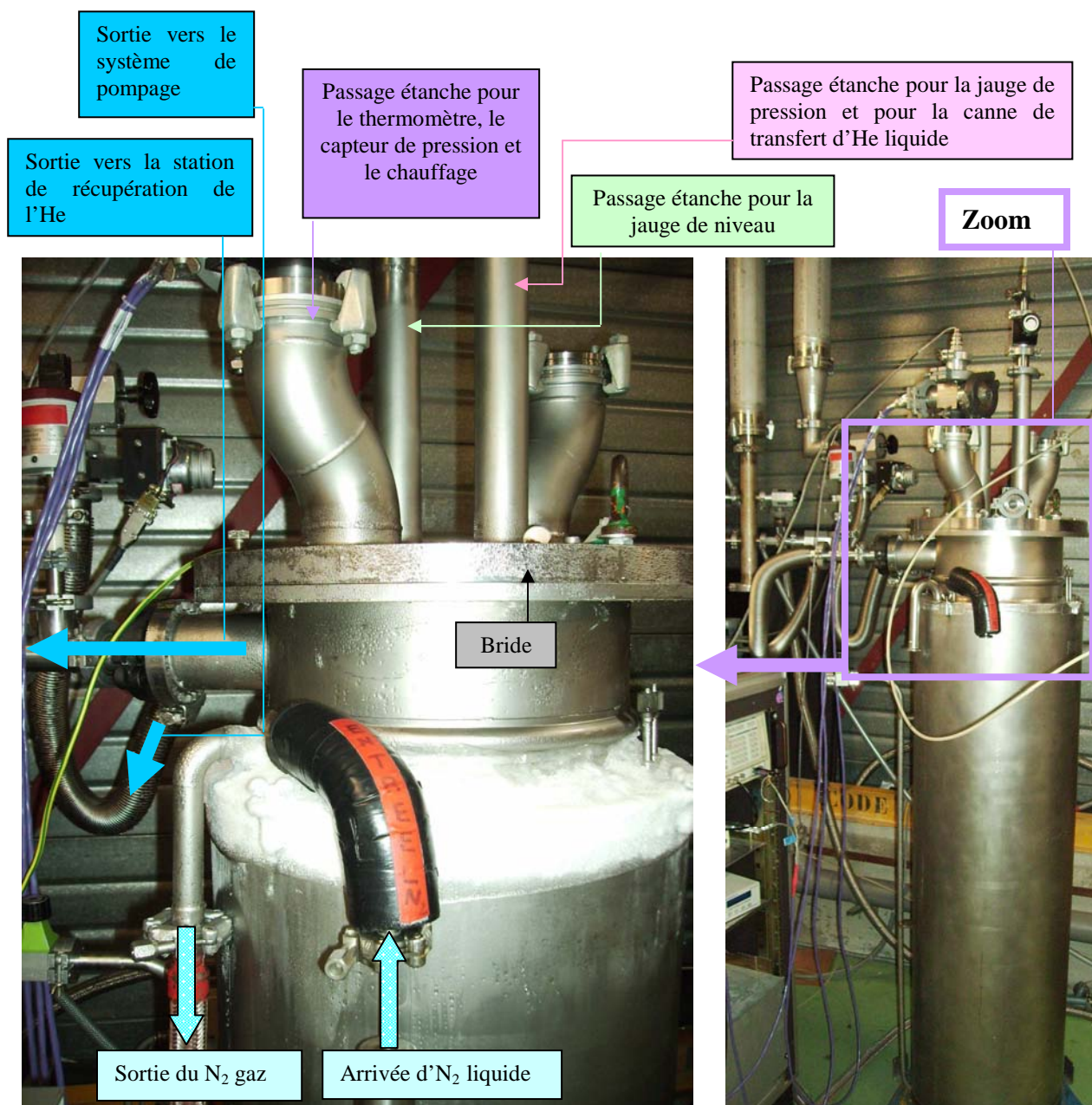


Figure IV.3 Photos du cryostat

Le cryostat est équipé de deux sorties. L'une est reliée à une station de récupération d'hélium, à la pression atmosphérique, et l'autre est reliée au système de pompage, composé d'une pompe primaire et de trois pompes ROOTS. Lorsque l'on ne pompe pas sur le bain d'hélium, le cryostat est relié à la station de récupération ce qui permet aux vapeurs d'hélium d'être évacuées et ceci évite d'avoir une surpression à cause de l'évaporation de l'hélium liquide. Lorsque l'on pompe dans le cryostat pour abaisser la température du bain, il faut impérativement fermer la vanne reliant le cryostat à la station de récupération. Si cette vanne reste ouverte, le système de pompage pomperait l'hélium de la station de récupération au lieu de faire le vide dans le cryostat. Un schéma du cryostat ainsi que des photographies sont présentés figures IV.2 et IV.3.

#### 1.4. Dispositif expérimental « tambour » - régime permanent

Un premier dispositif expérimental a été mis au point pour mesurer les transferts de chaleur en hélium superfluide dans les milieux poreux en régime permanent (Baudouy 2005). C'est ce dispositif qui est utilisé pour effectuer les mesures sur les échantillons de carbure de silicium et les échantillons d'oxyde d'alumine qui ont des tailles de pores de 1 et 2  $\mu\text{m}$ .

##### 1.4.1. Description du système expérimental

Les échantillons sont collés entre deux pièces circulaires (montage « sandwich ») en G10 (fibre de verre+résine époxy) avec un trou au milieu ce qui permet de laisser une partie de l'échantillon sans colle (figure IV.4) où le transfert thermique pourra s'effectuer. Ce montage est notamment utilisé pour les échantillons en carbure de silicium et sert de renfort mécanique car plusieurs tests ont montré que les échantillons cassaient à cause de la surpression dans le bain interne. Ceci permet aussi de contrôler la surface d'échange des transferts thermiques.

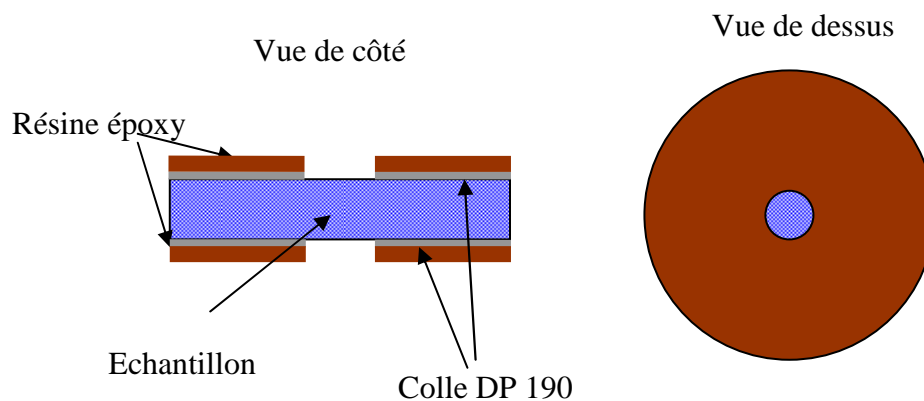


Figure IV.4 Montage « sandwich » de l'échantillon de test

Le montage sur lequel est montée la bride où l'on colle l'échantillon se trouve sur la figure IV.5. Il y a deux chambres dans lesquelles un vide poussé est maintenu afin d'assurer une bonne isolation thermique. La première chambre est celle qui sépare le bain interne du bain du cryostat et la deuxième correspond aux passages étanches des fils de mesure. L'étanchéité par rapport à l'environnement d'hélium est assurée par une colle époxyde spéciale utilisée en cryogénie (DP 190 Schotch 3M). Dans l'enceinte du bain interne, un chauffeur (résistance de 22  $\Omega$ ), une sonde de température de type Allen-Bradley (AB-100) et un capteur de pression absolu 0-3 bars de type FPS5 de Fujikura Ltd sont installés. L'étanchéité entre la bride porte échantillon et le porte échantillon est assurée par un joint indium. Cette étanchéité est

nécessaire afin d'assurer que le transfert thermique ait lieu à travers le milieu poreux. Une petite fuite entre les deux bains suffit pour empêcher toute élévation de température et de pression. Des photographies de ces deux éléments sont présentées en figures IV.6 et IV.7. Entre les deux passages étanches, nous avons utilisé des fils en manganin d'un mètre de long enroulés en tire-bouchon de façon à réduire au maximum les pertes thermiques par conduction qui représentent les principales pertes thermiques dans ce montage. On calcule ces pertes thermiques en considérant l'écart maximum de température entre le bain interne et le bain externe, soit entre 1,4 K et 2,1 K, et on utilise la loi de Fourier,

$$Q_{pertes} = \frac{S}{l} \int_{1,4}^{2,1} \lambda DT \quad (4.2)$$

$S$  est la section droite de passage des fils,  $l$  la longueur caractéristique et  $\lambda$  la conductivité thermique du matériau considéré. Le calcul de l'intégrale est donné par une base de données, Cryocomp, de propriétés des différents matériaux à basse température (Cryodata 1999). Les pertes maximum calculées sont de l'ordre de 12  $\mu$ W ce qui est absolument négligeable devant les flux de chaleur mis en jeu.

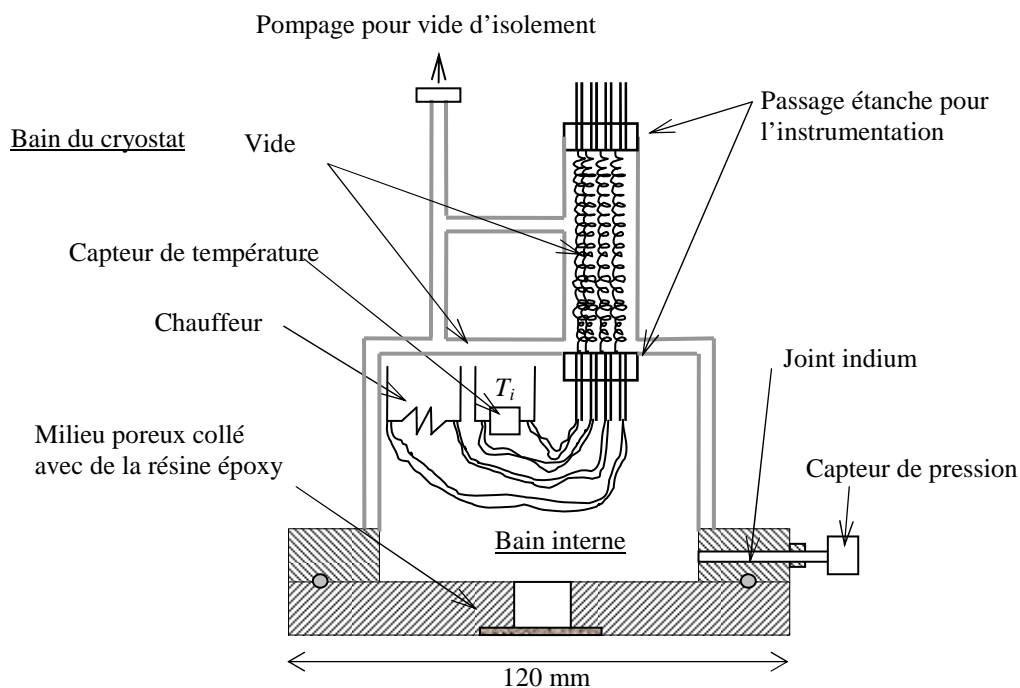
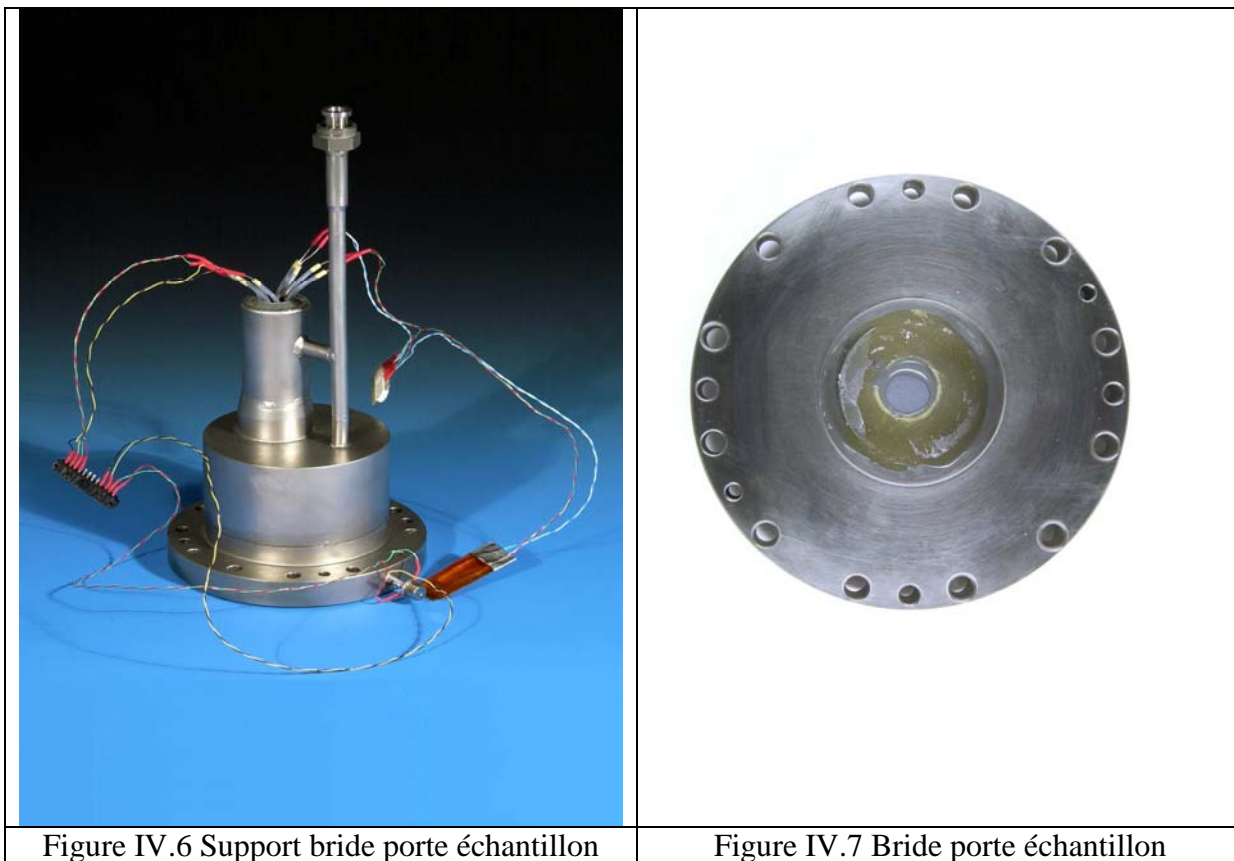


Figure IV.5 Support et bride porte échantillon



#### 1.4.2. Mesures en hélium superfluide : description de l'expérience

Lors d'une expérience en hélium superfluide avec le dispositif « tambour », cinq mesures différentes sont réalisées:

- température du bain interne  $T_i$
- température du bain externe  $T_b$
- mesure de la pression absolue dans le bain interne
- mesure de la puissance émise par le chauffeur
- mesure du niveau d'hélium

Pour la mesure de température du bain interne, un amplificateur à détection synchrone est utilisé pour effectuer la mesure de la tension aux bornes de la sonde de température dont la résistance varie en fonction de la température,  $R(T)$ . Le principe de la mesure est d'envoyer une tension alternative de  $\pm 5$  V avec une fréquence que l'on détermine expérimentalement et qui dépend de l'impédance de l'ensemble du système de mesure ; on cherche alors à avoir le minimum de déphasage entre la tension émise et la tension récupérée aux bornes de la sonde de température. Pour envoyer un courant d'environ  $1 \mu\text{A}$  à la sonde de mesure  $R(T)$ , une résistance de  $5 \text{ M}\Omega$  est montée en série entre l'amplificateur et le thermomètre  $R(T)$  ce qui permet d'avoir un courant de  $1 \mu\text{A}$ ,  $R(T)$  étant négligeable devant la résistance de  $5 \text{ M}\Omega$ . La tension aux bornes de  $R(T)$  est récupérée à la fréquence déterminée précédemment, ce qui permet d'éliminer toute perturbation extérieure. La valeur de la tension aux bornes de la résistance est mesurée crête à crête. Un schéma fonctionnel de la mesure avec l'amplificateur synchrone est présenté figure IV.8.

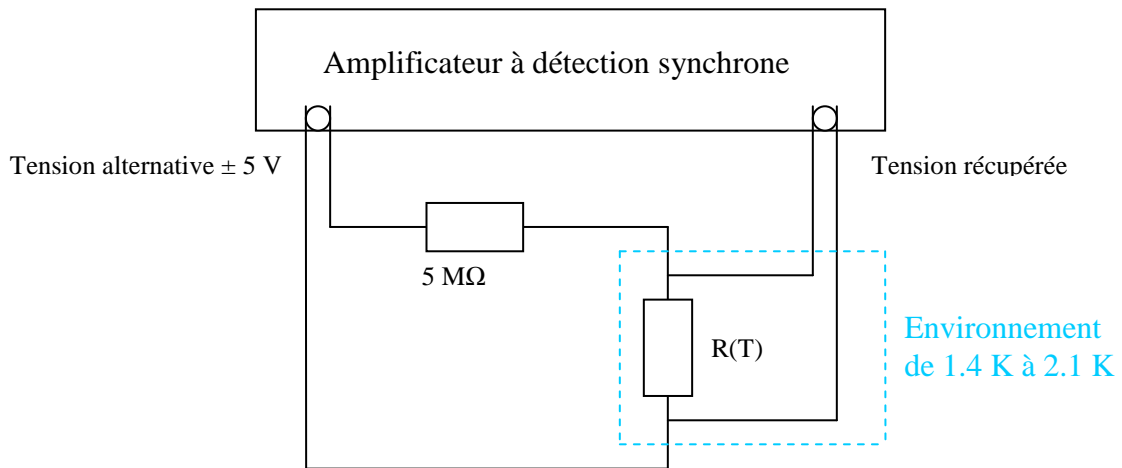


Figure IV.8 Schéma fonctionnel de la mesure avec l'amplificateur synchrone

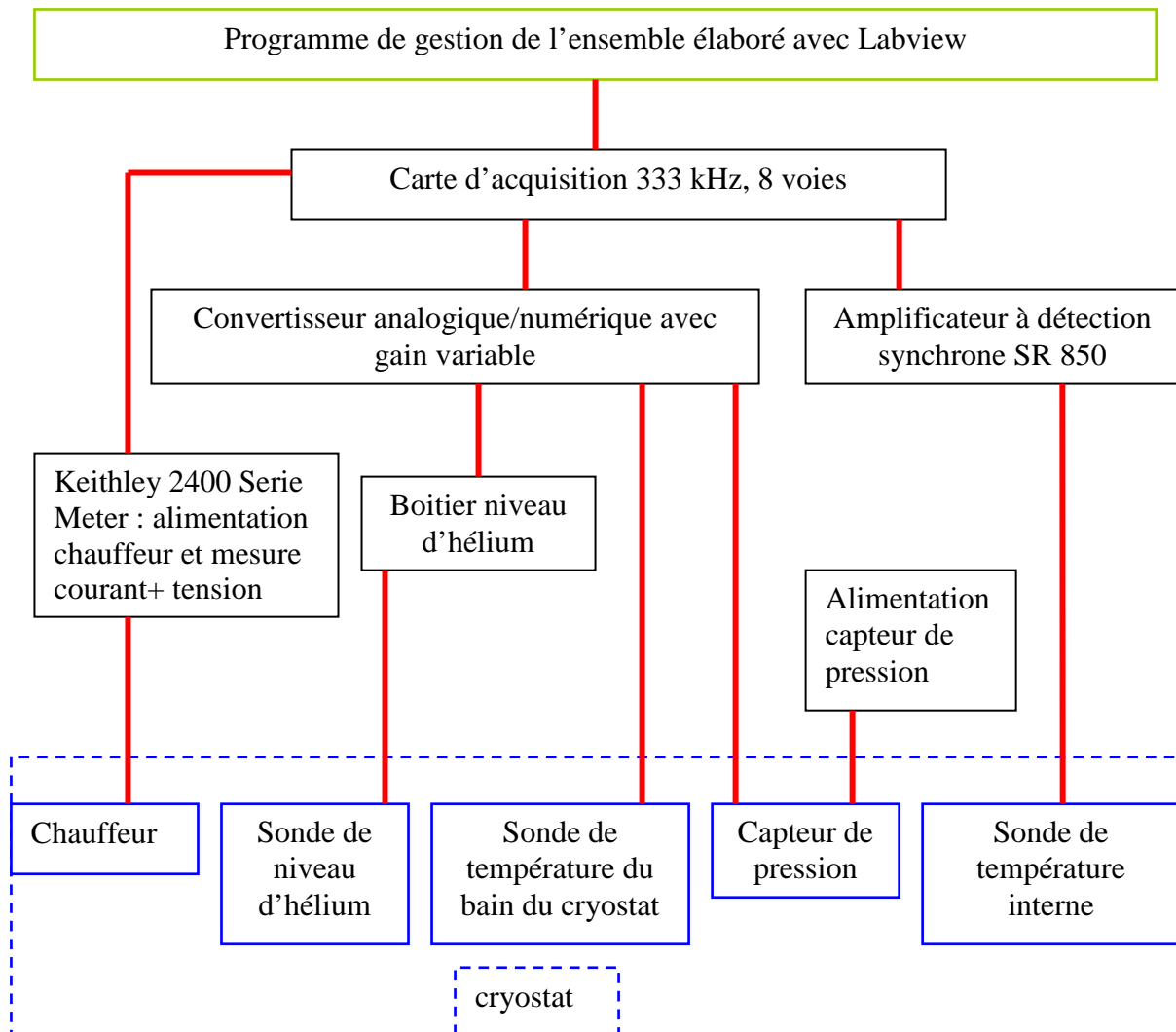


Figure IV.9 Description fonctionnelle de l'expérience « tambour »

La résistance du thermomètre, mesurée avec la méthode quatre fils, varie de 5 k $\Omega$  à 15 k $\Omega$  suivant la température. Lors des mesures, le courant I doit être constant et proche de 1  $\mu$ A pour éviter l'auto échauffement de la sonde. Il est mesuré au début et à la fin de chaque série de mesure en remplaçant R(T) par une résistance de précision de 10 k $\Omega \pm 0,01\%$ . La résistance de précision a une valeur de 10 k $\Omega$  car il s'agit de R(T)<sub>Moyen</sub> sur la gamme de température [1,4-2,1 K]. Le branchement de cette résistance se fait de la même manière que R(T) avec quatre fils.

La sonde de bain externe est aussi une sonde de température AB-100 et elle est alimentée par un boîtier d'alimentation à pile de 1  $\mu$ A. Sa tension est acquise par un convertisseur analogique/numérique. Elle permet de vérifier la température du bain externe tout au long de la mesure.

Le capteur de pression est alimenté par un courant de 3,5 mA délivré par une source de courant. Sa tension, qui permet d'en déduire la pression grâce à une loi linéaire, est acquise par un convertisseur analogique/numérique.

Le chauffeur (résistance de 22  $\Omega$ ), est alimenté par un source-mètre Keithley qui mesure le courant et la tension aux bornes de la résistance afin de connaître exactement la puissance émise par cette dernière.

La mesure du niveau d'hélium est réalisée à l'aide d'une sonde couramment utilisée dans le domaine de la cryogénie. Il s'agit d'un fil supraconducteur dont la partie immergée par l'hélium liquide est supraconductrice, la partie émergée étant résistive. Elle mesure 70 cm et par conséquent nous la plaçons au niveau du capteur de pression ce qui permettra de vérifier la valeur de la pression mesurée par ce dernier connaissant la pression au dessus du bain.

L'ensemble des tensions est acquis à l'aide d'un convertisseur analogique numérique 16 bits relié à une carte d'acquisition de 333KHz sur 8 voies et gérée sous le logiciel Labview. Un schéma fonctionnel de l'ensemble du système expérimental est présenté figure VI.9.

## **1.5. Description du dispositif expérimental « permanent/transitoire »**

Ce système expérimental a été mis au point afin de pouvoir tester des échantillons à la fois dans le régime permanent et transitoire par le même dispositif expérimental. Il a notamment été utilisé pour tester les échantillons qui ont une taille de pore de 0,1  $\mu$ m ; ces échantillons se présentent tous sous la forme d'une pastille de 37 mm de diamètre et il y a trois épaisseurs différentes : 1 mm, 2 mm et 3 mm.

### **1.5.1. Description du système expérimental**

Les échantillons sont collés sur une bride d'acier inoxydable percée en son centre comme on peut le voir figure IV.10. La colle utilisée se polymérise et devient solide en 24 heures. La bride est ensuite fixée sur un support, lui-même fixé à la bride du cryostat. La bride et le support sont dimensionnés de manière à ce que lorsqu'on assemble les deux pièces, on obtient un dispositif où l'on crée un bain interne de petites dimensions comme le montre la figure IV.10. Pour changer d'échantillon, il faut juste remplacer l'ensemble de la bride.

Dans le bain interne sont positionnés un chauffeur, une sonde de température et un capteur de pression. L'échantillon doit être collé de manière à limiter les possibilités de fuite et assurer que les transferts de chaleur se fassent bien seulement à travers le milieu poreux. Afin d'obtenir une étanchéité maximale entre la bride et le support, c'est-à-dire dans le bain interne, on utilise de la graisse à vide et l'ensemble bride/support est assemblé et maintenu avec 12 vis/écrous.



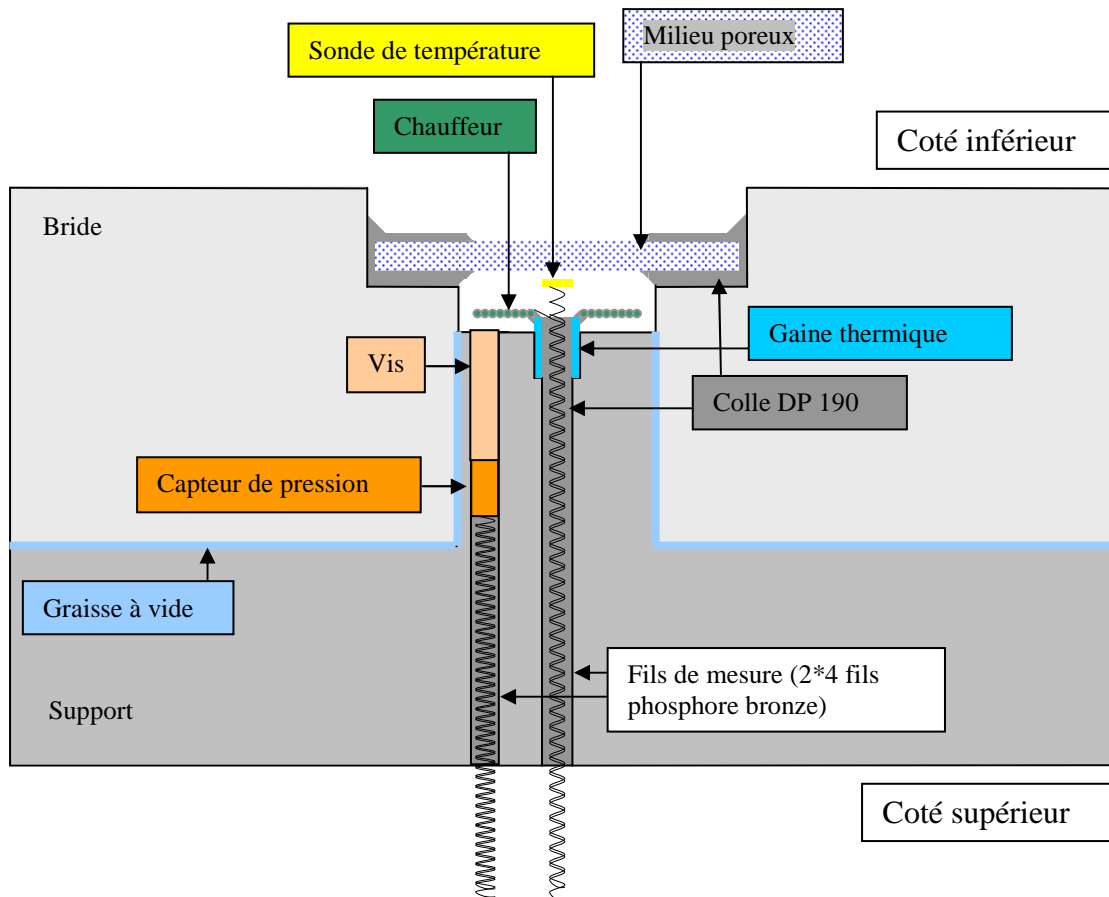


Figure IV.10 Schéma de la coupe verticale du porte échantillon

La fabrication du chauffeur est très délicate. Il a été réalisé avec du fil manganin de diamètre 0,1 mm, de résistivité  $60 \Omega \cdot m$  et enroulé sur une épaisseur. Le tout est solidifié avec de la colle DP 190. La chaufferette obtenue (figure IV.11) est maintenue sur le support en inox avec une gaine à l'intérieur de laquelle passe les fils de mesures et d'alimentation de la chaufferette et de la sonde de température comme on peut voir sur la figure IV.10. Le passage des fils est noyé de colle afin d'assurer l'étanchéité du bain interne.



Figure IV.11 Chaufferette

La bride et le support sont dimensionnés de manière à ce que les pertes thermiques par conduction soient négligeables devant les flux de chaleur envoyés dans le bain interne. Pour le dimensionnement, les pertes thermiques maximales par conduction sont calculées. Elles se calculent à partir de l'écart maximal de température qu'il peut y avoir entre le bain interne et le bain externe, soit entre 1,4 K et 2,1 K, comme décrit précédemment. Le dimensionnement

est tel que les pertes thermiques à travers les fils et l'inox sont de trois ordres de grandeur inférieurs au flux de chaleur produit par le chauffeur.

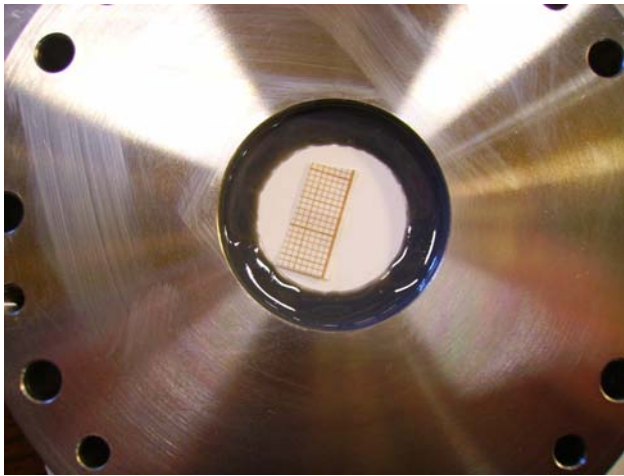


Figure IV.12 Photo de l'échantillon de 1 mm d'épaisseur collé sur la bride



Figure IV.13 Photo du support porte échantillon avec capteurs de température, de pression et le chauffeur

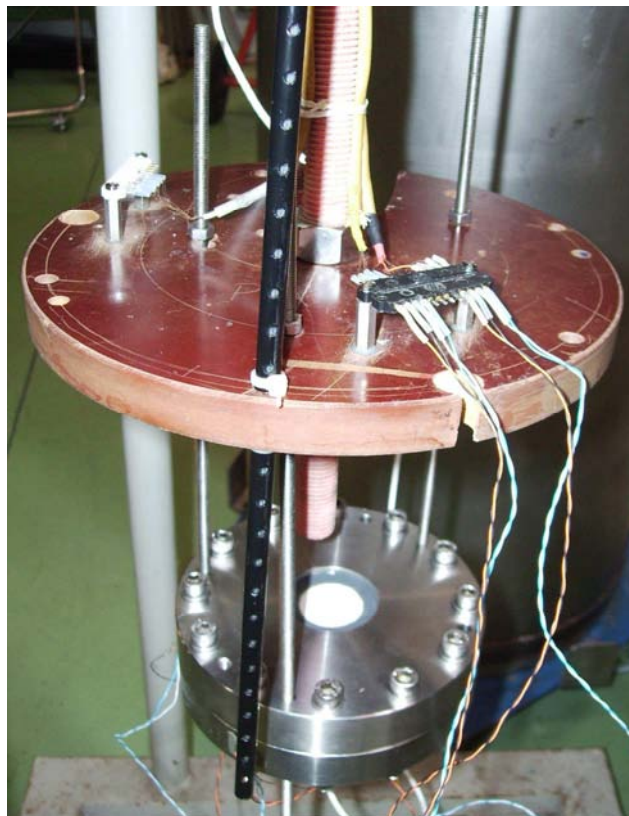


Figure IV.14 Photo de la bride montée sur le support

## 1.5.2. Mesures en hélium superfluide : description de l'expérience

### 1.5.2.1. Régime permanent

Lors d'une expérience en hélium superfluide en régime permanent, quatre mesures différentes sont réalisées.

- La température du bain interne  $T_1$
- La différence de pression entre le bain interne et le bain du cryostat
- La puissance émise par le chauffeur
- Le niveau d'hélium liquide

Pour la mesure de la température du bain interne, on utilise une sonde de type Cernox 1050 dont la résistance varie de 28 k $\Omega$  à 2,15 K à 85 k $\Omega$  à 1,4 K. Cette mesure est réalisée à l'aide de l'amplificateur à détection synchrone de la même manière que pour le dispositif expérimental « Tambour ».

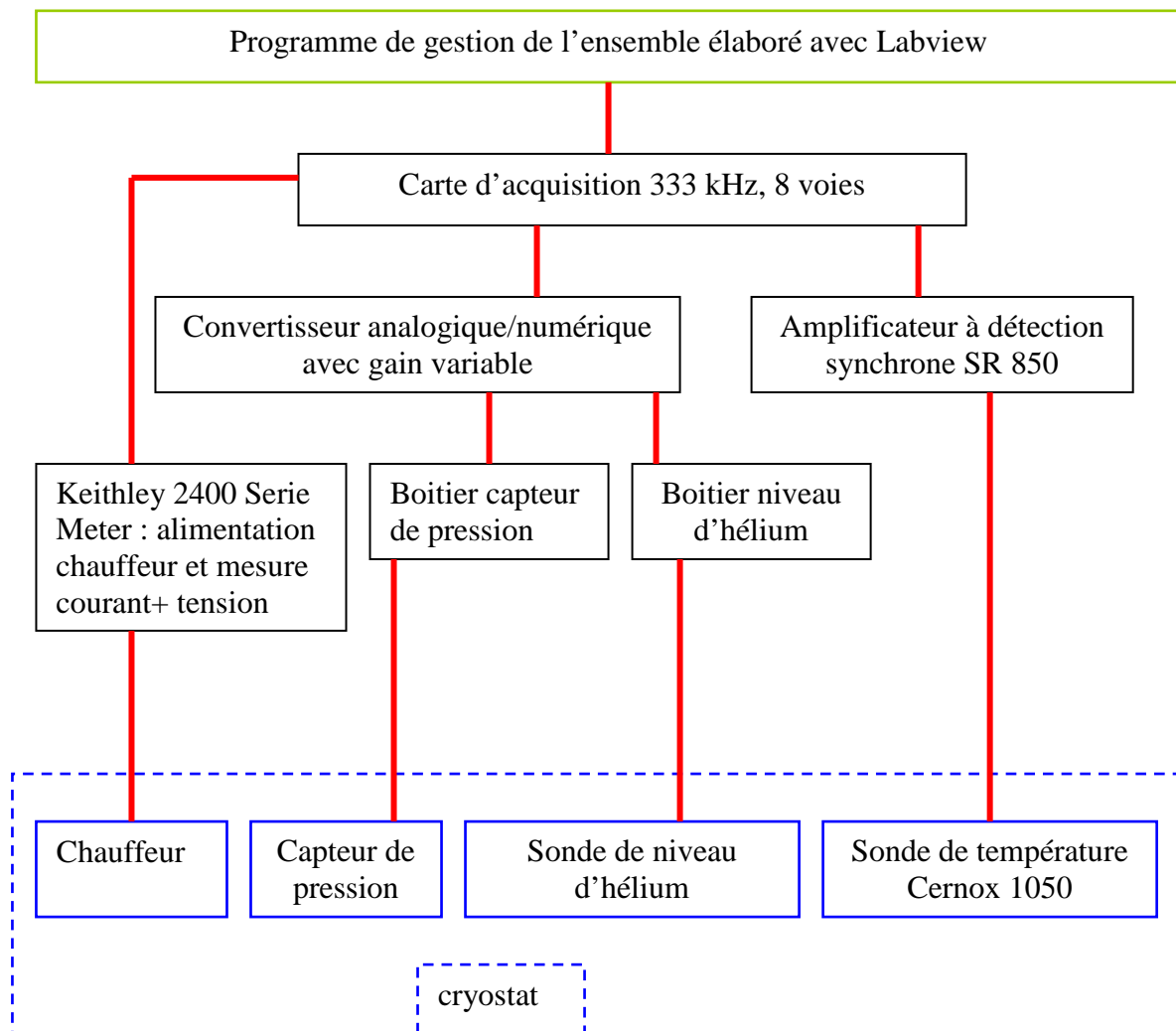


Figure IV.15 Description fonctionnelle de l'expérience en régime permanent

En ce qui concerne la différence de pression entre le bain interne et le bain du cryostat, on utilise un capteur de pression différentiel Kulite® de type CT190 utilisé dans les mesures de pression à très basses températures. La loi donnant la différence de pression en fonction de la tension aux bornes du capteur est une loi linéaire et donc sa tension permet d'en déduire la différence de pression. Elle est acquise par un convertisseur analogique/numérique.

On peut déjà noter une petite particularité de ce capteur qui va avoir une incidence sur les mesures effectuées ; il a été montré expérimentalement que ce capteur, lorsqu'il est en fonctionnement, crée une dissipation de chaleur dans le bain interne. Le flux de chaleur émit est égal à 16,6 mW quelle que soit la température de bain et on verra dans l'analyse que ce flux est loin d'être négligeable devant les flux de chaleur mis en cause, il faudra donc en tenir compte.

Le chauffeur, décrit dans le paragraphe précédent, est une résistance de 18  $\Omega$ . Il est alimenté par un source-mètre Keithley qui impose un courant et la tension aux bornes de la résistance est mesurée, ce qui permet de connaître exactement la puissance émise par cette dernière.

La mesure du niveau d'hélium est réalisée à l'aide d'une sonde de niveau qui est la même que celle décrite pour le dispositif tambour.

La figure IV.15 résume les relations entre les différents capteurs, le cryostat et le logiciel Labview en régime permanent.

#### 1.5.2.2. Régime transitoire

Pour la manipulation en régime transitoire, la bride porte échantillon, le support, les capteurs (température et pression) et le chauffeur sont les mêmes que pour la manipulation en régime permanent. La seule différence provient de la mesure de la température du bain interne. En régime transitoire, seul le branchement du capteur de température est modifié : il est alimenté par un boîtier externe qui délivre un courant continu de 1  $\mu\text{A}$  et sa tension est mesurée par le convertisseur analogique/numérique SCXI-1320. Le schéma fonctionnel de cette manipulation est présenté ci-dessous figure IV.16. On peut donc faire les manipulations en régime transitoire après le régime permanent simplement en modifiant les connexions ; il n'y a donc pas besoin de réchauffer et de sortir le dispositif du cryostat ce qui est un gain de temps conséquent. Cette différence est due au fait que l'amplificateur à détection synchrone ne permet pas une acquisition rapide alors que le convertisseur analogique/numérique permet d'aller jusqu'à 10 kHz pour l'acquisition des mesures.

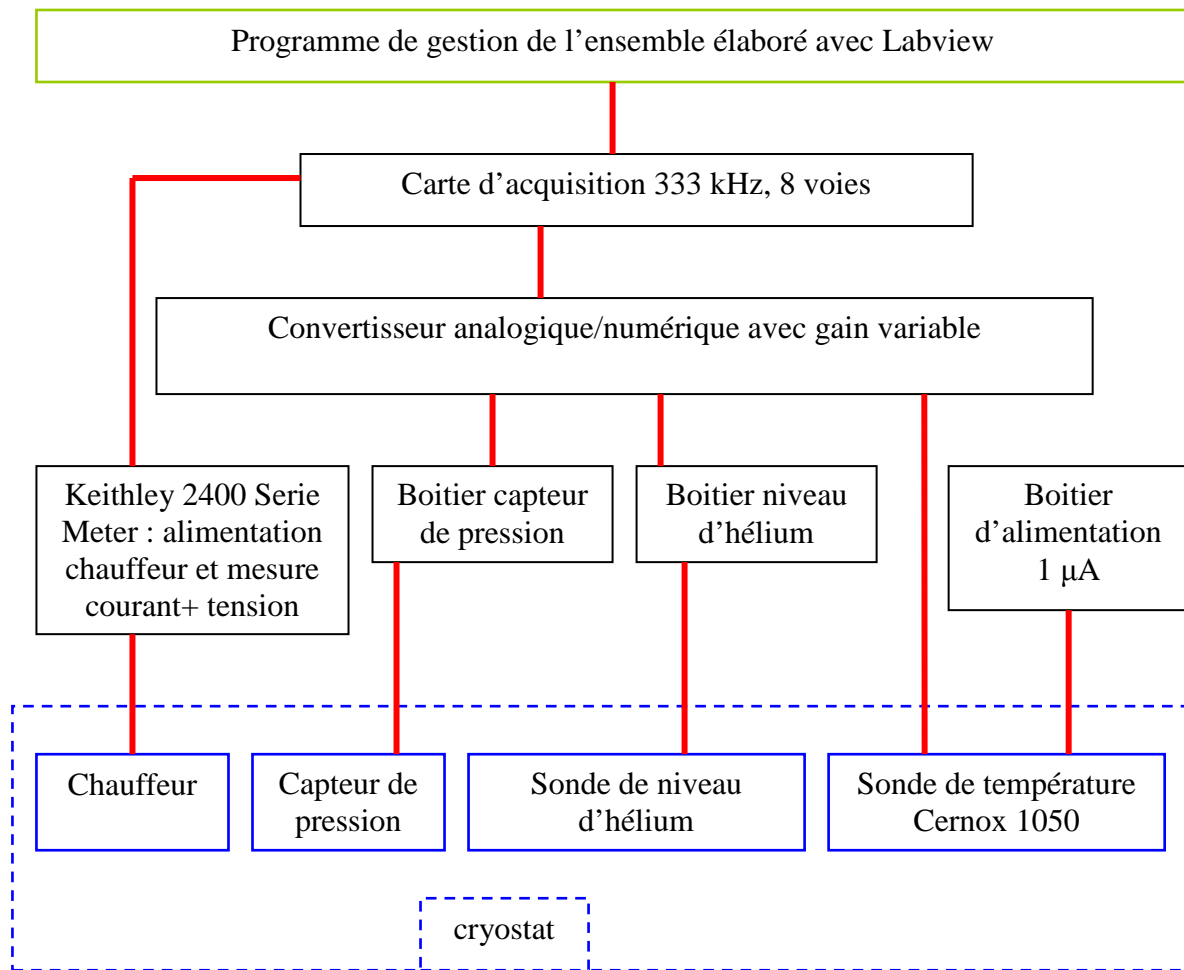


Figure IV.16 Description fonctionnelle de l'expérience en régime transitoire

## 2. Procédures expérimentales

### 2.1. Mise en froid du cryostat et du système expérimental

Une fois que le dispositif expérimental est monté avec un nouvel échantillon, il est fixé à la bride du cryostat via le support en G-10. Avant de refermer le cryostat, il faut vérifier les connexions électriques des différents capteurs et sondes pour être sûr qu'ils soient en état de fonctionnement ; une soudure de fil, par exemple, pouvant casser. Quand le cryostat est refermé, il est relié à la station de récupération de l'hélium et au groupe de pompage. A ce stade, le cryostat est encore chaud et il est rempli d'air. Il faut tout d'abord chasser l'air pour mettre le cryostat sous environnement d'hélium et le groupe de pompage est utilisé pour cela. Trois purges sont réalisées ; la première est la plus importante et on laisse le groupe de pompage en marche à puissance maximale pendant un minimum de 12 heures. En effet, il est important de faire le vide dans le cryostat mais aussi dans le bain interne qui lui est étanche par rapport au cryostat sauf à travers le milieu poreux ; on cherche donc aussi à faire le vide dans le bain interne et dans le milieu poreux. Après chaque purge, on remplit le cryostat avec de l'hélium gazeux très pur à température ambiante afin de mettre l'enceinte du cryostat entièrement sous environnement d'hélium. La descente en froid du cryostat peut alors commencer : on remplit la garde d'azote liquide dans un premier temps et on laisse le tout s'équilibrer thermiquement pendant une demi journée ou plus. On peut alors ensuite transférer de l'hélium liquide à 4.2, K dans l'enceinte du cryostat ce qui va permettre au cryostat de

descendre à la température de l'hélium liquide. L'hélium est transféré jusqu'à ce que le dispositif expérimental soit totalement immergé. Avant de pouvoir commencer les expériences, il reste à pomper sur le bain d'hélium afin de faire transiter le liquide de l'hélium normal à l'hélium superfluide ; on impose alors une pression qui correspond à la température de bain voulue.

## 2.2. Déroulement des mesures en régime permanent

Après chaque mise en froid et avant de commencer les mesures, un étalonnage des sondes de températures est effectué en utilisant l'amplificateur à détection synchrone. Pour cela, nous mesurons la tension aux bornes de la sonde de température pour une température de bain imposée par la condition de pression à la surface du bain. Le courant d'alimentation du capteur de température est constant et il est mesuré au début de l'étalonnage. Ces mesures permettent d'en déduire la valeur de la résistance des sondes pour une température donnée. Cet étalonnage est effectué de 1,4 K à 2,1 K avec 0,1 K d'incrément ainsi qu'à 2,15 K. Ensuite, connaissant la résistance de la sonde pour une température connue, on peut faire un lissage pour obtenir une loi donnant la température en fonction de la résistance de la sonde. C'est cette loi que l'on utilise dans les mesures pour connaître la température.

De plus, en faisant la calibration de cette manière, il est possible d'étalonner le capteur de pression pour le dispositif « tambour ». En effet, le capteur utilisé avec ce dispositif est un capteur absolu et non différentiel comme pour le dispositif « permanent/transitoire ». Ce capteur ne mesure donc pas une différence de pression mais la pression elle-même. Au cours de la calibration, lorsque l'on veut imposer une température donnée, on impose, via le système de pompage et de régulation, la pression lui correspondant. C'est cette pression que l'on a au niveau de la surface libre (cf. tableau IV.2) et comme on connaît le niveau d'hélium au dessus du capteur de pression grâce à la sonde de niveau, on peut en déduire la pression au niveau du capteur de pression qui est égal à :

$$P_{\text{capteur}} = P_{\text{surfacelibre}} + \rho g H \quad (4.3)$$

où  $\rho$  est la densité de l'hélium liquide et  $H$  le niveau d'hélium au dessus du capteur.

Une fois les capteurs étalonnés, les mesures peuvent commencer. Pour chaque échantillon, une série de mesures est réalisée pour une température initiale fixée. Les différentes températures de bain pour lesquelles sont effectuées les mesures vont de 1,4 K à 2,1 K avec 0,1 K d'incrément.

Une fois que le bain du cryostat régule à une température donnée, on peut lancer le programme Labview qui gère l'acquisition des mesures et qui fait le lien entre les différents appareils : il faut alors définir le flux de chaleur maximal et le nombre de points de mesure ce qui permet de déterminer l'incrément en flux de chaleur  $dQ$ . La courbe du flux de chaleur en fonction du temps est en escalier et la durée d'un palier correspond au temps nécessaire de stabilisation de la température. Avant d'augmenter le flux de chaleur de  $dQ$  et lorsque la température est stable, on peut prendre un point de mesure. Enfin, le flux de chaleur est augmenté jusqu'à ce que l'on atteigne le flux critique qui correspond au flux de chaleur nécessaire pour faire transiter l'hélium superfluide à l'hélium normal.

L'acquisition des mesures est gérée par le logiciel Labview et permet de récupérer les informations des instruments de mesures, de les afficher sur une interface graphique et de les sauver dans un fichier. Les données enregistrées à chaque point de mesure sont :

- Le temps

- La température du bain interne  $T_i$  et son écart type
- La tension  $U$  mesurée aux bornes de la résistance de chauffage
- L'intensité  $I$  délivrée aux bornes de la résistance de chauffage
- La pression  $P$  et son écart type
- La température du bain interne  $T_b$  et son écart type
- La mesure du niveau d'hélium

Les mesures sont arrêtées quand l'hélium transite de l'hélium superfluide à l'hélium normal, à savoir lorsque  $T_i$  atteint  $T_\lambda$ .

Il est important de noter qu'avec le dispositif expérimental « permanent/transitoire », étant donné que le capteur de pression délivre dans le bain interne 16,6 mW, les mesures sont faites avec le capteur allumé mais aussi avec le capteur éteint car la chaleur que délivre le capteur n'est pas négligeable devant les flux de chaleur mis en jeu et crée un décalage à l'origine des courbes.

### 2.3. Déroulement des mesures en régime transitoire

Les mesures en régime transitoire sont effectuées avec le dispositif expérimental « permanent/transitoire ». L'objectif est de mesurer l'évolution de la température et de la pression en fonction du temps dans le bain interne. On considère donc le bain interne, initialement à la même température que le bain du cryostat  $T_b$ , où l'on impose un flux de chaleur à un instant  $t=0$  et où l'évolution de la température et de la pression sont mesurées.

Deux types de mesures sont réalisés : la première avec le capteur de pression éteint (toujours à cause de la chaleur qu'il dissipe) et on mesure alors l'évolution de la tension du chauffeur et celle de la sonde de température. Dans ce cas, on enregistre donc seulement la tension du chauffeur ainsi que celle de la sonde de température.

Dans le deuxième cas, le capteur de pression est allumé et il y a donc 16,6 mW de dissipé dans le bain interne ce qui veut dire que, avant de lancer une mesure, la température du bain interne  $T_i$  n'est plus égale à la température de bain du cryostat  $T_b$  mais elle est de  $T_b + \Delta T$ , le  $\Delta T$  étant dû aux 16,6 mW. En ayant bien conscience de cela, on peut alors mesurer l'évolution du flux de chaleur (produit par le chauffeur), de la température et de la pression en fonction du temps.

Les tests sont réalisés pour différentes températures de bains de 1,4 K à 2,1 K avec un incrément de 0,1 K. Pour chaque température de bain, on réalise entre 5 à 10 mesures différentes en faisant varier la puissance émise par le chauffeur.

La fréquence d'acquisition des mesures peut aller jusqu'à 10 kHz.

## 3. Mesure de la perméabilité

### 3.1. Au gaz à température ambiante

Comme cela a été vu dans le chapitre précédent, la méthode de prise de moyenne volumique appliquée à l'hélium superfluide suggère que la loi de Darcy est valable dans le régime de Landau et la perméabilité introduite en He II est la perméabilité intrinsèque du milieu poreux considéré. Il va alors être intéressant de comparer la perméabilité mesurée en hélium gaz à température ambiante et la perméabilité obtenue avec les mesures à froid.

Dans ce but, un dispositif expérimental a été mis au point afin de mesurer la perméabilité à température ambiante. Ce dispositif permet de créer un écoulement d'hélium gazeux à travers

les échantillons poreux (voir figure IV.17 et IV.18). On mesure ensuite la différence de pression entre les deux chambres du dispositif séparées par un échantillon et le débit d'hélium traversant le milieu poreux. On utilise le même ensemble bride+échantillon dans cette expérience que dans les manipulations en hélium liquide. Le long conduit entre le milieu poreux et le débitmètre permet au gaz d'atteindre le débitmètre de manière uniforme. On en déduit ensuite la perméabilité par la loi de Darcy

$$\nabla p = -\frac{\eta}{K} \mathbf{v} \quad (4.4)$$

où  $\eta$  représente la viscosité et  $K$  la perméabilité.

La valeur de  $\Delta p$  est mesurée pour différents débits à l'aide d'un capteur de pression Yokogawa de gamme 0-800 mbar qui délivre une tension proportionnelle au  $\Delta p$ . La valeur du débit volumique (et donc du débit massique en multipliant par  $\rho$ ) est obtenue à l'aide d'un débitmètre 0-500 SCCM (Square Cubic Centimeter per Minute) Brooks Instrument qui délivre une tension de 0 à 5 V pour la pleine échelle.

Ces deux tensions sont mesurées par un convertisseur analogique/numérique qui est relié à une carte d'acquisition à 333 KHz sur 8 voies. Le tout est géré par un programme conçu sous le logiciel Labview qui génère un fichier avec les différentes valeurs du débit massique ainsi que les différences de pression correspondantes. Ceci permet de tracer la courbe  $\Delta p=f(\dot{m})$  et d'en déduire la valeur de la perméabilité. Pour chaque échantillon, on réalisera deux mesures.

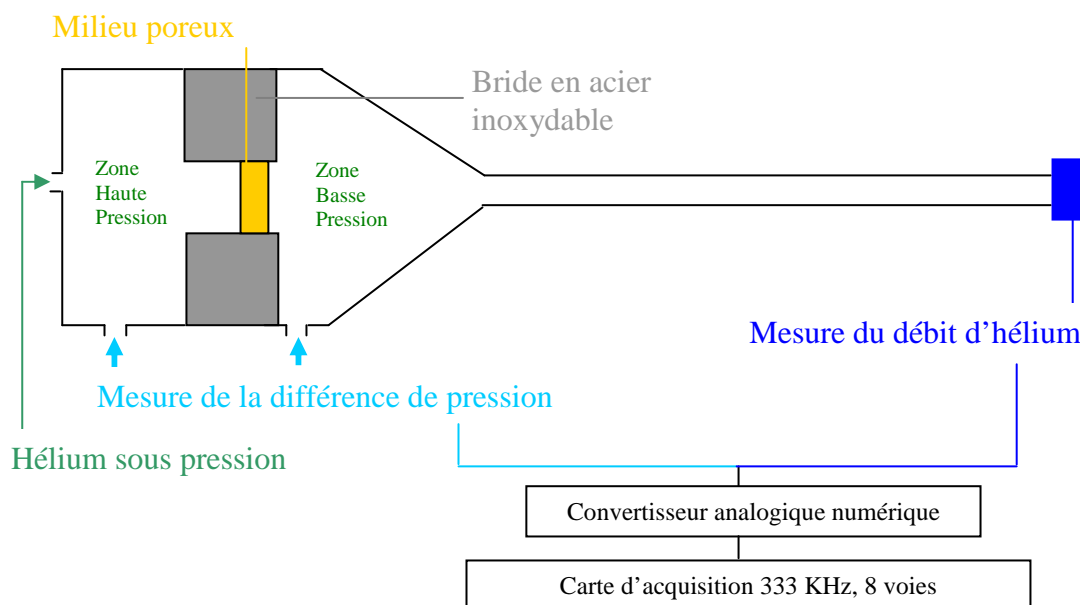


Figure IV.17 Schéma du dispositif de mesure de la perméabilité des milieux poreux



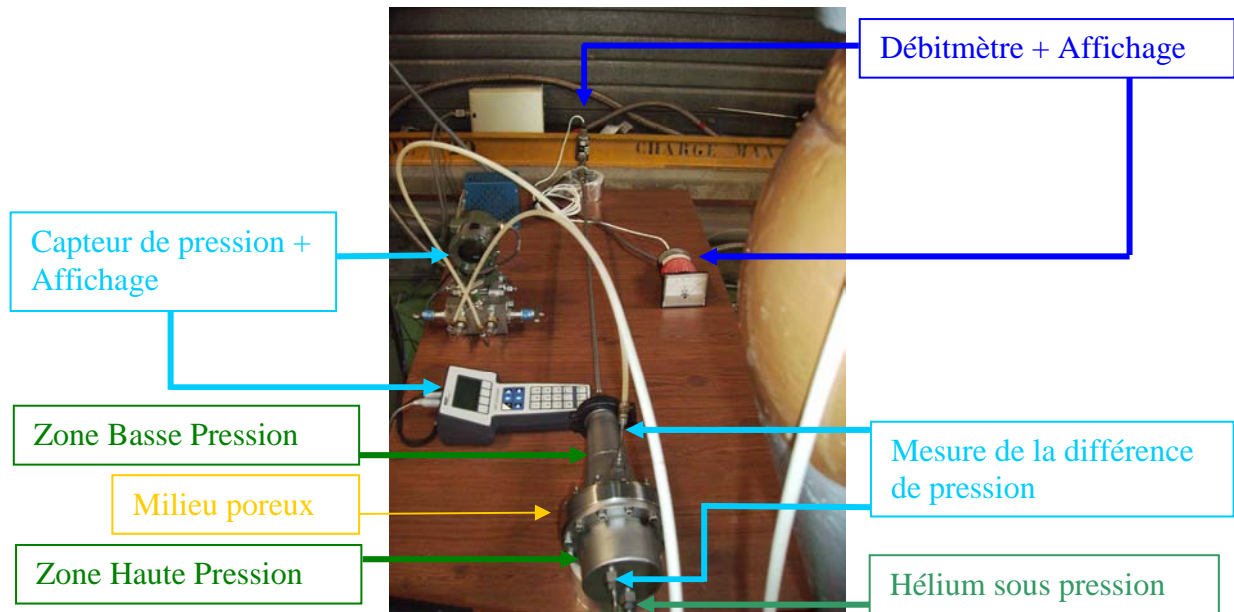


Figure IV.18 Photo du dispositif de mesure de la perméabilité des milieux poreux

### 3.2. Au gaz à basse température

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les résultats obtenus pour la mesure de perméabilité en hélium gaz et en He II présentant des divergences, un nouveau dispositif expérimental a été mis au point pour mesurer la perméabilité à froid, c'est-à-dire à la température de l'hélium liquide.

Le schéma de principe des mesures de perméabilité à froid est représenté figure IV.19. On utilise un petit cryostat dans lequel descend un tube. Au bout de ce tube est soudée une boîte sur laquelle on va placer la bride où est collé l'échantillon. A l'autre bout de ce tube, en dehors du cryostat est connecté un long flexible au bout duquel on installe un débitmètre. Le milieu poreux est positionné dans le cryostat ; un côté du milieu poreux se trouve à la pression du cryostat et l'autre côté est à la pression atmosphérique (on est réellement à la pression atmosphérique à la sortie du débitmètre). L'écoulement à travers le milieu poreux est dû à la surpression du cryostat qui est due à deux phénomènes ; tout d'abord on a une surpression due à l'évaporation de l'hélium liquide due aux pertes thermique du cryostat et ensuite, on peut augmenter cette surpression grâce à un chauffeur positionné dans le bain d'hélium qui permet, en fonction de la puissance qu'il dissipe, d'évaporer de l'hélium. Comme on est à la pression de vapeur saturante, on peut s'attendre à ce que les vapeurs d'hélium soit à 4,2 K mais un capteur de température est positionné juste à côté du milieu poreux afin de connaître exactement la température des vapeurs d'hélium. Le long conduit avant le débitmètre sert à augmenter la température du gaz de manière à ce qu'il soit à la température ambiante au niveau du débitmètre et ceci a été vérifié à l'aide d'un thermomètre. On mesure alors la différence de pression de part et d'autre du milieu poreux ainsi que le débit, on connaît la température du gaz donc on a la valeur de la viscosité ; on peut alors en déduire la perméabilité.

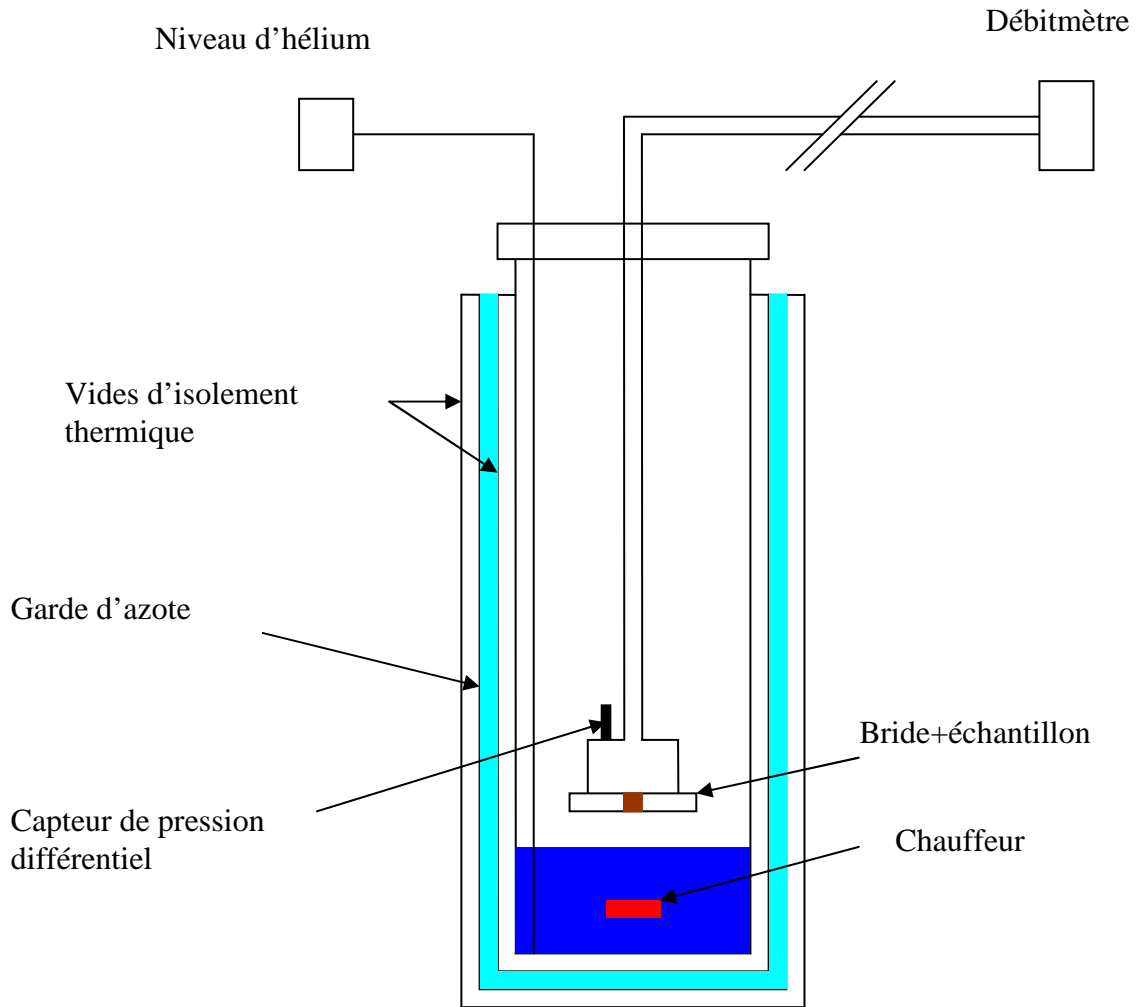


Figure IV.19 Schéma de principe des mesures de perméabilité à froid

#### 4. Incertitudes de mesures

Notre but est de tracer la variation de la température dans le bain interne en fonction du flux de chaleur  $q$  ( $W/m^2$ ) avec leurs incertitudes associées.

Lorsqu'une mesure est effectuée, la valeur vraie de la grandeur n'est pas accessible. Une incertitude  $\sigma$  est calculée sur la valeur mesurée. Cette incertitude définit un intervalle  $[m-\sigma ; m+\sigma]$  qui représente les valeurs pouvant raisonnablement être attribuées aux mesurandes.

Les relations sont de type :

$$y = f(x_i)_{i=0 \rightarrow n} \quad (4.5)$$

Nous devons évaluer l'incertitude sur chaque grandeur et utiliser la loi de propagation des incertitudes qui s'écrit :

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}^2 \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \sigma_{x_i x_j} \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial y}{\partial x_j} \right) \quad (4.6)$$

Nous considérons que, dans notre cas, les variables  $x_i$  étant indépendantes (c'est-à-dire que la valeur prise par une grandeur n'a aucun effet sur la valeur prise par une autre), les termes  $\sigma_{x_i x_j}$  sont donc nuls. On obtient donc :

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{x_i}^2 \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \quad (4.7)$$

#### 4.1. Le flux de chaleur

Nous savons que  $Q=U*I$  et  $q=Q/S$

avec  $q$  la densité de flux de chaleur en W/m<sup>2</sup>  
 $S$  la surface d'échange du flux de chaleur en m<sup>2</sup>  
 $\varepsilon$  la porosité  
 $Q$  le flux de chaleur en watt  
 $U$  la tension en volt  
 $I$  l'intensité en A

L'incertitude sur le flux de chaleur  $Q$  est donnée par la relation:

$$\sigma_Q^2 = \sigma_U^2 \left( \frac{\partial Q}{\partial U} \right)^2 + \sigma_I^2 \left( \frac{\partial Q}{\partial I} \right)^2 = \sigma_U^2 I^2 + \sigma_I^2 U^2 \quad (4.8)$$

que l'on peut réécrire :

$$\frac{\sigma_Q^2}{Q^2} = \frac{\sigma_U^2}{U^2} + \frac{\sigma_I^2}{I^2} \quad (4.9)$$

L'erreur sur  $I$  est due à la mesure du courant. Elle est donnée par le constructeur en fonction de la plage de mesure utilisée. Sur notre plage de mesure, la relation à utiliser est :

$$\sigma_{I_{Appareil}} = 0,27\% \times \text{mesure} + 0,9 \times 10^{-3} \text{ A} \quad (4.10)$$

L'erreur sur  $U$  dépend de la précision de l'appareil mais aussi de la lecture de la mesure. On peut donc dire que :  $\sigma_U^2 = \sigma_{U_{Mesure}}^2 + \sigma_{U_{Appareil}}^2$ . Pour l'incertitude de lecture nous prenons la valeur du dernier digit relevé par LabView<sup>®</sup>, nous l'estimons à  $10^{-8}$  V. Quand à l'écart type de l'appareil il est donné par le constructeur. Sur notre plage de mesure la relation utilisée est :

$$\sigma_{U_{Appareil}}^2 = 0,27\% \times \text{mesure} + 0,9 \times 10^{-3} \text{ V} \quad (4.11)$$

L'incertitude sur le flux de chaleur  $q$  est donnée par la relation:

$$\sigma_q^2 = \sigma_Q^2 \left( \frac{\partial q}{\partial Q} \right)^2 + \sigma_S^2 \left( \frac{\partial q}{\partial S} \right)^2 \quad (4.12)$$

La surface étant déterminée à partir de photographies de l'échantillon et d'un logiciel de traitement des images, l'incertitude est estimée à 1% de la mesure.

Le calcul des incertitudes sur le flux de chaleur donne une erreur de l'ordre de 1,2 %.

#### 4.2. La variation de température

La différence en température est égale à :

$$\Delta T = T_i - T_b \quad (4.13)$$

avec  $T_i$  la température du bain interne en Kelvin et  $T_b$  la température du bain externe qui est égale à la température du bain interne initial.

L'incertitude sur  $T_i$  est due à la lecture de la mesure et à l'erreur faite lors de l'étalonnage :

$$\sigma T_i^2 = \sigma T_{i_{\text{mesuré}}}^2 + \sigma T_{i_{\text{étalonnage}}}^2 \quad (4.14)$$

On estime que l'incertitude sur les températures étalonnées est de  $10^{-4}$  K.

La température  $T_i$  s'exprime à l'aide de la valeur de la résistance du capteur de température :

$$T_i = f(R) \quad (4.15)$$

D'après la loi de propagation, l'incertitude sur la température due à la lecture de la mesure est donnée par la relation :

$$\sigma T_i^2 = \sigma_R^2 \left( \frac{\partial f(R)}{\partial R} \right)^2 \quad (4.16)$$

Enfin nous savons que :

$$R = \frac{U}{I} \quad (4.17)$$

L'incertitude sur  $R$  est donc donnée par la relation suivante :

$$\sigma_R^2 = \sigma_U^2 \left( \frac{\partial R}{\partial U} \right)^2 + \sigma_I^2 \left( \frac{\partial R}{\partial I} \right)^2 \quad (4.18)$$

L'incertitude sur la tension  $U$  et l'intensité  $I$  aux bornes de la résistance du capteur de température sont dues à la précision de la lecture.  $\sigma_U$  est estimé à  $10^{-8}$  V et  $\sigma_I$  à  $10^{-9}$  A.

Le calcul des incertitudes sur la différence de température donne une erreur moyenne de l'ordre de 0,8 mK.

La figure IV.20 donne la variation de température en fonction du flux de chaleur pour différentes températures de bain avec leurs incertitudes associées. On peut voir que l'incertitude sur le flux de chaleur est minimale et que l'incertitude sur la différence de

température ne se voit même pas. Ceci confirme que le dispositif expérimental a une excellente précision.

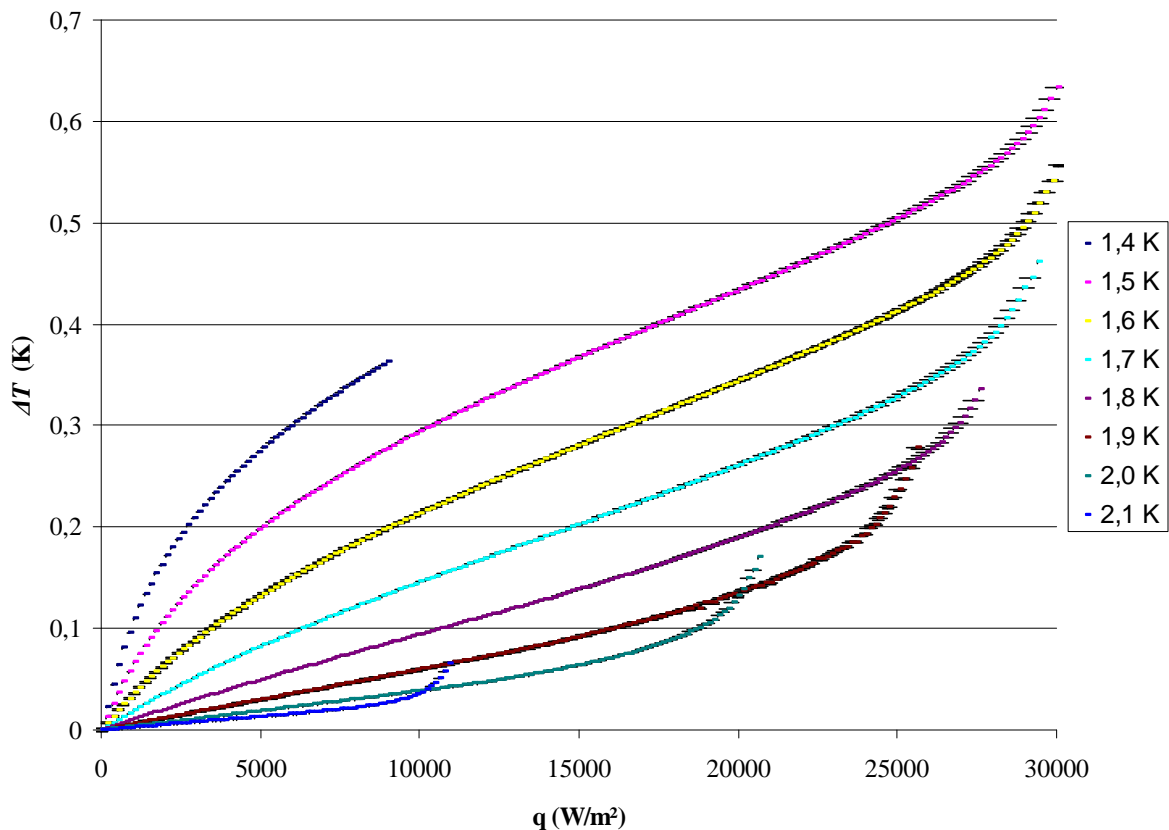


Figure IV.20 Incertitudes de mesures pour l'échantillon d'oxyde d'alumine de 3 mm d'épaisseur avec une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ .

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, les différents dispositifs expérimentaux ont été décrits. Il y a deux dispositifs de mesures de la perméabilité ; le premier fonctionne à température ambiante et le second mesure la perméabilité à froid. Ces dispositifs devraient nous permettre de déterminer la perméabilité intrinsèque des différents échantillons. Ensuite, deux dispositifs ont été développés afin de faire des mesures en hélium superfluide ; le premier qui a été mis au point, dispositif « tambour », permet la mesure de la température et de la pression en fonction du flux de chaleur en régime permanent. Il a été utilisé pour tester les échantillons qui ont une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$ , 1  $\mu\text{m}$  et 2  $\mu\text{m}$ . Le deuxième dispositif qui a été mis au point, le dispositif « permanent/transitoire », a été pensé de manière à pouvoir mesurer le régime permanent ainsi que le régime transitoire pour une même campagne de mesure, c'est-à-dire pour la même mise en froid ; ce dispositif a été utilisé pour tester les échantillons ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ . Il est à noter que un premier dispositif avait été mis au point afin de mesurer le régime transitoire de l'échantillon ayant une taille de pore de 10  $\mu\text{m}$  mais ce dispositif ne pouvait servir que pour un échantillon.

Tous ces dispositifs expérimentaux vont nous permettre de faire des mesures sur différents types d'échantillons. Les résultats obtenus vont être analysés et vont permettre d'essayer de comprendre la physique mise en jeu dans les transferts thermiques en He II dans les milieux poreux et de faire des comparaisons en fonction de la taille des pores ou de la porosité, ce qui est l'objet du chapitre suivant.

**Chapitre V**  
**Résultats et analyse**

## 1. La perméabilité

Dans cette partie, les dispositifs expérimentaux de mesure de la perméabilité ont été utilisés afin de déterminer la perméabilité intrinsèque des différents échantillons, ce qui permet par la suite de la comparer à celle trouvée par l'interprétation des expériences en hélium superfluide. Les échantillons ayant une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$  et 2  $\mu\text{m}$  ont été testés avec le dispositif expérimental à température ambiante. Les échantillons avec une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  ont été testés avec le dispositif expérimental de mesure à basse température (5 K). Il est à noter que les échantillons ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$  n'ont pas été testés faute de matériel adéquat : en effet, les débitmètres disponibles au laboratoire n'avaient pas une gamme assez faible pour permettre la mesure du débit pour la gamme de mesure de notre capteur de pression (0 et 800 mb).

### 1.1. La perméabilité en gaz à température ambiante

Le dispositif de mesure de la perméabilité à température ambiante décrit paragraphe IV.3.1 a été utilisé pour mesurer la perméabilité intrinsèque des échantillons ayant une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$  et 2  $\mu\text{m}$ . Un paramètre important qui représente le régime d'écoulement lors de la mesure est le nombre de Knudsen qui est le rapport du libre parcours moyen sur la longueur caractéristique de l'écoulement. Dans le cas des milieux poreux, la longueur caractéristique est le diamètre moyen des pores. Pour un gaz, l'expression du nombre de Knudsen ( $Kn$ ) est :

$$Kn = \frac{k_b T}{2^{1/2} \pi \sigma p L_c} \quad (5.1)$$

où  $k_b$  est la constante de Boltzmann,  $T$  la température,  $\sigma$  le diamètre de la molécule (128 pm pour le cas de l'hélium),  $p$  la pression du gaz et  $L_c$  la longueur caractéristique de l'écoulement.

Pour les échantillons de carbure de silicium avec une taille de pore de 10 et 20  $\mu\text{m}$ , on trouve un nombre de Knudsen respectivement de 0,056 et 0,028. Ces deux nombres sont inférieurs à 0,15 indiquant que la loi de Darcy est valide pour caractériser l'écoulement :

$$\nabla p = -\frac{\eta}{K} \mathbf{v} \quad (5.2)$$

Dans le cas des gaz parfaits, on multiplie cette expression par la densité pour tenir compte de la compressibilité ; on remplace alors la densité par son expression donnée par la loi des gaz parfait, l'expression du flux massique  $m$  est alors :

$$m = \rho \langle v \rangle = -\frac{K}{\eta} \frac{M}{RT} p \nabla p \quad (5.3)$$

où  $\rho$  est la densité,  $M$  la masse molaire de l'hélium,  $R$  la constante des gaz parfait et  $T$  la température.

Le flux massique est constant de part la loi de conservation de la masse en régime permanent, on intègre de part et d'autre du milieu poreux et on obtient :



$$me = \frac{K}{\eta} \frac{M}{RT} \frac{1}{2} (p_e^2 - p_s^2) \quad (5.4)$$

où  $e$  est l'épaisseur du milieu poreux,  $p_e$  et  $p_s$  sont respectivement les pressions de part et d'autre du milieu poreux avec  $p_e > p_s$ . On trace  $(p_e^2 - p_s^2)$  en fonction du flux massique et on obtient la courbe présentée en figure V.1. On observe que l'on a une relation linéaire entre le débit massique et  $(p_e^2 - p_s^2)$  alors, en déterminant la pente, on peut en déduire la perméabilité.

La perméabilité obtenue pour les échantillons de 10 et 20  $\mu\text{m}$  est respectivement égale à  $1,47 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$  et  $3,33 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ .

Si on ne tient pas compte de l'effet de compressibilité et que l'on considère uniquement la loi de Darcy, la perméabilité obtenue pour 10 et 20  $\mu\text{m}$  est respectivement  $2,06 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$  et  $3,37 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$ . On voit qu'il est donc impératif de prendre en compte la compressibilité du gaz.

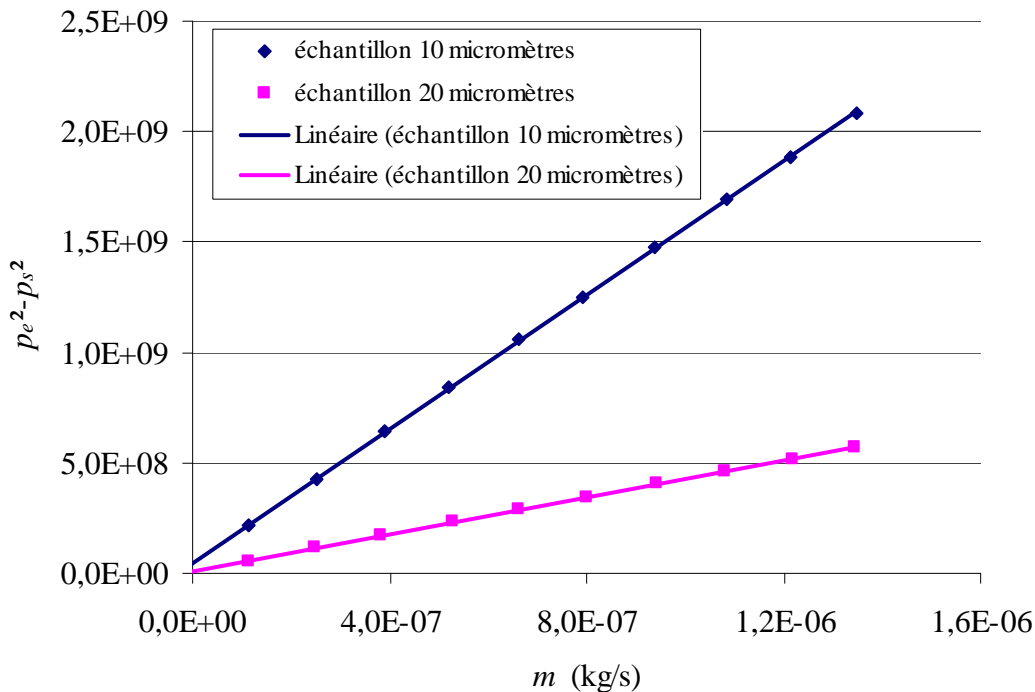


Figure V.1 Différence de pression au carré en fonction du débit massique pour les échantillons de carbure de silicium de 10 et 20  $\mu\text{m}$  de taille de pore.

Pour les échantillons d'oxyde d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  qui ont une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ , on trouve un nombre de Knudsen de 0,28 ce qui implique que nous ne sommes plus en écoulement de Darcy mais en écoulement de Knudsen. Un écoulement de Knudsen est valable pour un nombre de Knudsen compris entre 0,15 et 1 ; cet écoulement tient compte des effets de glissement du gaz à la paroi. Dans ce cas, la loi de Darcy n'est plus valable et on écrit :

$$\rho \langle v \rangle = -\frac{K}{\eta} \left( 1 + \frac{b}{p} \right) \frac{M}{2RT} \nabla p^2 \quad (5.5)$$

où  $b$  est le coefficient de Klinkenberg qui dépend des propriétés du gaz considéré ainsi que de la structure du milieu poreux. Dans cette équation, les deux inconnues sont  $b$  et  $K$  et les

mesures nous donnent la différence de pression en fonction du débit massique. On a alors essayé de réaliser un ajustement pour obtenir  $b$  et  $K$  en fonction des données expérimentales mais cela a échoué. Ceci est certainement dû au fait que la différence de pression maximale de nos mesures était trop faible pour identifier ces deux paramètres à l'aide d'un lissage (800 mb). Il aurait fallu disposer de plusieurs séries de mesure à des pressions nominales différentes, pour séparer correctement  $b$  et  $K$  dans le problème inverse.

Toutefois, afin d'avoir une estimation de la perméabilité, celle-ci a été calculée dans le cas d'un écoulement de Darcy en considérant le fluide compressible. On obtient une valeur de  $2,51 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$  pour l'échantillon de 3 mm d'épaisseur et  $1,28 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$  pour l'échantillon de 4 mm d'épaisseur.

## 1.2. La perméabilité en gaz froid

Le dispositif de mesure de la perméabilité à basse température décrit paragraphe IV.3.2 a été utilisé pour mesurer la perméabilité intrinsèque des échantillons ayant une taille de pore de  $1 \mu\text{m}$ . Lors de l'expérience, le capteur de température indiquait une température moyenne de 5 K correspondant à la température des vapeurs d'hélium. Le nombre de Knudsen est alors égal 0,095 ce qui permet de conclure que l'écoulement considéré est un écoulement de Darcy. On peut donc utiliser la formule (5.4).

En traçant  $(p_e^2 - p_s^2)$  en fonction du flux massique, on obtient la courbe présentée en figure V.2. On observe que l'on a une relation linéaire entre le débit massique et  $(p_e^2 - p_s^2)$ . La perméabilité obtenue pour les échantillons de  $1 \mu\text{m}$  de taille de pore pour une épaisseur de 3 et 4 mm est respectivement égale à  $4,65 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$  et  $5,54 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ .

Pour les échantillons ayant une taille de pores de  $2 \mu\text{m}$ , il n'a pas été possible de mesurer leur perméabilité respective car ces échantillons ont été cassés avant la mise au point du dispositif de mesure de la perméabilité en gaz froid.

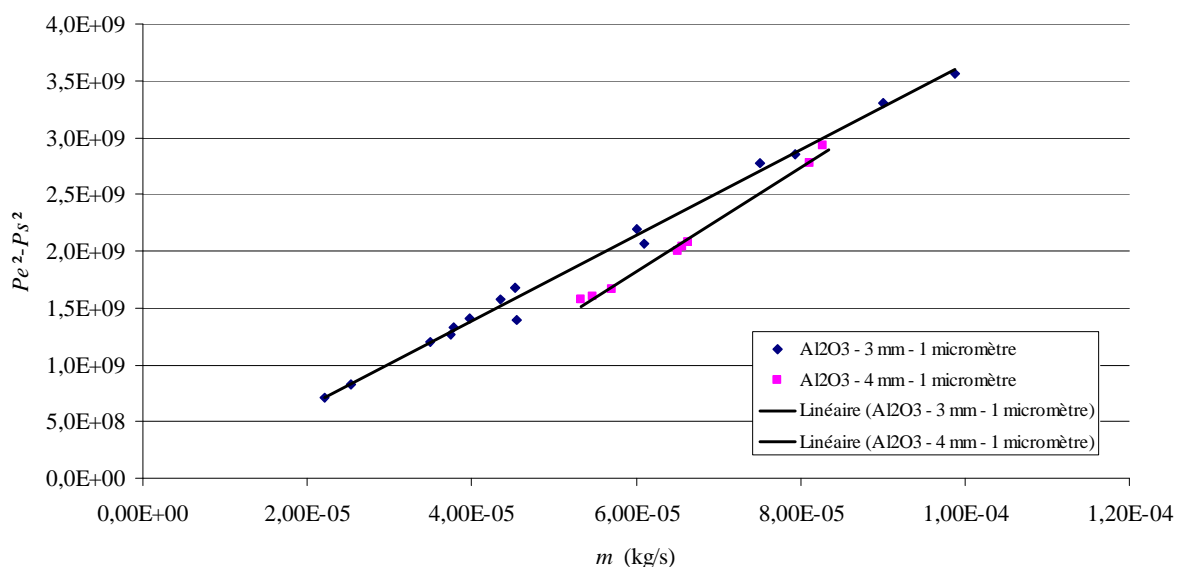


Figure V.2 Différence de pression au carré en fonction du débit massique pour les échantillons d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de  $1 \mu\text{m}$ .

## 2. Interprétation du Régime de Landau

### 2.1. Équation de London

#### 2.1.1. Présentation des résultats

Nous avons montré dans le chapitre III que l'équation de London est valable dans les milieux poreux. Cette relation n'est plus valable lorsque se développent les vortex indiquant l'apparition du régime de Gorter-Mellink. C'est pourquoi, pour identifier le régime de Landau dans nos mesures nous avons décidé de présenter les résultats en utilisant le rapport entre l'intégrale de l'équation de London et la mesure de la différence de pression défini comme

$$\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT \quad (5.6)$$

Le régime de Landau est défini lorsque le rapport vaut l'unité. En effet, il a observé expérimentalement que l'équation de London est valide pour les milieux poreux dans le régime de Landau et cela a été prouvé théoriquement dans le chapitre III. C'est pour cela que le rapport considéré est égal à l'unité dans le régime de Landau. Les figures V.3, V.4, V.5 et V.6 présentent l'évolution de ce rapport en fonction du flux de chaleur  $q$  qui est déterminé par le rapport de la puissance du chauffeur sur la section totale du milieu poreux. Ceci est dû au fait que l'on veut identifier le régime de Darcy qui est défini avec la vitesse de filtration et non la vitesse moyenne dans les pores (vitesse intrinsèque).

Il est à noter que le rapport n'est pas toujours égal à 1 à très faible flux et nous attribuons ceci à un problème de justesse de mesure du capteur de pression. En effet, celui-ci possède une gamme de mesure allant de 0 à 3 bars, bien supérieure aux écarts mesurés, et l'on a pu remarquer expérimentalement que la loi d'étalonnage de ce capteur n'est plus tout à fait linéaire à très basse pression.

L'ensemble des courbes montre que plus la température de bain diminue plus le régime de Landau s'étend sur une plage de flux de chaleur importante. Ceci est très clair pour les températures allant de 2,1 K à 1,8 K (figures V.3 et V.5) alors que pour des températures inférieures (figures V.4 et V.6), il semble qu'il y a une sorte de saturation : le rapport considéré suit la même évolution pour des températures de 1,6 et 1,7 K. Pour des températures de 1,4 et 1,5 K, il n'est pas possible de conclure car les mesures n'ont pas pu être conduites jusqu'à la transition He II/He I. Le système de pompage n'ayant pas assez de puissance pour compenser la puissance dissipée dans l'échantillon alors la température du bain ( $T_b$ ) ne peut plus être régulée.

Le tableau V.1 rassemble les valeurs du flux de chaleur à la transition He II/He I,  $q_\lambda$ . Etant donné que le flux de chaleur est incrémenté de  $\Delta q$  entre chaque mesure, il est à noter que la valeur du flux de chaleur à la transition,  $q_\lambda$ , est compris en fait entre  $q_\lambda - \Delta q$  et  $q_\lambda + \Delta q$ , l'ordre de grandeur de  $\Delta q$  étant de 60 W/m<sup>2</sup>. On peut déjà remarquer que plus la température de bain diminue et plus  $q_\lambda$  est grand, indépendamment de l'épaisseur et de la taille des pores. Ceci s'explique par le fait que plus la température est basse et plus la plage de température menant à  $T_\lambda$  est grande.

On peut ensuite remarquer que, pour une même température de bain, le flux de chaleur  $q_\lambda$  est plus grand pour les échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  que pour les échantillons avec une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$ . Les échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$  de taille de pores ayant la même porosité, ceci s'explique par le fait que la section de passage des lignes de flux est plus importante, en moyenne, pour les échantillons de 2  $\mu\text{m}$ . Pour les échantillons avec une taille

Tableau V.1 Flux de chaleur à la transition He II/He I en  $\text{W}/\text{m}^2$

Température (K)	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 1 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 3 mm d'épaisseur	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 1 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 4 mm d'épaisseur	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 2 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 3 mm d'épaisseur	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 2 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 4 mm d'épaisseur
2,1	2240	2295	3479	3112
2	4630	4700	6552	5817
1,9	6037	6165	8131	7260
1,8	6827	6970	8820	8110
1,7	7389	7540	9399	8523
1,6	7346	7339	9619	8802
1,5			9596	8991

de pore de 1  $\mu\text{m}$ , on peut remarquer que  $q_\lambda$  est du même ordre de grandeur pour les échantillons de 3 et 4 mm d'épaisseur, l'écart maximal étant de 2%. Ceci n'est pas le cas pour les échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  car  $q_\lambda$  est plus grand de 10% en moyenne pour l'échantillon d'épaisseur 3 mm par rapport à celui de 4 mm d'épaisseur.

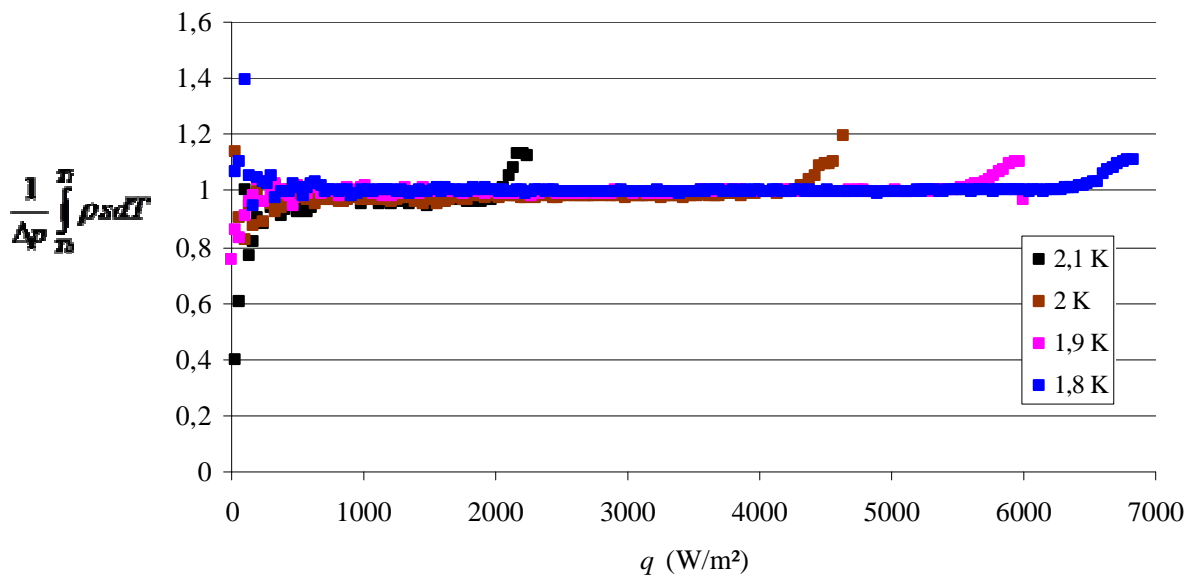


Figure V.3 Rapport de  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho_s dT$  pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm.

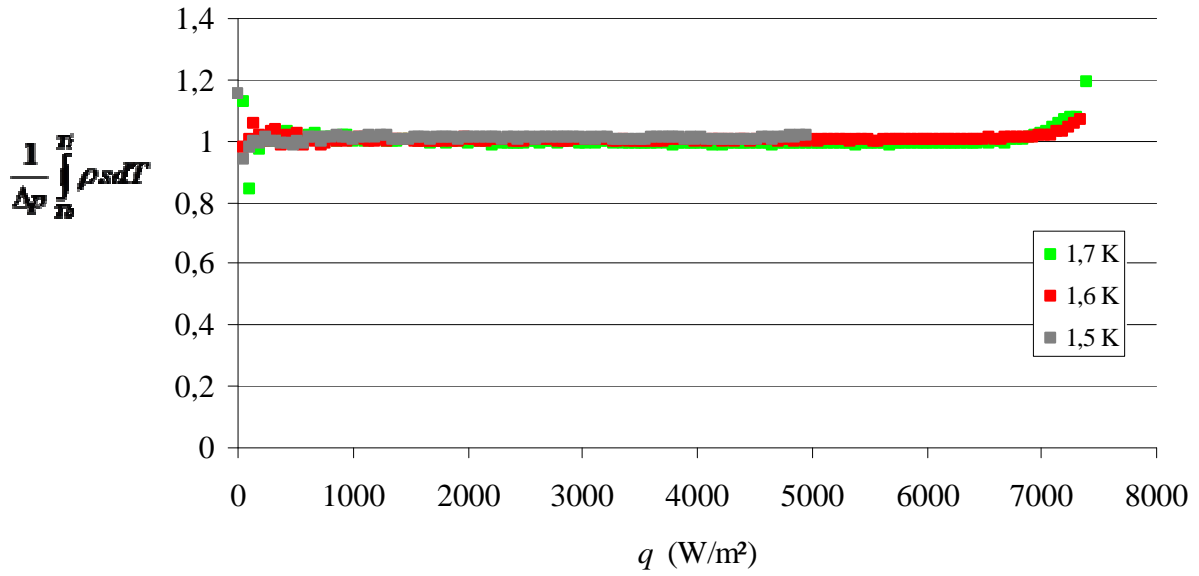


Figure V.4 Rapport de  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm.

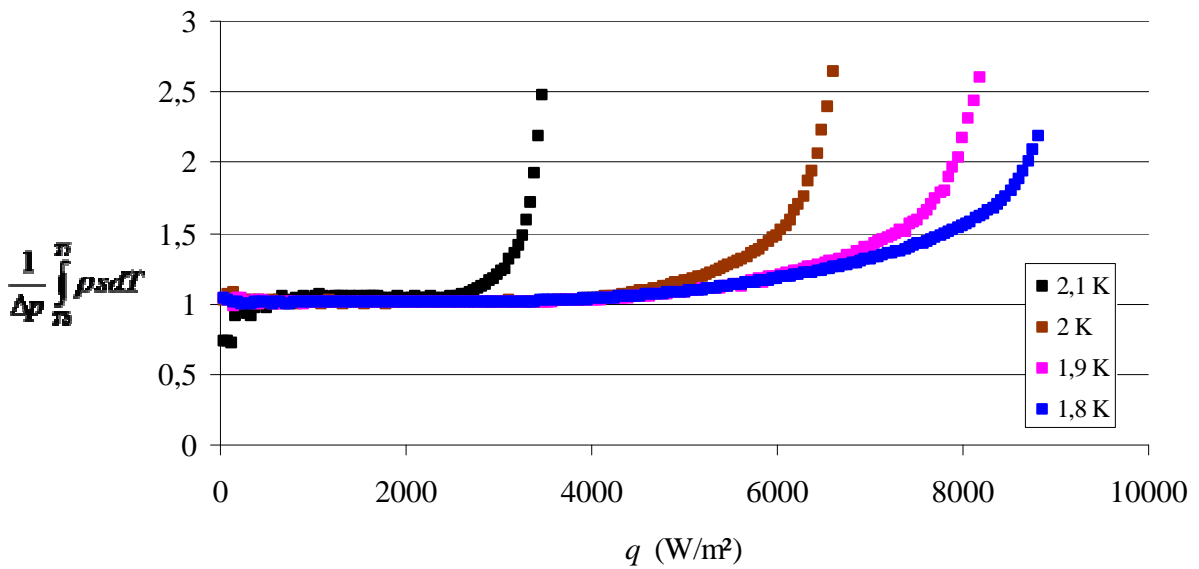


Figure V.5 Rapport de  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm.

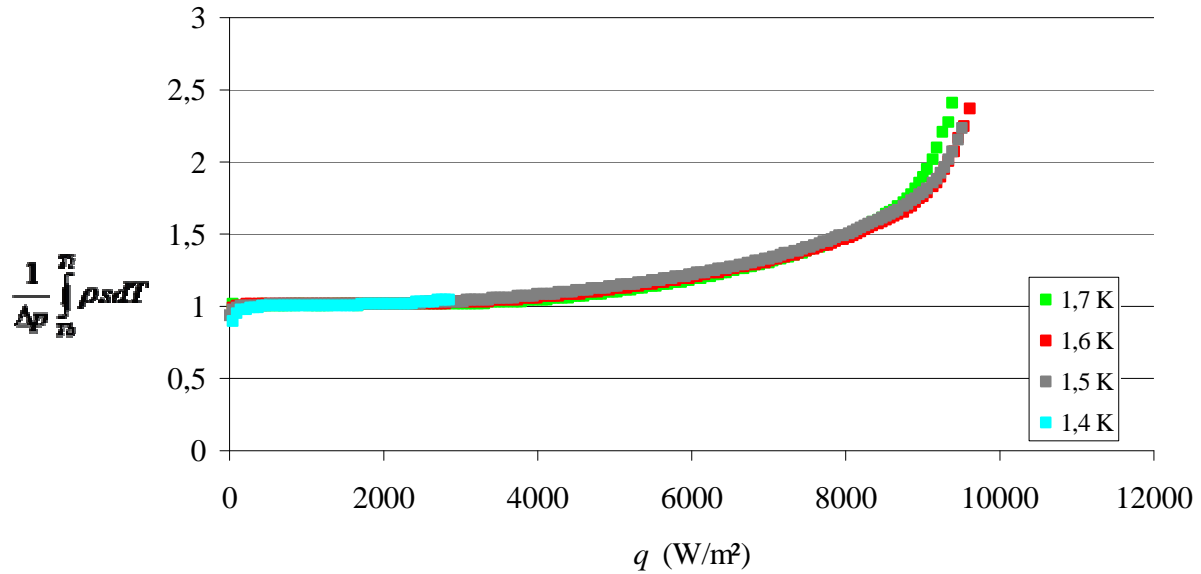


Figure V.6 Rapport de  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm.

### 2.1.2. Flux critique

Le flux critique correspond au changement de régime d'écoulement. C'est le flux de chaleur à partir duquel se développent les vortex superfluides indiquant le début du régime de Gorter-Mellink. Ceci se traduit par le fait que le rapport étudié dans le paragraphe précédent devient supérieur à 1 et augmente jusqu'à la transition He II/He I. Afin de déterminer ce flux critique,

il a été décidé que l'on n'était plus dans le régime de Landau lorsque le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$

devenait supérieur à 1,1. Cette valeur limite n'a pas de signification physique mais elle permet d'avoir suffisamment de points expérimentaux à traiter dans certains cas. Le tableau V.2 rassemble les valeurs de flux critique pour les échantillons ayant une taille de pore de 1 et 2  $\mu\text{m}$ .

On peut remarquer que pour les échantillons de 1  $\mu\text{m}$  de taille de pore, le flux critique n'existe

pas car le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  augmente brutalement comme pour les autres mesures lorsque

l'on se rapproche de la transition de phase He II/He I. Ceci implique que les transferts de chaleur sont régis par le régime de Landau tout au long de la mesure comme cela est explicite sur les figures V.3 et V.4. Cependant, ce n'est pas le cas des échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  ; on a bien une plage sur laquelle le rapport est proche de 1 mais ce rapport évolue et augmente quand le flux de chaleur augmente, indiquant l'apparition de la turbulence superfluide et donc le développement des vortex. On peut en conclure que la taille des pores influe sur le développement des vortex à l'échelle microscopique. Les vortex se développent plus « facilement » dans des pores de plus grandes dimensions et cela a un effet notable sur le régime d'écoulement et donc sur les transferts de chaleur.

Ensuite, le tableau V.2 montre que pour les échantillons de 1  $\mu\text{m}$  de taille de pore, le flux critique augmente lorsque la température diminue. Cela n'est pas vrai pour les échantillons

ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  : le flux critique augmente lorsque la température diminue de 2,1 K à 1,8 K et, ensuite, le flux critique diminue lorsque la température diminue de 1,7 K à 1,5 K. En effet, pour une température inférieure à 1,8 K, la densité de superfluide est supérieure à la densité de fluide normal comme le montre la figure II.8. Pour ces températures, et comme les vortex se développent dans la composante superfluides, on imagine assez facilement que plus il y a de « superfluide » et plus les vortex superfluides se développent facilement. Cela n'est pas observé avec les échantillons ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  car l'effet de taille influe sur le développement des vortex comme on l'a vu précédemment.

Tableau V.2 Flux de critique en  $\text{W}/\text{m}^2$

Température (K)	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 1 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 3 mm d'épaisseur	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 1 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 4 mm d'épaisseur	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 2 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 3 mm d'épaisseur	$\text{Al}_2\text{O}_3$ 2 $\mu\text{m}$ de taille de pore, 4 mm d'épaisseur
2,1	2137	2295	2740	2428
2	4530	4700	4631	4111
1,9	5968	6165	5151	4611
1,8	6720	6970	5199	4650
1,7	7308	7540	5045	4513
1,6	7346	7339	4719	4240
1,5			4502	3934

Le tableau V.3 rassemble les valeurs de l'expression  $\left(\frac{Q_{cr}}{\rho_s s T}\right)\left(\frac{d^{1/4}}{\varepsilon A}\right)$  de l'équation (2.56) en utilisant les valeurs de flux critique déterminées précédemment pour les échantillons ayant une taille de pores de 2  $\mu\text{m}$ . On peut remarquer que les valeurs obtenues ne sont pas constantes en fonction de la température contrairement à ce qu'à trouvé Nakai (Nakai 1996) : plus la température diminue et plus les valeurs augmentent et ceci pour les deux épaisseurs étudiées. Il y a donc une divergence entre la littérature et les résultats que l'on a obtenu expérimentalement ; les valeurs obtenues sont plus grandes que la valeur constante de  $2,58 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{5/4} \cdot \text{s}^{-1}$  trouvée par Nakai.

Tableau V.3  $\left(\frac{Q_{cr}}{\rho_s s T}\right)\left(\frac{d^{1/4}}{\varepsilon A}\right)$  en fonction de la température pour les échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$

Température (K)	3 mm d'épaisseur	4 mm d'épaisseur
2,1	$3,42 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
2	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$
1,9	$5,28 \cdot 10^{-3}$	$4,73 \cdot 10^{-3}$
1,8	$6,34 \cdot 10^{-3}$	$5,67 \cdot 10^{-3}$
1,7	$7,2 \cdot 10^{-3}$	$7,08 \cdot 10^{-3}$
1,6	$10,1 \cdot 10^{-3}$	$9,1 \cdot 10^{-3}$
1,5	$14 \cdot 10^{-3}$	$12,3 \cdot 10^{-3}$

## 2.2. Détermination de la perméabilité en He II

### 2.2.1. Modélisation à partir de la loi de Darcy

Dans cette partie, on va déterminer la perméabilité des échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$  de taille de pore en hélium superfluide à partir des mesures à basse température. On a vu dans le chapitre III que la loi de Darcy est valable en hélium superfluide et qu'elle peut s'écrire à partir du gradient de pression et de température comme

$$\nabla p = -\frac{\eta}{K} \frac{\mathbf{q}}{\rho s T} \quad (5.7)$$

et

$$\nabla T = -\frac{\eta}{K} \frac{\mathbf{q}}{(\rho s)^2 T} \quad (5.8)$$

Les mesures en hélium superfluide nous donnent la différence de température et la différence de pression entre le bain interne et le bain externe pour différents flux de chaleur, c'est pourquoi nous allons utiliser les équations (5.7) et (5.8) pour déterminer la perméabilité. Ces équations sont intégrées de la manière suivante :

$$\Delta p = \frac{q}{K} \int_{T_b}^{T_i} \frac{\eta}{\rho s T} dx \quad (5.9)$$

et

$$\Delta T = \frac{q}{K} \int_{T_b}^{T_i} \frac{\eta}{(\rho s)^2 T} dx \quad (5.10)$$

où  $K$  est l'inconnue à déterminer,  $T_b$  est la température du bain externe et  $T_i$  est la température du bain interne. Pour déterminer la perméabilité, l'équation (5.10) est utilisée car la mesure de température est beaucoup plus précise que la mesure de pression, surtout à faible flux de chaleur.

Un code numérique, sous Mathematica, permet de calculer la différence de température. Pour chaque flux de chaleur,  $\Delta T$  a été calculé en discrétisant l'équation (5.10) en une somme pour une perméabilité référence  $K_{num}$ , de l'ordre de grandeur de la perméabilité de nos échantillons, égale à  $10^{-14} \text{ m}^2$ .

Pour chaque flux de chaleur et pour chaque différence de température mesurée correspondante, que nous appellerons  $\Delta T_{mesure}$ , nous obtenons  $\Delta T_{numérique}$  calculé avec la perméabilité  $K_{num}$ . Nous avons donc les expressions suivantes :

$$\Delta T_{mesure} = \frac{q}{K_{réelle}} \int_{T_b}^{T_i} \frac{\eta}{(\rho s)^2 T} dx \quad (5.11)$$



et

$$\Delta T_{numérique} = \frac{q}{K_{num}} \int_{T_b}^{T_i} \frac{\eta}{(\rho s)^2 T} dx \quad (5.12)$$

et pour déterminer la vraie perméabilité, on calcule simplement

$$K_{réelle} = K_{num} \frac{\Delta T_{numérique}}{\Delta T_{mesure}} \quad (5.13)$$

On obtient donc une perméabilité pour chaque flux de chaleur et chaque  $\Delta T$  correspondant. Les figures V.7 et V.8 donnent la perméabilité  $K_{réelle}$  obtenue en fonction du flux de chaleur pour différentes températures de bain pour les échantillons de 3 mm d'épaisseur ayant une taille de pore respectivement de 1 et 2  $\mu\text{m}$ . Ces courbes ne donnent que la valeur de  $K_{réelle}$  pour les flux de chaleur dont le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  est compris entre 0,9 et 1,1, ce qui permet de considérer que nous sommes bien dans le régime de Landau.

Pour l'échantillon ayant une taille de pore 1  $\mu\text{m}$ , on observe que la perméabilité est constante quel que soit le flux de chaleur pour des températures comprises entre 2,1 K et 1,8 K à part à l'approche de la transition de phase. Ceci indique que le modèle théorique pour extraire la perméabilité des échantillons représente avec justesse les résultats expérimentaux. Par contre, on note que pour des températures inférieures à 1,8 K, la perméabilité extraite est fonction du flux de chaleur et de la température de bain. La perméabilité augmente avec le flux de chaleur et avec une température de bain décroissante. Ceci vient contre dire ce qui a été trouvé dans le changement d'échelle à savoir que la perméabilité est constante dans le régime de Landau quelle que soit la température de bain. Il faut alors rester prudent sur l'interprétation des résultats et sur la méthode de détermination de  $K$  : le fait de trouver une perméabilité qui varie en dessous de 1,8 K est-il dû à la méthode de détermination de la perméabilité en He II ou est ce réellement ce que l'on peut observer ?

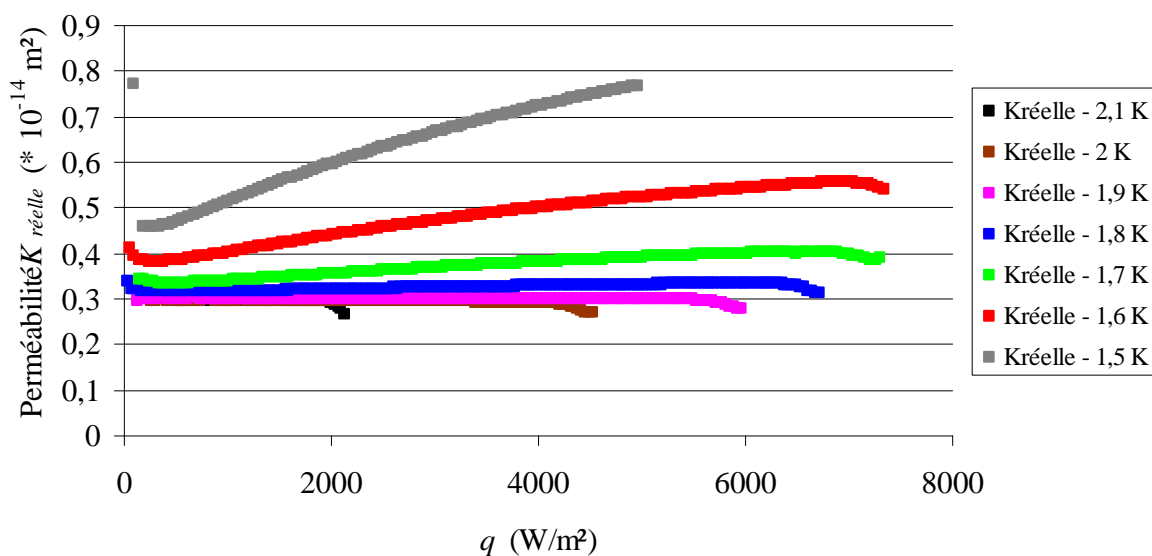


Figure V.7 Perméabilité  $K_{réelle}$  en He II en fonction du flux de chaleur pour différentes températures de bain pour l'échantillon de 3 mm d'épaisseur avec une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$

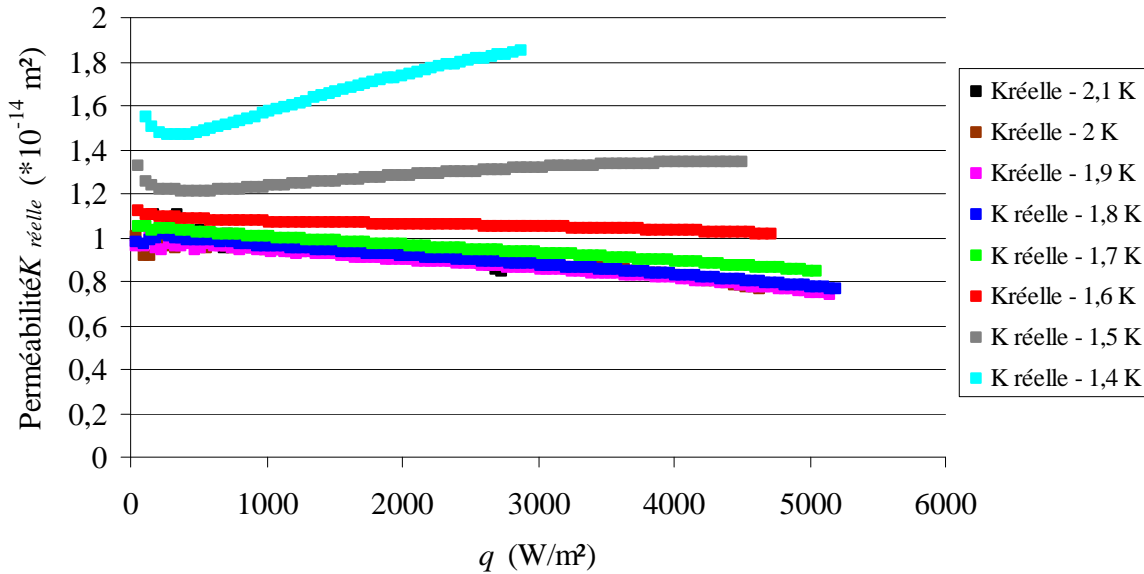


Figure V.8 Perméabilité  $K_{réelle}$  en He II en fonction du flux de chaleur pour différentes températures de bain pour l'échantillon de 3 mm d'épaisseur avec une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$

Pour l'échantillon ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ , la perméabilité varie un peu en fonction du flux de chaleur et aussi en fonction de la température de bain. Les valeurs obtenues pour une température de bain comprise entre 1,9 K et 2,1 K sont quasiment identiques. Par contre, pour des températures de bain inférieures, la perméabilité varie en fonction du flux de chaleur et en fonction de la température de bain.

Nous pouvons donc voir que la perméabilité déterminée par la mesure de la différence de température est fonction de la température de bain mais aussi du flux de chaleur. Ce qui nous intéresse cependant, c'est d'avoir une valeur de la perméabilité qui permet de modéliser les mesures dans le régime de Landau. La variation de la perméabilité en fonction de la température de bain étant importante, on va essayer de déterminer une perméabilité pour chaque température de bain ainsi que la plage d'erreur. Pour cela, et pour chaque température de bain, on va calculer une perméabilité moyenne en faisant la moyenne arithmétique de la perméabilité trouvée sur la plage de flux de chaleur considéré. En considérant le maximum et le minimum de la perméabilité sur la plage de flux de chaleur considérée, on en déduit une estimation (grosière) des erreurs positives et négatives. On obtient alors les courbes V.9 et V.10.

On peut remarquer que entre 1,8 K et 2,1 K, la perméabilité varie très peu et la plage d'erreur est très petite pour les échantillons de 1  $\mu\text{m}$  de taille de pore alors que pour les échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ , la plage d'erreur est plus importante. Cependant, pour des températures inférieures à 1,8 K, on peut voir que la perméabilité estimée ainsi augmente pour des températures décroissantes. Il faut remarquer aussi que la plage d'erreur augmente au fur et à mesure que la température de bain diminue. On va pouvoir maintenant comparer les valeurs de perméabilité obtenues avec la valeur de la perméabilité intrinsèque des échantillons, ce qui est l'objet de la partie suivante.

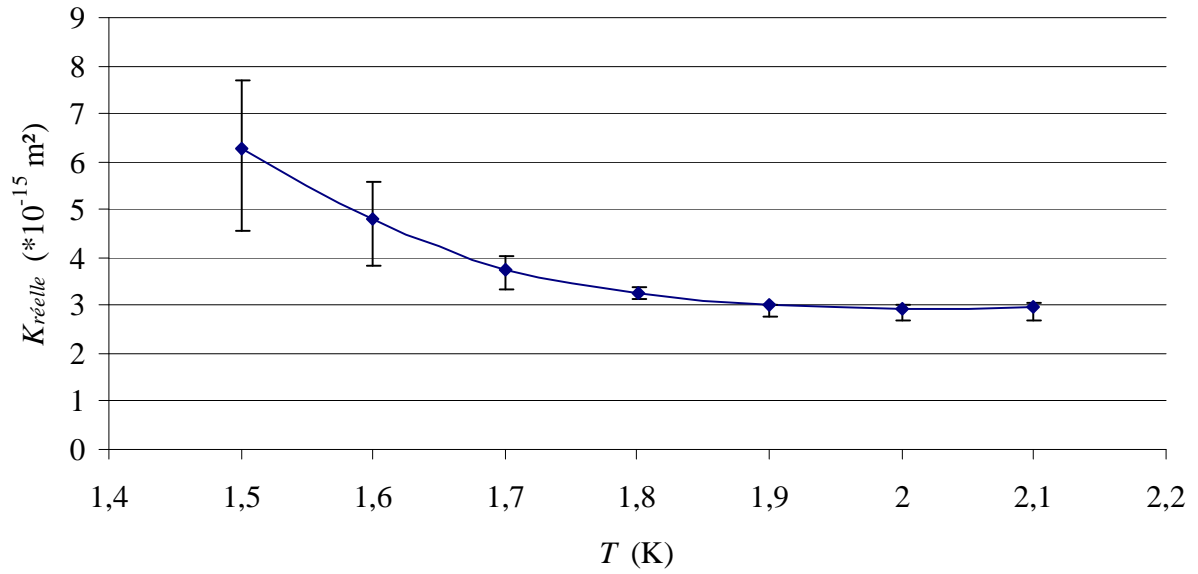


Figure V.9 Perméabilité en He II obtenue pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm

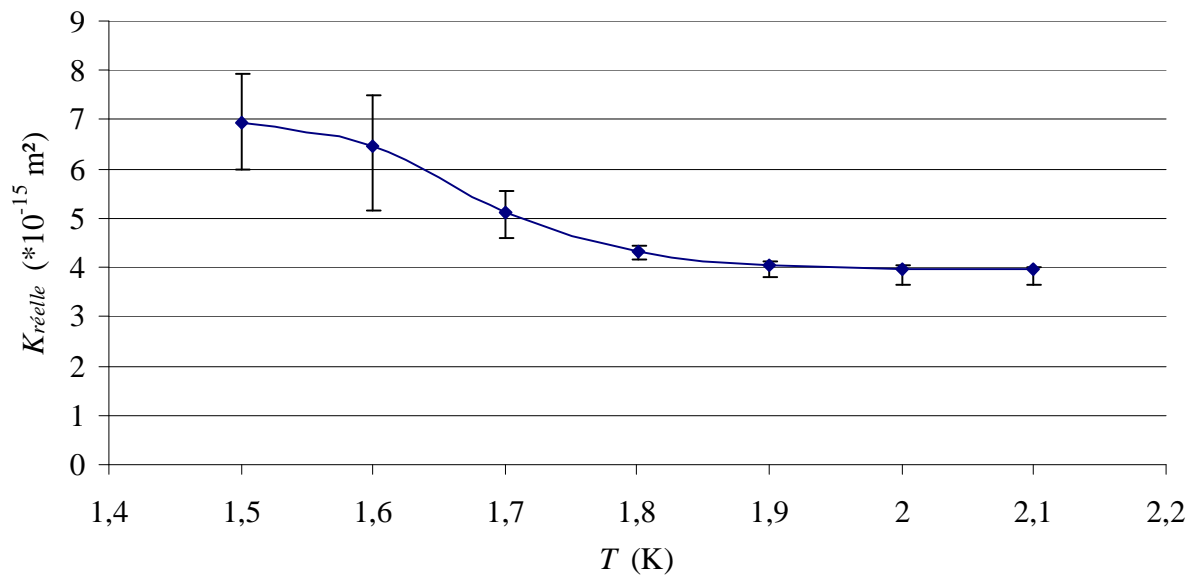


Figure V.10 Perméabilité en He II obtenue pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 4 mm

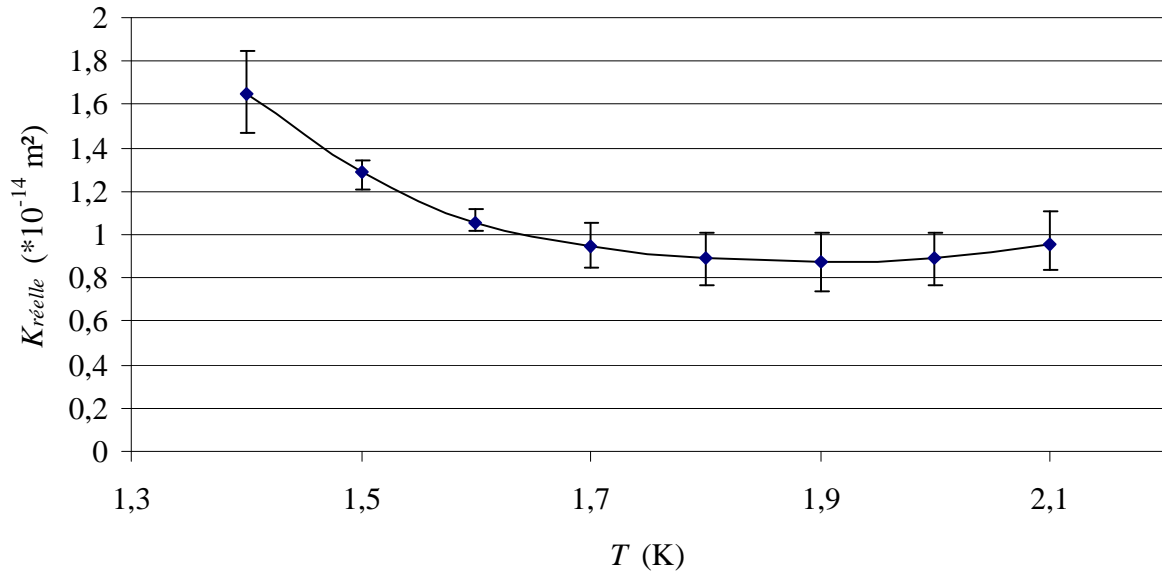


Figure V.11 Perméabilité en He II obtenue pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm

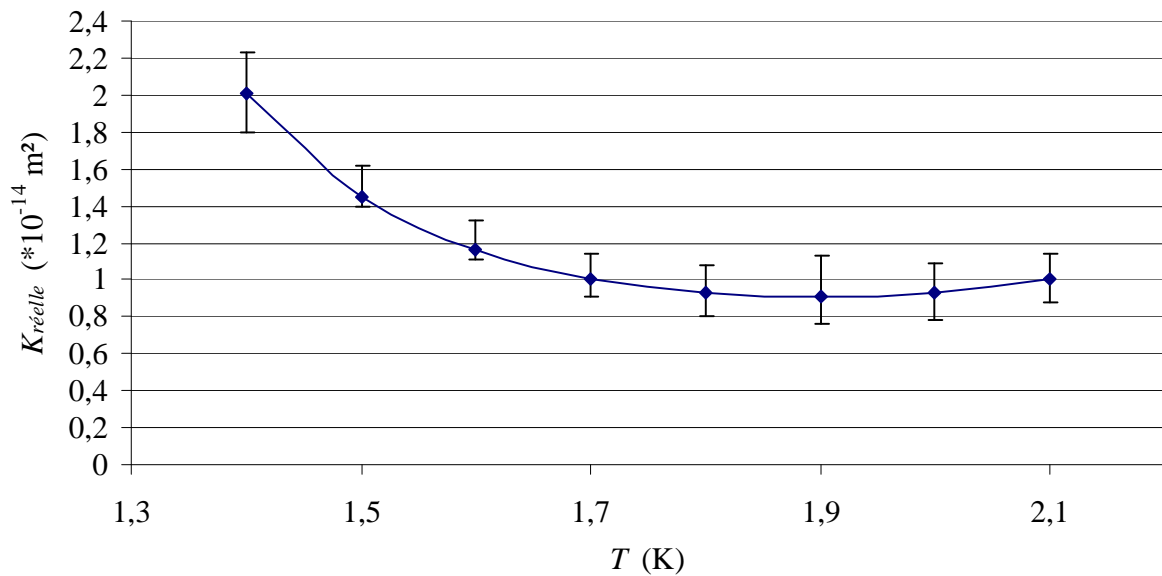


Figure V.12 Perméabilité en He II obtenue pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 4 mm

### 2.2.2. Perméabilité intrinsèque par rapport à la perméabilité obtenue en He II

La perméabilité des échantillons ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  a été déterminée avec le dispositif expérimental de mesure de perméabilité en gaz froid. On a obtenu une perméabilité de  $4,65 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$  et  $5,54 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$  pour les échantillons d'épaisseur 3 et 4 mm respectivement. On peut déjà noter que l'ordre de grandeur entre la mesure en gaz froid et la mesure en He II est le même. Si on considère les températures de bain comprises entre 1,9 K et 2,1 K, c'est-à-dire les températures pour lesquelles la perméabilité est constante, on a un écart de 55% pour l'échantillon d'épaisseur 3 mm et 39% pour l'échantillon d'épaisseur 4 mm, la perméabilité en He II pour ces température étant respectivement  $3 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$  et  $4 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$ . Ensuite, lorsque la

température de bain diminue, on a trouvé que la perméabilité en He II augmentait, réduisant ainsi l'écart entre la mesure en gaz froid et la mesure en He II. On peut donc dire que l'on retrouve bien le même ordre de grandeur de perméabilité entre les mesures en gaz froid et en He II, l'écart maximum étant de 55% pour l'échantillon d'épaisseur 3 mm et 40% pour l'échantillon d'épaisseur 4 mm.

Compte tenu des difficultés expérimentales, et d'interprétation, il est difficile de confirmer que cette variation de la perméabilité estimée par notre procédure avec la température a une réalité physique.

### 2.3. Différence de pression et de température

Dans cette partie, nous allons comparer les mesures expérimentales avec les valeurs obtenues à partir des résultats du code numérique, le code numérique prenant comme valeur de perméabilité, la perméabilité moyenne calculée dans la partie précédente.

#### 2.3.1. Différence de température

Les courbes suivantes présentent l'évolution de la différence de température pour différentes températures de bain. Pour chaque température de bain, on présente les courbes donnant les valeurs expérimentales et les valeurs obtenues avec le code numérique qui permet de calculer la température en fonction du flux de chaleur.

Les courbes V.13, V.14 et V.15 présentent les résultats obtenus pour l'échantillon de 3 mm d'épaisseur ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$ . Pour des températures de bain comprises entre 1,8 K et 2,1 K, on peut voir que les courbes expérimentales et numériques sont très proches. On a un écart maximum de 6 % à 2 K pour un flux de chaleur de 4420 W/m<sup>2</sup>. On peut observer que les courbes sont quasiment confondues et ne se séparent que lorsque l'on approche de la transition He II/He I. Pour ces températures, le régime de Landau est donc bien modélisé à partir de la loi de Darcy pour les valeurs de perméabilité obtenues en He II. Pour des températures de bain inférieures à 1,8 K (figure V.15), on peut voir qu'il y a un écart entre les mesures et la modélisation numérique. Cet écart s'accroît lorsque la température de bain diminue : l'écart le plus important est pour une température de bain de 1,5 K, on a un écart maximum de 27 % à 287 W/m<sup>2</sup>. Cet écart est moindre à 1,6 K et encore moins à 1,7 K. Il semble donc que plus on descend en température et moins la modélisation à partir de la loi de Darcy est juste. Il faut alors noter que les barres d'erreur que l'on avait trouvées en He II s'accroissent pour des températures inférieures à 1,8 K. Plus l'erreur sur la perméabilité est grande et moins la perméabilité moyenne en He II modélise le phénomène physique ; on a vu que la perméabilité variait d'autant plus en fonction du flux de chaleur pour les températures de bain les plus basses.

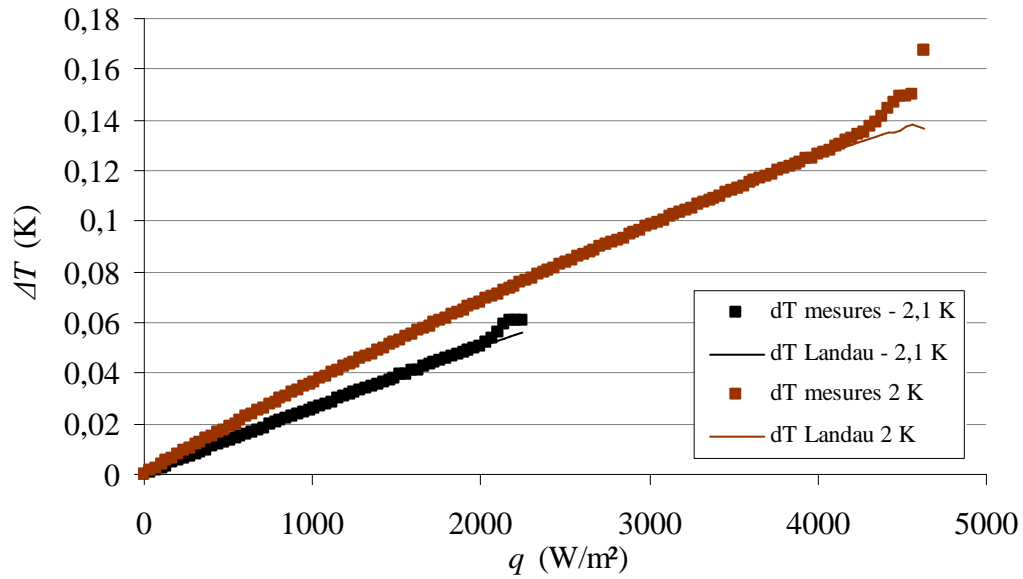


Figure V.13 Différence de température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 2 K et 2,1 K

Les courbes V.16, V.17 et V.18 présentent les résultats obtenus pour l'échantillon de 3 mm d'épaisseur ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ . On peut remarquer que les courbes numériques modélisent bien les mesures pour des flux de chaleur inférieurs à 3000  $\text{W}/\text{m}^2$  en moyenne. Ensuite, lorsque le flux de chaleur augmente, les courbes se séparent progressivement : les mesures deviennent supérieures aux valeurs données par le code numérique. Ceci traduit l'apparition des vortex superfluides et le fait que l'on change de régime d'écoulement ; on entre dans le régime de Gorter-Mellink, un régime plus dissipatif que le régime de Landau. Ceci a déjà été vu lorsque l'on a déterminé le flux critique ; pour cet échantillon, il existe un flux de chaleur à partir duquel nous ne sommes plus dans le régime de Landau.

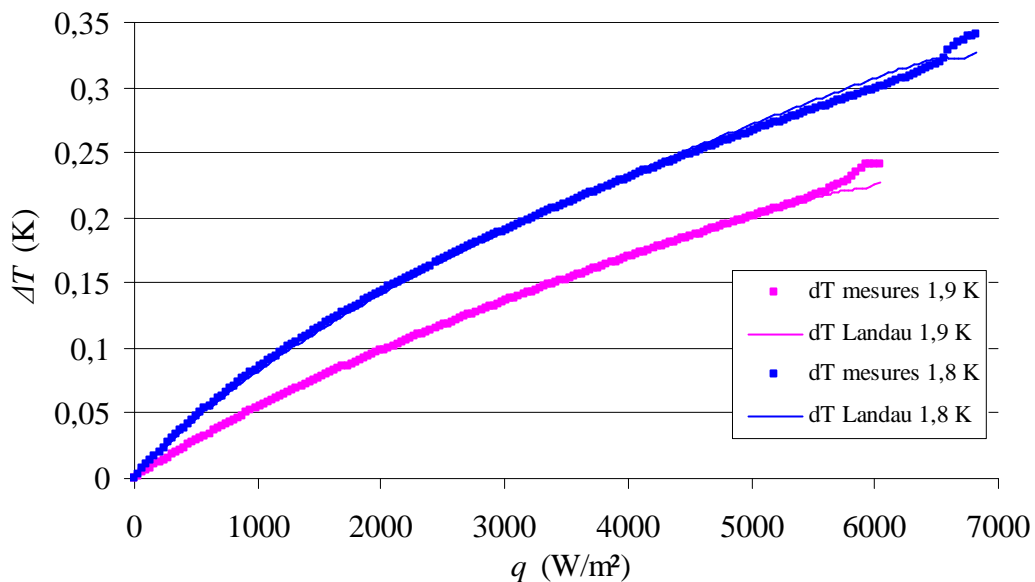


Figure V.14 Différence de température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,8 K et 1,9 K

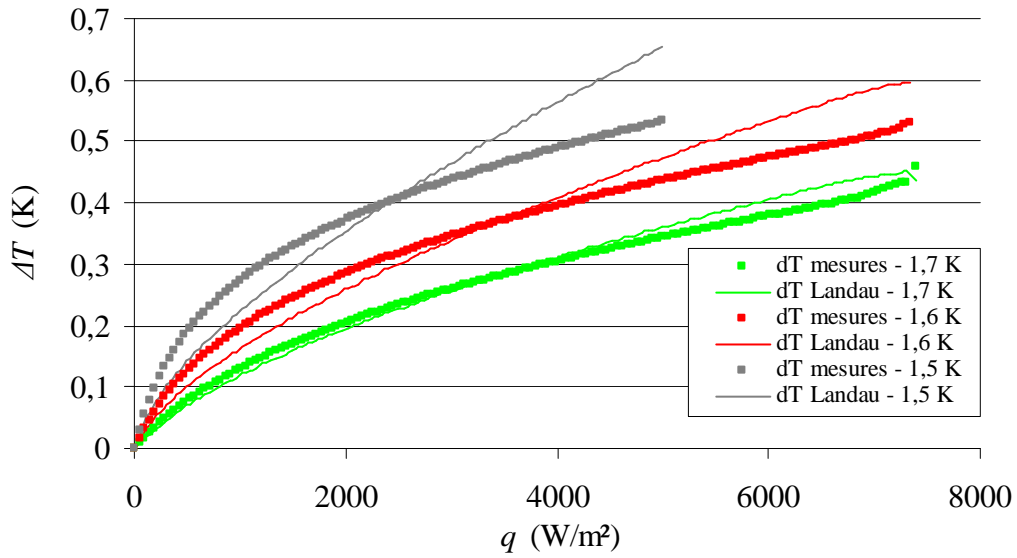


Figure V.15 Différence de température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,5 K, 1,6 K et 1,7 K

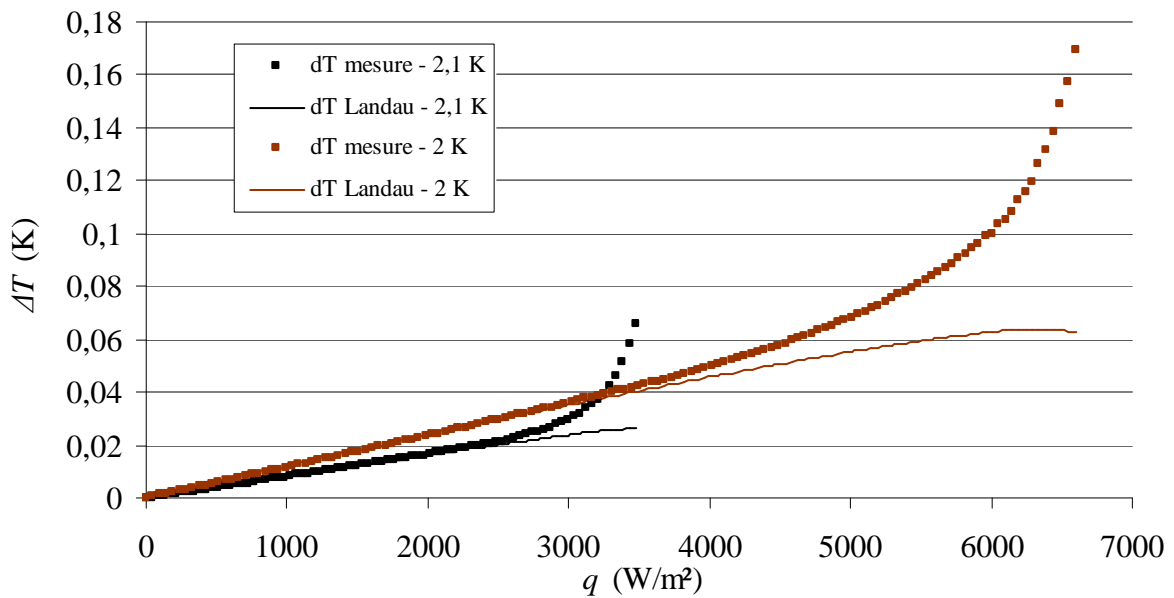


Figure V.16 Différence de température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 2 K et 2,1 K

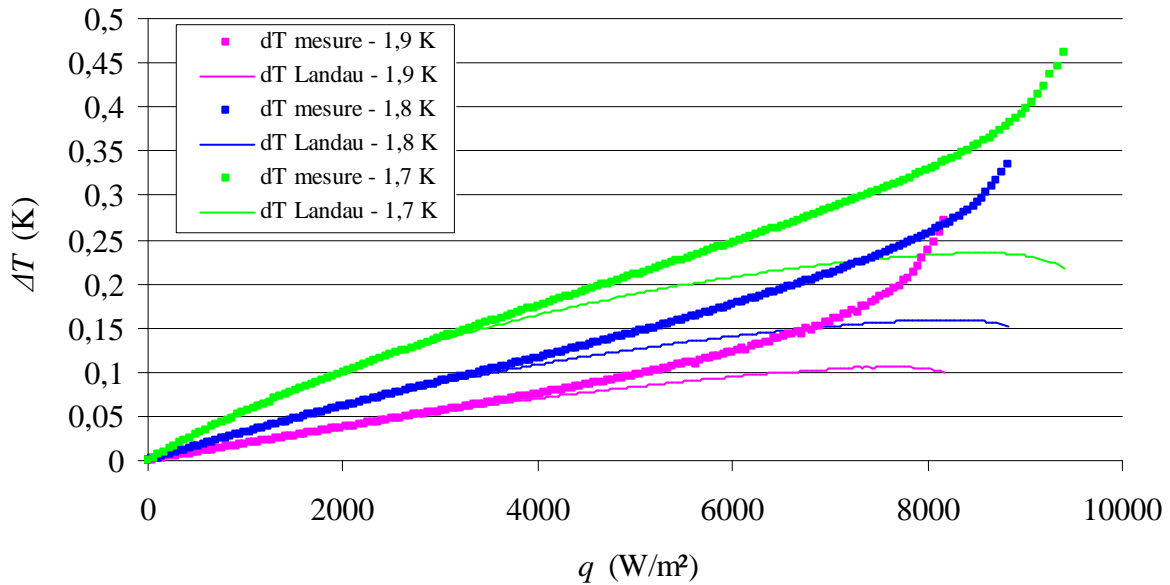


Figure V.17 Différence de température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,9 K, 1,8 K et 1,7 K

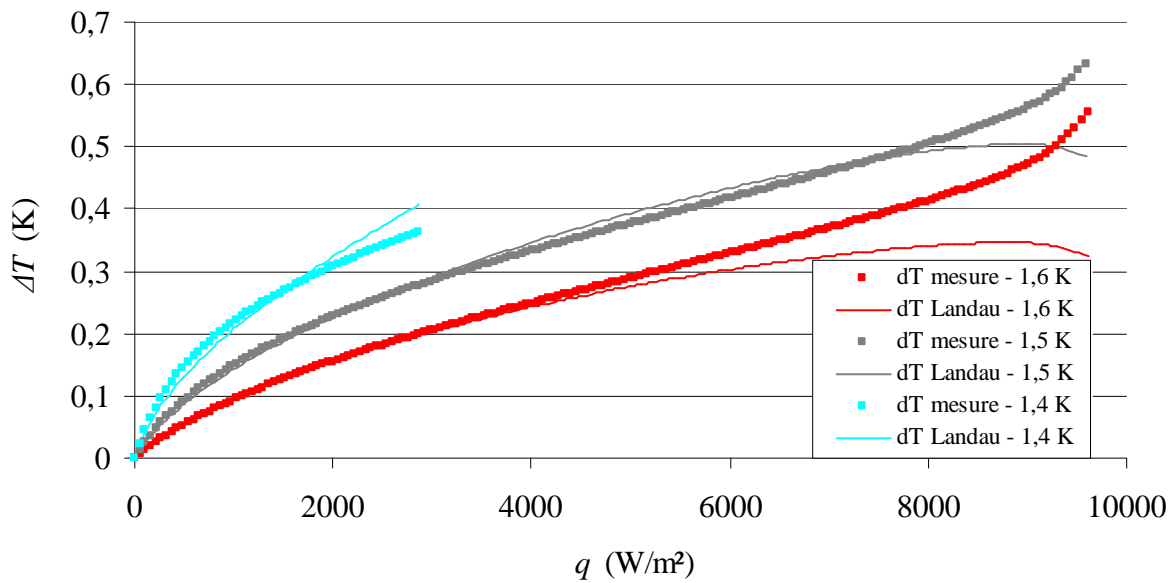


Figure V.18 Différence de température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,6 K, 1,5 K et 1,4 K

On retrouve la différence principale entre ces deux types d'échantillons. Il existe, pour les échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ , un flux critique à partir duquel se développent les vortex superfluides. C'est le début du régime de Gorter-Mellink alors que pour les échantillons ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$ , il n'y a pas de flux critique.

### 2.3.2. Différence de pression

Les courbes suivantes présentent l'évolution de la différence de pression pour différentes températures de bain. Pour chaque température de bain, on présente les courbes donnant les valeurs expérimentales et les valeurs obtenues avec le code numérique qui calcule la



différence de pression. Les valeurs de perméabilité moyenne en He II déterminées précédemment sont utilisées dans le code.

Les courbes V.19, V.20 et V.21 présentent les résultats obtenus pour l'échantillon de 3 mm d'épaisseur ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$ . Pour des températures de bain comprises entre 1,8 K et 2,1 K, les courbes expérimentales et numériques sont très proches puis divergent un peu avec le flux de chaleur croissant. La modélisation à partir de la loi de Darcy permet de retrouver les valeurs expérimentales en utilisant la perméabilité moyenne déterminée en He II. Pour des températures de bain de 1,7 K et inférieures, on peut remarquer que les courbes expérimentales et théoriques divergent quasiment dès le début de la courbe. Cependant, elles ne divergent pas beaucoup et on retrouve bien l'ordre de grandeur des mesures. On peut cependant rappeler qu'à ces températures, on avait aussi un écart sur les courbes de température (figure V.15), ce qui permet de confirmer que la loi de Darcy modélise moins bien le régime de Landau pour les températures de bain inférieure à 1,8 K.

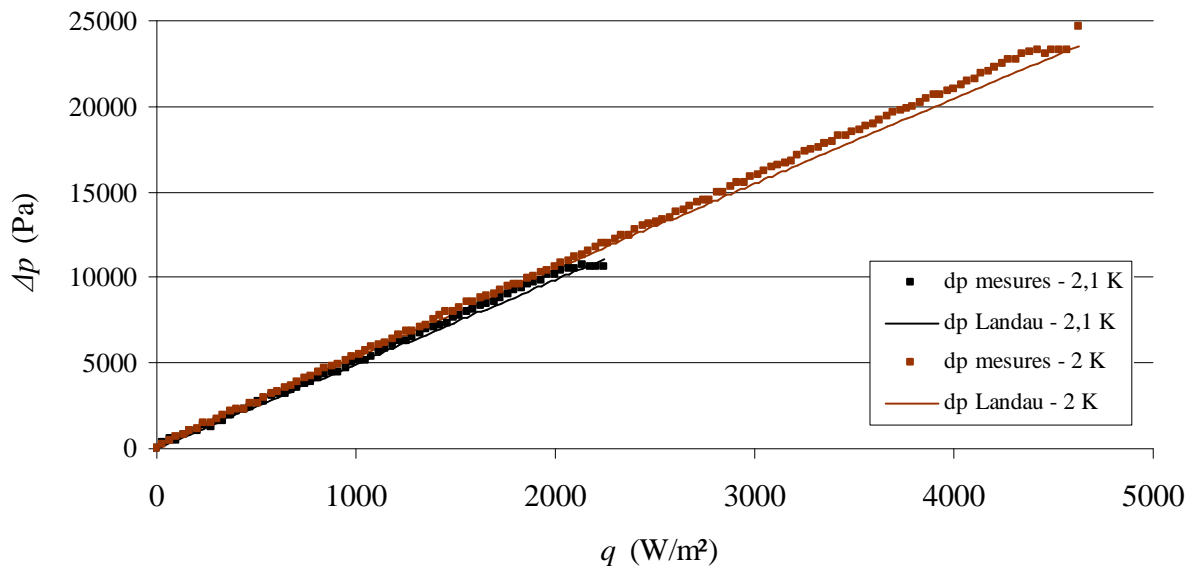


Figure V.19 Différence de pression pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 2 K et 2,1 K

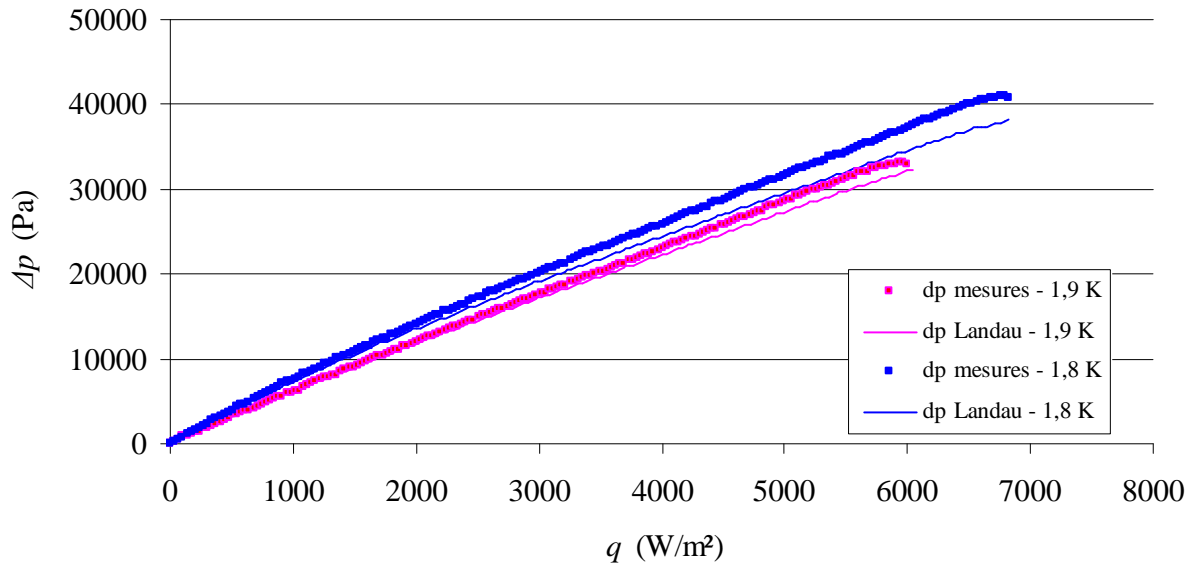


Figure V.20 Différence de pression pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,8 K et 1,9 K

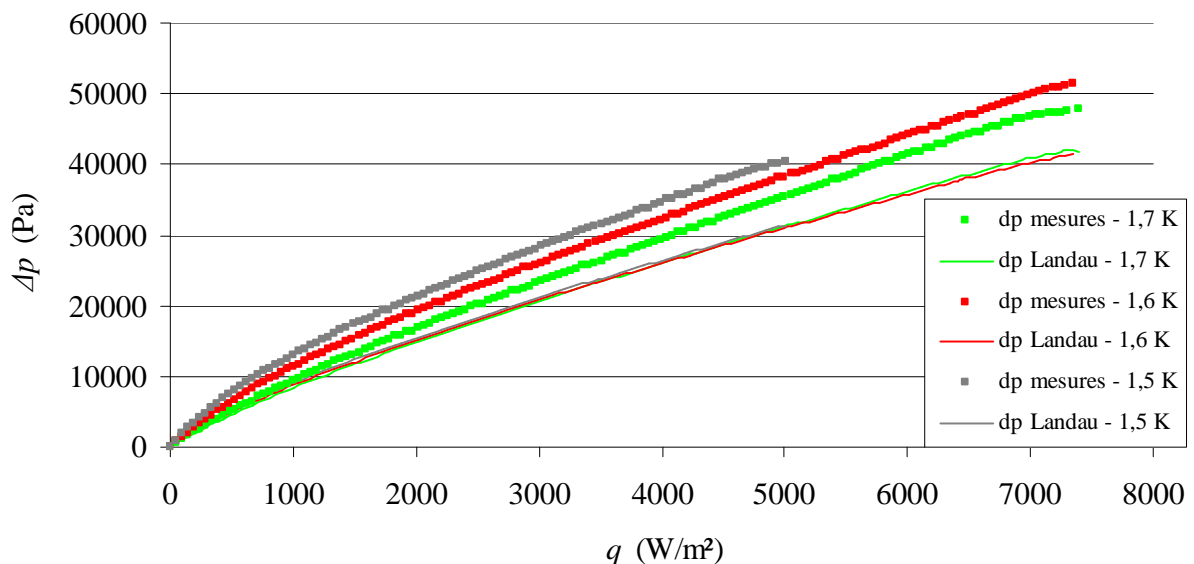


Figure V.21 Différence de pression pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,5 K, 1,6 K et 1,7 K

Les courbes V.22, V.23 et V.24 présentent les résultats obtenus pour l'échantillon de 3 mm d'épaisseur ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ . Pour les températures de bain de 2,1 K et 2 K, les courbes théoriques déterminées à partir de l'équation (5.9) et expérimentales sont assez proches, surtout à 2,1 K. A 2 K, on peut remarquer que les courbes commencent à diverger pour un flux de chaleur de 3000  $\text{W}/\text{m}^2$  mais cet écart reste faible. Ce n'est pas le cas pour les températures inférieures. Entre 1,7 K et 1,9 K, les courbes expérimentales et théoriques sont très proches à faible flux et elles commencent à diverger pour un flux de chaleur de l'ordre de 3000  $\text{W}/\text{m}^2$ . Cela confirme ce qui a été vu précédemment : il existe un flux de chaleur critique à partir duquel le régime de Gorter-Mellink se développe se traduisant par un écart entre les courbes expérimentales et théoriques. Pour des températures de bain inférieures à 1,6 K, les courbes expérimentales et théoriques commencent à diverger même à faible flux.

D'une manière générale, on peut remarquer que l'utilisation de la loi de Darcy modélise avec justesse le phénomène observé pour des températures de bain supérieures à 1,8 K. Pour des températures inférieures, la modélisation est moins bonne mais pourquoi ?

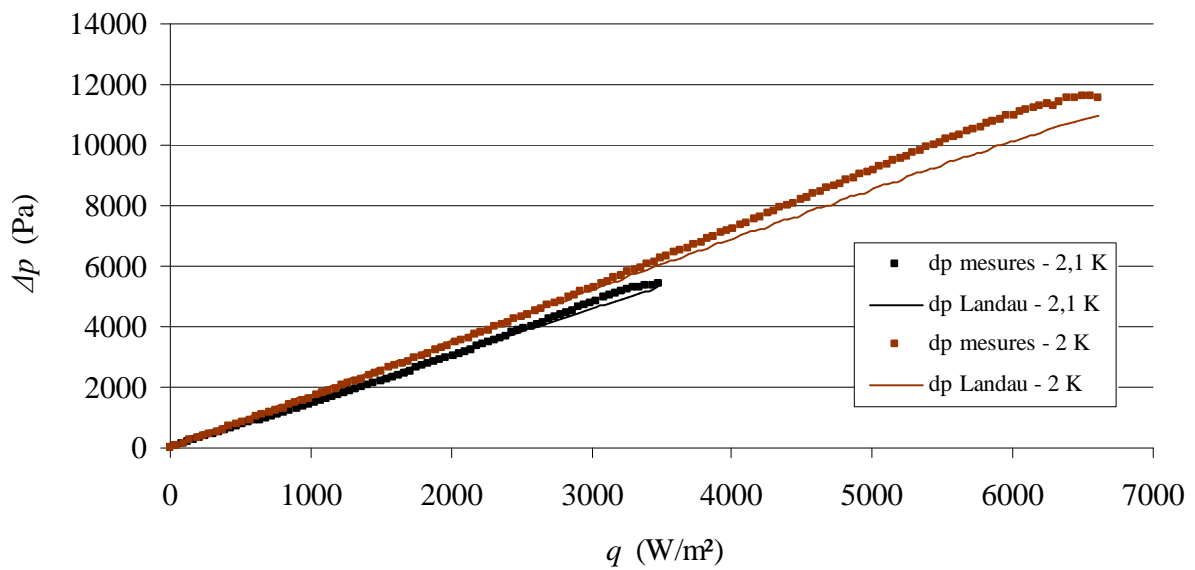


Figure V.22 Différence de pression pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 2 K et 2,1 K

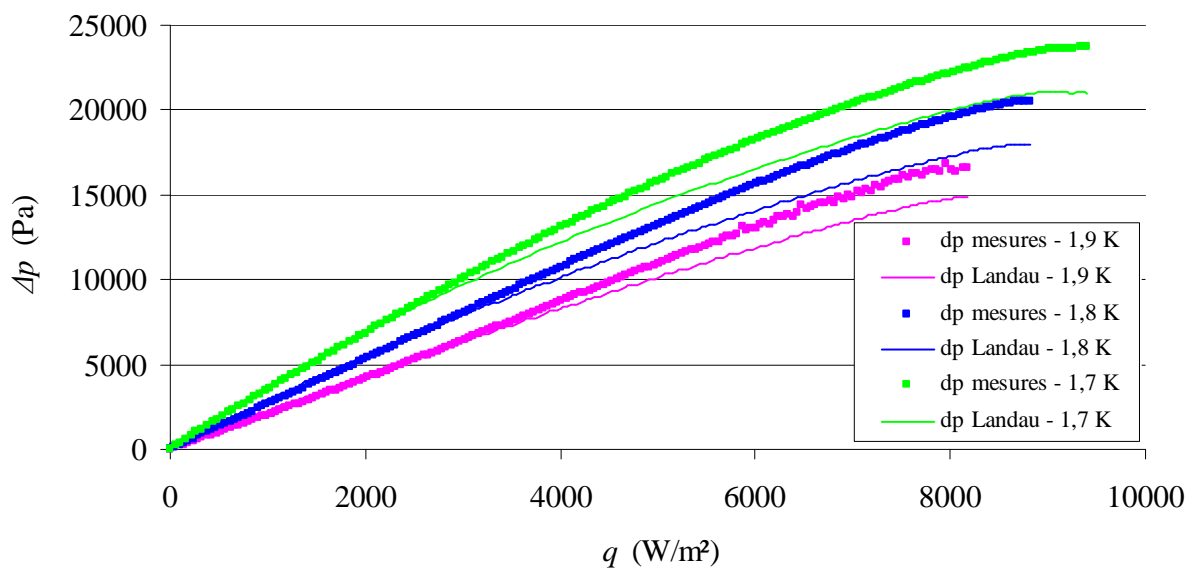


Figure V.23 Différence de pression pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,9 K, 1,8 K et 1,7 K

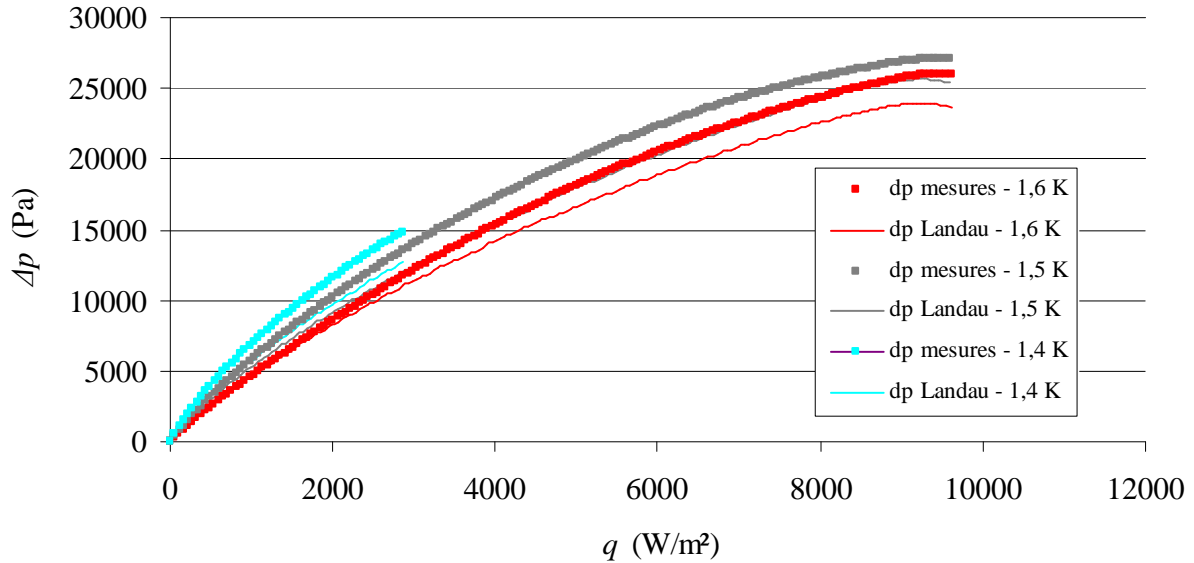


Figure V.24 Différence de pression pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  et une épaisseur de 3 mm pour une température de 1,6 K, 1,5 K et 1,4 K

### 3. Résultats pour des échantillons avec une taille de pore de 0,1 $\mu\text{m}$

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux résultats donnés par les échantillons ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$  et une porosité de 12% et 33%. Ces échantillons ont été testés avec le dispositif expérimental « permanent/transitoire ». Il faut alors rappeler que ce dispositif utilise un capteur de pression différentiel qui dissipe 16,7 mW dans le bain interne. Cette valeur n'est absolument pas négligeable devant les flux de chaleur mis en jeu pour ces échantillons et il va falloir en tenir compte dans l'analyse des résultats.

#### 3.1. Équation de London

De la même manière que pour les échantillons ayant une taille de pore de 1 et 2  $\mu\text{m}$ , nous allons étudier le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  afin de déterminer le régime d'écoulement. Lorsque le

capteur de pression est allumé, il dissipe 16,7 mW dans le bain interne ce qui veut dire que même si le flux de chaleur émit par le chauffeur est nul, il y a une augmentation de température et de pression due au capteur de pression. Pour la mesure de température, cela ne pose pas un grand problème car on connaît la température de bain externe ainsi que la température du bain interne grâce au capteur de température. En ce qui concerne le capteur de pression qui est un capteur différentiel, on ne connaît pas le saut de pression dû à la chaleur dissipée par le capteur. Cependant, et ceci pour les échantillons ayant une porosité de 33 %, on peut remarquer que, lorsque l'on fait la mesure avec le capteur de pression allumé, la courbe donnant la différence de pression en fonction du flux de chaleur est une loi quasiment linéaire. Dans ce cas, connaissant la puissance dissipée par le capteur et la pente de la courbe de pression, on peut en déduire la différence de pression induite par le capteur. On a alors la courbe donnant la vraie différence de pression en fonction du vrai flux de chaleur et on peut

alors étudier le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$ . Enfin, on peut noter qu'il n'a pas été possible de faire la

même chose avec les échantillons de 12 % de porosité car la courbe donnant la différence de pression en fonction du flux de chaleur n'est pas linéaire.

Les courbes V.25 et V.26 présentent le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  pour l'échantillon de 2 mm

d'épaisseur, de porosité 33 % et ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ . On peut alors remarquer que ce rapport est quasiment toujours compris entre 0,9 et 1,1 ce qui implique que le régime d'écoulement est, quel que soit le flux de chaleur considéré, le régime de Landau. Nous allons donc baser notre analyse de la même manière que pour les échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$ , c'est-à-dire que nous allons déterminer la perméabilité en He II à partir des mesures de température.

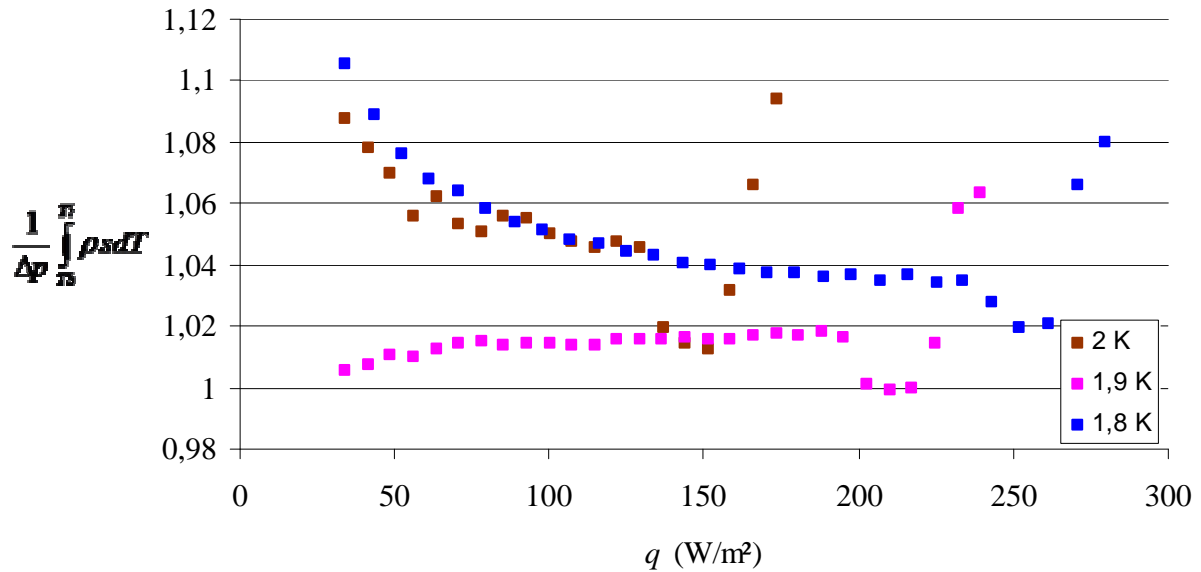


Figure V.25 Rapport de  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et 33% de porosité.

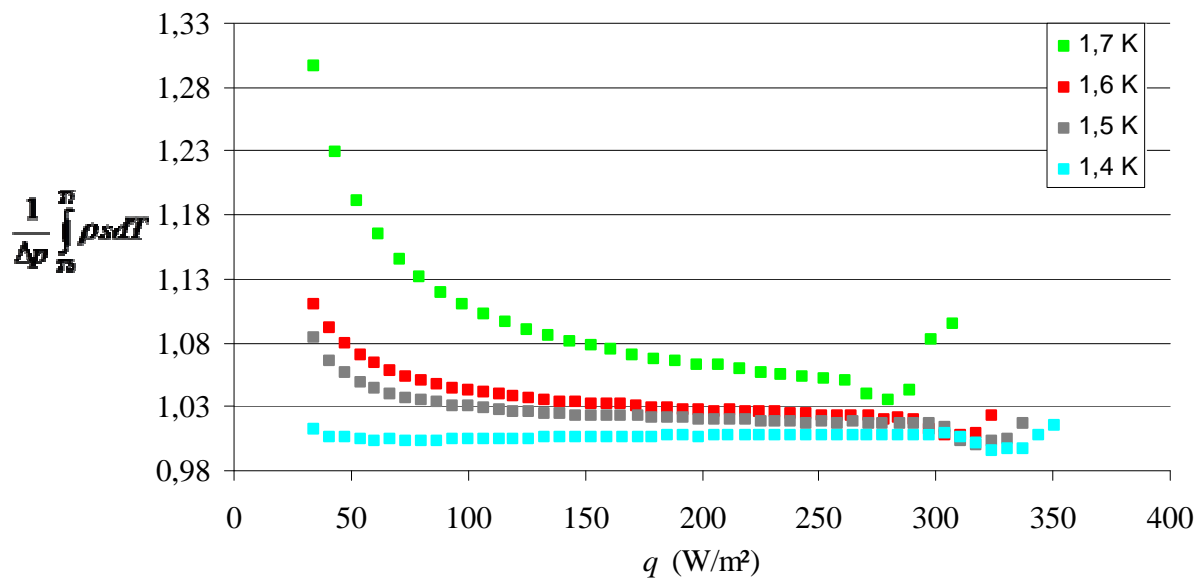


Figure V.26 Rapport de  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et 33% de porosité.

### 3.2. Détermination de la perméabilité

De la même manière que cela a été fait pour les échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$  de taille de pore, nous allons déterminer la perméabilité en He II des échantillons de 0,1  $\mu\text{m}$  de taille de pore. Pour cela, on calcule, à l'aide du code numérique, la perméabilité pour chaque flux de chaleur et chaque  $\Delta T$  correspondant. On en déduit alors la perméabilité moyenne, la perméabilité maximale et minimale pour chaque température de bain. On obtient les courbes présentées figure V.27 et V.28.

La courbe présentée figure V.27 est la perméabilité pour l'échantillon de 2 mm d'épaisseur ayant une porosité de 33%. On retrouve bien l'allure des courbes que l'on avait obtenu pour les échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$  ; pour les températures de bain comprises entre 1,8 K et 2,1 K, la perméabilité est quasiment constante de l'ordre de  $8 \cdot 10^{-17} \text{ m}^2 \pm 10\%$ . Ensuite, lorsque la température de bain diminue, la perméabilité augmente jusqu'à atteindre  $3,34 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$  à 1,4 K. On a un rapport de 4 entre la perméabilité la plus basse (pour  $T > 1,8 \text{ K}$ ) et la valeur à 1,4 K.

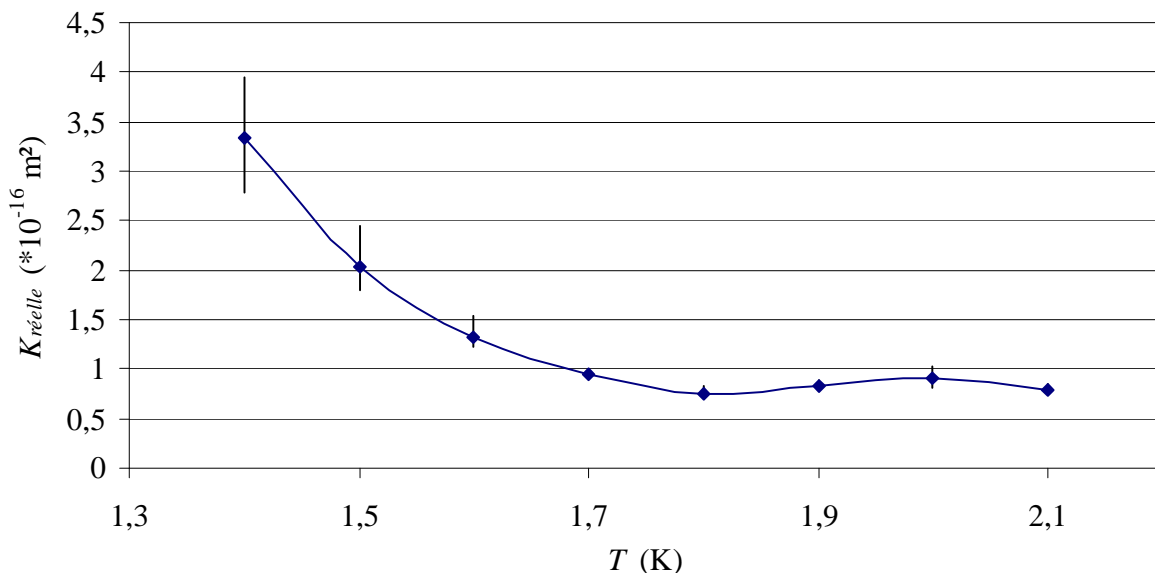


Figure V.27 Perméabilité en He II obtenue pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 33%

La courbe présentée figure V.28 est la perméabilité pour l'échantillon de 2 mm d'épaisseur ayant une porosité de 12%. Pour cette porosité, il n'a pas été possible de déterminer le saut de pression dû à la chaleur dissipée par le capteur de pression car la courbe donnant la différence de pression n'est pas linéaire. Cependant, et ceci au vu des résultats de l'échantillon de 33%

de porosité dont le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  est quasiment toujours compris entre 0,9 et 1,1 quel

que soit le flux de chaleur considéré, on a fait l'hypothèse de considérer que nous sommes dans le régime de Landau tout au long de la mesure. La perméabilité a donc été déterminée pour chaque flux de chaleur et chaque  $\Delta T$  correspondant. On en déduit une perméabilité moyenne, une perméabilité minimale et une perméabilité maximale ; les résultats sont présentés figure V.28. On retrouve toujours la même allure de courbe que pour les échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$  à savoir que la perméabilité estimée par cette procédure est croissante pour une température de bain décroissante. Cependant, pour des températures comprises entre 1,8 K et 2,1 K, la perméabilité n'est pas tout à fait constante et augmente

lorsque la température décroît : la perméabilité moyenne est de  $0,14 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$  à 2,1 K et  $0,25 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$  à 1,8 K, on a déjà presque un facteur 2. Lorsque la température devient inférieure à 1,8 K, la perméabilité augmente beaucoup lorsque la température diminue jusqu'à atteindre  $1,72 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$  à 1,4 K. On a alors un rapport 12 entre la perméabilité à 2,1 K et celle à 1,4 K. Il faut enfin noter que les grandes barres d'erreur à 1,4 K et 1,5 K sont dues à la perméabilité calculée à très faible flux de chaleur.

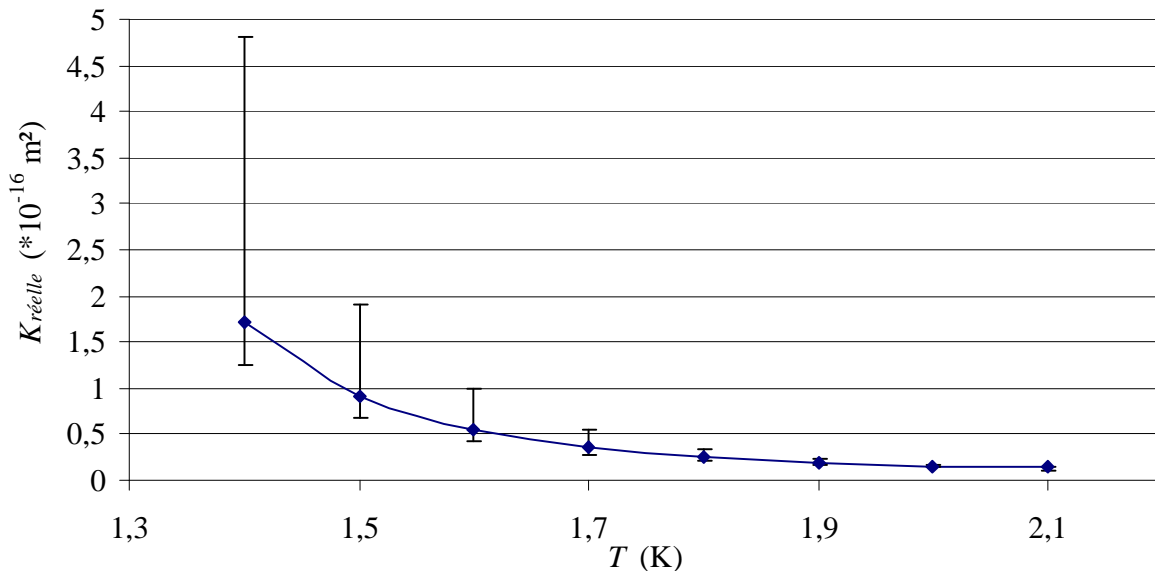


Figure V.28 Perméabilité en He II obtenue pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de  $0,1 \mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 12%

### 3.3. Différence de température

Les courbes suivantes présentent l'évolution de la différence de température pour différentes températures de bain. Pour chaque température de bain, on présente les courbes donnant les valeurs expérimentales et les valeurs obtenues avec le code numérique. Pour le code numérique, on a utilisé les valeurs de perméabilité moyenne en He II déterminées dans la partie précédente. On va pouvoir alors comparer les mesures expérimentales avec les valeurs obtenues par le calcul.

Les courbes V.29, V.30 et V.31 présentent les résultats obtenus pour l'échantillon de 2 mm d'épaisseur ayant une taille de pore de  $0,1 \mu\text{m}$  et une porosité de 33%. Pour des températures de bain comprises entre 1,7 K et 2,1 K, on voit clairement que les courbes expérimentales et les courbes obtenues par le calcul, en utilisant la perméabilité déterminée en He II, sont très proches. Cela implique que la loi de Darcy modélise très bien le phénomène physique étudié pour ces températures de bain. On peut aussi remarquer que pour ces températures, on avait trouvé une perméabilité quasiment constante de l'ordre de  $8 \cdot 10^{-17} \text{ m}^2$ . Pour des températures de bain inférieures à 1,6 K, les courbes théoriques modélisent mal les mesures expérimentales, on retrouve alors ce que l'on avait remarqué pour les échantillons ayant une taille de pore de  $1 \mu\text{m}$  ; à savoir que le modèle théorique donne des valeurs inférieures aux mesures à faible flux et supérieures à partir d'un certain flux de chaleur.

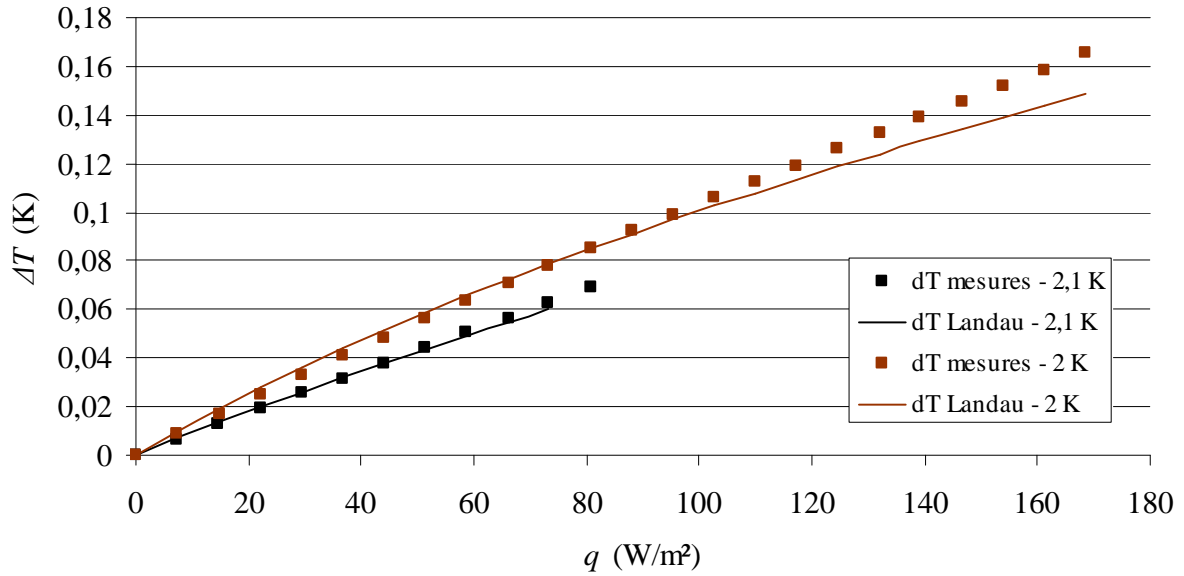


Figure V.29 Différence de Température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 33% pour une température de bain de 2 et 2,1 K

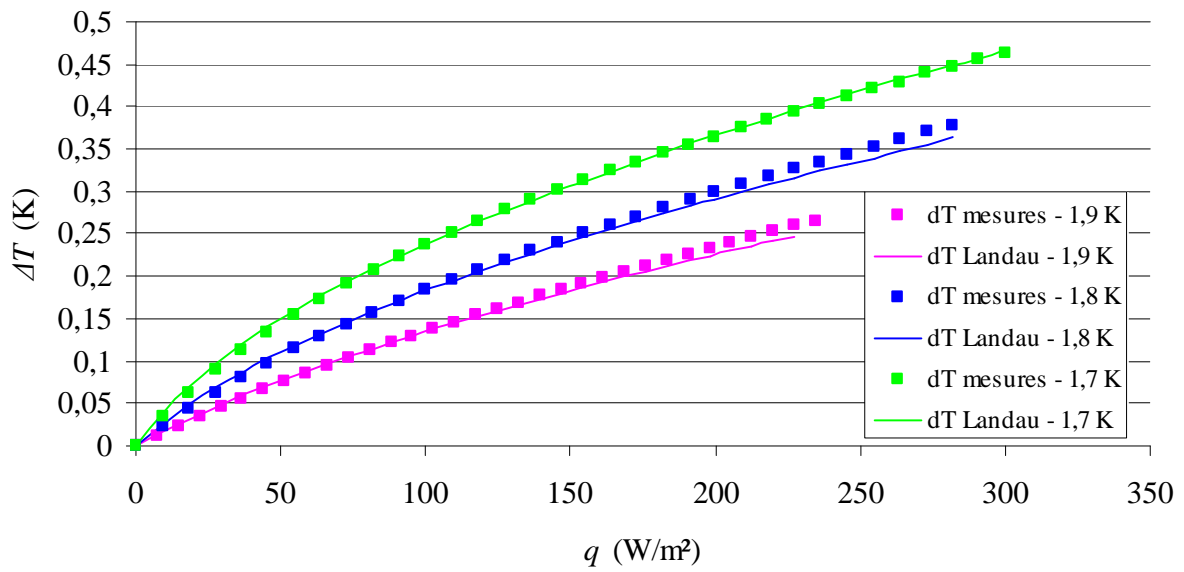


Figure V.30 Différence de Température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 33% pour une température de bain de 1,7 K, 1,8 K et 1,9 K



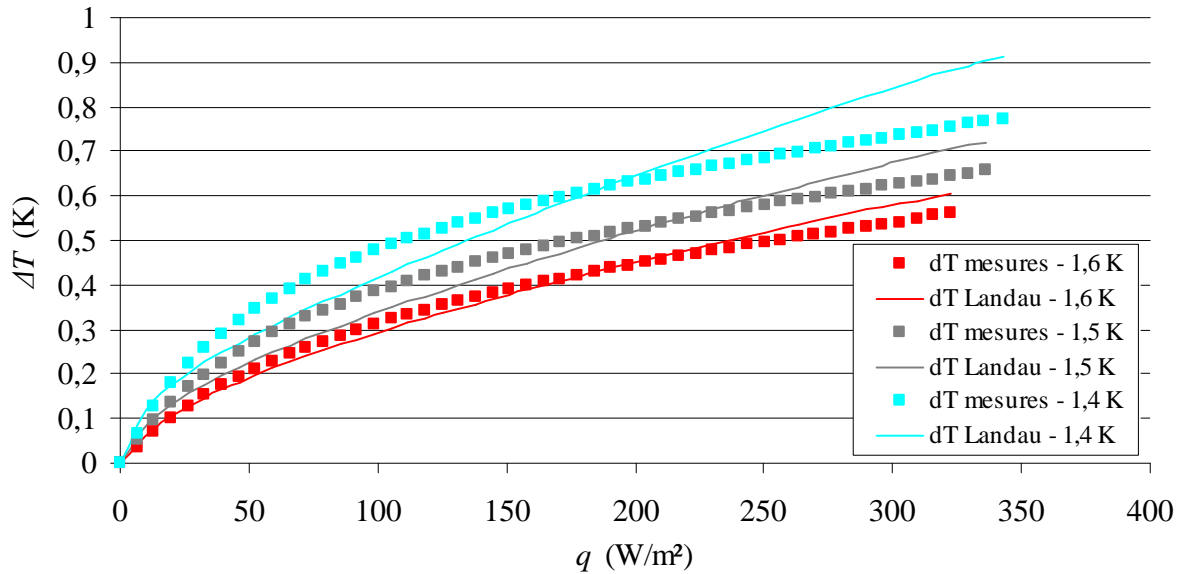


Figure V.31 Différence de Température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 33% pour une température de bain de 1,4 K, 1,5 K et 1,6 K

Les courbes V.32, V.33 et V.34 présentent les résultats obtenus pour l'échantillon de 2 mm d'épaisseur ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$  et une porosité de 12%. Pour une température de bain de 2,1 K, la courbe obtenue par le calcul modélise bien les mesures expérimentales alors que pour des températures de 2 K et de 1,9 K, les courbes théoriques reproduisent bien les mesures surtout pour des flux de chaleur inférieurs à 30 W/m<sup>2</sup>. Pour des flux de chaleur supérieurs, les courbes expérimentales sont supérieures aux courbes théoriques. Pour des températures de bain inférieures à 1,9 K, le modèle utilisant la loi de Darcy décrit mal les mesures expérimentales : pour des flux de chaleur inférieurs à 30 W/m<sup>2</sup>, les courbes théoriques sont supérieures aux courbes expérimentales. Si on voulait modéliser les mesures expérimentales à faibles flux de chaleur, il faudrait utiliser la perméabilité maximale que l'on obtient lorsqu'on calcule la perméabilité en He II car c'est pour les faibles flux que la perméabilité est la plus grande, d'où les barres d'erreur positives qui sont de plus en plus grande lorsque la température de bain diminue. Pour des flux de chaleur supérieurs à 30 W/m<sup>2</sup>, les courbes expérimentales sont supérieures aux courbes théoriques et ceci s'explique par le fait que la perméabilité calculée pour ces flux de chaleur est inférieure à la perméabilité moyenne.

Enfin, pour les échantillons de porosité 33%, le modèle théorique utilisant la loi de Darcy modélise bien les mesures expérimentales pour des températures de bain supérieures à 1,7 K alors que pour les échantillons de 12% de porosité, les mesures expérimentales sont bien modélisées seulement pour une température de bain de 2,1 K. On a donc clairement un effet dû à la porosité : plus la porosité est faible et moins la loi de Darcy (ou l'estimation que l'on a de  $K$ ) modélise bien le phénomène physique observé. Ceci n'a pas pu être vérifié avec les échantillons de taille de pore 1 et 2  $\mu\text{m}$  car ces échantillons ont la même porosité (32%).

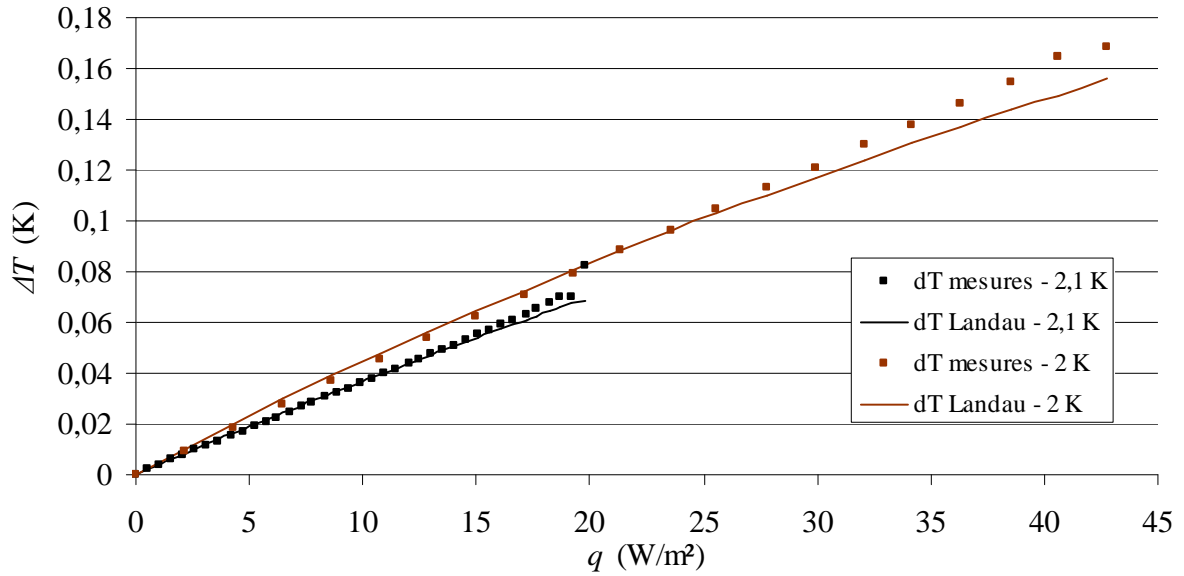


Figure V.32 Différence de Température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 12% pour une température de bain de 2 et 2,1 K

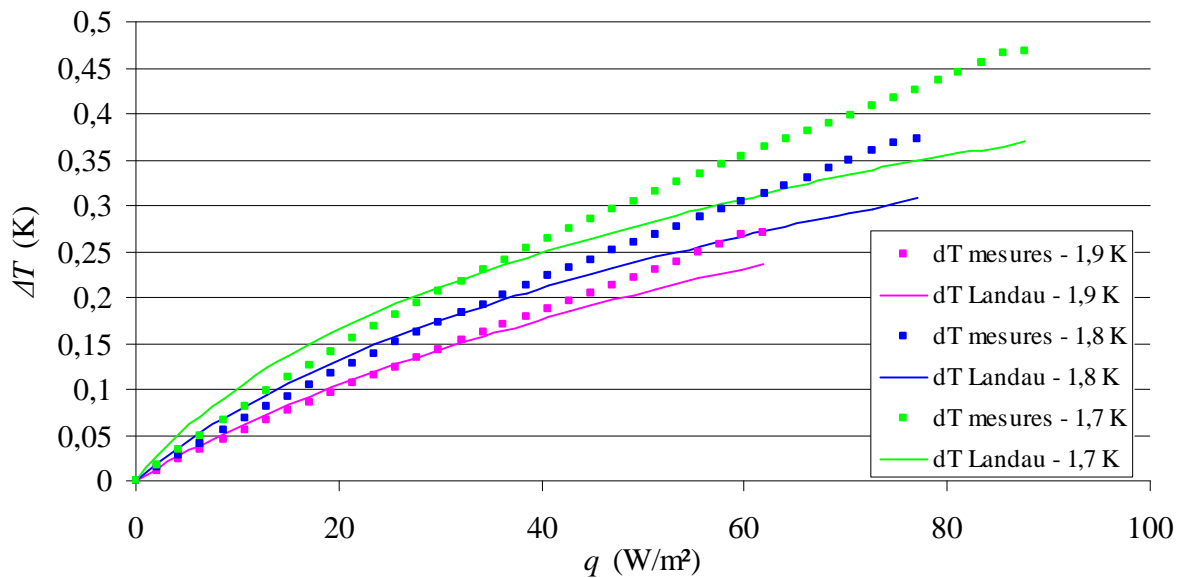


Figure V.33 Différence de Température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 12% pour une température de bain de 1,7 K, 1,8 K et 1,9 K

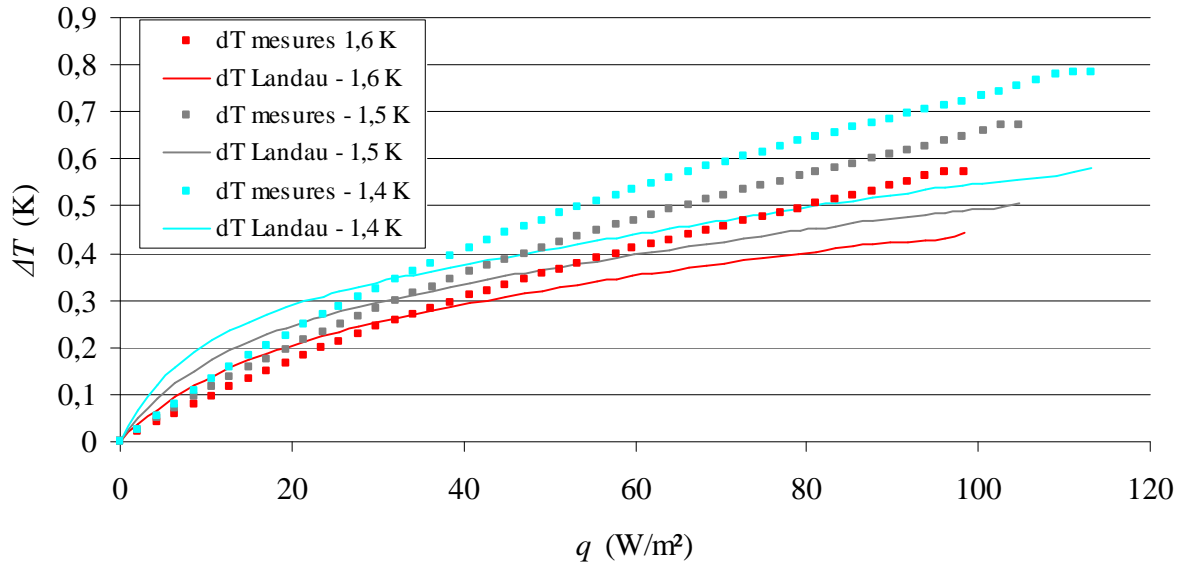


Figure V.34 Différence de Température pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 2 mm et une porosité de 12% pour une température de bain de 1,4 K, 1,5 K et 1,6 K

#### 4. Régime de turbulence superfluide

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux résultats obtenus pour les échantillons de carbure de silicium qui ont une taille de pore de 10 et 20  $\mu\text{m}$ . Les mesures en He II ont été faites avec le dispositif expérimental « Tambour », le même qui a été utilisé pour les échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$ .

##### 4.1. Équation de London

De même que cela a été fait dans ce qui précède, nous allons nous intéresser au rapport

$\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  afin de déterminer le régime d'écoulement. La figure V.35 présente les résultats

obtenus pour l'échantillon de carbure de silicium ayant une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ . On voit clairement que ce rapport est nettement supérieur à 1 et ceci quel que soit le flux de chaleur considéré. De plus, plus le flux de chaleur augmente et plus ce rapport est grand. En effet, l'équation de London pour les milieux poreux est en réalité l'équation moyennée de la composante superfluide dans le régime de Landau. Si on considère l'équation moyennée de la composante superfluide (3.31) en régime permanent, nous avons bien les termes correspondant aux gradients de pression et de température mais aussi le terme correspondant à la force de friction mutuelle de Gorter-Mellink. Dans le régime de Landau, ce terme n'existe pas et on a alors l'équation de London. Cependant, dans le régime de turbulence superfluide, ce terme n'est plus négligeable et il faut en tenir compte ; cela induit que l'équation de London n'est plus valable. Le gradient de température, de pression et la force de friction mutuelle apparaissent cependant dans l'équation de la composante normale et l'équation de la composante superfluide ce qui implique que le gradient de température est influencé par la force de friction mutuelle. Si le terme de Gorter-Mellink n'est plus négligeable devant les autres termes, le gradient de température va être plus important afin de contre balancer l'effet

de la force de friction mutuelle ; ceci explique alors que le rapport  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  va être supérieur à 1. Les courbes présentées figure V.35 laissent donc penser que le régime d'écoulement n'est pas le régime de Landau mais le régime de Gorter-Mellink. De plus, les courbes sont croissantes en fonction du flux de chaleur car plus le flux de chaleur est important et plus le gradient de température est important ainsi que le terme de friction mutuelle, par conséquence.

Enfin, si on trace ce rapport pour l'échantillon de 10  $\mu\text{m}$  de taille de pore, on obtient le même résultat ; à savoir que le rapport est nettement supérieur à 1 et croît avec le flux de chaleur.

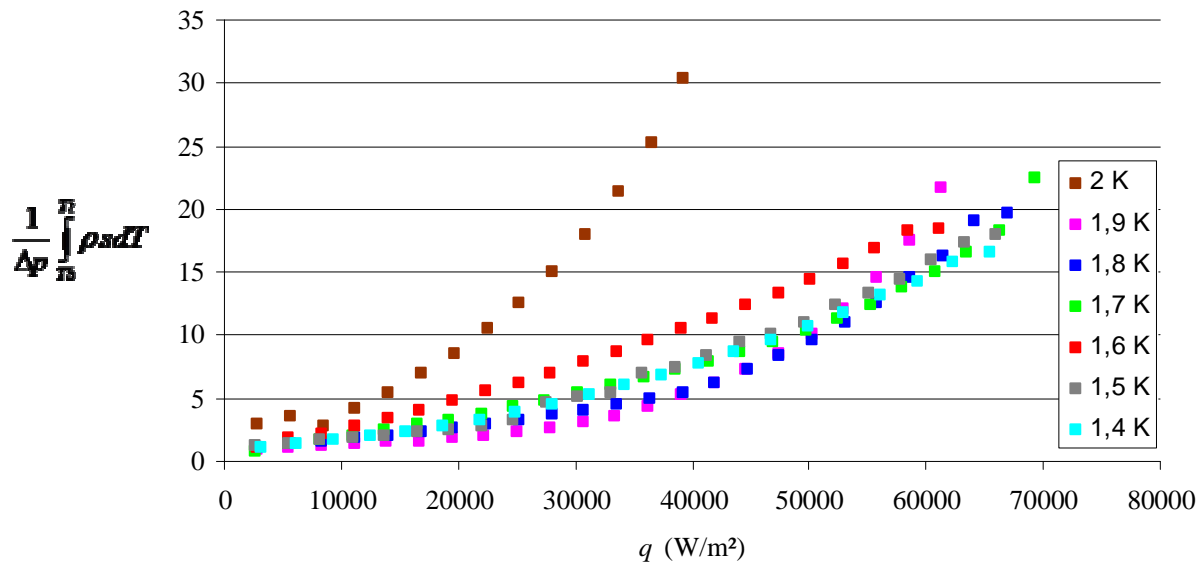


Figure V.35 Rapport de  $\frac{1}{\Delta p} \int_{T_b}^{T_i} \rho s dT$  pour l'échantillon de carbure de silicium ayant une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ , une épaisseur de 1,2 mm et 58% de porosité.

## 4.2. Intégration dans le régime Gorter-Mellink

Suite aux résultats de la partie précédente, nous allons essayer de modéliser les transferts de chaleur pour les échantillons de carbure de silicium dans le régime de Gorter-Mellink. Une première analyse a montré que si on ne prenait pas en compte la structure du milieu poreux, la modélisation dans le régime de Gorter-Mellink n'est pas suffisante car les mesures sont nettement inférieures aux résultats de la modélisation.

### 4.2.1. Régime de Gorter-Mellink

Si on considère un flux de masse nul et le régime permanent, on a vu (paragraphe II.3.3) que le gradient de température peut s'écrire :

$$\nabla T = -\frac{\beta \eta}{d^2 (\rho s)^2 T} \mathbf{q} - \frac{A \rho_n}{\rho_s^3 s^4 T^3} |\mathbf{q}|^2 \mathbf{q} \quad (5.14)$$

Dans la plupart des cas que l'on va considérer (au-delà du régime de Landau), le terme linéaire en  $q$  est bien inférieur au terme en  $q^3$  ce qui implique que le gradient de température peut se réécrire, en négligeant le terme correspondant au régime de Landau :

$$\nabla T = -\frac{A\rho_n}{\rho_s^3 s^4 T^3} |\mathbf{q}|^2 \mathbf{q} \quad (5.15)$$

où  $A$  est le coefficient de Gorter-Mellink et  $\mathbf{q}$  le flux de chaleur ramené à la surface des pores. Nous allons alors intégrer cette équation dans le cas monodimensionnel de la façon suivante :

$$q = \left( \frac{1}{e} \int_{T_b}^{T_i} \frac{s^4 (\rho_s T)^3}{A\rho_n} dT \right)^{1/3} \quad (5.16)$$

Les résultats de cette intégrale montrent que les résultats théoriques obtenus à partir de l'équation (5.16) donne un flux de chaleur plus grand, pour un même  $\Delta T$ , que les mesures expérimentales. Cela est vrai pour chaque température de bain et pour les deux échantillons considérés. Cette différence amène donc à repenser le modèle théorique. Nous allons notamment nous interroger sur le fait de considérer l'épaisseur  $e$  des échantillons dans l'écriture du gradient de température.

#### 4.2.2. Introduction de la tortuosité

Si l'on considère la constitution du milieu poreux comme un ensemble de réseaux interconnectés avec une géométrie très aléatoire, il est légitime de penser que la longueur moyenne des lignes de flux n'est pas l'épaisseur  $e$  du milieu poreux mais une longueur plus grande que nous appelons  $\omega e$ ,  $\omega$  étant le coefficient par lequel il faut multiplier l'épaisseur  $e$  pour avoir la longueur moyenne des lignes de flux. En réalité, ceci peut être assimilé à la tortuosité qui est, dans le domaine des milieux poreux, le rapport de la longueur moyenne réelle des lignes de flux traversant l'échantillon à l'épaisseur de ce dernier. La figure V.36 illustre cette notion de tortuosité. De plus, on a vu dans le paragraphe 5.3 du chapitre II que cette notion de tortuosité a été déjà utilisée par certains auteurs pour décrire les transferts de chaleur dans les milieux poreux en He II. Sur le plan théorique, et en multidimensionnel, cette analyse heuristique est à rapprocher des résultats théoriques du chapitre III, notamment exprimés par les équations (3.74) et (3.75).

Dans ce cas, le gradient de température s'écrit

$$\nabla T = \frac{dT}{\omega dx} \quad (5.17)$$

En introduisant cette notion dans l'équation (5.15), l'équation (5.16) se réécrit :

$$q = \left( \frac{1}{\omega e} \int_{T_b}^{T_i} \frac{s^4 (\rho_s T)^3}{A\rho_n} dT \right)^{1/3} \quad (5.18)$$

Nous allons donc utiliser cette équation pour essayer de modéliser les mesures expérimentales en déterminant  $\omega$  pour chaque température de bain. Ceci est l'objet de la partie suivante.

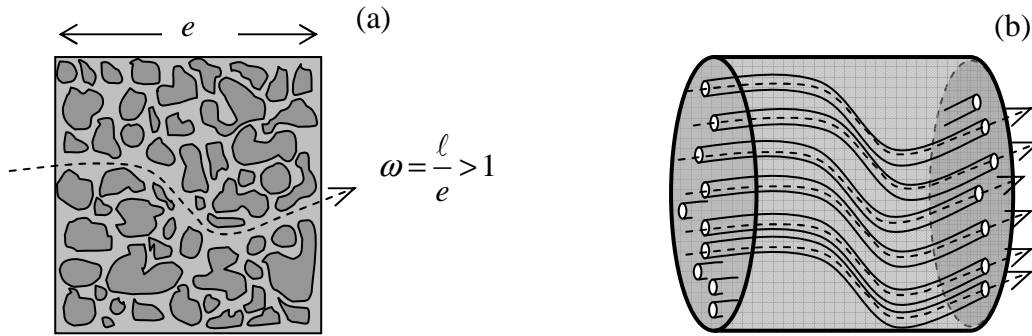


Figure V.36 Principe du modèle de tortuosité

#### 4.2.3. Résultats et analyse

Les figures V.37, V.38, V.39 présentent les courbes expérimentales donnant la différence de température en fonction du flux de chaleur ainsi que les courbes obtenues en utilisant l'équation (5.18) pour l'échantillon de 10  $\mu\text{m}$  de taille de pore. Les figures V.40, V.41 et V.42 présentent les mêmes résultats pour l'échantillon ayant une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ . Pour des températures de bain comprises entre 2,1 K et 1,7 K, les courbes obtenues par la modélisation lissent très bien les courbes expérimentales sauf pour les tous derniers points, c'est-à-dire ceux à l'approche de la transition He II/He I. En effet la transition He II/He I est encore un phénomène physique mal cerné et très difficile à modéliser ce qui peut expliquer pourquoi notre modélisation, qui est une approche assez simple, décrit mal la physique de cette transition. Pour des températures de bain inférieures à 1,6 K, le modèle utilisé est un peu défaillant surtout pour les premiers points ; pour un même  $\Delta T$ , le flux de chaleur calculé est supérieur au flux de chaleur expérimental. Ensuite, lorsque le flux de chaleur augmente, les courbes obtenues avec notre modèle se rapprochent des courbes expérimentales. Enfin, on peut remarquer que le modèle de Gorter-Mellink décrit mal les points de mesures à l'approche de la transition He II/He I. D'un point de vue global, le modèle utilisant le régime de Gorter-Mellink est satisfaisant pour décrire le phénomène physique mis en jeu pour les échantillons de carbure de silicium sauf à l'approche de la transition He II/He I. Aussi, le modèle présente quelques défaillances pour des températures de bain inférieures à 1,6 K mais cela a aussi été observé pour les autres types d'échantillons.

Intéressons nous maintenant aux valeurs de  $\omega$  qui ont permis de modéliser les courbes. Le tableau V.3 donne les valeurs de  $\omega$  obtenues afin de lisser les courbes expérimentales. On peut remarquer que, pour des températures de bain inférieures à 2 K, les valeurs de  $\omega$  trouvées sont très proches : la moyenne est de 7,44 pour l'échantillon ayant une taille de pore de 10  $\mu\text{m}$  et l'écart maximal est de 4,5%. Pour l'échantillon ayant une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ , on obtient une moyenne de 10,34 avec un écart maximum de 3,8%. Il est donc clair que, quelle que soit la température de bain (hormis pour 2,1 K), on obtient des valeurs très proches pour la tortuosité et ceci pour les deux échantillons considérés. Cela est rassurant car la notion de tortuosité ne dépend que du milieu poreux et de sa géométrie associée : les résultats de tortuosité étant quasiment indépendants de la température de bain, les résultats sont cohérents. Enfin, pour la température de bain de 2,1 K, on obtient des valeurs de tortuosité inférieures à la valeur moyenne mais toujours du même ordre de grandeur : on a un écart de 12% pour l'échantillon ayant une taille de pore de 10  $\mu\text{m}$  et 20% pour l'échantillon ayant une taille de pore de 20  $\mu\text{m}$ . Il faut alors rappeler que cette température de bain est assez proche de la température de transition He II/He I et que la physique à ces températures n'est pas encore très bien connue.

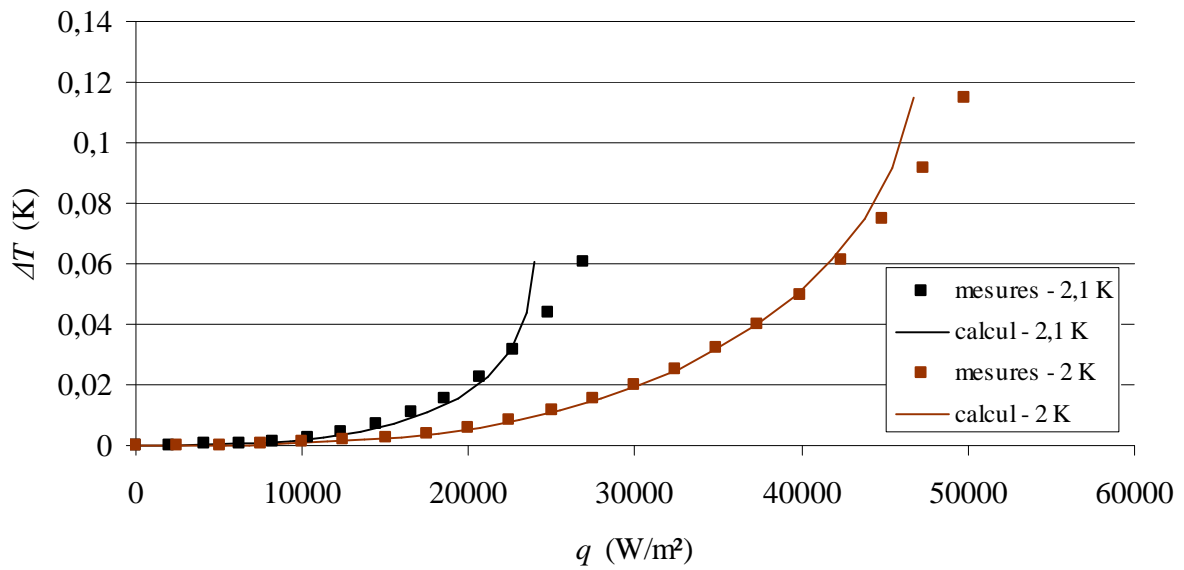


Figure V.37 Différence de température pour l'échantillon de 10  $\mu\text{m}$  de taille de pore pour une température de bain de 2,1 K et 2 K

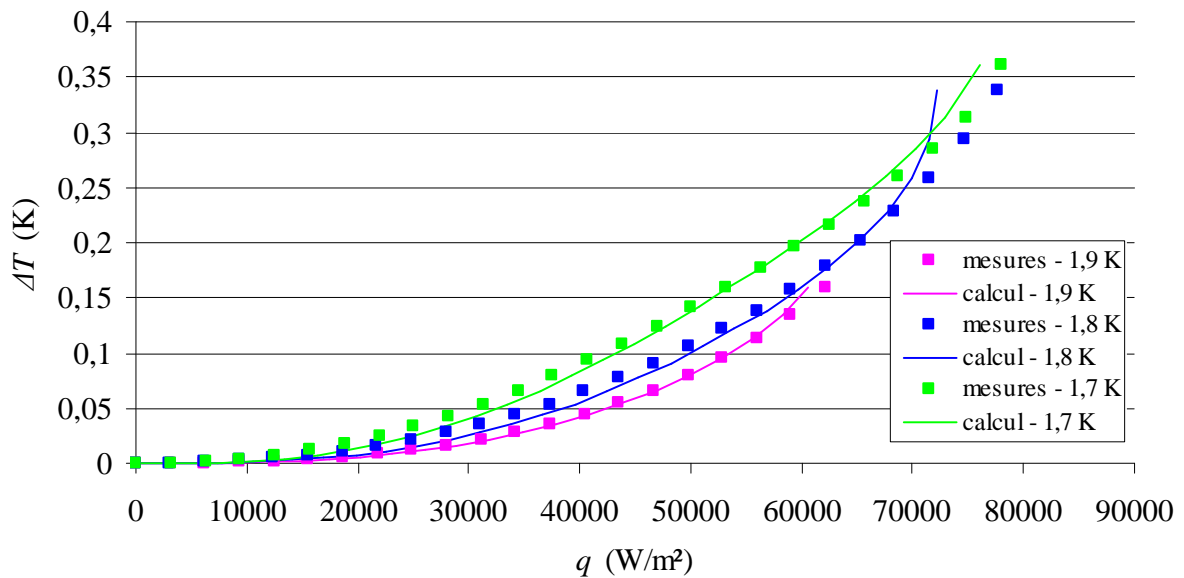


Figure V.38 Différence de température pour l'échantillon de 10  $\mu\text{m}$  de taille de pore pour une température de bain de 1,9 K, 1,8 K et 1,7 K

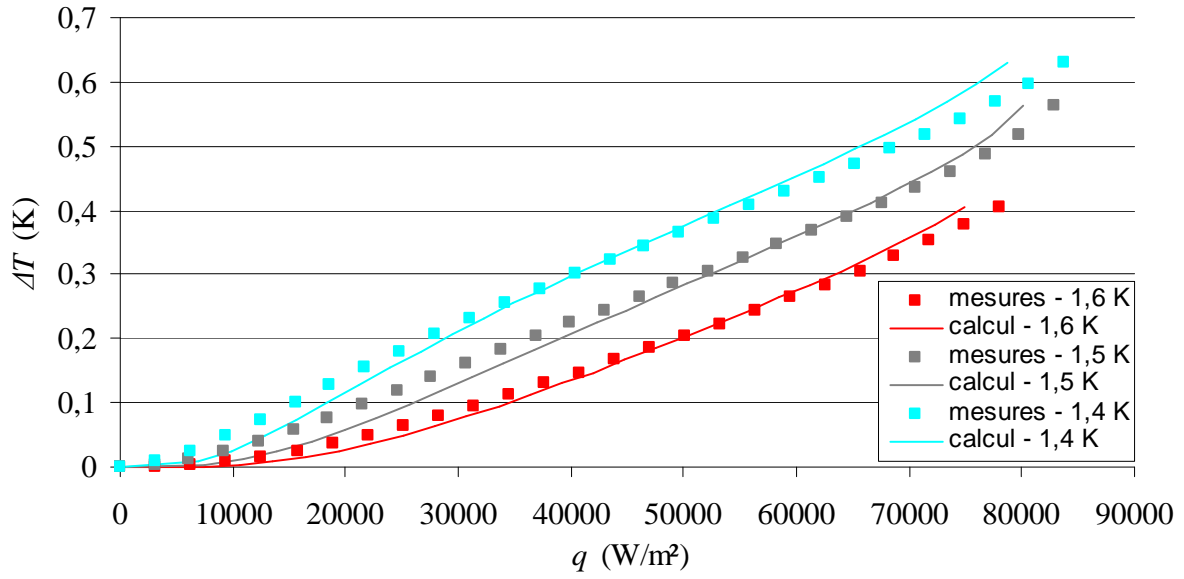


Figure V.39 Différence de température pour l'échantillon de 10  $\mu m$  de taille de pore pour une température de bain de 1,6 K, 1,5 K et 1,4 K

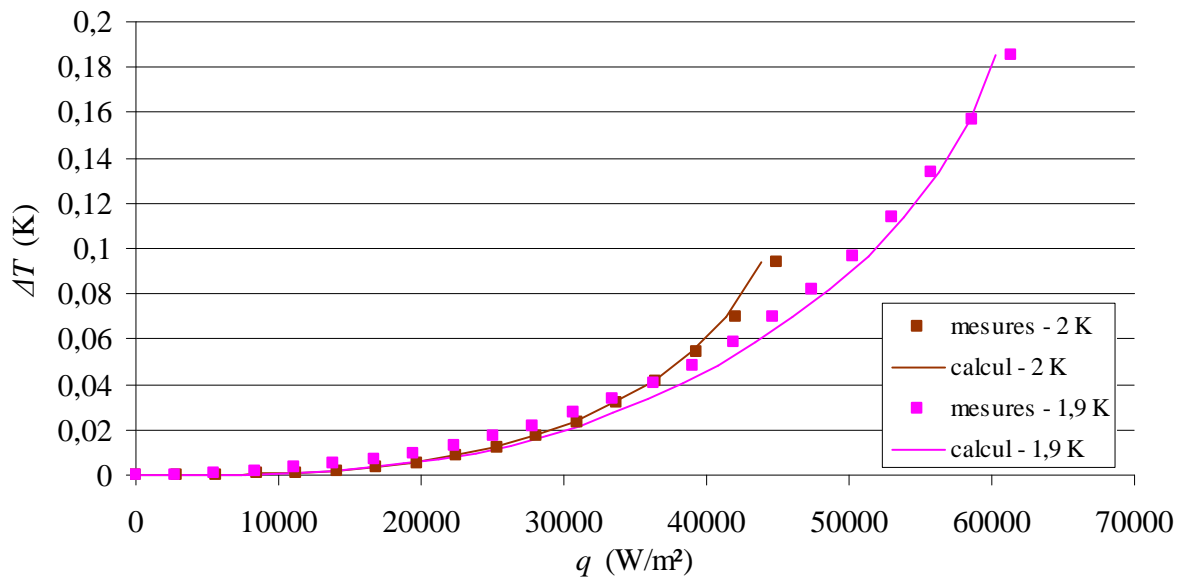


Figure V.40 Différence de température pour l'échantillon de 20  $\mu m$  de taille de pore pour une température de bain de 2 K et 1,9 K



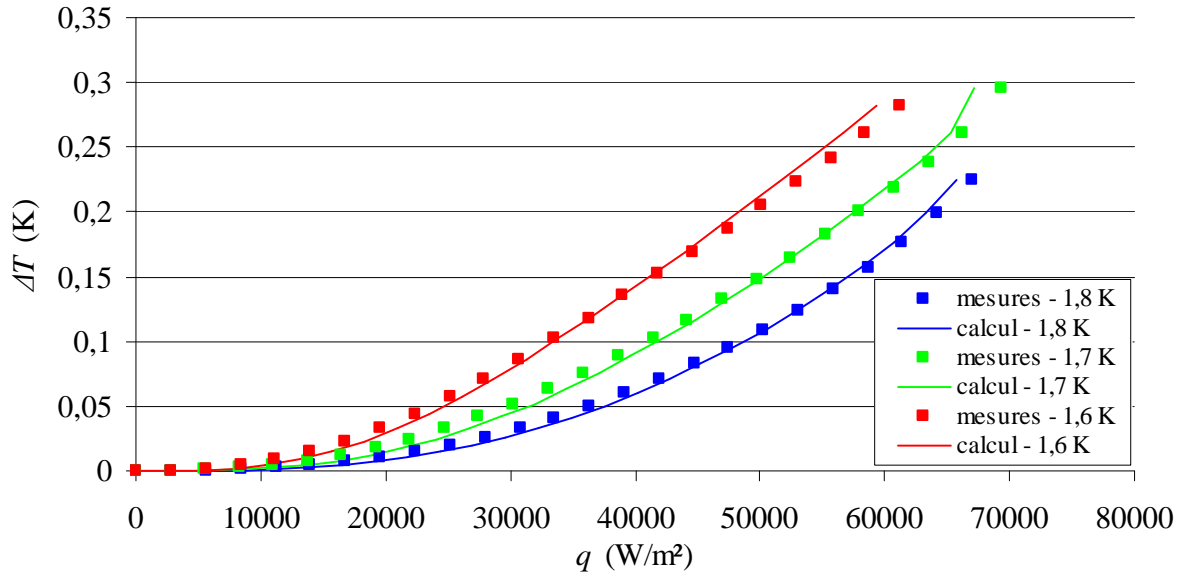


Figure V.41 Différence de température pour l'échantillon de 20  $\mu\text{m}$  de taille de pore pour une température de bain de 1,8 K, 1,7 K et 1,6 K

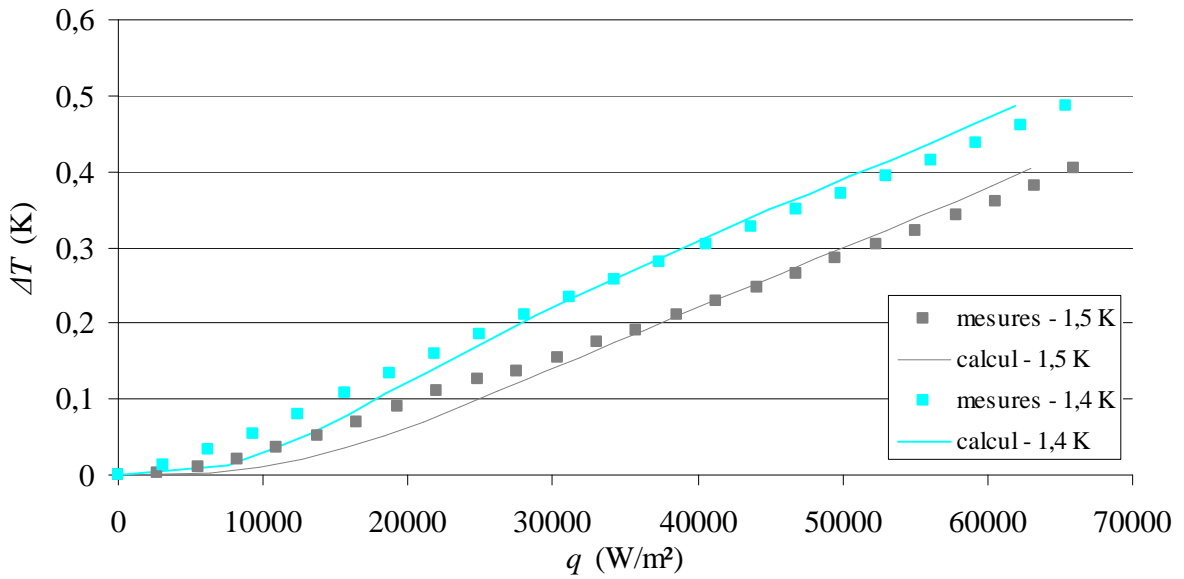


Figure V.42 Différence de température pour l'échantillon de 20  $\mu\text{m}$  de taille de pore pour une température de bain de 1,5 K et 1,4 K

Tableau V.3 Valeur de  $\omega$  obtenue pour les échantillons de carbure de silicium

Température (K)	$\omega$ pour l'échantillon ayant une taille de pores de 10 $\mu\text{m}$	$\omega$ pour l'échantillon ayant une taille de pores de 20 $\mu\text{m}$
2,1	6,55	8,35
2	7,41	10,5
1,9	7,59	10,73
1,8	7,77	10,5
1,7	7,41	10,27
1,6	7,41	10,04
1,5	7,23	10,27
1,4	7,23	10,04

## 5. Conclusion

Pour conclure, pour les échantillons ayant une taille de pores de 1 et 2  $\mu\text{m}$ , l'équation de London nous montre que le régime d'écoulement est le régime de Landau jusqu'à un certain flux de chaleur. Pour les échantillons de 1  $\mu\text{m}$ , ce flux correspond à la transition He II/He I mais pour les échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ , l'équation de London n'est plus vérifiée à partir d'un certain flux qui correspond au flux critique. L'apparition de ce flux critique est due au développement des vortex superfluide ; on arrive alors dans le régime de Gorter-Mellink. La taille des pores influe donc sur le développement des vortex : les vortex se développent plus facilement pour une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$  que 1  $\mu\text{m}$ . La perméabilité a été estimée en He II à partir des mesures de différence de température et on trouve que la perméabilité est constante pour des températures de bain comprises entre 1,8 K et 2,1 K. Cependant, pour des températures inférieures, on peut remarquer que la perméabilité ainsi estimée augmente pour des températures décroissantes jusqu'à atteindre un facteur 2 entre la perméabilité à 1,4 K et à 1,8 K. Il faut aussi remarquer que la différence en température et la différence en pression sont bien modélisées pour des températures de bain supérieures à 1,8 K. Pour des températures inférieures, le modèle utilisé à partir de la loi de Darcy représente moins bien la physique observée. Pour les échantillons ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$  et une porosité de 33 %, l'équation de London indique que nous sommes dans le régime de Landau tout au long de la mesure. Pour la perméabilité déterminée en He II, on retrouve les résultats que l'on a obtenus avec les échantillons de 1 et 2  $\mu\text{m}$  ; la perméabilité estimée est constante pour des températures de bain comprises entre 1,8 K et 2,1 K et, ensuite, elle augmente pour des températures décroissantes jusqu'à atteindre un facteur 4 entre 1,8 K et 1,4 K. La différence en température est toujours bien modélisée pour des températures de bain supérieures à 1,8 K et moins bien pour des températures inférieures. Pour les échantillons ayant une porosité de 12 %, le modèle utilisant la loi de Darcy n'est pas suffisant pour expliquer les mesures obtenues. Enfin, pour les échantillons de carbure de silicium ayant une taille de pores de 10 et 20  $\mu\text{m}$ , l'équation de London nous indique que nous sommes dans le régime de Gorter-Mellink. Les transferts de chaleur ont donc été modélisés dans le régime de Gorter-Mellink mais il a été nécessaire d'ajouter un terme de tortuosité afin de prendre en compte la structure interne du milieu poreux. Il a alors été trouvé que l'introduction de la tortuosité dans le modèle de Gorter-Mellink modélise bien les mesures effectuées et la tortuosité déduite des mesures est presque la même quelle que soit la température de bain.

## Conclusion générale

En définitive, pour les futurs aimants d'accélérateurs de particules, on se tourne vers des câbles supraconducteurs en niobium étain. Dans ces aimants, on estime que les pertes thermiques seront beaucoup plus importantes que dans les aimants actuels. Alors que les isolations électriques des câbles supraconducteurs sont la principale barrière thermique au refroidissement, les concepteurs recherchent de nouveaux types d'isolations. Des isolations en céramique poreuse sont considérées comme prétendantes à ces futures isolations. Les premiers tests effectués sur ces isolations montrent que l'on peut obtenir une élévation de température dix fois inférieure pour la même puissance, par rapport aux isolations conventionnelles. Il reste cependant à comprendre comment fonctionnent les transferts thermiques en He II dans ces isolations.

Dans un premier temps, nous avons pu voir les propriétés particulières de l'hélium superfluide qui a un comportement bien différent des fluides classiques de part sa nature quantique. Notre approche a donc été de considérer le modèle à deux fluides de Landau pour décrire la dynamique de l'hélium superfluide. On a pu voir notamment qu'il y a deux régimes dynamiques ; le régime de Landau qui est l'équivalent du régime laminaire pour un fluide classique et le régime de Gorter-Mellink, ou le régime de turbulence superfluide, qui se traduit par le développement de vortex superfluides et une interaction entre le fluide normal et ces vortex superfluides.

Ensuite, une technique de changement d'échelle a été utilisée afin d'obtenir un modèle macroscopique. Les équations du modèle à deux fluides de l'He II ont été moyennées spatialement ce qui a permis d'obtenir un système d'équations valables sur un volume élémentaire représentatif du milieu poreux. En écrivant le problème de fermeture dans le régime de Landau, il a été montré que la loi de Darcy est valide sous une hypothèse forte qui est le découplage entre la composante normale et la composante superfluide au niveau du problème de fermeture. Ce résultat est valable si on considère de petit  $\Delta T$  sur le volume élémentaire représentatif. Ce résultat est important car la loi de Darcy a souvent été utilisée par d'auteurs sans vérification théorique. Des simulations numériques à l'échelle des pores ont permis de vérifier les résultats obtenus par le changement d'échelle : la loi de Darcy est valable et on retrouve que la perméabilité en He II est la perméabilité intrinsèque, ceci indépendamment de la température.

Un ensemble de dispositifs expérimentaux ont été mis au point et ont permis de mener des campagnes de mesures sur différents types d'échantillons. La perméabilité a été mesurée en gaz à température ambiante ce qui a permis de déterminer la perméabilité intrinsèque de certains échantillons. Un autre dispositif expérimental a permis de mesurer la perméabilité des échantillons ayant une taille de pores de 1  $\mu\text{m}$  à basse température. Deux dispositifs expérimentaux ont permis de tester les différents échantillons en He II et d'obtenir des résultats ; les évolutions de la température et de la pression ont été mesurées en fonction du flux de chaleur.

Les résultats expérimentaux ont permis de mettre en exergue différents résultats. Pour les échantillons ayant une taille de pore de 0,1  $\mu\text{m}$  de porosité 33 %, le régime d'écoulement est le régime de Landau et la perméabilité obtenue en He II est constante pour des températures de bain comprises entre 1,8 K et 2,1 K. Cependant, pour des températures inférieures à 1,8 K, la perméabilité estimée n'est pas constante et augmente pour des températures de bain

décroissantes jusqu'à atteindre un facteur 4 entre la perméabilité à 1,4 K et 1,8 K. Pour les échantillons ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$ , l'équation de London nous montre que nous sommes dans le régime de Landau tout au long de la mesure. Pour les échantillons ayant une taille de pore de 2  $\mu\text{m}$ , l'équation de London montre que nous sommes dans le régime de Landau jusqu'à un certain flux à partir duquel commence à se développer les vortex superfluides. Il y a donc un effet de taille entre les échantillons ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  et 2  $\mu\text{m}$  : les vortex superfluides se développent plus facilement pour les plus grande taille de pore. Cependant, pour les échantillons ayant une taille de pore de 1 et 2  $\mu\text{m}$ , on a pu voir que la perméabilité estimée est constante pour des températures de bain comprises entre 1,8 K et 2,1 K alors que pour des températures inférieures, la perméabilité estimée augmente pour des températures décroissantes. De plus, pour les échantillons de 1  $\mu\text{m}$  de taille de pore, on a trouvé qu'il y a un écart de 40 % avec la perméabilité intrinsèque. Il y a donc une différence entre la théorie et les résultats expérimentaux qui n'a pas encore trouvé son explication : est-ce un problème expérimental, d'interprétation ou peut-être faudrait-il remettre en cause le modèle à l'échelle du pore ? Enfin, pour les échantillons ayant une taille de pores de 10 et 20  $\mu\text{m}$ , le régime d'écoulement est le régime de Gorter-Mellink et les résultats expérimentaux ont pu être modélisés à partir d'une loi de Gorter-Mellink dans laquelle a été introduite un terme de tortuosité pour tenir compte de la structure interne du milieu poreux. Ce terme de tortuosité a été trouvé presque constant quelle que soit la température de bain.

En ce qui concerne la suite à donner à cette étude, sur le plan théorique, il serait intéressant de poursuivre le changement d'échelle afin d'obtenir un système d'équations macroscopiques pour le régime de Gorter-Mellink. Il reste aussi à modéliser le régime transitoire ce qui n'a pas pu être fait dans cette thèse faute de temps. Le code numérique développé dans cette étude ayant ses limites, surtout au niveau des flux de chaleur maximum que l'on peut considérer (1000 W/m<sup>2</sup>), il faudrait continuer le développement d'un code spécifique pour traiter les équations de l'hélium superfluide. Du point de vue expérimental, il serait très intéressant de tester les échantillons ayant une taille de pore de 1  $\mu\text{m}$  avec le dispositif expérimental « permanent/transitoire » ce qui permettrait de voir l'influence de la taille du bain interne et aussi d'avoir des résultats en régime transitoire pour ce type d'échantillon. Ensuite, de nouveaux tests sur des échantillons ayant une taille de pore dans la gamme 1-10  $\mu\text{m}$  donneraient plus de d'informations sur le flux critique et le développement des vortex superfluides.

Enfin, pour en revenir à l'application qui a motivé cette étude, il reste à tester les isolations en développement en configuration 1D afin de comparer les résultats avec les échantillons « étalons » utilisés dans cette étude. Cependant, ces isolations ayant une taille de pore moyenne de 80  $\mu\text{m}$  et une porosité de 19 %, on peut laisser présager, aux vues de cette étude, que les transferts thermiques se feront dans le régime de Gorter-Mellink et qu'il faudra introduire un paramètre de tortuosité afin de les modéliser.

## Références

- Allen, J. and J. Reekie. *Momentum transfer and heat flow in liquid helium II*. in *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 35, 1939.p.
- Arp, V., *Hepak program*. 1993.
- Asthon, R. and J. Northby, *Vortex velocity in turbulent He II counterflow*. *Phys.rev. Lett.*, 1975. **35**(25): p. 1714.
- Atkins, K. and H. Fairbank, *Liquid helium*. *American Journal of Physics*, 1959. **27**: p. 672.
- Baudouy (a), B., *Etude des transferts de chaleur dans les isolations électriques de câbles supraconducteurs refroidis par hélium superfluide*. 1996, Ph.D. Université Paris 6: Paris.
- Baudouy, B., *Kapitza resistance and thermal conductivity of Kapton in superfluid helium*. *Cryogenics*, 2003. **43**(12): p. 667-672.
- Baudouy, B., et al., *He II heat transfer through superconducting cables electrical insulation*. *Cryogenics*, 2000. **40**(2): p. 127-136.
- Baudouy, B., et al. *Heat transfer through porous media in static superfluid helium*. in *Advances in Cryogenics Engineering*. 51A, 2005. co: AIP.p. 409-416
- Baudouy, B. and J. Polinski, *CARE NED Work Package 2 "Thermal Studies and Quench Protection" - Final report on Heat transfer study CARE-Report-2007-033-NED*. 2007.
- Baudouy, B. and J. Polinski, *Thermal conductivity and Kapitza resistance of epoxy resin fiberglass tape at superfluid helium temperature*. *Cryogenics*, 2009. **49**(3-4): p. 138-143.
- Benkheira, L., B. Baudouy, and M. Souhar, *Heat transfer characteristics of two-phase He I (4.2 K) thermosiphon flow*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2007. **50**(17-18): p. 3534-3544.
- BonMardion, G., et al., *Helium II in low-temperature and superconductive magnet engineering*. *Adv. Cryog. Eng*, 1978. **23**: p. 358.
- Bottura, L., *Practical stability design*. *Handbook of Applied Superconductivity*, 1998. **3**: p. 3.
- Bousquet-Melou, P., et al., *Average momentum equation for interdendritic flow in a solidifying columnar mushy zone*. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002. **45**(17): p. 3651-3665.
- Burnod, L., et al. *Thermal modelling of the L.H.C. dipoles functioning in superfluid helium*. in *Proceedings of the 4th European Particle Accelerator Conference*. 3, 1994. London, England.p. 2295-2297
- Butler, A., et al., *Improved pool boiling heat transfer to helium from treated surfaces and its application to superconducting magnets'*. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1970. **13**: p. 105-115.
- Carbonell, R.G.a.W., S., *Heat and mass transfer in porous media*. *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*, 1984: p. 121-198.
- Ciazynski, D., et al., *Results of the European study on conductor joints for ITER coils*. *IEEE transactions on magnetics*, 1996. **32**(4 Part 1): p. 2332-2335.
- Claudet, G., et al. *Design and operation of a refrigerator system using superfluid helium*. in *5. international cryogenic engineering conference*. 7, 1974.p.
- Craig, P., *Critical velocities in superfluid He II*. *Physical Letters*, 1966. **21**(4): p. 385.
- Cryodata, *Cryocomp materials properties*. 1999.
- Donnelly, R., W. Glaberson, and P. Parks, *Experimental superfluidity*. 1967: University of Chicago Press.
- Feynman, R., *Application of quantum mechanics to liquid helium*. *Progress in low temperature physics*, 1955. **1**: p. 17-53.

- Gorter, C.J. and J.H. Mellink, *On the irreversible process in liquid helium II*. Physica, 1949. **XV**(May): p. 285-304.
- Hanyu, T. and M. Murakami, *Non-ideal flow through porous element in fountain effect pump*. Cryogenics, 1990. **30**(September Supp.): p. 350-354.
- Hébral, B., *Cryogénie: ses applications en supraconductivité*. Institut international du froid et technique de l'ingénieur, 1995.
- Hilal, J. and G. McIntosh. *Cryogenic design for large superconductive energy storage magnets*. in *Cryogenic Engineering Conference, Kingston, Ontario, Canada; United States* 1975: New York, Plenum Press, Wisconsin Electric Utilities Research Foundation and NSF. p. 69-77
- Hoenig, M. and D. Montgomery, *Dense supercritical-helium cooled superconductors for large high field stabilized magnets*. IEEE Transactions on Magnetics, 1975. **11**(2): p. 569-572.
- Jones, M.C. and V.D. Arp, *Review of hydrodynamics and heat transfer for large helium cooling systems*. Cryogenics, 1978. **18**(8): p. 483-490.
- Kapitza, P., *The study of heat transfer in helium II*. J. Phys.(USSR), 1941. **4**(3): p. 181-210.
- Keller, W.E., *Helium-3 and Helium-4*. 1969, New York: Plenum Press.
- Khalatnikov, I.M., *An introduction to theory of superfluidity*. Vol. 1. 1965, New York Amsterdam: Benjamin Publishing inc. 206.
- Kimura, N., et al., *Study of a porous element for a thermomechanical pump in superfluid helium*. Advances in Cryogenics Engineering, 1992. **37 A.**: p. 133-138.
- La China, M. and D. Tommasini, *Cable Insulation Scheme to Improve Heat Transfer to Superfluid Helium in Nb-Ti Accelerator Magnets*. Applied Superconductivity, IEEE Transactions on, 2008. **18**(2): p. 1285-1288.
- La China, M. and D. Tommasini, *Comparative study of heat transfer from Nb-Ti and Nb<sub>3</sub>Sn coils to HeII*. Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams, 2008. **11**(8).
- Landau, L., *The theory of superfluidity of helium II*. Journal of Physics, 1941. **V 71**(90): p. 185.
- LHC, *LHC study group*. 1993: CERN.
- Mahé, M., *Etude des propriétés d'échange thermique de l'hélium diphasique en convection forcée*. 1991, Ph.D Thesis Université Paris 6: Paris.
- Meuris, C., et al., *Heat transfer in electrical insulation of LHC cables cooled with superfluid helium*. Cryogenics, 1999. **39**(11): p. 921-31.
- Murakami, M., *Hydrodynamic Characteristics and limitation of He II flow through porous element for a fountain effect pump*. Advances in Cryogenics Engineering, 1992. **37 A.**: p. 123-131.
- Nakai, H., et al., *Effect of macroscopic parameters of porous material on flow characteristics for superfluid helium thermomechanical pump*. Advances in Cryogenics Engineering, 1994. **39 B.**: p. 1805-1811.
- Nakai, H., et al., *Transition to turbulent state of superfluid helium flow through thermomechanical pump element*. Advances in Cryogenics Engineering, 1996. **41**: p. 273-280.
- Neuvéglise, D., *Comportement thermique d'une conduite horizontale chauffée, refroidie par un écoulement diphasique d'hélium*. 1995, Ph.D Thesis Université Paris 6: Paris.
- Nishi, M., et al., *Boiling helium heat transfer characteristics in narrow cooling channel*. IEEE Transactions on Magnetics, 1983. **19**(3): p. 390-393.
- Nishi, M., et al., *Roughened surface study on japanese test coil for the large coil task*. IEEE Transactions on Magnetics, 1981. **17**(1): p. 904-907.
- Onsager, L., *Nuovo cimento*, 1948. **6**: p. 249.

- Puigsegur, A., et al., *Development of an innovative insulation for Nb<sub>3</sub>Sn wind and react coils*. Advances in Cryogenics Engineering, 2004. **50(A)**: p. 266-272.
- Putterman, S.J., *Superfluid Hydrodynamics*. 1974: North-Holland /American Elsevier.
- Quintard (a), M. and S. Whitaker, *Transport in Ordered and Disordered Porous-Media .1. The Cellular Average and the Use of Weighting Functions*. Transport in Porous Media, 1994. **14(2)**: p. 163-177.
- Quintard (b), M. and S. Whitaker, *Transport in Ordered and Disordered Porous-Media .2. Generalized Volume Averaging*. Transport in Porous Media, 1994. **14(2)**: p. 179-206.
- Quintard (c), M. and S. Whitaker, *Transport in Ordered and Disordered Porous-Media .3. Closure and Comparison between Theory and Experiment*. Transport in Porous Media, 1994. **15(1)**: p. 31-49.
- Quintard (d), M. and S. Whitaker, *Transport in Ordered and Disordered Porous-Media .4. Computer-Generated Porous-Media for 3-Dimensional Systems*. Transport in Porous Media, 1994. **15(1)**: p. 51-70.
- Quintard (e), M. and S. Whitaker, *Transport in Ordered and Disordered Porous-Media .5. Geometrical Results for 2-Dimensional Systems*. Transport in Porous Media, 1994. **15(2)**: p. 183-196.
- Quintard, M., M. Kaviani, and S. Whitaker, *Two-medium treatment of heat transfer in porous media: Numerical results for effective properties*. Advances in Water Resources, 1997. **20(2-3)**: p. 77-94.
- Quintard, M. and S. Whitaker, *Transport in Ordered and Disordered Porous-Media - Volume-Averaged Equations, Closure Problems, and Comparison with Experiment*. Chemical Engineering Science, 1993. **48(14)**: p. 2537-2564.
- Royet, J. and R. Scanlan, *Manufacture of keystone flat superconducting cables for use in SSC dipoles*. IEEE Transactions on Magnetics, 1987. **23(2)**: p. 480-483.
- Sanchez-Palencia, E., *On the asymptotics of the fluid flow past an array of fixed obstacles*. International Journal of Engineering Science, 1982. **20(12)**: p. 1291-1301.
- Schmidt, c., *Review of steady state and transient heat transfer in pool boiling He I. Stability of superconductors* International Institute of Refrigeration commission A 1/2, 1981: p. 17-32.
- Schneider, T. and P. Turowski, *Critical current degradation of a NbTi-multifilament conductor due to heat treatment*. IEEE Transactions on Magnetics, 1994. **30(4 Part 2)**: p. 2391-2394.
- Schwitters, R. *Future hadron collider: the SSC*. in *AIP Conference Proceedings*. 272, 1992.p. 306
- Snyder, N., *HEAT TRANSPORT THROUGH HELIUM II: KAPITZA CONDUCTANCE*. Name: Cryogenics 10: 89-95 (Apr 1970, 1970).
- Stekly, Z. and J. Zar, *Stable superconducting coils*. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1965. **12(3)**: p. 367-372.
- Tough, J., *Superfluid turbulence*. Progress in low temperature Physics, 1982. **8**: p. 135-219.
- Van Alphen, W., et al., *The dependence of the critical velocity of the superfluid on channel diameter and film thickness*. Physics Letters, 1966. **20(5)**: p. 474-475.
- Van Sciver, S., *Helium cryogenics*. 1986: Plenum Pub Corp.
- Van Sciver, S. *He II cooling of large superconducting magnet system*. in *Proceedings of the Fourteenth International Cryogenic Engineering Conference and International Cryogenic Materials Conference* 1992: Butterworth-Heinemann.p. 320
- Van Sciver, S., et al., *Cryogenic system for the 45 Tesla hybrid magnet*. Advances in Cryogenic Engineering, 1993. **39**: p. 375-375.
- Vinen (a), W.F., *Mutual friction in a heat current in liquid helium II - I. Experiments on steady heat currents*. Proc. Roy. Soc., 1957. **A240**: p. 114.

- Vinen (c), W.F., *Mutual friction in a heat current in liquid helium II - III. Theory of the mutual friction*. Proc. Roy. Soc., 1957. **A242**: p. 493-515.
- Whitaker, S., *Introduction to Fluid Mechanics*. 1981, Malabar, FL: Krieger.
- Whitaker, S., *Flow in Porous-Media .1. A Theoretical Derivation of Darcys-Law*. Transport in Porous Media, 1986. **1**(1): p. 3-25.
- Whitaker, S., *The Method of Volume Averaging*. 1999: Springer.
- Wilson, M., *Superconducting magnets*. 1983: Oxford University Press, USA.
- Wilson, M., *Superconducting Magnets*. 1986: Oxford: Oxford University Press.
- Wilson, M., *Superconducting materials for magnets*. CERN EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH-REPORTS-CERN, 1996: p. 47-70.
- Yuan, S.W.K. and T.H.K. Frederking. *Darcy Law of Thermo-Osmosis for Zero Net Mass Flow at Low Temperatures*. 2, 1983. Honolulu, Hawaĩ .p. 191-197



**Annexe A**

**REGIME TRANSITOIRE**

## REGIME TRANSITOIRE

### A.1. Régime transitoire de l'échantillon de carbure de silicium ayant une taille de pore de 10 $\mu\text{m}$

Un premier dispositif expérimental a été mis au point afin de mesurer le régime transitoire d'un échantillon. Le problème de ce dispositif est qu'il ne pouvait servir que pour un échantillon. Ce dispositif a servi à tester l'échantillon de carbure de silicium qui a une taille de pore de 10  $\mu\text{m}$ . Cette expérience a fait l'objet d'un article écrit pour la conférence CEC'07 et qui est rajouté dans cette annexe.

## INVESTIGATION OF TRANSIENT HEAT TRANSFER IN POROUS MEDIA IN He II

H. Allain<sup>1</sup>, B. Baudouy<sup>1</sup>

<sup>1</sup> CEA/Saclay, DSM/DAPNIA/SACM  
91191 Gif-sur-Yvette CEDEX, France

### ABSTRACT

An experimental set up was designed and built in order to study the transient heat transfer regimes of superfluid helium (He II) through porous media. Tests have been performed on one porous media sample which has a thickness of 1.5 mm, a porosity of 62% and 10.8  $\mu\text{m}$  of average pore size diameter. Temperature has been measured across porous media from 1.4 K to 2.1°K in saturated superfluid helium. A step heat flux is applied for a given bath temperature and the evolution of temperature has been measured across the porous media. Results, representing the evolution of the temperature with time for a given heat flux, are presented and analyzed by using the heat equation of He II in the Gorter-Mellink regime from which a diffusion thermal time constant can be deduced.

**KEYWORDS:** heat transfer, porous media, helium 4 superfluid phase

### INTRODUCTION

For the new generation of high field magnets cooled with superfluid helium (He II) like magnets for the next particles accelerator or the upgrade of LHC, engineers are considering taking into consideration the use of Nb<sub>3</sub>Sn superconductors. In their environment, these superconducting magnets will undergo much higher heat losses than in current particles

accelerator. Since the thermal resistance due to the electrical insulations of the superconducting cables constitutes the main thermal resistance for cooling [1, 2], new type of insulation, based on ceramic materials, are considered. These materials can be seen as a porous media with a given porosity and average pore diameter. In order to understand the cooling capacity and the thermal stability of these magnets, it is necessary to investigate the heat transfer through porous media in He II. A previous experimental work was carried out in order to study the steady state regime [3]. In operation, the heat losses in a magnet are not constant and it is necessary to know the time response of cooling, especially for the stability of the magnet in case of quench. In this purpose, an experiment was set up to study the transient regime. This paper presents this experimental apparatus, the first results and an analysis based on the heat equation of He II, where we detailed the diffusion thermal time constant for the porous media and He II.

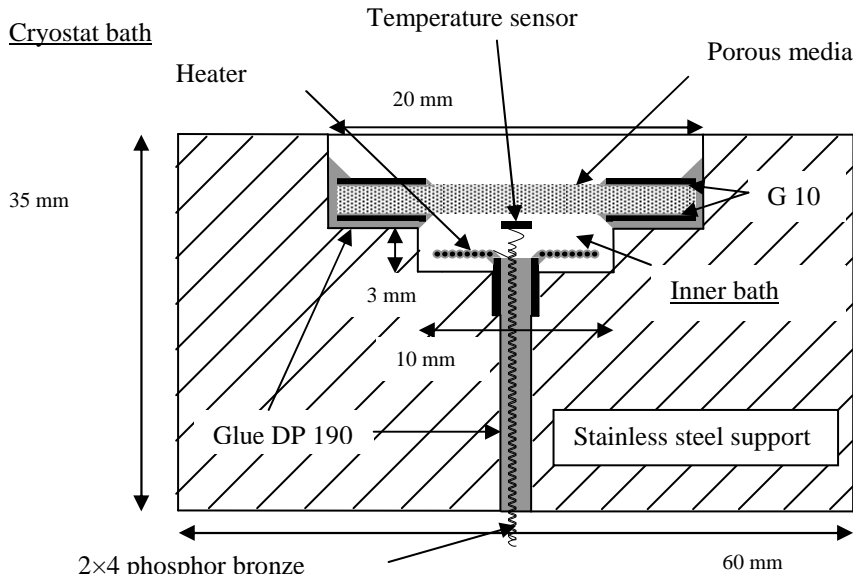
## **DESCRIPTION OF EXPERIMENTAL SET-UP AND SAMPLE**

### **Porous media sample**

The porous media used in this study is constituted of silicon carbide and was made at Institut Européen des Membranes [3]. It has 10.8  $\mu\text{m}$  average pore diameter, a porosity of 62 % and a thickness of 1.5 mm. The sample is glued between two G10 circular plates with a hole in the middle to create the heat transfer cross sectional area as described in [3]. The sample has a diameter of 20 mm and the G-10 circular plates' hole has a diameter of 8 mm. The cross sectional area is measured by taking a numerical photography of the assembly and converting it to a binary mode as described in [4]. The area determination method is based on the counting of the number of pixels of the numerical photograph of the cross sectional which are compared with a normalized scale.

### **Experimental apparatus**

FIGURE 1 is a schematic of the experimental set-up. The whole G-10 porous media which has a diameter of 20 mm is glued to a stainless steel support flange as described in FIGURE 1; the stainless steel support flange has a diameter of 60 mm and a height of 35 mm. The heater is a manganin wire wrapped like a coil and fixed with glue in the middle of the inner bath. It has a hole in the middle to leave space for the instrumentation wires of the temperature sensor. The resistance of the heater is 27  $\Omega$ . The heater is positioned at 2 mm from the porous media in the inner bath. Above the heater is positioned a temperature sensor in contact with the porous media. The thermometer used in this experiment is a bare chip Cernox model CX-1030, which has a high sensitivity to temperature variations and a fast response time in the order of 1 ms in superfluid helium [5]. The heater and the temperature sensor are connected, with a four wire technique, to phosphor-bronze wires to



**FIGURE 1.** Schematic of the experimental set-up

reduce heat losses by conduction. The hole necessary to the passage of wires has a 1.5 mm diameter and is filled with glue.

The heater is energized by a Keithley 2400 source meter and the uncertainty is at most 0.3 % of the current wanted, which induces an uncertainty of 4 mW (0.3 %) on the heat flux at most. The feeding current of the temperature sensor is 1  $\mu$ A, which is generated by a DC battery current source and is measured for each run.

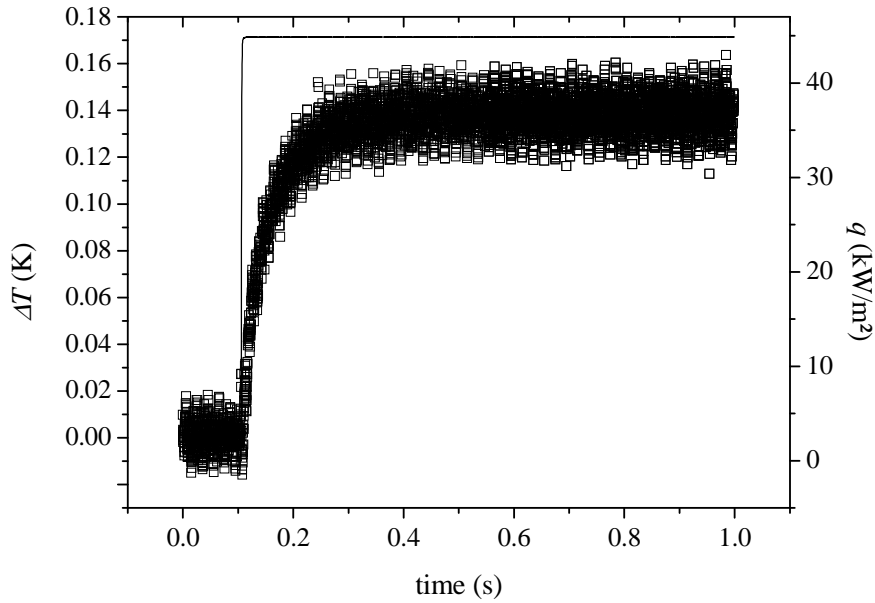
Three different data are recorded: the voltage across the heater, the voltage across the temperature sensor and the level of the liquid of helium above the sample. The data are measured by a numerical analogical converter with variable amplification linked to a data acquisition card at 333 KHz for 8 channels. The whole system is controlled by a program under LabView® environment, we enter the current of the heater, the frequency of acquisition and the number of points measured, so we have the time of measurement. The maximum frequency that can be used is 10 kHz and it is due to the filter of the numerical analogical converter.

The apparatus, shown in FIGURE 1, is immersed in a saturated superfluid helium bath. To get a given bath temperature, the pressure above the liquid surface is measured and held constant with a MKS Baratron® pressure sensor in combination with a pressure controller and a valve; with this combination the He II bath temperature is regulated to within 1 mK. The experiments are carried out for different bath temperature from 1.4 K to 2.1 K with a 0.1 K increment. For a given bath temperature, several tests are performed by modifying the heat flux, the acquisition frequency and the observation time. Before running the experiments, the temperature sensor is calibrated for different bath temperature from 1.4 K to 2.1 K with a 0.1 K increment.

## EXPERIMENTAL RESULTS AND ANALYSIS

### Observed phenomena

For a given bath temperature, a heat flux is applied in the inner bath which communicates with the He II bath through the porous media. The evolution with time of the inner bath temperature, heat input and liquid level are recorded. As expected, this tem-



**FIGURE 2.** Evolution of the inner bath temperature with time at a bath temperature of 1.8 K

perature increases until it reaches a stable temperature, which corresponds to the heat transfer steady state regime. The results obtained with the experimental apparatus give a noise signal of  $40 \mu\text{V}$  for the voltage of the temperature sensor. The signal-noise ratio comprises between 25 and 39, which corresponds to 30 mK fluctuation in the worst case. For small heat flux applied, this noise signal is not acceptable and it is necessary to impose strong heat flux in order to measure the evolution of temperature in time. More work is necessary to reduce noise pick up on our set-up.

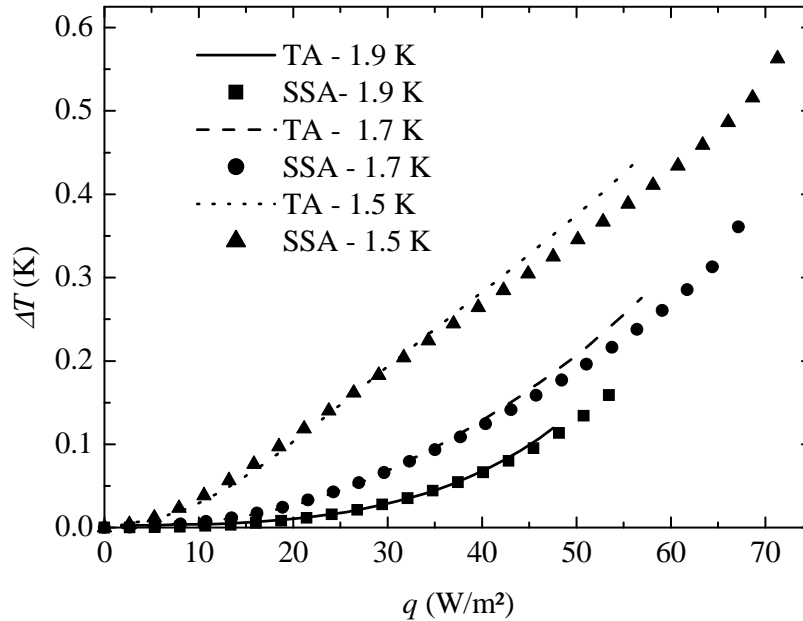
### **Comparison of the steady state obtained from the two different experimental apparatus**

The steady state regime of the sample tested in this study has been already measured and the results can be found in [3]. The apparatus consists of 3 parts, which are an outer cylindrical vessel, an inner cylindrical vessel and a disk with a porous medium, made of SUS304. These parts are sealed with indium wire, the diameter of 1 mm. The space between the outer vessel and the inner vessel is pumped up to vacuum and interrupt the heat flux from the He II bath to the He II chamber, where is the inside of the inner vessel. The He II chamber is 40 mm high with the diameter of 60 mm. A heater and a germanium thermo sensor are fixed in the He II chamber. A pressure sensor, which is connected to the He II chamber by a narrow tube, is located out of the He II chamber. The He II chamber is only open to the He II bath through the porous medium at the bottom. In this experiment, the apparatus is immersed in the pressurized He II bath.

If we compare the  $\Delta T$  from both experiments, for different heat flux and at different bath temperature, we found that the heat flux measured with the Transient Apparatus is 6.5 % higher than the  $q$  measured with the Steady-State Apparatus. The comparison is shown in FIGURE 3.

This discrepancy could be attributed to the conduction losses through the instrumentation wires. For the Transient Apparatus, there are 30 mm long 8 phosphor-bronze wires. Considering the maximum difference of the temperature between the inner bath at 2.1 K and the cryostat bath at 1.4 K, the total heat losses are  $1.6 \mu\text{W}$  which is 6 orders of magnitude less than the heat flux considering in our experiments. For the Steady State Apparatus, the conduction heat losses are around  $12 \mu\text{W}$ . The difference between apparatus in that matter does not explain this discrepancy.

The gluing method could explain the difference in cross sectional area, where we can imagine the glue penetrating inside the porous media, blocking partially the pores. This penetration cannot be evaluated and the difference is considered as an error in the determination of the heat transfer cross sectional area. Another cause could be used to explain this difference. In the construction of the Transient Apparatus, the temperature sensor is in contact with the porous media and could “block” partially the heat flux lines. Strictly spea-

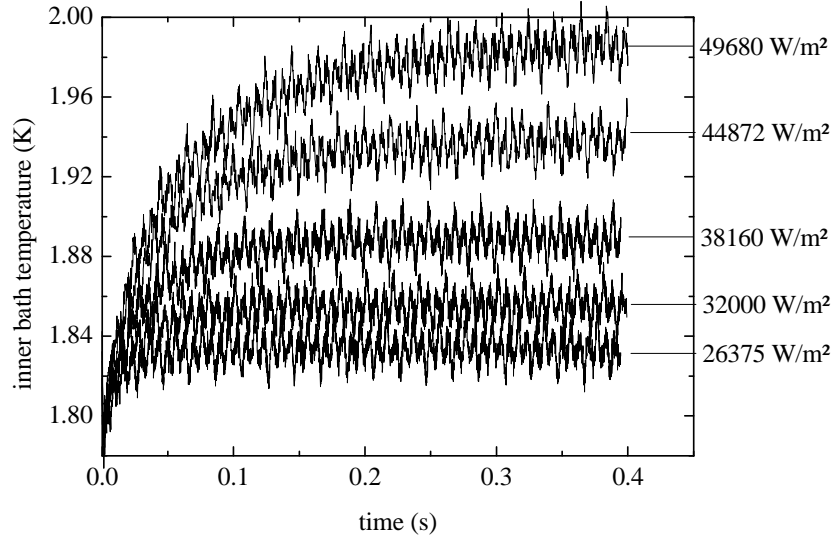


**FIGURE 3.** Results obtained with both experimental apparatus with modified cross sectional area for the transient experiment. The black symbols represent the results of the Transient Apparatus (TA) and the black lines represent the results of Steady-State Apparatus (SSA).

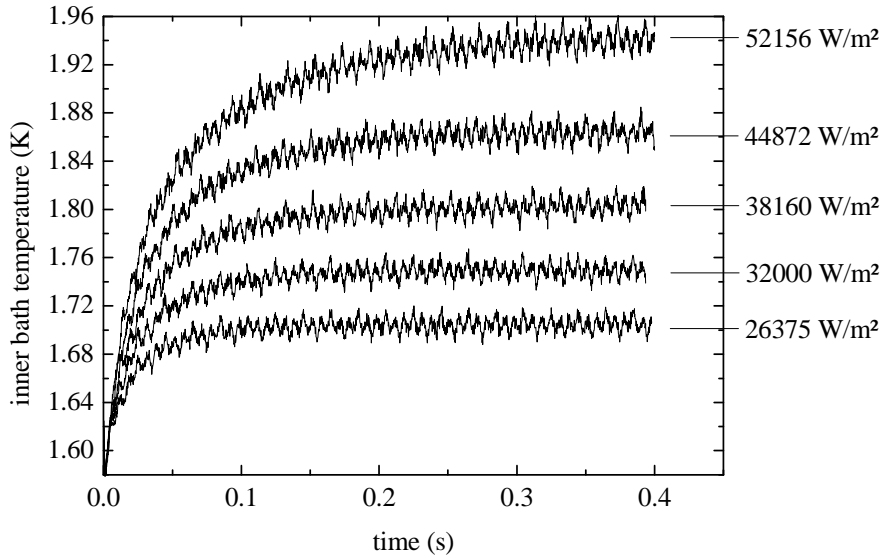
king the ratio of blockage is around 3 % (ratio of the sensor area to the cross sectional area) and it is not enough to explain the discrepancy. But one can imagine that the normal velocity field could be also perturbed by the location of temperature sensor.

### Results of the Transient Apparatus

Figure 4 and figure 5 present the evolution of the inner bath temperature with time for different heat flux with a bath temperature respectively at 1.8 K and 1.6 K. On the first hand, it appears that the higher the heat flux is, the more important the time, needed to reach the steady state, is. Let define a time constant  $\tau$  where  $3\tau$  is the time necessary to get 95 % of the final  $\Delta T$ ;  $\tau$  represents the time constant of a first order linear system. Table 1 gives  $\tau$  for different heat flux at different cryostat temperatures. It is determined from experimental results. Now if we consider the time constant for a given heat flux at different bath temperature, two observations can be done: for low heat flux (26 kW/m² for example), the lower the bath temperature is and the higher  $\tau$  is. On the other hand, for heat flux higher than 38 kW/m², the lower the bath temperature is and the smaller  $\tau$  is.



**FIGURE 4.** Evolution of the inner bath temperature with time for different heat flux at 1.8 K



**FIGURE 5.** Evolution of the inner bath temperature with time for different heat flux at 1.6 K

**Table 1.** Time constant ( $\tau$  in ms) where  $3\tau$  is the time necessary to reach 95 % of the  $\Delta T$  correspondent to the steady state transfer regime

Q (W/m <sup>2</sup> )	26375	32000	38160	44872	50000
1.8 K	25	38	48	75	92
1.6 K	32	42	52	60	78
1.4 K	37	40	50	55	63

In the turbulent regime, the heat flux is well known as the Gorter Mellink 1/3 power law [6] which is written in one dimension for zero net mass flow:

$$q = - \left( f(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$

Combining this with the equation of energy conservation, we obtain the non-linear equation of heat transport one-dimensional in the Gorter-Mellink regime:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\rho(T)C_p(T)} \frac{\partial}{\partial x} \left( f(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

Let try to evaluate a time constant by considering the heat equation (20). Equation (19) can be rewritten as following:

$$q = -\frac{f(T)}{q^2} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (21)$$

Then it is possible to define an effective thermal conductivity  $k_{eff}=f(T)/q^2$  dependent on temperature and heat flux. By analogy with the heat equation for a solid and considering that the variation of temperature is small enough to consider  $f$  constant for a given bath temperature, the effective thermal diffusivity of He II is  $D_{eff}=f/(\rho C_p q^2)$ . Then it is possible to construct a characteristic time which we called the diffusion thermal time constant:

$$\tau_D = \frac{L^2}{D} \quad (22)$$

where  $L$  is the characteristic length of the problem and  $D$  the thermal diffusivity.

Concerning the porous media which is made of silicon carbide, the thermal diffusivity is estimated from [7, 8] and is around  $3.10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s. It gives a diffusion thermal time constant in the order of 5 s which is 2 orders of magnitude more than the time constant observed experimentally. Therefore, the conduction in the porous media does not affect the response time observed.

In our set of experiments, we have to consider two “volumes” of He II influencing the time constant, which are, first and obviously, the porous media volume and secondly the volume of the inner bath.

For the characteristic length of the inner bath, we take 2 mm because the heater is positioned at 2 mm from the porous media.

For the volume of the porous media, we have to consider the tortuosity model [3]. The average length of the flux line is  $\omega \times e$  where  $\omega$  is the tortuosity and  $e$  the thickness of the sample; then  $\omega e$  is considered to be the characteristic length. By applying the tortuosity concept to the heat equation (20), it appears  $\omega^{4/3}$  in the denominator of the effective thermal conductivity, then the diffusion thermal constant time in the porous media with He II is

$$\tau_{D_{PorousMedia}} = \omega^{\frac{10}{3}} \frac{e^2 q^2 \rho C_p}{f} \quad (23)$$

from [3],  $\omega$  is 1.6 for the sample tested here.

At 1.4 K and for a heat flux of 50 kW/m<sup>2</sup>, the sum of the diffusion thermal time constant of the He II in the porous media ( $\tau_{porous\ media}=9$  ms) and of the inner bath ( $\tau_{inner\ bath}=3$  ms) is 12 ms;  $\tau$  measured is 63 ms. For a heat flux of 32 kW/m<sup>2</sup>, the sum of  $\tau_{porous\ media}$  (3.6 ms) and  $\tau_{inner\ bath}$  (1.3 ms) is 5 ms and  $\tau$  measured is 40 ms.

At 1.6 K and for a heat flux of 50 kW/m<sup>2</sup>, the sum of the diffusion thermal time constant of the porous media (2.2 ms) and of the inner bath (0.8 ms) is 3 ms;  $\tau$  measured is 78 ms. For a heat flux of 32 kW/m<sup>2</sup>, the sum of  $\tau_{porous\ media}$  (1 ms) and  $\tau_{inner\ bath}$  (0.3 ms) is 1.3 ms,  $\tau$  measured is 42 ms.

At 1.8 K and for a heat flux of 50 kW/m<sup>2</sup>, the sum of the diffusion thermal time constant of the porous media (1 ms) and of the inner bath (0.5 ms) is 1.5 ms;  $\tau$  measured is 92 ms. For a heat flux of 32 kW/m<sup>2</sup>, the sum of  $\tau_{porous\ media}$  (0.4 ms) and  $\tau_{inner\ bath}$  (0.15 ms) is 0.55 ms,  $\tau$  measured is 38 ms.

Furthermore, the heat equation of He II equation (20) is considered in one-dimension and the heat flux flows perpendicularly to the cross sectional area. Meanwhile, around the volume where flows the heat flux, there is a volume of porous media, glued between the two G-10



circular plates, which is filled with He II. Since this “dead volume” communicates through a network of interconnected channels with the volume of the cross sectional area, there is thermal diffusion between the two volumes considered and, then, the thermal diffusion must be considered in two dimension. A time is then required for the phenomena described above. Let try to evaluate this time from the diffusion process phenomena by considering the diffusion thermal time constant  $\tau_{porous\ media}$  in the “dead volume”; the characteristic length is 6 mm and the entire heat flux is considered in order to maximize  $\tau_{porous\ media}$ . At 1.8 K, the diffusion thermal time constant is 6 ms for a heat flux of 32 kW/m<sup>2</sup> and 16 ms for a heat flux of 50 kW/m<sup>2</sup>. At 1.6 K,  $\tau_{porous\ media}$  is 14 ms for a heat flux of 32 kW/m<sup>2</sup> and 34 ms for a heat flux of 50 kW/m<sup>2</sup>. At 1.4 K, the diffusion thermal time constant is 57 ms for a heat flux of 32 kW/m<sup>2</sup> and 140 ms for a heat flux of 50 kW/m<sup>2</sup>. In these cases, the diffusion thermal time constant calculated at different bath temperature and for different heat flux does not match and are at least two to three times smaller than the experimental results (TABLE 1) (except at 1.4 K where the diffusion thermal time constant is bigger than the experimental results). Then, considering the diffusion phenomena, the influence of the “dead volume” does not explain the response time obtained experimentally.

Considering the three diffusion thermal time constant of the porous media, of the inner bath and of the “dead volume”, globally and over the range of temperature considered, the calculated time constants are very smaller compared to  $\tau$  measured from experimental results. This implicates that the heat equation of He II is not sufficient to model the heat transfer of He II through porous media.

On the other hand, perhaps it is a very strong assumption to consider the heat equation of He II valid in the porous media. Physically the porous media can be described as a network of interconnected channels and the heat equation of He II described a diffusion phenomena. This diffusion process is slower in the porous media than in a simple volume of superfluid helium due to the interaction of the solid parts which separate lots of small volumes filled with He II. Furthermore, the heat equation (20) is valid in the turbulent state and it would be interesting to study the development of turbulence in porous media at the pore scale which is in the order of 10  $\mu$ m. At this scale, the phenomena of shear stress can affect the normal fluid component and the development of the superfluid vortex enters in competition with the characteristic size of the porous media which is the pores size diameter [9].

Finally, the behavior of superfluid helium is usually well described by the phenomenological two fluids model. It assumes that He II is a mixture of two interpenetrating fluids: the superfluid component and the normal fluid component. In this model, heat flow in He II is carried by the normal fluid component in a process known as internal convection and the two components flow in opposite direction. In this model He II is described by a set of equations as in [6]. From this model, it could be interesting to consider the fluid mechanics equations at the scale of the pore size in order to understand what happen at this scale and to model the heat transfer through porous media in He II.

## CONCLUSION

In the present work, an experimental set up was built in order to study the transient heat transfer through porous media in He II. The experimental apparatus need some improvement especially to reduce the problem of noise. The steady state transfer regime obtained from this experiment match with the results from the steady state experiment with a difference of 6.5 % on the heat flux, this difference is attributed to the measurement of the cross sectional area. The heat equation of He II in the Gorter-Mellink regime is not sufficient to understand the experimental results of the transient regime. More analysis, based on the two fluids model, is

necessary to understand the fluid movement in the porous media which would permit to find a model at the porous media scale.

## REFERENCES

1. Meuris, C., et al., *Cryogenics*, **39**, pp.921-931, (1999)
2. Baudouy, B., et al., *Cryogenics*, **40**, pp.127-136, (2000)
3. Baudouy, B., et al., "Heat Transfer Through Porous Media in static Superfluid Helium," in *Advances in Cryogenic Engineering* 51A, edited by J. W. Weisend , AIP, New York, 2005, pp. 409-416.
4. Maekawa, R. and Baudouy, B., "Heat transfer through porous media in the counterflow regime of He II," in *Advances in Cryogenic Engineering* 49, edited by J. Waynert, AIP, New York, 2004, pp. 983-990
5. Fuzier, S., Van Sciver, S.W., *Cryogenics* **44**, pp. 211-213(2004)
6. Gorter, C. J. and Melink, J. H., , *Physica*, XV, p; 285-304 (1949)
7. Touloukian, Y.S., Liley, P.E., Sanexa, S.C., *Thermal conductivity* volume 2, IFI/PLENUM New York-Washington 1970
8. Touloukian, Y.S., Makita, T., *Specific heat* volume 5, IFI/PLENUM New York-Washington 1970
9. Vinen, W.F., "Mutual friction in a heat current in liquid helium II – IV. Critical heat currents in wide channels", *Proc. Roy. Soc. (London)* A242 (1957), p.400

## A.2. Régime transitoire mesuré avec le dispositif « permanent/transitoire »

Le dispositif expérimental « permanent/transitoire » ayant été conçu en dernier et demandant l'utilisation d'une bride porte échantillon particulière (c'est-à-dire avec des dimensions bien précises), il n'a pu être testé que sur les échantillons d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de  $0,1 \mu\text{m}$ . Ce dispositif a donc servi à mesurer le régime permanent et transitoire de ces échantillons. La particularité de ce dispositif est qu'il utilise un capteur de pression rapide qui permet de mesurer la différence de pression en fonction du temps. Le problème est, comme on a déjà pu le voir, qu'il dissipe une puissance de  $16,7 \text{ mW}$ . Les mesures ont donc été faites une première fois avec le capteur éteint ; on a alors mesuré seulement l'évolution de la température. Les mesures ont ensuite été refaites avec le capteur de pression allumé ce qui a permis d'avoir la mesure de la température et de la pression en fonction du temps mais le problème est que l'on ne connaît pas le saut de pression du à la chaleur dissipée par le capteur de pression, le capteur étant un capteur différentiel.

Les mesures ont été réalisées pour tous les échantillons pour chaque température de bain avec et sans le capteur de pression. La forme des courbes obtenues étant similaires, il n'y a pas vraiment d'intérêts à toutes les présenter. J'ai donc choisi de montrer les courbes obtenues pour l'échantillon d'oxyde d'alumine ayant une taille de pore de  $0,1 \mu\text{m}$ , une porosité de  $33 \%$  et une épaisseur de  $2 \text{ mm}$ . Enfin, il n'y a pas eu d'analyse de faite sur les mesures transitoires de ces échantillons faute de temps, ce pourquoi je présente les courbes en annexe.

- Température de bain :  $2,1 \text{ K}$

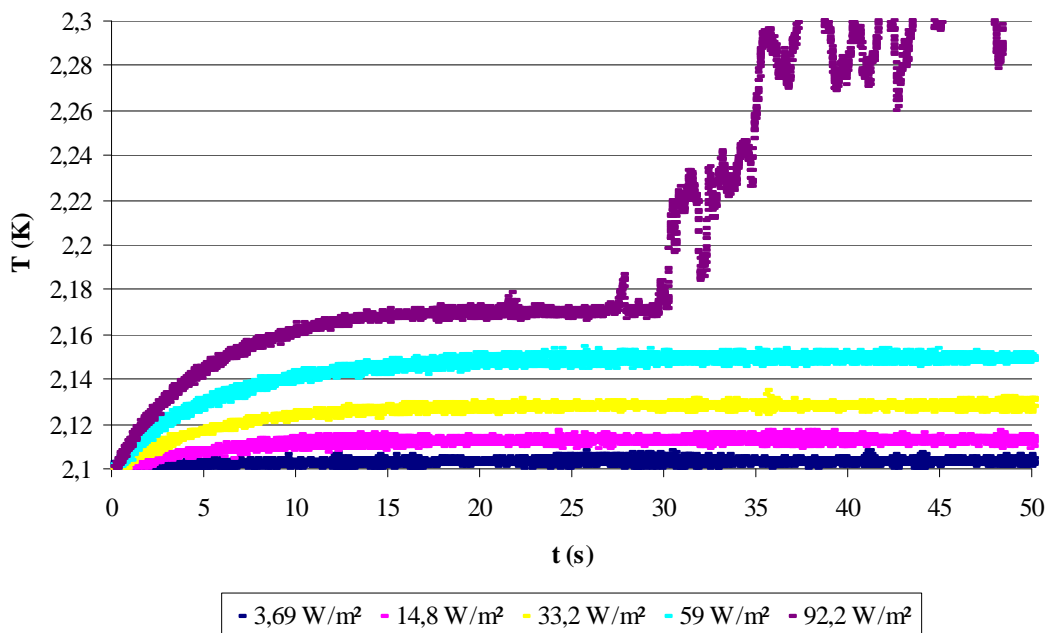


Figure A.1 Mesure de la température avec le capteur de pression éteint

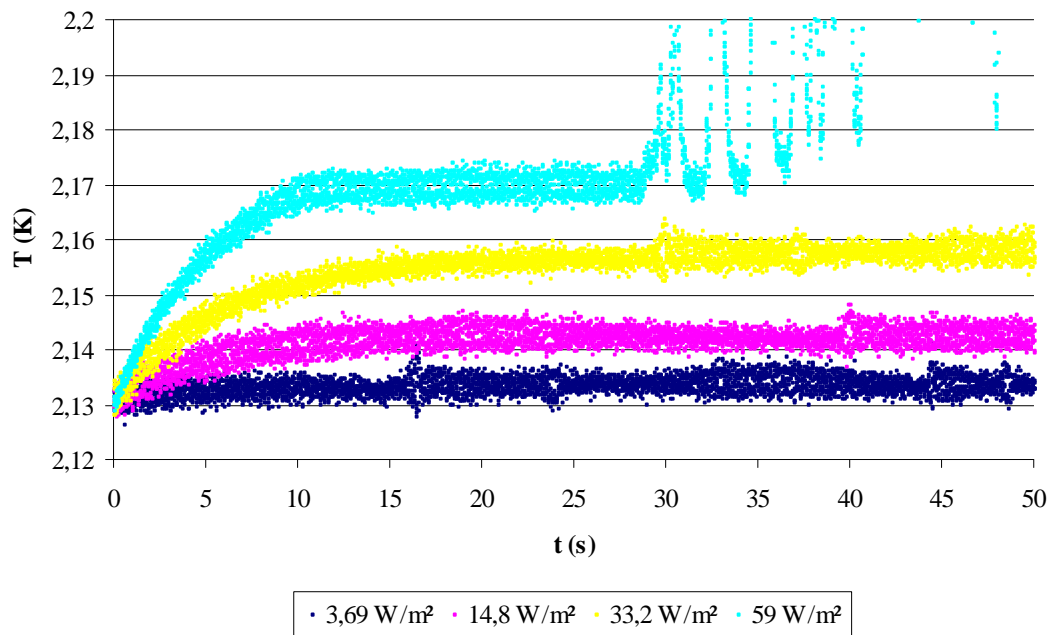


Figure A.2 Mesure de la température avec le capteur de pression allumé

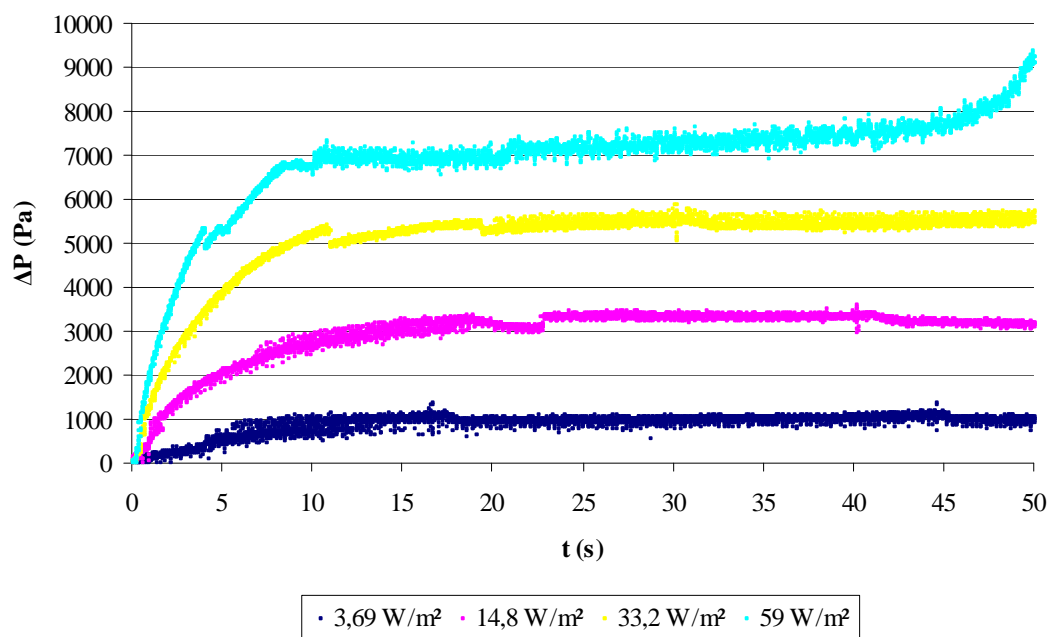


Figure A.3 Mesure de la différence de pression avec le capteur de pression allumé

- Température de bain : 2 K

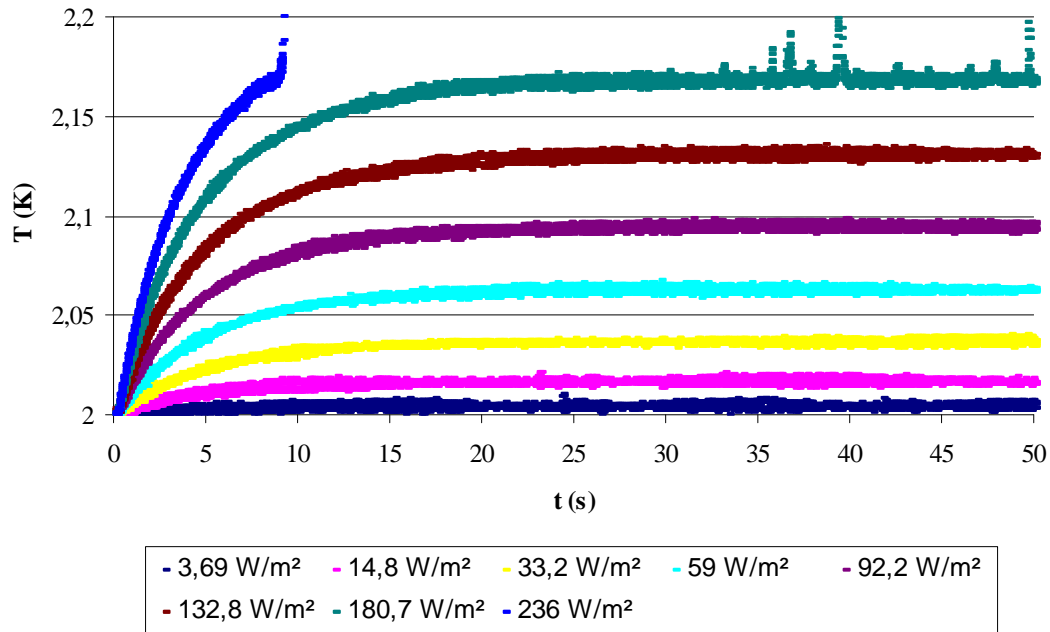


Figure A.4 Mesure de la température avec le capteur de pression éteint

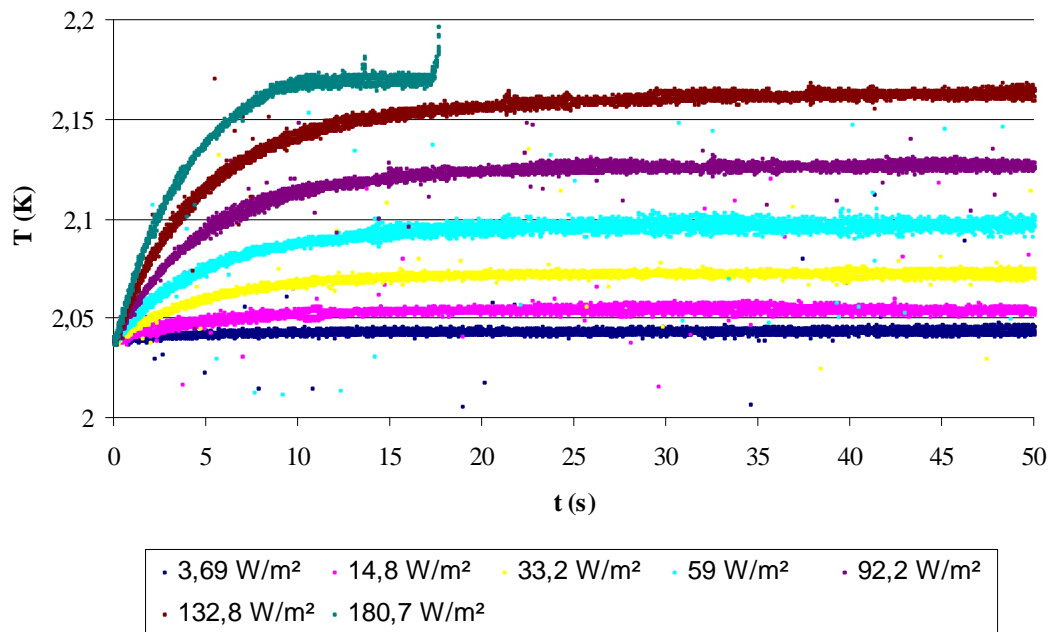


Figure A.5 Mesure de la température avec le capteur de pression allumé

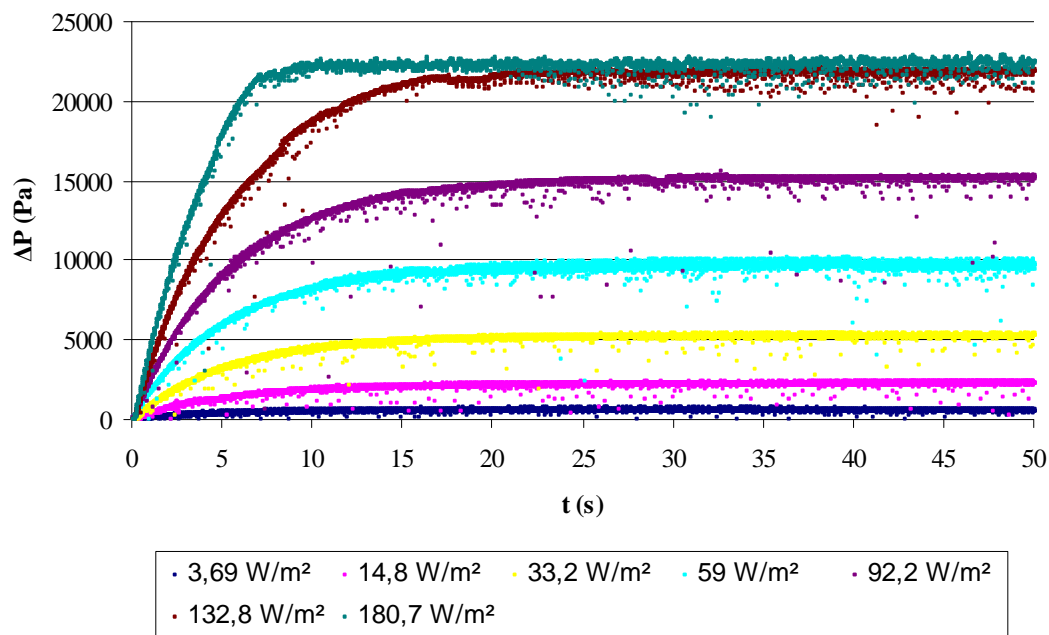


Figure A.6 Mesure de la différence de pression avec le capteur de pression allumé

- Température de bain : 1,9 K

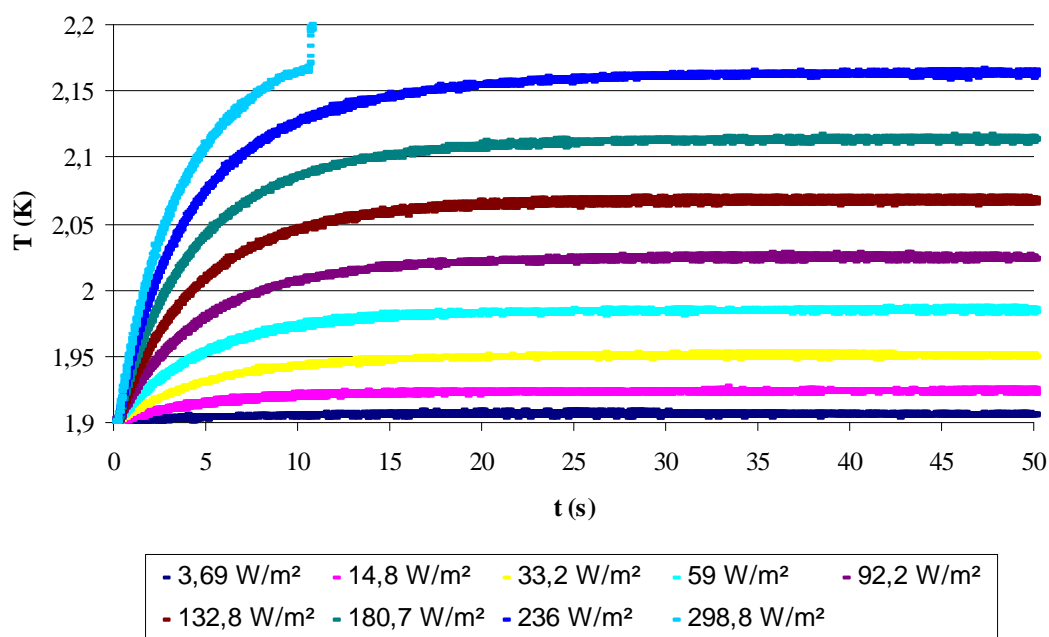


Figure A.7 Mesure de la température avec le capteur de pression éteint

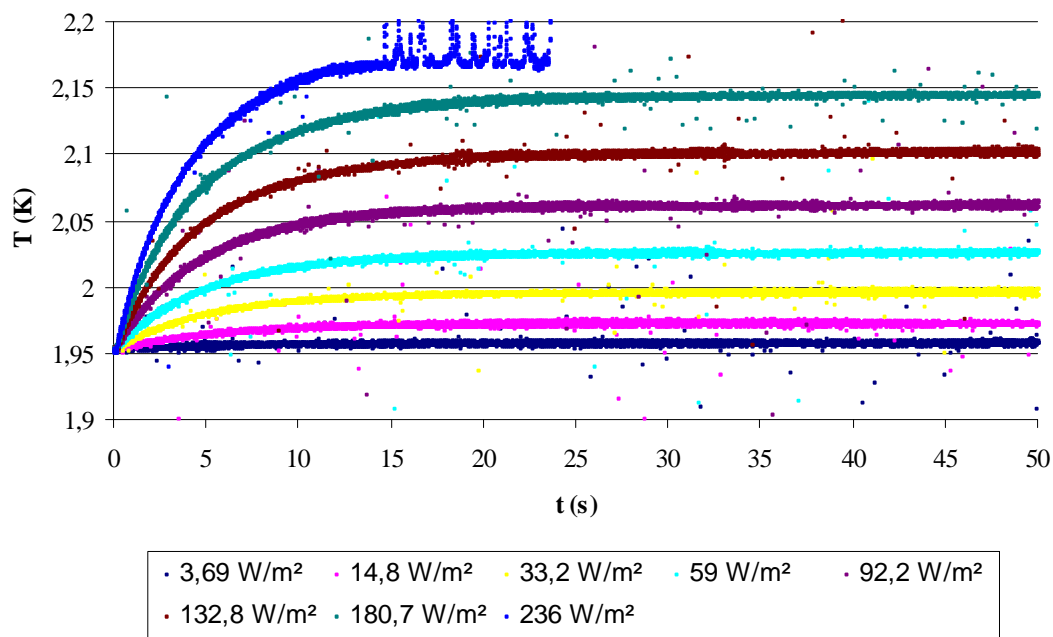


Figure A.8 Mesure de la température avec le capteur de pression allumé

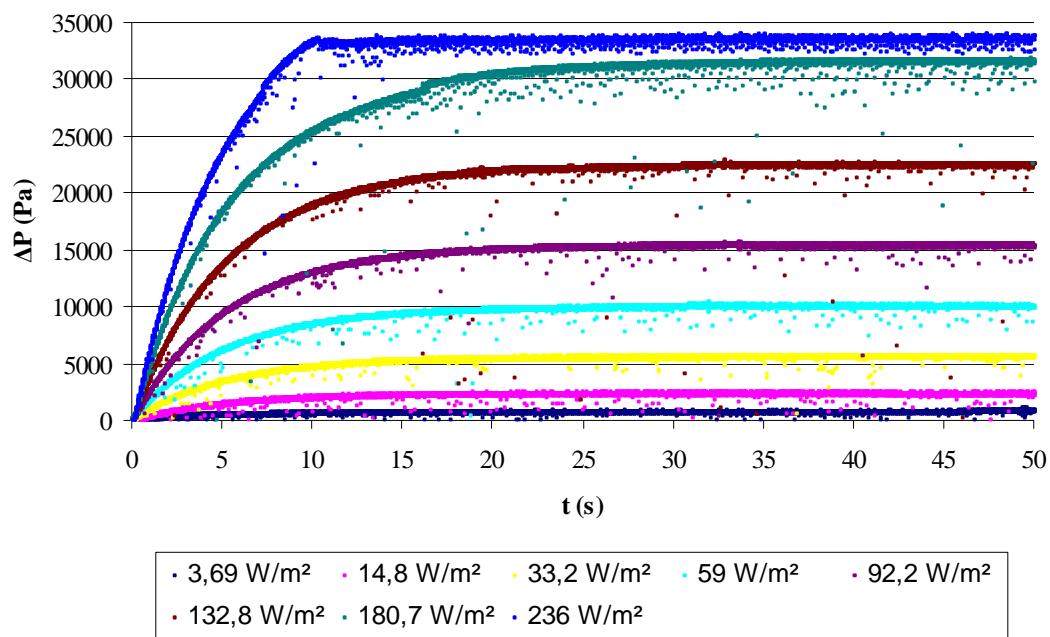


Figure A.9 Mesure de la différence de pression

- Température de bain : 1,8 K

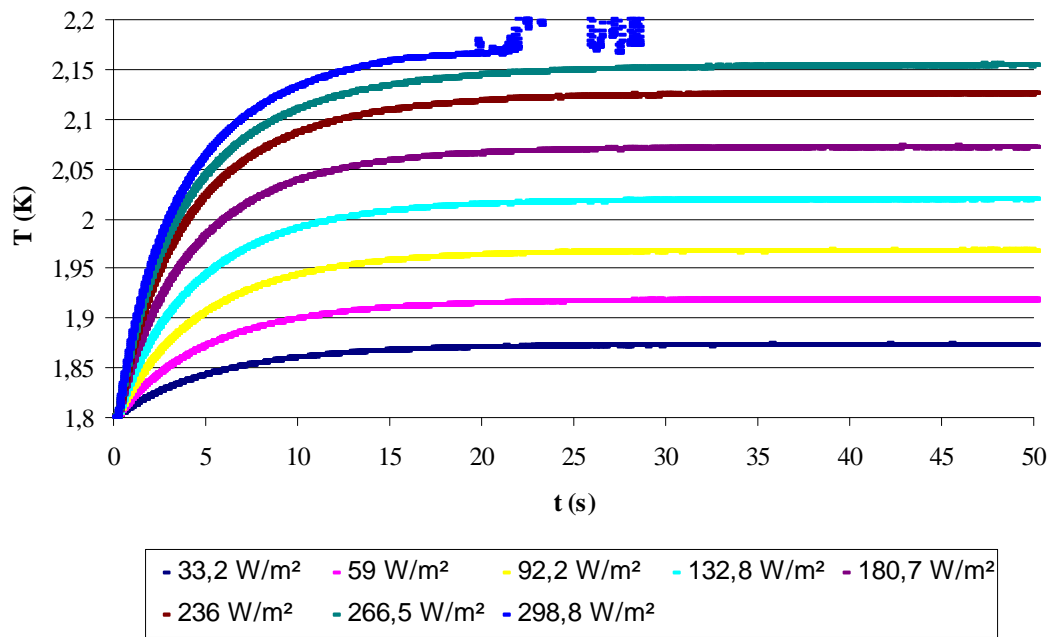


Figure A.10 Mesure de la température avec le capteur de pression éteint

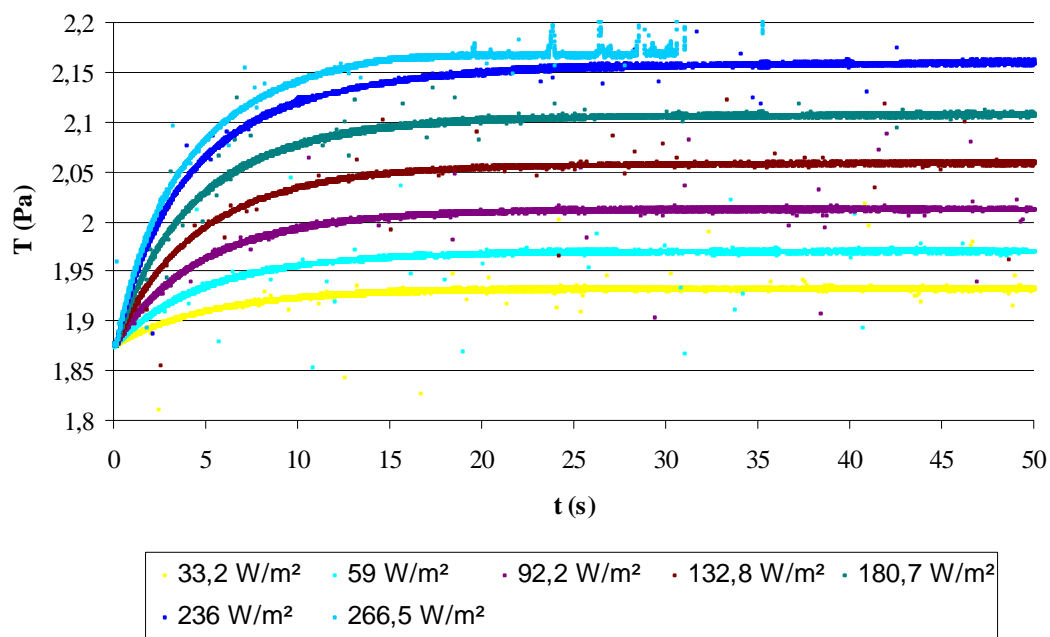


Figure A.11 Mesure de la température avec le capteur de pression allumé



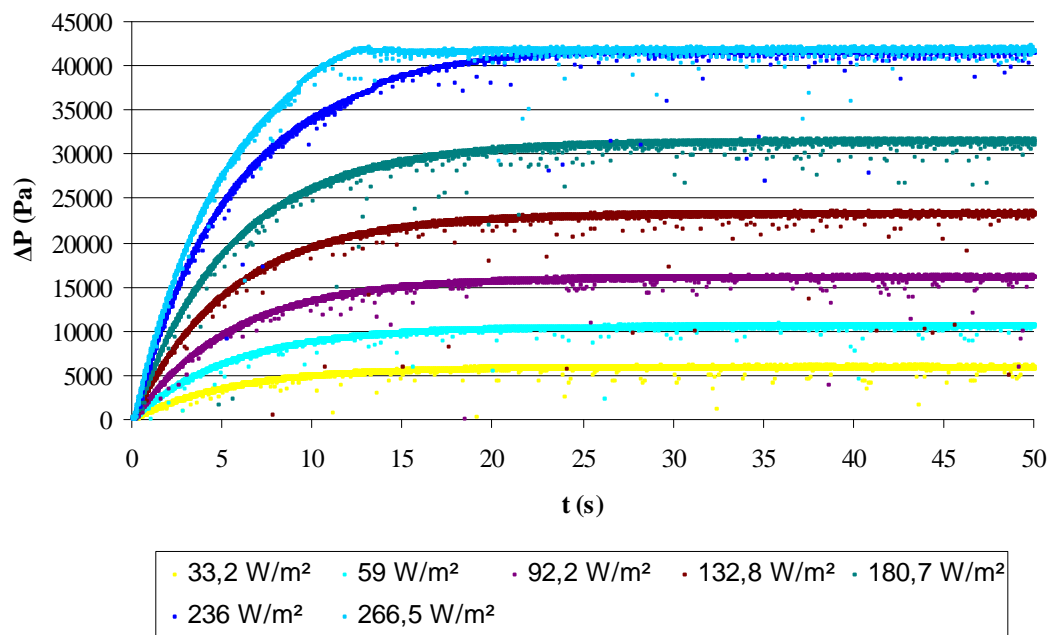


Figure A.12 Mesure de la différence de pression

- Température de bain : 1,7 K

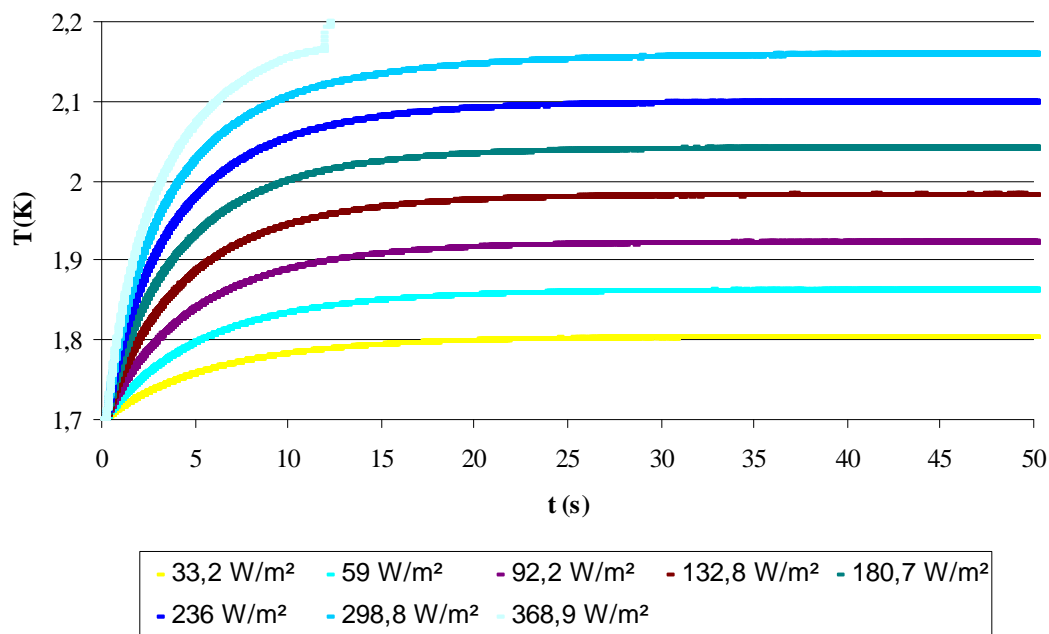


Figure A.13 Mesure de la température avec le capteur de pression éteint

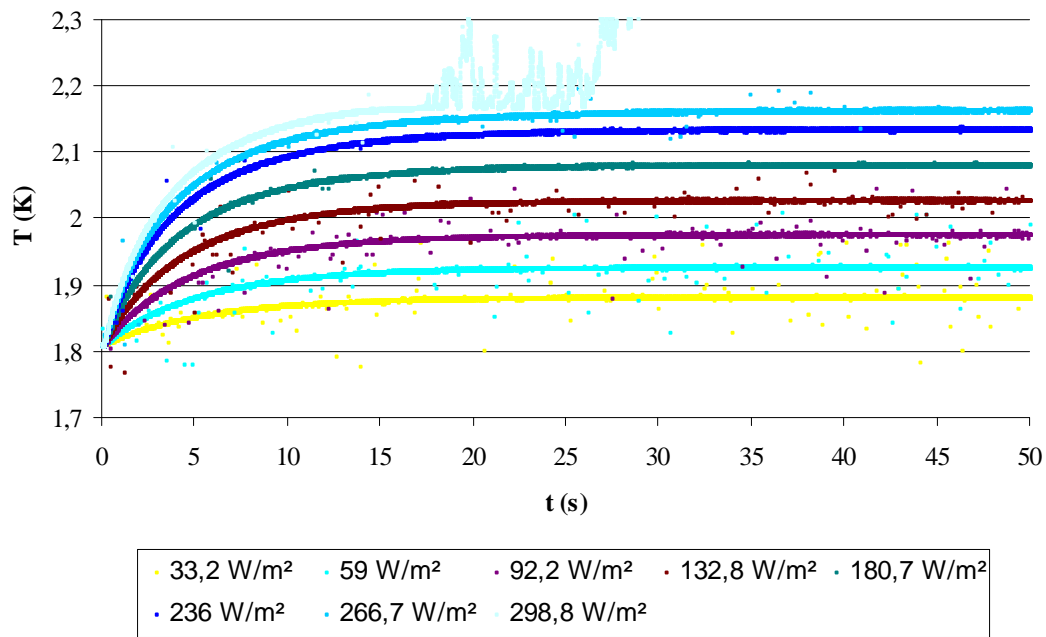


Figure A.14 Mesure de la température avec le capteur de pression allumé

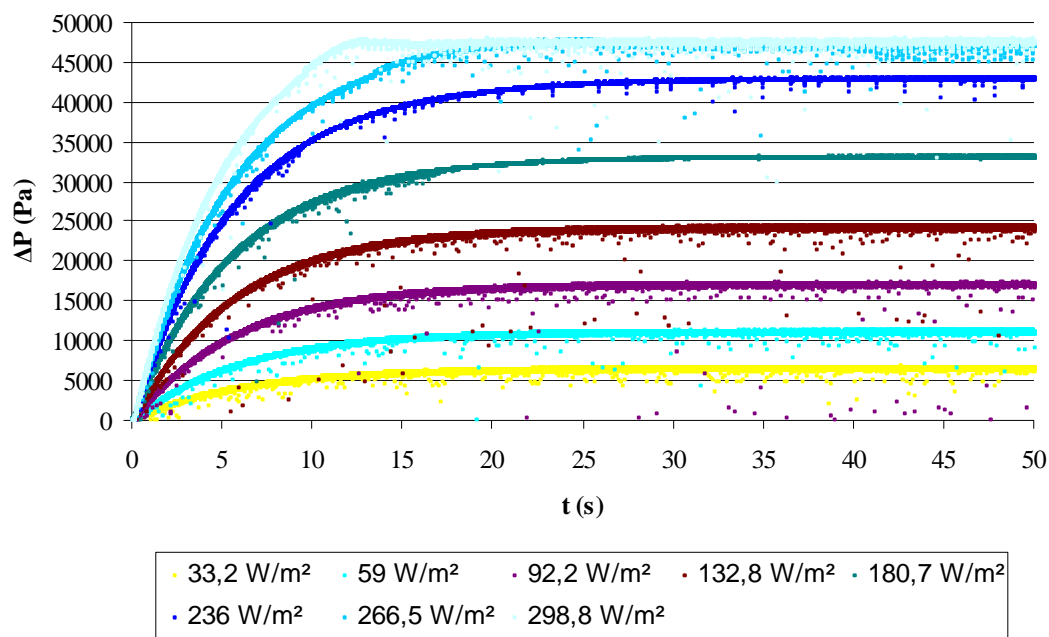


Figure A.15 Mesure de la différence de pression