



N° d'ordre : 2531

THÈSE

présentée  
pour obtenir

LE TITRE DE DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE  
TOULOUSE

École doctorale : Transferts, dynamique des fluides, énergétique et procédés.

Spécialité : Energétique et Transferts.

Par Gaspar PATIÑO-PALACIOS

Titre de la thèse Modélisation numérique eulérienne des écoulements gaz-solide avec  
plusieurs espèces de particules.

Soutenue le 6 novembre 2007 devant le jury composé de :

Mehrdji HEMATI	Président
Olivier SIMONIN	Directeur de thèse
Roberto ZENIT-CAMACHO	Rapporteur
Lounes TADRIST	Rapporteur
Isabelle FLOUR	Membre

---

## Résumé

La simulation des écoulements polyphasiques est actuellement un enjeu scientifique, industriel et économique important. L'objectif de ce travail est d'améliorer la compréhension via des simulations des écoulements à deux ou plusieurs phases dispersées et de proposer une contribution à la modélisation et caractérisation de son hydrodynamique. L'étude de systèmes gaz-solides fait appel à des modèles pour mettre en oeuvre l'influence des particules et les effets des collisions dans le contexte du transfert de quantité de mouvement. Ce type d'étude est abordé dans le cadre de ce travail de thèse.

Les simulations réalisées avec le logiciel *Saturne\_polyphasique@Tlse* dans le cadre du programme de collaboration entre EDF-R&D et l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse ont permis de confirmer la faisabilité de l'approche CFD pour l'étude hydrodynamique de systèmes multiphasiques. Les étapes de validation concernent, d'une part, la mise en oeuvre de l'outil de simulation dans son état actuel pour réaliser des études de validation et de sensibilité des modèles et de comparer les résultats numériques avec les données expérimentales. D'autre part, le développement de nouveaux modèles physiques et leurs implantations dans le logiciel *Saturne* permettra l'optimisation du procédé industriel.

Pour mener cette validation de façon satisfaisante, on aborde des cas de simulations clés, notamment la chambre d'injection monodisperse et la variation de la charge d'injection dans le cas d'un écoulement polydisperse, ainsi que la fluidisation d'une colonne composée de particules solides. Dans ce dernier cas, on a abordé trois configurations de lits fluidisés denses, afin d'étudier l'influence du maillage sur les simulations; ensuite, on simule l'opération d'un lit fluidisé dense avec lequel on caractérise la ségrégation entre deux différentes espèces de particules. L'étude de l'injection des écoulements polydisperses présente deux configurations; un écoulement co-courant gaz-particule dans du gaz (Cas Hishida), et d'autre part, un écoulement polyphasique dans une configuration de type jet confiné avec des zones de recirculation et de stagnation (cas Hercule).

Les calculs numériques ont été comparés avec les données expérimentales disponibles et ont montré une reproductibilité satisfaisante de la prédiction hydrodynamique des écoulements multiphasiques.



---

## Abstract

The simulation of the multiphase flows is currently an important scientific, industrial and economic challenge. The objective of this work is to improve comprehension via simulations of polydispersed flows and contribute the modeling and characterizing of its hydrodynamics. The study of gas-solid systems involves the models that takes account the influence of the particles and the effects of the collisions in the context of the momentum transfer. This kind of study is covered on the framework of this thesis.

Simulations achieved with the *Saturne\_polyphasique@Tlse* code, developed by Electricité de France and co-worked with the Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, allowed to confirm the feasibility of approach CFD for the hydrodynamic study of the injectors and dense fluidized beds. The stages of validation concern, on the one hand, the placement of the tool for simulation in its current state to make studies of validation and sensitivity of the models and to compare the numerical results with the experimental data. In addition, the development of new physical models and their establishments in the code *Saturne* will allow the optimization of the industrial process.

To carry out this validation in a satisfactory way, a key simulation is made, in particular a monodisperse injection and the radial force of injection in the case of a polydisperse flow, as well as the fluidization of a column made up of solid particles. In this last case, one approached three configurations of dense fluidized beds, in order to study the influence of the grid on simulations; then, one simulates the operation of a dense fluidized bed with which one characterizes the segregation between two various species of particles. The study of the injection of the polydisperse flows presents two configurations; a flow Co-current gas-particle in gas (Case Hishida), and in addition, a polyphase flow in a configuration of the jet type confined with zones of recirculation and stagnation (case Hercules).

Numerical calculations were compared with the experimental data available and showed a satisfactory reproducibility of the hydrodynamic prediction of the multiphase flows.



---

A Linda y Kevin, mis dos inspiraciones, motivaciones,  
lo más amado y los verdaderos héroes de esta odisea.



---

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer mes remerciements aux membres du jury, le président, les rapporteurs et les examinateurs, qui ont accepté à juger cette thèse.

Ma gratitude s'adresse vers Olivier Simonin, mon Directeur de thèse, qui m'a accueilli dans son magnifique groupe de recherche et m'a appris l'intérêt pour tout ce monde de la simulation numérique, ses modèles et ses théories.

Ce travail doctoral a été réalisé au sein du groupe Ecoulement et Combustion de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. Je suis très reconnaissant à tous ses membres, permanents ou temporaires en particulier à Georges Charnay, Gerard Couteau et Florence Colombies. Chacun d'entre eux détient une part dans la réussite de mon séjour à l'IMFT. Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à Moïse Marchal qui a partagé avec moi de moments agréables ainsi qu'un bureau exemplaire par sa décoration.

Je tiens à remercier à tous mes collègues dans le groupe EEC pour me permettre d'échanger des points de vue si enrichissants : Marc, Jérôme, Hervé, Anne Gobin, Anne Arbeau, Olivier, Mathieu, Mamour, Pascal, Antoine, Julien, Ridwan, Vincent, Régis, Guillaume, Arthur, Vincent, Livier, ainsi que mes collègues qui maintenant développent ses projets de thèse.

Je remercie les services CoSiNus et Reprographie ainsi que le service Administrative et le service Comptabilité de l'IMFT.

De même, je garde une pensée et un remerciement à mes parents Ana María et Alonso et mes frères Enrique, Nacho, Rocío et Francisco qui ont fait de moi tout ce que j'ai et tout ce que je suis.

Je tiens à faire part de ma plus profonde gratitude à Fernando, Carmen, Oscarín et María Elena qui m'ont partagé des moments magnifiques et l'ambiance chaleureux d'une famille, merci de tout mon coeur.

Los diamantes de gran valor que uno se encuentra en el camino : Maricarmen y

---

Gabriel, Citlalih y Sergio, Antonino y Alejandra, Carole, Valérie et Yves, Mirella y Phillippe.

Je remercie infiniment à Roberto Zenit, Martine Lacoste et Catherine Colin qui ont trop contribué à la réussite de mon diplôme

Je remercie au Conseil Nationale de Science et Technologie du Mexique (CONACyT) pour la bourse soutenu pendant tout la durée de mes études. Du même, je remercie à la Société Française d'Exportation des Ressources Educatives (SFERE) pour l'intérêt et l'échange de la connaissance scientifique. De la même façon, toute ma reconnaissance et remerciements à la Facultad de Ingeniería Química de la Universidad Autónoma de Yucatán pour le soutien inconditionnelle.





# Table des matières

<b>NOMENCLATURE ET CONVENTIONS D'ECRITURE</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Caractérisation de la phase continue</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes . . . . .	8
1.2.1 Équations locales instantanées de la phase continue . . . . .	8
1.2.2 Propriétés de l'opérateur de moyenne . . . . .	12
1.2.3 Bilan de masse moyenne pour la phase fluide . . . . .	13
1.2.4 Bilan de quantité de mouvement moyenne pour la phase fluide . . . . .	13
1.2.5 Caractérisation de la turbulence. . . . .	15
1.3 Modèles de Turbulence . . . . .	20
1.3.1 Modèle $k - \varepsilon$ standard . . . . .	20
1.3.2 Modèle au second-ordre $R_{ij} - \varepsilon$ . . . . .	22
1.3.3 Conclusion . . . . .	24
<b>2 Caractérisation statistique de la phase polydispersée</b>	<b>25</b>
2.1 Introduction . . . . .	25
2.2 Modèle de collision microscopique. . . . .	26
2.3 Théorie cinétique des écoulements granulaires . . . . .	26
2.3.1 Expansion des intégrales de collision. . . . .	29
2.3.2 Equations de transport pour la phase dispersée . . . . .	30
2.4 Modèles de fermeture des termes collisionels. . . . .	32
2.4.1 Fonction de distribution des paires (théorie d'Enskog) : . . . . .	32

2.4.2	Fonction de distribution radiale . . . . .	33
2.4.3	Fonctions de distribution de vitesses . . . . .	35
2.4.4	Les termes source collisionels . . . . .	38
2.4.5	Les termes de flux collisionel . . . . .	43
2.5	Modèle des contraintes cinétiques des particules . . . . .	47
2.5.1	Modélisation en monodisperse . . . . .	47
2.5.2	Modélisation en polydisperse . . . . .	51
2.6	Modèle de corrélations fluide-particules . . . . .	54
2.7	Modèles de fermeture pour les termes d’interaction fluide-particule . . . . .	55
2.8	Classification des régimes dans les écoulements gaz-solide . . . . .	58
2.9	Détermination de temps caractéristiques . . . . .	60
2.10	Conclusion . . . . .	61
<b>3</b>	<b>Validation par expériences numériques</b>	<b>63</b>
3.1	Particules en chute libre . . . . .	63
3.2	Ecoulement granulaire sec cisailé . . . . .	67
3.2.1	Résultats . . . . .	70
3.3	Conclusion . . . . .	75
<b>4</b>	<b>Simulation numérique d’un jet de particules monodisperses en régime dilué</b>	<b>79</b>
4.1	Introduction . . . . .	79
4.2	Le code Saturne_polyphasique@tlse . . . . .	80
4.2.1	La Discrétisation Spatiale . . . . .	80
4.3	Description du banc d’essai Hishida . . . . .	81
4.4	Maillage . . . . .	82
4.5	Mesures . . . . .	83
4.6	Description physique . . . . .	83
4.6.1	Cas 1 : Particules lourdes . . . . .	83
4.6.2	Cas 2 : Particules légères . . . . .	83
4.6.3	Description numérique . . . . .	89
4.7	Présentation des résultats . . . . .	90
4.7.1	Cas 1 : Particules lourdes . . . . .	92

## TABLE DES MATIÈRES

---

4.7.2	Cas 2 : Particules légères . . . . .	104
4.8	Conclusions . . . . .	116
<b>5</b>	<b>Simulation d'un jet polydisperse en aval d'un <i>bluff body</i>.</b>	<b>117</b>
5.1	Introduction . . . . .	117
5.2	Description de la configuration expérimentale . . . . .	118
5.3	Caractéristiques des particules . . . . .	120
5.4	Temps caractéristiques . . . . .	125
5.5	Maillage . . . . .	126
5.6	Mesures . . . . .	127
5.7	Description numérique . . . . .	127
5.8	Présentation des résultats . . . . .	128
5.9	Conclusions . . . . .	138
<b>6</b>	<b>Etude de la ségrégation dans les lits fluidisés denses</b>	<b>139</b>
6.1	Introduction . . . . .	139
6.2	Description fondamentale des lits fluidisés . . . . .	140
6.3	Régimes de fluidisation . . . . .	141
6.4	Avantages et inconvénients des lits fluidisés . . . . .	143
6.5	Classification des particules fluidisées . . . . .	144
6.6	Simulation numérique d'un lit dense monodisperse . . . . .	146
6.6.1	Description des simulations . . . . .	146
6.6.2	Maillages . . . . .	147
6.6.3	Mesures . . . . .	148
6.6.4	Description numérique . . . . .	149
6.6.5	Présentation des Résultats . . . . .	150
6.7	Simulations avec une distribution bidisperse . . . . .	156
6.7.1	Description des simulations . . . . .	157
6.7.2	Maillage . . . . .	158
6.7.3	Mesures . . . . .	159
6.7.4	Description numérique . . . . .	160
6.7.5	Présentation des Résultats . . . . .	161
6.8	Influence du coefficient d'élasticité $e$ . . . . .	166

6.8.1	Description des simulations . . . . .	167
6.8.2	Maillage . . . . .	169
6.8.3	Mesures . . . . .	170
6.8.4	Description numérique . . . . .	170
6.8.5	Présentation des Résultats . . . . .	171
6.9	Conclusion . . . . .	178
<b>Conclusion</b>		<b>181</b>
	Perspectives . . . . .	182

## NOMENCLATURE ET CONVENTIONS D'ECRITURE

### Conventions d'écriture

Lettre + indice 1 : grandeur fluide (ex :  $\mathbf{u}_1$ )

Lettre + indice  $\omega$  : grandeur particulaire (ex :  $\mathbf{u}_\omega$ )

Minuscule : grandeur instantanée : (ex :  $\mathbf{u}$ )

Majuscule : grandeur moyenne (ex :  $\mathbf{U}$ )

Minuscule + prime : grandeur fluctuante (ex :  $\mathbf{u}'$ )

$\langle \rangle_k$  : Grandeur moyenne calculée par rapport à la phase  $k$

Vitesse + étoile : vitesse post-collisionnelle (ex :  $\mathbf{c}_\omega^*$ )

Lettre + circonflex : déviateur (partie sans trace) d'un tenseur (ex :  $\widehat{R}_{2,ij}$ )

### Lettres Romaines

$A_I$  : Surface à l'interface dans le volume de contrôle

$A_k$  : Surface associée à la phase  $k$  dans le volume de contrôle

$\mathbf{c}_{\beta\omega}$  : Vitesse relative des particules

$C_d$  : Coefficient de traînée

$\mathbb{C}_{\omega\beta}$  : Opérateur de collision de Boltzmann entre deux particules  $\omega$  et  $\beta$

$d_\omega$  : Diamètre de particule  $\omega$

$d_{\omega\beta}$  : Distance entre deux centres de particules au moment d'une collision

$D_{ij}$  : Tenseur des déformations

$e_{\omega\beta}$  : Coefficient de restitution entre la particule  $\omega$  et  $\beta$

$f_\omega^{(0)}$  : Fonction maxwellienne de distribution de vitesses à la particule  $\omega$

$f_\omega^{(1)}$  : Fonction de distribution de vitesses à la particule  $\omega$

$f_{\omega\beta}^{(2)}$  : Fonction de distribution des paires entre les particules  $\omega$  et  $\beta$

$\mathbf{F}$  : Force

$\mathbf{g}$  : Gravité

- $\mathbf{G}_{\omega\beta}$  : Vitesse des centres de masse  
 $g_o$  : Fonction de distribution radiale en monodisperse  
 $g_{\omega\beta}$  : Fonction de distribution radiale en polydisperse  
 $\mathbf{I}_k$  : Transfert interfacial de quantité de mouvement de la phase  $k$   
 $\mathbf{J}_k$  : Flux moléculaire de la phase  $k$   
 $\mathbb{J}_{\omega\beta}$  : Effets des collisions entre les particules de toutes espèces  
 $k$  : Indice identificateur de phase  
 $\mathbf{k}$  ou  $k_i$  : Vecteur unitaire de collision entre les particules  $\omega$  et  $\beta$   
 $m_\omega$  : Masse d'une particule  $\omega$   
 $\dot{m}_k$  : Flux de masse à l'interface  
 $n_\omega$  : Nombre moyen des particules  $\omega$  par unité de volume  
 $\mathbf{n}_k$  : Vecteur unitaire normal extérieur à l'interface de la phase  $k$   
 $n$  : Nombre totale de phases  
 $p$  : Pression  
 $q_1^2$  : Energie du fluide  
 $q_\omega^2$  : Energie des particules  
 $q_{1\omega}$  : Covariance fluide/particules  
 $\mathbf{r}$  (ou  $\mathbf{x}$ ): Coordonnée dans l'espace ou vecteur de position  
 $Re$  : Nombre de Reynolds  
 $R_{1\omega,ij}$  : Tenseur covariant fluide/particule  
 $R_{\omega,ij}$  : Tenseur de contraintes cinétiques  
 $S_{\omega,ijk}$  : Tenseur cinétique d'ordre 3  
 $\mathbf{u}_I$  : Vitesse de déplacement de l'interface  
 $\mathbf{u}_k$  : Vitesse de la phase  $k$   
 $V_k$  : Volume associée à la phase  $k$  dans le volume de contrôle  
 $t$  : Temps  
 $\mathbf{x}$  (ou  $\mathbf{r}$ ): Coordonnée dans l'espace ou vecteur de position  
 $X_k$  : Fonction caractéristique de phase  
 $z$  : Rapport entre le glissement moyen des particules et la vitesse relative fluctuante

**Lettres grecques**

- $\alpha_\omega$  : Fraction volumique de la phase  $\omega$

## NOMENCLATURE ET CONVENTIONS D'ECRITURE

---

- $\alpha_m$  : Fraction volumique maximale de solide  
 $\beta$  (ou  $\omega$ ): Indice identificateur de la phase solide  
 $\delta$  : Fonction Dirac  
 $\varepsilon$  : Dissipation fluide  
 $\tilde{\varepsilon}_1$  : Dissipation de la turbulence du fluide à grande échelle  
 $\delta\varepsilon_1$  : Dissipation dans le sillage des particules  
 $\chi_{\omega\beta}(\psi_\omega)$  : Operateur de redistribution par collision de la grandeur  $\psi_\omega$   
 $\phi_k$  : Terme source associé à l'équation de transport de la grandeur  $\psi_k$   
 $\phi_I$  : Terme source à l'interface dans l'équation de transport de la grandeur  $\psi_k$   
 $\Gamma_k$  : Transfert interfacial de masse  
 $\nu_k$  : Viscosité cinématique de la phase  $k$   
 $\nu_k^t$  : Viscosité turbulente de la phase  $k$   
 $\omega$  (ou  $\beta$ ): Indice identificateur de la phase solide  
 $\Pi_{k,ij}$  : Forces par les particules sur la turbulence du fluide  
 $\tilde{\Pi}_{q1}$  : Travail de la trainée sur l'écoulement non perturbé  
 $\delta\Pi_{q1}$  : Transfert interfacial de l'écoulement perturbé par la particule  
 $\Pi_{\varepsilon_1}$  : Influence des fluctuations particulaires sur la turbulence du fluide à grande échelle  
 $\Pi_{\tilde{\varepsilon}_1}$  : Couplage diphasique  
 $\psi_\omega$  : Grandeur de la phase solide  $\omega$   
 $\rho_\omega$  : Masse volumique de la phase solide  $\omega$   
 $\theta_{\omega\beta}(\psi_\omega)$  : Operateur de transport par collision de la grandeur  $\psi_\omega$   
 $\Theta_{k,ij}$  : Moyenne du tenseur des contraintes visqueuses  
 $\sigma_{1,ij}$  : Tenseur des contraintes de la phase continue  
 $\Sigma_k$  : Tenseur des contraintes moyen de la phase  $k$   
 $\tau_{1,ij}$  : Tenseur des contraintes visqueuses de la phase continue  
 $\tau_\omega^c$  : Temps de collision  
 $\tau_{1\omega}^F$  : Temps de trainée  
 $\tau_k^t$  : Temps d'autocorrélation de la phase  $k$   
 $\tau_{1\omega}^t$  : Temps d'autocorrélation du fluide vu par les particules  
 $\tau_1^t$  : Temps d'autocorrélation du fluide

## NOMENCLATURE ET CONVENTIONS D'ECRITURE

---

# Introduction

Les écoulements gaz-solide ont été étudiés pendant plusieurs décennies d'une façon intensive, principalement en raison des applications importantes dans les domaines nucléaires, chimiques et pétroliers. Récemment, les observations expérimentales du comportement de ce type d'écoulement ont contribué à augmenter la compréhension des mécanismes fondamentaux, qui alternativement fournissent des bases pour la modélisation des équations de conservation et des lois constitutives des systèmes gaz-solide. Bien que les systèmes fluides multiphasiques aient largement été utilisés avec succès, et soient répandus dans des opérations industrielles commerciales, beaucoup reste à faire du fait de la complexité des interactions gaz-solide et interparticulaires. Afin d'améliorer les connaissances sur le comportement complexe de l'écoulement multiphasique, une recherche complémentaire est nécessaire.

Ces dernières années, la simulation numérique des écoulements multiphasiques est devenue un outil apprécié et utile dans la modélisation des écoulements gaz-solide ; beaucoup de progrès ont été accompli dans le développement de codes qui puissent décrire le comportement des lits fluidisés. La plupart des modèles développés sont basés sur la description de la théorie à *Deux-Phases* entre un gaz et une phase dispersée solide, où toutes les particules sont considérées comme identiques, caractérisées par un diamètre, un facteur de forme, une masse volumique et un coefficient d'élasticité. Deux approches différentes sont employées pour les systèmes de gaz-solide : Eulerien et Lagrangien. L'approche eulérienne considère les phases solides et le gaz comme des milieux homogène. Les équations constitutives pour les phases dispersées sont basées sur la théorie cinétique des écoulements granulaires dont les travaux pionniers sont dû à Jenkins et Savage (1983) [51], Lun et al. (1984) [63], Ding et Gidaspow (1990) [25], et Gidaspow (1994) [33]. D'une façon récapitulative, Enwald et al. (1996) [28] donnent un examen général du modèle eu-

lierien à deux-fluides et la fermeture des équations constitutives. La dynamique de chaque particule et de son interaction avec le fluide est modélisée. L'approche lagrangienne est limitée par le nombre de particules à simuler, elle ne peut pas être envisageable pour des systèmes gaz-solide denses à échelle industrielle.

L'amélioration des performances des processeurs a rendu possible la résolution numérique des équations de Navier-Stokes en régime turbulent. Arastoopour et Gidaspow (1979) [2] ont utilisés des équations non visqueuses plus le terme de pression granulaire pour la phase dispersée et obtenu un comportement acceptable des solides dans un lit fluidisé circulant. Tsuo et Gidaspow (1990) [81] ont incorporé des viscosité de particules et simulé l'écoulement biphasique dans une canalisation verticale. Ils pouvaient décrire deux régimes différents d'écoulement : écoulement du noyau et écoulement d'anneau. L'importance du terme visqueux était évidente, et a ainsi amélioré la façon de modéliser la turbulence des systèmes gaz-solide.

Elghobashi et Abou-Arabe (1983) [27] et Chen (1985) [14] ont employé le modèle de  $k - \epsilon$  dans la phase continue pour prévoir l'effet de la phase dispersée. Ce modèle décrit la conservation de l'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation pour la phase gazeuse sans les interactions particule-particule. Probablement l'approche la plus acceptable aujourd'hui pour modeliser les écoulements de particules est la *théorie cinétique des écoulements granulaires*. Elle est basé sur la théorie cinétique des gaz hors équilibre, comme celle présentée dans le travail classique de Chapman et Cowling (1970) [13]. Bagnold (1954) [4] a commencé réellement ce travail dès les années 50 et a dérivé une pression des particules dans l'écoulement de cisaillement uniforme à partir d'une expression simple pour la fréquence collisionnelle des particules. Il a également proposé une fonction de distribution radiale qui maintenant est peu employée.

La *température granulaire* défini comme proportionnelle au carré de la vitesse fluctuante, a été présentée la première fois par Jenkins et Savage (1983) [51]. Par une approche basée sur la théorie cinétique des gaz, ils ont résolu une équation de conservation pour la température granulaire. Pour tenir compte des collisions non élastiques entre deux particules, ils ont présenté un coefficient de restitution ; Lun et al. (1984) [63] ont continué ce travail. Lun et Savage (1987) [61] ont dérivé des équations pour l'écoulement granulaire en supposant les particules monodisperses, rugueuses, non élastiques, et sphériques.

Ding et Gidaspow (1990) [25] ont prolongé le modèle granulaire de l'écoulement en

commençant par l'équation de Boltzmann pour la distribution de vitesse des particules. La fonction de distribution de vitesses particulaires a été supposée Maxwellienne. Le transport collisionnel est basé sur l'hypothèse de collisions binaires, discrètes et non élastiques. En conséquence, le modèle est valide seulement pour les écoulements gaz-solides denses. Gidaspow (1994) [33] a prolongé ce travail, et a inclus l'effet d'une distribution non-Maxwellienne de vitesses. Plus tard, Kim et Arastoopour (1995) [53] ont prolongé la théorie cinétique pour les particules cohésives. Ils ont développé un code pour décrire l'écoulement du gaz et des particules d'un craqueur catalytique fluide dans une canalisation verticale d'un réacteur en lit fluidisé circulant.

Au sein de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse on collabore avec le groupe de Mécanique des Fluides Industrielle du Laboratoire National d'Hydraulique de EDF où existe un fort engagement dans la modélisation et le traitement numérique de phénomènes qu'impliquent le mouvement couplé entre deux ou plusieurs phases. Ainsi on peut évoquer des notables travaux de recherche précédents qui ont permis de prendre en compte les effets turbulents du fluide intersticiel avec les particules, parmi eux on notera la thèse de He (1994)[41], qui présente une validation en régime dilué; la thèse de Boëlle, (1997)[7], qui montre une validation en régime dense par application à des configurations expérimentales et comparaison avec des résultats de mesures. On notera aussi les travaux de Deutsch (1992)[23], de Lavieville (1997)[59] et de Simonin et al. (1995)[77] qui présentent des validations des parties du modèle par comparaison avec des simulations lagrangiennes des particules couplées aux simulations des grandes échelles de la turbulence du fluide.

Dans les systèmes gaz-solide, la ségrégation de particules due à la différence en taille et/ou en masse volumique jouent un rôle significatif sur le comportement de l'écoulement. Pour décrire de tels phénomènes, un développement des modèles sur les phases polydisperses de particules est essentiel. Arastoopour et al. (1982) [3] ont prolongé les équations multiphasiques non visqueuses de l'écoulement en une dimension pour le gaz et huit types de particules différentes en incluant des interactions particule-particule dans leur modèle, pour prévoir la ségrégation de particules dans un système vertical de transport pneumatique. Jenkins et Mancini (1987) [50] ont contribué à la théorie cinétique pour l'écoulement granulaire de mélanges binaires. Mathiesen et al. (1997) [67] ont développé un modèle d'écoulement basé sur ce travail et ont effectué une simulation avec un gaz et trois phases de solides. Ils ont rapporté une bonne concordance des effets de ségrégation

avec des données expérimentaux. Lathouwers et Bellan (2000) [56] et Zamankhan (1995) [87] ont considéré la dynamique statistique de chaque espèce de particule. De nombreux paramètres peuvent influencer le comportement des écoulements diphasiques comme la complexité de la géométrie, la taille des particules, la distribution de vitesses du gaz et des inclusions et la variation des concentrations (Vit, 1999 [10]). La caractérisation des systèmes multiphasiques dans différents domaines a encore besoin d'une recherche de façon intense.

Une étude, des mélanges binaires de particules en interaction avec un champ fluide turbulent pour l'application aux lits fluidisés est menée par Gourdel (1999)[37]. Dans le même cadre de recherche on peut citer aussi la modélisation eulérienne d'écoulements turbulents diphasiques gaz-solide présentant une granulométrie étendue de la phase dispersée effectuée par Vit (1999)[10] et la modélisation des écoulements à phase dispersée en tenant compte de l'effet de la turbulence du fluide sur les interactions particule-particule (Fede, 2004 [29]).

Dans le cadre de notre étude, on traite la modélisation eulérienne des écoulements multiphasiques avec un intérêt spécifique pour la caractérisation des termes de collision entre les particules et son influence sur le comportement du fluide. Ces collisions, responsables du transfert de quantité de mouvement, modifient significativement les termes de viscosité et pression granulaire. Une étude des différents effets sur la phase discrète est présentée ici. De manière générale, la modélisation est validée sur des résultats obtenus expérimentalement, soit à partir des configurations industrielles, soit à l'aide de simulations numériques validées par d'autres groupes de recherche. On s'attache à modéliser la phase continue en introduisant une fonction de distribution de phase (Delhay, 1974 [21] ; Drew, 1983 [26]). La dérivation des équations bilans de la phase dispersée s'appuie sur le formalisme de la théorie cinétique, cette approche permet d'introduire en même temps la modélisation liée aux différentes classes de particules.

Le premier chapitre est consacré à modéliser la phase continue en écrivant les équations de transport moyennées en considérant les contributions dues aux effets turbulents et l'influence de la présence des particules. Le deuxième chapitre aborde la modélisation de la phase discrète en tenant compte des facteurs de l'hydrodynamique liés aux vitesses fluctuantes. Dans cette partie une contribution significative sur les modèles est faite et on essaie de simplifier leur utilisation. Le chapitre trois montre une validation des effets

collisionnels à partir des expériences numériques. Dans le chapitre quatre, on fait une validation d'un système à phase dispersée très diluée. On compare les résultats avec ceux obtenus par le code MELODIF qui a été validé de façon satisfaisante (Vit, 1999 [10]). Le chapitre cinq présente la validation de la simulation d'un jet axisymétrique polydispersé avec *Saturne\_polyphasique@Tlse* et neuf classes de particules ; en comparant les résultats numériques et expérimentaux. Une étude de la ségrégation a été considérée dans le chapitre seize, où on fait d'abord une étude de l'influence du maillage sur les simulations d'un lit fluidisé dense et ensuite une analyse sur la sensibilité à la vitesse de fluidisation ainsi qu'au coefficient d'élasticité  $e$ .



# Chapitre 1

## Caractérisation de la phase continue

### 1.1 Introduction

Le développement d'un modèle mathématique dans le but de la description générale d'un système multiphasique a longtemps été un défi pour les chercheurs du domaine. Bien qu'il y ait un progrès important maintenant, les relations constitutives complètes ne sont pas entièrement établis, plusieurs approches qui se sont avérées utiles prévoient le comportement d'un écoulement gaz-solide, en particulier pour les applications techniques. Ainsi on trouve l'approche *Lagrangienne* des trajectoires, l'approche *Eulérienne* de milieux continus et la modélisation à partir de la *théorie cinétique* pour décrire les collisions interparticulaires. L'approche Lagrangienne des trajectoires, à partir de l'étude des mouvements de différentes particules, donne la trajectoire de chaque inclusion. L'approche Eulérienne des milieux continus, fournit un *champ* qui décrit la dynamique de chaque phase. La théorie cinétique de milieux granulaires, étendu de la théorie cinétique des gaz peut être appliquée aux systèmes en suspensions denses où le transport dans la phase de particules est dominé par les collisions interparticulaires.

La phase continue subie une influence des forces externes, et est régie par les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans le cadre de l'approche Eulérienne. Les particules peuvent être soumises à d'autres forces, par exemple la pesanteur, la thermophorèse, électrostatiques (pour les particules chargées), et toutes ces forces avec la deuxième loi de Newton contrôlent la trajectoire Lagrangienne du mouvement de chaque particule. En général, les particules sont transportées par la phase continue qui

lui aussi subit une force de réaction occasionnée par ces particules. L'inclusion de telles forces dans les équations du fluide et les modifications dues à la présence de ces particules font que les équations sont par nature couplées.

Dans ce chapitre la modélisation dans le cadre eulérienne de la phase continue est décrite. Dans le cadre de la modélisation considérée comme l'approche à *Deux-Fluides*, on peut dériver les équations aux grandeurs moyennes pour chaque phase. A partir des équations locales instantanées monophasiques de la mécanique des milieux continus on applique un opérateur de moyenne "  $\langle \ \rangle$  " et pondère par la fonction caractéristique de phase  $X_k$  (Delhaye, 1974[21]; Drew, 1983[26]). La phase dispersée sera décrite dans le chapitre 2 par une approche probabiliste du mouvement des particules.

L'influence de la phase composée par les particules a un rôle non négligeable sur la phase continue via les termes de couplage interfaciaux. Ces termes sources ou de couplage inverse liés aux particules, apparaissent également dans les modèles de turbulence  $k - \varepsilon$  et  $R_{ij} - \varepsilon$ .

## 1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes

Cette partie est consacrée à décrire la modélisation Eulérienne de la phase continue pour obtenir les équations de transport moyennes. On fait appel aussi à quelques notation d'introduction pour situer les variables de chaque phase, étant indicées  $k = g$  relativement à la phase fluide et celles relatives à la phase dispersée sont indicées  $k = 2$  (dans le chapitre 2 on considère que la phase dispersée peut être constituée par une ou plusieurs classes, soit  $\omega = 2, 3, 4, \dots n$ ).

### 1.2.1 Équations locales instantanées de la phase continue

Dans les applications avec des phases mélangées, il est nécessaire de suivre la procédure de moyenne afin que les équations de conservation puissent être résolues. La moyenne d'espace, la moyenne temporelle et la moyenne d'ensemble sont les plus importantes. Il y a différentes manières de formuler un modèle à *Deux-Fluides*, selon la démarche de la moyenne et les lois de fermeture adoptées. L'idée générale est d'abord de formuler les équilibres intégraux pour la masse, la quantité de mouvement et l'énergie dans un volume de contrôle fixe contenant les deux phases. Cet équilibre doit être satisfait à tout moment

## 1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes

à un point quelconque dans l'espace. On est réduit ainsi à deux types d'équations locales, l'une étant l'équation locale instantanée pour chaque phase et l'autre une expression des conditions instantanées locaux de saut, c'est à dire les interactions entre les phases à l'interphase. En principe, cet ensemble d'équations peut être résolu par la simulation directe en utilisant une maille numérique plus fine que les plus petites échelles de longueur de l'écoulement et un pas de temps plus court que les échelles de temps des fluctuations les plus rapides. Ceci, cependant, a besoin de temps de calcul peu réalistes. Une procédure générale pour développer un modèle de deux-fluides est montrée dans la figure (1.1).

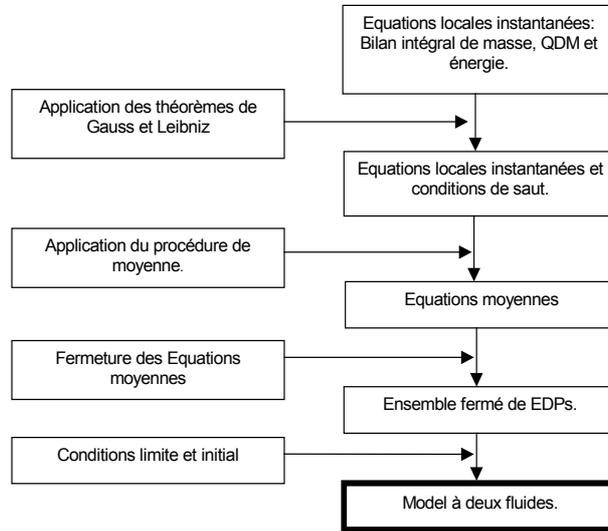


FIG. 1.1 – La démarche général du modèle à Deux-Phases (Enwald et al., 1997)

On considère un volume de contrôle fixe dans l'espace (Figure 1.2) et partagé par deux phases identifiées par l'indice  $k$ . L'interface  $A_I(t)$  se déplace avec la vitesse  $\mathbf{u}_I$ . Quand un vecteur ou une variable scalaire  $\psi_k$  appartenant à la phase  $k$  doit être transporté au travers le volume de contrôle en utilisant un système de coordonnées fixe (approche Eulérienne), l'équilibre intégral est décrit (Delhaye, 1981[22])

$$\sum_{k=g}^n \left( \frac{d}{dt} \int_{V_k(t)} \rho_k \psi_k dV \right) = \int_{A_I(t)} \phi_I dA + \sum_{k=g}^n \left( - \int_{A_k(t)} \rho_k \psi_k (\mathbf{u}_k \cdot \mathbf{n}_k) dA + \int_{V_k(t)} \rho_k \phi_k dV - \int_{A_k(t)} \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{n}_k dA \right) \quad (1.1)$$

où,  $\mathbf{n}_k$  est le vecteur normal unitaire à l'interface du volume occupé par la phase  $k$  et

dirigé extérieurement qui vérifie par construction l'égalité  $\mathbf{n}_g = -\mathbf{n}_2$ ;  $\mathbf{u}_k$  est la vitesse de la phase  $k$ ;  $\rho_k$  est la masse volumique;  $\psi_k$  est la quantité conservée,  $\mathbf{J}_k$  est le flux moléculaire;  $\phi_k$  est le terme source et  $\phi_I$  est le terme source à l'interface. En utilisant le théorème de Leibniz, le côté gauche de (1.1) peut être transformé en une intégrale de volume et une intégrale de surface qui prend en compte le mouvement de l'interface.

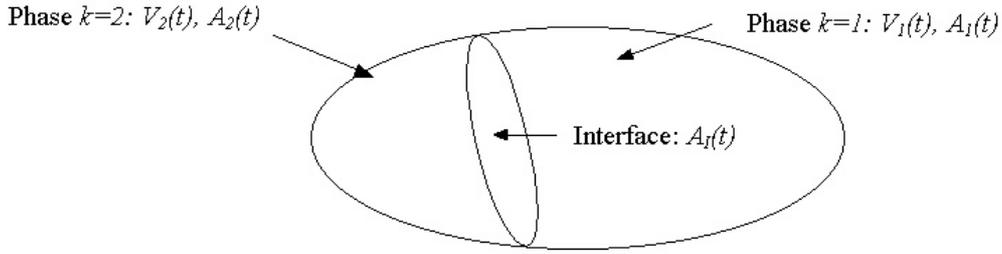


FIG. 1.2 – Volume de contrôle fixe contenant les deux phases.

Le terme de convection et le terme de diffusion peuvent être réécrits comme la somme d'une intégrale de volume et d'une intégrale de surface en employant le théorème de Gauss. L'équation (1.1) peut alors être réécrite en tant qu'une intégrale de volume occupés par les deux phases et une intégrale de surface qui contient les conditions de saut à travers de l'interface :

$$\sum_{k=g}^2 \int_{V_k(t)} \left( \frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \psi_k) + \nabla \cdot (\rho_k \psi_k \mathbf{u}_k) + \nabla \cdot \mathbf{J}_k - \rho_k \phi_k \right) dV - \int_{A_I(t)} \left( \sum_{k=g}^2 (\dot{m}_k \psi_k + \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{n}_k) + \phi_I \right) dA = 0 \quad (1.2)$$

Dans la deuxième intégrale de l'équation ci-dessus,  $\dot{m}_k$  est le transfert de masse par unité de surface de l'interface et par unité de temps, définie comme

$$\dot{m}_k = \rho_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_I) \cdot \mathbf{n}_k \quad (1.3)$$

L'équation (1.2) doit être satisfaite pour tout  $V_k(t)$  et  $A_I(t)$ , ainsi, l'équation générale local instantanée est

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_k \psi_k) + \nabla \cdot (\rho_k \psi_k \mathbf{u}_k) + \nabla \cdot \mathbf{J}_k - \rho_k \phi_k = 0 \quad (1.4)$$

## 1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes

---

et la condition local instantanée générale de saut à l'interface s'écrit

$$\sum_{k=g}^2 \left( \dot{m}_k \psi_k + \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{n}_k \right) = -\phi_I \quad (1.5)$$

l'équation locale instantanée et la correspondante condition de saut peuvent être appliqué au transport de la masse, quantité de mouvement, énergie, espèce chimique en accord avec le tableau (1.1).

Bilan	$\psi_k$	$\mathbf{J}_k$	$\phi_k$	$\phi_I$
Masse	1	0	0	0
QDM	$\mathbf{u}_k$	$-\boldsymbol{\tau}_k$	$\mathbf{g}$	0
Energie	$E_k$	$-\mathbf{q}_k - \boldsymbol{\tau}_k \cdot \mathbf{u}_k$	$\mathbf{g} \cdot \mathbf{u}_k$	0
Entropie	$s_k$	$\mathbf{q}_k / \theta_k$	$\Delta_k / \rho_k$	$\Delta_I$

TAB. 1.1 – *Grandeurs des termes dans les bilans de transport et conditions de saut.*

Ainsi, le bilan de conservation de masse de la phase continue ( $k = g$ ) est alors

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g) + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g) = 0 \quad (1.6)$$

avec la condition de saut à l'interface

$$\sum_{k=g}^2 \dot{m}_k = 0 \quad (1.7)$$

Le bilan de quantité de mouvement de la phase continue est

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_g \mathbf{u}_g) + \nabla \cdot (\rho_g \mathbf{u}_g \mathbf{u}_g) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_g - \rho_g \mathbf{g} = 0 \quad (1.8)$$

avec la condition de saut

$$\sum_{k=g}^2 \left( \dot{m}_k \mathbf{u}_k - \boldsymbol{\sigma}_k \cdot \mathbf{n}_k \right) = 0 \quad (1.9)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}_k$  est le tenseur de contraintes et  $\mathbf{g}$  la pesanteur. Le tenseur des contraintes  $\sigma_{g,ij}$  est constitué par

$$\sigma_{g,ij} = -p_g \delta_{ij} + \tau_{g,ij} \quad (1.10)$$

où  $p_g$  est la pression de la phase continue;  $\tau_{g,ij}$  représente la partie dissipative du tenseur des contraintes, qui dans le cas d'un fluide Newtonien peut se mettre sous la forme générale :

$$\tau_{g,ij} = \rho_g \nu_g \left( \frac{\partial u_{g,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{g,j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho_g \nu_g \frac{\partial u_{g,l}}{\partial x_l} \delta_{ij} \quad (1.11)$$

où  $\nu_g$  est la viscosité cinématique du fluide.

### 1.2.2 Propriétés de l'opérateur de moyenne

Dans l'approche eulérienne, les équations instantanées locales doivent être moyennées d'une manière appropriée, dans l'espace, dans le temps ou comme une moyenne d'ensemble. Ceci permet de faire des simulations sur une maille plus grande et sur une étape de temps plus longue dans la simulation numérique, mais présente malheureusement des expressions additionnelles pour fermer l'ensemble des équations. On commence par multiplier l'équation instantanée locale (1.4) par la fonction caractéristique de phase  $X_k$  qui vaut 1 dans la phase  $k$  et 0 dans l'autre phase. On ferait appel aussi aux propriétés de moyenne appliquées aux fonctions ou variables  $f$  et  $g$ .

$$\langle f + g \rangle = \langle f \rangle + \langle g \rangle \quad (1.12)$$

$$\langle \langle f \rangle g \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle \quad (1.13)$$

$$\langle \text{constante} \rangle = \text{constante} \quad (1.14)$$

$$\langle \nabla f \rangle = \nabla \langle f \rangle \quad (1.15)$$

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{f} \rangle = \nabla \cdot \langle \mathbf{f} \rangle \quad (1.16)$$

$X_k$  vérifie les égalités suivantes :

$$\frac{\partial X_k}{\partial t} + \mathbf{u}_I \cdot \nabla X_k = 0 \quad (1.17)$$

$$\nabla X_k = -n_{k,j} \delta_k \quad (1.18)$$

où  $\delta_k$  est la distribution de Dirac associé à l'interface vue par la phase  $k$ . La forme général du bilan moyenné est :

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle X_k \rho_k \psi_k \rangle + \nabla \cdot \langle X_k \rho_k \psi_k \mathbf{u}_k \rangle + \nabla \cdot \langle X_k \mathbf{J}_k \rangle - \langle X_k \rho_k \phi_k \rangle = \left\langle \dot{m}_k \psi_k + \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{n}_k \frac{\partial X_k}{\partial n} \right\rangle \quad (1.19)$$

le terme à droite de la équation (1.19) correspond au transport à l'interface. De la même façon, la distribution caractéristique de phase est utilisée pour transformer la condition instantanée de saut en la condition moyennée de saut

$$\sum_{k=g}^2 \left\langle \dot{m}_k \psi_k + \mathbf{J}_k \cdot \mathbf{n}_k \frac{\partial X_k}{\partial n} \right\rangle = - \left\langle \phi_I \frac{\partial X_k}{\partial n} \right\rangle \quad (1.20)$$

La décomposition de Reynolds et la moyenne en temps sont normalement employés pour la modélisation de la turbulence afin de séparer les composantes de fluctuation des variables et les variables temps-moyennes. Ceci aura comme conséquence des termes supplémentaires dans l'équation contenant les corrélations des composantes de fluctuation.

## 1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes

---

En définissant la vitesse locale instantanée du fluide  $\mathbf{u}_g$  comme la somme d'une vitesse moyenne  $\mathbf{U}_g$  plus une vitesse fluctuante  $\mathbf{u}'_g$ ,

$$\mathbf{u}_g = \mathbf{U}_g + \mathbf{u}'_g \quad (1.21)$$

où on vérifie que

$$\langle \mathbf{u}'_g \rangle_g = 0 \quad (1.22)$$

l'énergie cinétique turbulente du fluide  $q_g^2$  est :

$$q_g^2 = \frac{1}{2} \langle \mathbf{u}'_g \cdot \mathbf{u}'_g \rangle_g \quad (1.23)$$

### 1.2.3 Bilan de masse moyenne pour la phase fluide

La forme du bilan de masse moyenne peut être dérivée à partir de l'équation (1.19) avec les grandeurs correspondant aux variables du bilan de masse données par le tableau (1.1) ainsi comme les propriétés de moyenne :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \overline{\rho}_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \overline{\rho}_g \mathbf{U}_g) = \Gamma_g \quad (1.24)$$

où  $\mathbf{U}_g$  est la vitesse moyenne du fluide obtenue à partir de la décomposition de Reynolds comme  $\alpha_g \mathbf{U}_g = \langle \mathbf{u}_g \rangle_g$ ;  $\alpha_g$  est la fraction volumique de la phase continue, où  $\alpha_g = \langle X_g \rangle$ ;  $\overline{\rho}_g$  est la masse volumique moyenne. Pour simplifier la notation des variables, dans la suite on va renommer cette masse volumique justement comme  $\rho_g$ . Le terme de transfert interfacial de masse entre les phases,  $\Gamma_g$ , est écrit

$$\Gamma_g = \langle \rho_g [u_{I,j} - u_{g,j}] n_{g,j} \delta_g \rangle \quad (1.25)$$

Les conditions de saut établissent aussi que  $\Gamma_g + \Gamma_2 = 0$ . On y remarque la participation d'un terme de transfert interfacial  $\Gamma_2$  qui résulte du bilan de masse de la phase dispersée. Ce terme sera traité dans le chapitre 2.

### 1.2.4 Bilan de quantité de mouvement moyenne pour la phase fluide

L'équation de quantité de mouvement est obtenue à partir de l'équation (1.19) avec les valeurs correspondant aux variables du bilan de quantité de mouvement données par le

tableau (1.1) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g \mathbf{U}_g) + \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \mathbf{U}_g \mathbf{U}_g) = \nabla \cdot (\alpha_g \Sigma_g) + \alpha_g \rho_g \mathbf{g} - \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \langle \mathbf{u}'_g \mathbf{u}'_g \rangle_g) + \mathbf{I}_g \quad (1.26)$$

où  $\Sigma_g$  est la moyenne du tenseur des contraintes :

$$\alpha_g \Sigma_g = \langle -p_g \delta_{ij} + \tau_{g,ij} \rangle_g = -\alpha_g P_g \delta_{ij} + \alpha_g \Theta_{g,ij} \quad (1.27)$$

$P_g$  est la pression moyenne et  $\Theta_{g,ij}$  représente la moyenne du tenseur des contraintes visqueuses sur la phase continue. Le vecteur  $\mathbf{I}_g$  représente le transfert de quantité de mouvement à l'interface :

$$I_{g,i} = \langle [\rho_g u_{g,i} (u_{I,j} - u_{g,j}) + \sigma_{g,ij}] n_{g,j} \delta_g \rangle \quad (1.28)$$

ici  $I_{g,i}$  a deux contributions vectoriels : l'échange interfacial de quantité de mouvement dû au transfert de masse à travers l'interface, défini par le terme  $\rho_g u_{g,i} (u_{I,j} - u_{g,j}) n_{g,j} \delta_g$  ; et l'action des contraintes (pression+contraintes visqueuses) sur l'interface,  $\sigma_{g,ij} n_{g,j} \delta_g$ .

La forme non-conservative du bilan de quantité de mouvement peut s'écrire en utilisant l'équation de bilan de masse moyennée (1.24). Pour simplifier, on écrit la première contribution de  $I_{g,i}$  en introduisant une vitesse moyenne du flux de masse à la traversée de l'interface,  $U_\sigma$ , définie par :

$$\langle [\rho_g u_{g,i} (u_{I,j} - u_{g,j})] n_{g,j} \delta_g \rangle = U_{\sigma,i} \Gamma_g \quad (1.29)$$

On décompose ensuite la pression  $p_g$  en sa moyenne  $P_g$  et sa fluctuation  $p'_g$  dans la seconde contribution de  $I_{g,i}$  :

$$\langle \sigma_{g,ij} n_{g,j} \delta_g \rangle = \langle [-p'_g \delta_{ij} + \tau_{g,ij}] n_{g,j} \delta_g \rangle + P_g \frac{\partial \alpha_g}{\partial x_i} \quad (1.30)$$

L'équation bilan de quantité de mouvement moyenne s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_g \rho_g \mathbf{U}_g) + \alpha_g \rho_g \mathbf{U}_g \cdot \nabla (\mathbf{U}_g) &= -\alpha_g \nabla (P_g) + \alpha_g \rho_g \mathbf{g} - \nabla \cdot (\alpha_g \rho_g \langle \mathbf{u}'_g \mathbf{u}'_g \rangle_g) \\ &+ \nabla \cdot (\alpha_g \Theta_g) + \mathbf{I}'_g + [\mathbf{U}_\sigma - \mathbf{U}_g] \Gamma_g \end{aligned} \quad (1.31)$$

$\mathbf{I}'_g$  représente la force par unité de volume exercée à l'interface sur la phase continue, causée par les tensions visqueuses sur l'interface ainsi que par les fluctuations du champ de pression à proximité de l'interface. Il faut noter que les fluctuations affectent

$$I_{g,i} = \langle [-p'_g \delta_{ij} + \tau_{g,ij}] n_{g,j} \delta_g \rangle \quad (1.32)$$

## 1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes

---

Ce terme de transfert sera explicité au chapitre suivant au moment de l'écriture du bilan de quantité de mouvement de la phase dispersée. En supposant l'interface sans inertie et sans tension superficielle, nous pouvons écrire la relation  $\mathbf{I}'_g + \mathbf{I}'_2 = 0$ ; où  $\mathbf{I}'_2$  représente le terme de transfert interfacial de quantité de mouvement entre les phases dans l'équation de la phase dispersée.

Le développement des équations en grandeurs moyennes de la phase continue fait apparaître des termes inconnus qui doivent être modélisés :

- Les éléments du tenseur de Reynolds ou corrélations de la forme  $\langle \mathbf{u}'_g \mathbf{u}'_g \rangle_g$  qui apparaissent lors du passage à la moyenne de l'équation instantanée de quantité de mouvement et qui sont liés à la nature non-linéaire du terme convectif. Ils correspondent à un terme de transport par la partie fluctuante de la vitesse  $\mathbf{u}'_g$ .
- Les apports d'échange interfaciaux de masse  $\Gamma_g$  et de quantité de mouvement  $\mathbf{I}'_g$  entre les phases sont caractéristiques des écoulements diphasiques et ils doivent être modélisés également. Ces termes seront déterminés dans le chapitre suivant, par l'intermédiaire des termes  $\Gamma_2$  et  $\mathbf{I}'_2$ .

### 1.2.5 Caractérisation de la turbulence.

Dans cette partie nous nous intéresserons au traitement de la turbulence, notamment aux schémas proposés par les équations de transport des éléments du tenseur de Reynolds et le transport de l'énergie cinétique.

#### Équations de transport des tensions de Reynolds

La modélisation des contraintes turbulentes de la phase continue est nécessaire pour la fermeture du système d'équations obtenu. A partir d'une étude des équations locales instantanées en monophasique (Lance, 1979[64] ; Simonin, 1991[74]), il est possible d'obtenir les équations sur les moments de fluctuation de vitesse. Dans le cas particulier des écoulements à inclusions finement dispersées, il est utile de séparer les contributions respectives des fluctuations microscopiques liées aux grandeurs locales induits par la présence des inclusions (sillages) et des fluctuations turbulentes d'origine dynamique de l'écoulement localement non-perturbé par les inclusions.

L'équation de transport des composantes des tensions de Reynolds est obtenue en multipliant l'équation de quantité de mouvement instantanée sous forme non-conservative

(éq. 1.8) par  $\mathbf{u}'_g$  et en symétrisant, puis en moyennant à l'aide de l'opérateur " $\langle \rangle$ ". Cette démarche est en accord avec les hypothèses inhérentes aux méthodes Eulériennes, quand l'échelle de longueur caractéristique des structures turbulentes énergétiques est grande par rapport au diamètre des inclusions.

$$\begin{aligned}
 \alpha_g \rho_g \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{g,k} \frac{\partial}{\partial x_k} \right] \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g &= - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \alpha_g \rho_g \langle u'_{g,i} u'_{g,j} u'_{g,k} \rangle_g \right) \\
 &+ \frac{\partial}{\partial x_k} \alpha_g \left[ \langle u'_{g,i} \sigma'_{g,jk} \rangle_g + \langle u'_{g,j} \sigma'_{g,ik} \rangle_g \right] \\
 &- \alpha_g \rho_g \left[ \langle u'_{g,i} u'_{g,k} \rangle_g \frac{\partial U_{g,j}}{\partial x_k} + \langle u'_{g,j} u'_{g,k} \rangle_g \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_k} \right] \\
 &- \alpha_g \left[ \left\langle \sigma_{g,jk} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g + \left\langle \sigma_{g,ik} \frac{\partial u'_{g,j}}{\partial x_k} \right\rangle_g \right] \\
 &+ \langle (u'_{g,i} \sigma_{g,jk} + u'_{g,j} \sigma_{g,ik}) n_{g,k} \delta_g \rangle \\
 &+ \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rho_g (u_{I,k} - u_{g,k}) n_{g,k} \delta_g \rangle \\
 &- \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \langle \rho_g (u_{I,k} - u_{g,k}) n_{g,k} \delta_g \rangle \quad (1.33)
 \end{aligned}$$

Les deux premiers termes du membre de droite de l'équation (1.33) représentent les différentes contributions de la dispersion. Elle est dominée par le transport des fluctuations turbulentes de vitesse et par la pression, en négligeant le transport lié aux fluctuations de la partie dissipative du tenseur des contraintes visqueuses  $\tau'_{g,ij}$ .

Le terme de dispersion est alors :

$$D_{g,ij} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \alpha_g \rho_g \langle u'_{g,i} u'_{g,j} u'_{g,k} \rangle_g \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_g \langle u'_{g,i} p'_g \rangle_g \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_g \langle u'_{g,j} p'_g \rangle_g \right) \quad (1.34)$$

Le troisième terme de l'équation (1.33) représente la production induite par les gradients de vitesse moyenne (calculé exactement et noté  $P_{g,ij}$ ).

En décomposant le tenseur des contraintes  $\sigma_{g,jk}$  en sa moyenne et sa fluctuation, on peut écrire la première partie du quatrième terme de (1.33) sous la forme :

$$\alpha_g \left\langle \sigma_{g,jk} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g = \alpha_g \Sigma_{g,ij} \left\langle \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g + \alpha_g \left\langle \sigma'_{g,jk} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g \quad (1.35)$$

Contrairement au cas monophasique, l'effet de  $\alpha_g \left\langle \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g$  dans l'éq. (1.35) n'est pas nul. Il est développé en utilisant la propriété (1.18) de la fonction de distribution  $X_g$

$$\alpha_g \left\langle \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g = \left\langle X_g \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g = \frac{\partial}{\partial x_k} \langle X_g u'_{g,i} \rangle_g - \left\langle u'_{g,i} \frac{\partial X_g}{\partial x_k} \right\rangle_g = \langle u'_{g,i} n_{g,k} \delta_g \rangle \quad (1.36)$$

## 1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes

---

en remplaçant cet effet dans l'éq. (1.35) et  $\sigma'_{g,jk}$  par la pression et sa partie dissipative

$$\alpha_g \left\langle \sigma_{g,jk} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g = \Sigma_{g,ij} \langle u'_{g,i} n_{g,k} \delta_g \rangle - \alpha_g \left\langle p'_g \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g + \alpha_g \left\langle \tau'_{g,jk} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g \quad (1.37)$$

La seconde partie de l'éq. (1.35),  $\alpha_g \left\langle \sigma_{g,ik} \frac{\partial u'_{g,j}}{\partial x_k} \right\rangle_g$ , va faire apparaître deux contributions ; la première est un terme lié aux corrélations turbulentes de pression, qui comme pour les écoulements monophasiques est à trace nulle (donc ce terme est inexistant dans l'équation de l'énergie cinétique qu'on va établir ensuite) ; il joue principalement un rôle de redistribution d'énergie entre les différentes contraintes normales et de destruction de la contrainte de cisaillement. Il s'écrit :

$$\Phi_{g,ij} = \alpha_g \left[ \left\langle p'_g \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_j} \right\rangle_g + \left\langle p'_g \frac{\partial u'_{g,j}}{\partial x_i} \right\rangle_g \right] \quad (1.38)$$

La deuxième contribution correspond à la dissipation visqueuse des écoulement turbulents monophasiques, noté  $\varepsilon_{g,ij}$ . En diphasique, elle représente non seulement la dissipation visqueuse à petite échelle de l'écoulement non-perturbé mais aussi la dissipation des fluctuations "microscopiques" liées à la présence des inclusions (sillage) (Lance et al. 1991[55] ; Bel Fdhila et Simonin, 1992[6]),

$$\varepsilon_{g,ij} = \alpha_g \left[ \left\langle \tau'_{g,jk} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g + \left\langle \tau'_{g,ik} \frac{\partial u'_{g,j}}{\partial x_k} \right\rangle_g \right] \quad (1.39)$$

Les trois derniers termes du membre de droite de l'équation de transport des tensions de Reynolds (éq. 1.33) typiquement diphasiques, représentent le travail des forces appliquées aux particules dans le mouvement turbulent de la phase continue. On peut également ajouter la première partie de la relation (1.37) à sa première contribution et on obtient :

$$\begin{aligned} \Pi_{g,ij} &= \langle (u'_{g,i} \sigma'_{g,jk} + u'_{g,j} \sigma'_{g,ik}) n_{g,k} \delta_g \rangle \\ &+ \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rho_g (u_{I,k} - u_{g,k}) n_{g,k} \delta_g \rangle \\ &- \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \langle \rho_g (u_{I,k} - u_{g,k}) n_{g,k} \delta_g \rangle \end{aligned} \quad (1.40)$$

Ainsi, en posant  $R_{g,ij} = \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g$ , l'équation définitive de transport des tensions de Reynolds de la phase continue s'écrit sous la forme générale suivante :

$$\alpha_g \rho_g \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{g,k} \frac{\partial}{\partial x_k} \right] R_{g,ij} = D_{g,ij} + P_{g,ij} + \Phi_{g,ij} - \varepsilon_{g,ij} + \Pi_{g,ij} \quad (1.41)$$

### Equation de transport de l'énergie cinétique

L'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue s'obtient par sommation sur les indices ( $i = j$ ) à partir de l'équation de transport des tensions de Reynolds établie ci-dessus et en divisant par 2. On pose  $q_g^2 = \langle u'_{g,i} u'_{g,i} \rangle_g / 2$ ,  $S_{g,ijk} = \langle u'_{g,i} u'_{g,j} u'_{g,k} \rangle_g$  et  $\Pi_{gg} = \Pi_{g,ii} / 2$  et on écrit :

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g \frac{\partial q_g^2}{\partial t} + \alpha_g \rho_g U_{g,k} \frac{\partial q_g^2}{\partial x_k} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \alpha_g \rho_g S_{g,ikk} - \frac{\partial}{\partial x_i} \alpha_g \langle u'_{g,i} p'_g \rangle_g \\ &\quad - \alpha_g \rho_g R_{g,ik} \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_k} - \alpha_g \left\langle \tau'_{g,ik} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g + \Pi_{gg} \end{aligned} \quad (1.42)$$

où les termes du membre de droite de l'équation représentent respectivement la dispersion (somme de deux premiers termes), la production induite par les gradients de vitesse moyenne. Le quatrième terme représente la dissipation visqueuse, on peut écrire le taux de dissipation  $\varepsilon_g$  sous la forme :

$$\varepsilon_g = \frac{1}{\rho_g} \left\langle \tau'_{g,ik} \frac{\partial u'_{g,i}}{\partial x_k} \right\rangle_g \quad (1.43)$$

et le dernier terme représente l'échange interfacial avec la phase dispersée.

Dans le cas des écoulements gaz-solide à nombre de Reynolds particulaire modéré (environ  $Re_p < 10$ ), le mouvement fluctuant provient de deux contributions très différentes. La première est associée aux perturbations à petites échelles dans le fluide induites par la présence des particules. La seconde est la turbulence de l'écoulement dont les échelles énergétiques sont supposées de très grande taille devant le diamètre des particules.

En ce qui concerne les écoulements pleinement turbulents et dilués ( $\alpha_g < 1\%$ ), la contribution des perturbations locales à l'énergie cinétique turbulente  $q_g^2$  est pratiquement négligeable. Par contre, ces perturbations contribuent de façon notable aux termes de dissipation  $\varepsilon_g$  et de transfert entre les phases  $\Pi_{gg}$ . Formellement, on écrit que le taux de dissipation  $\varepsilon_g$  est la somme de deux contributions :

$$\varepsilon_g = \tilde{\varepsilon}_g + \delta\varepsilon_g \quad (1.44)$$

où  $\tilde{\varepsilon}_g$  est le taux de dissipation de la turbulence qui, comme pour les écoulements monophasiques, est supposé être imposé par le mécanisme de transfert inertiel à grande échelle et obéit à une équation similaire à celle de l'énergie cinétique  $q_g^2$ ;  $\delta\varepsilon_g$  est le taux de dissipation dans le sillage des particules.

## 1.2 Équations de transport aux grandeurs moyennes

---

De la même façon, le terme de transfert interfacial est décomposé en deux termes :

$$\Pi_{gg} = \tilde{\Pi}_{gg} + \delta\Pi_{gg} \quad (1.45)$$

où  $\tilde{\Pi}_{gg}$  représente le travail de la force de traînée appliquée à l'écoulement locale non perturbé ; soit, dans le cadre de l'approximation d'une force ponctuelle,

$$\tilde{\Pi}_{gg} = \alpha_2 \rho_2 \left\langle \tilde{u}'_{g,i} \frac{F_{r,i}}{m_p} \right\rangle_2 \quad (1.46)$$

où  $\tilde{u}'_{g,i}$  est la vitesse fluctuante de la phase continue "vu" par rapport à  $U_{g,i}$ . Le terme de transfert interfacial de l'écoulement perturbé par la particule est  $\delta\Pi_{gg}$ . On peut supposer que les champs perturbés sont localement en équilibre, c'est-à-dire que les fluctuations générées dans le sillage des particules sont très rapidement dissipées :

$$\rho_g \alpha_g \delta\varepsilon_g = \delta\Pi_{gg} \quad (1.47)$$

Finalement on écrit :

$$-\alpha_g \rho_g \varepsilon_g + \Pi_{gg} = -\alpha_g \rho_g \tilde{\varepsilon}_g + \alpha_2 \rho_2 \left\langle \tilde{u}'_{g,i} \frac{F_{r,i}}{m_p} \right\rangle_2 \quad (1.48)$$

Les termes de dispersion et de dissipation visqueuse de l'équation (2.113) doivent être modélisés alors que le terme de production par les gradients de vitesse moyenne est calculé exactement. Nous nous attacherons dans la section 1.3 à la modélisation de ces deux termes (dispersion+dissipation) en présentant les différents modèles de turbulence.

### Equation de transport du taux de dissipation

Afin d'établir l'équation de transport du taux de dissipation, on utilise la même démarche qu'en écoulement monophasique qui procède par analogie avec l'équation de l'énergie cinétique  $q_g^2$ , en supposant que  $\tilde{\varepsilon}_g$  est contrôlé par les grandes échelles de la turbulence:

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_g}{\partial t} + \alpha_g \rho_g U_{g,j} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_g}{\partial x_j} &= C_\varepsilon \frac{\partial}{\partial x_i} \alpha_g \rho_g \frac{q_g^2}{\tilde{\varepsilon}_g} \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_g}{\partial x_j} \\ &\quad - \frac{\tilde{\varepsilon}_g}{q_g^2} \left[ C_{\varepsilon g} \alpha_g \rho_g \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 2} \alpha_g \rho_g \tilde{\varepsilon}_g \right] + \Pi_{\tilde{\varepsilon}_g} \end{aligned} \quad (1.49)$$

Le premier terme du membre de droit de l'équation ci-dessus représente la diffusion du taux de dissipation. Le second terme représente la production de dissipation due aux gradients de vitesse moyenne du fluide. Le troisième terme représente à la fois la production

de dissipation par étirement de structures turbulentes et la destruction de dissipation par viscosité. Le quatrième terme est dû au couplage diphasique modélisé classiquement par :

$$\Pi_{\tilde{\varepsilon}_g} = C_{\varepsilon 3} \frac{\tilde{\varepsilon}_g}{q_g^2} \tilde{\Pi}_{qg} \quad (1.50)$$

### 1.3 Modèles de Turbulence

Afin de fermer l'équation de bilan de quantité de mouvement de la phase continue, les tensions de Reynolds doivent être modélisées. Nous avons retenu les deux approches classiques suivantes : La première liée au concept de viscosité turbulente (modèle  $k - \varepsilon$  ou  $q^2 - \varepsilon$ ) et la seconde qui concerne la fermeture des équations de transport des tensions de Reynolds (modèle  $R_{ij} - \varepsilon$ ). En vertu de l'équation (1.48), les quantités calculées en pratique sont  $\tilde{\varepsilon}_g$  et  $\tilde{\Pi}_{qg}$ . Néanmoins, pour simplifier les notations, nous les noterons  $\varepsilon_g$  et  $\Pi_{qg}$ . Il faut préciser que pour l'instant le code solveur ne considère que le modèle  $q^2 - \varepsilon$  mais nous allons faire quand même appel au modèle  $R_{ij} - \varepsilon$  pour une présentation générale du contexte.

#### 1.3.1 Modèle $k - \varepsilon$ standard

Lorsque les échelles caractéristiques des tourbillons fluides porteurs d'énergie sont grandes comparées à la taille et à l'espacement moyen des inclusions, la modélisation de la turbulence de la phase continue peut être réalisée à l'aide d'un modèle  $k - \varepsilon$  standard (Rodi, 1980[71]; Viollet, 1985[83]) étendu aux écoulements diphasiques par la prise en compte de termes sources supplémentaires (Elghobashi et Abou-Arab, 1983[27]; Simonin et Viollet, 1990[78]) qui tiennent compte des transferts de quantité de mouvement entre les mouvements fluctuants. Les équations de transport de l'énergie cinétique et de son taux de dissipation s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g \frac{\partial q_g^2}{\partial t} + \alpha_g \rho_g U_{g,j} \frac{\partial q_g^2}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \alpha_g \rho_g \frac{\nu_g^t}{\sigma_q} \frac{\partial q_g^2}{\partial x_j} \\ &\quad - \alpha_g \rho_g \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_j} - \alpha_g \rho_g \varepsilon_g + \Pi_{qg} \end{aligned} \quad (1.51)$$

### 1.3 Modèles de Turbulence

---

$$\alpha_g \rho_g \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial t} + \alpha_g \rho_g U_{g,j} \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \alpha_g \rho_g \frac{\nu_g^t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon_g}{\partial x_j} - \frac{\varepsilon_g}{q_g^2} \left[ C_{\varepsilon g} \alpha_g \rho_g \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 2} \alpha_g \rho_g \varepsilon_g \right] + \Pi_{\varepsilon_g} \quad (1.52)$$

Le concept de viscosité turbulente, dû à Boussinesq (1877)[9], consiste à relier les tensions de Reynolds au tenseur des contraintes par la relation :

$$\langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g = -\nu_g^t \left[ \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{g,j}}{\partial x_i} \right] + \frac{2}{3} \delta_{ij} \left[ q_g^2 + \nu_g^t \frac{\partial U_{g,m}}{\partial x_m} \right] \quad (1.53)$$

où la viscosité turbulente  $\nu_g^t$  ne dépend pas de la nature du fluide considéré mais de l'écoulement turbulent

$$\nu_g^t = \frac{2}{3} q_g^2 \tau_g^t \quad (1.54)$$

Elle s'écrit en fonction de l'énergie cinétique turbulente

$$q_g^2 = \frac{1}{2} \langle u'_{g,i} u'_{g,i} \rangle_g \quad (1.55)$$

et du temps caractéristique des grandes échelles de la turbulence.

$$\tau_g^t = C_\mu \frac{3 q_g^2}{2 \varepsilon_g} \quad (1.56)$$

Les deux termes sources qui apparaissent,  $\Pi_{qg}$  et  $\Pi_{\varepsilon_g}$ , rendent compte de l'influence du mouvement fluctuant des particules sur la turbulence du fluide, à grande échelle devant la taille des particules, et s'expriment par :

$$\Pi_{qg} = \alpha_2 \rho_2 \left\langle \tilde{u}'_{g,i} \frac{F_{r,i}}{m_p} \right\rangle_2 \quad (1.57)$$

et

$$\Pi_{\varepsilon_g} = C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon_g}{q_g^2} \Pi_{qg} \quad (1.58)$$

Le premier terme provient directement de l'équation de mouvement instantanée du fluide, alors que le second terme est un modèle proposé par Elghobashi et Abou-Arab (1983) qui tient compte de l'échelle de temps caractéristique de la dissipation de la turbulence (cf. à la section 1.2.5).

Les valeurs des constantes du modèle de turbulence  $k - \varepsilon$  de la phase continue sont dans le tableau 1.2.

$C_\mu$	$\sigma_q$	$\sigma_\varepsilon$	$C_{\varepsilon g}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_{\varepsilon 3}$
0,09	1	1,3	1,44	1,92	1,2

TAB. 1.2 – Valeurs des constantes du modèle de turbulence  $q_1^2 - \varepsilon$ .

Cette première approche est de loin la plus utilisée pour le calcul des écoulements turbulents à cause de la simplicité du modèle et de l'ordre numérique. L'introduction de la viscosité turbulente en tant que quantité scalaire et non tensorielle montre que, même si l'écoulement considéré n'est pas isotrope, l'écart à l'isotropie est décrit linéairement en fonction du taux de déformation. Cette approximation de Boussinesq utilisé par le modèle  $k - \varepsilon$  s'avère incomplète dans les cas particuliers d'écoulements recirculants ou d'écoulements fortement anisotropes. Cette mise en défaut pour certains types d'écoulements a amené les chercheurs à développer des modèles de second ordre : prise en compte des équations de transport des tensions de Reynolds, modélisation des corrélations turbulentes d'ordre supérieur à 2 et modélisation des termes inconnus.

### 1.3.2 Modèle au second-ordre $R_{ij} - \varepsilon$

Plutôt que de relier les tensions de Reynolds  $R_{ij} = \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g$  au tenseur de déformation via une viscosité turbulente, on considère les équations de transport exactes des tensions de Reynolds :

$$\alpha_g \rho_g \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{g,k} \frac{\partial}{\partial x_k} \right] \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g = D_{g,ij} + P_{g,ij} + \Phi_{g,ij} - \tilde{\varepsilon}_{g,ij} + \Pi_{g,ij} \quad (1.59)$$

où les termes du second membre sont représentatifs des phénomènes physiques suivants :  $P_{g,ij}$  est le terme de production de turbulence induite par les gradients de vitesse moyenne (calculé exactement),

$$P_{g,ij} = -\alpha_g \rho_g \left( \langle u'_{g,i} u'_{g,m} \rangle_g \frac{\partial U_{g,j}}{\partial x_m} + \langle u'_{g,j} u'_{g,m} \rangle_g \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_m} \right) \quad (1.60)$$

$D_{g,ij}$  représente le terme de divergence du tenseur de corrélation triple de vitesse du fluide. Il est généralement modélisé par une approximation de type Boussinesq (Daly et Harlow, 1970[19])

$$D_{g,ij} = -\frac{\partial}{\partial x_m} \left( \alpha_g \rho_g K_{g,mn}^t \frac{\partial}{\partial x_n} \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \right) \quad (1.61)$$

### 1.3 Modèles de Turbulence

---

avec le tenseur de diffusivité turbulente du fluide,

$$K_{g,mn}^t = C_s \frac{q_g^2}{\varepsilon_g} \langle u'_{g,m} u'_{g,n} \rangle_g \quad (1.62)$$

En ce qui concerne le terme de corrélation pression-déformation  $\Phi_{g,ij}$  on adopte le modèle simple utilisé par Launder (1989)[57]. Il consiste à décomposer  $\Phi_{g,ij}$  en deux contributions : le terme de retour à l'isotropie de Rotta  $\Phi_{g,ij}^a$  et le terme d'isotropisation de la production  $\Phi_{g,ij}^b$ .

$$\Phi_{g,ij}^a = -\alpha_g \rho_g C_g \frac{\varepsilon_g}{q_g^2} \left( \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g - \frac{2}{3} q_g^2 \delta_{ij} \right) \quad (1.63)$$

$$\Phi_{g,ij}^b = -\alpha_g \rho_g C_2 \left( P_{g,ij} - \frac{2}{3} P_{g,kk} \delta_{ij} \right) \quad (1.64)$$

Lorsque la taille des particules est petite devant les échelles de longueur énergétique de la turbulence du fluide, l'interaction fluide-particules s'exprime à l'aide du terme supplémentaire suivant dans l'équation de transport du tenseur des contraintes de Reynolds :

$$\Pi_{g,ij} = \alpha_2 \rho_2 \left[ \left\langle \frac{F_{r,i} \tilde{u}'_{g,j}}{m_p} \right\rangle_2 + \left\langle \frac{F_{r,j} \tilde{u}'_{g,i}}{m_p} \right\rangle_2 \right] \quad (1.65)$$

En écoulement turbulent gaz-particules, le terme  $\Pi_{g,ij}$  conduit généralement à la destruction de l'énergie cinétique du gaz et à une diminution de la viscosité turbulente correspondante dans le cadre de l'approche du modèle  $q^2 - \varepsilon$ .

La dissipation par  $\tilde{\varepsilon}_{g,ij}$  est supposée isotrope à haut nombre de Reynolds, soit

$$\tilde{\varepsilon}_{g,ij} = \frac{2}{3} \alpha_g \rho_g \varepsilon_g \delta_{ij} \quad (1.66)$$

L'équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est modélisée de façon similaire à celle du modèle  $q^2 - \varepsilon$ , sauf le terme de diffusion qui est écrit avec une relation de fermeture type Daly et Harlow (1970) :

$$\begin{aligned} \alpha_g \rho_g \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{g,j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right] \tilde{\varepsilon}_g &= - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_g \rho_g C_\varepsilon \frac{q_g^2}{\varepsilon_g} \langle u'_{g,i} u'_{g,j} \rangle_g \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_g}{\partial x_j} \right) \\ &\quad - \alpha_g \rho_g \frac{\tilde{\varepsilon}_g}{q_g^2} \left[ C_{\varepsilon g} \frac{P_{g,ii}}{2} + C_{\varepsilon 2} \tilde{\varepsilon}_g \right] + \Pi_{\varepsilon_g} \end{aligned} \quad (1.67)$$

avec le terme d'interaction correspondant,

$$\Pi_{\varepsilon_g} = C_{\varepsilon 3} \frac{\varepsilon_g}{q_g^2} \Pi_{g,ii} \quad (1.68)$$

Les constantes utilisés par le modèle  $R_{ij} - \varepsilon$  sont données dans le tableau 1.3.

$C_s$	$C_g$	$C_2$	$C_\varepsilon$	$C_{\varepsilon g}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_{\varepsilon 3}$
0,22	1,8	0,6	0,18	1,44	1,92	1,2

TAB. 1.3 – Valeurs des constantes du modèle de turbulence  $R_{ij} - \varepsilon$ .

### 1.3.3 Conclusion

La description mathématique de la phase continue d'un écoulement diphasique est donnée par un système d'équations aux dérivées partielles pour les valeurs moyennes de variables du problème. Le passage à la moyenne des équations instantanées de la phase continue pose un problème fondamental pour la suite de la résolution. En effet, il entraîne l'apparition de termes à modéliser comme les tensions de Reynolds et les termes de transfert interfaciaux entre la phase continue et la phase dispersée.

La modélisation des tensions de Reynolds, que nous avons abordée dans ce chapitre, a fait l'objet de deux types de fermeture : le modèle  $k - \varepsilon$  avec l'hypothèse de viscosité turbulente et le modèle  $R_{ij} - \varepsilon$  où les équations de transport des tensions de Reynolds ont été directement modélisées. En effet, l'écoulement présente des recirculations importantes pour lesquelles on va tester le modèle  $k - \varepsilon$  en utilisant la configuration de la boucle d'essai diphasique air-particules *Hercule* décrite dans le chapitre 5.

# Chapitre 2

## Caractérisation statistique de la phase polydispersée

### 2.1 Introduction

La théorie cinétique des écoulements granulaires est basée sur les similitudes dynamiques entre l'écoulement d'un milieu granulaire et les molécules d'un gaz. Ce traitement emploie les résultats classiques de la théorie cinétique des gaz (Chapman et Cowling, 1970[13]) afin de dériver la forme des équations de bilan de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, ainsi que les grandeurs spécifiques correspondantes, le flux moyen de quantité de mouvement, d'énergie et le taux moyen de dissipation. L'un des travaux les plus complets dans le domaine de la théorie cinétique des écoulement granulaires est dû à Jenkins et Richman (1985)[52]. Leurs résultats sont dérivés des résultats classiques de la théorie cinétique des gaz denses, en combinaison avec la théorie de Grad (1949)[40]. Ce chapitre est consacré à la modélisation des équations de transport pour la phase dispersée. Dans ce travail, la méthode de Grad est préférée à celle de Chapman-Enskog, qui a été employé par Lun et al. (1984)[63] pour dériver des équations semblables à celles proposées par Jenkins et Richman. En fait, on montrera que la méthode de Grad donne l'accès direct aux moments, tandis que dans la méthode de Chapman-Enskog, l'intégration doit être effectuée pour une fonction de densité de probabilité. Jenkins et de Richman (1985) proposent un analyse de perturbation qui donne des solutions algébriques pour les flux moyens et pour le taux moyen de dissipation, mais elle donne également une

expression de la fonction de densité de probabilité des vitesses des particules. La dérivation complète des résultats de Jenkins et Richman exige beaucoup de résultats intermédiaires avant la formulation finale. Nous commençons par l'équation du type Boltzmann.

## 2.2 Modèle de collision microscopique.

Dans la dynamique des systèmes granulaires, on considère exclusivement des collisions binaires sans effets de frottement, entre des particules parfaitement sphériques, et en mouvement continu de translation. En regardant une collision entre deux espèces sphériques  $\omega$  et  $\beta$  de diamètres  $d_\omega$ ,  $d_\beta$  et masses  $m_\omega$ ,  $m_\beta$ , la vitesse relative des particules  $\mathbf{c}_{\beta\omega} = \mathbf{c}_\beta - \mathbf{c}_\omega$  et celle après le heurt  $\mathbf{c}_{\beta\omega}^* = \mathbf{c}_\beta^* - \mathbf{c}_\omega^*$ , ont une liaison donnée par

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{c}_{\beta\omega}^* = -e_{\omega\beta} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{c}_{\beta\omega}) \quad (2.1)$$

où  $e_{\omega\beta}$  est le coefficient d'élasticité ( $e_{\omega\beta} = e_{\beta\omega}$ ). La vitesse des centres de masse  $\mathbf{G}_{\omega\beta}$  des deux particules aura un mouvement uniforme tout au long de leur rencontre. Cette vitesse constante est donnée par

$$\mathbf{G}_{\omega\beta} = \frac{m_\omega \mathbf{c}_\omega + m_\beta \mathbf{c}_\beta}{m_\omega + m_\beta} \quad (2.2)$$

par conséquent

$$m_\omega (\mathbf{c}_\omega^* - \mathbf{c}_\omega) = -m_\beta (\mathbf{c}_\beta^* - \mathbf{c}_\beta) = \frac{m_\omega m_\beta}{m_\omega + m_\beta} (1 + e_{\omega\beta}) (\mathbf{k} \cdot \mathbf{c}_{\beta\omega}) \mathbf{k} \quad (2.3)$$

A partir de ce modèle on peut calculer la variation de la vitesse ( $\mathbf{c}_\omega^* - \mathbf{c}_\omega$ ) nécessaire pour  $\chi_{\omega\beta}$  et  $\theta_{\omega\beta}$  dans les bilan de transport. La présence du coefficient d'élasticité est précisément l'une des différences significatives entre la théorie cinétique de gaz et celle de systèmes granulaires dû au fait que les corps non moléculaires sont considérées non élastiques, ce qui fait  $e_{\omega\beta} < 1$ . On verra plus tard (section 2.7) que l'influence du gaz interstitiel dans un mélange granulaire est aussi une autre différence importante avec la théorie cinétique de gaz.

## 2.3 Théorie cinétique des écoulements granulaires

On considère tout d'abord qu'un système polydisperse est constituée comme un mélange des particules sphériques à plusieurs espèces (2, 3, 4, ...n) caractérisées par leur

### 2.3 Théorie cinétique des écoulements granulaires

---

diamètre et leur densité. Dans le traitement des collisions, on assume l'intervention de seulement deux espèces (collisions binaires)  $\omega$  et  $\beta$  ( $\omega = 2, 3, 4, \dots, n$  et  $\beta = 2, 3, 4, \dots, n$ ). L'évolution de ce type de systèmes est régie par un ensemble d'équations du type Boltzmann (Chapman et Cowling, 1970) :

$$\frac{\partial f_\omega^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\mathbf{c}_\omega f_\omega^{(1)}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{c}_\omega} \cdot \left( \frac{\mathbf{F}_\omega}{m_\omega} f_\omega^{(1)} \right) = \sum_\beta \mathbb{J}_{\omega\beta} \quad (2.4)$$

Le nombre moyen de particules de la classe  $\omega$  dans l'élément de volume  $d\mathbf{r}$  autour de  $\mathbf{r}$  et dans l'élément de volume de l'espace de vitesses  $d\mathbf{c}_\omega$  autour de  $\mathbf{c}_\omega$  est donné par

$$f_\omega^{(1)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, t) d\mathbf{r} d\mathbf{c}_\omega \quad (2.5)$$

où  $f_\omega^{(1)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, t)$  est la fonction de distribution de vitesses de la particule  $\omega$ ;  $\mathbf{F}_\omega$  est la force externe agissant sur la particule;  $m_\omega$  est la masse de la particule  $\omega$  et  $\sum_\beta \mathbb{J}_{\omega\beta}$  représente les effets des collisions entre les particules de toutes espèces. Les grandeurs moyennes des particules sont dérivées à partir de  $f_\omega^{(1)}$  en employant la définition suivante

$$\langle \psi_\omega \rangle_\omega = \frac{1}{n_\omega} \int \psi_\omega f_\omega^{(1)} d\mathbf{c}_\omega \quad (2.6)$$

ici  $\psi_\omega = \psi_\omega(\mathbf{c}_\omega)$  est une grandeur quelconque des particules,  $n_\omega$  le nombre moyen des particules  $\omega$  par unité de volume est défini par

$$n_\omega = \int f_\omega^{(1)} d\mathbf{c}_\omega \quad (2.7)$$

si le diamètre des particules est suffisamment petit devant les échelles de variation de  $n_\omega$ , on peut supposer que

$$\alpha_\omega \rho_\omega = n_\omega m_\omega \quad (2.8)$$

la valeur de  $\alpha_\omega$  représente la fraction volumique des particules  $\omega$  et  $\rho_\omega$  est la masse volumique des particules  $\omega$ . La fraction volumique du gaz est alors obtenu par

$$\alpha_g = 1 - \alpha_s \quad (2.9)$$

où la fraction volumique des solides est donnée par la somme des fractions volumiques de chaque espèce

$$\alpha_s = \sum_\omega \alpha_\omega \quad (2.10)$$

Avec  $\psi_\omega = \mathbf{c}_\omega$  et l'équation (2.6) on définit  $\mathbf{U}_\omega$ , la vitesse de translation moyenne pour les particules  $\omega$  comme

$$\mathbf{U}_\omega = \langle \mathbf{c}_\omega \rangle_\omega \quad (2.11)$$

La vitesse fluctuante de déplacement  $\mathbf{u}'_\omega$  déterminée comme la différence entre la vitesse locale instantanée et la vitesse de déplacement moyenne pour les particules  $\omega$  est

$$\mathbf{u}'_\omega = \mathbf{c}_\omega - \mathbf{U}_\omega \quad (2.12)$$

En multipliant l'équation (2.4) par  $\psi_\omega$ , puis par intégration sur l'espace des vitesses et en utilisant la définition (2.6), la forme générale de l'équation de transport pour la grandeur moyenne  $\langle \psi_\omega \rangle_\omega$  est écrit comme

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_\omega \langle \psi_\omega \rangle_\omega) + \nabla \cdot (n_\omega \langle \mathbf{c}_\omega \psi_\omega \rangle_\omega) = n_\omega \left\langle \frac{\mathbf{F}_\omega}{m_\omega} \cdot \frac{\partial \psi_\omega}{\partial \mathbf{c}_\omega} \right\rangle_\omega + \sum_\beta \mathbb{C}_{\omega\beta} (\langle \psi_\omega \rangle_\omega) \quad (2.13)$$

ici  $\mathbb{C}_{\omega\beta}$  représente la modification de  $\psi_\omega$  par les collisions interparticulaires, et s'écrit comme l'intégrale de toutes les collisions binaires possibles :

$$\mathbb{C}_{\omega\beta} (\psi_\omega, \mathbf{r}, t) = \iiint_{\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k} > 0} [\psi_\omega^* - \psi_\omega] f_{\omega\beta}^{(2)} (\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - d_{\omega\beta} \mathbf{k}, t) d_{\omega\beta}^2 [\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k}] d\mathbf{k} d\mathbf{c}_\omega d\mathbf{c}_\beta \quad (2.14)$$

où  $d_{\omega\beta}$  est la distance entre deux centres de particules sphériques au moment d'une collision

$$d_{\omega\beta} = \frac{1}{2} (d_\omega + d_\beta) \quad (2.15)$$

$d_\omega$  et  $d_\beta$  sont respectivement les diamètres des particules  $\omega$  et des particules  $\beta$ . Une fois que le choc a eu lieu,  $\psi_\omega$  devient  $\psi_\omega^*$  et sa détermination provient de l'analyse d'un modèle de collision microscopique (section 2.2). Dans l'équation (2.14), une forme présumée de la fonction de distribution pair  $f_{\omega\beta}^{(2)} (\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - d_{\omega\beta} \mathbf{k}, t)$  est nécessaire pour caractériser complètement les effets des collisions et sera exposée dans la section (2.4.1). La vitesse relative entre particules qui apparaît dans (2.14) est définie comme  $\mathbf{c}_{\beta\omega} = \mathbf{c}_\beta - \mathbf{c}_\omega$ . Au moment de la collision,  $\mathbf{k}$  est le vecteur unitaire qui a pour direction le centre de la particule  $\beta$  vers le centre de la particule  $\omega$

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{r}_\omega - \mathbf{r}_\beta}{d_{\omega\beta}} \quad (2.16)$$

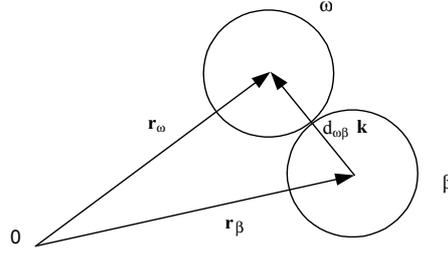


FIG. 2.1 – *Descriptions vectorielles à l'instant d'une collision.*

La contrainte  $\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k} > 0$  dans (2.14) indique que les intégrations doivent être effectués pour toutes les valeurs de  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{c}_{\beta\omega}$  où les particules se rapprochent. Le point de contact lors d'un choc est localisé à  $\mathbf{r} = (d_\beta \mathbf{r}_\omega + d_\omega \mathbf{r}_\beta) / (2d_{\omega\beta})$  tandis que les centres des particules sont à  $\mathbf{r}_\omega = \mathbf{r} + (d_\omega/2) \mathbf{k}$  et  $\mathbf{r}_\beta = \mathbf{r} - (d_\beta/2) \mathbf{k}$  pour les particules  $\omega$  et  $\beta$  respectivement.

### 2.3.1 Expansion des intégrales de collision.

Afin d'obtenir une forme appropriée de  $\mathbb{C}_{\omega\beta}$ , les fonctions de distribution pair  $f_{\omega\beta}^{(2)}$  sont obtenues à partir d'un développement limite en séries de Taylor. Pour toute fonction  $h(\mathbf{r})$ , l'expansion en  $(\mathbf{r} - \mathbf{a})$  est

$$h(\mathbf{r} - \mathbf{a}) = h(\mathbf{r}) - \frac{a_i}{1!} \frac{\partial}{\partial r_i} h(\mathbf{r}) + \frac{a_i a_j}{2!} \frac{\partial^2}{\partial r_i \partial r_j} h(\mathbf{r}) - \frac{a_i a_j a_m}{3!} \frac{\partial^3}{\partial r_i \partial r_j \partial r_m} h(\mathbf{r}) + \dots \quad (2.17)$$

En prenant  $h(\mathbf{r}) = f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + (d_\omega/2) \mathbf{k}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - (d_\beta/2) \mathbf{k}, t)$  et  $\mathbf{a} = (d_\omega/2) \mathbf{k}$ , la fonction de distribution pair s'écrit

$$\begin{aligned} f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - d_{\omega\beta} \mathbf{k}) &= f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + \frac{d_\omega}{2} \mathbf{k}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - \frac{d_\beta}{2} \mathbf{k}) + \frac{d_\omega}{2} k_i \frac{\partial}{\partial r_i} \left[ 1 - \frac{d_\omega}{2} \frac{k_j}{2!} \frac{\partial}{\partial r_j} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{d_\omega}{2} \right)^2 \frac{k_j k_m}{3!} \frac{\partial^2}{\partial r_j \partial r_m} - \dots \right] f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + \frac{d_\omega}{2} \mathbf{k}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - \frac{d_\beta}{2} \mathbf{k}) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Le terme de collision  $\mathbb{C}_{\omega\beta}$  peut être exprimé comme la somme de deux contributions : la source collisionnelle et le flux collisionnel (Dahler et Sather, 1963[18]) :

$$\mathbb{C}_{\omega\beta} = \chi_{\omega\beta} - \nabla \cdot \boldsymbol{\theta}_{\omega\beta} \quad (2.19)$$

où le terme de source collisionnelle,  $\chi_{\omega\beta}$ , est

$$\chi_{\omega\beta}(\psi_\omega) = d_{\omega\beta}^2 \iiint_{\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k} > 0} [\psi_\omega^* - \psi_\omega] f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + \frac{d_\omega}{2}\mathbf{k}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - \frac{d_\beta}{2}\mathbf{k}) [\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k}] d\mathbf{k} d\mathbf{c}_\omega d\mathbf{c}_\beta \quad (2.20)$$

et le flux collisionnel,  $\theta_{\omega\beta}$ , est donné par

$$\begin{aligned} \theta_{\omega\beta,i}(\psi_\omega) = & -\frac{d_{\omega\beta}^3}{2} \iiint_{\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k} > 0} [\psi_\omega^* - \psi_\omega] k_i \left[ 1 - \frac{d_\omega k_j}{2} \frac{\partial}{\partial r_j} + \left(\frac{d_\omega}{2}\right)^2 \frac{k_j k_m}{3!} \frac{\partial^2}{\partial r_j \partial r_m} - \dots \right] \\ & \times f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + \frac{d_\omega}{2}\mathbf{k}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - \frac{d_\beta}{2}\mathbf{k}) [\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k}] d\mathbf{k} d\mathbf{c}_\omega d\mathbf{c}_\beta \end{aligned} \quad (2.21)$$

Selon Jenkins et Richman (1985) les premiers ordres d'expansions dans la série de Taylor sont conservés; ceci est justifié quand les gradients spatiaux des champs moyens demeurent petits par rapport à la taille de particule. La théorie cinétique de gaz dilués correspond au cas limite où tous les termes de l'expansion sont négligeables, de sorte que le terme collisionnel est réduit à la source collisionnelle donnée par (2.20).

### 2.3.2 Equations de transport pour la phase dispersée

**Bilan de masse :** en substituant  $\psi_\omega = m_\omega$  dans l'équation (2.13), on obtient l'équation de transport de la masse pour les particules  $\omega$ .

$$\frac{\partial}{\partial t} [n_\omega m_\omega] + \nabla \cdot [n_\omega m_\omega \mathbf{U}_\omega] = 0 \quad (2.22)$$

**Bilan de quantité de mouvement :** avec  $\psi_\omega = m_\omega \mathbf{c}_\omega$  dans l'équation (2.13) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [n_\omega m_\omega \mathbf{U}_\omega] + \nabla \cdot [n_\omega m_\omega \mathbf{U}_\omega \mathbf{U}_\omega] = & -\nabla \cdot \left[ n_\omega m_\omega \langle \mathbf{u}'_\omega \mathbf{u}'_\omega \rangle_\omega + \sum_\beta \theta_{\omega\beta} (m_\omega \mathbf{U}_\omega) \right] \\ & + \sum_\beta \chi_{\omega\beta} (m_\omega \mathbf{U}_\omega) + n_\omega \langle \mathbf{F}_\omega \rangle_\omega \end{aligned} \quad (2.23)$$

la somme des termes entre crochets du côté droit est connue comme *la pression granulaire totale* ou *tenseur effectif de contraintes* où  $\langle \mathbf{u}'_\omega \mathbf{u}'_\omega \rangle_\omega$  est le tenseur de contraintes cinétiques particulières qui fait une contribution cinétique, représente le transport de quantité de mouvement par les fluctuations de vitesse et il doit être modélisé ou calculé par des équations de transport additionnelles, ceci est présenté dans le bilan de contraintes cinétiques.

## 2.3 Théorie cinétique des écoulements granulaires

---

Les termes  $\sum_{\beta} \boldsymbol{\theta}_{\omega\beta} (m_{\omega} \mathbf{U}_{\omega})$  sont les contributions collisionnelles, et prennent en compte le transport de quantité de mouvement dû aux chocs entre toutes les classes de particules. Les termes source collisionnelle sont écrites comme  $\sum_{\beta} \chi_{\omega\beta} (m_{\omega} \mathbf{U}_{\omega})$ , et le terme final représente la force moyenne exercée sur les particules par le fluide. De l'équation (2.21), les formes des contributions collisionnelles sont

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_{\omega\beta} (m_{\omega} \mathbf{U}_{\omega}) &= -\frac{m_{\omega} d_{\omega}^3}{2} \iiint_{\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k} > 0} (\mathbf{c}_{\omega}^* - \mathbf{c}_{\omega}) \mathbf{k} \left[ 1 - \frac{d_{\omega} k_j}{2} \frac{\partial}{\partial r_j} \right] f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_{\omega}, \mathbf{r} + \frac{d_{\omega}}{2} \mathbf{k}, \mathbf{c}_{\beta}, \mathbf{r} - \frac{d_{\beta}}{2} \mathbf{k}) \\ &\quad \times [\mathbf{c}_{\beta\omega} \cdot \mathbf{k}] d\mathbf{k} d\mathbf{c}_{\omega} d\mathbf{c}_{\beta} \end{aligned} \quad (2.24)$$

l'expression du changement  $\mathbf{c}_{\omega}^* - \mathbf{c}_{\omega}$  est donnée ci-dessous par le modèle microscopique de collision (section 2.2).

**Bilan de l'énergie cinétique fluctuante :** En prenant  $\psi_{\omega} = \frac{1}{2} m_{\omega} c_{\omega}^2$  dans l'équation (2.13), avec (2.22) et (2.23) on peut dériver l'équation de transport pour l'énergie cinétique des fluctuations,  $q_{\omega}^2$ , des particules  $\omega$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [n_{\omega} m_{\omega} q_{\omega}^2] + \nabla \cdot [n_{\omega} m_{\omega} \mathbf{U}_{\omega} q_{\omega}^2] &= -\nabla \cdot \left[ n_{\omega} m_{\omega} \frac{1}{2} \langle [\mathbf{u}'_{\omega} \cdot \mathbf{u}'_{\omega}] \mathbf{u}'_{\omega} \rangle_{\omega} + \sum_{\beta} \boldsymbol{\theta}_{\omega\beta} (m_{\omega} q_{\omega}^2) \right] \\ &\quad - \left[ n_{\omega} m_{\omega} \langle \mathbf{u}'_{\omega} \mathbf{u}'_{\omega} \rangle_{\omega} + \sum_{\beta} \boldsymbol{\theta}_{\omega\beta} (m_{\omega} \mathbf{U}_{\omega}) \right] : \nabla \mathbf{U}_{\omega} \\ &\quad + \sum_{\beta} \chi_{\omega\beta} (m_{\omega} q_{\omega}^2) + n_{\omega} \langle \mathbf{F}_{\omega} \cdot \mathbf{u}'_{\omega} \rangle_{\omega} \end{aligned} \quad (2.25)$$

l'énergie cinétique des fluctuations est  $q_{\omega}^2 = \frac{1}{2} \langle \mathbf{u}'_{\omega} \cdot \mathbf{u}'_{\omega} \rangle_{\omega} = \frac{1}{2} \langle u_{\omega}'^2 \rangle_{\omega}$ . Les termes dans le parenthèse de (2.25) indique le transport de l'énergie par les fluctuations des vitesses et les collisions, ces deux composants sont également appelées *flux cinétique* et *flux collisionnel*. Le deuxième terme est la production de l'énergie cinétique turbulente par le gradient moyen de vitesse tandis que le terme  $\sum_{\beta} \chi_{\omega\beta} (m_{\omega} q_{\omega}^2)$  représente les sources collisionnelles, c'est à dire la perte de l'énergie en raison des rencontres entre  $\omega$  et toutes les espèces de particules. Le dernier terme implique l'interaction de la phase la phase dispersée avec la phase continue.

**Equation de transport de contraintes cinétiques :** l'équation de transport pour le moment de l'ordre deux est obtenue à partir de l'équation (2.13) en posant  $\psi_{\omega} = c_{\omega,i} c_{\omega,j}$ ,

en soustrayant (2.23) et en multipliant par  $U_{\omega j}$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \left[ n_{\omega} m_{\omega} \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_{\omega} \right] + \frac{\partial}{\partial r_m} \left[ n_{\omega} m_{\omega} U_{\omega,m} \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_{\omega} \right] = \\
 & - \frac{\partial}{\partial r_m} \left[ n_{\omega} m_{\omega} \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} u'_{\omega,m} \rangle_{\omega} + \sum_{\beta} \theta_{\omega\beta,m} (m_{\omega} u'_{\omega,i} u'_{\omega,j}) \right] \\
 & - \left[ n_{\omega} m_{\omega} \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,m} \rangle_{\omega} + \sum_{\beta} \theta_{\omega\beta,m} (m_{\omega} u'_{\omega,i}) \right] \frac{\partial U_{\omega,j}}{\partial r_m} \\
 & - \left[ n_{\omega} m_{\omega} \langle u'_{\omega,j} u'_{\omega,m} \rangle_{\omega} + \sum_{\beta} \theta_{\omega\beta,m} (m_{\omega} u'_{\omega,j}) \right] \frac{\partial U_{\omega,i}}{\partial r_m} \\
 & + \sum_{\beta} \chi_{\omega\beta} (m_{\omega} u'_{\omega,i} u'_{\omega,j}) + n_{\omega} \langle F_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_{\omega} + n_{\omega} \langle F_{\omega,j} u'_{\omega,i} \rangle_{\omega}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Le premier terme du côté droit (entre les premiers crochets) est le transport des contraintes par les fluctuations de vitesse et les collisions. Les deuxième et troisième termes représentent la production des contraintes due au gradient moyen de vitesse. Les termes  $\sum_{\beta} \chi_{\omega\beta} (m_{\omega} u'_{\omega,i} u'_{\omega,j})$  sont les sources collisionnelles occasionnées par les chocs entre toutes les particules ; finalement les deux derniers termes tiennent en compte des interactions de la phase dispersée avec la phase continue.

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

### 2.4.1 Fonction de distribution des paires (théorie d'Enskog) :

Pour continuer à construire les termes qui apparaissent dans les intégrales de flux et source collisionnel,  $\chi_{\omega\beta}$  et  $\theta_{\omega\beta}$ , les formes présumées des fonctions de distribution pair  $f_{\omega\beta}^{(2)}$  sont nécessaires pour le calcul analytique. Cette fonction caractérise la statistique des collisions binaires. Elle représente le nombre probable de paires de particules qui à un temps  $t$  sont situées dans les éléments de volume  $d\mathbf{r}_{\omega}$  et  $d\mathbf{r}_{\beta}$  centrés en  $\mathbf{r}_{\omega}$  et  $\mathbf{r}_{\beta}$  avec vitesses  $\mathbf{c}_{\omega}$  et  $\mathbf{c}_{\beta}$  dans les éléments d'espace de vitesse  $d\mathbf{c}_{\omega}$  et  $d\mathbf{c}_{\omega}$ . Avec l'hypothèse de chaos moléculaire, il n'existe pas de corrélation entre les particules pourtant influencées par la turbulence du fluide, d'où une indépendance des vitesses et des positions de deux particules. Les distributions pair sont écrites en fonction des distribution des vitesses

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

---

individuelles  $f_\omega^{(1)}$  et  $f_\beta^{(1)}$  :

$$f_{\omega\beta}^{(2)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + \frac{d_\omega}{2}\mathbf{k}, \mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - \frac{d_\beta}{2}\mathbf{k}) = g_{\omega\beta}(\mathbf{r}) f_\omega^{(1)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + \frac{d_\omega}{2}\mathbf{k}) f_\beta^{(1)}(\mathbf{c}_\beta, \mathbf{r} - \frac{d_\beta}{2}\mathbf{k}) \quad (2.27)$$

où  $g_{\omega\beta}(\mathbf{r})$  représente la fonction de distribution radiale, laquelle sera décrite ci-après. On fait l'hypothèse de type chaos moléculaire, cette hypothèse n'est pas tout à fait légitime dans les écoulements diphasiques turbulents parce qu'on peut y trouver des corrélations entre particules dues à la turbulence (cf. Lavieville, 1997 [59] et Fede, 2004 [29]). Elle est valable pour  $\tau_\omega^F \gg \tau_{g\omega}^t$ .

### 2.4.2 Fonction de distribution radiale

#### Fonction de distribution radiale en monodisperse

La fonction de distribution radiale au point de contact  $g_o(\mathbf{r})$  pour les systèmes en monodisperse, considère l'accroissement de la probabilité d'une collision lorsque le système devient dense dans le cadre de la théorie d'Enskog. Cette fonction d'encombrement permet de définir le caractère dense ou dilué d'un système. Elle a une valeur de 1 dans des systèmes très dilués et accroit de façon infinie lorsque le système devient dense. Carnahan et Starling (1969)[12] ont proposé une expression semi-empirique à partir de laquelle ils obtiennent une fonction de distribution radiale au contact d'une collision binaire dans les systèmes de melanges monodisperses (Mansoori et al., 1971, [65]). L'expression peut s'écrire en fonction de la fraction volumique du solide  $\alpha_s$

$$g_o = \frac{1}{1 - \alpha_s} + \frac{3\alpha_s}{2(1 - \alpha_s)^2} + \frac{\alpha_s^2}{2(1 - \alpha_s)^3} \quad (2.28)$$

Leur expression est très proche du comportement rapporté par les calculs numériques de la dynamique moléculaire jusqu'à la valeur de  $\alpha_s = 0,5$ .

En régime dilué  $\alpha_s \ll 1$ ,

$$g_o \cong 1 + \frac{5}{2}\alpha_s + O(\alpha_s^2) \quad (2.29)$$

Un autre modèle proposé par Lun et Savage (1986)[62] est établi pour le cisaillement de petits systèmes à hautes concentrations :

$$g_o = \left(1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_m}\right)^{-2.5\alpha_m} \quad (2.30)$$

où  $\alpha_m = 0.64$  est la valeur maximale de la fraction volumique du solide pour un système comblé de sphères (Campbell, 1989[11]).

### Fonction de distribution radiale en polydisperse

La fonction de distribution radiale pour les systèmes polydispersés à le même but que la forme en monodisperse, c'est-à-dire, qu'elle considère l'accroissement de la probabilité d'une collision lorsque le système devient dense. Le vecteur de position  $\mathbf{r}$  au point de contact lors d'une collision binaire entre une particule  $\omega$  et une particule  $\beta$  est

$$\mathbf{r} = \frac{d_\beta \mathbf{r}_\omega + d_\omega \mathbf{r}_\beta}{2d_{\omega\beta}} \quad (2.31)$$

où  $d_{\omega\beta}$  est donné par (2.15). Dans la littérature on trouve différents modèles pour caractériser la fonction de distribution radiale. On peut citer la forme de Mansoori et al. (1971)[65], laquelle était l'une des premières à être en accord avec les simulations numériques.

$$g_{\omega\beta} = \frac{1}{1 - \alpha_s} + \frac{3}{2} \frac{d_\omega d_\beta}{d_\omega + d_\beta} \frac{\xi_\omega}{(1 - \alpha_s)^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{d_\omega d_\beta}{d_\omega + d_\beta} \right)^2 \frac{\xi_\omega^2}{(1 - \alpha_s)^3} \quad (2.32)$$

où  $\xi_\omega = \frac{1}{3}\pi (\sum_\omega n_\omega d_\omega^2) = 2\Sigma_\omega \frac{\alpha_\omega}{d_\omega}$  est la fraction volumique totale du solide avec  $\alpha_s = \sum_\omega \alpha_\omega$ .

En régime dilué  $\frac{\alpha_s}{\alpha_m} \ll 1$ ,

$$g_\omega \cong 1 + \frac{5}{2}\alpha_s + O(\alpha_s^2) \quad (2.33)$$

Un modèle qui considère l'encombrement dû à la présence d'un ensemble de particules polydispersés est proposé par Lathouwers et Bellan (2000)[56]. La forme de cette fonction  $g_{\omega\beta}(\mathbf{r})$  est pris de Jenkins et Mancini (1989)[50], mais corrigée par l'insertion de la valeur maximale de la fraction volumique du solide  $\alpha_m = 0.64$ ,

$$g_{\omega\beta} = \frac{1}{1 - \alpha_s/\alpha_m} + \frac{3}{2} \frac{d_\omega d_\beta}{d_\omega + d_\beta} \frac{\xi_\omega}{(1 - \alpha_s/\alpha_m)^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{d_\omega d_\beta}{d_\omega + d_\beta} \right)^2 \frac{\xi_\omega^2}{(1 - \alpha_s/\alpha_m)^3} \quad (2.34)$$

Ce modèle n'a pas un comportement satisfaisant par rapport au modèle théorique de Mansoori et al. (1971) pour les petites valeurs de  $\alpha_s$ .

A partir d'un développement limité de l'équation (2.30), on propose une forme plus générale et simple de la fonction de distribution radiale qui reproduit le comportement du modèle donné par l'éq. (2.32) pour des valeurs petites de  $\alpha_s$  et pour le cas monodisperse de l'éq. (2.30)

$$g_{\omega\beta} = \left( 1 - \frac{\alpha_s}{\alpha_m} \right)^{-\gamma_s \alpha_m} \quad (2.35)$$

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

---

où

$$\gamma_s = 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{2d_\omega d_\beta}{d_\omega + d_\beta} \right) \frac{1}{d_s} \quad (2.36)$$

ici le diamètre moyen  $d_s$  est donné par

$$\frac{\alpha_s}{d_s} = \sum_{\omega} \frac{\alpha_\omega}{d_\omega} \quad (2.37)$$

L'équation (2.35) tend vers  $\infty$  lorsque  $\alpha_s$  tend vers  $\alpha_m$ , et quand  $\alpha_s/\alpha_m$  est très petit devant 1  $g_\omega$  tend vers le développement limité de l'équation (2.34). L'expression (2.35) non seulement présente une forme plus simple devant (2.34), mais aussi elle est à la fois consistante avec (2.32). Dans la Figure 2.2 sont tracés les comportements des courbes des fonctions de distribution radiale à partir des modèles de Lun-Savage (1987)[61] en monodisperse, Mansoori et al. (1971)[65], Lathouwers-Bellan (2000)[56] et celui de l'éq. (2.35) appliqués à deux types différents de particules en fonction de la fraction volumique du solide. Quelques cas développés pour un rapport entre diamètres et fractions volumiques sont aussi tracés. Le comportement satisfaisant de l'éq. (2.35) nous permet de faire des prédictions correctes dans les systèmes de particules à plusieurs espèces. De la même façon, on explore le comportement de l'éq. (2.36) avec des différents rapports de fraction volumique. Dans le cas particulier de  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 1$ , la valeur de  $\gamma_s$  devient une constante égale à 2.5 pour tout rapport  $d_\omega/d_\beta$ , ceci est aussi consistant avec le cas monodisperse prédit par le modèle de Lun-Savage. Le cas monodisperse de  $\gamma_s$  est aussi atteint lorsque  $d_\omega/d_\beta = 1$  pour toutes valeurs de  $\alpha_\omega/\alpha_\beta$ , ce qui prouve la forme correcte de l'éq. (2.35). Le graphique de  $\gamma_s$  décrit une courbe asymptotique pour toute valeur de  $\alpha_\omega/\alpha_\beta$  et grandes valeurs de  $d_\omega/d_\beta$ . Ce comportement implique que  $\gamma_s$  tend vers 4 lorsqu'il existe une concentration très réduite de  $\omega$  ( $\alpha_\omega \ll \alpha_\beta$ ), et par contre  $\gamma_s$  tend vers 1 pour grandes concentrations de  $\omega$  ( $\alpha_\omega \gg \alpha_\beta$ ). Voir Figure 2.3.

### 2.4.3 Fonctions de distribution de vitesses

La fonction de distribution des vitesses d'une particule individuelle dans (2.27) est évaluée au point de contact lors d'une collision en faisant un développement en séries de Taylor :

$$f_\omega^{(1)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r} + \frac{d_\omega}{2}\mathbf{k}) = \left[ 1 + \frac{d_\omega}{2} k_i \frac{\partial}{\partial r_i} + \left( \frac{d_\omega}{2} \right)^2 \frac{k_i k_j}{2!} \frac{\partial^2}{\partial r_i \partial r_j} \right] f_\omega^{(1)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}) \quad (2.38)$$

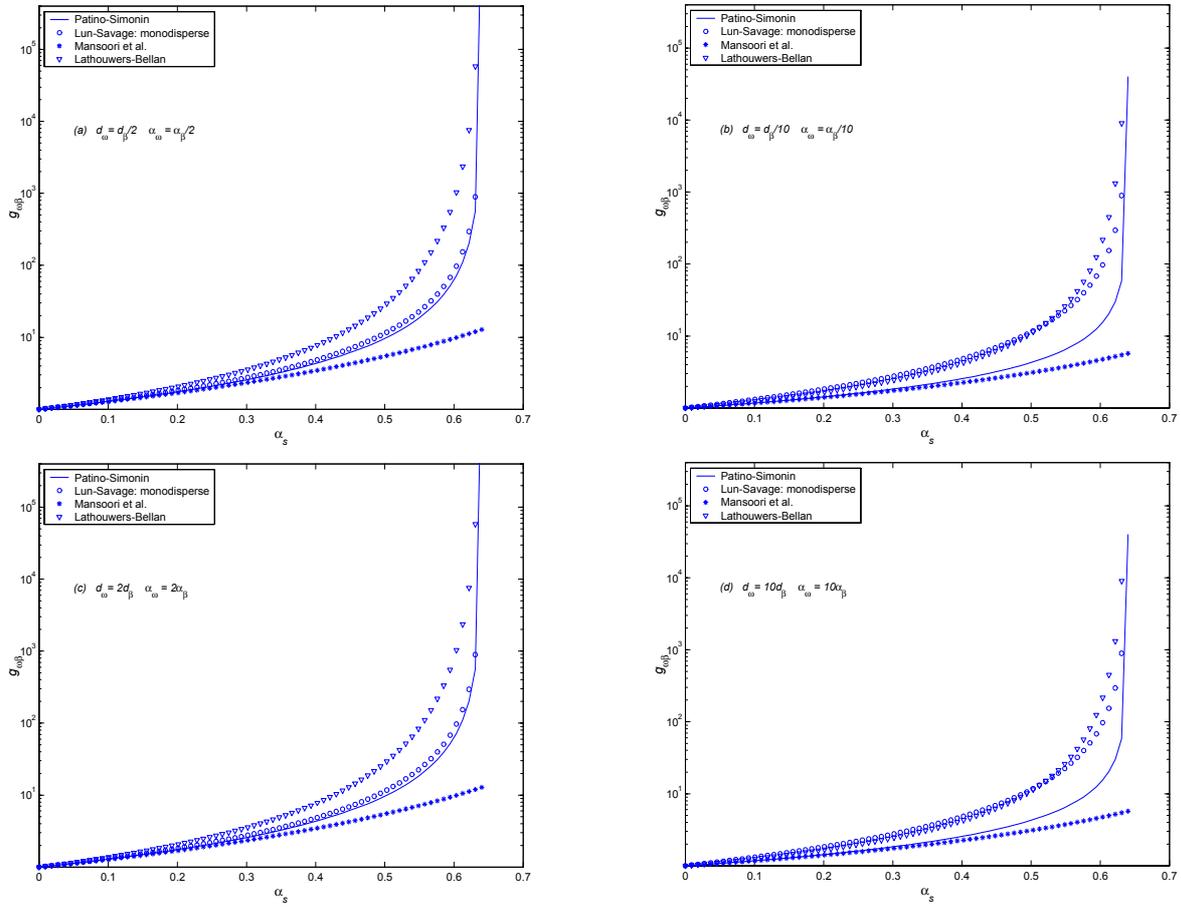


FIG. 2.2 – Distribution radiale  $g_{\omega\beta}$  en fonction de la fraction volumique du solide  $\alpha_s$

Lathouwers et Bellan (2000) prennent la distribution des vitesses de la particule  $\omega$  égale à une distribution Maxwellienne à l'équilibre

$$f_{\omega}^{(1)}(\mathbf{c}_{\omega}, \mathbf{r}, t) = f_{\omega}^{(0)}(\mathbf{c}_{\omega}, \mathbf{r}, t) = \frac{n_{\omega}}{\left(\frac{4}{3}\pi q_{\omega}^2\right)^{3/2}} \exp\left(-\frac{3(\mathbf{c}_{\omega} - \mathbf{U}_{\omega})^2}{4q_{\omega}^2}\right) \quad (2.39)$$

qui doit satisfaire

$$\int f_{\omega}^{(1)} d\mathbf{c}_{\omega} = n_{\omega} \quad (2.40)$$

$$\int \mathbf{c}_{\omega} f_{\omega}^{(1)} d\mathbf{c}_{\omega} = n_{\omega} \mathbf{U}_{\omega} \quad (2.41)$$

$$\int \frac{1}{2} [\mathbf{c}_{\omega} - \mathbf{U}_{\omega}] \cdot [\mathbf{c}_{\omega} - \mathbf{U}_{\omega}] f_{\omega}^{(1)} d\mathbf{c}_{\omega} = n_{\omega} q_{\omega}^2 \quad (2.42)$$

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

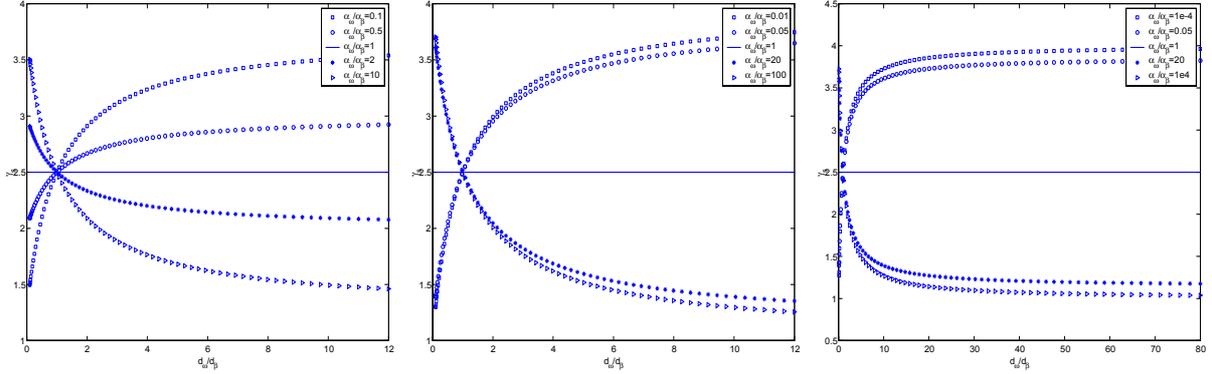


FIG. 2.3 – Fonction  $\gamma_s(d_\omega/d_\beta)$  (a) Petites valeurs de  $a_\omega/a_\beta$ ; (b) Grandes valeurs de  $a_\omega/a_\beta$ ; (c) valeurs asymptotiques de  $\gamma_s$

Cette approche proposée par Lathouwers et Bellan (2000) néglige l'influence de l'anisotropie de la distribution de vitesse qui joue un rôle important en régime dilué.

Dans l'approche de Grad (1949)[40], utilisé par Jenkins et Richman (1985), Boelle (1997) et Fede (2000) la fonction de distribution des vitesses d'une particule simple  $f_\omega^{(1)}$  est développée en polynômes de Hermite. Grad propose de faire une approximation d'ordre trois ce qui semble raisonnable si l'écoulement n'a pas une variation trop rapide.

$$f_\omega^{(1)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, t) = \left[ 1 - a_{\omega,i} \frac{\partial}{\partial c_{\omega,i}} + \frac{a_{\omega,ij}}{2!} \frac{\partial^2}{\partial c_{\omega,i} \partial c_{\omega,j}} - \frac{a_{\omega,ijk}}{3!} \frac{\partial^3}{\partial c_{\omega,i} \partial c_{\omega,j} \partial c_{\omega,k}} \right] f_\omega^{(0)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, t) \quad (2.43)$$

où  $f_\omega^{(0)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, t)$  est décrit par (2.39). Il est démontré (Jenkins et Richman, 1985) que les coefficients  $a_i, a_{ij}, a_{ijk}$  qui dépendent de  $\mathbf{r}$  et  $t$  mais pas de  $\mathbf{c}$ , sont liés aux moments d'ordre  $n$  ( $n \leq 3$ )

$$a_{\omega,ij} = \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega - \frac{2}{3} q_\omega^2 \delta_{ij} \quad (2.44)$$

et

$$a_{\omega,ijm} = \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} u'_{\omega,m} \rangle_\omega \quad (2.45)$$

après l'évaluation des dérivées, la forme générale de l'éq. (2.43) est

$$f_\omega^{(1)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, t) = \left[ 1 + \frac{a_{\omega,i}}{\left(\frac{2}{3} q_\omega^2\right)} C_i + \frac{a_{\omega,ij}}{2 \left(\frac{2}{3} q_\omega^2\right)^2} C_i C_j + \frac{a_{\omega,ijk}}{9 \left(\frac{2}{3} q_\omega^2\right)^3} C_i C_j C_k \right] f_\omega^{(0)}(\mathbf{c}_\omega, \mathbf{r}, t) \quad (2.46)$$

où

$$C_{\omega,i}(\mathbf{r}, t) = c_{\omega,i} - U_{\omega,i}(\mathbf{r}, t) \quad (2.47)$$

L'intégration a comme conséquence que l'éq. (2.7) ne pose pas une contrainte sur les séries (2.43), par contre on trouve que pour le moment de vitesse d'ordre 1 le coefficient est

$$a_{\omega,i} = 0 \quad (2.48)$$

En raison de la définition de température, la contrainte suivante doit être imposée :

$$a_{\omega,ii} = 0 \quad (2.49)$$

Grad introduit un modèle simplifié pour réduire le nombre de variables inconnues de 20 à 13. La fermeture du système à 13-moments dans le tenseur des moments d'ordre est écrit

$$a_{\omega,ijk} = \frac{1}{5} (a_{\omega,imm}\delta_{jk} + a_{\omega,jmm}\delta_{ik} + a_{\omega,kmm}\delta_{ij}) \quad (2.50)$$

Lorsque l'on utilise la formulation (2.46) avec les contraintes (2.48), (2.49) et la forme compactée (2.50) de  $a_{ijk}$ , la fonction de distribution de vitesses d'une simple particule est

$$f_{\omega}^{(1)}(\mathbf{c}_{\omega}, \mathbf{r}, t) = \left[ 1 + \frac{a_{\omega,ij}}{2(2/3 q_{\omega}^2)^2} C_{\omega,i} C_{\omega,j} + \frac{a_{\omega,imm}}{10(2/3 q_{\omega}^2)^2} \left( \frac{1}{2/3 q_{\omega}^2} C_{\omega,j} C_{\omega,j} - 5 \right) C_{\omega,i} \right] f_{\omega}^{(0)}(\mathbf{c}_{\omega}, \mathbf{r}, t) \quad (2.51)$$

#### 2.4.4 Les termes source collisionels

##### Equation de Quantité de Mouvement :

Lathouwers et Bellan (2000) dérivent les termes source collisionels en calculant analytiquement les intégrales (2.20) employant (2.27), (2.38) et (2.39). Mais ils considèrent l'hypothèse d'une vitesse relative moyenne très petite entre les espèces par rapport à la vitesse d'agitation des fluctuations.

$$|\mathbf{U}_{\omega} - \mathbf{U}_{\beta}|^2 \ll (q_{\omega}^2 + q_{\beta}^2) \quad (2.52)$$

le terme source collisionnel dans l'équation de quantité de mouvement est écrit alors,

$$\chi_{\omega\beta}(m_{\omega}\mathbf{U}_{\omega}) = -\frac{m_{\omega} m_{\beta}}{m_{\omega} + m_{\beta}} \frac{(1 + e_{\omega\beta})}{2} \frac{n_{\omega}}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{4}{3} \left[ [\mathbf{U}_{\omega} - \mathbf{U}_{\beta}] - \frac{d_{\omega\beta}}{4} \sqrt{\frac{\pi}{3} (q_{\omega}^2 + q_{\beta}^2)} \nabla \ln \frac{n_{\omega}}{n_{\beta}} \right] \quad (2.53)$$

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

---

ici le temps de collision interparticulaire,  $\tau_{\omega\beta}^c$  est

$$\tau_{\omega\beta}^c = \left[ 4d_{\omega\beta}^2 g_{\omega\beta} n_{\beta} \sqrt{\frac{\pi}{3} (q_{\omega}^2 + q_{\beta}^2)} \right]^{-1} \quad (2.54)$$

Ce terme a une tendance à ramener  $\mathbf{U}_{\omega}$  vers  $\mathbf{U}_{\beta}$ , et réciproquement autrement dit  $\mathbf{U}_{\beta}$  vers  $\mathbf{U}_{\omega}$ , autrement dit, il s'agit d'un terme qui a une tendance à réduire l'écart de vitesse moyenne.

Plus généralement, Gourdel et Simonin (1998)[38] obtiennent les termes sources collisionnels en écoulement homogène par intégration analytique de (2.20) avec (2.27) et (2.39) pour toutes les valeurs de vitesse relative moyenne entre les espèces. Le terme source collisionnel dans l'équation de quantité de mouvement s'écrit alors

$$\chi_{\omega\beta} (m_{\omega} \mathbf{U}_{\omega}) = -\frac{m_{\omega} m_{\beta}}{m_{\omega} + m_{\beta}} \frac{(1 + e_{\omega\beta})}{2} \frac{n_{\omega}}{\tau_{\omega\beta}^c} [\mathbf{U}_{\omega} - \mathbf{U}_{\beta}] H_1(z) \quad (2.55)$$

avec le temps de collision interparticulaire,  $\tau_{\omega\beta}^c$  donné par

$$\tau_{\omega\beta}^c = \left[ 4d_{\omega\beta}^2 g_{\omega\beta} n_{\beta} \sqrt{\frac{\pi}{3} (q_{\omega}^2 + q_{\beta}^2)} H_0(z) \right]^{-1} \quad (2.56)$$

ici  $H_0(z)$  et  $H_1(z)$  sont exprimés en fonction de la variable  $z$  qui caractérise la compétition entre le glissement moyen entre les particules et la vitesse relative fluctuante dans le mécanisme de collisions :

$$z = \frac{3(\mathbf{U}_{\omega} - \mathbf{U}_{\beta})^2}{4(q_{\omega}^2 + q_{\beta}^2)} \quad (2.57)$$

l'expression  $H_0(z)$  est alors

$$H_0(z) = \frac{\exp(-z)}{2} + \frac{\sqrt{\pi z}}{2} \operatorname{erf}(\sqrt{z}) \left( 1 + \frac{1}{2z} \right) \quad (2.58)$$

on peut analyser les limites de  $H_0(z)$  :

$$\begin{aligned} z &\rightarrow 0, & H_0(z) &\rightarrow 1 \\ z &\rightarrow \infty, & H_0(z) &\rightarrow \frac{\sqrt{\pi z}}{2} \end{aligned} \quad (2.59)$$

lorsque la vitesse relative fluctuante est le mécanisme dominant des collisions la fonction tend vers la valeur limite de 1. Quand le glissement moyen domine l'effet des collisions, la fonction  $H_0(z)$  tend vers  $\sqrt{\pi z}/2$ .

Dans le contexte de ce dernier traitement nous proposons une forme alternative de  $H_0(z)$  qui est en accord avec le modèle de Gourdel-Simonin (1998) avec la particularité d'être une expression plus simplifiée :

$$H_0^*(z) = \sqrt{1 + \pi z/4} \quad (2.60)$$

le comportement de l'équation (2.58) et l'équation (2.60) est tracé dans la Figure 2.4. Les courbes présentent une bonne concordance. A partir de Gourdel-Simonin (1998), la

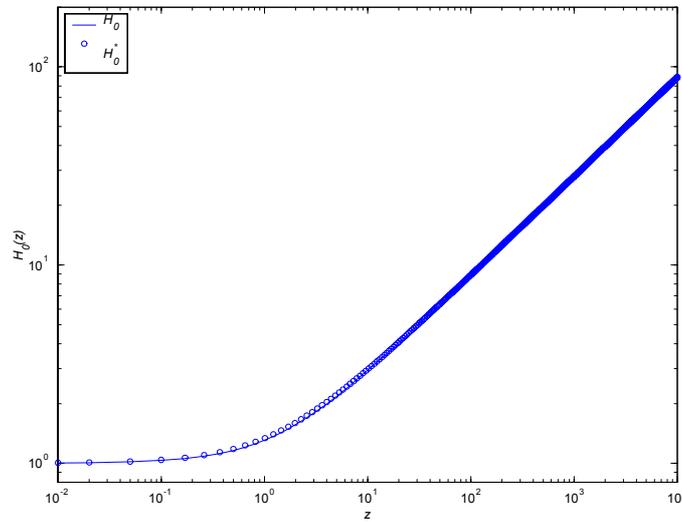


FIG. 2.4 – Courbes de  $H_0(z)$  à partir des équations (2.58) et (2.60).

fonction complémentaire qui apparaît dans le terme source collisionnel (2.55) est

$$H_1(z) = \left[ \frac{\exp(-z)}{2} \left( 1 + \frac{1}{2z} \right) + \frac{\sqrt{\pi z}}{2} \operatorname{erf}(\sqrt{z}) \left( 1 + \frac{1}{z} - \frac{1}{4z^2} \right) \right] H_0(z)^{-1} \quad (2.61)$$

cette expression admet les limites suivantes

$$\begin{aligned} z \rightarrow 0, & \quad H_1(z) \rightarrow \frac{4}{3} \\ z \rightarrow \infty, & \quad H_1(z) \rightarrow 1 \end{aligned} \quad (2.62)$$

Une analyse pour  $z \rightarrow 0$  représente la présence d'un régime à *low drift* et révèle que l'équation (2.55) tombe vers l'éq. (2.53). Ceci est dû à la méthode adoptée pour définir la fonction de distribution des vitesses à l'équilibre pour les deux développements. Comme

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

---

définition supplémentaire à l'éq. (2.61), nous proposons deux formes additionnelle de  $H_1(z)$  avec l'objectif d'avoir expressions pratiques à utiliser dans un contexte numérique.

$$H_1^*(z) = \frac{4 + 2z}{3 + 2z} \quad (2.63)$$

et

$$H_1^{**}(z) = \sqrt{\frac{16 + 2\pi z}{9 + 2\pi z}} \quad (2.64)$$

l'éq. (2.63) est tracée ainsi que l'éq. (2.61) dans la Figure 2.5 et elles sont en bon accord

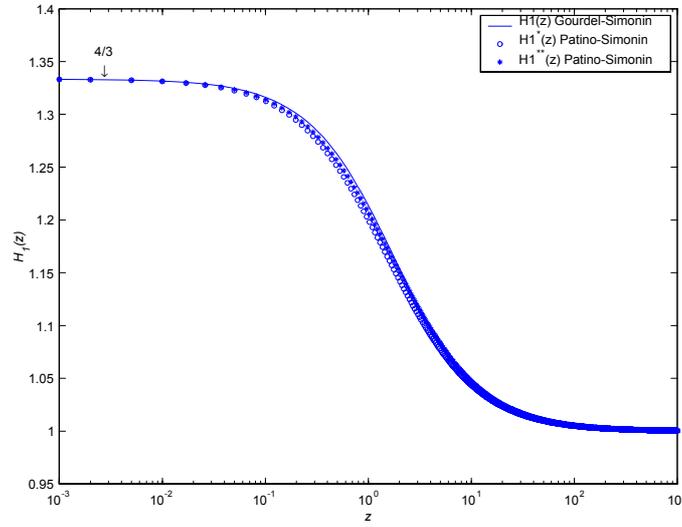


FIG. 2.5 – Courbes de  $H_1(z)$  à partir des équations (2.61), (2.63) et (2.64).

### Equation de l'énergie cinétique :

En considérant le développement de Lathouwers-Bellan (2000), les termes source collisionnels dans l'équation de l'énergie cinétique représentent des effets de la redistribution de l'énergie entre les différentes espèces de particules et de la dissipation occasionnée par les collisions non-élastiques,

$$\chi_{\omega\beta}(m_\omega q_\omega^2) = -\frac{m_\omega m_\beta}{(m_\omega + m_\beta)^2} \frac{(1 + e_{\omega\beta})}{2} \frac{n_\omega}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{8}{3} \left[ \frac{(1 - e_{\omega\beta})}{2} m_\beta (q_\omega^2 + q_\beta^2) + (m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2) \right] \quad (2.65)$$

En effet, le terme avec  $(1 - e_{\omega\beta})$  représente la dissipation de l'énergie cinétique par collisions inélastiques tandis que  $m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2$  est un terme qui ramène  $m_\omega q_\omega^2$  vers  $m_\beta q_\beta^2$ .

La vraie température en termes cinétiques, étant la masse fois la variance de vitesse, le terme de redistribution fait que les deux espèces de particules tendent à avoir la même température, il s'agit donc d'un terme de retour à l'équilibre thermique.

Si on traite un système monodisperse, le terme source collisionnel devient

$$\chi_{\omega\omega} (m_\omega q_\omega^2) = -\frac{1}{3} m_\omega \frac{n_\omega}{\tau_{\omega\omega}^c} (1 - e_{\omega\omega}^2) q_\omega^2 \quad (2.66)$$

avec

$$\tau_{\omega\omega}^c = \left[ 4d_\omega^2 g_{\omega\omega} n_\omega \sqrt{\frac{2\pi}{3} q_\omega^2} \right]^{-1} \quad (2.67)$$

Il se ramène donc au terme de dissipation par collision inélastique.

Les formulations proposés par Gourdel-Simonin (1998) des termes source collisionnels dans l'équation de l'énergie cinétique entre particules différentes sont

$$\begin{aligned} \chi_{\omega\beta} (m_\omega q_\omega^2) = & \frac{m_\omega m_\beta}{(m_\omega + m_\beta)^2} \frac{(1 + e_{\omega\beta})}{2} \frac{n_\omega}{\tau_{\omega\beta}^c} \left[ m_\beta (1 + e_{\omega\beta}) [\mathbf{U}_\omega - \mathbf{U}_\beta]^2 H_1(z) \right. \\ & \left. - \frac{8}{3} \left( m_\beta \frac{(1 - e_{\omega\beta})}{2} [q_\omega^2 + q_\beta^2] + [m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2] \right) \right] \end{aligned} \quad (2.68)$$

On retrouve les mêmes contributions de dissipation due aux collisions inélastiques et de retour à l'équilibre thermique, plus un terme supplémentaire qui représente la production de l'énergie cinétique d'agitation par collision liée au glissement moyen. Cette dernière contribution est très important, elle exprime le fait que les particules lourdes rattrapent les petites particules, puis les tapent et les envoient dans toutes les directions. On a une production d'agitation qui est liée au glissement moyen. En faisant une analyse d'ordre de grandeur, l'hypothèse de Lathouwers et Bellan revient à supposer que  $(\mathbf{U}_\omega - \mathbf{U}_\beta)^2$  soit négligeable (voir éq. (2.65)). Le modèle donné par l'éq. (2.68) est plus général et l'éq. (2.65) est contenue dans l'éq. (2.68)

Pour le cas de particules avec les mêmes caractéristiques :

$$\chi_{\omega\omega} (m_\omega q_\omega^2) = -\frac{1}{3} m_\omega \frac{n_\omega}{\tau_{\omega\omega}^c} (1 - e_{\omega\omega}^2) q_\omega^2 \quad (2.69)$$

et

$$\tau_{\omega\omega}^c = \left[ 4d_\omega^2 g_{\omega\omega} n_\omega \sqrt{\frac{2\pi}{3} q_\omega^2} \right]^{-1} \quad (2.70)$$

On peut apercevoir que les temps de collision  $\tau_{\omega\omega}^c$  (éq. (2.67) et éq. (2.70)) sont exactement les mêmes. Par contre les temps de collision  $\tau_{\omega\beta}^c$  (éq. (2.54) et éq. (2.56)) sont différents,

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

---

mais dans le cas d'un petit glissement moyen l'équation (2.56) redonne l'équation (2.54). Le cas de Lathouwers et Bellan est un cas particulier du modèle de Gourdel et Simonin.

### 2.4.5 Les termes de flux collisionnel

On va commencer pour décrire l'origine de développements qui nous amènent aux formes du flux collisionnel pour les fluides polydispersés. Tout d'abord on va rappeler les travaux de Jenkins et Richman (1985) qui prennent en compte la théorie de Grad et donner une fermeture plus convenable aux fluxes collisionnels. On va rappeler aussi le travail de Boëlle (1997) qui ajoute l'influence du fluide sur les particules et fait partie des considérations dans le cadre des couplages entre la turbulence et les particules. Le cas polydispersé fait appel aux modèles de Lathouwers et Bellan (2000) et Fede (2004); le premier adopte une fonction de distribution de probabilité maxwellienne pour donner une forme aux termes en question.

#### Modélisation en monodisperse

On va présenter le développement en évoquant les travaux de Jenkins et Richman (1985), Boelle (1997), Boelle et al. (1995) et Fede (2004). En utilisant l'éq. (2.21) avec la fonction de distribution des paires (2.27), l'expansion (2.38) et l'approximation (2.43), on peut écrire les flux collisionnels pour la quantité de mouvement dans le cadre de l'étude de Enskog plus le développement de Grad, Jenkins et Richman montrent que

$$\begin{aligned} \theta_{\omega,ij} = P_{\omega}^{\text{col}} \delta_{ij} & - \frac{3}{5} \lambda_{\omega}^{\text{col}} D_{\omega,kk} \delta_{ij} \\ & - \frac{6}{5} \lambda_{\omega}^{\text{col}} D_{\omega,ij} \\ & + n_{\omega} m_{\omega} \frac{4}{5} \alpha_{\omega} g_{\omega} (1 + e_{\omega}) \widehat{R}_{\omega,ij} \end{aligned} \quad (2.71)$$

où  $P_{\omega}^{\text{col}}$  est la pression d'origine collisionnelle qui s'écrit

$$P_{\omega}^{\text{col}} = n_{\omega} m_{\omega} 2 \alpha_{\omega} g_{\omega} (1 + e_{\omega}) \frac{2}{3} q_{\omega}^2 \quad (2.72)$$

et  $\lambda_{\omega}^{\text{col}}$  un coefficient de viscosité dynamique donné par

$$\lambda_{\omega}^{\text{col}} = n_{\omega} m_{\omega} \frac{4}{3} \alpha_{\omega} g_{\omega} (1 + e_{\omega}) d_{\omega} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_{\omega}^2}{\pi}} \quad (2.73)$$

avec, par definition

$$\alpha_\omega = n_\omega \frac{\pi d_\omega^3}{6} \quad (2.74)$$

$$D_{\omega,ij} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial U_{\omega,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{\omega,j}}{\partial x_i} \right] \quad (2.75)$$

En rappelant que  $R_{\omega,ij} = \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega$  et  $\widehat{R}_{\omega,ij} = R_{\omega,ij} - \frac{1}{3} R_{\omega,kk} \delta_{ij}$ .

Avec une hypothèse de viscosité pour  $\widehat{R}_{\omega,ij} = -2\nu_\omega^{cin} \widehat{D}_{\omega,ij}$ , cela entraîne

$$\theta_{\omega,ij} = [P_\omega^{col} - \lambda_\omega^{col} 2D_{\omega,kk}] \delta_{ij} - \mu_\omega^{col} 2\widehat{D}_{\omega,ij} \quad (2.76)$$

où

$$\mu_\omega^{col} = \frac{3}{5} \lambda_\omega^{col} + n_\omega m_\omega \frac{4}{5} \alpha_\omega g_\omega (1 + e_\omega) \nu_\omega^{cin} \quad (2.77)$$

soit en utilisant l'éq. (2.73)

$$\mu_\omega^{col} = n_\omega m_\omega \frac{4}{5} \alpha_\omega g_\omega (1 + e_\omega) \left[ d_\omega \sqrt{\frac{2 q_\omega^2}{3 \pi}} + \nu_\omega^{cin} \right] \quad (2.78)$$

Pour le flux collisionnel d'énergie d'agitation, Jenkins et Richman (1985) donnent

$$\frac{1}{2} \theta_{\omega,imm} = -\lambda_\omega^{col} \frac{\partial q_\omega^2}{\partial x_i} + n_\omega m_\omega \frac{3}{5} \alpha_\omega g_\omega (1 + e_\omega) S_{imm} \quad (2.79)$$

avec  $S_{imm} = \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,m} u'_{\omega,m} \rangle_\omega$ .

Si on utilise un hypothèse de gradients pour  $S_{imm}$  de la forme

$$\frac{1}{2} S_{imm} = -K_\omega^{cin} \frac{\partial q_\omega^2}{\partial x_i} \quad (2.80)$$

alors on trouve

$$\frac{1}{2} \theta_{\omega,imm} = -n_\omega m_\omega K_\omega^{col} \frac{\partial q_\omega^2}{\partial x_i} \quad (2.81)$$

avec

$$n_\omega m_\omega K_\omega^{col} = \lambda_\omega^{col} + n_\omega m_\omega \frac{6}{5} \alpha_\omega g_\omega (1 + e_\omega) K_\omega^{cin} \quad (2.82)$$

ou encore

$$K_\omega^{col} = \frac{4}{3} \alpha_\omega g_\omega (1 + e_\omega) \left[ d_\omega \sqrt{\frac{2 q_\omega^2}{3 \pi}} + \frac{9}{10} K_\omega^{cin} \right] \quad (2.83)$$

## 2.4 Modèles de fermeture des termes collisionnels.

---

### Modélisation en polydisperse

**Le terme de flux collisionnel dans l'équation de quantité de mouvement :** Une forme linéaire des termes de flux collisionnel de la quantité de mouvement est obtenu par intégration analytique du flux collisionnel (2.21) avec la fonction de distribution de paires (2.27). La forme donnée par Lathouwers et Bellan (2000) qui supposent une distribution  $f_\omega^{(1)}$  maxwellienne (éq. 2.39) s'écrit

$$\theta_{\omega\beta,ij} = P_{\omega\beta}^{\text{col}} \delta_{ij} - \frac{6}{5} \lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} \frac{1}{2} [D_{\omega,ij} + D_{\beta,ij}] \quad (2.84)$$

où

$$P_{\omega\beta}^{\text{col}} = n_\omega m_\omega 2 \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \frac{n_\beta \pi d_{\omega\beta}^3}{6} g_{\omega\beta} (1 + e_{\omega\beta}) \frac{1}{3} (q_\omega^2 + q_\beta^2) \quad (2.85)$$

et

$$\lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} = n_\omega m_\omega \frac{4}{3} \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \frac{n_\beta \pi d_{\omega\beta}^3}{6} g_{\omega\beta} (1 + e_{\omega\beta}) d_{\omega\beta} \sqrt{\frac{1}{3} \frac{q_\omega^2 + q_\beta^2}{\pi}} \quad (2.86)$$

avec

$$d_{\omega\beta} = \frac{d_\omega + d_\beta}{2} \quad (2.87)$$

Le travail de Fede (2004) qui utilise une forme de Grad pour  $f_\omega^{(1)}$  dérive une forme plus generale qui s'écrit

$$\begin{aligned} \theta_{\omega\beta,ij} = P_{\omega\beta}^{\text{col}} \delta_{ij} & - \frac{3}{5} \lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} \frac{1}{2} [D_{\omega,kk} + D_{\beta,kk}] \delta_{ij} \\ & - \frac{6}{5} \lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} \frac{1}{2} [D_{\omega,ij} + D_{\beta,ij}] \\ & + n_\omega m_\omega \frac{4}{5} \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \frac{n_\beta \pi d_{\omega\beta}^3}{6} g_{\omega\beta} (1 + e_{\omega\beta}) \frac{1}{2} [\widehat{R}_{\omega,ij} + \widehat{R}_{\beta,ij}] \end{aligned} \quad (2.88)$$

Cette équation, contrairement à Lathouwers et Bellan (2000) permet de retrouver exactement les expressions monodisperses de Jenkins et Richman (1985) si les particules  $\omega$  et  $\beta$  sont identiques.

On rappelle que le terme de flux collisionnel de l'équation sur la vitesse  $\mathbf{U}_\omega$  s'écrit sous la forme

$$\theta_{\omega,ij} = \sum_{\beta} \theta_{\omega\beta,ij} \quad (2.89)$$

Etant donné la lourdeur des équations, par soucis de simplification, on va supposer dans une première étape que la contribution du gradient de vitesses moyennes relatives

$\nabla(\mathbf{U}_\omega - \mathbf{U}_\beta)$  est négligeable, ce qui conduit à une forme approchée de  $\theta_{\omega,ij}$  sous la forme

$$\begin{aligned}\theta_{\omega,ij} &= (P_\omega^{\text{col}} - \lambda_\omega^{\text{col}} 2D_{\omega,kk}) \delta_{ij} \\ &\quad - \frac{3}{5} \lambda_\omega^{\text{col}} 2\widehat{D}_{\omega,ij} \\ &\quad + \sum_\beta \frac{2}{5} \frac{P_{\omega\beta}^{\text{col}}}{\frac{1}{3}(q_\omega^2 + q_\beta^2)} \frac{3}{2} [\widehat{R}_{\omega,ij} + \widehat{R}_{\beta,ij}]\end{aligned}\quad (2.90)$$

où

$$P_\omega^{\text{col}} = \sum_\beta P_{\omega\beta}^{\text{col}} \quad (2.91)$$

$$\lambda_\omega^{\text{col}} = \sum_\beta \lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} \quad (2.92)$$

On suppose également dans l'expression de  $\theta_{\omega,ij}$  que  $q_\beta^2 \simeq q_\omega^2$ , et une modèle de viscosité pour  $\widehat{R}_{\omega,ij}$  et  $\widehat{R}_{\beta,ij}$  (avec  $\nu_\beta^{\text{cin}} = \nu_\omega^{\text{cin}}$ ), on obtient finalement la forme approchée

$$\begin{aligned}\theta_{\omega,ij} &= (P_\omega^{\text{col}} - \lambda_\omega^{\text{col}} 2D_{\omega,kk}) \delta_{ij} \\ &\quad - \mu_\omega^{\text{col}} 2\widehat{D}_{\omega,ij}\end{aligned}\quad (2.93)$$

avec

$$\lambda_\omega^{\text{col}} = n_\omega m_\omega \frac{4}{3} \alpha_\omega^* g_\omega (1 + e_\omega) \widetilde{d}_\omega \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_\omega^2}{\pi}} \quad (2.94)$$

$$\mu_\omega^{\text{col}} = n_\omega m_\omega \frac{4}{5} \alpha_\omega^* g_\omega (1 + e_\omega) \left[ \widetilde{d}_\omega \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_\omega^2}{\pi}} + \nu_\omega^{\text{cin}} \right] \quad (2.95)$$

$$\alpha_\omega^* = \sum_\beta \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \frac{n_\beta \pi d_{\omega\beta}^3}{6} \quad (2.96)$$

$$\alpha_\omega^* \widetilde{d}_\omega = \sum_\beta \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \frac{n_\beta \pi d_{\omega\beta}^4}{6} \quad (2.97)$$

**Le terme de flux collisionnel dans l'équation de l'énergie cinétique d'agitation :**

Le flux collisionnel de l'énergie cinétique donné par Lathouwers-Bellan (2000) s'écrit

$$\frac{1}{2} \theta_{\omega\beta,imm} = -\lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial q_\omega^2}{\partial x_i} + \frac{\partial q_\beta^2}{\partial x_i} \right] \quad (2.98)$$

où  $\lambda_{\omega\beta}^{\text{col}}$  est donné par éq. (2.86).

## 2.5 Modèle des contraintes cinétiques des particules

---

Par analogie avec le flux d'énergie en monodisperse, éq. (2.79) et la forme polydisperse du flux de quantité de mouvement (2.88) on propose de généraliser la relation de Lathouwers et Bellan (2000) sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\theta_{\omega\beta,imm} &= -\lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial q_{\omega}^2}{\partial x_i} + \frac{\partial q_{\beta}^2}{\partial x_i} \right] \\ &+ n_{\omega} m_{\omega} \frac{3}{5} \frac{2m_{\beta}}{m_{\omega} + m_{\beta}} \frac{n_{\beta} \pi d_{\omega\beta}^3}{6} g_{\omega\beta} (1 + e_{\omega\beta}) \frac{1}{2} [S_{\omega,imm} + S_{\beta,imm}] \end{aligned} \quad (2.99)$$

Le flux pour l'espèce  $\omega$  s'écrit

$$\frac{1}{2}\theta_{\omega,imm} = \sum_{\beta} \frac{1}{2}\theta_{\omega\beta,imm} \quad (2.100)$$

$$\frac{1}{2}\theta_{\omega,imm} = -\lambda_{\omega}^{\text{col}} \frac{\partial q_{\omega}^2}{\partial x_i} + \sum_{\beta} \frac{3}{5} \frac{P_{\omega\beta}^{\text{col}}}{[q_{\omega}^2 - q_{\beta}^2]} \frac{3}{2} [S_{\omega,imm} + S_{\beta,imm}] \quad (2.101)$$

où

$$\lambda_{\omega}^{\text{col}} = \sum_{\beta} \lambda_{\omega\beta}^{\text{col}} \quad (2.102)$$

En supposant également  $q_{\beta}^2 \simeq q_{\omega}^2$  dans l'expression de  $K_{\omega}^{\text{col}}$  et un modèle de diffusivité pour  $S_{\omega,imm}$  et  $S_{\beta,imm}$  (avec  $K_{\omega}^{\text{cin}} \simeq K_{\beta}^{\text{cin}}$ ) alors on obtient finalement la forme approchée

$$\frac{1}{2}\theta_{\omega,imm} = -n_{\omega} m_{\omega} K_{\omega}^{\text{col}} \frac{\partial q_{\omega}^2}{\partial x_i} \quad (2.103)$$

avec

$$K_{\omega}^{\text{col}} = \frac{4}{3} \alpha_{\omega}^* g_{\omega} (1 + e_{\omega}) \left[ \tilde{d}_{\omega} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{q_{\omega}^2}{\pi}} + \frac{9}{10} K_{\omega}^{\text{cin}} \right] \quad (2.104)$$

## 2.5 Modèle des contraintes cinétiques des particules

### 2.5.1 Modélisation en monodisperse

#### Modèle aux équations de transport des contraintes cinétiques

Les grandeurs caractéristiques de l'agitation de la phase dispersée peuvent se calculer à l'aide d'un modèle aux équations de transport sur les contraintes cinétiques (Simonin, 1991 [75]). En développant au troisième ordre la PDF des particules en polynôme de Hermite, Grad (1949)[40] a obtenu dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, des

formes explicites des termes de collision dans les équations de transport des moments jusqu'à l'ordre trois. En introduisant l'influence de la turbulence du fluide, on peut écrire de façon générale les équations aux contraintes cinétiques de la phase dispersée sous la forme suivante (Boelle, 1997)

$$\begin{aligned}
 n_\omega m_\omega \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{\omega,k} \frac{\partial}{\partial x_k} \right] \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega &= - \frac{\partial}{\partial x_m} \left( n_\omega m_\omega \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} u'_{\omega,m} \rangle_\omega + \theta_{\omega,ijm} \right) \\
 &\quad - \left[ n_\omega m_\omega \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,k} \rangle_\omega + \theta_{\omega,ik} \right] \frac{\partial U_{\omega,j}}{\partial x_k} \\
 &\quad - \left[ n_\omega m_\omega \langle u'_{\omega,j} u'_{\omega,k} \rangle_\omega + \theta_{\omega,jk} \right] \frac{\partial U_{\omega,i}}{\partial x_k} \\
 &\quad + \chi_{\omega,ij} \\
 &\quad - n_\omega m_\omega \frac{2}{\tau_{g\omega}^F} \left[ \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega - R_{g\omega,ij} \right] \quad (2.105)
 \end{aligned}$$

Le premier terme de droite de (2.105) représente le transport des contraintes cinétiques par les fluctuations de vitesses, c'est un terme de diffusion. Le deuxième et troisième termes sont la production de contraintes cinétiques par le gradient de vitesse moyenne des particules. Le dernier terme de l'éq. (2.105) représente l'interaction avec le mouvement turbulent fluide et tend à la création ou à la destruction de variances de vitesses particulières en fonction de la valeur du tenseur symétrique des corrélations entre les vitesses du fluide et des particules :

$$R_{g\omega,ij} = \frac{1}{2} \left[ \langle u'_{g,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega + \langle u'_{\omega,i} u'_{g,j} \rangle_\omega \right] \quad (2.106)$$

Afin d'établir une fermeture pour la corrélation triple de vitesses dans (2.105), une approche de type gradient peut être utilisée. A partir de l'équation aux moments du troisième ordre, décrite dans le cadre de l'approche de Grad (1949) pour les écoulements dilués ( $\alpha_\omega < 1\%$ ), en négligeant le transport par convection et les effets de gradients moyens de vitesse, on obtient une forme approchée de la corrélation triple de vitesses

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left( n_\omega m_\omega \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} u'_{\omega,k} \rangle_\omega \right) = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left( n_\omega m_\omega K_{\omega,km}^{cin} \frac{\partial}{\partial x_m} \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega \right) \quad (2.107)$$

Le tenseur diffusif  $K_{\omega,km}^{cin}$  est obtenu sous la forme (Simonin, 1991) :

$$K_{\omega,km}^{cin} = \left[ \frac{\tau_{g\omega}^t}{\xi_{g\omega}^t} R_{g\omega,km} + \frac{\tau_{g\omega}^F}{\xi_{g\omega}^F} \langle u'_{\omega,k} u'_{\omega,m} \rangle_\omega \right] \left[ 1 + \frac{\tau_{g\omega}^F}{\xi_{g\omega}^F} \frac{\xi_\omega^c}{\tau_\omega^c} \right]^{-1} \quad (2.108)$$

## 2.5 Modèle des contraintes cinétiques des particules

---

Les constantes sont, soit données directement par la théorie cinétique des gaz (Grad, 1949), soit tirées du modèle de turbulence aux équations de transport des contraintes de Reynolds (Launder et al., 1975)[58].

$$\xi_{g\omega}^F = \frac{9}{5} \quad \xi_{\omega}^c = \frac{8}{25} \quad \xi_{g\omega}^t = \frac{3}{2} \frac{C_{\mu}}{C_s} \quad C_s = 0,25 \quad C_{\mu} = 0,09 \quad (2.109)$$

cette modélisation a été étendue aux milieux denses par Andreux (2001).

Le quatrième terme de l'éq. (2.105) tient compte des collisions interparticulaires, ce terme entraîne une destruction des corrélations extra-diagonales et une redistribution de l'énergie turbulente entre les contraintes normales, sans modification du niveau total de l'énergie cinétique.

$$\begin{aligned} \chi_{\omega,ij} = & -n_{\omega}m_{\omega} \frac{(1-e_{\omega}^2)}{3} \frac{1}{\tau_{\omega}^c} \frac{2}{3} q_{\omega}^2 \delta_{ij} \\ & -n_{\omega}m_{\omega} \frac{(1+e_{\omega})(3-e_{\omega})}{5} \frac{1}{\tau_{\omega}^c} \widehat{R}_{\omega,ij} \\ & -n_{\omega}m_{\omega} \frac{1}{60} (1+e_{\omega})(3e_{\omega}-1) \frac{\Lambda_{\omega}}{\tau_{\omega}^c} D_{\omega,kk} \delta_{ij} \\ & -n_{\omega}m_{\omega} \frac{1}{10} (1+e_{\omega})(2-e_{\omega}) \frac{\Lambda_{\omega}}{\tau_{\omega}^c} D_{\omega,ij} \end{aligned} \quad (2.110)$$

avec

$$\Lambda_{\omega} = d_{\omega} \sqrt{\frac{2\pi}{3}} q_{\omega}^2 \quad (2.111)$$

et

$$\frac{1}{\tau_{\omega}^c} = n_{\omega} \pi d_{\omega}^2 \sqrt{\frac{16}{\pi}} \frac{2}{3} q_{\omega}^2 \quad (2.112)$$

### Modèle à viscosité et équation de transfert de l'énergie cinétique d'agitation

Simonin (1991) propose un modèle à viscosité et équation de transfert de l'énergie cinétique d'agitation où l'équation d'énergie cinétique s'obtient comme la trace de l'équation (2.105)

$$\begin{aligned} n_{\omega}m_{\omega} \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{\omega,j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right] q_{\omega}^2 = & -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ n_{\omega}m_{\omega} \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} u'_{\omega,j} \rangle_{\omega} + \theta_{\omega,ijj} \right] \\ & - \left[ n_{\omega}m_{\omega} \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_{\omega} + \theta_{\omega,ij} \right] \frac{\partial U_{\omega,i}}{\partial x_j} \\ & - \frac{n_{\omega}m_{\omega}}{\tau_{g\omega}^F} [2q_{\omega}^2 - q_{g\omega}] \\ & + \frac{1}{2} \chi_{\omega,ii} \end{aligned} \quad (2.113)$$

avec

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\chi_{\omega,ii} &= -n_{\omega}m_{\omega}\frac{(1-e_{\omega}^2)}{2}\frac{1}{\tau_{\omega}^c}\frac{2}{3}q_{\omega}^2 \\ &\quad -n_{\omega}m_{\omega}\frac{1}{4}(1-e_{\omega})(3+e_{\omega})\frac{\Lambda_{\omega}}{\tau_{\omega}^c}D_{\omega,kk} \end{aligned}$$

La viscosité est obtenue à partir de l'équation (2.105) en supposant un équilibre local de l'anisotropie et un faible cisaillement. En effet, l'éq. (2.105) se met sous la forme pour  $i \neq j$

$$\begin{aligned} n_{\omega}m_{\omega}\left[\frac{\sigma_c}{\tau_{\omega}^c} + \frac{2}{\tau_{g\omega}^F}\right]R_{\omega,ij} &= n_{\omega}m_{\omega}\frac{2}{\tau_{g\omega}^F}R_{g\omega,ij} \\ &\quad - \left[n_{\omega}m_{\omega}\frac{2}{3}q_{\omega}^2 + \frac{1}{3}\theta_{\omega,kk}\right]2D_{\omega,ij} \\ &\quad - n_{\omega}m_{\omega}\frac{1}{10}(1-e_{\omega})(2-e_{\omega})\frac{\Lambda_{\omega}}{\tau_{\omega}^c}D_{\omega,ij} \end{aligned} \quad (2.114)$$

sachant que  $\widehat{R}_{\omega,ij} = -2\nu_{\omega}^{cin}D_{\omega,ij}$ , cette équation conduit à la forme suivante de la viscosité

$$\nu_{\omega}^{cin} = \left[\tau_{g\omega}^t\frac{1}{3}q_{g\omega} + \frac{1}{2}\tau_{g\omega}^F\frac{2}{3}q_{\omega}^2(1+\alpha_{\omega}g_{\omega}\phi_c)\right] \left[1 + \frac{\sigma_c}{2}\frac{\tau_{g\omega}^F}{\tau_{\omega}^c}\right]^{-1} \quad (2.115)$$

avec

$$\sigma_c = \frac{1}{5}(1+e_{\omega})(3-e_{\omega}) \quad \text{et} \quad \phi_c = \frac{2}{5}(1+e_{\omega})(3e_{\omega}-1) \quad (2.116)$$

La forme obtenue pour la viscosité cinétique montre la compétition entre trois mécanismes : (a) le transfert pour la turbulence du fluide caractérisé par  $\tau_{g\omega}^t$  ; (b) le frottement avec le fluide, caractérisé par  $\tau_{g\omega}^F$  ; (c) les collisions entre les particules caractérisés par  $\tau_{\omega}^c$ .

La corrélation triple s'écrit avec une loi de gradient sous la forme

$$\frac{1}{2}\langle u'_{\omega,i}u'_{\omega,j}u'_{\omega,k}\rangle_{\omega} = -K_{\omega}^{cin}\frac{\partial q_{\omega}^2}{\partial x_i} \quad (2.117)$$

le coefficient de diffusion s'écrit

$$K_{\omega}^{cin} = \left[\frac{1}{3}\tau_{g\omega}^t q_{g\omega} + \frac{5}{9}\tau_{g\omega}^F\frac{2}{3}q_{\omega}^2(1+\alpha_{\omega}g_{\omega}\varphi_c)\right] \left[1 + \frac{5}{9}\xi_c\frac{\tau_{g\omega}^F}{\tau_{\omega}^c}\right]^{-1} \quad (2.118)$$

avec

$$\xi_c = \frac{1}{100}(1+e_{\omega})(49-33e_{\omega}) \quad \text{et} \quad \varphi_c = \frac{3}{5}(1+e_{\omega})^2(2e_{\omega}-1) \quad (2.119)$$

### Coefficient de self dispersion

Parallèlement on peut trouver le coefficient de self dispersion au sein d'un mélange homogène de particule calculé à partir de la variance du déplacement. Ce coefficient prend la forme (Lavieville, 1997)

$$D_\omega = \left[ \tau_{g\omega}^t \frac{1}{3} q_{g\omega} + \tau_{g\omega}^F \frac{2}{3} q_\omega^2 \right] \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{1 + e_{\omega\beta}}{2} \frac{\tau_{g\omega}^F}{\tau_\omega^c} \right]^{-1} \quad (2.120)$$

On peut remarquer que les coefficients  $\nu_\omega^{cin}$ ,  $K_\omega^{cin}$  et  $D_\omega$  prennent des formes très proches en fonction des trois temps caractéristiques  $\tau_{g\omega}^t$ ,  $\tau_{g\omega}^F$  et  $\tau_\omega^c$ .

### 2.5.2 Modélisation en polydisperse

Dans le cadre de l'approche de Grad étendue aux milieux granulaires denses (Jenkins et Richman, 1985), P. Fede montre que le terme de collision de l'équation des contraintes cinétiques (2.26) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \chi_{\omega\beta,ij} = & \\ & - n_\omega m_\omega \left[ \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \right]^2 \frac{(1 - e_{\omega\beta}^2)}{3} \frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{1}{3} [q_\omega^2 + q_\beta^2] \delta_{ij} \\ & - n_\omega m_\omega \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} (1 + e_{\omega\beta}) \frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{4}{9} \frac{m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2}{m_\omega + m_\beta} \delta_{ij} \\ & - n_\omega m_\omega \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} (1 + e_{\omega\beta}) \frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{1}{3} \left[ \frac{2m_\omega}{m_\omega + m_\beta} \widehat{R}_{\omega,ij} - \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \widehat{R}_{\beta,ij} \right] \\ & - n_\omega m_\omega \left( \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \right)^2 \frac{(1 + e_\omega)(3 - e_\omega)}{5} \frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{1}{2} \left[ \widehat{R}_{\omega,ij} + \widehat{R}_{\beta,ij} \right] \\ & - n_\omega m_\omega \frac{2}{15} \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} (1 + e_\omega) \frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{2}{q_\omega^2 + q_\beta^2} \frac{m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2}{m_\omega + m_\beta} \frac{1}{2} \left[ \widehat{R}_{\omega,ij} + \widehat{R}_{\beta,ij} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - n_\omega m_\omega \frac{1}{60} \left( \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \right)^2 (1 + e_\omega) (3e_\omega - 1) \frac{\Lambda_{\omega\beta}}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{1}{2} [D_{\omega,kk} + D_{\beta,kk}] \delta_{ij} \\
& + n_\omega m_\omega \frac{1}{15} \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} (1 + e_\omega) \frac{2}{q_\omega^2 + q_\beta^2} \frac{m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2}{m_\omega + m_\beta} \frac{\Lambda_{\omega\beta}}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{1}{2} [D_{\omega,kk} + D_{\beta,kk}] \delta_{ij} \\
& + n_\omega m_\omega \frac{1}{12} \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} (1 + e_\omega) \frac{\Lambda_{\omega\beta}}{\tau_{\omega\beta}^c} \left[ \frac{2m_\omega}{m_\omega + m_\beta} D_{\omega,ij} - \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} D_{\beta,ij} \right] \\
& + n_\omega m_\omega \frac{1}{10} \left( \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \right)^2 (1 + e_\omega) (2 - e_\omega) \frac{\Lambda_{\omega\beta}}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{1}{2} [D_{\omega,ij} + D_{\beta,ij}] \\
& + n_\omega m_\omega \frac{2}{15} \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} (1 + e_\omega) \frac{2}{q_\omega^2 + q_\beta^2} \frac{m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2}{m_\omega + m_\beta} \frac{\Lambda_{\omega\beta}}{\tau_{\omega\beta}^c} \frac{1}{2} [D_{\omega,ij} + D_{\beta,ij}] \quad (2.121)
\end{aligned}$$

avec

$$\frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} = n_\beta \pi d_{\omega\beta}^2 \sqrt{\frac{16}{\pi} \frac{1}{3} (q_\omega^2 + q_\beta^2)} \quad (2.122)$$

et

$$\Lambda_{\omega\beta} = d_{\omega\beta} \sqrt{\frac{1}{3} \pi (q_\omega^2 + q_\beta^2)} \quad (2.123)$$

on retrouve la forme monodisperse si les particules  $\omega$  et  $\beta$  sont identiques.

### Modèle à viscosité et équation de transfert de l'énergie cinétique d'agitation

En prenant la trace de l'équation (2.26), on obtient l'équation d'évolution de l'énergie cinétique

$$\begin{aligned}
n_\omega m_\omega \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U_{\omega,j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right] q_\omega^2 &= - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ n_\omega m_\omega \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} u'_{\omega,j} \rangle_\omega + \sum_\beta \theta_{\omega\beta,ijj} \right] \\
& - \left[ n_\omega m_\omega \langle u'_{\omega,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega + \sum_\beta \theta_{\omega\beta,ij} \right] \frac{\partial U_{\omega,i}}{\partial x_j} \\
& - \frac{\alpha_\omega \rho_\omega}{\tau_{g\omega}^F} [2q_\omega^2 - q_{g\omega}] \\
& + \frac{1}{2} \chi_{\omega\beta,ii} \quad (2.124)
\end{aligned}$$

où le terme de source collisionnel  $\frac{1}{2} \chi_{\omega\beta,ii}$  s'obtient directement à partir de l'éq. (2.121). On peut noter que ce terme redonne la forme obtenue par Gourdel (1999) pour les écoulements avec faible glissement entre les espèces. De la même façon que pour le cas monodisperse on pourrait essayer de trouver la forme de la viscosité à partir de l'équation de contraintes cinétiques (2.26) dans un écoulement à cisaillement uniforme. Cependant l'expression

## 2.5 Modèle des contraintes cinétiques des particules

---

obtenue couple les contraintes cinétiques de différent espèces de particules et ne permet pas d'extraire une forme algébrique de la viscosité. Dans une première étape on a préféré procéder par analogie à partir de la forme du coefficient de self diffusion.

### Coefficient de self diffusion

D'après Gourdel (1999), le coefficient de self diffusion en milieu polydisperse s'écrit

$$D_\omega = \left[ \tau_{g\omega}^t \frac{1}{3} q_{g\omega} + \tau_{g\omega}^F \frac{2}{3} q_\omega^2 \right] \left[ 1 + \sum_\beta \frac{2}{3} \frac{2m_\omega}{m_\omega + m_\beta} \frac{1 + e_{\omega\beta}}{2} \frac{\tau_{g\omega}^F}{\tau_{\omega\beta}^c} \right]^{-1} \quad (2.125)$$

On voit apparaître un temps de collision efficace

$$\frac{1}{\tau_{\omega\_poly}} = \sum_\beta \frac{2m_\omega}{m_\omega + m_\beta} \frac{1 + e_{\omega\beta}}{2} \frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} \quad (2.126)$$

qui représente les effets des collisions avec toutes les espèces des particules sur le libre parcours moyen des particules  $\omega$ .

Par analogie on propose d'écrire la viscosité de l'espèce  $\omega$  en milieu polydisperse sous la forme

$$\nu_\omega^{cin} = \left[ \frac{1}{3} \tau_{g\omega}^t q_{g\omega} + \frac{1}{2} \tau_{g\omega}^F \frac{2}{3} q_\omega^2 (1 + \alpha_\omega^* g_\omega \phi_c) \right] \left[ 1 + \frac{\sigma_c}{2} \frac{\tau_{g\omega}^F}{\tau_{\omega\_poly}^c} \right] \quad (2.127)$$

où

$$\frac{1}{\tau_{\omega\_poly}^c} = \sum_\beta \frac{2m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \frac{1}{\tau_{\omega\beta}^c} \quad (2.128)$$

et le coefficient de diffusion cinétique

$$K_\omega^{cin} = \left[ \tau_{g\omega}^t \frac{1}{3} q_{g\omega} + \frac{5}{9} \tau_{g\omega}^F \frac{2}{3} q_\omega^2 (1 + \alpha_\omega^* g_\omega \varphi_c) \right] \left[ 1 + \frac{5}{9} \xi_c \frac{\tau_{g\omega}^F}{\tau_{\omega\_poly}^c} \right]^{-1} \quad (2.129)$$

où

$$\xi_c = \frac{1}{100} (1 + e_c) (49 - 33e_c) \quad \text{et} \quad \varphi_c = \frac{3}{5} (1 + e_c)^2 (2e_c - 1) \quad (2.130)$$

## 2.6 Modèle de corrélations fluide-particules

La modélisation des corrélations fluide-particule est identique à la forme monodisperse. Les corrélations fluide-particule impliquées dans 2.106 sont modélisées à l'aide du concept de viscosité turbulente :

$$\begin{aligned} \rho_\omega \langle u'_{g,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega &= -\rho_\omega \nu_{g\omega}^t \left[ \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{\omega,j}}{\partial x_i} \right] \\ &+ \frac{1}{3} \delta_{ij} \left[ \rho_\omega q_{g\omega} + \rho_\omega \nu_{g\omega}^t \frac{\partial U_{g,m}}{\partial x_m} + \rho_\omega \nu_{g\omega}^t \frac{\partial U_{\omega,m}}{\partial x_m} \right] \end{aligned} \quad (2.131)$$

où

$$\nu_{g\omega}^t = \frac{1}{3} q_{g\omega} \tau_{g\omega}^t \quad (2.132)$$

et

$$q_{g\omega} = \langle u'_{g,i} u'_{\omega,i} \rangle_\omega \quad (2.133)$$

L'équation sur la covariance des vitesses fluide-particules est écrite sous une forme approchée, à partir des fluctuations de vitesses écrites le long de la trajectoire des particules :

$$\begin{aligned} \alpha_\omega \rho_\omega \left[ \frac{\partial q_{g\omega}}{\partial t} + U_{\omega,j} \frac{\partial q_{g\omega}}{\partial x_j} \right] &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_\omega \rho_\omega \frac{\nu_{g\omega}^t}{\sigma_q} \frac{\partial q_{g\omega}}{\partial x_j} \right) - \alpha_\omega \rho_\omega \varepsilon_{g\omega} + \Pi_{qg\omega} \\ &- \alpha_\omega \rho_\omega \left[ \langle u'_{g,i} u'_{\omega,j} \rangle_\omega \frac{\partial U_{\omega,i}}{\partial x_j} + \langle u'_{\omega,i} u'_{g,j} \rangle_\omega \frac{\partial U_{g,i}}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (2.134)$$

où  $\sigma_q = 1, 0$ . Le premier terme du membre de droite de l'équation (2.134) représente le transport de la covariance par les fluctuations de vitesse. Le second terme tient compte de la destruction sous l'action de la viscosité du fluide et des effets de croisements de trajectoire, il est modélisé à l'aide du temps caractéristique d'interaction turbulence-particule,

$$\varepsilon_{g\omega} = q_{g\omega} / \tau_{g\omega}^t \quad (2.135)$$

Le troisième terme de (2.134) représente l'interaction entre les mouvements fluctuants de chaque phase,

$$\Pi_{qg\omega} = -\alpha_\omega \rho_\omega \frac{1}{\tau_{g\omega}^t} \left[ (1 + X_{g\omega}) q_{g\omega} - q_g^2 - X_{g\omega} q_\omega^2 \right] \quad (2.136)$$

avec

$$X_{g\omega} = \frac{\alpha_\omega \rho_\omega}{\alpha_g \rho_g} \quad (2.137)$$

Les deux derniers termes de (2.134) représentent la production par les gradients de vitesses moyennes.

## 2.7 Modèles de fermeture pour les termes d'interaction fluide-particule

La force exercée sur une particule isolée peut être due à la gravité, la force d'Archimède et la force de traînée,

$$\frac{\mathbf{F}_\omega}{m_\omega} = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho_\omega} \nabla \bar{p}_g - \frac{\mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}_g}{\tau_{g\omega}^F} \quad (2.138)$$

ici le temps de relaxation de la particule  $\tau_{g\omega}^F$  est

$$\frac{1}{\tau_{g\omega}^F} = \frac{3}{4} \frac{\rho_g}{\rho_\omega d_\omega} C_{d_\omega}(\text{Re}_\omega) |\mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}_g| \quad (2.139)$$

Le coefficient de traînée  $C_{d_\omega}$  est pris à partir de deux corrélations empiriques indépendantes employées pour les écoulements particulaires en régime dilué (Wen et Yu, 1966[85]) ou dense (Ergun's relation). D'après Wen et Yu (1966), le coefficient  $C_d^{wy}$  est

$$C_d^{wy}(\text{Re}_\omega) = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_\omega} \alpha_g^{-1.7} (1 + 0.15 \text{Re}_\omega^{0.687}) & \text{Re} < 1000 \\ 0.44 \alpha_g^{-1.7} & \text{Re} \geq 1000 \end{cases} \quad (2.140)$$

où le nombre de Reynolds de la particule est

$$\text{Re}_\omega = \frac{\alpha_g |\mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}_g| d_\omega}{\nu_g} \quad (2.141)$$

De même, la relation d'Ergun est écrite

$$C_d^{Eg}(\text{Re}_\omega) = (1 - \alpha_g) \frac{200}{\text{Re}_\omega} + \frac{7}{3} \quad (2.142)$$

Lathouwers et Bellan utilisent la fonction  $W = \arctan(150(\alpha_g - 0.8)) / \pi + 1/2$  pour assurer une transition rapide et continue entre les deux régimes lorsque la fraction volumique du gaz,  $\alpha_g$  est inférieure à 0.8

$$C_{d_\omega}(\text{Re}_\omega) = W C_d^{wy}(\text{Re}_\omega) + (1 - W) C_d^{Eg}(\text{Re}_\omega) \quad (2.143)$$

Le comportement du coefficient de traînée à partir des expressions de Ergun, Wen-Yu et Lathouwers-Bellan sont évaluées à différentes nombres de Reynolds (Figure 2.6).

Gobin et al. (2001, [34]) la transition se fait lorsque la fraction volumique du gaz  $\alpha_g$  est inférieur à 0.7 avec le critère suivant :

$$C_{d\omega}(Re_\omega) = \begin{cases} C_{d\omega}^{wy}(Re_\omega) & \alpha_g \geq 0.7 \\ \min\left(C_{d\omega}^{wy}(Re_\omega), C_{d\omega}^{Eg}(Re_\omega)\right) & \alpha_g < 0.7 \end{cases} \quad (2.144)$$

Ce critère paraît plus en accord avec les résultats de simulation numérique disponibles. C'est l'expression que sera utilisée par la suite

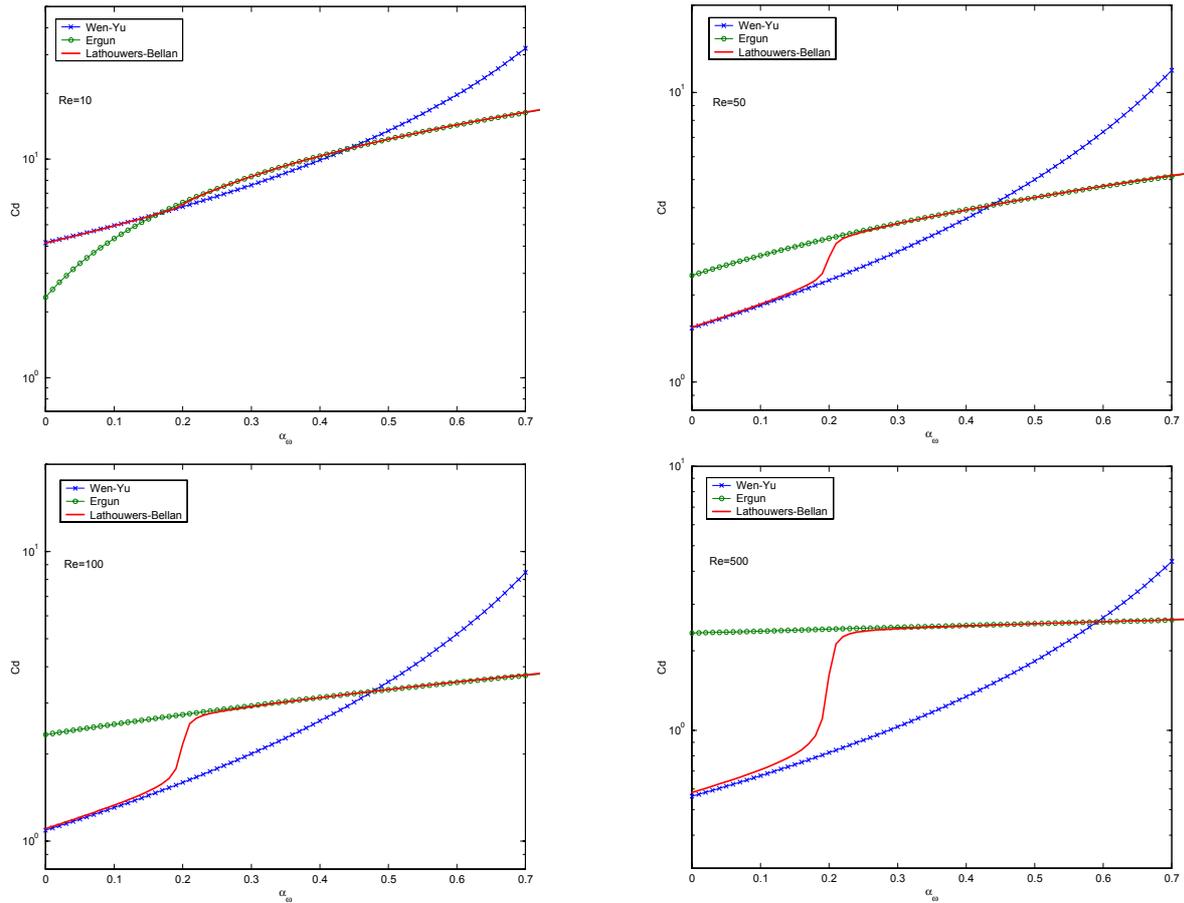


FIG. 2.6 – Coefficient de traînée pour (a)  $Re_\omega = 10$ , (b)  $Re_\omega = 50$ , (c)  $Re_\omega = 100$ , (d)  $Re_\omega = 500$

Le taux moyen de transfert de quantité de mouvement est alors dérivé à partir de (2.138)

$$\left\langle \frac{\mathbf{F}_\omega}{m_\omega} \right\rangle = \mathbf{g} - \frac{1}{\rho_\omega} \nabla \bar{p}_g - \frac{1}{\langle \tau_{g\omega}^F \rangle} \mathbf{V}_{r\omega} \quad (2.145)$$

où  $\mathbf{V}_{r\omega} = \langle \mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}_g \rangle$  est la vitesse relative moyenne

$$\mathbf{V}_{r\omega} = \mathbf{U}_\omega - \mathbf{U}_g - \mathbf{V}_{d\omega} \quad (2.146)$$

## 2.7 Modèles de fermeture pour les termes d'interaction fluide-particule

---

$\mathbf{V}_{d\omega}$  est la vitesse moyenne du fluide conditionnée par la présence d'une particule ou vitesse moyenne du fluide "vu" par les particules de classe  $\omega$ . Cette vitesse prend en compte la corrélation entre la vitesse turbulente du gaz et la distribution instantanée des particules,

$$\mathbf{V}_{d\omega} = \langle \mathbf{u}'_g \rangle_\omega \quad (2.147)$$

la vitesse moyenne du fluide  $\mathbf{V}_{d\omega}$  considère aussi la dispersion turbulente induit par le transport des particules dû aux tourbillons de la phase continue et elle est généralement négligée lorsque le système devienne dense. D'après Simonin et al. (1991)[74], la dépendance non-linéaire du temps caractéristique  $\tau_{g\omega}^F$  avec la vitesse relative instantanée est modélisée suivant

$$\frac{1}{\langle \tau_{g\omega}^F \rangle} = \frac{3}{4} \frac{\rho_g}{\rho_\omega d_\omega} C_{d\omega} (\langle \text{Re}_\omega \rangle) \langle |\mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}_g| \rangle \quad (2.148)$$

avec le nombre de Reynolds moyen

$$\langle \text{Re}_\omega \rangle = \frac{\alpha_\omega \langle |\mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}_g| \rangle d_\omega}{\nu_g} \quad (2.149)$$

et

$$\langle |\mathbf{u}_\omega - \mathbf{u}_g| \rangle = \sqrt{V_{r\omega,i} V_{r\omega,i} + \langle v'_{r\omega,i} v'_{r\omega,i} \rangle_\omega} \quad (2.150)$$

Le terme d'interaction fluide-particule dans l'équation de l'énergie cinétique est,

$$\left\langle \frac{\mathbf{F}_\omega \cdot \mathbf{u}'_\omega}{m_\omega} \right\rangle = - \frac{2q_\omega^2 - q_{g\omega}}{\langle \tau_{g\omega}^F \rangle} \quad (2.151)$$

La covariance fluide-particule est définie par

$$q_{g\omega} = \langle \mathbf{u}'_g \cdot \mathbf{u}'_\omega \rangle_\omega \quad (2.152)$$

généralement négligeable en systèmes denses.

L'influence du terme d'interaction fluide-particule dans l'équation de l'énergie cinétique est semblable à la dissipation induite par les collisions non-élastiques et il devient négligeable quand

$$\frac{n_\omega}{\langle \tau_{g\omega}^F \rangle} \ll \sum_\beta (1 - e_{\omega\beta}^2) \frac{n_\beta}{\tau_{\omega\beta}^c} \quad (2.153)$$

## 2.8 Classification des régimes dans les écoulements gaz-solide

Dans la formulation des équations de transport, plusieurs échelles de temps caractéristiques sont définies. Ces échelles de temps sont fondamentales pour la classification et la compréhension des mécanismes dominants dans les suspensions.

Une classification pour les suspensions gaz-solide basée sur certaines échelles de temps caractéristiques précédentes, mais également sur la distance relative entre les particules et l'échelle de temps de Kolmogorov  $\tau_K$  est présentée, (Figure 2.7). Quand la suspension est très diluée, disons  $\alpha_\omega < 10^{-6}$ , les particules n'ont aucun effet sur le mouvement turbulent de la phase continue, et leur mouvement peut être décrit par le mouvement turbulent de la phase continue si leur inertie est suffisamment petite. Ceci suppose un couplage directe ou *one-way coupling*.

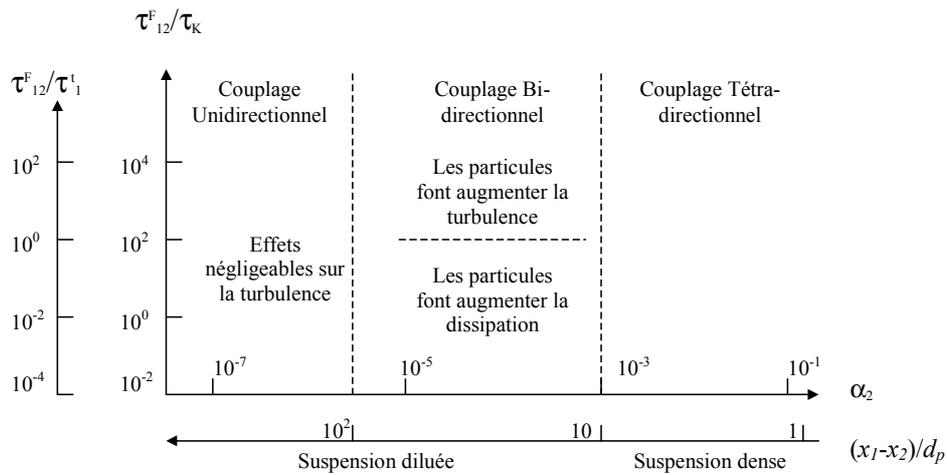


FIG. 2.7 – Classification des régimes dans les écoulements gaz-solide (Elgobashi et Abou-Arab, 1991).

Quand la fraction de volume de particules est plus grande jusqu'à  $\alpha_\omega = 10^{-3}$  on peut observer des effets de la présence des particules sur le mouvement turbulent de la phase continue. C'est le couplage inverse ou *two-way coupling*. Dans cette région, la turbulence peut être modifiée de deux manières : elle peut être augmentée ou elle peut être atténuée.

## 2.8 Classification des régimes dans les écoulements gaz-solide

---

Pour une fraction volumétrique donnée, la turbulence peut être augmentée quand le temps de relaxation de particules augmente (ce qui signifie que le diamètre de particules est plus grand). On accepte généralement que quand le nombre de Reynolds de particules dépasse une certaine valeur critique, une destruction de tourbillons se produit et augmente (ou produit) l'énergie cinétique turbulente. Au contraire, quand le temps de relaxation de particules est plus faible, il n'y a aucune perte de tourbillons et l'énergie est dissipée due au travail que les tourbillons effectuent pour accélérer les particules.

On est persuadé que les deux mécanismes, pertes de tourbillons et travail effectué par les tourbillons, sont les mécanismes dominants pour la modulation de turbulence dans les écoulements gaz-solide. En général, pour les écoulements gaz-solide, cinq mécanismes peuvent être responsables de la modulation de turbulence. Ces mécanismes sont

1. Dissipation d'énergie cinétique turbulente par les particules.
2. Augmentation de la viscosité turbulente due à la présence des particules.
3. Perte des tourbillons après le passage des particules.
4. Le fluide se déplaçant avec les particules comme une masse de fluide ajoutée aux particules.
5. Augmentation du gradient de vitesse entre deux particules.

Ces mécanismes peuvent ne pas être indépendants et, d'ailleurs, les mécanismes (2) et (5) pourraient être d'importance mineure dans des écoulements très dilués. Quand la fraction de volume de particules dépasse une certaine valeur, disons  $\alpha_w > 10^{-3}$ , la distance relative entre les particules est suffisamment petite pour que les particules se heurtent. Ceci s'appelle couplage de quatrième ordre ou *four-way coupling*. Dans la plupart des applications de fluidisation, on s'attend à que cet accouplement se produise, au moins dans les régions de lits denses.

Une classification systématique des écoulements gaz-solide, qui n'inclut pas l'aspect de modulation de la turbulence, peut être faite à partir des échelles de temps caractéristiques. Quand le mouvement des particules est affecté par la turbulence de la phase gazeuse d'une manière aléatoire. Ces deux comportements asymptotiques s'appellent le cas limite scalaire et la caisse brute de particules.

Quand  $\tau_{g\omega}^F \ll \tau_{g\omega}^t$ , le mouvement des particules est régi par la turbulence de la phase gazeuse, tandis que quand  $\tau_{g\omega}^F \gg \tau_{g\omega}^t$ , le mouvement des particules est légèrement affecté

par la turbulence de phase gazeuse, d'une manière aléatoire. Ces deux comportements asymptotiques s'appellent le cas limite scalaire et le cas de particules larges, respectivement. Quand  $\tau_\omega^c \ll \tau_{g\omega}^F$ , le mouvement des particules est régi par les mécanismes de collision de particules, tandis que quand  $\tau_\omega^c \gg \tau_{g\omega}^F$  le mouvement des particules est régi par la turbulence de phase gazeuse, de sorte que le gaz interstitiel influence le parcours libre moyen. Ces deux comportements asymptotiques sont nommés suspensions denses et diluées. Quand la vitesse relative moyenne est nulle, on trouve que  $\tau_{g\omega}^t \approx \tau_g^t$  (non-arrangement de particules), tandis que en cas de vitesse relative moyenne non nulle  $\tau_{g\omega}^t < \tau_g^t$  (arrangement de particules).

Une troisième alternative pour la classification des écoulements gaz-solide est donnée par Koch (1990). Cette classification est limitée aux suspensions diluées avec des particules ayant des petits nombres de Reynolds,  $Re \ll 1$ , et un grand nombre de Stokes,  $St \gg 1$ ; en sachant que

$$St = \frac{\tau_{g\omega}^F}{\tau_g^t} \quad (2.154)$$

Si  $St \gg \alpha_\omega^{-3/2}$ , les particules ont une masse très grande et par conséquent le mécanisme collisionnel est dominant. Si  $\alpha_\omega^{-3/4} \ll St \ll \alpha_\omega^{-3/2}$ , les particules ont une masse modérée, le mécanisme d'interaction de fluide-particule est dominant et il est semblable à celui qu'on observe dans les lits fixes, de sorte que la vitesse de particules ne change pas de manière significative pendant une interaction fluide-dynamique. Si  $1 \ll St \ll \alpha_\omega^{-3/4}$ , les particules ont une masse faible, les interactions fluide-particule sont dominantes mais elles ne sont plus semblables au cas d'un lit fixe. En conclusion, il convient de noter que d'autres échelles peuvent être d'importance, par exemple la longueur intégrale eulérienne,  $L_g^t = C_\mu k_g^{3/2} / \epsilon_g$ . Cette dépendance est illustrée par Gore et Crowe (1989 [36]), qui classifient l'accouplement bi-directionnel en fonction du rapport du diamètre des particules et de longueur intégrale eulérienne. Au-dessous d'une certaine valeur de  $d_p/L_g^t$ , 0, 1 selon Gore et Crowe, la turbulence est atténuée, tandis qu'au-dessus de cette valeur la turbulence est augmentée.

## 2.9 Détermination de temps caractéristiques

Dans les validations d'écoulements polydispersés des chapitres suivants, on fait appel à des expressions pour la détermination de temps caractéristiques. Le *temps caractéristique*

## 2.10 Conclusion

---

*des petites échelles* dans un jet initial peut être calculé de la façon suivante :

$$\tau_k^t = \frac{\text{Diamètre du jet}}{\text{Vitesse d'éjection}} \quad (2.155)$$

L'allongement du tube doit assurer un écoulement établi de la phase gazeuse à l'éjection. De plus, la longueur du tube doit être suffisante pour que le temps de transit des particules soit supérieur à leur temps de relaxation  $\tau_{g\omega}^F$ . Le *temps de transit des particules* est le rapport de la longueur du tube sur la vitesse moyenne longitudinale du fluide soit :

$$T = \frac{L_{tube}}{U_{j\max}} \quad (2.156)$$

La masse volumique des particules étant très supérieure à celle du fluide et en faisant l'approximation d'un écoulement de Stokes autour de la particule ( $Re \ll 1$ ), le *temps de relaxation des particules* est

$$\tau_{g\omega}^F = \frac{\rho_\omega d_\omega^2}{18\mu_g} \quad (2.157)$$

où  $d_\omega$  est le diamètre de la particule, et  $\mu_g$  est la viscosité du gaz. Le temps de relaxation des particules est toujours inférieur au temps de transit dans le tube; la vitesse des particules doit donc pouvoir s'adapter aux changements de vitesse moyenne du fluide dans le tube. Le temps de relaxation des particules augmente avec le diamètre de la classe considérée. Ainsi, des "petites" particules suivent l'écoulement gazeux alors que les plus "grosses" continuent tout droit sans être influencées par la présence du fluide et des recirculations.

Le nombre de Reynolds de sortie au niveau du diamètre du tube  $D_T$  est

$$\text{Re}_{\text{éjection}} = \frac{D_T (V_{\text{éjection}})}{\nu_g} \quad (2.158)$$

## 2.10 Conclusion

Dans cette partie on a montré que les écoulements turbulents gaz-solide peuvent être modélisés à partir de la théorie des milieux granulaires pour écrire les équations de transport qui doivent être fermées. Les dérivations des modèles de fermeture sont seulement possibles avec la simplification des quelques suppositions. On constate que, pour la phase discrète (tenseur de second ordre des moments de la vitesse), les hypothèses liées aux

particules étant une population des sphères rigides, lisses, avec un faible niveau de l'anisotropie et un faible variation de l'état d'équilibre Maxwellien. Le modèle est basé sur des collisions binaires entre les particules dans leur mouvement de translation. En revanche, certains systèmes polydispersés denses comme par exemple les lits fluidisés sont constitués par des particules rigides, non-sphériques, tournantes, où le niveau d'anisotropie peut être élevé.

Les collisions interparticulaires sont considérées en utilisant une prolongation de la théorie de Grad's proposée par Jenkins et Richmann pour les écoulements particulaires non-élastiques et denses, des développements spéciaux sont faits pour expliquer l'influence de la corrélation entre les vitesses des particules voisines induites par l'interaction avec la turbulence du fluide à grande échelle.

Dans les chapitres suivants on va mettre en oeuvre les modèles proposés afin de prédire les caractéristiques des systèmes polydispersés, en premier lieu pour faire une étude sur des écoulements dilués et en suite pour prédire la ségrégation dans des systèmes denses comme les lits fluidisés.

# Chapitre 3

## Validation par expériences numériques

Pour valider les modèles liés aux effets collisionnels, on utilise les résultats de simulations numériques Lagrangiennes qui prennent en compte les mécanismes d'interaction particule-particule en écoulements granulaires. Pour l'instant on néglige les effets produits par les mécanismes hydrodynamique des particules sur le fluide en vue qu'on est intéressé à la validation des termes de transport de quantité de mouvement dû aux chocs. On commencera par rappeler le travail de Gourdel (1999)[37] où il a validé les termes source collisionnels à partir d'une expérience numérique de chute libre de particules dans un milieu homogène isotrope avec l'influence de la turbulence du fluide et de la pesanteur. En suite on va montrer les résultats de la théorie cinétique dans le cas granulaire sec, à partir d'un expérience numérique de cisaillement simple en homogène e isotrope pour valider les termes de viscosité. Cette dernier validation de l'approche proposée est effectuée en employant des résultats numériques tirés de la littérature de simulation des particules discrètes agissant avec une turbulence du fluide homogène et stationnaire (Galvin et al., 2005[31]).

### 3.1 Particules en chute libre

La validation des termes collisionnels dans les équations de vitesse moyenne et d'agitation des particules (2.55) et (2.68) du modèle proposée a été effectuée par Gourdel

(1999)[37] en employant des résultats numériques de simulation de particules discrètes qui agissent avec un écoulement turbulent isotrope, homogène et stationnaire. À cette fin, un code numérique (Deustch et Simonin, 1991[24]; Lavieville et al., 1995[60]) qui permet de suivre les particules qui se heurtent dans un champ turbulent, non stationnaire et tridimensionnel calculé par simulation de grandes échelles, a été modifié pour reproduire le comportement d'un mélange des particules avec la même taille mais différentes masse volumique. Les résultats statistiques (fonction de distribution de vitesse de particules, vitesses moyennes et turbulentes, temps de collision inter-particule) sont obtenues et comparés avec les modèles de fermeture proposées.

L'étude a considéré un mélange binaire des particules influencées aussi par la pesanteur. Les simulations ont été effectuées pour différentes conditions à fin de présenter les propriétés statistiques de particules en termes de fraction volumique de particules lourdes avec une fraction volumique donnée pour les particules légères ( $\alpha_\omega = 1, 3 \times 10^{-2}$ ).

Pour la particule  $\omega$ , l'équation (2.23) deviens

$$0 = g_i - \frac{U_{\omega,i} - U_{g,i}}{\tau_{g\omega}^F} + \frac{\chi_{\omega\beta}(U_{\omega,i})}{n_\omega} \quad (\omega \neq \beta) \quad (3.1)$$

le terme de collision est donné par l'éq. (2.55)

$$\chi_{\omega\beta}(U_{\omega,i}) = -\frac{m_\beta}{m_\omega + m_\beta} \frac{(1 + e_{\omega\beta})}{2} \frac{n_\omega}{\tau_{\omega\beta}^c} [U_{\omega,i} - U_{\beta,i}] H_1(z) \quad (3.2)$$

$$\tau_{\omega\beta}^c = \left[ 4d_{\omega\beta}^2 g_{\omega\beta} n_\beta \sqrt{\frac{\pi}{3} (q_\omega^2 + q_\beta^2)} H_0(z) \right]^{-1}$$

et l'équation (2.25) peut s'écrire comme

$$0 = -\frac{2q_\omega^2 - q_{g\omega}}{\tau_{g\omega}^F} + \frac{1}{n_\omega} \sum_{\beta=1,2} \chi_{\omega\beta}(q_\omega^2) \quad (3.3)$$

avec l'éq. (2.66)

$$\chi_{\omega\omega}(q_\omega^2) = -\frac{1}{3} (1 - e_{\omega\omega}^2) \frac{n_\omega}{\tau_{\omega\omega}^c} q_\omega^2 \quad \text{et} \quad \tau_{\omega\omega}^c = \left( 4d_{\omega\omega}^2 g_{\omega\omega} n_\omega \sqrt{2\pi q_\omega^2 / 3} \right)^{-1} \quad (3.4)$$

l'autre terme collisionnel de l'éq. (2.68)

$$\begin{aligned} \chi_{\omega\beta}(q_\omega^2) = & \frac{m_\beta}{(m_\omega + m_\beta)^2} \frac{(1 + e_{\omega\beta})}{2} \frac{n_\omega}{\tau_{\omega\beta}^c} \left[ m_\beta (1 + e_{\omega\beta}) [\mathbf{U}_\omega - \mathbf{U}_\beta]^2 H_1(z) \right. \\ & \left. - \frac{8}{3} \left( m_\beta \frac{(1 - e_{\omega\beta})}{2} [q_\omega^2 + q_\beta^2] + [m_\omega q_\omega^2 - m_\beta q_\beta^2] \right) \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

$H_1$  et  $H_0$  sont donnés dans le chapitre 2.

### 3.1 Particules en chute libre

#### Résultats

La Figure 3.1 montre l'évolution des vitesses moyennes des deux espèces particules. Elles sont limitées par les vitesses de chute libre  $U_{\omega,\infty}$  et  $U_{\beta,\infty}$ . En raison des collisions, le transfert de quantité de mouvement a lieu entre particules les plus légères et les lourdes, et la vitesse établie pour les plus légères est encore plus grande que leur vitesse de chute libre. En revanche, la vitesse établie les plus lourdes est encore plus basse :  $U_{\beta,\infty} < U_{\beta} < U_m < U_{\omega} < U_{\omega,\infty}$ . Pour une petite fraction volumique des particules  $\beta$ , les particules lourdes sont traînées par les légères.

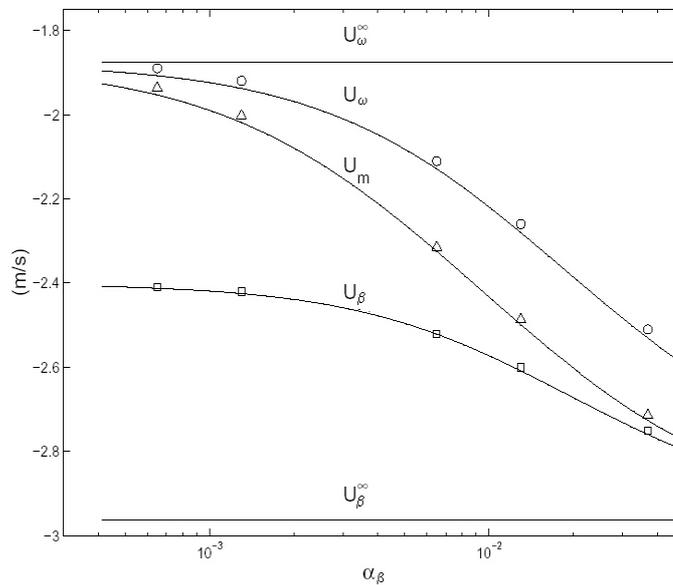


FIG. 3.1 – Vitesses verticales moyennes de particules en fonction de la fraction volumique de la particule  $\beta$ . Les symboles correspondent aux résultats de simulation Lagrangienne : (o) vitesse de particule  $\omega$ , ( $\Delta$ ) vitesse de mélange, ( $\square$ ) vitesse de particule  $\beta$ . Comparaison avec les prédictions du modèle eulerien (ligne continue).

Dans la zone où  $\alpha_\beta \leq 1$ , il a vérifié (Fig. 3.2) que  $\tau_{\omega\omega}^c < \tau_{\omega\beta}^c$  et  $\tau_{\beta\omega}^c < \tau_{\beta\beta}^c$ ; et quand  $\alpha_\beta$  augmente il y a une inversion de ces inégalités. Une approche, en utilisant la supposition de chaos pour la fonction de distribution de paire dans le terme du modèle collisionnel, néglige la corrélation entre les vitesses voisines de particules induites par l'interaction avec la turbulence du fluide.

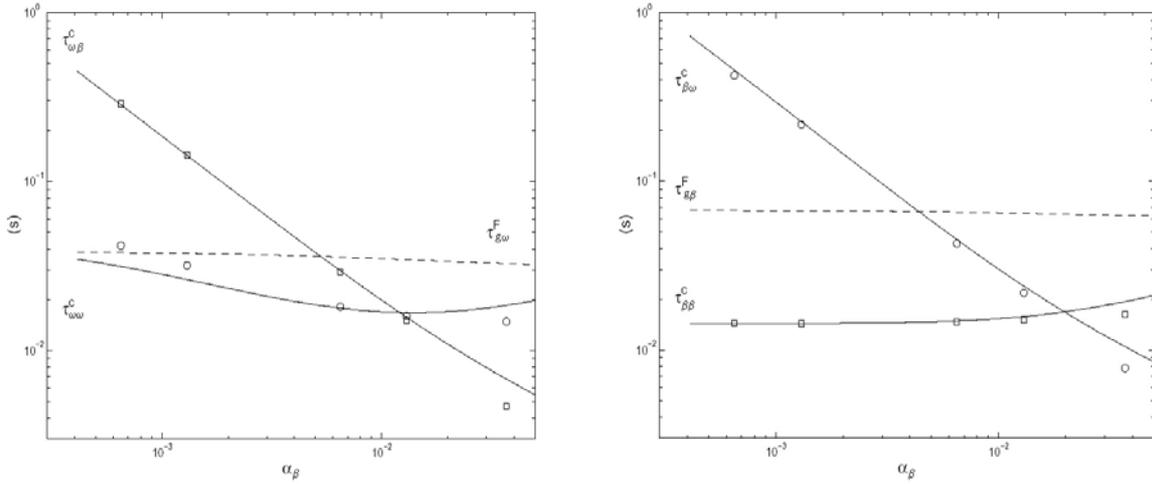


FIG. 3.2 – Temps de collision des particules  $\omega$  (gauche) et des particules  $\beta$  (droit) en fonction de la fraction volumique de particules  $\beta$ . Résultats de simulation Lagrangienne comparés avec les prédictions du modèle eulerien (ligne continue).

On voit une bonne concordance entre les prévisions des modèles de distribution à l'équilibre maxwelliennes et les résultats de simulation, c'est bien de considérer que  $z$  est entre 0,5 et 3,7 (Fig.3.3). Dans la même figure, il est remarqué une augmentation de l'agitation avec la fraction volumique des particules  $\beta$ , d'après le glissement moyenne entre les espèces.

La Fig. (3.4) montre une forte agitation dans la zone diluée pour les résultats de simulation ; il a été aperçu que  $q_\beta^2 > q_\omega^2$ , ce qui est un comportement contraire à la théorie cinétique de milieux granulaires secs et au équilibre particule-turbulence dans les écoulements homogènes ( $m_\beta > m_\omega$ ). Ceci peut être expliqué par une production d'agitation efficient due au glissement moyen qui n'est pas pris en compte dans le modèle de bas glissement. En fait, dans cette gamme diluée, les particules  $\omega$  ont seulement quelques collisions avec les particules  $\beta$  de sorte que l'agitation des particules  $\omega$  soit due à l'interaction avec la turbulence du fluide, tandis que les particules  $\beta$  sont soumises à beaucoup plus de collisions de sorte que leur agitation soit due à un équilibre entre le terme de l'interaction avec la turbulence du fluide et le terme due aux collisions avec des particules  $\omega$ , qui est un terme positive. Dans la gamme dense, les effets de collision deviennent prédominants de sorte qu'il y ait une homogénéisation de la température granulaire des deux espèces.

La Fig. (3.5) montre les résultats de simulation pour la covariance de vitesses de gaz-

## 3.2 Écoulement granulaire sec cisailé

---

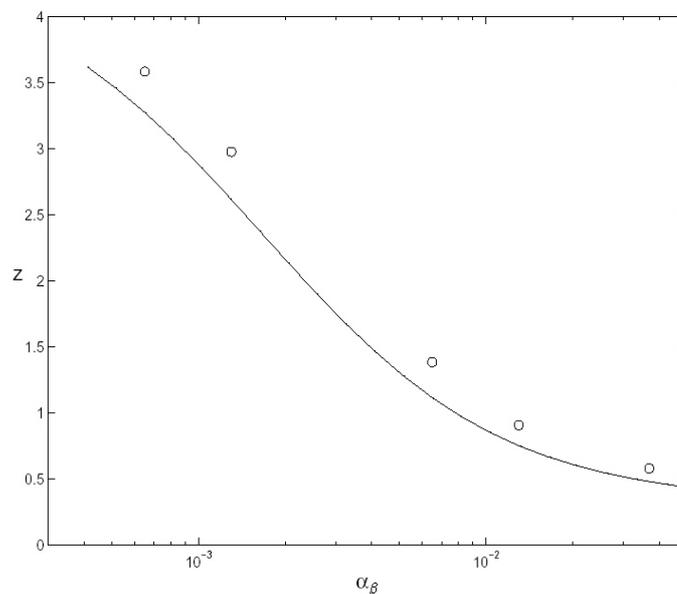


FIG. 3.3 – Variation de la fonction  $z$  avec la fraction volumique de la particule  $\beta$ . Les symboles correspondent aux résultats de simulation. Comparaison avec les prédictions du modèle eulerien (lignes continues)

particule, il montre une bonne concordance des modèles de distribution maxwelliennes à l'équilibre avec les résultats de simulation, il est également démontré que, dans les configurations d'écoulement étudiées, le mouvement de fluctuation de particules n'est pas quantitativement changé par la turbulence du fluide.

La comparaison entre les résultats de simulation et les prédictions des modèles montrent, en particulier, qu'il est possible de prendre en compte les effets collisionnels très importants, mesurés dans des écoulements dilués tels que : le transfert de quantité de mouvement entre les deux espèces de particules et la production de l'agitation due au glissement moyenne entre les espèces.

## 3.2 Écoulement granulaire sec cisailé

Dans ce cas nous sommes intéressés au comportement stationnaire où l'énergie fluctuante des particules peut atteindre l'équilibre lorsque la production par le cisaillement est équilibrée par la dissipation par collisions inélastiques. Un écoulement simple de ci-

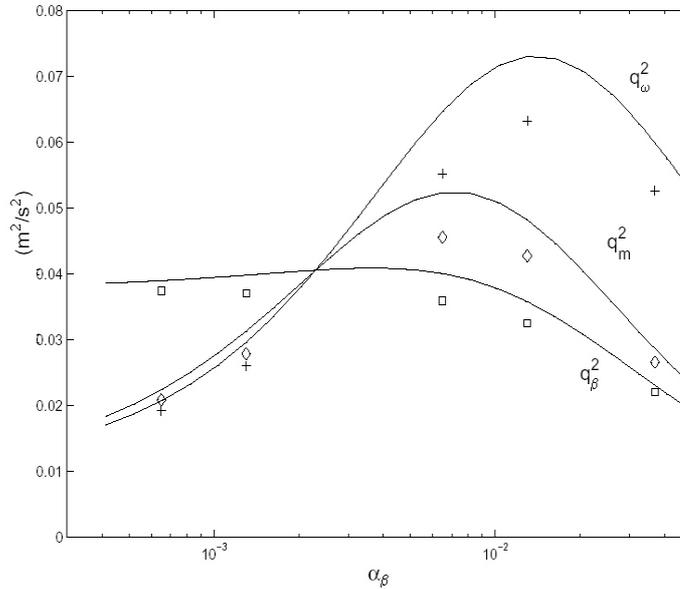


FIG. 3.4 – *Energie cinétique d'agitation particulaire en fonction de la fraction volumique  $\beta$ . Résultats de simulation : ( $\diamond$ ) mélange, ( $\square$ ) particule  $\beta$ , (+) particule  $\omega$ . Comparaison avec les prédictions du modèle eulerien (lignes continues).*

saillement est caractérisé par un profil linéaire du champ de vitesse (le gradient de vitesse de cisaillement est constant). Dans cette situation les forces externes sont négligées et les deux espèces de particules dans le mélange se déplacent avec la même vitesse moyenne. Ceci signifie que les énergies cinétiques fluctuantes de la phase disperse, la fraction volumique du solide, et le gradient des vitesses sont tous uniformes dans la zone d'écoulement. Par conséquent, les équations d'énergie pour les phases  $\omega$  et  $\beta$  sont réduites aux équations algébriques non-linéaires.

$$\left[ n_\omega m_\omega \langle \mathbf{u}'_\omega \mathbf{u}'_\omega \rangle_\omega + \sum_\beta \theta_{\omega\beta} (m_\omega \mathbf{U}_\omega) \right] : \nabla \mathbf{U}_\omega = \sum_\beta \chi_{\omega\beta} (m_\omega q_\omega^2) \quad (3.6)$$

avec les modèles de source et viscosité collisionnels donnés par (2.55) et (2.68). La viscosité cinétique  $\mu_\omega^{cin}$  pour le cas courant est

$$\mu_\omega^{cin} = \frac{2}{3} q_\omega^2 \frac{\tau_{\omega-poly}^c}{\sigma_c} (1 + \alpha_s^* g_\omega \Phi_c)$$

La pression collisional, les viscosités de volume et de cisaillement sont pris des équations (2.85), (2.94) et (2.95).

### 3.2 Ecoulement granulaire sec cisailé

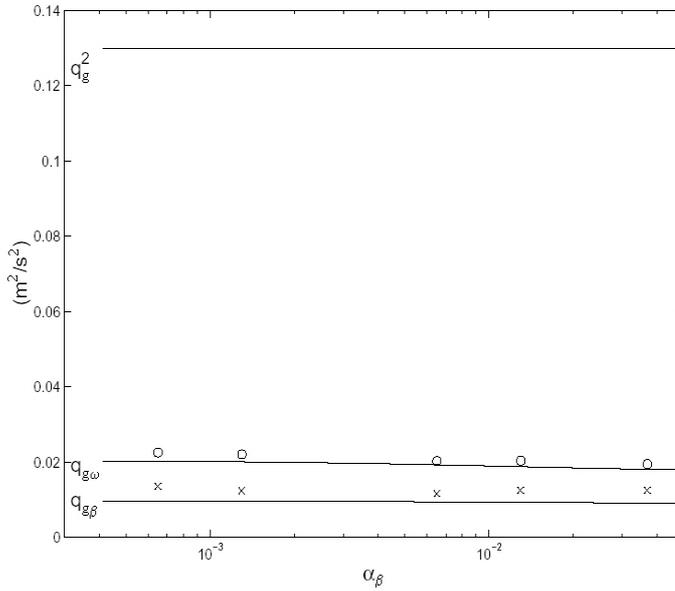


FIG. 3.5 – *Energie cinétique turbulente du gaz et covariance de vitesses gaz-particule en fonction de la fraction volumique de la particule  $\beta$ . Les symboles correspondent aux résultats de simulation. Comparaison avec les prédictions du modèle eulerien (lignes continues).*

Maintenant le domaine d'étude est un cube périodique ayant un côté  $L$  grand devant le diamètre d'une particule  $d$ . La taille de la boîte simulée est forcément un paramètre du problème. Ainsi les résultats de la simulation seront-ils a priori fonction de  $L/d$ . La taille de la boîte doit être grande devant le libre parcours moyen d'une particule. Cette contrainte est facilement réalisable dans les cas dense, elle l'est moins dans les cas dilués.

La périodicité du domaine permet de s'affranchir le problème, souvent des parois. Quand une particule sort par une paroi du cube, une autre particule qui a exactement les mêmes caractéristiques que la particule sortie, est réinjectée par la paroi opposée.

Le système étudié est dissipative à cause des collisions inélastiques. Pour pouvoir l'étudier dans de bonnes conditions, nous voulons établir un équilibre entre une production externe d'énergie et une dissipation interne propre aux particules. La production d'énergie vient d'un cisaillement homogène.

Le gradient de vitesse dans le milieu granulaire est généré par deux parois particulières du cube. Ces deux parois ont la propriété de modifier la vitesse et la position de la particule réintroduite par périodicité. La vitesse de la particule réinjectée est augmentée de  $L \times S$

où  $L$  est la taille de la boîte et  $S$  est le cisaillement. Les particules réintroduites sont également déplacées parallèlement aux plans du cisaillement d'une longueur  $L \times S \times t$ . Les particules réinjectées vont transférer l'information de cisaillement à toute la boîte par leurs déplacements et par leurs collisions avec les autres particules (voir Fig.3.6 )

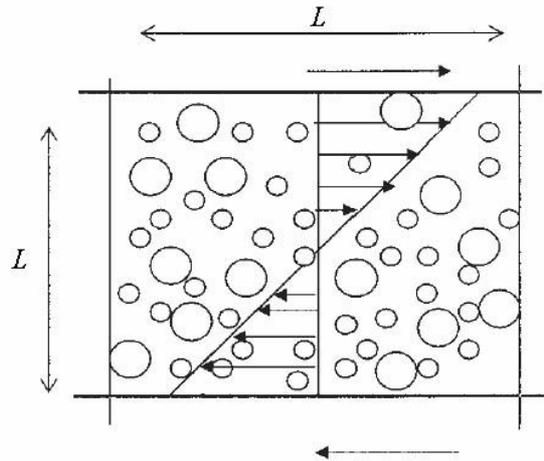


FIG. 3.6 – Simulation périodique en cisaillement simple d'une système bisolide.

### 3.2.1 Résultats

Les énergies granulaires calculées et les contraintes pour différents rapports de diamètre ont été comparés aux résultats théoriques de Jenkins et de Mancini (1987)[50], les simulations de dynamique des particules (MD) attribuées à Galvin et al. (2005)[31]. Pour analyser l'effet de l'élasticité et le taux de concentration sur les énergies granulaires, les équations sur l'agitation granulaire de deux espèces ont été résolus simultanément pour deux rapports différents  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 0,5$  et  $1$  de fraction de volumiques, avec un intervalle de coefficients de restitution s'étendant de  $0.99$  à  $0.8$ , et rapports de diamètre de particules s'étendant de  $1$  à  $4$ . Le diamètre de la particule  $\omega$  est gardé comme constante et le diamètre de la particule  $\beta$  varie.

La figure 3.7 montre le taux de variation de l'énergie cinétique d'agitation en fonction du rapport de la taille de particule à différents coefficients de restitution pour

### 3.2 Ecoulement granulaire sec cisailé

$\alpha_\omega/\alpha_\beta = 1,0$ . Notre modèle prévoit bien la non-équipartition de l'énergie des deux particules agissantes l'un sur l'autre pour des collisions non élastiques. Il est observé que l'énergie granulaire d'agitation des grandes particules augmente relativement à celle des petites particules avec l'augmentation du ratio entre les diamètres (Clelland et Hrenya, 2002[16]; Alam et Luding, 2002[1]).

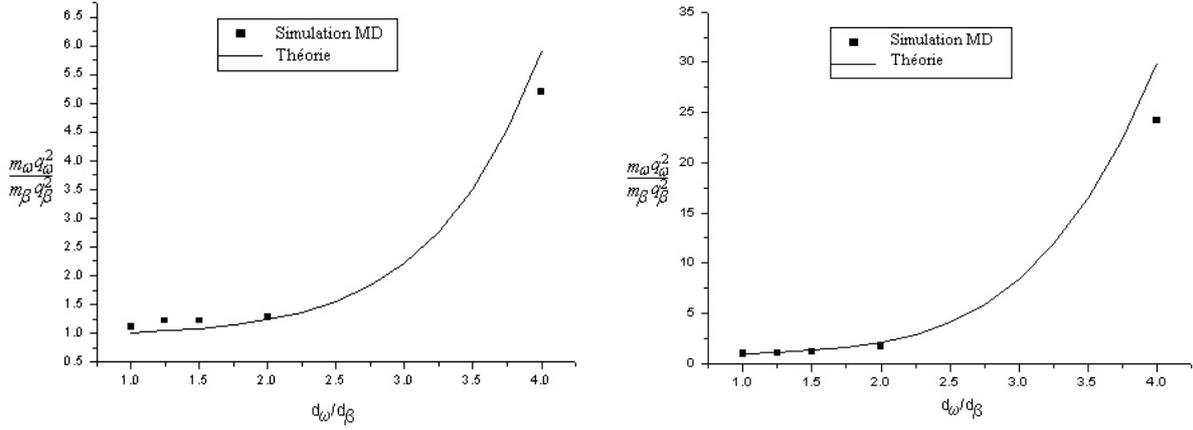


FIG. 3.7 – Rapport d'énergie cinétique d'agitation  $\alpha_s = 0,3$ ,  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 1,0$ ,  $\rho_\omega/\rho_\beta = 1,0$ ;  $e=0,95$  (gauche);  $e=0,8$  (droite).

Dans la gamme des paramètres étudiés, il est observé (Iddir et Arastoopour, 2005[48]) une équipartition dans deux cas; le premier, quand le coefficient de restitution est plus grand à 0,99 et, en second lieu, quand les deux particules ont les mêmes propriétés mécaniques ( $\rho_\omega = \rho_\beta$  et  $d_\omega = d_\beta$ ). Ils ont noté que le coefficient de restitution est le paramètre responsable de la non-équipartition; son effet sur la déviation de la température granulaire de deux particules l'un sur l'autre est augmenté par la disparité de taille. Par exemple, pour  $e = 0,99$ , le rapport  $m_\omega q_\omega^2/m_\beta q_\beta^2$  augmente très lentement avec le rapport de taille; cependant, pour  $e = 0,8$ , il est observé une augmentation forte pour des rapports plus élevés de diamètre de particules. La figure 3.8 montre aussi le taux de variation de l'énergie cinétique d'agitation pour  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 4,0$  et une fraction volumique du solide de  $\alpha_s = 0,3$ . Nos résultats ont également montré la condition sur laquelle la supposition de l'équipartition d'énergie pourrait être raisonnable, pour un rapport de diamètres inférieures à 2 et un coefficient de restitution de 0,95. Il est également prouvé que les plus petites particules absorbent plus d'énergie lors d'une interaction avec les plus grandes particules en

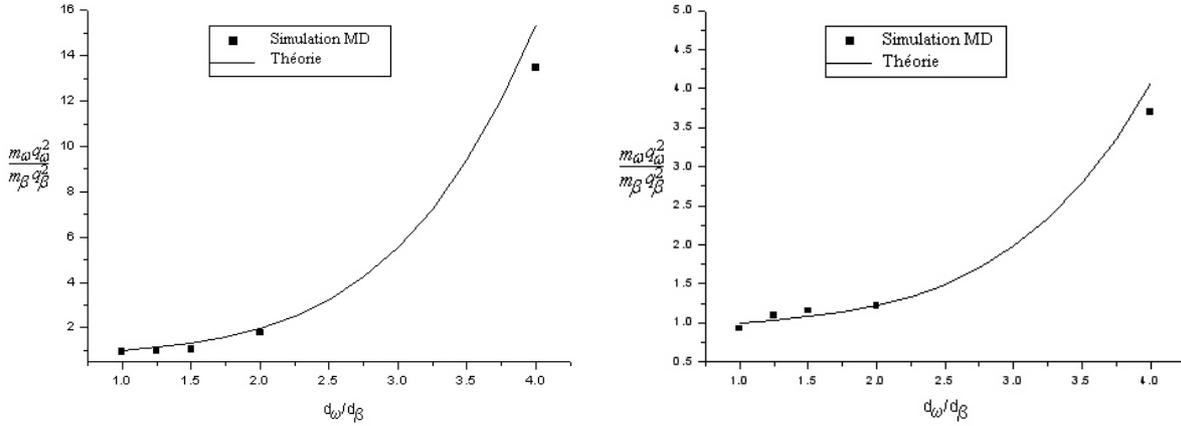


FIG. 3.8 – Rapport d'énergie cinétique fluctuante avec  $\alpha_s = 0,3$ ,  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 4,0$ ,  $\rho_\omega/\rho_\beta = 1,0$ ;  $e=0,8$  (gauche);  $e=0,95$  (droite).

collisions non élastiques. Ce comportement est plus prononcé quand le rapport de taille augmente et le coefficient de restitution diminue. Ici on prouve que le rapport de l'énergie d'agitation est faiblement dépendant du taux de concentration de deux phases particulières. Par exemple, avec  $e = 0.8$  et un rapport de diamètre de 2, l'énergie granulaire change très sensiblement avec la composition ( $\alpha_\omega/\alpha_\beta$ ). Cette observation est également confirmée à l'expérience de Feitosa et Menon (2002)[30].

Le modèle a été également appliqué à un mélange de deux particules différentes en taille (rapport de taille changeant de 1 à 4) mais égales en masse. Ce résultat est en bon accord qualitatif avec les résultats expérimentaux de Feitosa et Menon (2002) qui ont prouvé que la non-équipartition d'énergie est conservée quand le rapport de masse est significativement plus grand que 1; ce comportement est identique dans notre modèle.

Le Fig. 3.9 montre la comparaison entre le rapport de l'énergétique cinétique fluctuant en fonction du rapport de diamètre et la simulation dynamique moléculaire (Galvin et al., 2005) à  $\alpha_s = 0,3$ ,  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 0,5$ , et deux coefficients de restitution à 0,95 et 0,8. Les résultats donnés par notre modèle ont un concordance très bien pour le rapport initial de diamètres mais il reste quand même une déviation importante lorsque ce rapport devient grand. On y note une déviation plus prononcée pour de bas coefficients de restitution et rapports élevés de diamètre. À un rapport de diamètre inférieure à 2, les théories montrent la bonne concordance, mais au delà de ce rapport, une forte déviation a été observée.

### 3.2 Ecoulement granulaire sec cisailé

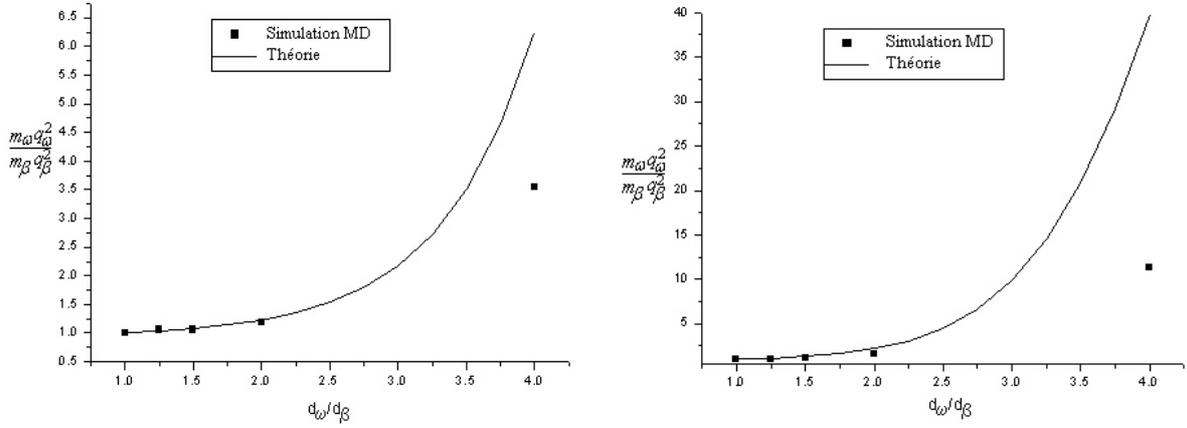


FIG. 3.9 – Rapport d'énergie cinétique fluctuante :  $\alpha_s = 0,3$ ,  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 0,5$ ,  $\rho_\omega/\rho_\beta = 1,0$ ;  $e=0,95$  (gauche);  $e=0,8$  (droite).

La déviation des résultats entre la théorie de Jenkins et Mancini et les simulations de MD est une conséquence de l'hypothèse que la déviation de la température d'agitation de chaque particule par rapport à la moyenne est très petite. Dans le contexte de la théorie cinétique, des modèles qui prennent en compte la non-équipartition dans la limite de la distribution maxwellienne de vitesse ont été développés par Jenkins et Mancini (1987) et Huilin et al. (2000[47], 2001[46]). Une comparaison avec le modèle de Huilin et al. (2000, 2001) ne pourrait pas être faite parce que, dans leur modèle, l'information sur la façon dont l'énergie cinétique est distribuée entre les deux espèces de particules ne peut pas être calculée.

La Fig. 3.10 prouve que l'énergie granulaire du mélange  $q_m^2 = (n_\omega m_\omega q_\omega^2 + n_\beta m_\beta q_\beta^2) / (n_\omega + n_\beta)$  diminue avec l'augmentation du rapport de diamètre pour  $\alpha_s = 0,3$ ,  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 0,5$ , et  $e = 0,95$ . Ce comportement a été prévu à composition constante : l'augmentation du rapport de diamètre est équivalente à augmenter le nombre de plus petites particules dans le système, de ce fait abaissant leurs fluctuations. Ceci est expliqué par l'augmentation de la fréquence des collisions avec l'augmentation du nombre de particules du système, en atténuant les fluctuations de la phase particulière dans l'ensemble. La comparaison entre la théorie actuelle et la simulation montre un bon accord quantitatif.

La Fig. 3.11 montre la variation des contraintes adimensionnelles normale et de cisaillement en fonction du rapport de diamètre, pour un mélange des particules avec la masse

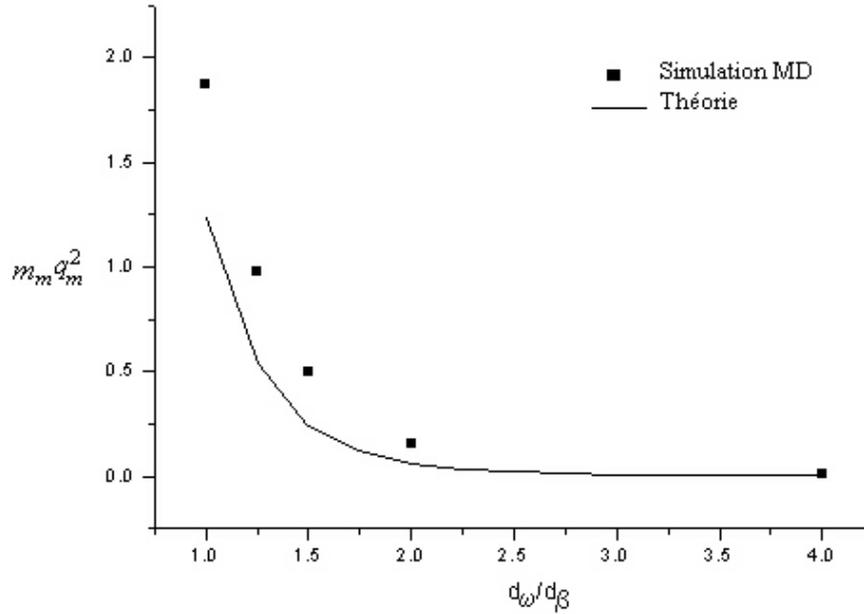


FIG. 3.10 – Variation de l'énergie granulaire du mélange avec  $e = 0,95$ ;  $\alpha_s = 0,3$ ;  $\alpha_w/\alpha_\beta = 0,5$ ;  $\rho_w/\rho_\beta = 1,0$ .

volumique et de la fraction volumique égales. Les résultats montrent que les contraintes normal et de cisaillement diminuent avec une augmentation du rapport de la taille des particules dans un mélange de deux espèces, c'est à dire, le modèle prévoit les contraintes maximales normal et de cisaillement d'un ensemble monodisperse de grandes particules. Ce comportement a été confirmé par l'expérience du Savage et Sayed (1984)[72] qui a indiqué que les contraintes dans un mélange binaire (la mêmes densité, différentes tailles) sont à peu près cinq fois inférieures par rapport à ceux d'un mélange monodisperse.

Une analyse de la Figure 3.11 indique que les prévisions de la théorie capture la nature qualitative des résultats de simulation. À savoir, à mesure que le rapport de diamètre augmente, la contrainte normale et de cisaillement de la simulation ainsi que de la théorie diminuent. Les prévisions des contraintes de la théorie et les résultats de simulations MD sont en bon accord. Le même comportement est aperçu dans les figures (3.12) et (3.13).

### 3.3 Conclusion

---

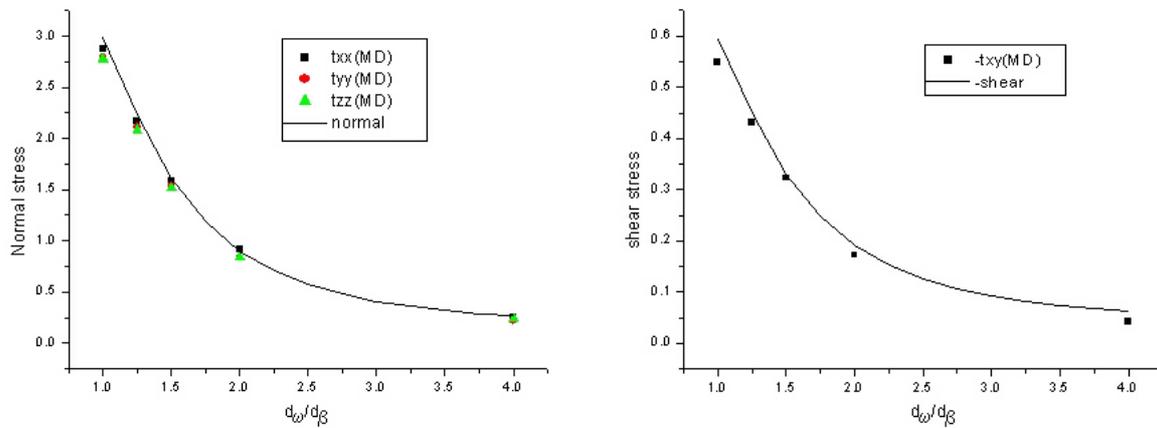


FIG. 3.11 – Variation de la contrainte normale et de cisaillement avec  $e = 0,95$ ;  $\alpha_s = 0,3$ ;  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 1,0$ ;  $\rho_\omega/\rho_\beta = 1,0$ .

### 3.3 Conclusion

Les modélisations des termes flux et source collisionnels d'un mélange bidisperse proposées dans le cadre de la thèse ont été validées par comparaison avec des résultats de simulation numérique Lagrangienne.

Le premier cas étudié antérieurement par Gourdel, consiste dans la chute libre d'un mélange de particules dans une turbulence homogène isotrope. Le deuxième cas consiste dans un écoulement granulaire sec soumis à un cisaillement uniforme.

Les prédictions du modèle sont en bon accord avec les résultats des simulations numériques Lagrangiennes. Des études complémentaires qui prennent en compte l'influence du fluide porteur sont cependant nécessaires pour une validation exhaustive du modèle.

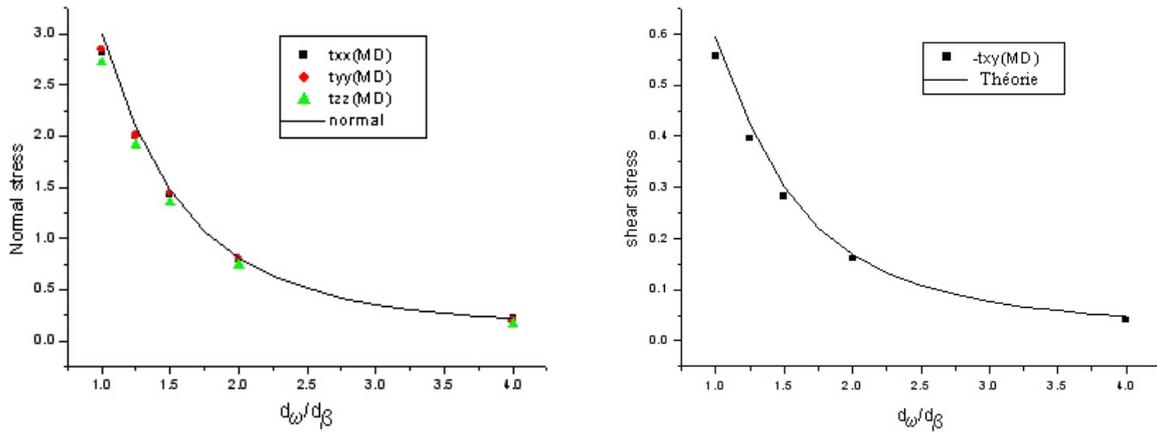


FIG. 3.12 – Variation de la contrainte normale et de cisaillement avec  $e = 0,95$ ;  $\alpha_s = 0,3$ ;  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 0,5$ ;  $\rho_\omega/\rho_\beta = 1,0$ .

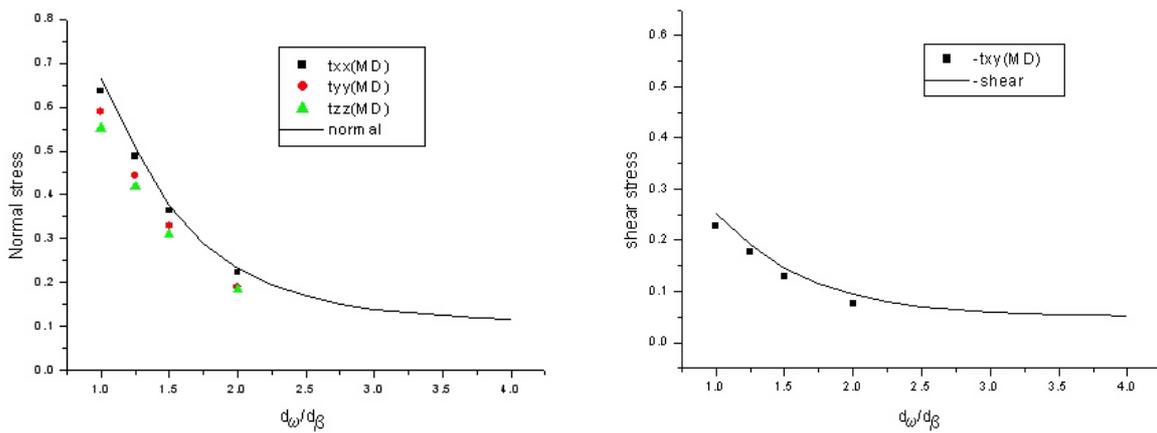


FIG. 3.13 – Variation de la contrainte normale et de cisaillement avec  $e = 0,8$ ;  $\alpha_s = 0,3$ ;  $\alpha_\omega/\alpha_\beta = 1,0$ ;  $\rho_\omega/\rho_\beta = 1,0$ .

### 3.3 Conclusion

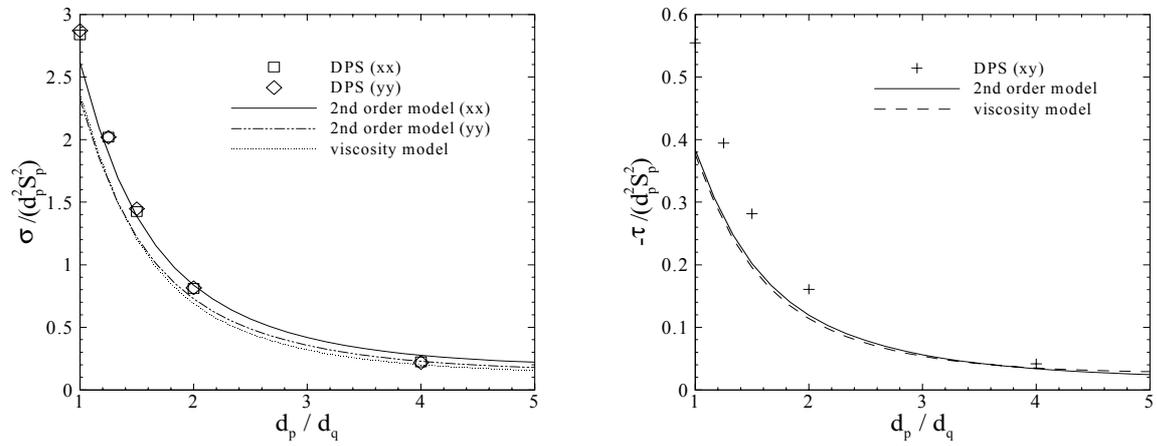


FIG. 3.14 – Variation de la contrainte normale et de cisaillement en fonction du ratio des diamètres.

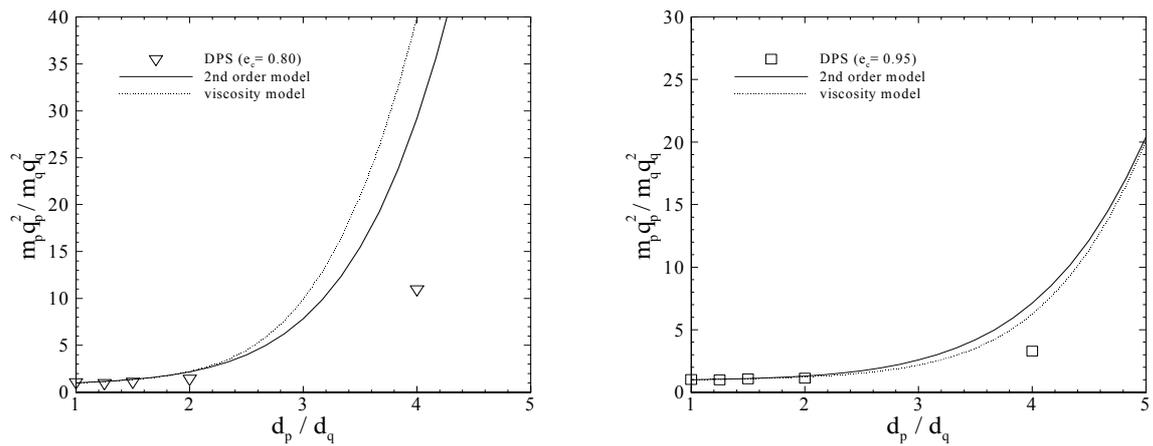


FIG. 3.15 – Variation de l'énergie granulaire du mélange avec  $\alpha_\omega / \alpha_\beta = 0,5$

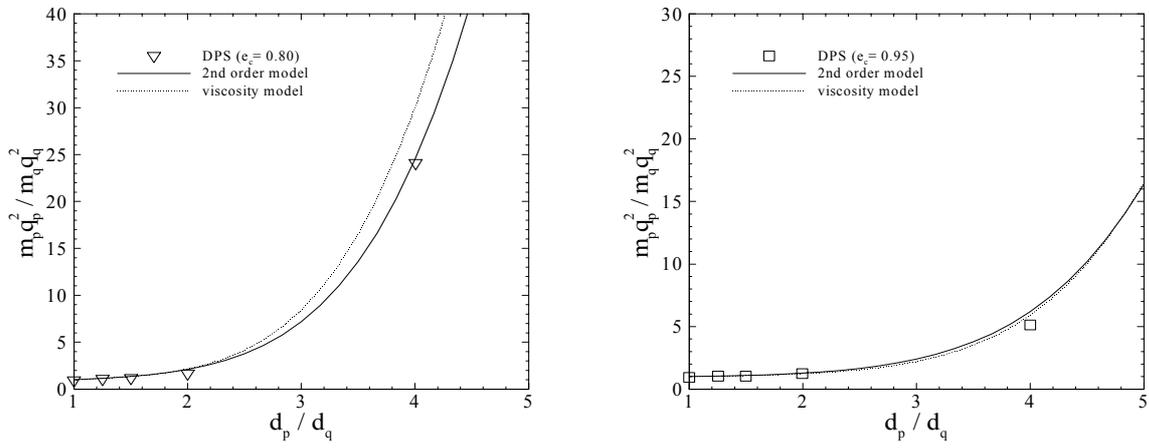


FIG. 3.16 – Variation de l'énergie granulaire du melange avec  $\alpha_\omega / \alpha_\beta = 1,0$

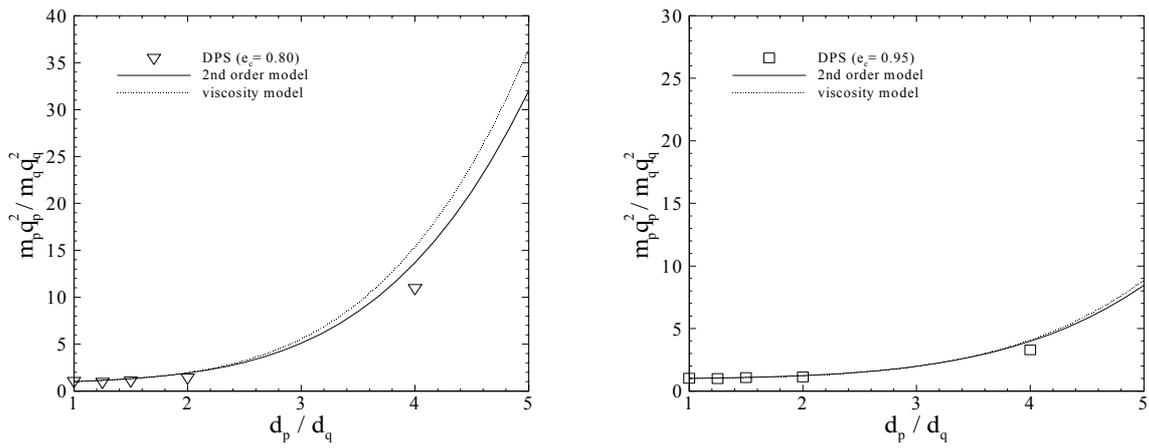


FIG. 3.17 – Variation de l'énergie granulaire du melange avec  $\alpha_\omega / \alpha_\beta = 4,0$

# Chapitre 4

## Simulation numérique d'un jet de particules monodisperses en régime dilué

### 4.1 Introduction

Ce chapitre présente l'étude numérique d'un banc d'essais appelé *Hishida* pour valider les simulations d'écoulements à inclusions dispersées. Il s'agit, d'un jet axisymétrique chargé en particules solides polydisperses. Nous décrirons la configuration expérimentale et les conditions générales de calcul. Les méthodes numériques ont été implantées dans le code multiphasique `Saturne_polyphasique@tlse` développé par Electricité de France et en collaboration avec l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. On a utilisé les modèles tirés des études théoriques du chapitre 1 et 2 et les résultats numériques sont comparés avec les résultats fournis par le code `Melodif` qui a été largement et correctement validé (Simonin, 1991[75] ; Simonin, 1996[76] ; Vit., 1999[10]). On cherchera principalement à évaluer l'interaction entre les différentes phases et l'influence de l'écoulement de la phase continue sur les grandeurs moyennes qui caractérisent la dynamique de l'écoulement de la phase polydisperse.

Le cas de validation *Hishida* correspond à une expérience classiquement utilisée pour tester les modèles diphasiques. Il a fait partie des cas retenus et étudiés lors de *5th Workshop on Two-Phase Flow Predictions* (1990)[42] pour la modélisation des écoulements

diphasiques.

## 4.2 Le code Saturne\_polyphasique@tlse

Les simulations numériques ont été réalisées à l'aide d'un code multiphasique tridimensionnel, Saturne\_polyphasique@tlse, développé depuis plusieurs années par EDF en collaboration avec l'IMFT. Ce code traite les écoulements polyphasiques via une approche eulérienne à Deux-Fluides et utilise des maillages non-structurés avec co-localisation des variables au centre des mailles. Pour les géométries 2D il faut construire un maillage pseudo-2D, c'est-à-dire maillage 3D d'une maille d'épaisseur de petite dimension. Ce code peut simuler des écoulements avec plusieurs composants en résolvant un ensemble de trois équations d'équilibre pour chaque phase (chapitres 1 et 2). Ces phases peuvent représenter des types divers d'écoulement multiphasiques :

- Composants physiques distincts (par exemple gaz, liquide et particules solides).
- Phases thermodynamiques du même composant (par exemple de l'eau liquide et sa vapeur).
- Composants physiques distincts, dont certains sont séparés en groupes différents (par exemple de l'eau et plusieurs groupes de bulles de différents diamètres).
- Différentes formes des mêmes composants physiques (par exemple une phase continue de liquide, une phase de liquide dispersée, une phase continue de vapeur, une phase dispersée de vapeur).

Le code est basé sur une technique en volumes finis. En concernant une application particulière de la génération d'énergie (EDF), on attend que le solveur améliore les prédictions numériques des écoulements vapeur-eau qui se produisent dans plusieurs unités aux usines nucléaires. Une application particulière du cas d'essai de Hercule est montrée ici pour valider la robustesse du code.

### 4.2.1 La Discrétisation Spatiale

La discrétisation spatiale s'appuie sur la formulation volumes finis en utilisant des mailles non-structurées. L'information à la face qui est liée à une structure de données permet de gérer les cellules de forme quelconque (tétraèdre, hexaèdre, prisme, pyramide,...), ainsi que des cellules non-conformes. Toutes les variables sont localisées au centre de la cel-

### 4.3 Description du banc d'essai Hishida

---

lule et les flux sont échangés à l'interface. Une consistance et précision numérique pour les flux de diffusion et d'advection dans les cellules non-orthogonales et irrégulières sont pris en compte par une technique de reconstruction de gradients. Le traitement convectif des variables, sauf la pression, se fait par le schéma upwind ou une combinaison upwind/centré, contrôlé par un test qui agit comme un flux limitatif. Les gradients sont calculés au second ordre dans les cellules régulières et au premier ordre dans les cellules fortement irrégulières. La méthode des volumes finis est préférée à la méthode de moindres carrés parce que elle produit gradients plus atténués dans cellules irrégulières. Une interpolation harmonique des fractions volumiques sur le centre des faces est préférée à l'interpolation upwind/centré quand les fractions volumiques tendent vers zéro ( $\alpha_k \ll 1$ ). Cette technique permet d'éviter les problèmes liés aux phases résiduelles. Un traitement spécial des gradients dans le bilan de la quantité de mouvement est nécessaire pour éviter les fausses oscillations de la pression, des composantes de la vitesse et des fractions volumiques lors du couplage des bilans de masse et de quantité de mouvement. Ce comportement, est dérivé à partir des rangements co-localisés des variables dans les écoulements à faible vitesse. Une variante de l'interpolation Rhie et Chow (1983)[70] est utilisée pour le calcul du gradient lors de l'étape de correction.

### 4.3 Description du banc d'essai Hishida

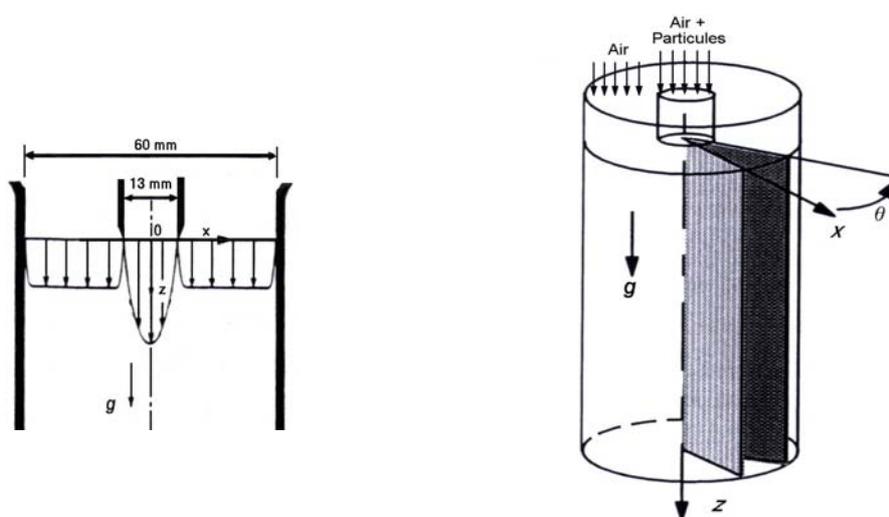


FIG. 4.1 – Description du cas test Hishida (Hishida et Maeda, 1990)

Il s'agit d'une injection (en zone centrale) axisymétrique d'air chargé en particules dans un écoulement co-courant d'air de moindre vitesse, le jet étant vertical descendant. L'écoulement est isotherme, incompressible et turbulent.

La configuration expérimentale consiste en deux cylindres concentriques, l'injecteur et la conduite présentant des diamètres respectivement de  $13\text{mm}$  et  $60\text{mm}$ . La géométrie de l'ensemble et les caractéristiques du domaine sont décrites sur la Figure (4.1). L'étude porte sur une longueur de domaine de  $300\text{mm}$ . Deux types de particules ont été utilisés : des particules lourdes dans le cas 1 (billes de verre pleines) et des particules légères dans le cas 2 (billes de verre creuses).

## 4.4 Maillage

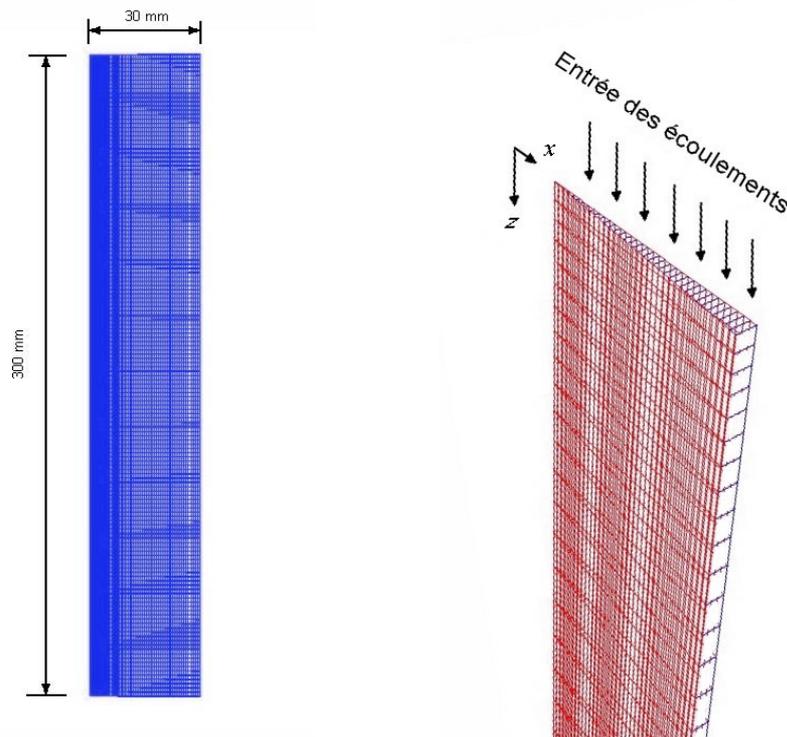


FIG. 4.2 – Maillage pour l'étude numérique Hishida

Les calculs ont été réalisés sur un maillage pseudo-2D cylindro-polaire constitué de 1692 cellules ( $37 \times 48 \times 2$  noeuds). Les dimensions de la géométrie sont : rayon=  $0,03\text{m}$ ,

## 4.5 Mesures

---

hauteur=  $0,3m$ , secteur angulaire=  $4,5$  degrés. La Figure 4.2 montre le maillage dans un plan vertical.

## 4.5 Mesures

Des mesures ont été effectués dans des plans horizontaux en aval de l'injecteur sur les composantes verticale et radiale des vitesses des deux phases, sur les fluctuations correspondantes ainsi que sur le flux massique des particules. Dans le cas 1, ces profils de mesure sont situés sur des plans  $z = 0m$ ,  $z = 0,065m$ ,  $z = 0,130m$ ,  $z = 0,260m$ , correspondant à des plans situés, respectivement, à l'entrée et à 5, 10 et 20 diamètres de l'injecteur. Dans le cas 2, le profil de mesure à 5 diamètres de l'injecteur est manquant.

## 4.6 Description physique

### 4.6.1 Cas 1 : Particules lourdes

Les particules utilisées sont des sphères de verre pleines qu'on va dénommer comme *particules lourdes*. Leurs caractéristiques physiques sont résumées dans le tableau (4.1).

### 4.6.2 Cas 2 : Particules légères

Ce type de particules est composé de sphères de verre creuses que l'on appellera *particules légères*. Leurs caractéristiques physiques sont résumées dans le tableau (4.2).

## Chapitre 4. Simulation numérique d'un jet de particules monodisperses en régime dilué

---

Domaine	Diamètre	60mm
	Mesures sur l'axe vertical	300mm
Injecteur de particules	Diamètre	13 mm
Conditions d'entrée de l'air	Masse volumique	1,18kg/m <sup>3</sup>
	Viscosité	1,8 × 10 <sup>-5</sup> kg/m/s
	Vitesse	Voir tableau (4.3)
	Fluctuations de la vitesse	Voir tableau (4.3)
Conditions d'entrée des particules	Diamètre	64μm
	Masse volumique	2590 kg/m <sup>3</sup>
	Temps de relaxation	0,0328 s
	Taux de présence	Voir tableau (4.5)
	Vitesse	Voir tableau (4.4)
	Fluctuations de la vitesse	Voir tableau (4.4)

TAB. 4.1 – Conditions d'entrée de l'air et des particules pour le cas 1.

Domaine	Diamètre	60mm
	Mesures sur l'axe vertical	300mm
Injecteur de particules	Diamètre	13 mm
Conditions d'entrée de l'air	Masse volumique	1,18kg/m <sup>3</sup>
	Viscosité	1,8 × 10 <sup>-5</sup> kg/m/s
	Vitesse	Voir tableau (4.6)
	Fluctuations de la vitesse	Voir tableau (4.6)
Conditions d'entrée des particules	Diamètre	80.1μm
	Masse volumique	280 kg/m <sup>3</sup>
	Temps de relaxation	0,0055 s
	Taux de présence	Voir tableau (4.8)
	Vitesse	Voir tableau (4.7)
	Fluctuations de la vitesse	Voir tableau (4.7)

TAB. 4.2 – Conditions d'entrée de l'air et des particules pour le cas 2.

Les profils ont été extrapolés jusqu'à la paroi à partir du dernier point de mesure donné par les tables pour ce qui est de l'air ou à partir des profils de l'air en ce qui concerne les particules. Les calculs ne prennent pas en compte en entrée la composante radiale de la vitesse de chaque phase. Deux séries de profils supplémentaires pour les énergies cinétiques des deux phases en entrée ont été constituées à partir des profils des

## 4.6 Description physique

---

fluctuations des vitesses des deux phases par la formule

$$q_k^2 = \frac{1}{2} (u_k'^2 + 2v_k'^2) \quad (4.1)$$

ou  $u_k'$  et  $v_k'$  représentent respectivement la fluctuation de la vitesse radiale et la fluctuation de la vitesse verticale de la phase  $k$ . Ces derniers profils servent en particulier à initialiser les énergies cinétiques des deux phases en entrée. Le taux de dissipation à l'entrée est calculé par

$$\varepsilon_1 = \frac{C_\mu (q_1^2)^{3/2}}{L_m} \quad (4.2)$$

avec  $L_m = 0,03l$  où  $l$  représente une dimension caractéristique de l'écoulement. Dans le cas présent il s'agit du diamètre de l'injecteur de particules. La covariance des mouvements fluctuants en entrée dérive d'une approximation tirée de la formulation en équilibre local

$$q_{12} = 2q_1^2 \quad (4.3)$$

Les conditions aux limites sont de type Dirichlet à l'entrée de la conduite, pour les vitesses et les grandeurs turbulentes et de type entrée/sortie libre à la sortie de la conduite. Des conditions de frottement pour la vitesse de l'air et de flux nul pour celle des particules sont appliquées aux parois. La vitesse de l'air, ainsi que celle des particules sont initialisées dans le domaine à une vitesse axiale de  $15,623 \text{ m/s}$  pour le cas1 et de  $15,580 \text{ m/s}$  pour le cas 2. Les conditions à l'entrée correspondantes à la vitesses vertical, la vitesse radial, les vitesses fluctuantes, l'énergie cinétique et taux de présence initial des deux phases sont résumés dans les tableaux 4.3 à 4.8.

**Chapitre 4. Simulation numérique d'un jet de particules monodisperses en régime dilué**

---

Rayon (mm)	Vitesse Verticale mesurée (m/s)	Vitesse Radiale mesurée (m/s)	Vit. Fluct. Verticale mesurée (m/s)	Vit. Fluct. Radiale mesurée (m/s)	E. Cinet. Turbul. calculée ( $m^2/s^2$ )
0	29,181	0,032	0,944	0,992	1,42963
1,0	28,714	0,045	1,150	1,059	1,78273
2,0	27,969	0,050	1,476	1,192	2,51015
3,0	26,623	0,149	1,669	1,409	3,37806
4,0	25,518	-0,011	1,739	1,421	3,53130
5,0	23,471	0,076	2,267	1,626	5,21352
6,0	19,470	0,639	2,725	2,266	8,84757
7,0	15,085	-0,459	1,484	0,803	1,74594
8,0	15,482	-0,461	0,263	0,312	0,13193
9,0	15,575	-0,259	0,192	0,239	0,07550
10,0	15,685	-0,357	0,164	0,247	0,07446
11,0	15,653	-0,373	0,174	0,257	0,08119
12,0	15,654	-0,354	0,168	0,282	0,09364
13,0	15,623	-0,355	0,152	0,331	0,12111
30,0	15,623	-0,355	0,152	0,331	0,12111

TAB. 4.3 – Conditions d'entrée de l'air pour le cas 1.

Rayon (mm)	Vitesse Axiale mesurée (m/s)	Vitesse Radiale mesurée (m/s)	Fluct. de Vit. Axiale (m/s) (mesurée)	Fluct. de Vit. Radiale (m/s) (mesurée)	E. Cinet. Turb. ( $m^2/s^2$ ) (calculée)
0,2	23,314	-0,005	1,577	1,028	2,300
1,2	23,263	0,105	1,493	1,116	2,360
2,2	23,550	-0,006	1,543	1,063	2,320
3,2	23,429	-0,187	1,685	1,050	2,522
4,2	23,149	-0,137	1,776	1,026	2,630
5,2	22,846	-0,010	1,834	0,897	2,486
6,2	22,430	0,029	1,948	0,843	2,608
7,2	22,430	0,029	1,948	0,843	2,608

TAB. 4.4 – Conditions d'entrée des particules lourdes pour le cas 1.

## 4.6 Description physique

---

Rayon (mm)	Fract. Volumique
0,6	2,532 e-04
1,6	2,192 e-04
2,6	1,825 e-04
3,6	1,509 e-04
4,6	1,309 e-04
5,6	1,159 e-04
6,6	1,074 e-04
7,6	0,1 e-09
8,6	0,1 e-09

TAB. 4.5 – *Taux de présence des particules à l'entrée pour le cas 1.*

**Chapitre 4. Simulation numérique d'un jet de particules monodisperses en régime dilué**

---

Rayon (mm)	Vit. Axiale (m/s) (mesures)	Vit. Radiale (m/s) (mesures)	Fluct. de Vit. Axiale (m/s) (mesures)	Fluct. de Vit. Radiale (m/s) (mesures)	E. Cinet. Turb. ( $m^2/s^2$ ) (Calculées)
0,4e-3	29,74	0,014	1,166	0,940	1,56338
1,4e-3	29,25	-0,011	1,341	1,004	1,90716
2,4e-3	28,19	-0,032	1,679	1,1186	2,81612
3,4e-3	26,87	-0,094	1,810	1,302	3,33325
4,4e-3	25,33	-0,090	1,920	1,420	3,85960
5,4e-3	23,02	0,004	2,679	1,716	6,53618
6,4e-3	19,61	0,644	2,932	2,389	10,00563
7,4e-3	14,73	-0,0336	1,025	0,560	0,83891
8,4e-3	15,45	-0,289	0,220	0,297	0,11241
9,4e-3	15,51	-0,355	0,180	0,275	0,09183
1,04e-2	15,54	-0,358	0,165	0,200	0,05361
1,14e-2	15,58	-0,349	0,170	0,206	0,05689
1,24e-2	15,58	-0,257	0,165	0,199	0,05321
1,44e-2	15,58	-0,257	0,169	0,190	0,05038
1,64e-2	15,58	-0,244	0,172	0,230	0,06769
1,84e-2	15,58	-0,196	0,169	0,237	0,07045
2,04e-2	15,58	-0,140	0,165	0,245	0,07364
2,24e-2	15,58	-0,116	0,172	0,244	0,07433
2,44e-2	15,58	-0,054	0,163	0,250	0,07578
2,64e-2	15,58	-0,009	0,164	0,247	0,07446
30,e-3	15,58	-0,009	0,164	0,247	0,07446

TAB. 4.6 – Conditions d'entrée de l'air pour le cas 2.

## 4.6 Description physique

---

Rayon (mm)	Vit. Axiale (m/s) (mesures)	Vit. Radiale (m/s) (mesures)	Fluct. de Vit. Axiale (m/s) (mesures)	Fluct. de Vit. Radiale (m/s) (mesures)	E. Cinet. Turb. ( $m^2/s^2$ ) (Calculées)
0 e-03	28,07	-0,010	2,092	0,640	2,59783
1 e-03	27,87	-0,002	2,067	0,651	2,56005
2 e-03	27,60	-0,004	1,971	0,632	2,34184
3 e-03	26,95	-0,010	1,971	0,644	2,35716
4 e-03	25,77	0,022	2,156	0,649	2,74537
5 e-03	24,14	0,059	2,394	0,628	3,26000
6 e-03	21,20	0,128	3,018	0,633	4,95485
7 e-03	18,89	1,083	3,082	0,707	5,24921
8 e-03	18,89	1,083	3,082	0,707	5,24921
9 e-03	18,89	1,083	3,082	0,707	5,24921

TAB. 4.7 – Conditions d'entrée des particules lourdes pour le cas 2.

Rayon (mm)	Fract. Volumique
0,6 e-03	2,532 e-04
1,6 e-03	2,192 e-04
2,6 e-03	1,825 e-04
3,6 e-03	1,509 e-04
4,6 e-03	1,309 e-04
5,6 e-03	1,159 e-04
6,6 e-03	1,074 e-04
7,6 e-03	0,1 e-09
8,6 e-03	0,1 e-09

TAB. 4.8 – Taux de présence des particules à l'entrée dans le cas 2.

### 4.6.3 Description numérique

Pour le transport de toutes les variables (composantes des vitesses, taux de présence et grandeurs turbulentes des deux phases), la méthode de discrétisation des volumes finis quick-upwind a été systématiquement utilisée. Les calculs ont été effectués en pas de temps uniforme avec un pas de temps initiale de  $10^{-4}s$ , un nombre de Courant maximum fixé à 1 pour chaque phase et un nombre de Fourier maximum fixé à 100 pour chaque phase. Pour chacune des simulations, la condition limite en pression en sortie de domaine est du type

$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial P}{\partial \tau} \right) = 0$ . Les grandeurs turbulentes (énergies cinétiques ou contraintes cinétiques, dissipation turbulente et covariance des mouvements fluctuants) sont initialisées dans le domaine à  $10^{-4}$ . Quant au taux de présence des particules, il est initialisé à  $10^{-9}$ .

Les calculs ne prennent en compte que les termes de traînée et de pression moyenne dans le transfert interfacial de quantité de mouvement (pas de terme de masse ajoutée, ni de lift, ni de force de pression turbulente). Il n'y a pas de transfert de masse, et d'énergie. Les grandeurs turbulentes de l'air sont calculées avec un modèle de type  $k - \varepsilon$  tandis que le modèle de transport à sept équations sur les contraintes cinétiques et la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particule  $R_{2,ij} - q_{12}$  a été pris pour calculer les grandeurs turbulentes des particules. L'influence de l'agitation des particules sur la turbulence de l'air a également été systématiquement prise en compte avec  $C_{\varepsilon 3} = 1.2$  dans les termes supplémentaires des équations de transport de  $k$  et  $\varepsilon$ , ce qui fournit une modification de la viscosité turbulente de l'air dû à la présence des particules (voir section 1.3.1). Les autres options numériques retenues sont les suivantes :

- réactualisation des vitesses en fin de pas de temps à partir du gradient d'incrément de pression
- identification des vitesses au premier pas de temps
- précision visée sur la somme des taux de présence =  $10^{-6}$
- solveur des fractions : jacobi.

## 4.7 Présentation des résultats

Les résultats numériques montrent que les prédictions de la phase continue sont en bon accord avec les résultats en provenance du code Mélodif et respectent la légère anisotropie entre les composantes radiales et axiales (voir Figures 4.3 à 4.14 pour le cas 1 et Figures 4.15 à 4.26).

Les simulations du code Mélodif ont été réalisées avec le même modèle afin de valider l'implantation du modèle dans Saturne et sa résolution numérique.

Pour les deux cas, la charge massique reste faible, ce qui rend l'influence des particules sur le fluide négligeable. Les grandeurs des particules sont très peu influencées par le fluide mais dépendent essentiellement des conditions d'entrée sur les fluctuations de vitesse. Ce comportement est prévisible si on considère le temps de relaxation des particules

## 4.7 Présentation des résultats

---

$\tau_{12}^F = 0,0327s$  (voir éq. (2.157)). Avec une vitesse d'entrée de l'ordre de  $23 m/s$ , la longueur nécessaire à l'oubli des conditions initiales est  $l \approx 0,7m$  alors que le dernier plan de mesure est à  $0,260m$ .

Les profils vitesses moyennes radiale et axiale des particules du cas 1 sont correctement reproduits (Figures 4.3 à 4.6). Mais surtout les figures 4.11 et 4.12 montrent que les fluctuations sont très bien prédites tout en respectant l'anisotropie entre les composantes axiale et radiale. Le modèle au second ordre basé sur le calcul des équations de transport des moments d'ordre deux des fluctuations de vitesse des particules permet d'améliorer sensiblement l'accord des prédictions avec les mesures. Ce modèle traite correctement les effets liés au transport (influence des conditions initiales) et la production de fluctuation axiale par le gradient de vitesse moyenne lorsque le temps de relaxation des particules est grand devant les temps caractéristiques moyens et turbulents de l'écoulement gazeux (Simonin, 1991).

Dans le cas 2, la masse volumique des particules est beaucoup plus faible que dans le premier cas. Le temps caractéristique des particules est  $\tau_{12}^F = 0,0055s$ . Avec une vitesse d'entrée de l'ordre de  $28m/s$ , ceci conduit à une longueur caractéristique  $l \approx 0,16m$ . On peut donc considérer qu'au niveau du dernier plan de mesure, les conditions initiales sont en partie oubliées et que les grandeurs relatives aux particules résultent principalement de l'agitation par la turbulence de la phase continue.

Ce cas diffère du précédent par les conditions initiales mais surtout à cause de l'inertie beaucoup plus faible des particules. Les particules deviennent alors plus sensibles à la turbulence du fluide et les résultats reflètent bien ces effets (Figures 4.15 à 4.26).

### 4.7.1 Cas 1 : Particules lourdes

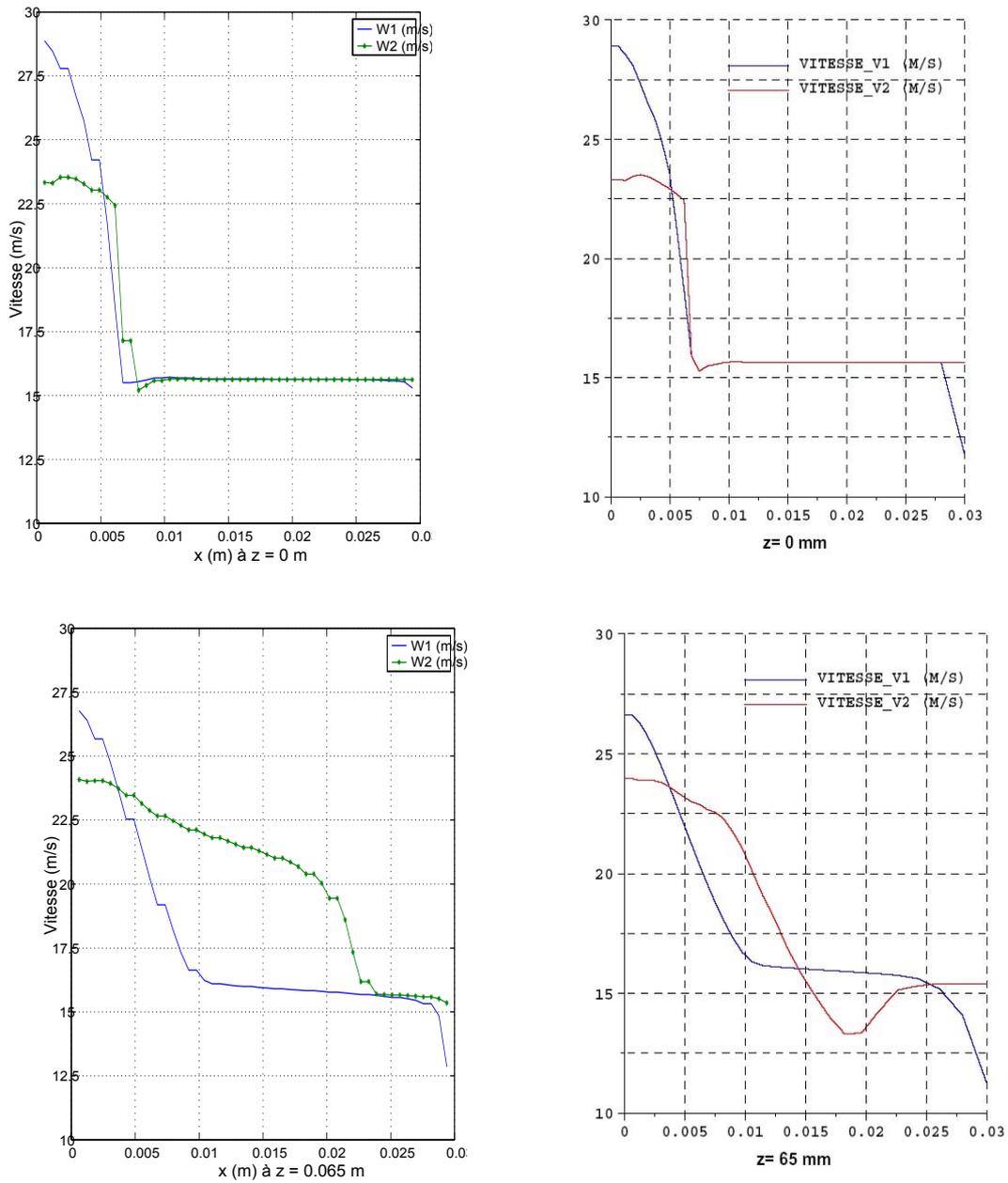


FIG. 4.3 – Vitesses verticales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Mélodif (droite). Cas 1

## 4.7 Présentation des résultats

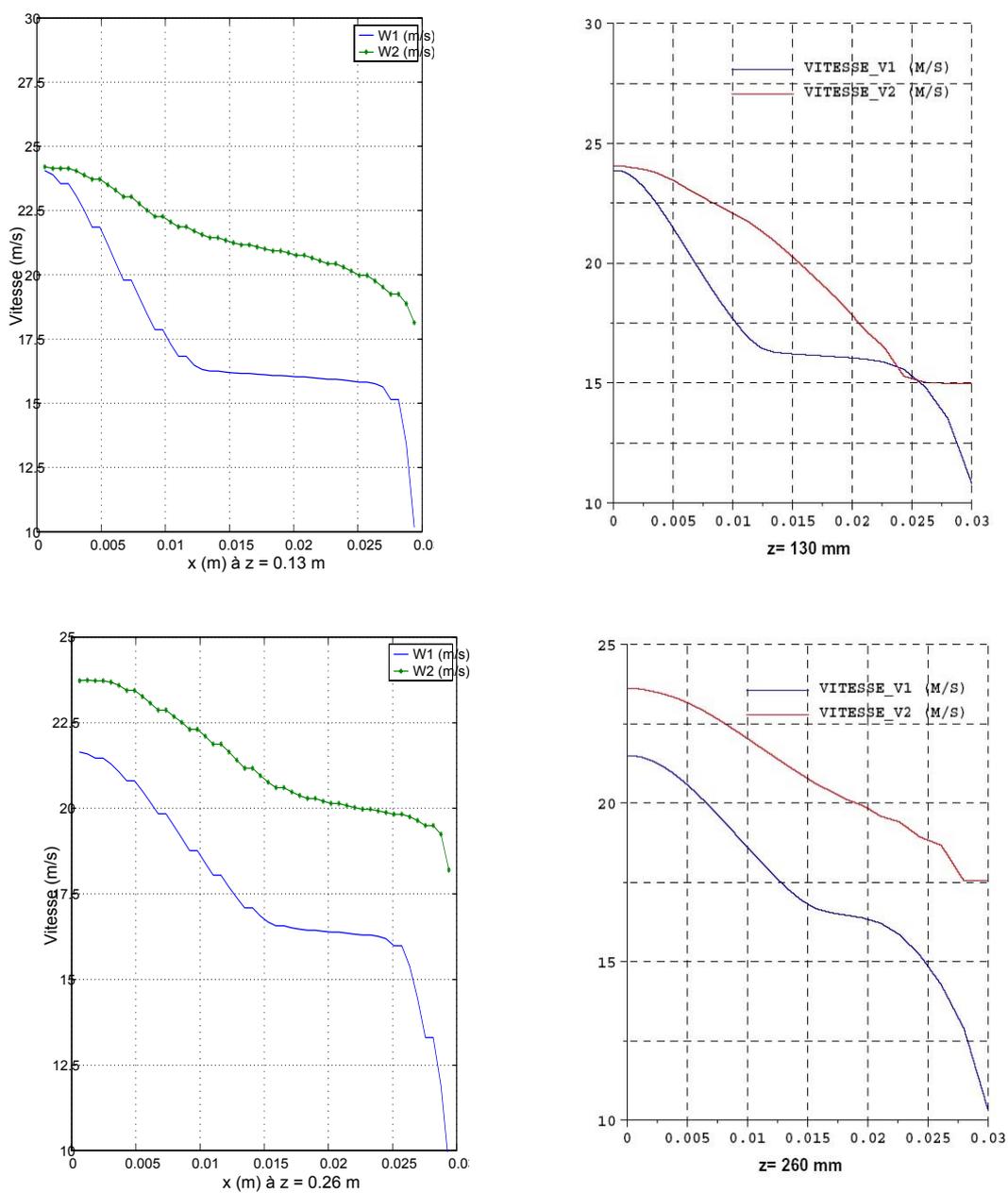


FIG. 4.4 – Vitesses verticales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Mélodif (droite).  
Cas 1

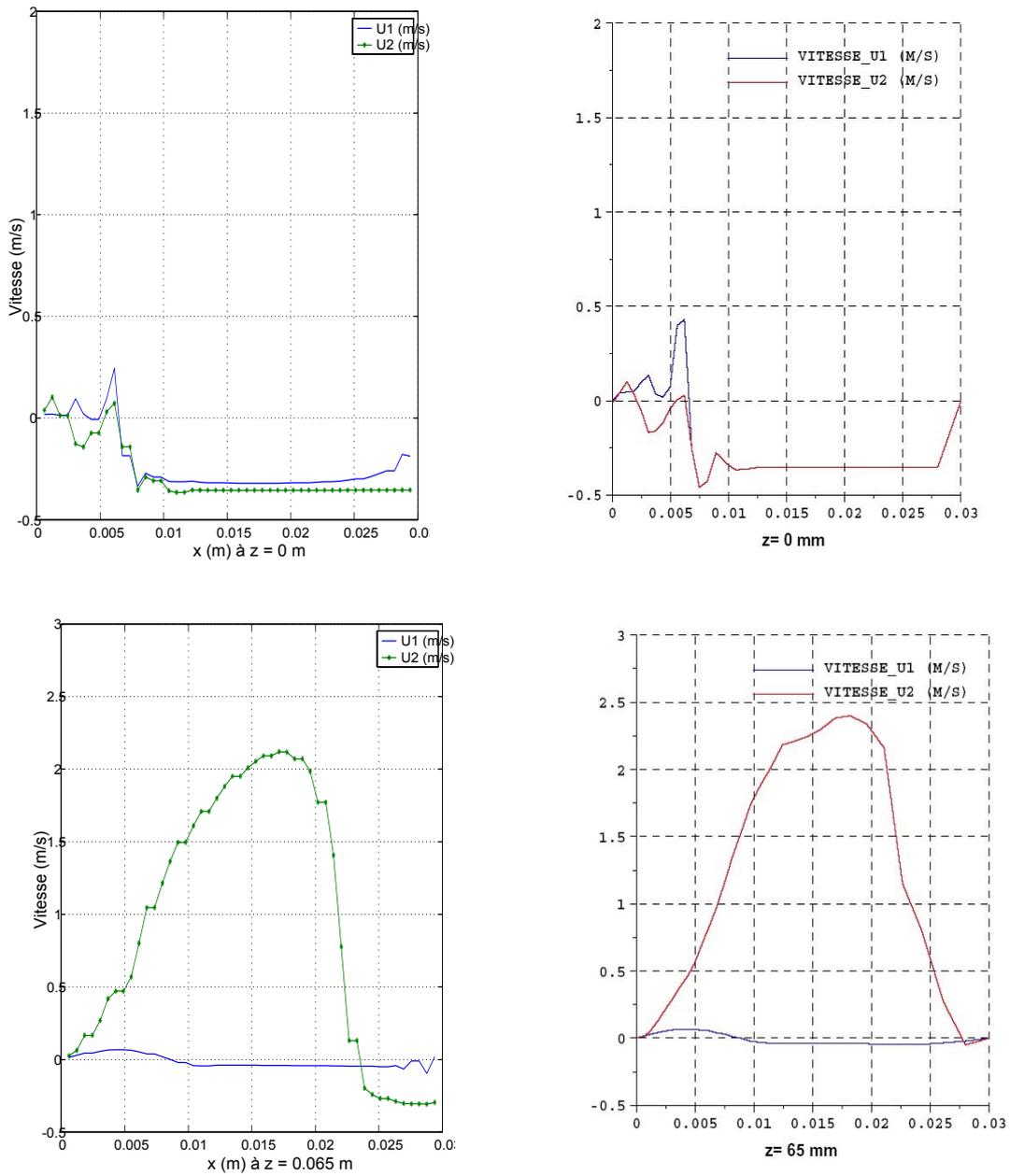


FIG. 4.5 – Vitesses radiales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Mélodif (droite).  
Cas 1

## 4.7 Présentation des résultats

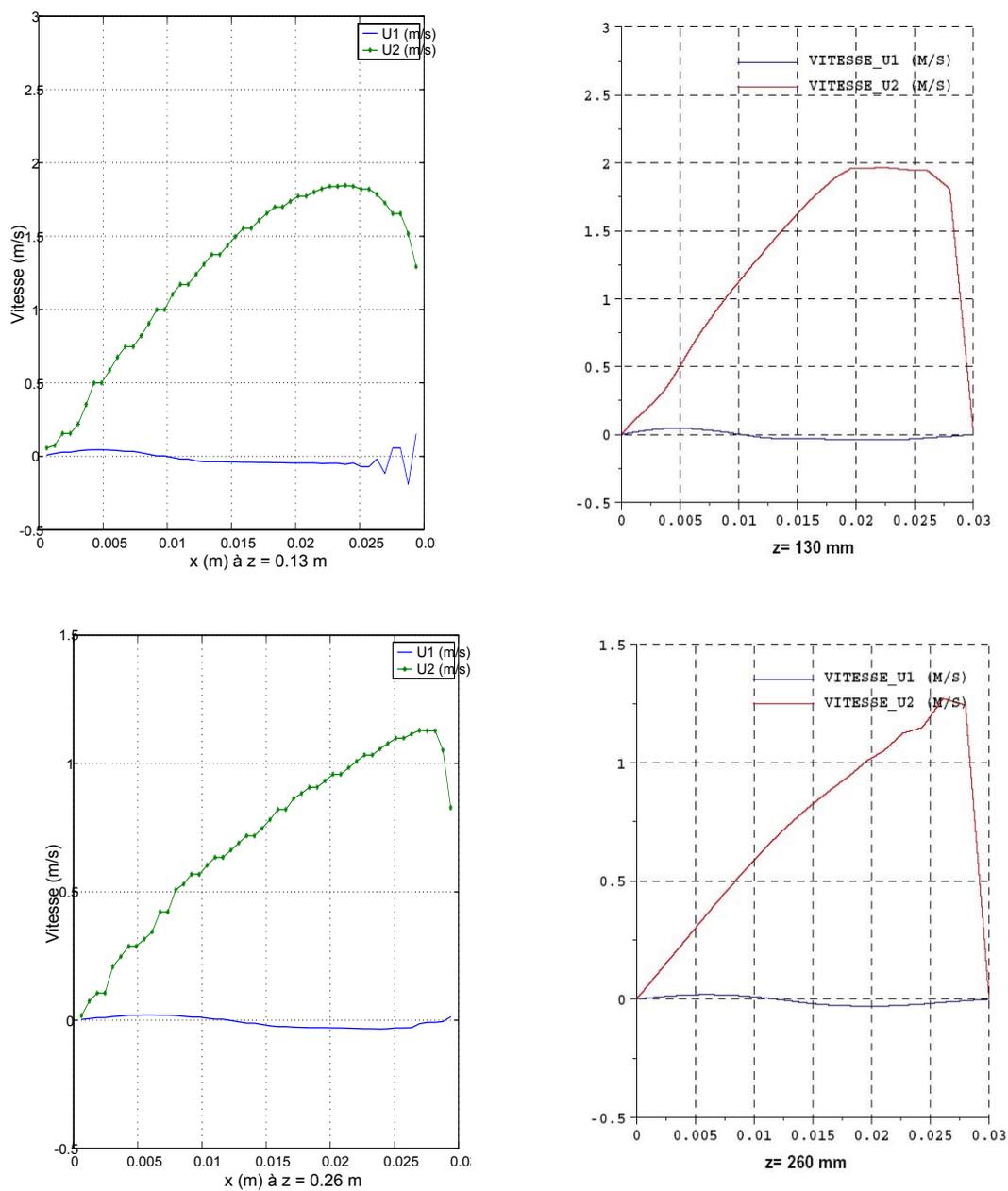


FIG. 4.6 – Vitesses radiales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Mélodif (droite).  
Cas 1

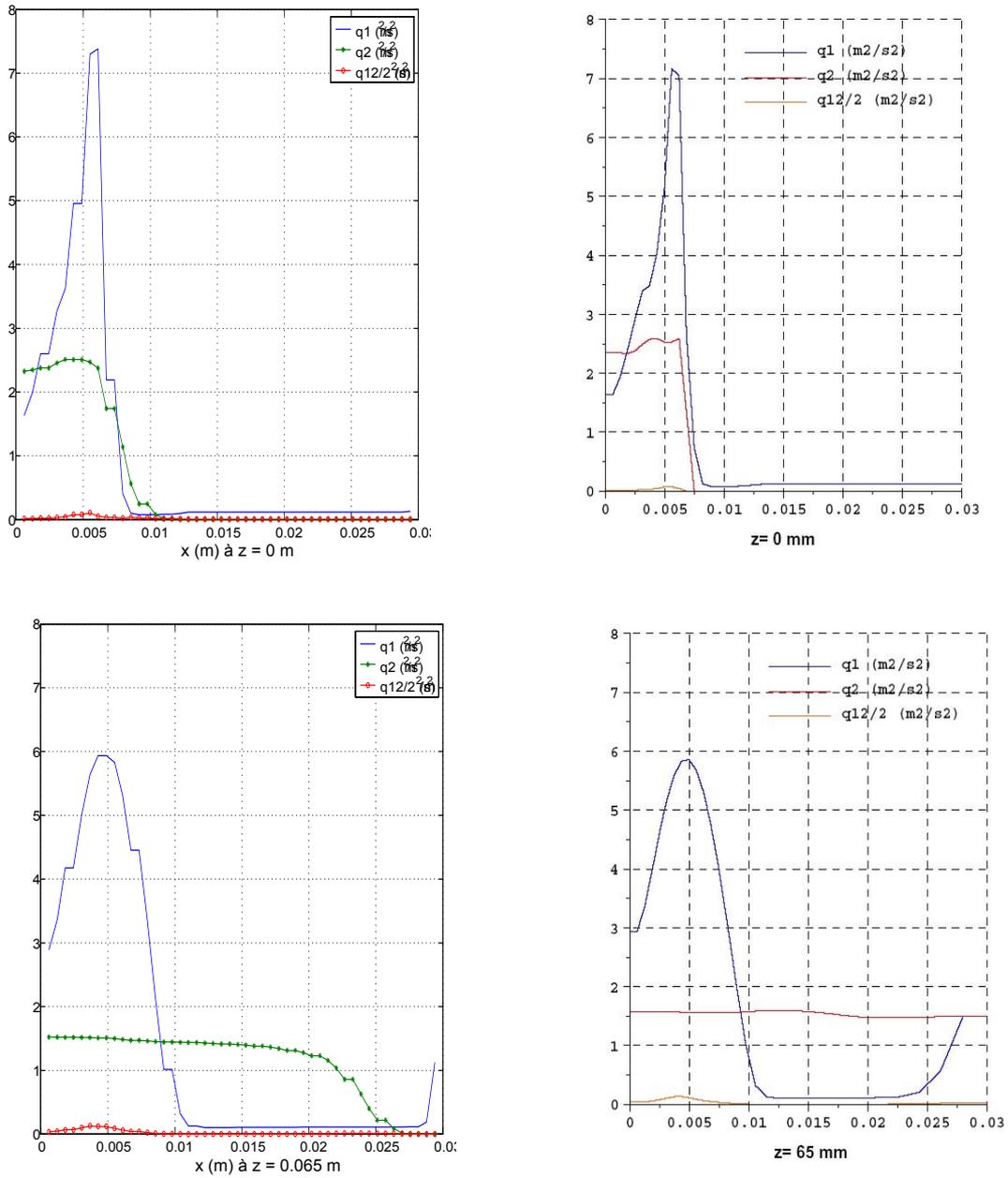


FIG. 4.7 – Energies cinétiques turbulentes issues des simulations : Saturne (gauche); Mélodif (droite). Cas 1

## 4.7 Présentation des résultats

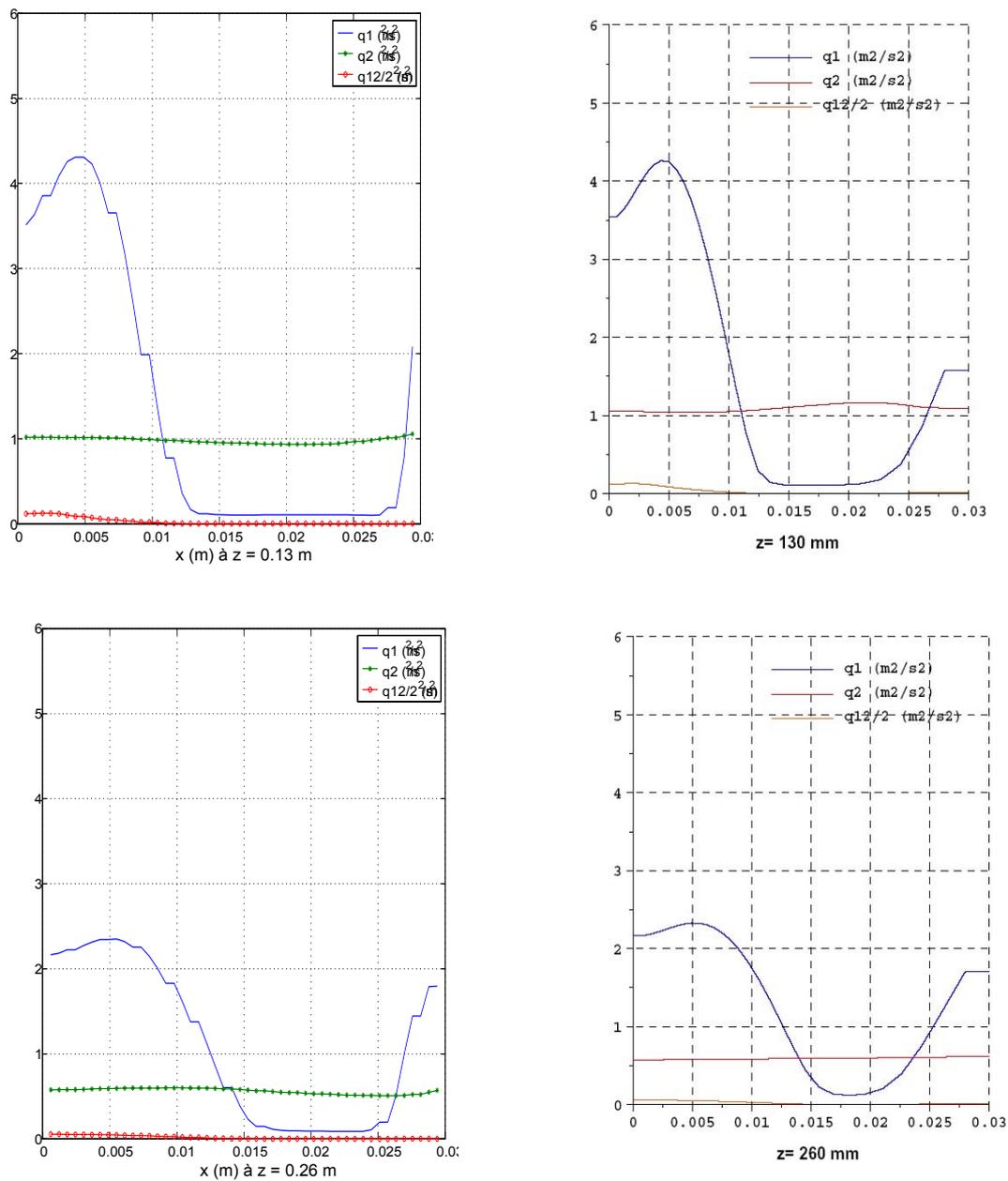


FIG. 4.8 – *Energies cinétiques turbulentes issues des simulations : Saturne (gauche); Mélodif (droite). Cas 1*

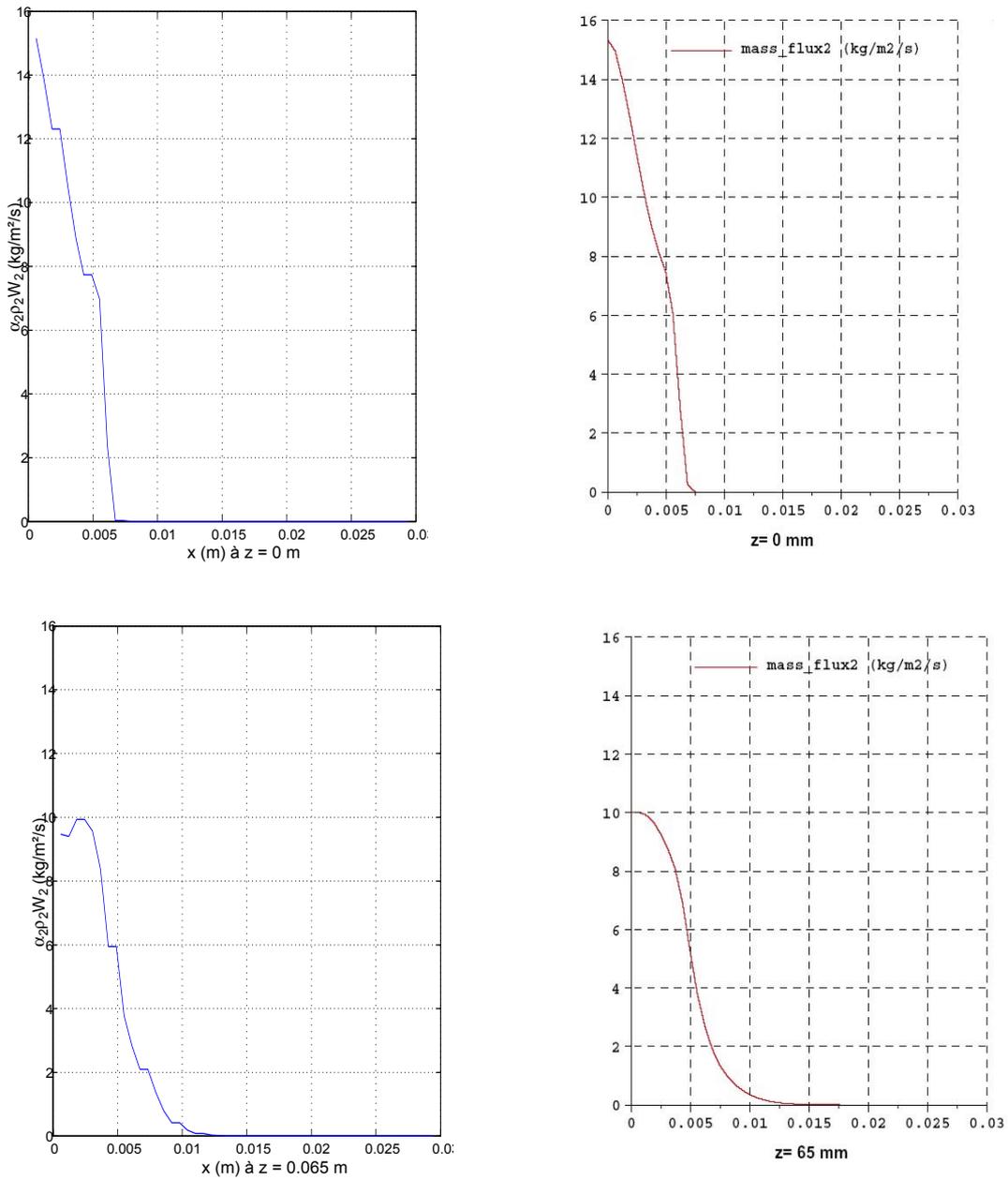


FIG. 4.9 – Flux massique des particules issu des simulations : Saturne (gauche); Mélodif (droite). Cas 1

## 4.7 Présentation des résultats

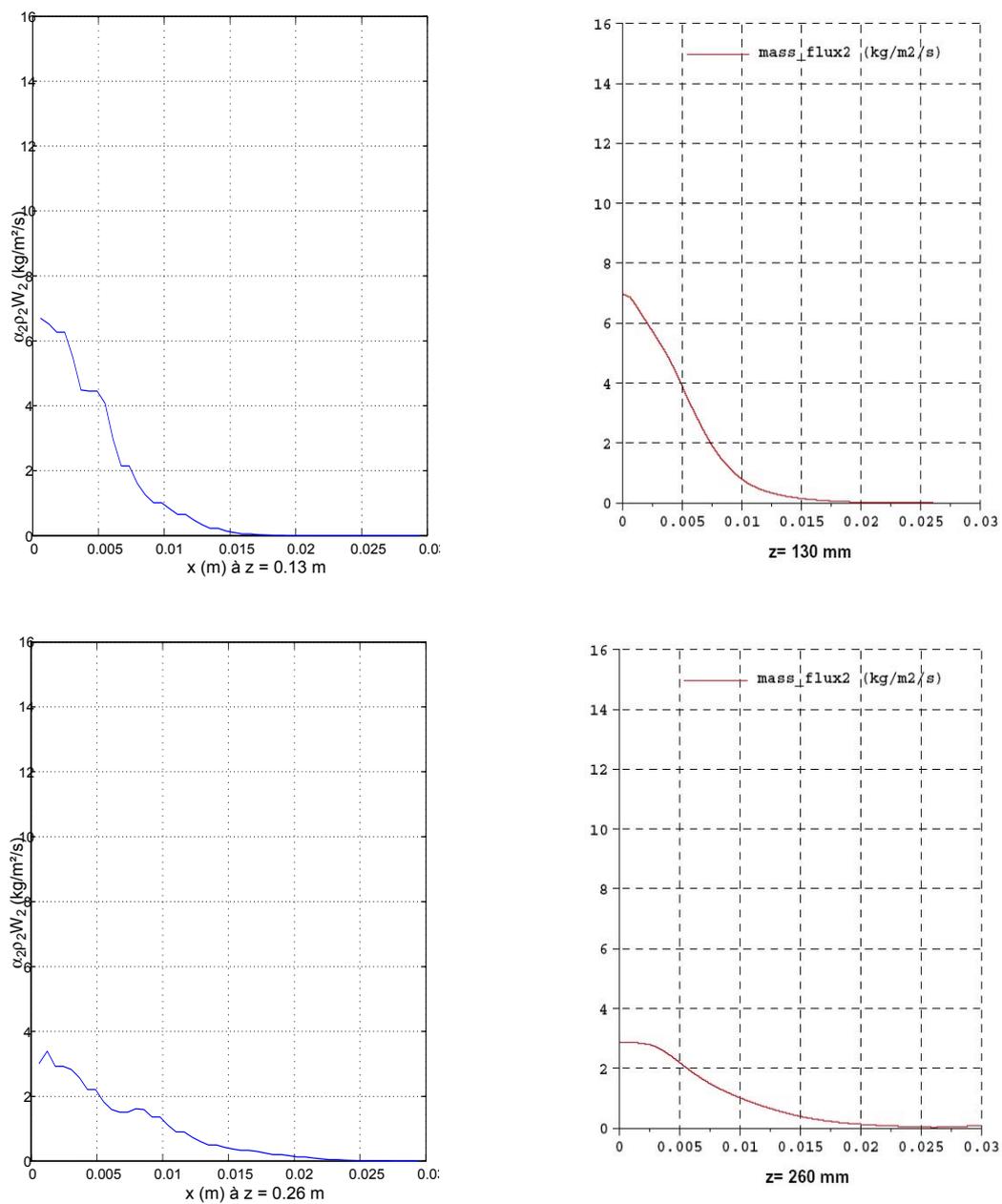


FIG. 4.10 – Flux massique des particules issu des simulations : Saturne (gauche) ; Mélodif (droite). Cas 1

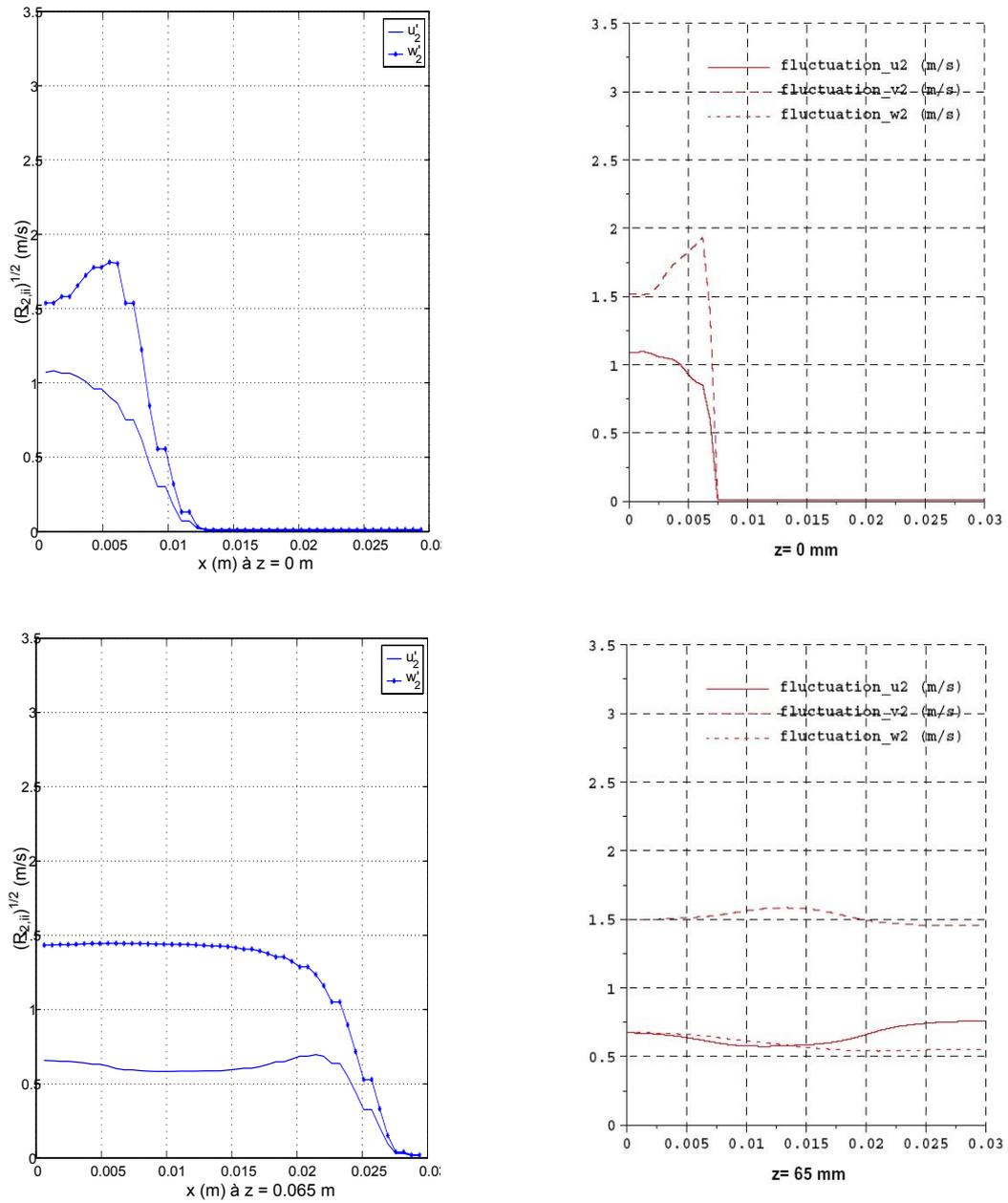


FIG. 4.11 – Vitesses fluctuantes des particules issues des simulations : Saturne (gauche); Mélodif (droite). Cas 1

## 4.7 Présentation des résultats

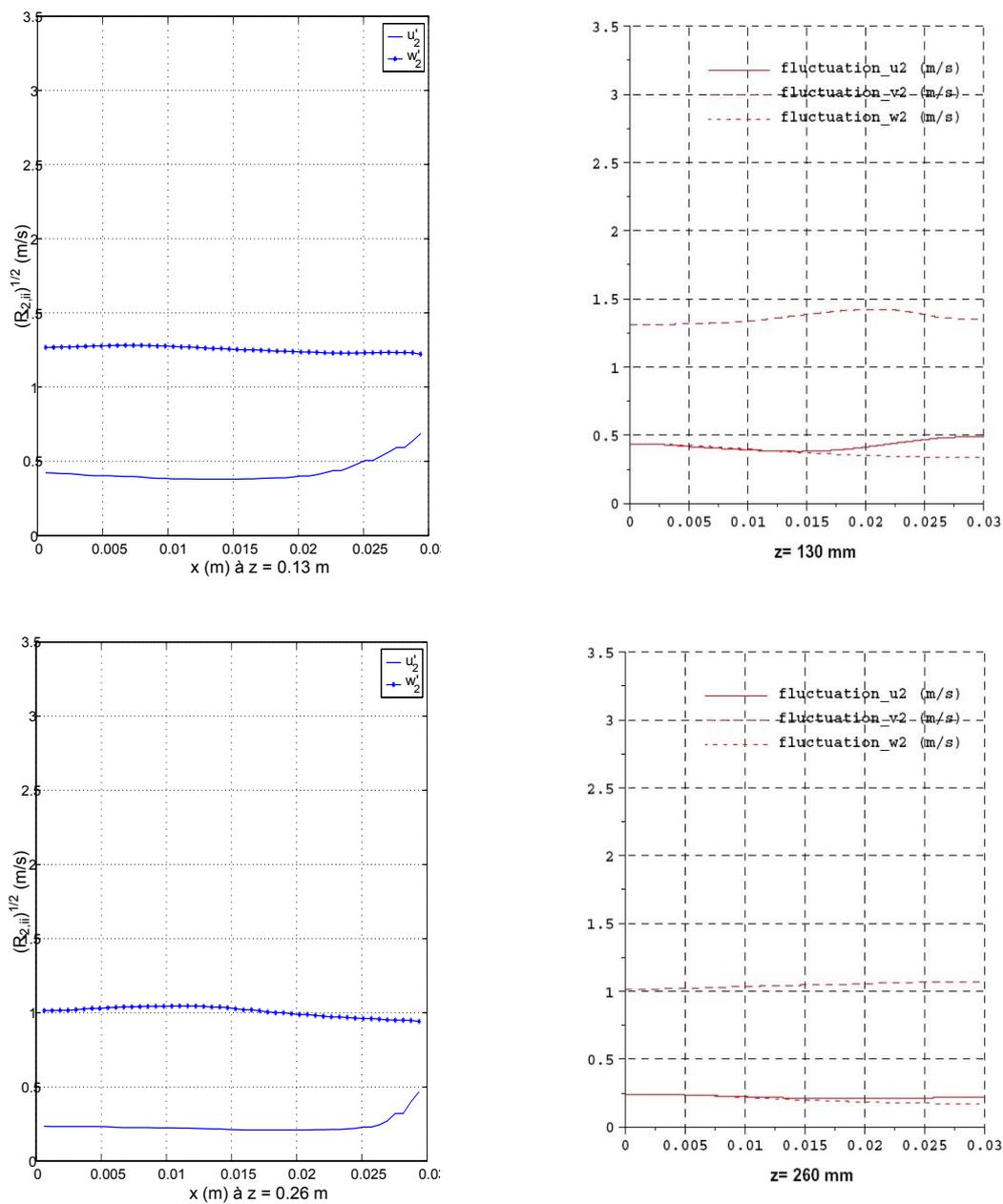


FIG. 4.12 – Vitesses fluctuantes des particules issues des simulations : Saturne (gauche); Mélodif (droite). Cas 1

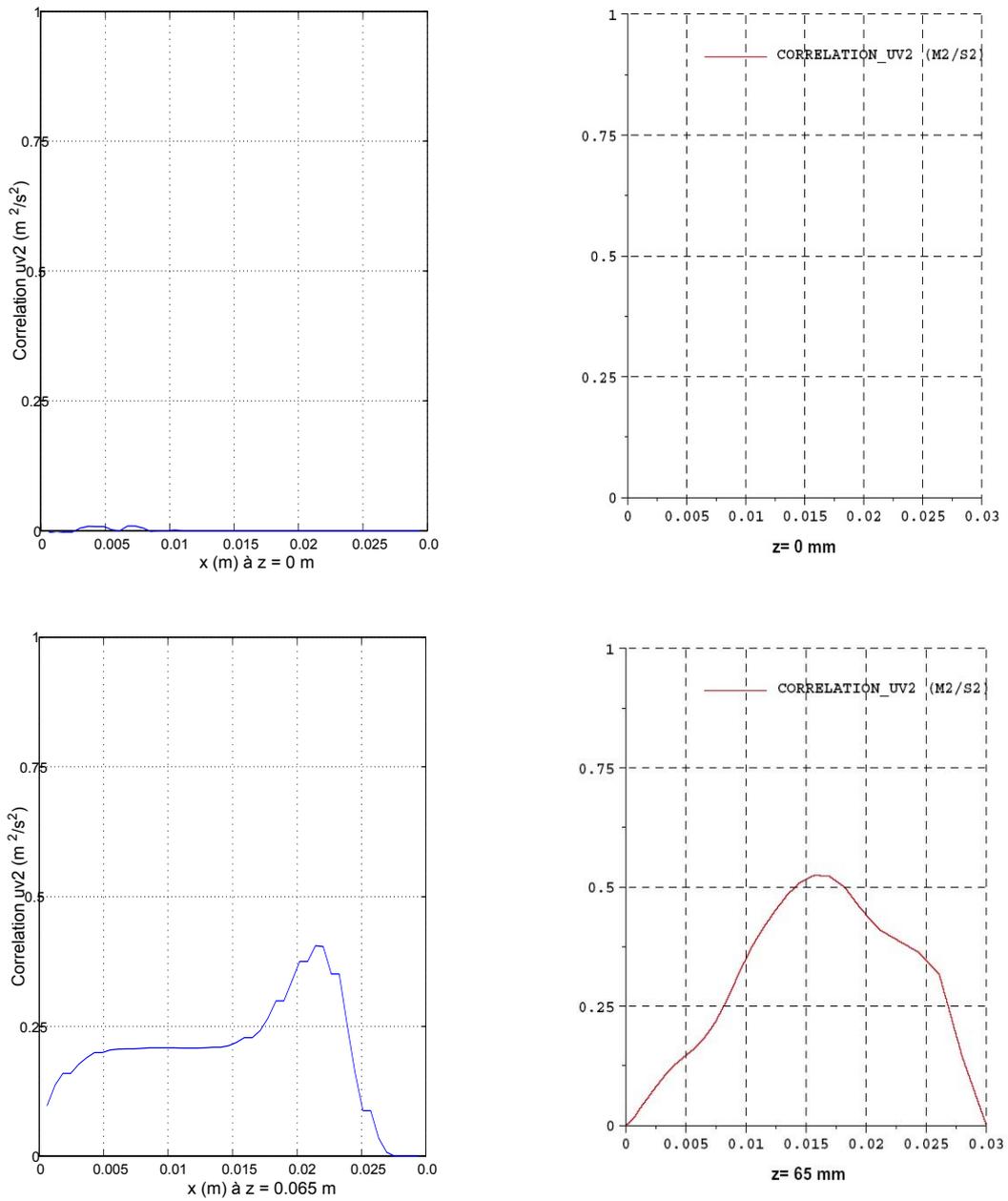


FIG. 4.13 – Contrainte de cisaillement des particules issue des simulations : Saturne (gauche) ; Mélodif (droite). Cas 1

## 4.7 Présentation des résultats

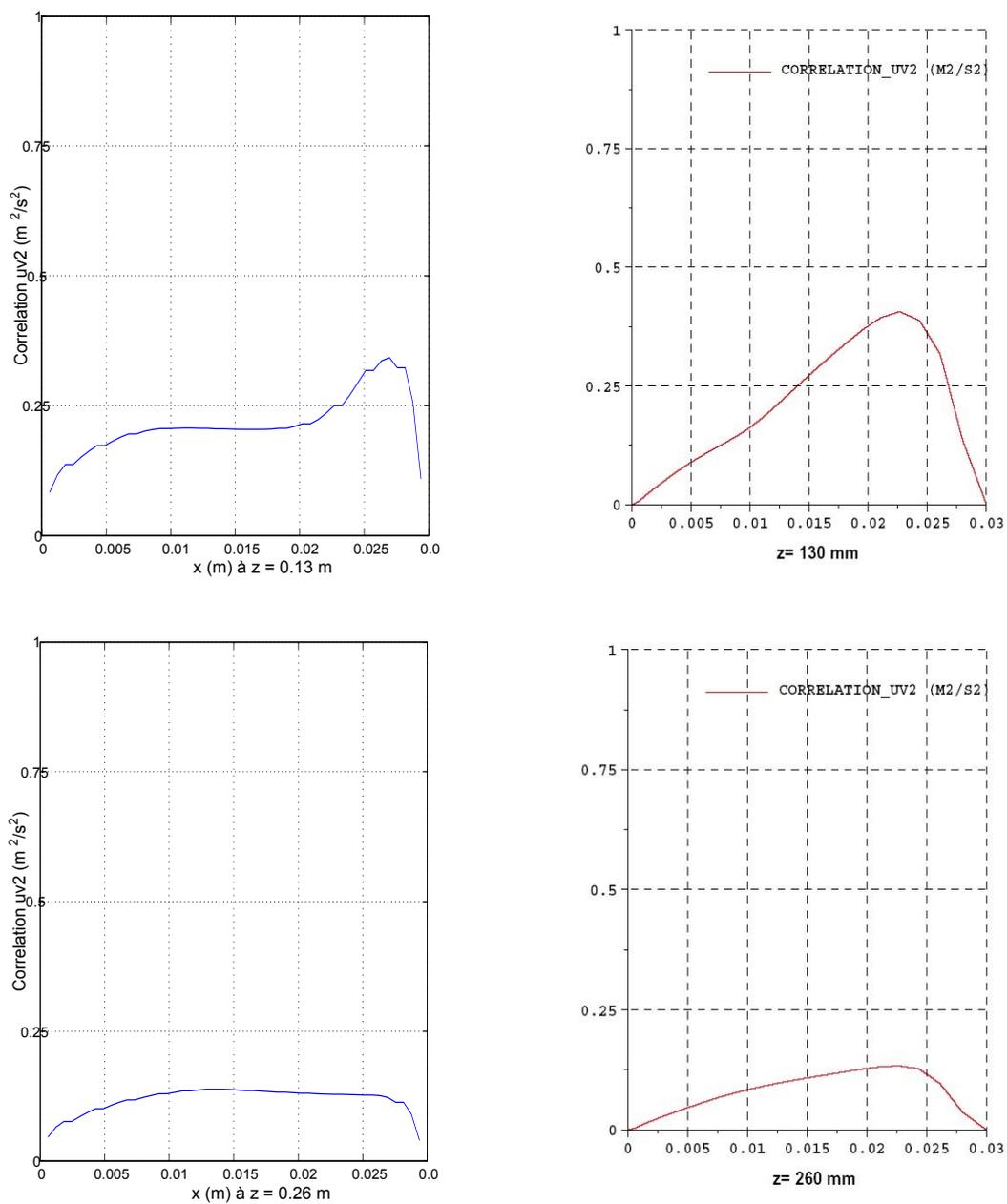


FIG. 4.14 – Contrainte de cisaillement des particules issue des simulations : Saturne (gauche) ; Mélodif (droite). Cas 1

4.7.2 Cas 2 : Particules légères

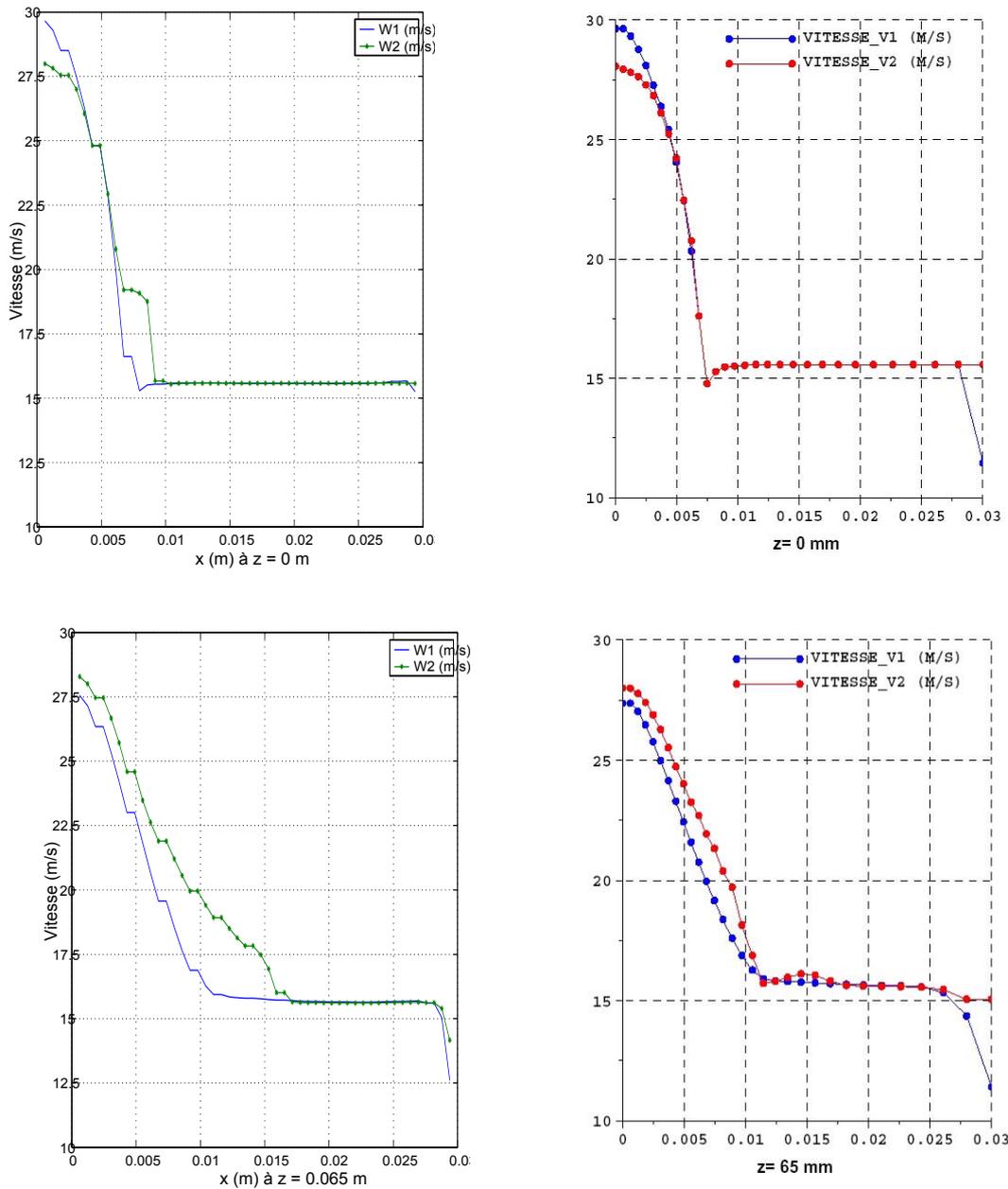


FIG. 4.15 – Vitesses verticales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite).  
Cas 2

## 4.7 Présentation des résultats

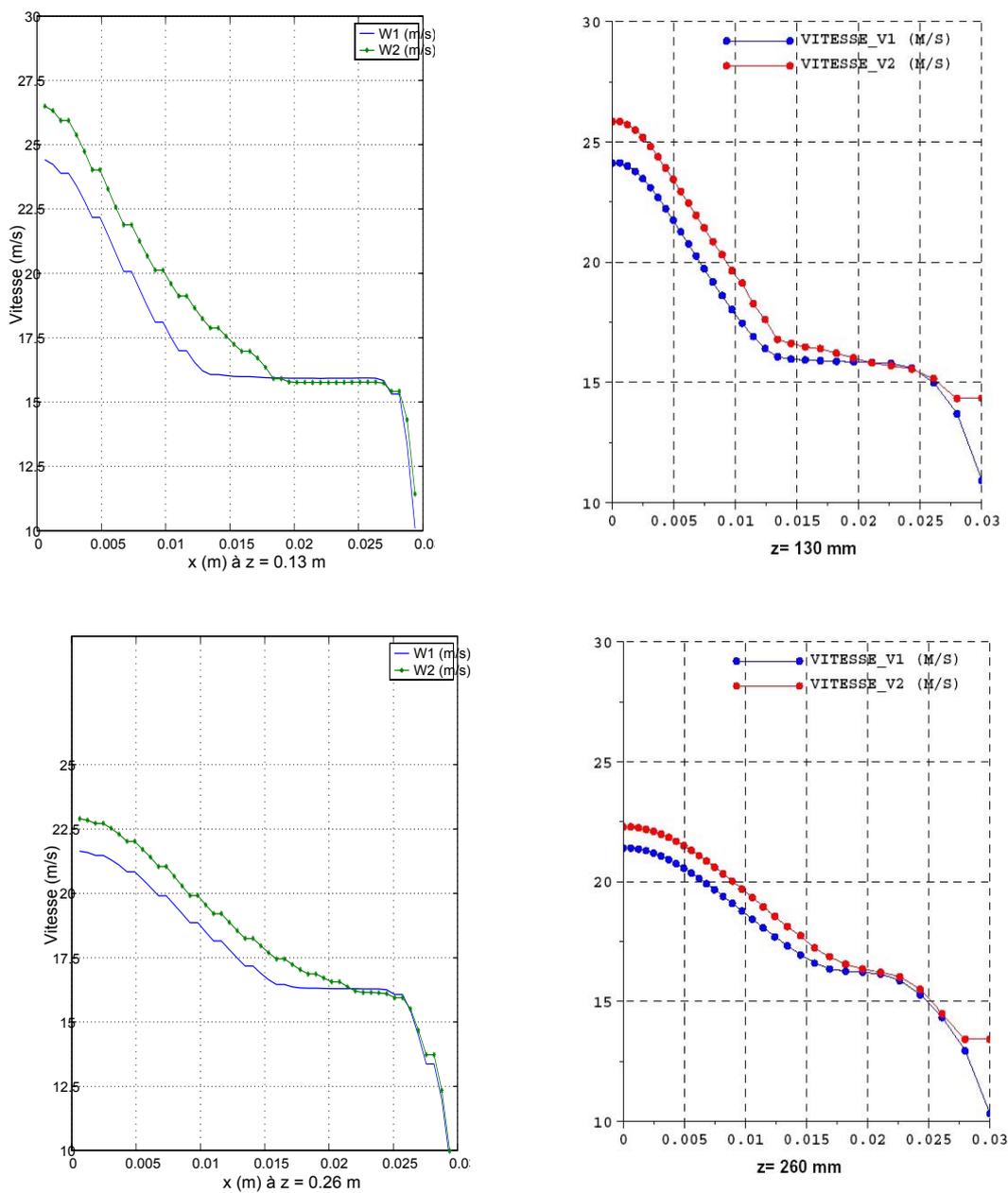


FIG. 4.16 – Vitesses verticales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite).  
Cas 2

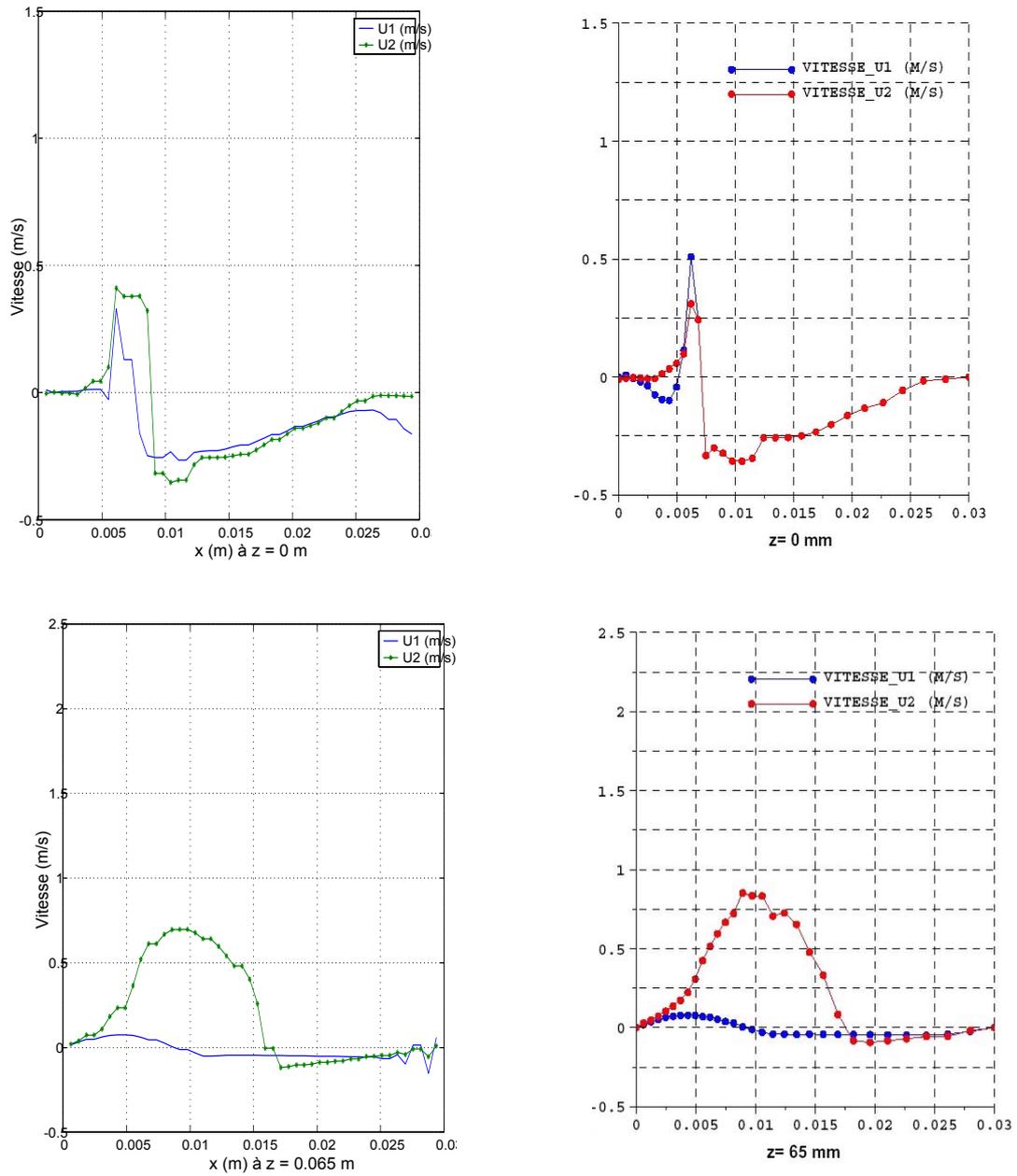


FIG. 4.17 – Vitesses radiales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite).  
Cas 2

## 4.7 Présentation des résultats

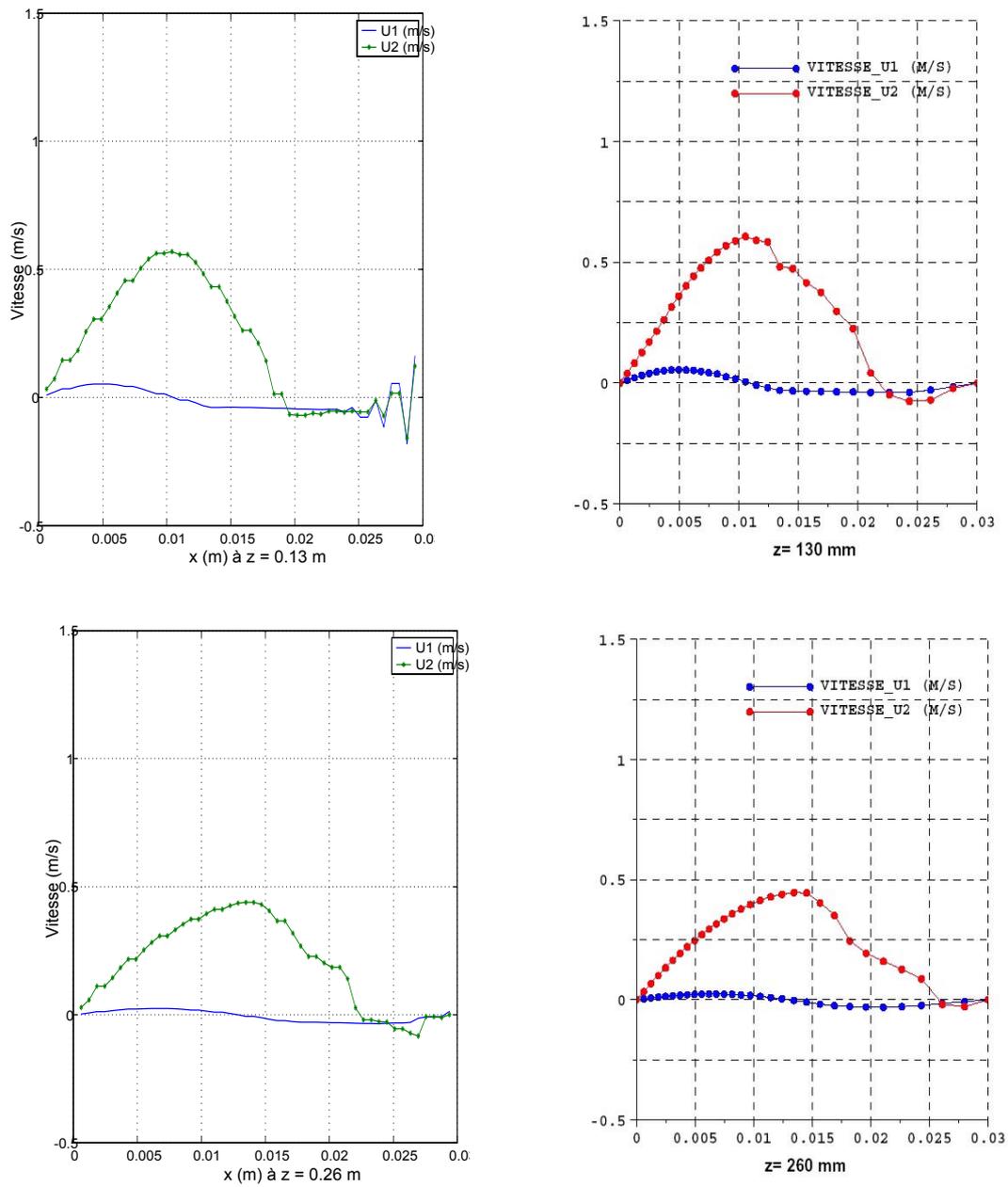


FIG. 4.18 – Vitesses radiales issues des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite).  
Cas 2

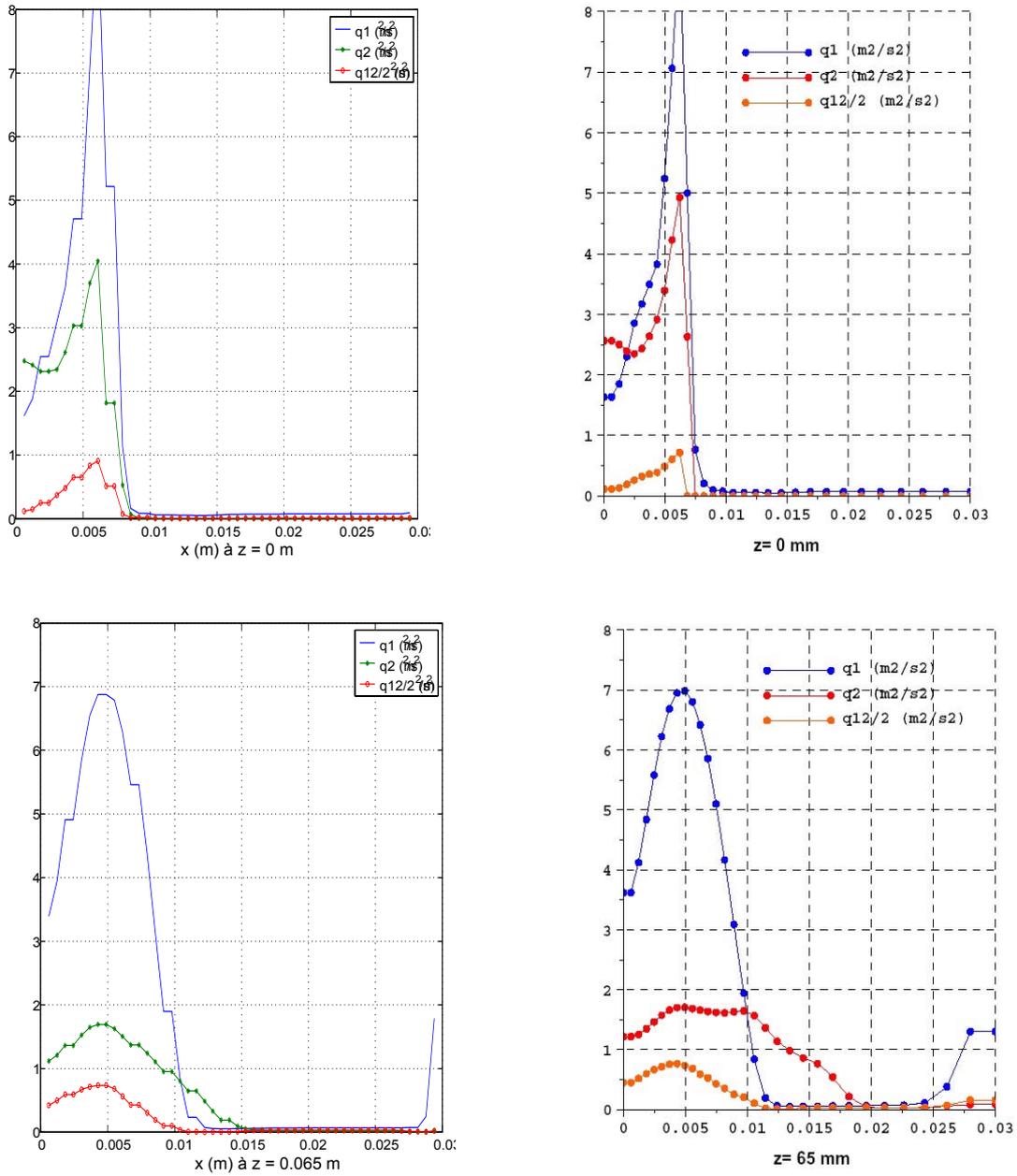


FIG. 4.19 – Energies cinétiques turbulentes issues des simulations : Saturne (gauche); Melodif (droite). Cas 2

## 4.7 Présentation des résultats

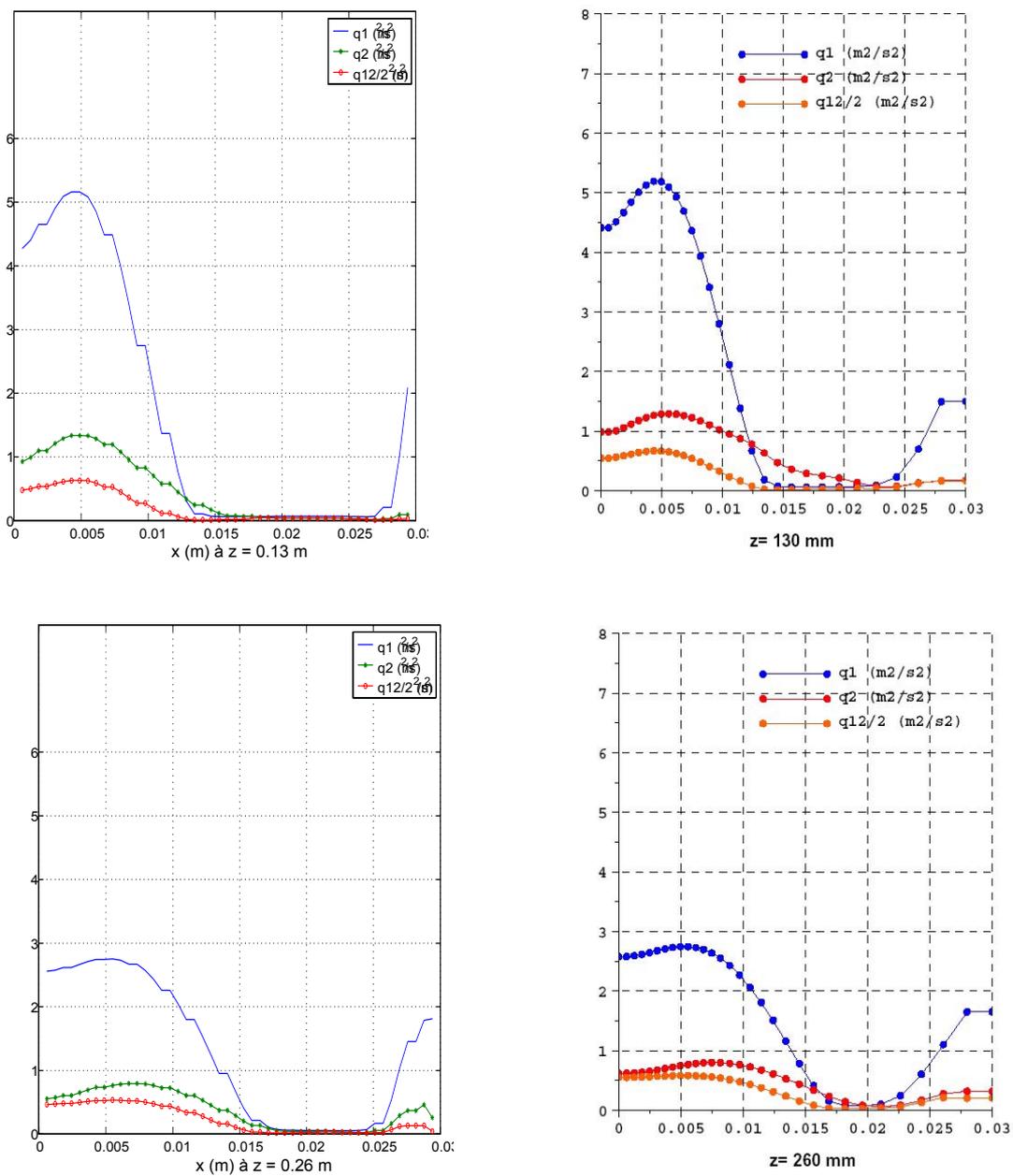


FIG. 4.20 – Energies cinétiques turbulentes issues des simulations : Saturne (gauche); Melodif (droite). Cas 2

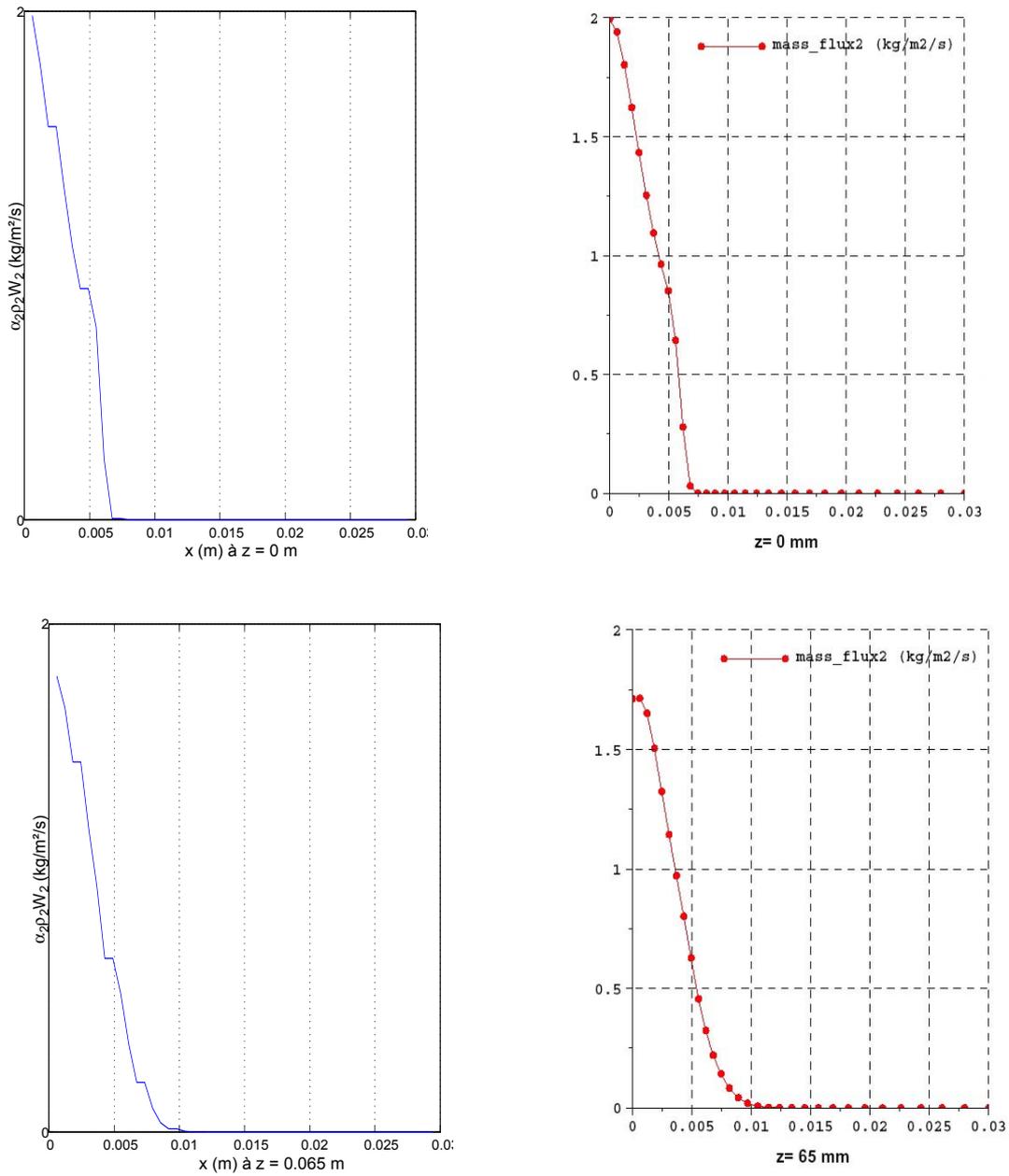


FIG. 4.21 – Flux massique des particules issu des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite). Cas 2

## 4.7 Présentation des résultats

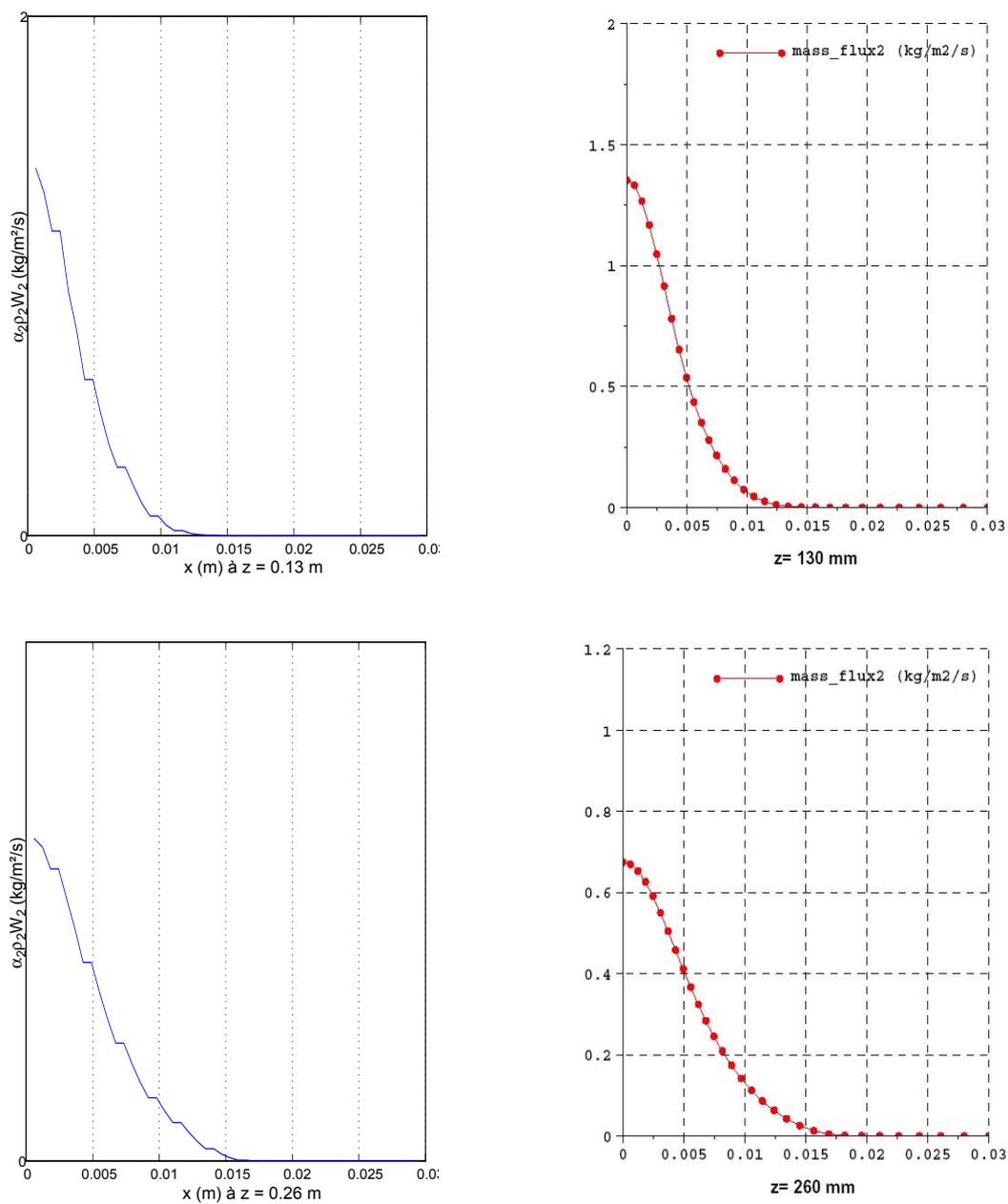


FIG. 4.22 – Flux massique des particules issu des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite). Cas 2

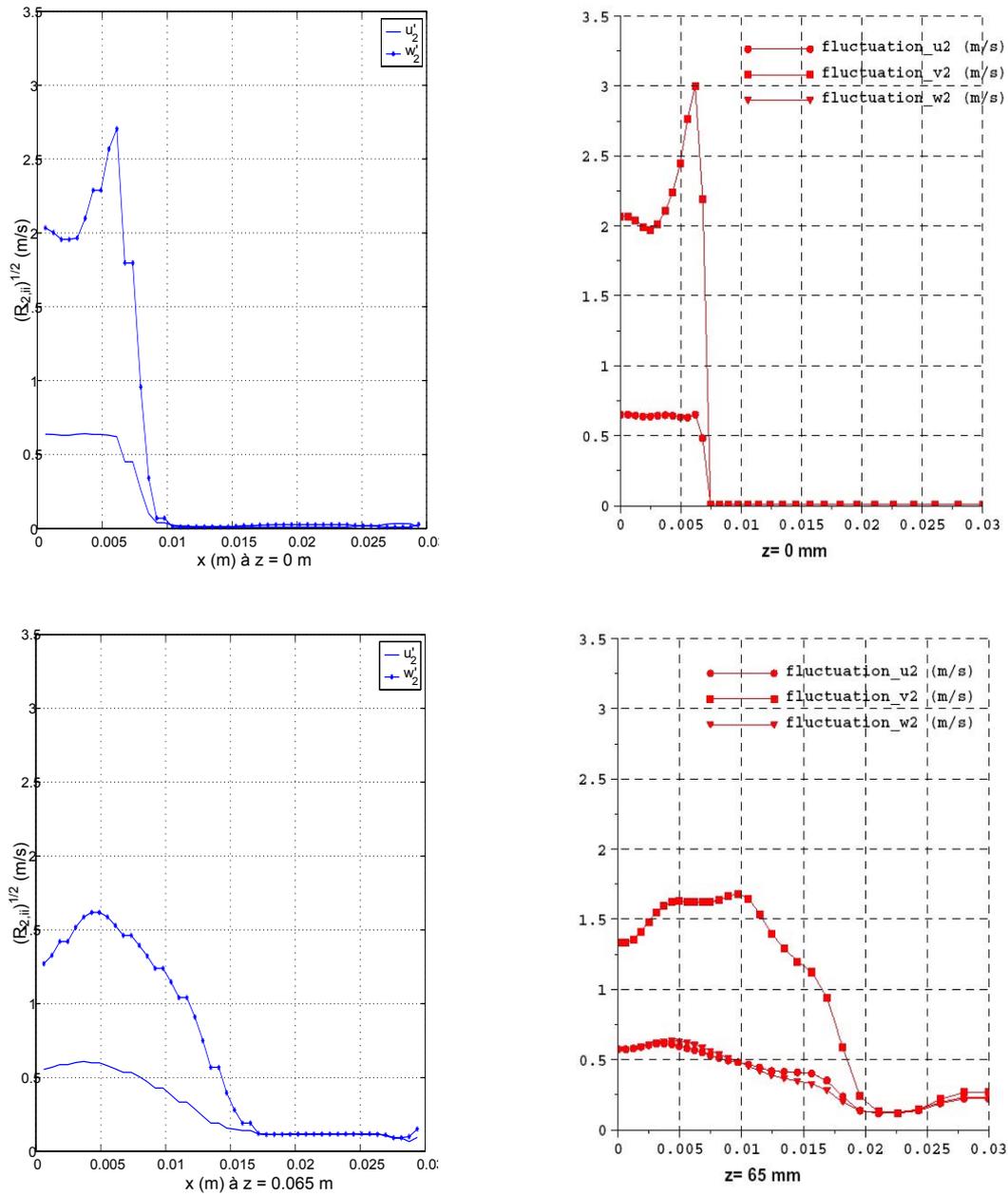


FIG. 4.23 – Vitesses fluctuantes des particules issues des simulations : Saturne (gauche); Melodif (droite). Cas 2

## 4.7 Présentation des résultats

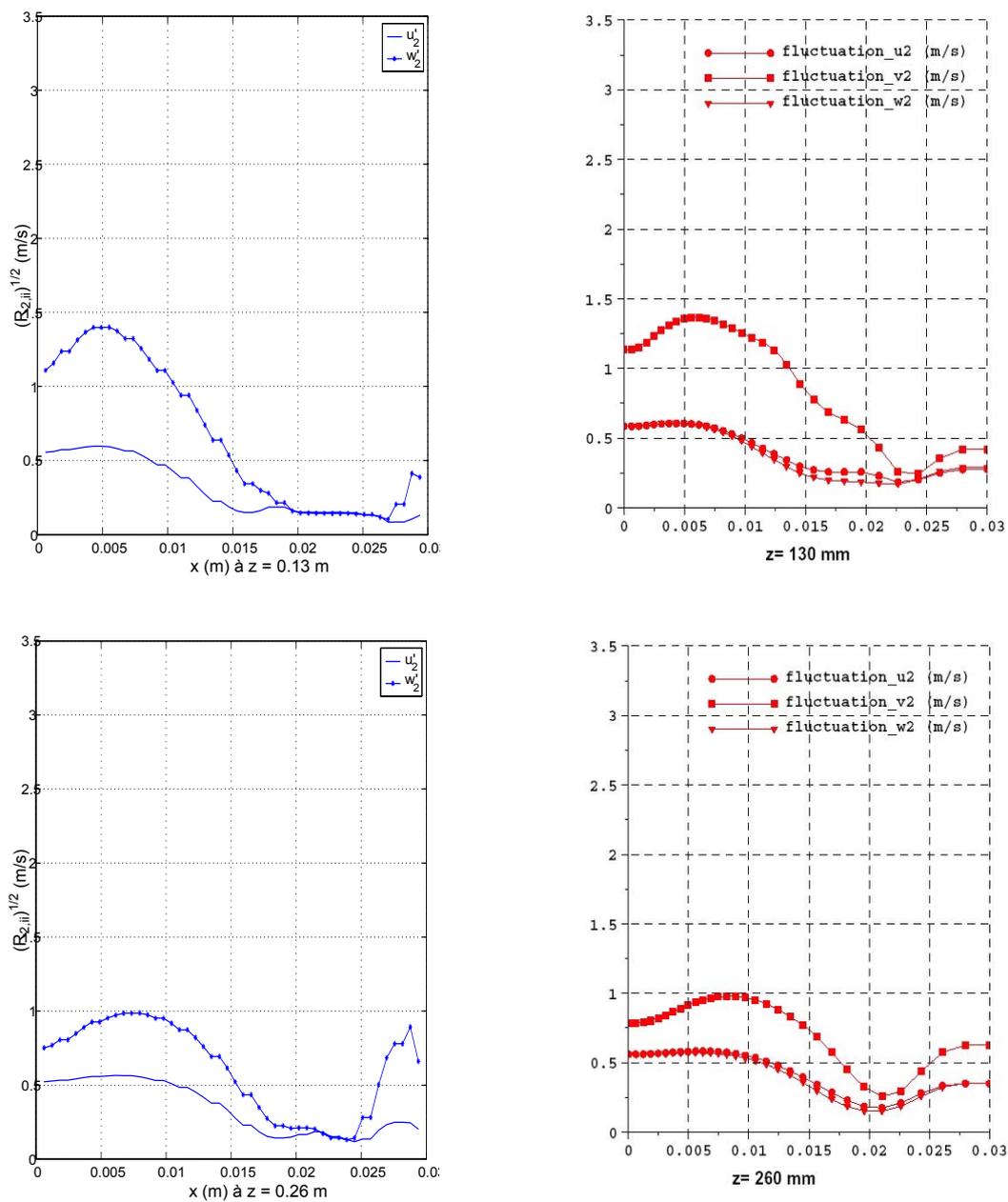


FIG. 4.24 – Vitesses fluctuantes des particules issues des simulations : Saturne (gauche); Melodif (droite). Cas 2

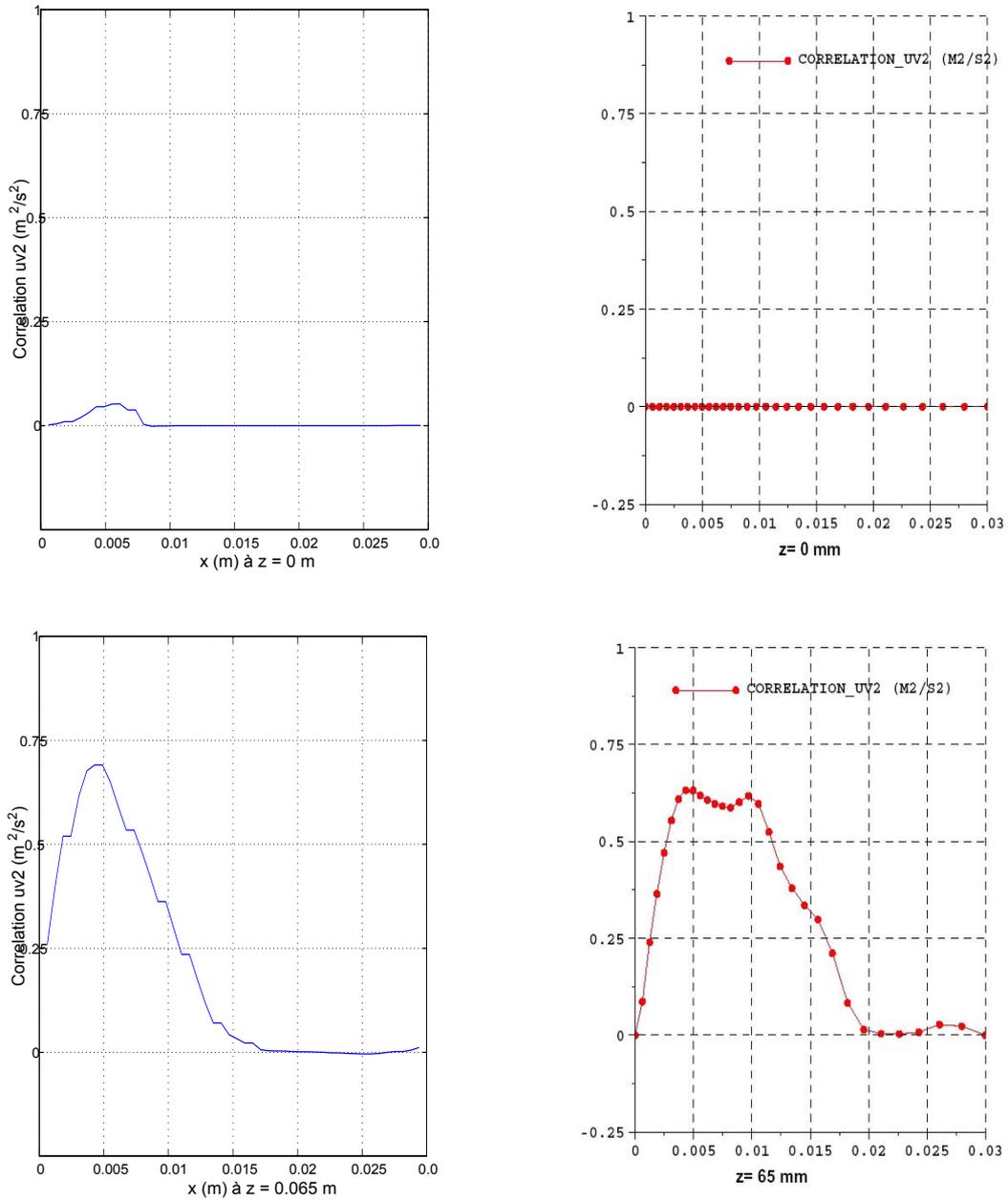


FIG. 4.25 – Contrainte de cisailment des particules issue des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite). Cas 2

## 4.7 Présentation des résultats

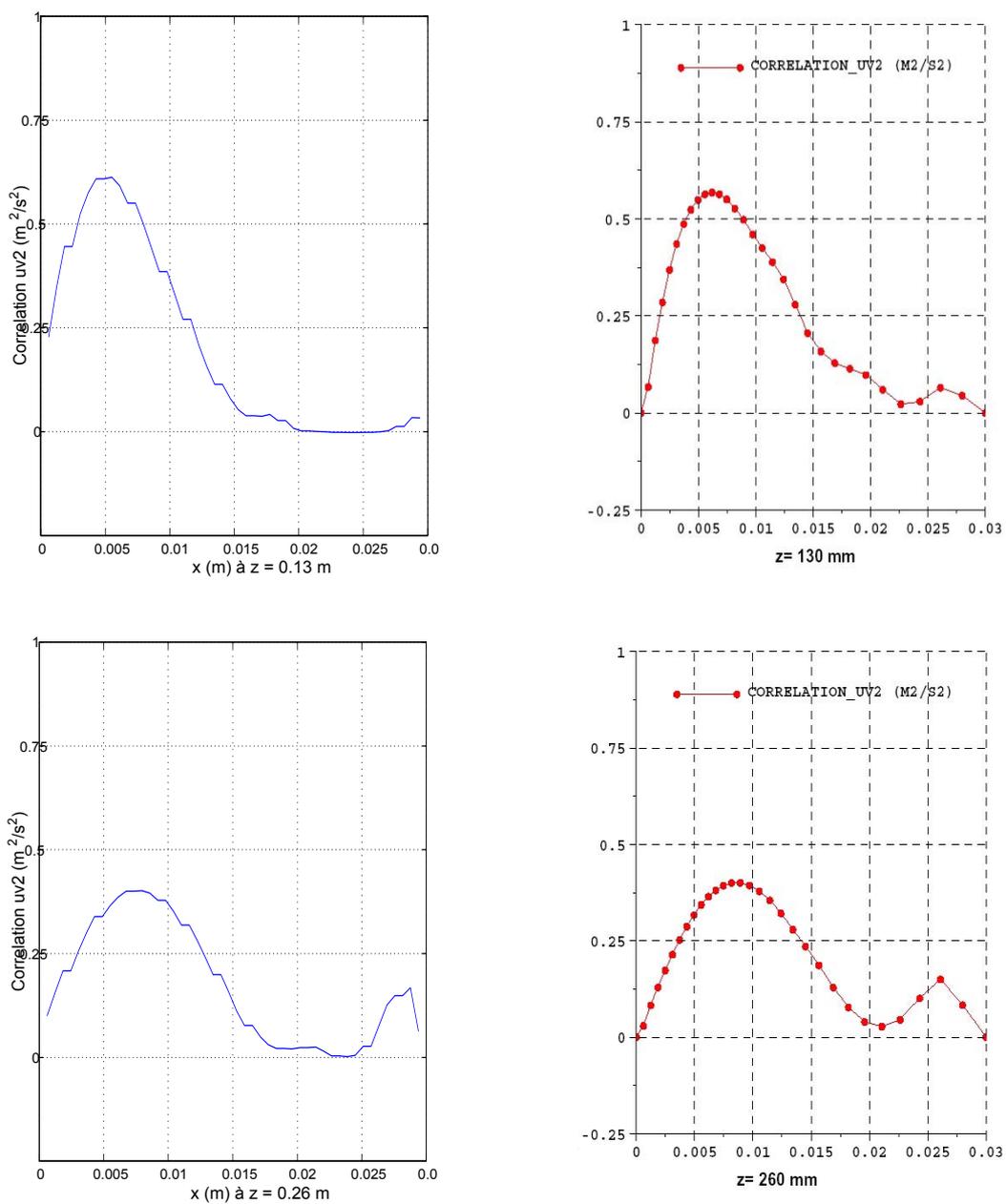


FIG. 4.26 – Contrainte de cisailment des particules issue des simulations : Saturne (gauche) ; Melodif (droite). Cas 2

## 4.8 Conclusions

L'approche des écoulements multiphasiques turbulents décrit dans les chapitres précédents a été appliquée pour caractériser un écoulement à phase dispersée très diluée. Ce modèle est basé sur des équations de transport séparées pour les composantes particulières du tenseur de Reynolds et prend en compte les collisions interparticulaires utilisant les principes de la théorie cinétique.

Les résultats numériques ont été comparés favorablement avec l'ensemble de données disponibles pour les systèmes dilués gaz-solide turbulents à partir d'une étude précédemment faite avec le code numérique Mélodif avec les mêmes modèles de turbulence fluide et d'agitation des particules. Le modèle des transport de contraintes cinétiques semble fournir une description correcte de l'anisotropie élevée des fluctuations de vitesse des particules observées dans ce type d'écoulements. Ceci signifie que les fluctuations de la vitesse dans l'écoulement principal sont accrues dû à la production par le gradient moyen de vitesse, tandis que les fluctuations de la vitesse radiale sont principalement contrôlées par l'entraînement par le mouvement turbulent de l'écoulement et le mécanisme de redistribution dû aux collisions interparticulaires.

# Chapitre 5

## Simulation d'un jet polydisperse en aval d'un *bluff body*.

### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre on fait l'étude du banc d'essai *Hercule* où les résultats des simulations numériques sont confrontés à la base de données expérimentales fournie par Borée et al. (2001)[8]. La configuration expérimentale crée un écoulement axisymétrique confiné connu sous le nom de *bluff body*. Celle-ci forme la base de nombreux dispositifs de combustion. Cette configuration est aussi typique des applications industrielles où le but est de contrôler le taux de mélange d'un carburant (normalement charbon pulvérisé) avec l'air. La géométrie de recyclage de l'écoulement implique des niveaux élevés de turbulence et des taux de mélange, qui ont comme conséquence la stabilisation d'une flamme. Le temps de séjour des particules dans la zone de recyclage des produits à hautes températures de combustion favorise la vaporisation du combustible liquide (ou la volatilisation des produits de charbon) et du mélange. Le comportement des particules dans de tels écoulements influence en grande partie la stabilisation de la flamme, le taux de dissipation de la chaleur, et le niveau des émissions de polluant. Bien que ce type d'écoulements soit l'un des écoulements de recyclage turbulents les plus simples, ils présentent des défis importants aux modèles numériques pour les écoulements polydisperses. La disposition des éléments permet de créer un écoulement qui présente deux points de stagnation sur l'axe central de l'injection. Cette configuration présente des caractéristiques intéressantes

dues à l'inertie des particules ainsi que le couplage fluide-particules à l'entrée du jet (Vit, 1999 [10]; Simonin, 1991[74]).

## 5.2 Description de la configuration expérimentale

La géométrie du banc d'essai Hercule présente des caractéristiques très proches d'un brûleur industriel à charbon pulvérisé où les deux phases (gaz et particules) peuvent présenter un glissement important, qui pose des grands défis pour sa modélisation. Le schéma de principe de l'expérience est présenté sur la Figure 5.1.

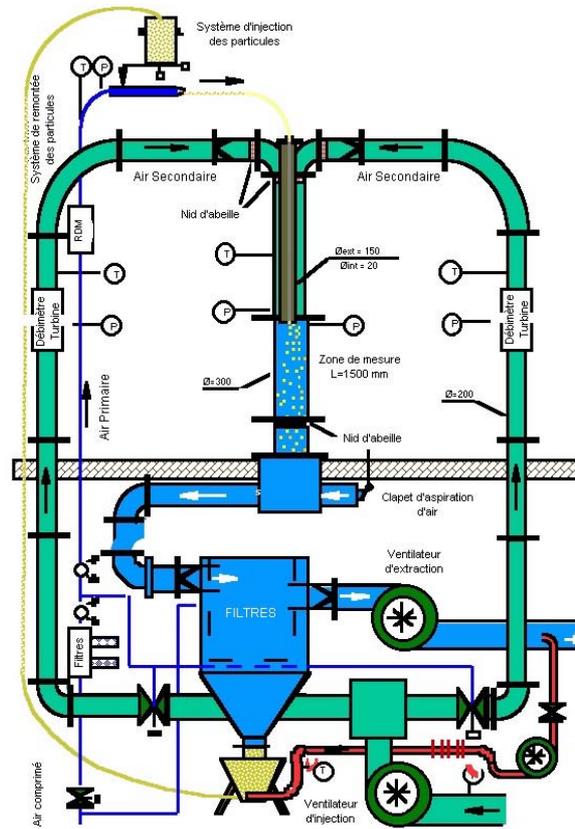


FIG. 5.1 – Schéma de principe du banc d'essai Hercule

Le jet central est un écoulement d'air et de particules dans une conduite verticale de longueur  $1,5m$  par un tube de diamètre d'injection  $20mm$ . La vitesse maximale du jet est  $V_{j,max} = 4m/s$ , soit un nombre de Reynolds d'éjection d'environ 5000. Avec un rapport

## 5.2 Description de la configuration expérimentale

longueur/diamètre de la conduite d'éjection de 100, l'écoulement dans le tube est établi.

L'écoulement annulaire d'air ( $R_2 = 75\text{mm}$  et  $R_1 = 150\text{mm}$ ) présente une vitesse maximale  $V_{e,\text{max}} = 6\text{m/s}$  et le nombre de Reynolds de l'écoulement est  $Re = V_e(R_2 - R_1)/\nu \approx 20000$ . Cette valeur relativement basse de la vitesse externe a été choisie afin d'employer un flux volumique raisonnable ( $Q_e = 780\text{Nm}^3/\text{h}$ ) et ainsi surmonter les problèmes liés à l'ensemencement du domaine considéré. Des détails géométriques plus précis au sujet de la région annulaire et de la région de mesures sont donnés sur la Figure 5.2.

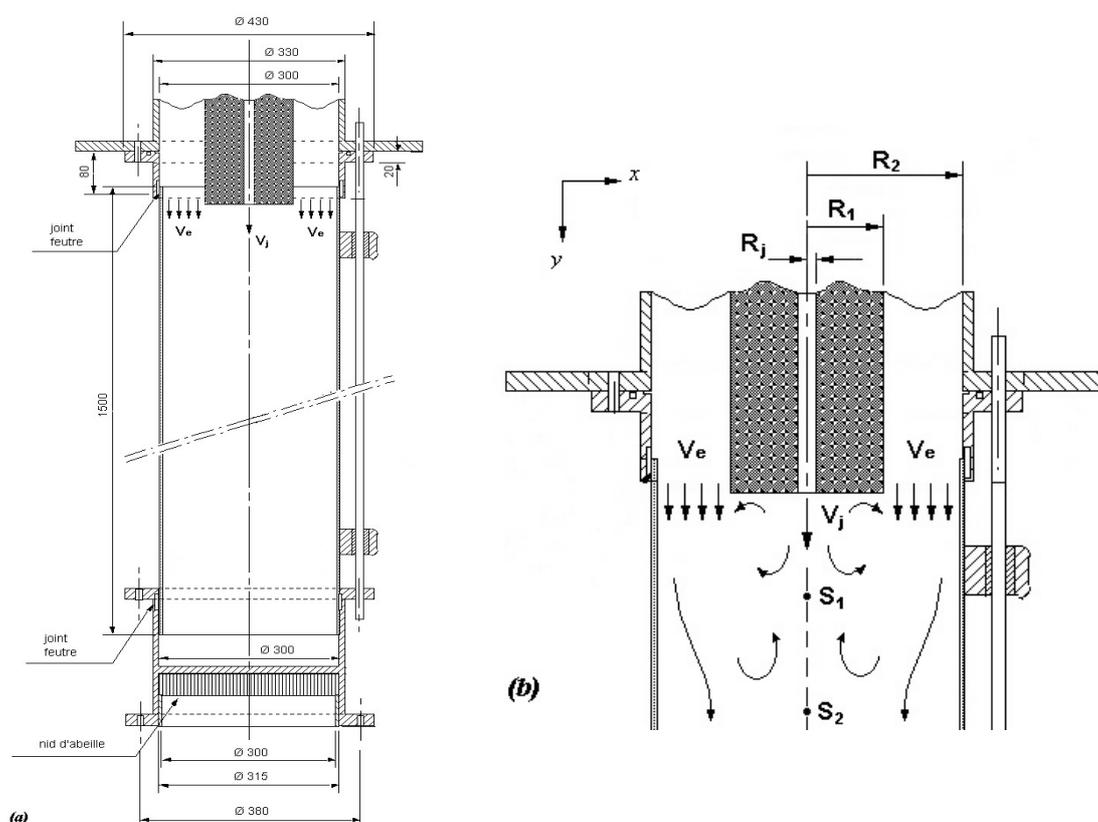


FIG. 5.2 – Conditions et dimensions de la zone de mesure et à l'entrée du banc d'essai Hercules

La longueur de la section annulaire en amont de la zone de mesure est  $L_e = 2\text{m}$ . Avec  $2L_e/(R_2 - R_1) \approx 54$ , la couche limite turbulente peut être considérée comme établie, mais l'écoulement annulaire turbulent est suspecté d'être légèrement développé (Comte-Bellot, 1965[17]). La zone interne du jet ( $R_j = 10\text{mm}$ ;  $V_j(r = 0) = 4\text{m/s}$ ) est produite par des débits d'air comprimé sur l'axe du recyclage. L'écoulement de tube est établi

avec  $2L_e/D_j = 200$ . Le flux volumique du jet est  $Q_j = 3,4m^3/h$  et le rapport du flux volumique du jet au flux volumique de l'écoulement annulaire est très bas (0.5%). Ceci correspond à une vitesse moyenne  $V_j = 3,4m/s$ . Ces caractéristiques ont été choisies afin d'obtenir un écoulement monophasique avec des points de stagnation dans le recyclage. Ce régime particulier de l'écoulement de *bluff-body* est désigné souvent dans la littérature sous le nom de "circulation d'air externe dominante" (Scheffer et al. 1994[73]).

### 5.3 Caractéristiques des particules

Un écoulement polydisperse de particules de verre à 9 différentes classes en taille est libéré dans la conduite du jet intérieur. La circulation d'air est légèrement humide afin de supprimer l'influence de l'électricité statique. La masse volumique des particules est  $\rho_\omega = 2470 kg/m^3$ . La sensibilité extrême de l'écoulement à la valeur du rapport du flux de quantité de mouvement du jet intérieur au flux de quantité de mouvement du courant annulaire est bien connue dans des situations monophasiques (Chen et al. 1990[15]). En présence des particules de verre, la valeur du chargement de masse  $M_j$  fournit des informations au sujet de la proportion du débit de quantité de mouvement porté par les particules avec celui porté par la phase gazeuse dans le jet intérieur.  $M_j$  est le rapport du flux de masse des particules au flux de masse d'air dans l'écoulement central de gicleur

$$M_j = \frac{\alpha_\omega \rho_\omega V_\omega}{\alpha_1 \rho_1 V_1} \quad (5.1)$$

où la masse volumique de l'air est  $\rho_1 = 1.18kg/m^3$ . On s'attend ainsi à ce que le développement du jet dans la région de recyclage et la dispersion de la phase particulaire changent fortement avec le chargement de masse. Le débit massique de particules est  $1 kg/h$ , ce qui correspond à une charge de particules  $M_j = 22\%$  (où  $M_j$  est le rapport de flux massique de particules au flux massique de l'air dans le jet central). Dans le tableau 5.1 est rapporté le débit massique par espèce de particules. Un objectif de cette étude est, donc, d'étudier le mouvement de particules dans la région de stagnation où le rôle de l'inertie des particules devrait être souligné. Le ratio de masse de chargement de l'écoulement global est très faible  $M_t = 0.1\%$ .

La distribution initiale de la taille des sphères en verre est spécifiée dans le tableau 5.1. Les classes de taille sont divisées en  $15 - 25\mu m$ ,  $25 - 35\mu m$ , ...  $95 - 105\mu m$ . Le diamètre

### 5.3 Caractéristiques des particules

---

moyen de masse de la distribution est  $\bar{d}_{pM} = 63\mu m$ . Le diamètre moyen du nombre de fréquences de la distribution est  $\bar{d}_{pN} = 50\mu m$ . La distribution a été vérifiée plusieurs fois pendant l'acquisition de la base de données afin de vérifier la rupture possible de particules pendant les courses. Aucune différence n'a été détectée. D'ailleurs, l'inspection visuelle avec un microscope a indiqué très peu de fragments de verre non-sphériques. Les caractéristiques physiques sont résumées dans le tableau 5.2.

$D(\mu m)$	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Dist. Masse	0.004	0.005	0.091	0.224	0.264	0.215	0.107	0.065	0.025
Dist. No. Freq.	0.085	0.028	0.234	0.295	0.202	0.103	0.034	0.015	0.004
Deb. Masse (kg/s)	1.10e-06	1.38e-06	2.51e-05	6.19e-05	7.31e-05	5.95e-05	2.96e-05	1.80e-05	6.93e-06

TAB. 5.1 – *Distribution initiale par taille des particules.*

Domaine	Diamètre	300mm
	Mesures sur l'axe	240mm
Injecteur de particules	Diamètre	20 mm
Conditions de l'air	Masse volumique	1,18kg/m <sup>3</sup>
	Viscosité	1.834 × 10 <sup>-5</sup> kg/m/s
	Vitesses	Voir tableau 5.3
	Vitesses Fluctuantes	Voir tableau 5.3
Conditions des particules	Diamètres	20μm, 30μm, 40μm, ..., 100μm
	Masse volumique	2470 kg/m <sup>3</sup>
	Taux de présence	Voir tableau 5.4
	Vitesses	Voir tableaux 5.5, 5.6
	Vitesses Fluctuantes	Voir tableau 5.7, 5.8
	Flux Massique	Voir tableau 5.9

TAB. 5.2 – *Conditions d'entrée de l'air et des particules pour l'étude Hercule.*

Rayon (mm)	Vit. Axiale (m/s)	Vit. Radiale (m/s)	Fluct. de Vit. Axiale (m/s)	Fluct. de Vit. Radiale (m/s)	Contr. Cisail. ( $m^2/s^2$ )
0	4,053115	0,000901	0,195256	0,18792	-0,000591
2	4,039238	0,019964	0,221614	0,168039	0,003709
4	3,904429	0,036732	0,270564	0,191723	0,006236
6	3,592044	0,044207	0,372706	0,209116	0,016039
8	2,672439	0,067893	0,436635	0,156385	0,00696
10	0,197148	0,137878	0,328847	0,229906	0,023961
76	4,202	-0,112	0,698	0,235	-0,072
80	5,112	-0,089	0,403	0,306	-0,049
84	5,417	-0,123	0,337	0,264	-0,037
88	5,723	-0,134	0,289	0,233	-0,024
92	5,862	-0,128	0,235	0,201	-0,012
96	5,938	-0,109	0,202	0,205	-0,004
100	5,959	-0,108	0,2	0,173	0,002
104	5,913	-0,098	0,214	0,194	0,005
108	5,875	-0,086	0,229	0,177	0,009
112	5,784	-0,08	0,234	0,186	0,012
116	5,676	-0,061	0,27	0,201	0,017
120	5,461	-0,055	0,294	0,215	0,022
124	5,441	-0,046	0,313	0,221	0,027
128	5,302	-0,027	0,34	0,238	0,032
132	5,114	-0,018	0,372	0,261	0,036
136	4,937	-0,022	0,416	0,271	0,041
140	4,652	-0,002	0,494	0,29	0,052

TAB. 5.3 – Conditions d'entrée de l'air pour l'étude Hercule.

### 5.3 Caracteristiques des particules

r (mm)	20 $\mu$ m	30 $\mu$ m	40 $\mu$ m	50 $\mu$ m	60 $\mu$ m	70 $\mu$ m	80 $\mu$ m	90 $\mu$ m	100 $\mu$ m
0,00	3,00e-07	5,35e-07	1,23e-05	2,99e-05	3,14e-05	1,95e-05	9,47e-06	6,26e-06	2,01e-06
1,00	3,13e-07	5,56e-07	1,35e-05	3,41e-05	3,74e-05	2,63e-05	1,27e-05	7,64e-06	3,11e-06
2,00	4,11e-07	6,11e-07	1,34e-05	3,51e-05	4,01e-05	2,97e-05	1,59e-05	1,09e-05	3,62e-06
3,00	3,62e-07	5,83e-07	1,23e-05	3,12e-05	3,63e-05	2,70e-05	1,32e-05	8,94e-06	3,37e-06
4,00	4,17e-07	6,24e-07	1,24e-05	3,11e-05	3,49e-05	2,55e-05	1,28e-05	7,04e-06	3,79e-06
5,00	3,36e-07	4,99e-07	1,05e-05	2,65e-05	3,08e-05	2,40e-05	1,16e-05	7,82e-06	3,06e-06
6,00	3,57e-07	4,42e-07	7,99e-06	1,97e-05	2,41e-05	1,95e-05	1,03e-05	5,47e-06	2,02e-06
7,00	4,27e-07	4,80e-07	8,88e-06	2,14e-05	2,55e-05	2,22e-05	1,04e-05	6,58e-06	2,78e-06
8,00	8,47e-07	1,02e-06	1,53e-05	3,34e-05	3,80e-05	3,10e-05	1,56e-05	9,85e-06	3,76e-06
9,00	7,99e-07	6,66e-07	9,11e-06	2,27e-05	2,76e-05	2,55e-05	1,10e-05	6,85e-06	2,23e-06
10,0	2,09e-07	6,80e-08	4,38e-07	8,02e-07	1,02e-06	9,62e-07	6,88e-07	2,37e-06	2,33e-06
$\alpha_{solide}$	4,78e-06	6,09e-06	1,16e-04	2,86e-04	3,27e-04	2,51e-04	1,24e-04	7,98e-05	3,21e-05

TAB. 5.4 – Fraction volumique par espèce de particules à l'entrée de l'injection.

r (mm)	20 $\mu$ m	30 $\mu$ m	40 $\mu$ m	50 $\mu$ m	60 $\mu$ m	70 $\mu$ m	80 $\mu$ m	90 $\mu$ m	100 $\mu$ m
0.00	4.07	4.05	4.00	3.94	3.87	3.86	4.02	4.07	4.06
1.00	4.09	4.08	4.03	3.95	3.87	3.83	4.04	4.09	4.08
2.00	4.03	4.01	3.97	3.90	3.82	3.80	3.97	4.02	4.09
3.00	3.96	3.96	3.91	3.86	3.80	3.76	3.94	3.97	3.98
4.00	3.90	3.88	3.85	3.80	3.75	3.72	3.89	3.90	3.97
5.00	3.91	3.88	3.85	3.81	3.76	3.74	3.88	3.90	3.96
6.00	3.63	3.65	3.64	3.63	3.60	3.58	3.72	3.73	3.73
7.00	3.49	3.49	3.49	3.50	3.49	3.49	3.62	3.66	3.59
8.00	2.66	2.69	2.77	2.88	2.98	3.04	3.03	2.93	2.78
9.00	1.76	1.97	2.24	2.47	2.68	2.79	2.69	2.33	2.05
10.00	0.36	0.66	1.31	1.81	2.24	2.39	1.25	0.40	0.16

TAB. 5.5 – Vitesses verticales en (m/s) par espèce de particules à l'entrée de l'injection.

r (mm)	20 $\mu$ m	30 $\mu$ m	40 $\mu$ m	50 $\mu$ m	60 $\mu$ m	70 $\mu$ m	80 $\mu$ m	90 $\mu$ m	100 $\mu$ m
0,00	2,95e-03	4,15e-03	6,41e-03	7,09e-03	8,86e-03	7,10e-03	2,44e-03	5,30e-04	-1,80e-03
1,00	1,42e-02	1,23e-02	1,61e-02	1,86e-02	1,59e-02	1,61e-02	1,38e-02	2,06e-02	2,70e-02
2,00	1,44e-02	5,66e-03	1,06e-02	1,20e-02	1,95e-02	2,27e-02	1,84e-02	-3,60e-04	6,24e-03
3,00	2,15e-02	2,43e-02	2,41e-02	2,47e-02	2,83e-02	3,41e-02	1,99e-02	3,43e-02	1,69e-02
4,00	3,08e-02	2,43e-02	2,71e-02	2,79e-02	3,20e-02	3,66e-02	4,27e-02	-1,13e-02	5,22e-02
5,00	4,23e-02	3,75e-02	3,48e-02	3,63e-02	4,13e-02	3,90e-02	3,92e-02	4,37e-02	7,11e-02
6,00	4,31e-02	4,11e-02	4,05e-02	4,27e-02	3,97e-02	4,33e-02	3,94e-02	3,24e-02	2,84e-02
7,00	5,22e-02	4,96e-02	4,49e-02	4,35e-02	3,82e-02	4,44e-02	6,11e-02	6,35e-02	5,44e-02
8,00	6,29e-02	6,25e-02	6,01e-02	5,97e-02	5,95e-02	6,27e-02	8,87e-02	6,22e-02	7,40e-02
9,00	9,58e-02	9,62e-02	9,18e-02	9,29e-02	9,62e-02	1,04e-01	1,00e-01	9,14e-02	6,43e-02
10,00	1,67e-01	1,87e-01	2,58e-01	3,23e-01	4,00e-01	4,51e-01	3,15e-01	1,84e-01	9,68e-02

TAB. 5.6 – Vitesses radiales en (m/s) par espèce de particules à l'entrée de l'injection.

## Chapitre 5. Simulation d'un jet polydisperse en aval d'un *bluff body*.

r (mm)	20 $\mu$ m	30 $\mu$ m	40 $\mu$ m	50 $\mu$ m	60 $\mu$ m	70 $\mu$ m	80 $\mu$ m	90 $\mu$ m	100 $\mu$ m
0,00	2,16e-01	2,43e-01	3,06e-01	3,92e-01	4,68e-01	4,86e-01	3,37e-01	2,97e-01	2,53e-01
1,00	2,34e-01	2,51e-01	3,15e-01	4,03e-01	4,76e-01	5,10e-01	3,45e-01	2,56e-01	2,57e-01
2,00	2,52e-01	2,79e-01	3,36e-01	4,13e-01	4,77e-01	5,13e-01	3,60e-01	3,11e-01	2,48e-01
3,00	2,82e-01	2,97e-01	3,55e-01	4,21e-01	4,82e-01	5,16e-01	3,83e-01	3,13e-01	2,94e-01
4,00	2,90e-01	3,18e-01	3,75e-01	4,41e-01	5,00e-01	5,22e-01	3,75e-01	3,80e-01	2,61e-01
5,00	3,14e-01	3,54e-01	4,17e-01	4,72e-01	5,20e-01	5,49e-01	4,54e-01	3,81e-01	3,67e-01
6,00	3,98e-01	4,13e-01	4,70e-01	5,08e-01	5,56e-01	5,73e-01	4,36e-01	3,97e-01	3,92e-01
7,00	4,34e-01	4,89e-01	5,35e-01	5,72e-01	5,96e-01	6,00e-01	5,03e-01	3,60e-01	4,74e-01
8,00	4,74e-01	5,15e-01	5,89e-01	6,24e-01	6,28e-01	6,27e-01	5,95e-01	4,93e-01	4,98e-01
9,00	6,46e-01	7,13e-01	7,32e-01	7,09e-01	6,66e-01	6,44e-01	7,89e-01	9,57e-01	7,80e-01
10,00	6,54e-01	9,54e-01	1,208	1,179	9,39e-01	8,32e-01	1,312	8,98e-01	6,73e-01

TAB. 5.7 – Vitesses fluctuantes verticales en (m/s) par espèce de particules à l'entrée de l'injection.

r (mm)	20 $\mu$ m	30 $\mu$ m	40 $\mu$ m	50 $\mu$ m	60 $\mu$ m	70 $\mu$ m	80 $\mu$ m	90 $\mu$ m	100 $\mu$ m
0,00	1,51e-01	1,38e-01	1,43e-01	1,63e-01	1,83e-01	1,99e-01	1,69e-01	1,32e-01	1,74e-01
1,00	1,58e-01	1,44e-01	1,48e-01	1,70e-01	1,92e-01	2,10e-01	1,59e-01	1,58e-01	1,55e-01
2,00	1,56e-01	1,47e-01	1,53e-01	1,68e-01	1,94e-01	2,15e-01	1,70e-01	1,40e-01	1,35e-01
3,00	1,67e-01	1,49e-01	1,53e-01	1,73e-01	2,01e-01	2,28e-01	2,09e-01	1,56e-01	1,30e-01
4,00	1,60e-01	1,49e-01	1,60e-01	1,80e-01	2,06e-01	2,26e-01	1,84e-01	2,00e-01	1,27e-01
5,00	1,74e-01	1,53e-01	1,59e-01	1,80e-01	2,04e-01	2,28e-01	1,72e-01	1,37e-01	1,75e-01
6,00	1,59e-01	1,52e-01	1,60e-01	1,83e-01	2,07e-01	2,40e-01	1,85e-01	1,89e-01	1,36e-01
7,00	1,51e-01	1,54e-01	1,60e-01	1,90e-01	2,15e-01	2,36e-01	2,02e-01	1,52e-01	1,62e-01
8,00	1,33e-01	1,36e-01	1,42e-01	1,62e-01	1,90e-01	2,05e-01	1,78e-01	1,53e-01	1,20e-01
9,00	1,29e-01	1,27e-01	1,37e-01	1,46e-01	1,64e-01	1,79e-01	1,79e-01	1,50e-01	8,91e-02
10,00	2,55e-01	2,68e-01	3,13e-01	3,14e-01	2,85e-01	2,90e-01	3,39e-01	3,21e-01	2,74e-01

TAB. 5.8 – Vitesses fluctuantes radiales en (m/s) par espèce de particules à l'entrée de l'injection.

r (mm)	20 $\mu$ m	30 $\mu$ m	40 $\mu$ m	50 $\mu$ m	60 $\mu$ m	70 $\mu$ m	80 $\mu$ m	90 $\mu$ m	100 $\mu$ m
0,00	3,01e-03	5,36e-03	1,22e-01	2,92e-01	3,01e-01	1,86e-01	9,42e-02	6,31e-02	2,01e-02
1,00	3,17e-03	5,61e-03	1,34e-01	3,33e-01	3,58e-01	2,49e-01	1,27e-01	7,73e-02	3,14e-02
2,00	4,10e-03	6,06e-03	1,32e-01	3,38e-01	3,79e-01	2,79e-01	1,56e-01	1,08e-01	3,66e-02
3,00	3,55e-03	5,71e-03	1,19e-01	2,98e-01	3,41e-01	2,51e-01	1,28e-01	8,77e-02	3,32e-02
4,00	4,02e-03	6,00e-03	1,18e-01	2,92e-01	3,23e-01	2,35e-01	1,23e-01	6,79e-02	3,72e-02
5,00	3,24e-03	4,78e-03	1,00e-01	2,50e-01	2,86e-01	2,22e-01	1,11e-01	7,53e-02	3,00e-02
6,00	3,21e-03	3,99e-03	7,19e-02	1,76e-01	2,15e-01	1,73e-01	9,57e-02	5,05e-02	1,86e-02
7,00	3,69e-03	4,14e-03	7,67e-02	1,85e-01	2,20e-01	1,92e-01	9,32e-02	5,96e-02	2,47e-02
8,00	5,58e-03	6,84e-03	1,04e-01	2,38e-01	2,81e-01	2,33e-01	1,17e-01	7,13e-02	2,59e-02
9,00	3,48e-03	3,24e-03	5,05e-02	1,39e-01	1,83e-01	1,76e-01	7,35e-02	3,94e-02	1,13e-02
10,00	1,87e-04	1,11e-04	1,42e-03	3,60e-03	5,66e-03	5,70e-03	2,12e-03	2,36e-03	9,34e-04
Flux Mass <sub>solide</sub>	3.72e-02	5.18e-02	1.03	2.54	2.89	2.20	1.12	7.03e-01	2.70e-01

TAB. 5.9 – Flux massique en (kg/m<sup>2</sup>/s) par espèce de particules à l'entrée de l'injection.

## 5.4 Temps caracteristiques

r (mm)	20 $\mu$ m	30 $\mu$ m	40 $\mu$ m	50 $\mu$ m	60 $\mu$ m	70 $\mu$ m	80 $\mu$ m	90 $\mu$ m	100 $\mu$ m
0,00	-1,94e-03	-9,26e-04	-1,96e-03	-3,32e-03	-4,43e-03	-5,54e-03	-8,56e-03	-4,90e-03	3,30e-03
1,00	3,23e-03	1,76e-04	7,42e-04	4,01e-04	1,31e-03	2,15e-04	-2,32e-03	2,55e-03	3,15e-03
2,00	2,82e-03	5,11e-03	5,14e-03	8,01e-03	7,41e-03	5,15e-03	2,85e-03	3,48e-03	5,45e-03
3,00	6,57e-03	6,09e-03	8,85e-03	1,13e-02	1,38e-02	1,13e-02	3,68e-03	7,62e-03	7,05e-03
4,00	6,65e-03	7,65e-03	1,24e-02	1,68e-02	1,89e-02	1,77e-02	4,00e-05	2,06e-02	-1,47e-03
5,00	9,29e-03	9,54e-03	1,65e-02	2,07e-02	2,18e-02	2,56e-02	1,52e-02	9,70e-03	-1,91e-02
6,00	1,26e-02	1,58e-02	2,22e-02	2,98e-02	3,30e-02	3,82e-02	1,28e-02	1,80e-02	1,12e-02
7,00	1,31e-02	1,88e-02	3,02e-02	3,93e-02	4,32e-02	4,27e-02	2,28e-02	5,21e-03	1,97e-02
8,00	6,23e-03	8,32e-03	1,77e-02	2,47e-02	3,39e-02	3,40e-02	1,32e-02	1,56e-02	-2,10e-03
9,00	6,32e-03	8,42e-03	1,33e-02	1,51e-02	1,53e-02	1,34e-02	-4,03e-03	4,96e-02	-1,07e-02
10,00	1,03e-01	1,55e-01	2,46e-01	2,18e-01	1,32e-01	1,07e-01	2,73e-01	2,04e-01	1,58e-01

TAB. 5.10 – Contrainte de cisaillement en ( $m^2/s^2$ ) par espèce de particules à l'entrée de l'injection.

A partir du tableau 5.4 on peut vérifier que la fraction volumique totale du solide est  $\alpha_{solide} = 1.229e - 03$  ce qui établit un système prennant en compte le couplage réciproque entre les particules et la phase continue.

## 5.4 Temps caracteristiques

Le temps caractéristique des petites échelles dans le jet initial est calculé

$$\tau_k^t = \frac{0.02m}{4m/s} = 5ms \quad (5.2)$$

La longueur du tube de  $2m$  assure un écoulement établi de la phase gazeuse à l'éjection. Le temps de transit des particules est calculé avec une vitesse  $U_{j\max} = 4m/s$  :

$$T = \frac{2m}{4m/s} = 500ms \quad (5.3)$$

Le temps de relaxation des particules s'écrit

$$\tau_{1\omega}^F = \frac{\rho_\omega d_\omega^2}{18\mu_1} \quad (5.4)$$

où la viscosité de l'air est  $1.834 \times 10^{-5} kg/m/s$ . Les temps de relaxation pour différentes classes de particules sont donnés dans le tableau 5.11. Pour chacune des classes, le temps de relaxation des particules est toujours inférieur au temps de transit dans le tube ; la vitesse des particules de verre doit donc pouvoir s'adapter aux changements de vitesse

moyenne du fluide dans le tube. Le temps de relaxation des particules augmente avec le diamètre de classe. Ainsi, les plus "petites" particules suivent l'écoulement gazeux alors que les plus "grosses" continuent tout droit sans être influencées par la présence du fluide et des recirculations. Le nombre de Stokes des particules ( $St = \tau_{g\omega}^F / \tau_g^t$ ) varie de 1 à 18 dans notre cas.

$D(\mu m)$	5	20	40	60	80	100	110
$\tau_{\omega}(ms)$	0,18	2,99	11,97	26,93	47,88	74,82	90,53

TAB. 5.11 – *Temps de relaxation pour différentes classes de particules.*

Le nombre de Reynolds ( $Re_{\text{éjection}} = D_T V_{\text{éjection}} / \nu_g$ ) de sortie au niveau du diamètre du tube ( $D_T = 0.02m$ ) est de

$$Re_{\text{éjection}} = 5147.2 \tag{5.5}$$

correspondant à une vitesse d'éjection de  $4m/s$ . La classe  $0 - 5\mu m$  suit bien le fluide porteur donc les particules de diamètre inférieur ou égal à  $5\mu m$  peuvent être considérées comme des traceurs de l'écoulement gazeux.

## 5.5 Maillage

Les simulations ont été réalisées sur un maillage pseudo-2D cylindre-polaire avec un espacement variable constitué par 10050 cellules. Les dimensions du maillage sont : rayon =  $0.15m$ , hauteur =  $0.9m$ , secteur angulaire = 2 degrés. La Figure 5.3 montre le maillage employé ainsi que la section à l'entrée du jet et de l'air.

## 5.6 Mesures

---

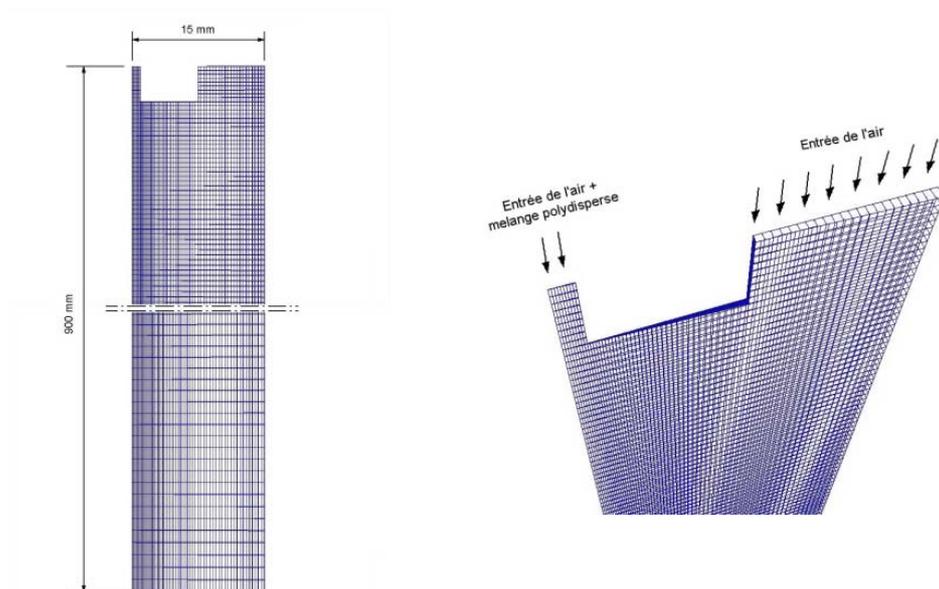


FIG. 5.3 – *Maillage pour l'étude numérique Hercules*

## 5.6 Mesures

Des profils de mesures dans les plans horizontaux en aval de l'injecteur des particules sont disponibles sur les composantes verticale et radiale des vitesses de phases. L'origine du domaine d'étude est choisie à la sortie de l'injecteur central, sur l'axe. Les mesures des conditions limites sont faites en  $y = 0\text{mm}$  pour l'air secondaire et en  $y = 3\text{mm}$  pour l'air primaire et les particules. Les mesures effectuées le long de l'axe sont réalisées à 3, 80, 160 et 240 $\text{mm}$ . Les profils de vitesses, les vitesses fluctuantes, ainsi que les contraintes cinétiques sont rapportés pour quatre espèces de particules : 20 $\mu\text{m}$ , 40 $\mu\text{m}$ , 60 $\mu\text{m}$  et 80 $\mu\text{m}$  afin d'évaluer la performance du code à niveau de caractéristiques hydrodynamiques et de la ségrégation.

## 5.7 Description numérique

Pour le transport de toutes les variables (composantes des vitesses, taux de présence des deux phases, grandeurs turbulentes des deux phases), la méthode de discrétisation des volumes finis quick-upwind a été systématiquement utilisée. Les calculs ont été effectués en pas de temps uniforme avec un pas de référence de  $3 \times 10^{-4}\text{s}$ , un nombre de Courant

maximum fixé à 1 pour chaque phase de même qu'un nombre de Fourier maximum fixé à 1 pour chaque phase. Pour chacune des simulations, la condition limite en pression en sortie de domaine est du type  $\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial P}{\partial \tau} \right) = 0$ . Les grandeurs turbulentes (énergies cinétiques des deux phases ou contraintes cinétiques, dissipation turbulente et covariance des mouvements fluctuants) sont initialisées dans le domaine à  $10^{-4}$ . Quant au taux de présence des particules, il est initialisé à  $10^{-9}$ .

Les calculs ne prennent en compte que les termes de traînée et de pression moyenne dans le transfert interfacial de quantité de mouvement (pas de terme de masse ajoutée, ni de lift, ni de force de pression turbulente). Il n'y a pas de transfert de masse, ni d'énergie. La turbulence de l'air est donnée par un modèle de type  $k - \varepsilon$  tandis que le modèle de transport à sept équations sur les contraintes cinétiques et la covariance des fluctuations de vitesse fluide-particule  $R_{2,ij} - q_{12}$  a été pris pour l'étude de la turbulence des particules. L'influence des particules sur la turbulence de l'air a été systématiquement prise en compte avec  $C_{\varepsilon 3} = 1.2$  dans les termes supplémentaires des équations de transport de  $k$  et  $\varepsilon$ , ce qui fournit une modification de la viscosité turbulente de l'air dû à la présence des particules (voir section 1.3.1). Les autres options numériques retenues sont les suivantes :

- réactualisation des vitesses en fin de pas de temps à partir du gradient d'incrément de pression
- couplage vitesse isotrope
- précision visée sur la somme des taux de présence =  $10^{-8}$
- solveur des fractions : jacobi.

## 5.8 Présentation des résultats

On distingue quatre zones caractéristiques de l'évolution axiale de l'écoulement :

1. la zone du coeur potentiel, où le mélange ne s'est pas encore effectué et où les grandeurs moyennes des vitesses et des scalaires sont constantes ;
2. la zone de décroissance, qui caractérise le taux de pénétration du jet central ;
3. la zone de vitesse minimale, c'est à dire la zone de stagnation, où la vitesse moyenne axiale est proche de zéro ;
4. la zone de transition où l'écoulement de l'air annulaire rejoint l'axe de symétrie, il s'accélère et évolue vers un écoulement de type jet libre.

## 5.8 Présentation des résultats

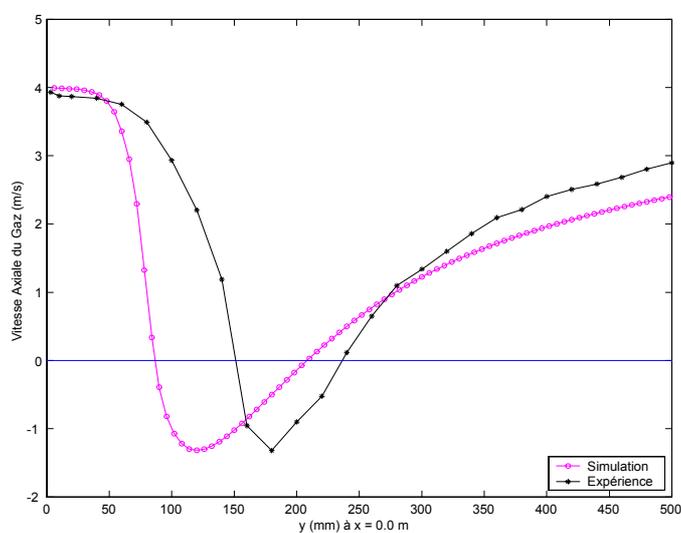


FIG. 5.4 – Vitesse axiale du gaz (simulations et expériences).

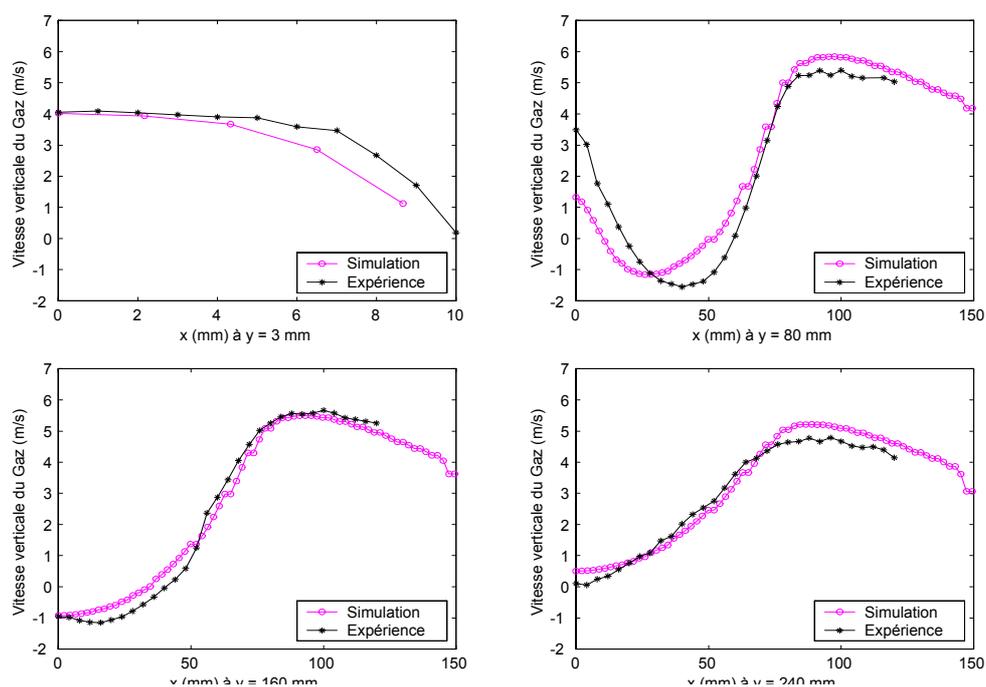


FIG. 5.5 – Vitesse verticale du gaz (simulations et expériences) mesurées à  $y = 3\text{mm}$ ,  $y = 80\text{mm}$ ,  $y = 160\text{mm}$  et  $y = 240\text{mm}$

Les résultats de la comparaison calculs/mesures de la phase gazeuse sont présentés sur les Figures 5.4, 5.5 et 5.6. En ce qui concerne la vitesse moyenne axiale, le modèle

$k - \varepsilon$  prédit une forte décroissance, et par conséquent une faible pénétration du jet. De plus, au niveau de la zone de vitesse minimale, on constate l'existence de deux points de stagnation avec une zone de vitesses axiales négatives s'étalant entre  $90\text{mm}$  et  $200\text{mm}$ . L'évolution du profil de la vitesse verticale est bien prédite dans les quatre points de mesure ce qui confirme le bon comportement des modèles. En revanche on aperçoit une variation moins sensible à la prédiction de la vitesse radiale, ce qui veut dire que le modèle  $k - \varepsilon$  ne suit pas avec une extrême fidélité les mesures du mouvement radial du courant d'air. Dans la zone de transition, le modèle de turbulence sous-estime l'accélération de la vitesse.

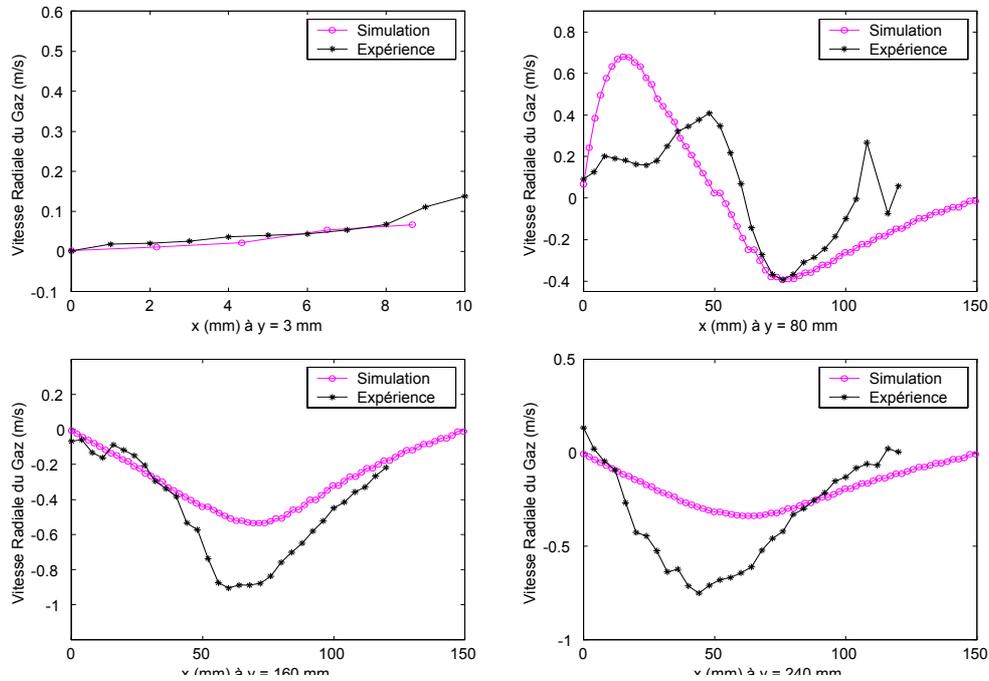


FIG. 5.6 – Vitesse radiale du gaz (*simulations et expériences*) mesurées à  $y = 3\text{mm}$ ,  $y = 80\text{mm}$ ,  $y = 160\text{mm}$  et  $y = 240\text{mm}$

En ce qui concerne la prédiction des vitesses axiales de la phase polydisperse, on constate tout d'abord que les deux points de stagnation sont bien prédits par le modèle  $R_{2,ij} - q_{12}$  sur le profil de la vitesse axiale. Le modèle est aussi capable d'estimer l'influence de la turbulence sur la taille des particules ce qui traduit un premier effet du phénomène de ségrégation. Il est à noter que les particules les plus lourdes sont les moins susceptibles de suivre les changements liés à la turbulence dû à leur inertie. L'écoulement central du jet

## 5.8 Présentation des résultats

est rapidement arrêté dans la recirculation. La contrainte de cisaillement turbulent élevée et le gradient axial de pression créés par l'air annulaire sont les responsables principaux de la diminution rapide de la vitesse axiale moyenne. Les valeurs négatives de la vitesse axiale  $V_\omega$  entre  $y = 100\text{mm}$  et  $160\text{mm}$  indiquent l'endroit et l'extension radiale de la zone de recirculation. En regardant les Figures 5.7, 5.10 et 5.11 nous voyons que les champs moyens de vitesses de la phase particulaire sont qualitativement semblables à la circulation d'air moyenne.

Les profils des vitesses fluctuantes axiales sont prédites correctement, cependant les valeurs qui restent sur la fin du domaine ont une moyenne au-dessous des mesures. En même temps les valeurs les plus hautes de ces vitesses fluctuantes ont un petit écart inférieure par rapport aux mesures. L'évolution des fluctuations axiales de vitesse dans la région de stagnation du jet montrée dans les Figures 5.8 et 5.12 est typique pour ce type d'écoulements (Schefer et al., 1994[73]).

Une valeur maximum de  $v'_\omega$  est détectée où l'anisotropie correspondante sur l'axe est élevée. La localisation de ce maximum correspond au premier point moyen de stagnation. À cet endroit, les écoulements sont opposés le long de l'axe. La turbulence est donc soumise à une compression axiale, et à une contrainte radiale, la production des fluctuations axiales de vitesse y est donc importante.

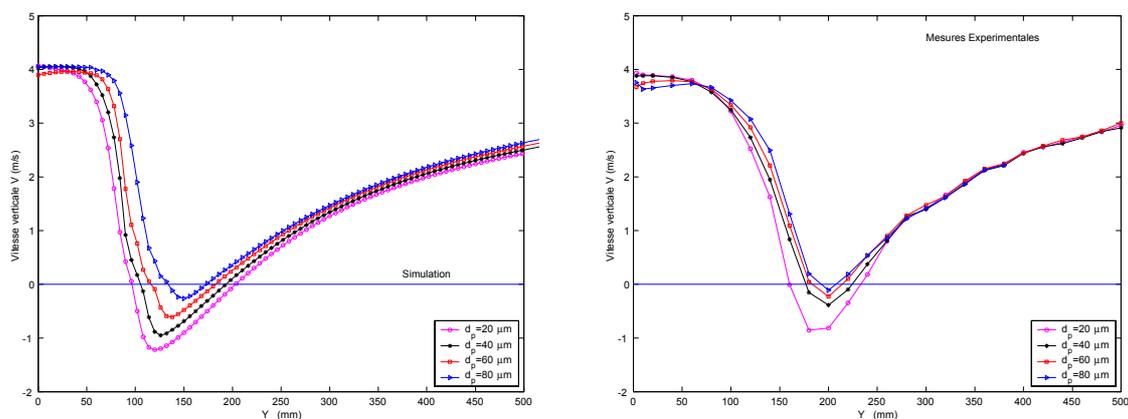


FIG. 5.7 – Vitesse axiale des particules à partir des simulations (gauche) et expériences (droite).

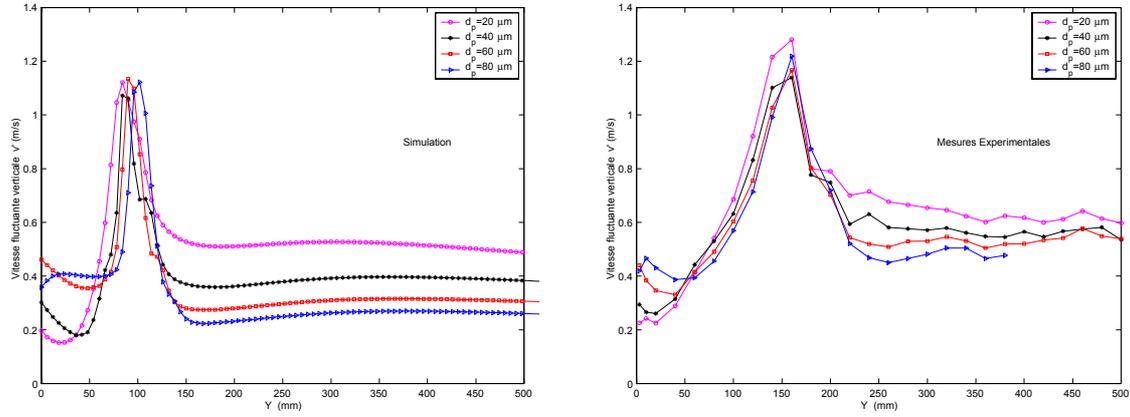


FIG. 5.8 – Vitesse fluctuante axiale des particules à partir des simulations (gauche) et expériences (droite).

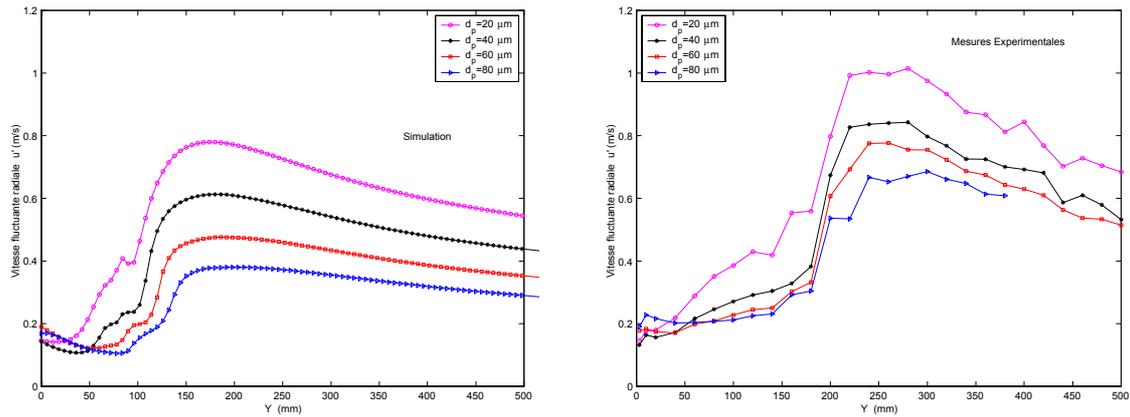


FIG. 5.9 – Vitesse fluctuante radiale des particules à partir des simulations (gauche) et expériences (droite).

Quant aux vitesses fluctuantes radiales, il y a aussi une bonne concordance pour estimer les profils mais la sous-estimation du modèle est encore présente. L'effet de la production de cisaillement dans la couche annulaire externe est observé sur les évolutions radiales des vitesses fluctuantes axiales (Figure 5.12). Au contraire à ce qui est attendu dans les écoulements de cisaillement quasi-parallèles, un maximum significatif de production de  $u'_\omega u'_\omega$  est mesuré au bord radial de la zone de recyclage. Ce maximum correspond à la valeur maximale de  $\partial U_\omega / \partial r$  (Ishima et al. 2000[49]) et de  $u'_\omega$  (Figure 5.13). Un deuxième point de stagnation est situé à environ  $y = 190\text{mm}$  dans le cas numérique. Une transi-

## 5.8 Présentation des résultats

tion vers un écoulement du type sillage est clairement apparue. Les Figures 5.9 et 5.13 prouvent que la vitesse de fluctuation radiale sur l'axe est très haute à cet endroit.

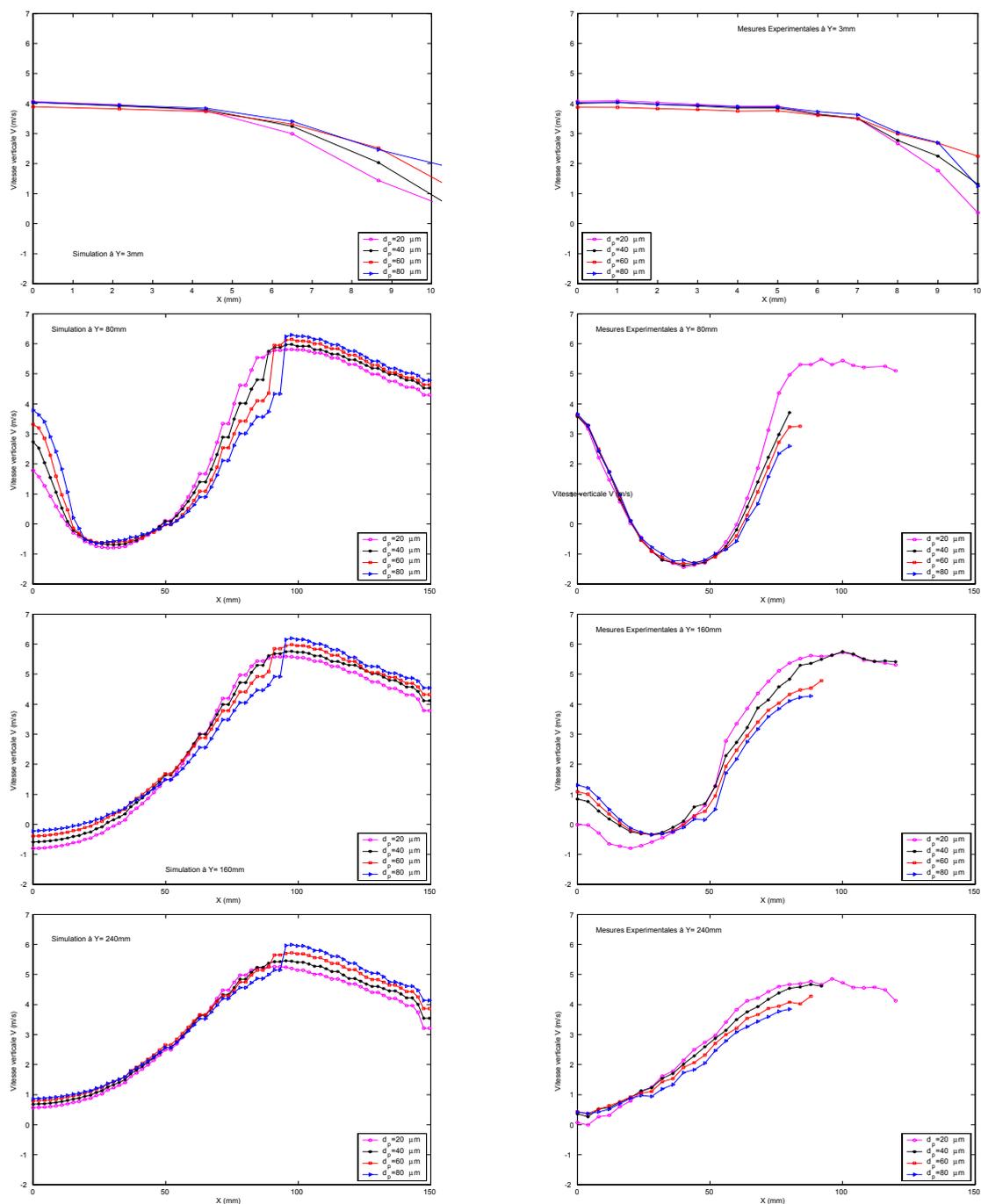


FIG. 5.10 – Profils de vitesse verticale. Résultats numériques (gauche) et expérimentaux (droite) à  $y = 3\text{mm}$ ,  $y = 80\text{mm}$ ,  $y = 160\text{mm}$  et  $y = 240\text{mm}$ .

## Chapitre 5. Simulation d'un jet polydisperse en aval d'un *bluff body*.

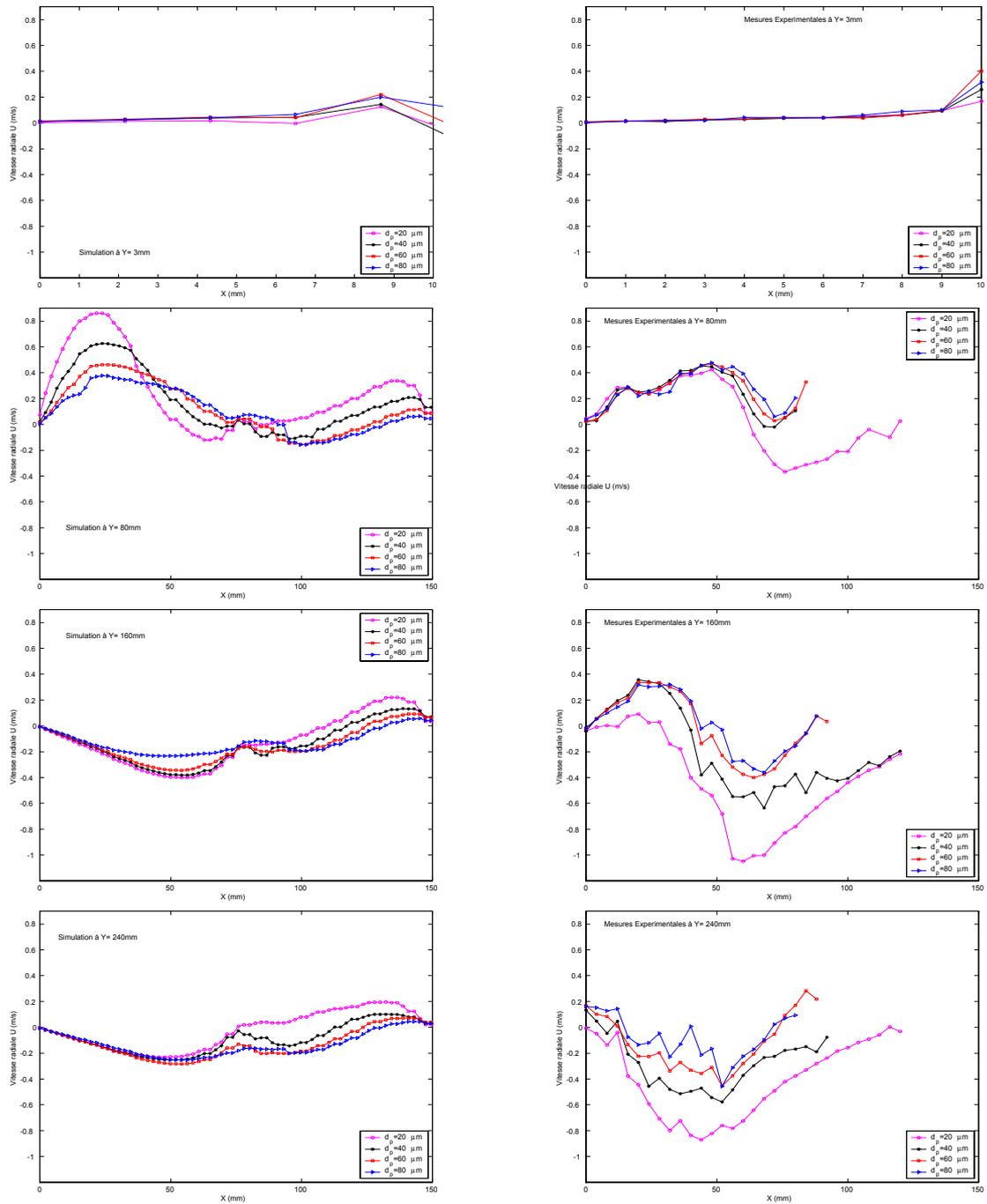


FIG. 5.11 – Profils de vitesse radiale. Résultats numériques (gauche) et expérimentaux (droite) à  $y = 3\text{mm}$ ,  $y = 80\text{mm}$ ,  $y = 160\text{mm}$  et  $y = 240\text{mm}$ .

## 5.8 Présentation des résultats

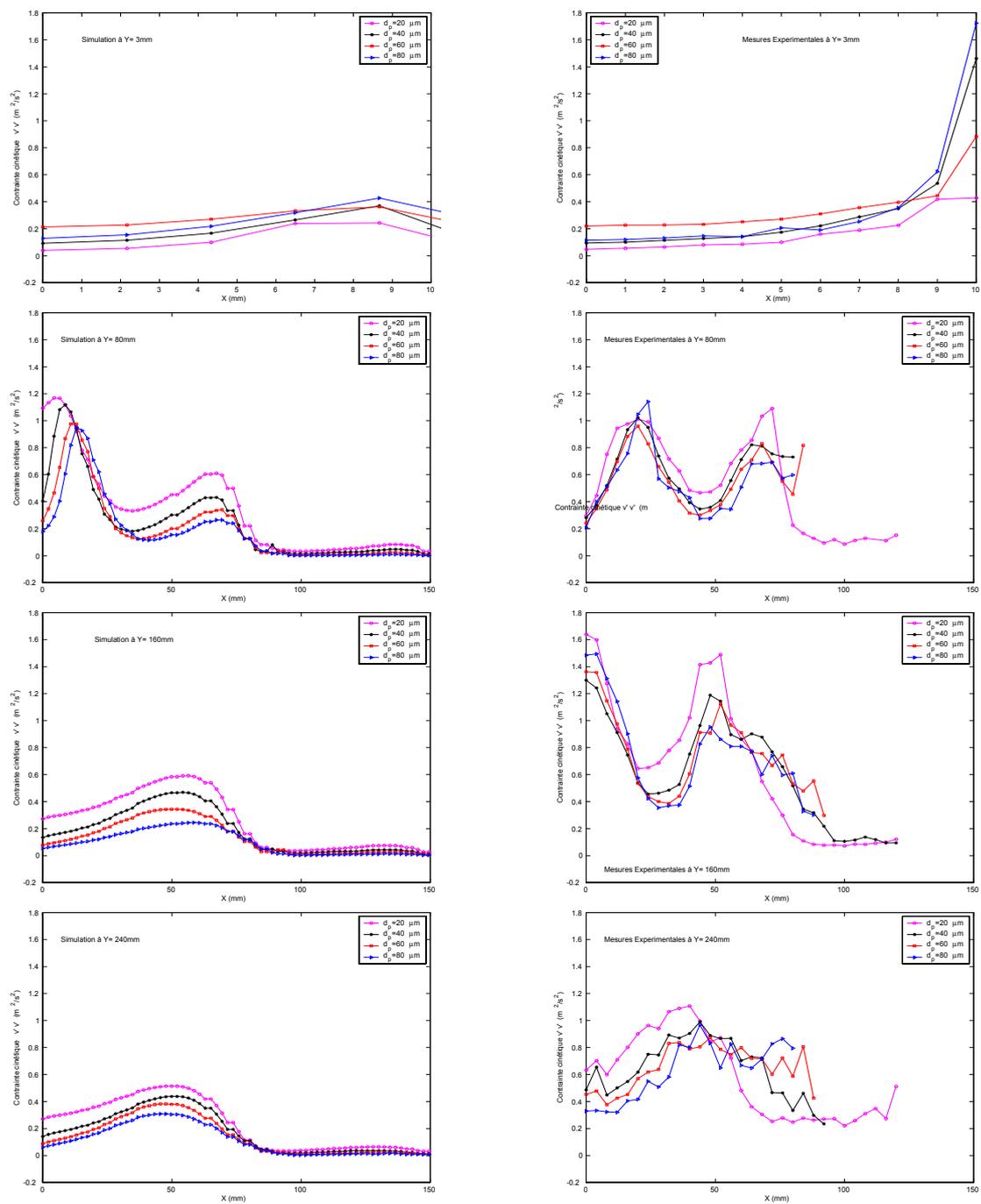


FIG. 5.12 – Contrainte cinétique  $v'v'$ . Résultats numériques (gauche) et expérimentaux (droite) à  $y = 3\text{mm}$ ,  $y = 80\text{mm}$ ,  $y = 160\text{mm}$  et  $y = 240\text{mm}$ .

## Chapitre 5. Simulation d'un jet polydisperse en aval d'un *bluff body*.

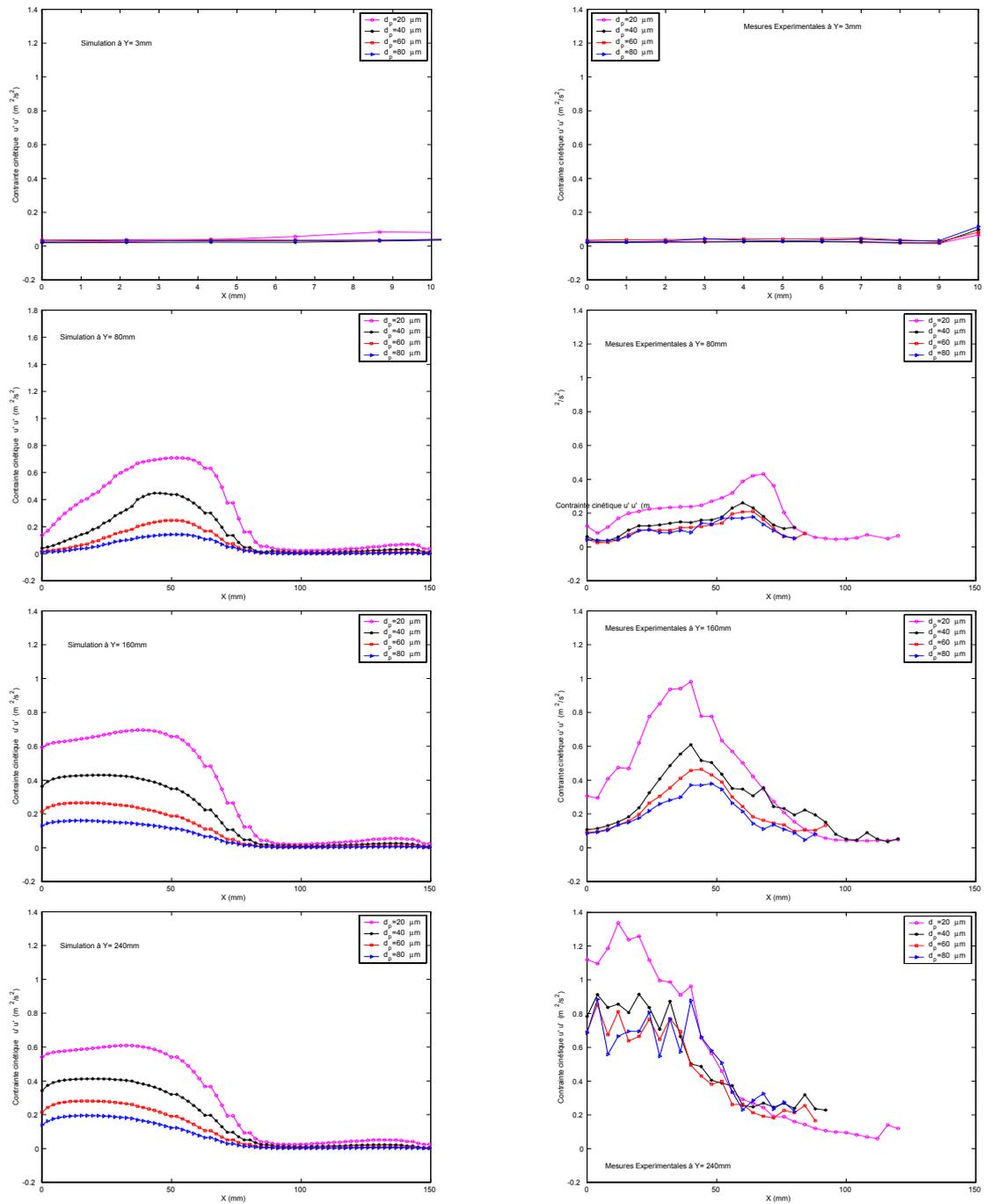


FIG. 5.13 – Contrainte cinétique  $u'u'$ . Résultats numériques (gauche) et expérimentaux (droite) à  $y = 3mm$ ,  $y = 80mm$ ,  $y = 160mm$  et  $y = 240mm$ .

## 5.8 Présentation des résultats

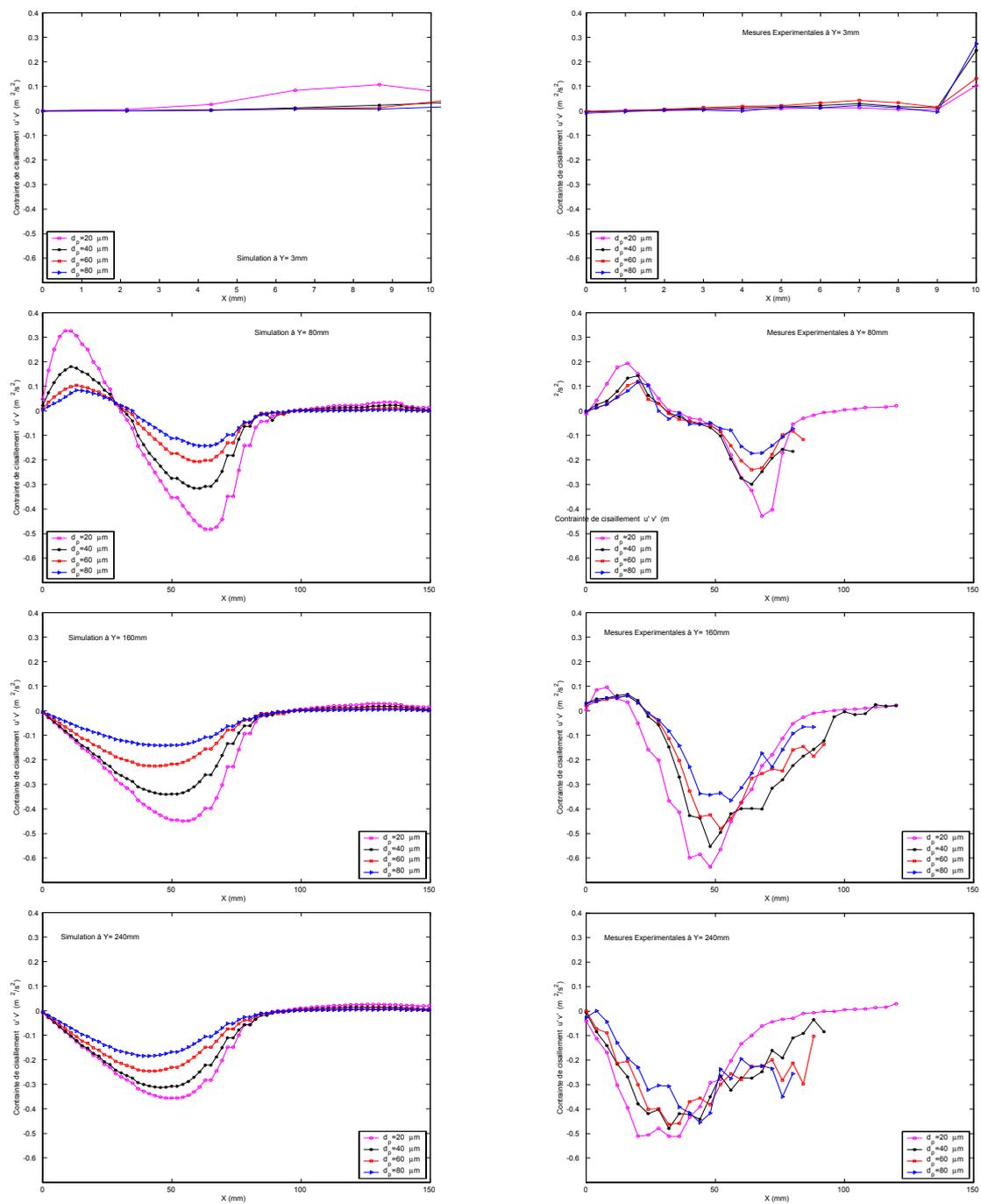


FIG. 5.14 – Contrainte cinétique  $u'v'$ . Résultats numériques (gauche) et expérimentaux (droite) à  $y = 3mm$ ,  $y = 80mm$ ,  $y = 160mm$  et  $y = 240mm$ .

## 5.9 Conclusions

La configuration de *bluff-body* présentée ici produit des écoulements de recyclage turbulents les plus simples. Il est également approprié pour des applications et forme la base de nombreux dispositifs à combustion. Il s'agit du mélange créé derrière un corps central séparant deux courants : la phase polydisperse au centre et l'air annulaire à l'extérieur. Cet écoulement est caractérisé par un point de stagnation localisé sur l'axe de symétrie. Une distribution de taille de particules est présentée dans l'écoulement. Les propriétés statistiques des classes sont montrées et analysées afin de prendre en compte les divers temps de relaxation des particules. Les résultats présentés ici forment la base d'un ensemble de données disponibles pour l'essai des modèles. Dans cette étude, nous avons réalisé la validation des modèles de turbulence  $k - \varepsilon$  pour la phase continue et le modèle  $R_{\omega,ij} - q_{g\omega}$  pour la phase polydisperse.

La position du point de stagnation n'est pas bien prédite par le modèle de turbulence  $k - \varepsilon$ . L'étude antérieure de Vit (1999) [84] a montré une amélioration sensible des prédictions avec le modèle  $R_{ij} - \varepsilon$  et dans le futur on peut espérer qu'il sera implanté dans le code Saturne. Les évolutions axiales et radiales des vitesses, ainsi que les contraintes cinétiques et de cisaillement sont globalement bien prédites. Les résultats des évolutions radiales de la vitesse moyenne axiale sont satisfaisants dans la zone de recirculation. Par contre, dans la zone de transition, l'énergie cinétique turbulent et le gradient radial de la vitesse moyenne axiale sont sous-estimés. En effet, l'énergie cinétique et le gradient radial de la vitesse moyenne axiale sont sous-estimés.

# Chapitre 6

## Etude de la ségrégation dans les lits fluidisés denses

### 6.1 Introduction

La fluidisation est une opération commune des systèmes caractérisés par le contact fluide-solide avec de nombreuses applications importantes qui s'étendent dans le domaine médical, le transfert de la chaleur impliquée dans le refroidissement des réacteurs nucléaires, le transport d'énergie solaire en utilisant des écoulements en suspension à graphite, le chauffage, le séchage, l'absorption ou désorption, le cracking catalytique des hydrocarbures intermédiaires et les réactions en phase gazeuse catalytiques hétérogènes aussi bien que des réactions non catalytiques.

La simulation numérique des lits fluidisés est une technique d'application récente pour prévoir le comportement de l'écoulement, car il est nécessaire pour l'évolution d'échelle, la conception, ou optimisation de ces systèmes. Par exemple, Barthod et al. (1999[5]) ont amélioré avec succès la performance d'un lit fluidisé dans les industries du pétrole par moyen de calculs de CFD. Sinclair (1997)[79] donne une introduction étendue sur l'application des modèles pour les canalisations verticales gaz-solide. Bien que des outils CFD pour les écoulements monophasiques ont été largement appliqués avec succès, la simulation numérique multiphasique n'est toujours pas développée en raison de la difficulté pour décrire la variété d'interactions dans ces systèmes. Par exemple, jusqu'ici il n'y a aucun accord sur les modèles appropriés de fermeture. En outre, il ne reste aucun accord

même sur les équations régissantes. En outre, les modèles constitutifs proposés pour les contraintes en phase solide et le transfert de la quantité de mouvement à l'interphase sont partiellement empiriques.

Dans ce chapitre on va utiliser les concepts décrits précédemment au sujet de la modélisation d'un système multiphasique (Chapitre 1 et Chapitre 2) appliqués à la prédiction hydrodynamique d'un système chargé en particules pour valider son caractère dense ainsi que le comportement au niveau des interactions fluide-fluide et des interactions particule-particule pour le transfert des propriétés au moyen des collisions.

## 6.2 Description fondamentale des lits fluidisés

Dans la fluidisation, on considère une couche (lit) de particules solides, fines reposant sur une grille poreuse horizontale à l'intérieur d'une colonne assimilable à un cylindre vertical. Le lit initialement stationnaire, est apporté à un état *fluidisé* par l'écoulement ascendant du gaz (éventuellement du liquide) qui circule au travers de la couche. Avec l'augmentation progressive du débit de gaz on réalise que pour les plus faibles vitesses, la couche de solides reste sur la grille sans mouvements visibles (Fig. 6.1(a)). Si on augmente encore la vitesse, des vibrations de particules se présentent pour une vitesse  $U_{mf}$  (vitesse minimale de fluidisation) et on note une expansion de la couche en atteignant ainsi la transition entre l'état fixe et l'état fluidisé du lit de particules (Fig. 6.1(b)). Dans le lit fluidisé, les particules sont jugées suspendues par la traînée du fluide et dans certains cas elles sont expulsées intensément hors du conteneur. Quand il existe une grande différence de masse volumique entre la phase fluide et les particules solides, une graduelle augmentation de la vitesse du fluide cause typiquement des grandes bulles ou d'autres instabilités. Plusieurs types d'instabilités sont décrits par Kunii et Levenspiel (1991)[54].

Des phénomènes naturels présents dans l'environnement sont caractérisés par des tempêtes de sable, l'érosion de dunes, l'ablation aérodynamique et la poussière cosmique. Le dessin optimal de certain procédé industriel et la correcte prise en compte du phénomène naturel qui est décrit par un écoulement gaz-solide demande une vaste connaissance des principes qui régissent sa dynamique.

Le principe de la fluidisation a été employé la première fois sur une échelle industrielle en 1922 pour la gazéification du charbon à grain fin. Depuis lors, des lits de fluidisation

### 6.3 Régimes de fluidisation

---

ont été appliqués dans beaucoup de procédés industriellement importants.

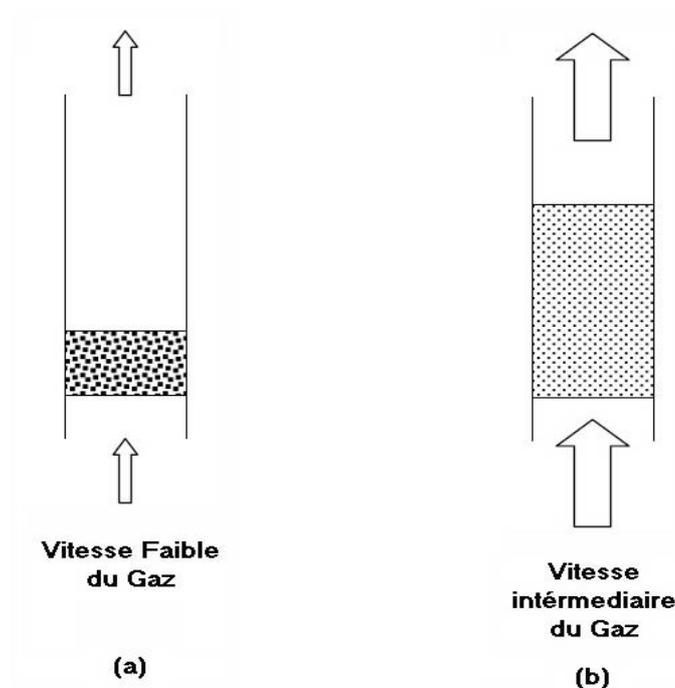


FIG. 6.1 – (a) *Lit Fixe*; (b) *Lit Fluidisé*

### 6.3 Régimes de fluidisation

Toute conception des systèmes gaz-solide est classifiée sur la base de son état de mouvements des éléments solides. En concernant un système de petites particules solides confinées, le gaz qui s'introduit à une vitesse faible, se filtre simplement entre les interstices formés par les espaces interparticulaires, alors que les particules restent sans mouvement. Les éléments solides dans ce cas établissent le état d'une *lit fixe* (Fig. 6.2(a)). À une vitesse plus élevée encore, un point est atteint où toutes les particules sont juste suspendues par le gaz qui pousse vers le haut. A ce moment, la force de friction entre la particule et le fluide équilibre le poids des particules, le composant vertical de la force de compression entre les particules adjacentes disparaît, et la perte de pression par toute la section du lit égale environ le poids de fluide et des particules dans cette section. Le lit est considéré être juste fluidisé et désigné sous le nom d'un lit à la *fluidisation minimal* (Fig. 6.2(b)).

Avec une augmentation de débit au delà de la fluidisation minimale, on observe de grandes instabilités avec le bouillonnement du gaz. À des débits plus élevés, l'agitation devient plus violente et le mouvement des solides devient plus vigoureux. En outre, le lit n'augmente pas beaucoup au delà de son volume à la fluidisation minimale. Un tel lit s'appelle un *lit fluidisé agrégatif*, un *lit fluidisé hétérogène* ou un *lit fluidisé à bulles* ; Fig. 6.2(c).

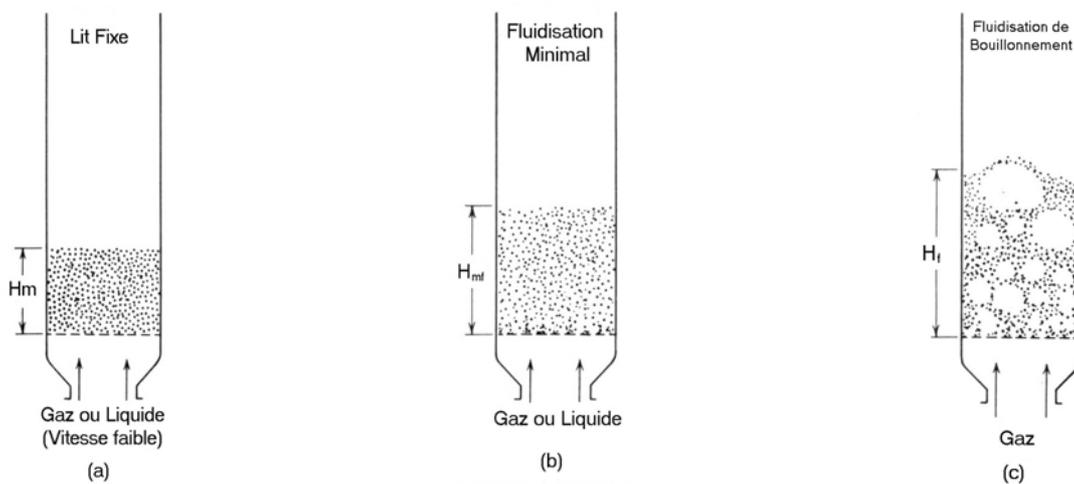


FIG. 6.2 – Divers régimes de fluidisation

Les lits fluidisés qui emploient du gaz ou liquide sont considérés *en phase dense* et il existe une limite supérieure assez clairement définie à la surface du lit. Dans les systèmes gaz-solide, les bulles de gaz fusionnent et se développent pendant qu'elles montent, et dans un lit assez profond de petit diamètre, elles peuvent par la suite devenir assez grandes pour se propager au travers du récipient. Dans le cas des particules fines, elles coulent vers le fond de façon discrète par la parois et autour du gaz qui s'élève. Ces canalisations axiales sont représentées sur la figure 6.3(d). Pour les particules grosses, la partie du lit au-dessus de la bulle est poussée vers le haut, comme par un piston. C'est environ à ce moment que d'autres bulles se forment, et ce mouvement oscillant instable est répété. Ceci s'appelle un *slug* plat. Le *Slugging* est particulièrement sérieux dans de lits de fluidisation longs et étroits.

## 6.4 Avantages et inconvénients des lits fluidisés

---

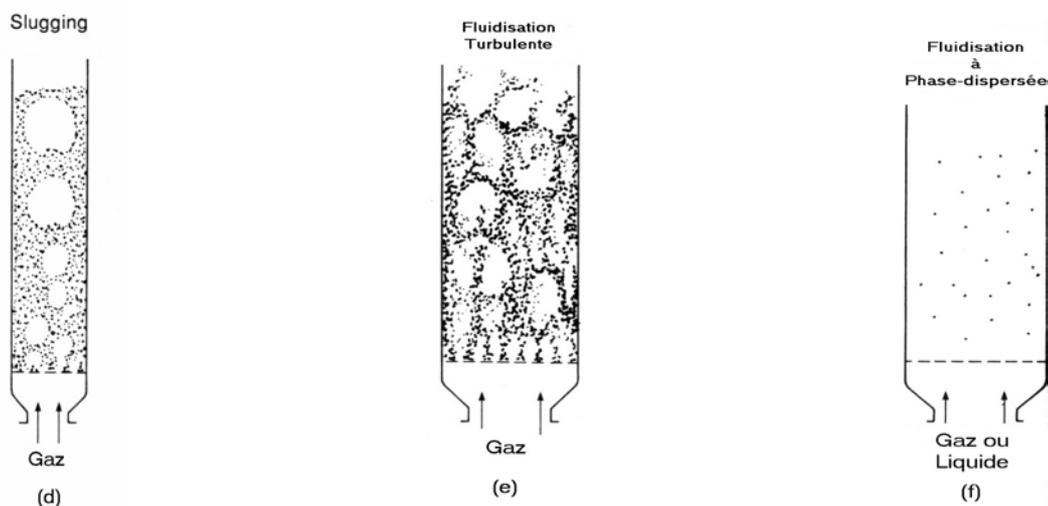


FIG. 6.3 – Divers régimes de fluidisation (continuation)

Quand des particules fines sont fluidisées à un débit suffisamment élevé de gaz, la vitesse terminale des solides est très élevée, la surface supérieure du lit disparaît, l'entraînement devient appréciable, et, au lieu des bulles, on observe un mouvement turbulent des groupes solides et des poches du gaz de diverses tailles et formes. C'est le *lit fluidisé turbulent*, représenté sur la figure 6.3(e). Avec un accroissement de la vitesse du gaz, les solides sont traînés hors du lit par le gaz. Dans cet état nous avons un *lit fluidisé à phase dispersée* avec le transport pneumatique des solides ; voir la figure 6.3(f).

## 6.4 Avantages et inconvénients des lits fluidisés

Les lits fluidisés denses à bulles représentent la majeure partie des applications, bien qu'ils puissent également être opérés sans bulles. Le comportement d'un lit fluidisé à bulles en phase dense peut être traité comme un écoulement. Les lits fluidisés denses généralement ont les caractéristiques suivantes qui favorisent leur utilisation dans des applications diverses :

1. Le mouvement permanent des particules qui ressemble à celui d'un fluide, permet de manipuler de façon continue, contrôlée et automatique les opérations avec une relative facilité, ainsi comme le transport des solides dans et hors du lit.
2. Transfert thermique élevé vers la surface du lit et du gaz aux particules, menant à

l'uniformité de la température dans le lit.

3. Taux de transfert de masse élevée entre le gaz et les particules, ce qui fait de ce mode de contact l'un de plus convenable.
4. Application sur un grand choix de propriétés des particules et sur un taux élevé de mélange des solides, à cet effet les opérations peuvent être contrôlées de façon simple et en sécurité.

Les lits fluidisés présentent au même temps les inconvénients suivants :

1. Pour les lits de bouillonnement avec des particules fines, la difficile description du mouvement du gaz, avec ses grandes déviations de l'écoulement en *slug* plat, représente un contact inefficace. Ceci devient particulièrement sérieux quand est exigée une conversion élevée du réactif gazeux ou de la sélectivité élevée d'une réaction intermédiaire.
2. Le mélange rapide dans le lit mène aux temps de séjour non-uniformes des solides dans le réacteur. Pour le traitement continu des solides, ceci donne un produit non-uniforme et une performance très pauvre, particulièrement à niveaux de conversion élevée.
3. Des solides friables sont pulvérisés et entraînés par le gaz et ils doivent être remplacés.
4. L'érosion des tubes et des conteneurs due à l'abrasion par des particules peut être sérieuse.

L'avantage convaincant du contact gaz-solide dans le mécanisme de la fluidisation est l'économie reportée qui a été responsable de son utilisation dans des opérations industrielles. Mais un tel succès dépend de comprendre et de surmonter ses inconvénients.

### 6.5 Classification des particules fluidisées

Les particules peuvent être classifiées dans quatre groupes (A, B, C et D) basé sur leur comportement de fluidisation (Geldart, 1973[32]). Cette classification, connue sous le nom de classification de Geldart est montrée dans la figure , où des particules sont classifiées en termes de la différence de la masse volumique entre les particules et le gaz ( $\rho_p - \rho_g$ ), et le diamètre moyen de particules  $d_p$ . La figure (6.4) a été obtenue empiriquement et a

## 6.5 Classification des particules fluidisées

---

été largement adoptée dans la recherche et la conception fondamentale des lits de fluidisation gaz-solide. Cependant, il convient de noter que quelques variables de fluidisation additionnelles à  $(\rho_g - \rho_p)$  et  $d_p$  peuvent changer la délimitation des groupes de particules. Par exemple, pour la fluidisation en utilisant différents types de gaz, la nature cohésive des particules due à sa surface ou aux forces de contact entre particules, peut changer de manière significative en raison des caractéristiques du gaz adsorbé par les particules. De même, la vitesse, la température, et la pression du gaz peuvent également affecter les caractéristiques des particules fluidisées, qui ont pour conséquence de changer à leur tour la délimitation de groupe de particules.

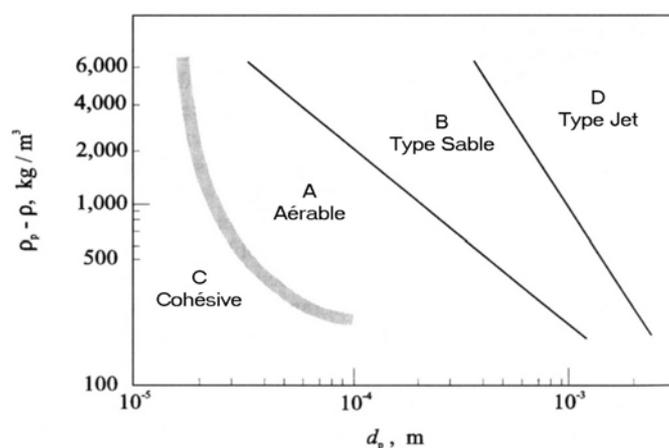


FIG. 6.4 – Classification de Geldart pour les particules fluidisées (Geldart, 1973)

**Groupe A :** Les particules de A sont caractérisés par :

- Avec une taille typique de  $30 - 100 \mu\text{m}$ , elles sont rapidement fluidisées.
- Les lits de ce groupe peuvent être opérés en régime particulaire et en régime à bulles.
- Le lit augmente considérablement avant que le régime à bulles s'établisse.
- Ici les forces hydrodynamiques sont importantes ; les forces de contact interparticulaires peuvent également jouer un rôle significatif.
- La vitesse du gaz pour la fluidisation minimal,  $U_{mf}$ , est plus petite que celle pour la fluidisation minimal à bulles  $U_{mb}$ .

**Groupe B :** Cette type de particules sont les plus communes dans les lits fluidisés.

- Elles sont plus grosses que les particules du groupe A et plus denses.

- Dans ces cas, la vitesse de fluidisation minimal  $U_{mf}$  égale la vitesse de fluidisation à bulles minimal  $U_{mb}$ .
- Des petites bulles sont formées après le distributeur et qui ensuite grossissent au long du lit.
- La taille des bulles est indépendante de la dimension des particules.

### Groupe C :

- Particules avec un diamètre très petit sont fortement cohésives.
- Ces particules sont difficile à fluidiser et elles ont une tendance à se lever de façon groupée.
- Les forces de contact interparticulaire telles que la force de van der Waals, les forces capillaires, et les forces électrostatiques dominent les forces hydrodynamiques.
- Quand on arrive à fluidiser les particules, l'expansion du lit peut être très haute.
- Dans les grands lits, elles occasionnent la formation des canaux du gaz sans production de fluidisation.

### Groupe D :

- Particules très grandes et denses. Elles comportent une diamètre  $d_p > 1mm$ .
- Il se produit des bulles qui se fusionnent et se développent rapidement.
- La phase dispersée à l'entourage des bulles a une basse porosité.
- Le régime à piston est présent lorsque la taille de bulle approche le diamètre du lit.
- Jaillissement des particules à la surface du lit.

## 6.6 Simulation numérique d'un lit dense monodisperse

### 6.6.1 Description des simulations

Des calculs ont été développés pour prédire le comportement d'un lit fluidisé comme celle représentée sur la Figure 6.5. Il s'agit d'une géométrie rectangulaire de  $0,15m$  de longueur par  $0,30m$  de hauteur qui sert à fluidiser un lit composé de particules sphériques en verre de  $485\mu m$  de diamètre avec une masse volumique de  $2640 kg/m^3$ . Le hauteur initiale du lit est de  $0,16m$  avec un taux de présence établi par une fraction volumique initiale de  $0,42$ . La vitesse verticale de fluidisation est accordée en  $0,27 m/s$ .

## 6.6 Simulation numérique d'un lit dense monodisperse

---

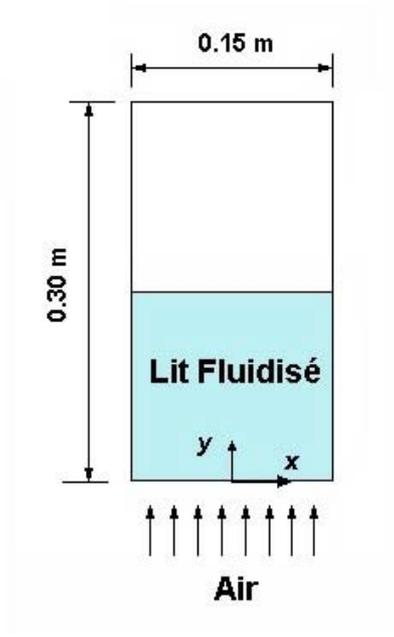


FIG. 6.5 – Géométrie rectangulaire pour la simulation d'un lit fluidisé dense.

Les caractéristiques physiques de la phase continue et du système sont montrés dans le tableau 6.1.

Paramètre	Description	Valeur
$\rho_g$	Masse volumique du gaz	1,28 ( $kg/m^3$ )
$\mu_g$	Viscosité du gaz	1,7e-5 ( $Pa \cdot s$ )
$e$	Coefficient d'élasticité	0,9
$\alpha_{s,max}$	Fract. volumique du solide maximale	0,64
$D_T$	Diamètre interne de la colonne	0,15 ( $m$ )
$H$	Hauteur de la colonne	0,3 ( $m$ )
$H_{mf}$	Hauteur initiale du lit	0,16 ( $m$ )

TAB. 6.1 – Propriétés physiques de la phase continue et du système.

### 6.6.2 Maillages

Tout calcul doit être appuyé sur la base d'un code numérique qui, indépendant de la taille des cellules de son maillage, puisse rendre les résultats de façon reproductible. On

s'intéresse tout d'abord à l'influence qui peut poser la taille de cellules du maillage sur les résultats des simulations. A cette effet, on prédit la hydrodynamique d'un lit fluidisé monodisperse dense soumis à l'influence de trois maillages de différente taille. En suite, on va comparer les résultats pour établir l'état de reproductibilité du code.

L'étude a été basé sur les simulations réalisées en trois différents maillages qui sont montrés dans la Figure 6.6. Il s'agit de trois maillages de domaine rectangulaire pseudo 2D constitué du premier par  $15 \times 30$  cellules; du deuxième par  $30 \times 60$  cellules et du troisième par  $60 \times 120$  cellules. La hauteur est de  $0.3m$  et la largeur de  $0.15m$ .

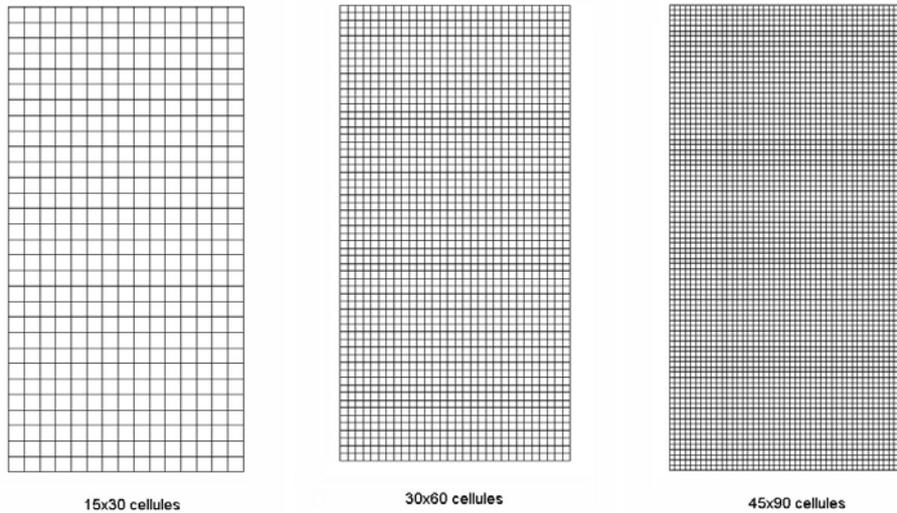


FIG. 6.6 – *Trois maillages utilisés pour l'étude de l'influence du maillage.*

### 6.6.3 Mesures

On acquiert des résultats correspondants aux grandeurs moyennes sur trois sondes situées à  $y = 0.01m$ ;  $y = 0.05mm$  et  $y = 0.1m$  sur l'axe vertical au centre de la géométrie (Figure 6.7). Les résultats sont confrontés aux courbes tracées de la fraction volumique moyenne dans le temps pour observer l'éventuelle tendance vers un état stable.

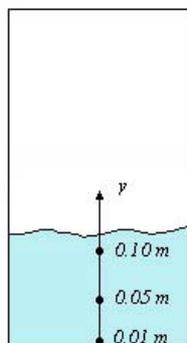


FIG. 6.7 – Localisation des sondes numériques utilisées pour l'étude de l'influence du maillage.

### 6.6.4 Description numérique

Pour le transport de toutes les variables (composantes des vitesses, taux de présence des deux phases, grandeurs turbulentes des deux phases), la méthode de discrétisation des volumes finis quick-upwind a été systématiquement utilisée. Les calculs ont été effectués en pas de temps uniforme avec un pas de référence de  $10^{-4}$  s, un nombre de Courant maximum fixé à 1 pour chaque phase et un nombre de Fourier maximum fixé à 1 pour chaque phase. Pour chacune des simulations, la condition limite en pression en sortie de domaine est du type  $\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial P}{\partial \tau} \right) = 0$ . Les grandeurs turbulentes (énergies cinétiques des deux phases ou contraintes cinétiques, dissipation turbulente et covariance des mouvements fluctuants) sont initialisées dans le domaine à  $10^{-4}$ . Quant au taux de présence des particules, il est initialisé à  $10^{-9}$ .

Les calculs ne prennent en compte que les termes de traînée et de pression moyenne dans le transfert interfacial de quantité de mouvement (pas de terme de masse ajoutée, ni de lift, ni de force de pression turbulente). Il n'y a pas de transfert de masse, ni d'énergie. La turbulence de l'air est donnée par un modèle de type  $k - \varepsilon$  tandis que le modèle de turbulence  $q_{\omega}^2 - q_{12}$  a été pris pour l'étude de la turbulence des particules. L'influence des particules sur la turbulence de l'air a également été systématiquement prise en compte avec  $C_{\varepsilon 3} = 1.2$  dans les termes supplémentaires des équations de transport de  $k$  et  $\varepsilon$ , ce qui fournit une modification de la viscosité turbulente de l'air due à la présence des particules (voir section 1.3.1). D'autres options numériques retenues sont les suivantes :

- Réactualisation des vitesses en fin de pas de temps à partir du gradient d'incrément de pression.
- Couplage vitesse isotrope.
- Précision visée sur la somme des taux de présence =  $10^{-8}$ .
- Solveur des fractions : cgstab.

### 6.6.5 Présentation des Résultats

La Figure 6.8 montre une séquence de simulation correspondante à trois maillages pour le cas monodisperse. Le taux de présence évolue de façon différente sur les sondes de mesure comme il est constaté aussi dans les Figures 6.11, 6.12 et 6.13. En effet, la fraction volumique du solide dans le lit a une tendance à atteindre le même état stable après quelques secondes. La sonde localisée à  $y = 0,01m$  présente une rapide transition vers la stabilisation, tandis que les mesures de la fraction volumique de la sonde à  $y = 0,10m$  semble avoir un comportement oscillatoire pour la maille de  $15 \times 30$  cellules. Les mailles plus fines ont un comportement similaire et après une dizaine de secondes le taux de présence atteint des valeurs à l'état stable. En ce qui concerne l'énergie cinétique turbulente de la phase disperse, on constate sur la séquence de simulation de la Figure 6.9 et aussi sur les Figures 6.11, 6.12 et 6.13 que l'évolution se comporte de façon différente. D'après l'information acquies sur les sondes, il existe une agitation de particules plus élevée sur les niveaux supérieurs près de la surface du lit mais la grosse maille n'est pas capable de reproduire le même effet d'évolution dans le temps. Les deux maillages fins présentent des comportements similaires à travers le temps pour les trois sondes.

Dans le cas de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue l'évolution dans le temps présente des caractéristiques similaires à celles de la phase disperse. Le maillage le plus gros présente des résultats très différents en indiquant une variation petite aux changements de l'énergie due à l'agitation des particules, ce qui fait dans une première considération, de ne pas prendre en compte ce maillage pour de futurs lancements de calculs.

Dans le contexte de la vitesse moyenne de la phase continue, on aperçoit sur la Figure 6.10, la présence de zones de recirculation dans la partie supérieure du domaine. L'évolution de la vitesse semble avoir un comportement similaire pour les deux sondes inférieures en atteignant la même valeur de l'état stable. Sur la sonde à  $y = 0,10m$  l'évolution de

## 6.6 Simulation numérique d'un lit dense monodisperse

---

la vitesse a une variation différente pour la maille de  $15 \times 30$  cellules, car il existe un rapport oscillatoire initial de la vitesse, et finalement la vitesse suit une valeur élevée et non stable.

Dans le but d'avoir une bonne prédiction du système en considération, il faudra par la suite prendre en compte l'un des maillages les plus fins. Cependant ce qui est une autre contrainte numérique liée aux bonnes performances, c'est le temps de calcul qui est proportionnel aux nombres de cellules. Ainsi, une solution pour garder un nombre de cellules convenable tout en conservant un temps de calcul acceptable, serait de générer un maillage serré aux zones de majeur activité hydrodynamique.

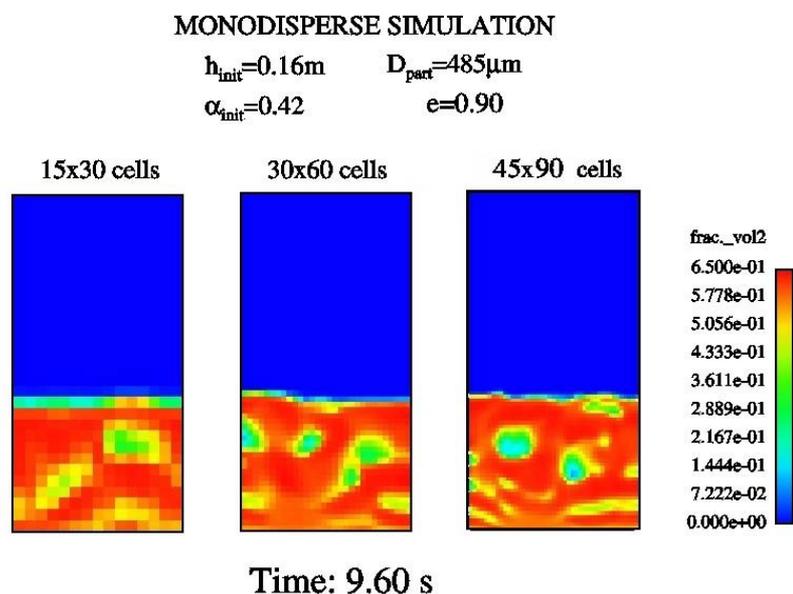


FIG. 6.8 – Séquence de simulation de la fraction volumique du solide. Etude de l'influence du maillage.

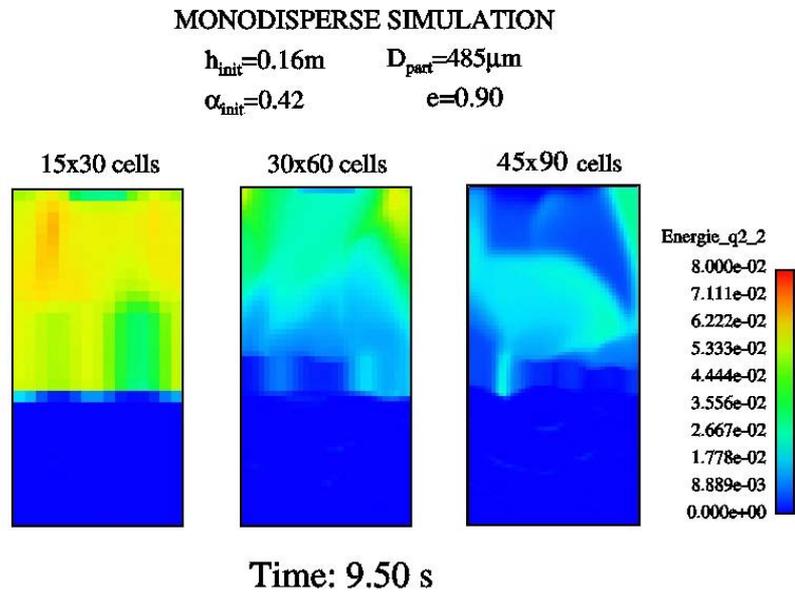


FIG. 6.9 – Séquence de simulation de l'énergie cinétique turbulente du solide. Etude de l'influence du maillage.

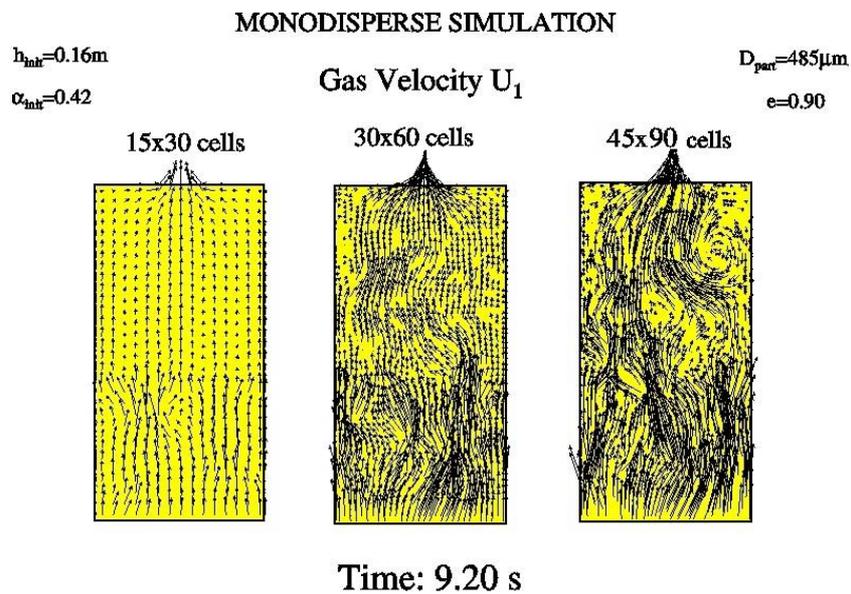


FIG. 6.10 – Séquence de simulation de la vitesse du gaz. Etude de l'influence du maillage.

## 6.6 Simulation numérique d'un lit dense monodisperse

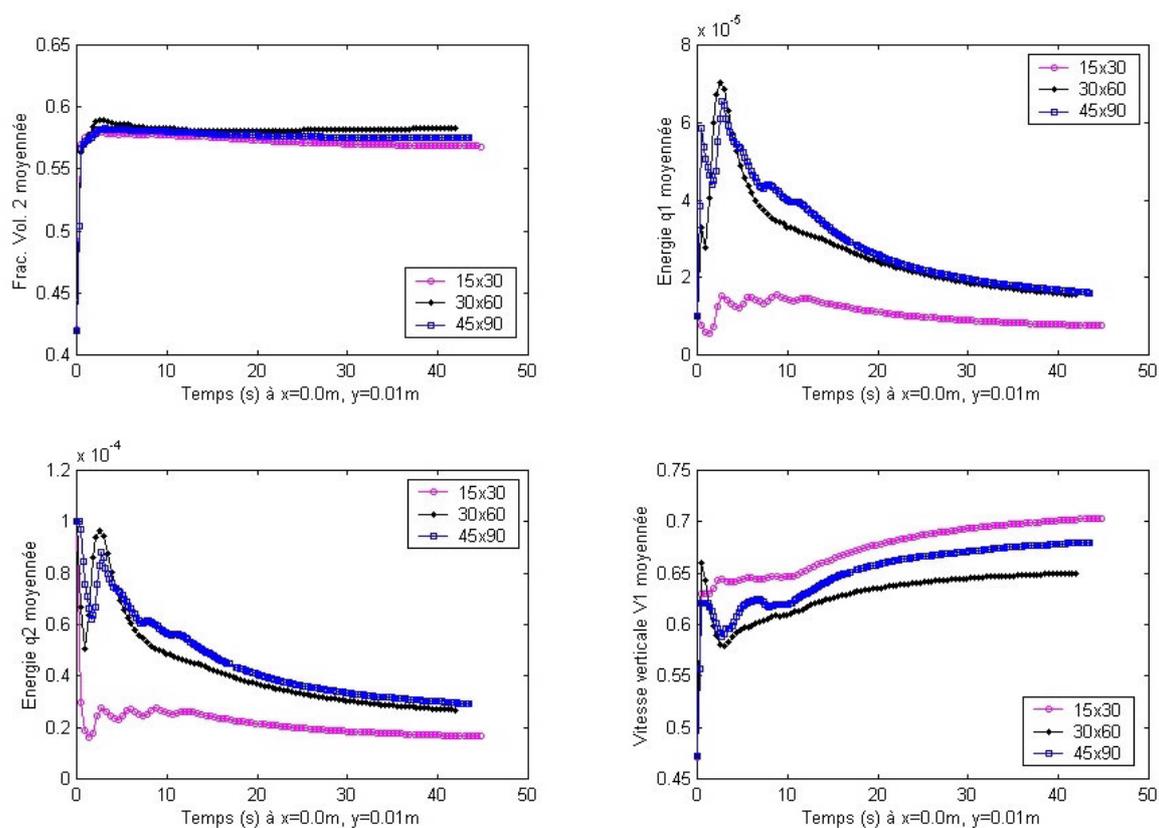


FIG. 6.11 – Evolution des grandeurs moyennes sur la sonde située à  $y = 0.01m$ . Etude de l'influence du maillage avec  $15 \times 30$  ;  $30 \times 60$  et  $45 \times 90$  cellules.

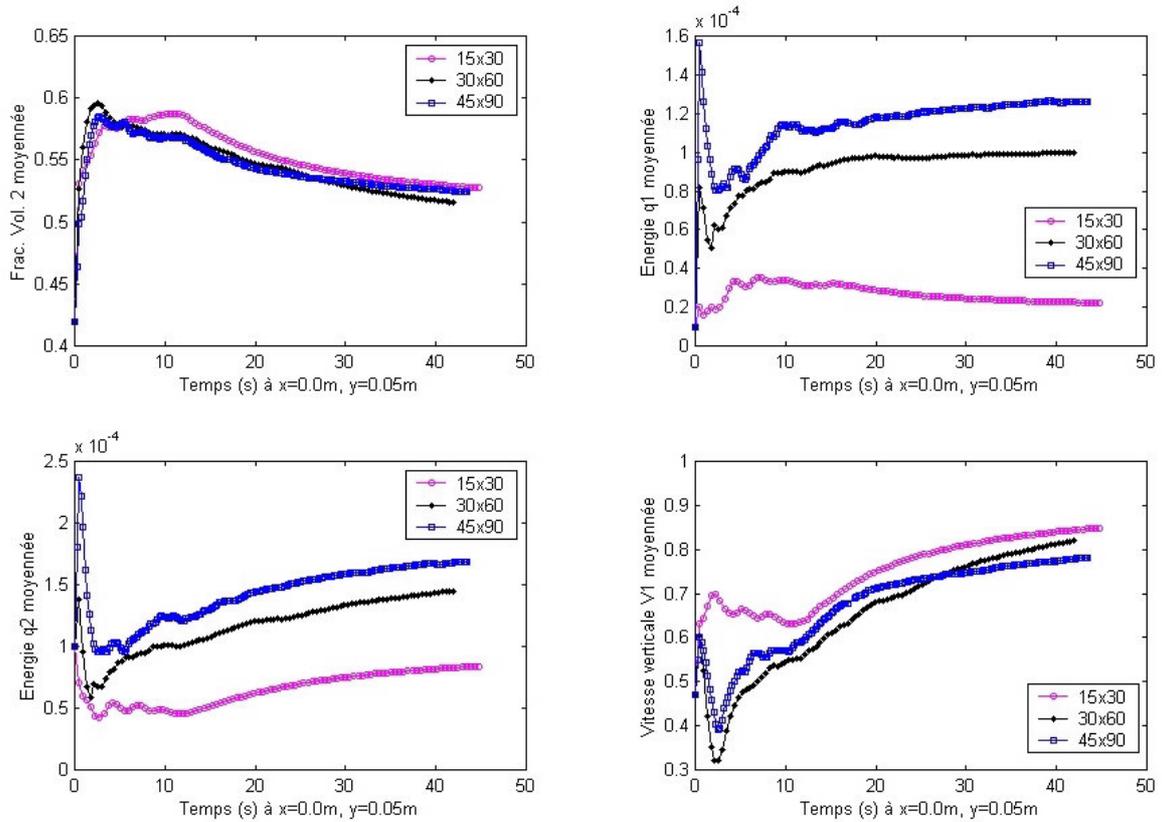


FIG. 6.12 – Evolution des grandeurs moyennes sur la sonde située à  $y = 0.05m$ . Etude de l'influence du maillage avec  $15 \times 30$  ;  $30 \times 60$  et  $45 \times 90$  cellules.

## 6.6 Simulation numérique d'un lit dense monodisperse

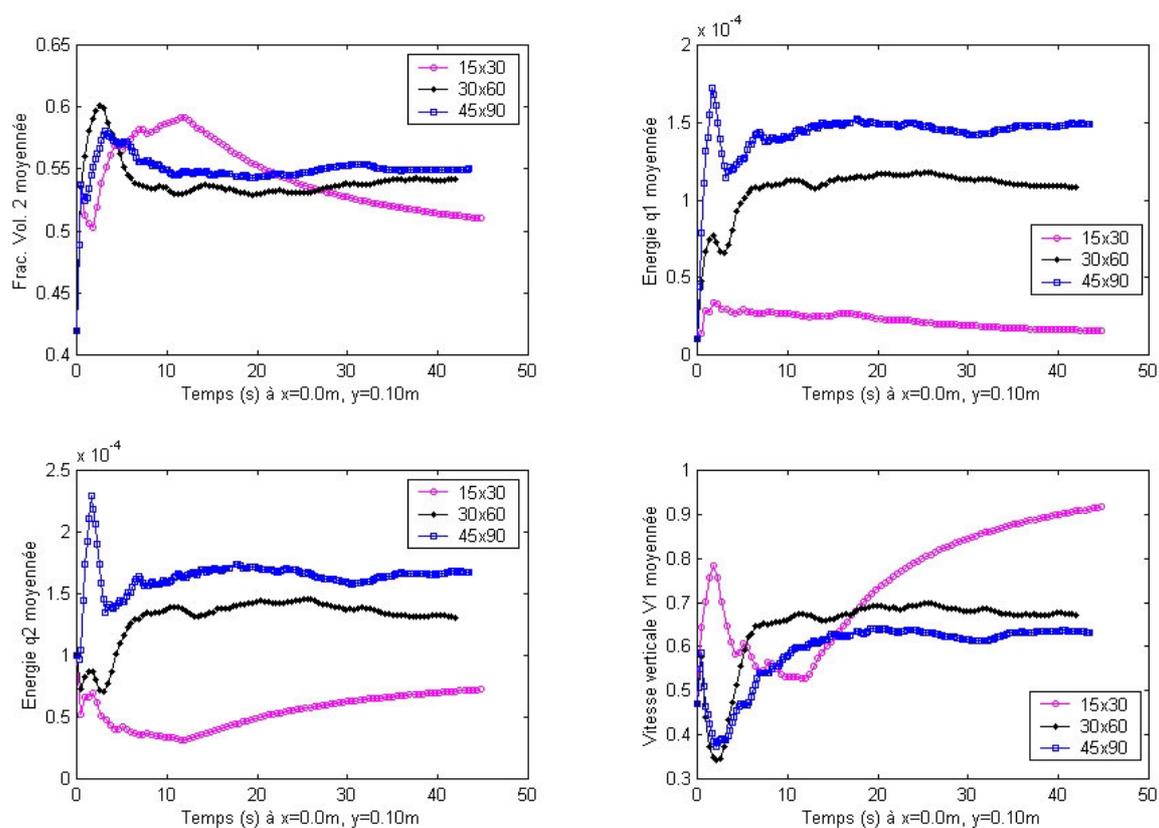


FIG. 6.13 – Evolution des grandeurs moyennes sur la sonde située à  $y = 0.10m$ . Etude de l'influence du maillage avec  $15 \times 30$  ;  $30 \times 60$  et  $45 \times 90$  cellules.

## 6.7 Simulations avec une distribution bidisperse

Un fois constaté la reproductibilité des résultats au moyen d'une étude de l'influence du maillage, nous allons nous efforcer à traiter l'étude d'un lit fluidisé en contenant une distribution de particules de deux classes différentes soumise à l'effet d'une vitesse variable de l'air à l'entrée du lit. Il est bien connu dans la pratique que la distribution de taille particulaire joue un rôle important dans le comportement des mélanges gaz-solide. Beaucoup de chercheurs ont étudié cet effet sur le comportement hydrodynamique des lits fluidisés. Par exemple, De Groot (1967)[20] a conclu que l'expansion du lit dans les réacteurs industriels peut augmenter par un facteur de deux quand une grande distribution de tailles est utilisée au lieu d'une distribution monodisperse.

Grace et Sun (1991)[39] ont effectué de nombreuses expériences avec un lit fluidisé en monodisperse, une distribution bidisperse et une distribution étendue en taille/poids de particules du type A de Geldart. Ils ont étudié l'influence des fines sur l'hydrodynamique dans le lit fluidisé. Ils ont rapporté que la vitesse minimale de fluidisation était plus haute avec les distributions bimodales et étendue à celle du cas monodisperse avec la même taille moyenne. En outre, précédemment De Groot (1967) a conclu que l'expansion du lit était plus grande pour une distribution étendue ou bimodale que pour un cas monodisperse. Cette différence d'expansion du lit est petite autour de la vitesse minimale de fluidisation et elle accroît avec l'augmentation de la vitesse superficielle du gaz. Bien que les expériences de Grace et Sun (1991) aient été effectuées avec de petites particules de type de Geldart A, leurs résultats présentent une bonne description qualitative des différents types de comportement des lits de fluidisation avec une distribution monodisperse et une autre bimodale. Dans un réacteur à lit fluidisé, l'action de mélange est produite par la montée des bulles, dont les sillages et la dérive associés mènent le mouvement des particules. Les bulles dans un lit fluidisé contenant un mélange binaire causent également la ségrégation. Dans les lits de fluidisation contenant un mélange binaire de particules, soit par taille ou soit par masse volumique, le mélange complet est seulement réalisé dans des conditions hydrodynamiques spécifiques. Wu et Baeyens (1998)[86] ont expérimentalement étudié l'effet d'une distribution bimodale sur l'action du mélange dans les lits de fluidisation avec des types de particules assez grands, Geldart B et de D. Ils ont défini un

## 6.7 Simulations avec une distribution bidisperse

---

indice de mélange

$$M = \frac{X}{\langle X \rangle} \quad (6.1)$$

où  $X$  est la concentration des particules grandes/lourdes dans la région supérieure du lit dense, et  $\langle X \rangle$  est la concentration moyenne des particules grandes/lourdes dans le lit entier. Le mélange parfait est atteint lorsque  $M$  est égal à 1. Wu et Baeyens (1998) ont corrélé l'index de mélange avec la vitesse superficielle du gaz, le rapport du lit Hauteur/Diamètre total, la vitesse minimale de fluidisation des particules les plus petites et les plus grandes, et du rapport de diamètre de particules. L'index de mélange était petit pour des vitesses de gaz près de la vitesse minimale de fluidisation, et il accroît avec la vitesse de gaz. L'éparpillement d'information sur leur corrélation était, cependant, très grand.

Rasul et al. (1999)[69] ont étudié les différents types de ségrégation produits dans les lits fluidisés avec une distribution bimodale, en étudiant "le potentiel de ségrégation". Spécifiquement, ils ont étudié le cas d'un mélange binaire avec de petites, lourdes particules et grandes, plus légères particules. À une faible vitesse de gaz de fluidisation, les petites, lourdes particules ont été préférentiellement isolées au fond du lit fluidisé, et les grandes, plus légères particules étaient au dessus. Avec l'augmentation de la vitesse du gaz, il peut se produire un effet inverse. Ceci signifie que les petites et lourdes particules sont déplacées préférentiellement vers le haut du lit et les grandes, et légères particules descendent. L'objectif principal de ce travail est de simuler le comportement de l'écoulement des lits de fluidisation contenant une distribution bimodale et de comparer ce comportement à celui des lits de fluidisation contenant une distribution monodisperse. Les détails de la physique derrière les résultats expérimentaux précédents sont élucidés par l'intermédiaire des simulations.

### 6.7.1 Description des simulations

Les simulations numériques ont été effectuées dans le domaine représenté par la Figure 6.5 avec deux cas de distributions bimodales et de propriétés de mélange, comme il est indiqué dans le tableau 6.2. On a fait également la simulation d'un lit fluidisé avec une distribution monodisperse avec le même diamètre moyen que la distribution bimodale. La fluidisation utilisée et ses propriétés sont données dans le tableau 6.1.

Particules	Diamètre ( $\mu m$ )	Masse Vol. ( $kg/m^3$ )	Vmf (m/s)	Vitesse Terminale (m/s)	Taux de Présence
Mélange monodisperse					
Sphères en verre	485	2640	0,18	19	0,42
Mélange Bidisperse : Cas 1					
Sphères en verre	500	2640	0,19	20	0,21
Sphères en verre	200	2640	0,04	3,2	0,21

TAB. 6.2 – *Propriétés physiques des systèmes de particules bidisperses et monodisperses (Van Wachem et al., 2001).*

Le calcul des vitesses minimales de fluidisation est basé sur la corrélation empirique de Wen et de Yu (1966)[85]. En raison de la grosseur des particules, la vitesse minimale de fluidisation est égale à celle du régime de fluidisation à bulles. Au début, la partie inférieure du lit fluidisé est remplie d'un mélange de deux particules au repos avec une fraction volumique de solides uniforme. Au cas bidisperse la fraction de masse serait placée 0.5 pour les grandes et petites particules.

### 6.7.2 Maillage

D'après l'étude de l'influence du maillage, on garde le maillage représenté par le domaine rectangulaire pseudo 2D constitué par  $30 \times 60$  cellules qui permet la reproductibilité des calculs et aussi le déroulement de temps du processeur de façon convenable. La hauteur est de  $0.3m$  et la largeur de  $0.15m$ , voir Figure 6.14.

## 6.7 Simulations avec une distribution bidisperse

---

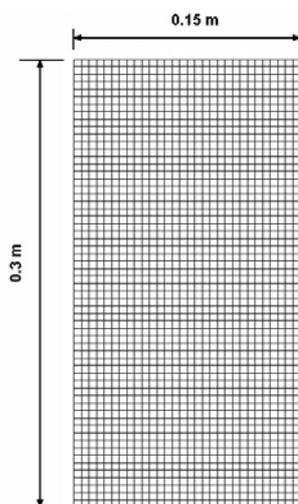


FIG. 6.14 – *Maillage rectangulaire pour la simulation des cas bidisperses et monodisperses.*

### 6.7.3 Mesures

L'acquisition de données a été réalisée en activant l'obtention de la moyenne dans le temps des principales grandeurs qui décrivent le comportement du lit fluidisé. Une fois établi le dernier pas de simulation moyenne, on fait la moyenne de la fraction volumique du solide par ligne horizontale à une hauteur variable de chaque centimètre. Au total 25 points d'analyse ont été effectués pour permettre le tracé des courbes de présence de solide à différentes hauteurs. Le schéma de la Figure 6.15 résume la procédure de l'acquisition de résultats.

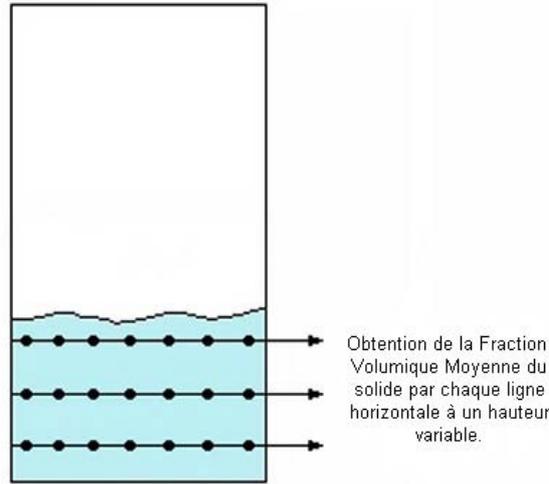


FIG. 6.15 – Démarche pour l'obtention de la moyenne de la fraction volumique du solide à une hauteur variable.

#### 6.7.4 Description numérique

Pour le transport de toutes les variables (composantes des vitesses, taux de présence des deux phases, grandeurs turbulentes des deux phases), la méthode de discrétisation des volumes finis quick-upwind a été systématiquement utilisée. Les calculs ont été effectués en pas de temps uniforme avec un pas de référence de  $10^{-4}s$ , un nombre de Courant maximum fixé à 1 pour chaque phase et un nombre de Fourier maximum fixé à 1 pour chaque phase. Pour chacune des simulations, la condition limite en pression en sortie de domaine est du type  $\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial P}{\partial \tau} \right) = 0$ . Les grandeurs turbulentes (énergies cinétiques des deux phases ou contraintes cinétiques, dissipation turbulente et covariance des mouvements fluctuants) sont initialisées dans le domaine à  $10^{-4}$ . Quant au taux de présence des particules, il est initialisé à  $10^{-9}$ .

Les calculs ne prennent en compte que les termes de traînée et de pression moyenne dans le transfert interfacial de quantité de mouvement (pas de terme de masse ajoutée, ni de lift, ni de force de pression turbulente). Il n'y a pas de transfert de masse, ni d'énergie. La turbulence de l'air est donnée par un modèle de type  $k - \varepsilon$  tandis que le modèle de turbulence  $q_{\omega}^2 - q_{12}$  a été pris pour l'étude de la turbulence des particules. L'influence des particules sur la turbulence de l'air a également été systématiquement prise en compte

## 6.7 Simulations avec une distribution bidisperse

---

avec  $C_{\varepsilon 3} = 1.2$  dans les termes supplémentaires des équations de transport de  $k$  et  $\varepsilon$ , ce qui fournit une modification de la viscosité turbulente de l'air dû à la présence des particules (voir section 1.3.1). D'autres options numériques retenues sont les suivantes :

- Réactualisation des vitesses en fin de pas de temps à partir du gradient d'incrément de pression.
- Couplage vitesse isotrope.
- Précision visée sur la somme des taux de présence =  $10^{-8}$ .
- Solveur des fractions : cgstab.

### 6.7.5 Présentation des Résultats

La Figure 6.16 montre une représentation visuelle de la fraction volumique de solides et leur conditions de simulation pour le mélange bidisperse. On peut apercevoir que la ségrégation dépendant du temps se produit principalement dans et autour des proches vides, et que les bulles sont la cause de ce comportement de ségrégation. En accord avec van Wachem et al. (2001)[82] la vitesse de diffusion relative est beaucoup plus grande dans ces proches vides que dans la phase particulaire dense, parce que les particules ont l'espace pour "vibrer" et peuvent se déplacer beaucoup plus facilement. La Figure 6.17 prouve que l'expansion du lit est plus grande dans le lit fluidisé avec un mélange bidisperse que avec un mélange monodisperse. Ce résultat est conforme aux résultats de De Groot (1967) et Grace et Sun (1991). La différence dans l'expansion du lit est principalement due à la diffusion ascendante de l'espèce la plus petite. Reliée à ceci, la vitesse minimum de fluidisation est également sensiblement abaissée dans les cas avec une composition à granulométrie bidisperse.

### Bimodal Case

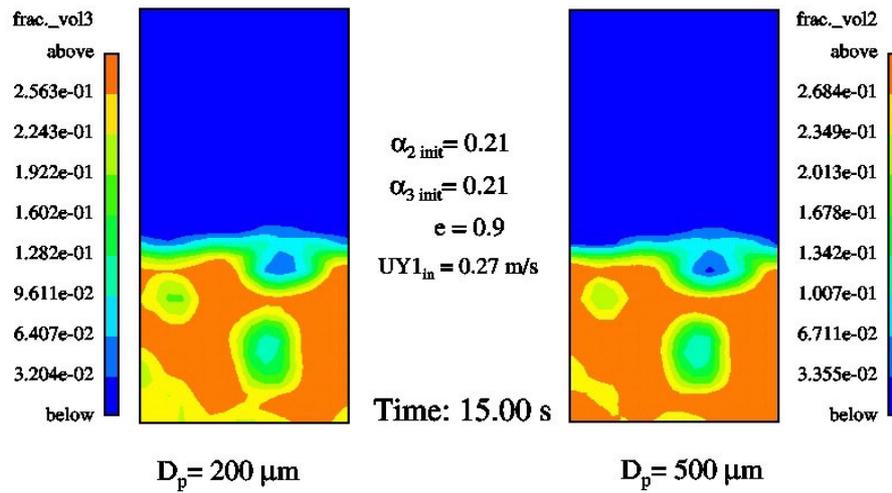


FIG. 6.16 – Fraction volumique de solides indiquant les bulles et la surface du lit pour le mélange bidisperse.

## 6.7 Simulations avec une distribution bidisperse

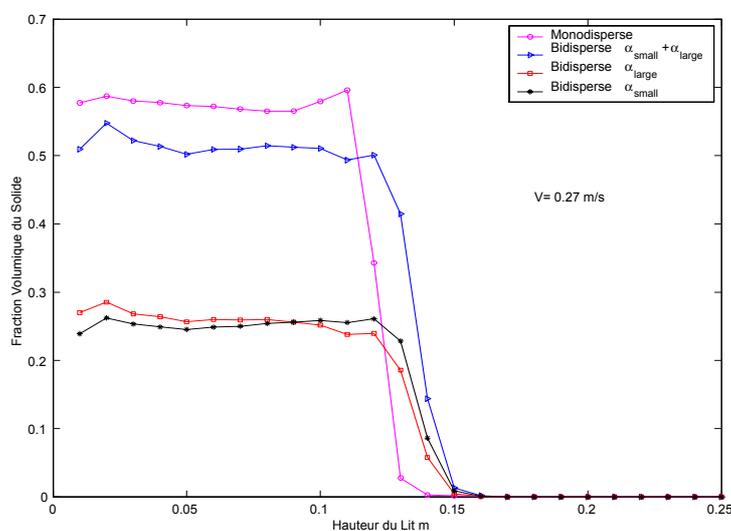


FIG. 6.17 – Fraction volumique moyenne de solides en fonction de l'expansion du lit pour le cas du mélange bidisperse et le mélange monodisperse à  $V = 0.27(m/s)$ .

Les Figures 6.18 et 6.19 montrent les taux de présence des particules grosses et petites respectivement, tout au long de la colonne de fluidisation. Ces fractions volumiques en fonction de la vitesse superficielle du gaz présentent dans les deux figures que le comportement de l'expansion du lit a la même tendance à atteindre une expansion plus grande lorsqu'on augmente cette vitesse.

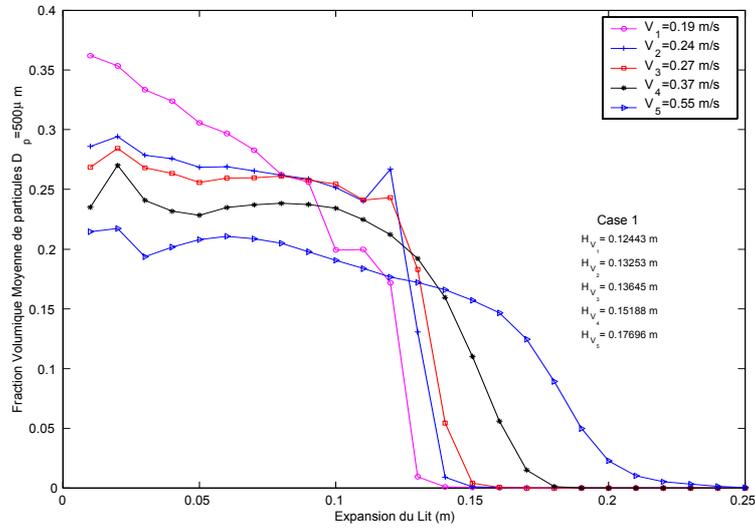


FIG. 6.18 – Fraction volumique moyenne de particules  $D_p = 500\mu\text{m}$  en fonction de l'expansion du lit pour le cas bidisperse.

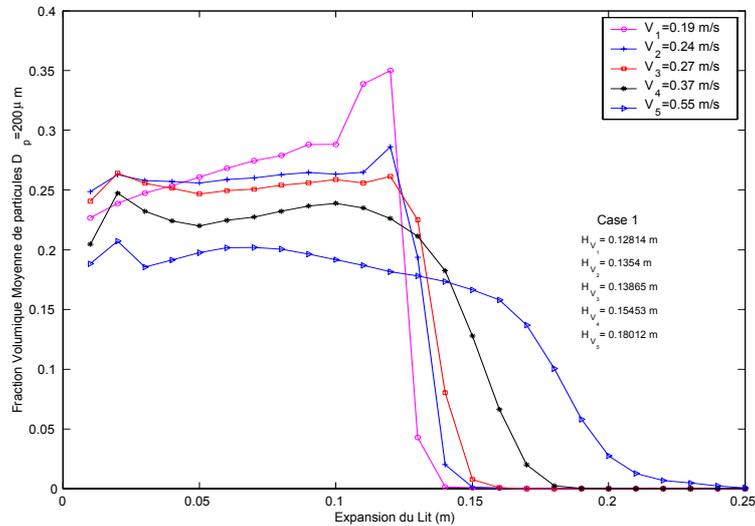


FIG. 6.19 – Fraction volumique moyenne de particules  $D_p = 200\mu\text{m}$  en fonction de l'expansion du lit pour le cas bidisperse.

Ainsi, on constate que les expansions du lit pour une vitesse du gaz de  $0,19\text{m/s}$  correspondent à une hauteur de  $0,124\text{m}$ , tandis que pour une vitesse de  $0,55\text{m/s}$  l'expansion

## 6.7 Simulations avec une distribution bidisperse

est de  $0,177m/s$ . On peut apercevoir aussi que la présence du solide dans le fond de la colonne est plus concentré pour les cas où la vitesse est près de la vitesse minimale de fluidisation. De même, on observe dans la Figure 6.20 que ce même comportement est présent sur un système de particules monodisperses, c'est à dire les effets d'expansion du lit et de la concentration préférentielle pour les différentes valeurs de la vitesses sont trouvés.

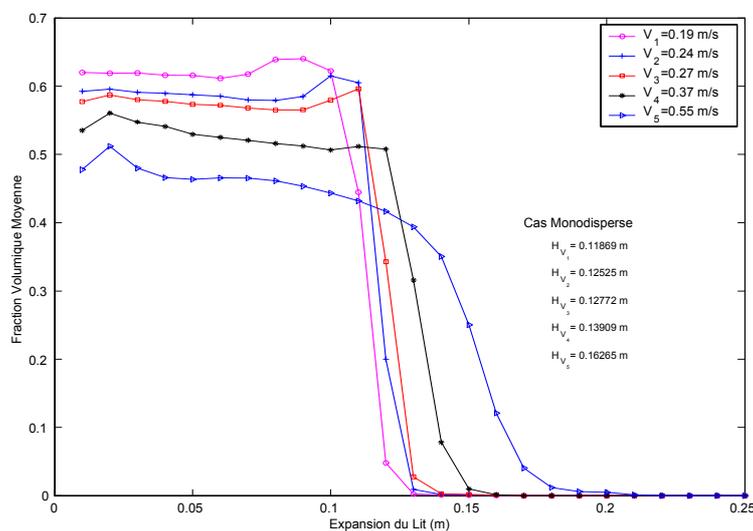


FIG. 6.20 – Fraction volumique moyenne de particules monodisperses en fonction de l'expansion du lit.

La Figure 6.21 qui donne la variation de l'expansion du lit en fonction de la vitesse de fluidisation, montre la différence dans l'expansion du lit entre le cas bidisperse et monodisperse. La différence dans l'expansion du lit entre les cas bidisperse et monodisperse avec l'augmentation de la vitesse du gaz atteint une valeur relativement uniforme pendant la phase du mélange.

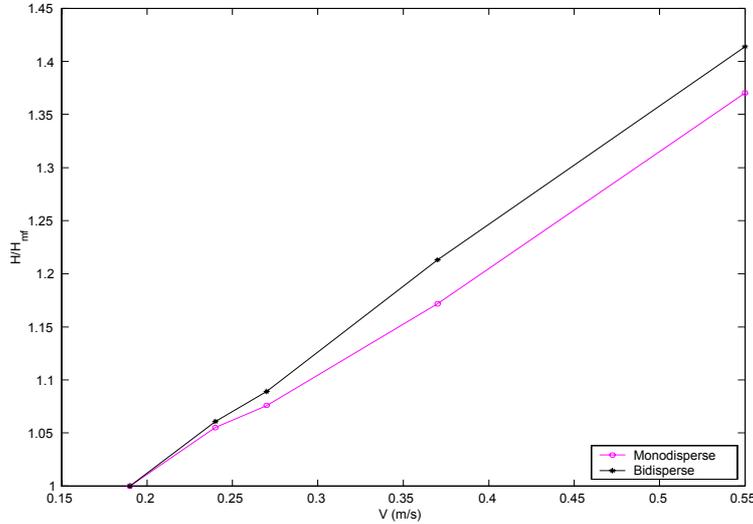


FIG. 6.21 – Expansion du lit en fonction de la vitesse superficielle du gaz pour le mélange bidisperse et pour le mélange de particules monodisperses.

Une partie de la différence entre le comportement d'expansion du lit et le décalage de la vitesse minimum de fluidisation peut être expliquée parce que la force de pesanteur dépend d'un type différent de moyenne (van Wachem et al., 2001). On constate que au-delà d'une vitesse de  $1\text{ m/s}$ , l'ensemble granulaire est poussé vers le haut en obligeant l'échappement de matière.

## 6.8 Influence du coefficient d'élasticité $e$ .

Cette partie est consacrée à l'étude de l'influence du coefficient d'élasticité sur l'hydrodynamique des lits fluidisés denses. Il se trouve que l'hydrodynamique des lits fluidisés denses et le comportement des bulles dépendent fortement de la quantité d'énergie dissipée pendant les collisions particule-particule. Les chocs entre particules sont décrits par des lois de collision, ce qui explique la dissipation de l'énergie due aux interactions non-idéales de particules au moyen d'un coefficient empirique d'élasticité et de frottement (approche de sphère dure, Hoomans et al., 1996[44]). Le rôle de ces paramètres de collision a été rapporté par plusieurs auteurs en ce qui concerne la formation des bulles et la ségrégation dans les lits fluidisés denses (Goldschmidt et al., 2001[35]; Hoomans, 1998[43]; Tsuji et

## 6.8 Influence du coefficient d'élasticité $e$ .

---

al., 1993[80]) et la formation des agglomérats dans les canalisations verticales (Ouyang et Li, 1999[68]).

Dans beaucoup de processus industriels de lits fluidisés denses, par exemple la polymérisation en phase gazeuse, des mélanges des particules avec différentes propriétés physiques sont produits. Quand les particules diffèrent en taille et/ou masse volumique, la ségrégation peut se produire. La ségrégation est plus marquée à faible vitesse du gaz quand il y a une différence appréciable de masse volumique des particules. Même un système fortement ségrégué, cependant, peut être mélangé assez bien si la vitesse du gaz est augmentée suffisamment, bien qu'il puisse être difficile d'enlever les dernières traces de la ségrégation. Des bulles ont été identifiées comme le véhicule pour favoriser le mélange et la ségrégation. Les bulles d'ascension portent un mélange des particules jusqu'au sommet du lit et dérangent l'état d'emballage du lit, de sorte que la ségrégation de plus grandes ou plus lourdes particules puisse se produire.

### 6.8.1 Description des simulations

La Figure 6.22 montre la géométrie employée pour les simulations numériques du lit fluidisé. Les dimensions du domaine sont  $15\text{cm}$  de longueur par  $60\text{cm}$  de hauteur. Pour étudier l'influence du coefficient d'élasticité on considère trois situations de fluidisation avec deux sortes de distributions de particules : grosses et petites. Les deux premières situations correspondent aux simulations indépendants des deux types de particules ; ensuite on lance la simulation bidisperse en considérant l'interaction entre particules. Les caractéristiques physiques des particules ainsi que les conditions d'opération du lit fluidisé sont résumées dans les tableaux 6.3 et 6.4.

Particules	Diamètre ( $mm$ )	Masse Vol. ( $kg/m^3$ )	Vmf (m/s)	Taux de Présence
Mélange monodisperse : Cas 1				
Grosses	2,50	2526	1,28	0,48
Mélange monodisperse : Cas 2				
Petites	1,50	2523	0,92	0,48
Mélange Bidisperse				
Grosses	2,50	2526	1,28	0,24
Petites	1,50	2523	0,92	0,24

TAB. 6.3 – *Propriétés physiques des particules (Goldschmidt et al., 2001).*

Paramètre	Description	Valeur
$\rho_g$	Masse volumique du gaz	20 ( $kg/m^3$ )
$\mu_g$	Viscosité du gaz	1,8e-5 ( $Pa \cdot s$ )
$e$	Coefficient d'élasticité	0,9
$\alpha_{s,max}$	Fract. volumique du solide maximale	0,64
$D_T$	Diamètre interne de la colonne	0,15 ( $m$ )
$H$	Hauteur de la colonne	0,60 ( $m$ )
$H_{mf}$	Hauteur initiale du lit	0,15 ( $m$ )

TAB. 6.4 – Propriétés physiques de la phase continue et du système.

Le hauteur initiale du lit est de 0,15m pour tous les cas avec un taux de présence établi par une fraction volumique initiale de 0,42 pour les cas monodisperse et de 0,21 pour le cas bidisperse. Les vitesses de fluidisation minimale ont été déterminées expérimentalement à partir des mesures de chute de pression au-dessus du lit et les paramètres de collision de particules ont été obtenus à partir des mesures détaillées d'impact exécutées par le groupe de recherche d'impact à l'Open University de Milton Keynes (Goldschmidt et al., 2001). La vitesse verticale de fluidisation est accordée en 1,1 m/s, ce qui est entre la vitesse minimum de fluidisation des deux composants.

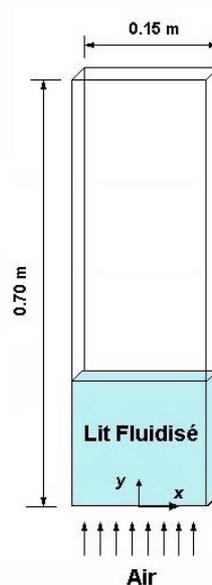


FIG. 6.22 – Géométrie rectangulaire pour la simulation d'un lit fluidisé dense.

## 6.8 Influence du coefficient d'élasticité $e$ .

---

La prédiction précise de la ségrégation est exigée pour améliorer la conception et opération des processus de lits fluidisés. Dans la décennie passée, des progrès considérables ont été accomplis pour modéliser l'hydrodynamique fondamentale des suspensions gaz-fluide, et maintenant les lits fluidisés peuvent être modélés avec les modèles multi-fluides Lagrangienne et Eulerian. Hoomans et al. (2000)[45] ont démontré la capacité des modèles discrets de particules de prévoir la ségrégation dans les lits gaz-fluidisés denses. Ils ont observé une influence forte des paramètres de collision de particule-particule sur la dynamique des bulles et les conséquents taux de ségrégation. Mathiesen et al. (2000)[66] ont avec succès modélé les profils axiaux de ségrégation obtenus avec des techniques de l'anémométrie laser doppler (LDA) et de l'anémométrie phase doppler (PDA) dans une canalisation verticale d'échelle de laboratoire, en utilisant un modèle multifluide. Dans des écoulements de canalisation verticale le transfert cinétique de quantité de mouvement forme le mécanisme dominant de transfert de quantité de mouvement.

### 6.8.2 Maillage

Les dimensions du maillage correspondent à celles présentées dans la Figure 6.22. Le maillage est constitué d'une géométrie rectangulaire pseudo-2D avec  $30 \times 120$  cellules ce qui fait  $\Delta x = 0,5cm$  par  $\Delta y = 0,5cm$ . Voir Figure 6.23

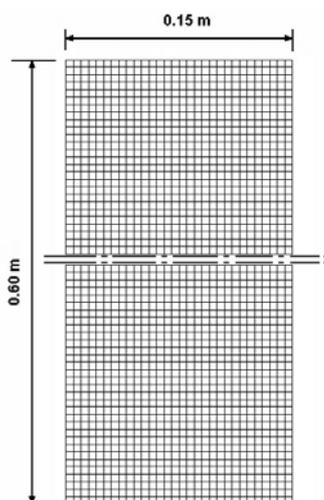


FIG. 6.23 – Maillage rectangulaire pour l'étude de l'influence du coefficient d'élasticité.

### 6.8.3 Mesures

Le taux de ségrégation a été mesuré avec la hauteur moyenne produite par les deux phases de particules dans le lit. Cette hauteur du lit est calculée par intervention de la fraction volumique du solide en accord à la formule

$$\langle h_\omega \rangle = \frac{\sum_{\text{No. Cells}} \alpha_{\omega,cell} h_{cell}}{\sum_{\text{No. Cells}} \alpha_{\omega,cell}} \quad (6.2)$$

où  $\alpha_{\omega,cell}$  est la fraction volumique de la phase particulaire  $\omega$  dans la cellule et  $h_{cell}$  est la hauteur moyenne de la cellule. On va comparer les résultats obtenus du comportement des dynamiques pour chaque situation, c'est à dire, pour les simulation des particules grosses et petites de façon indépendante; ensuite l'hydrodynamique simultanée de l'interaction entre particules grosses et petites.

### 6.8.4 Description numérique

Pour le transport de toutes les variables (composantes des vitesses, taux de présence des deux phases, grandeurs turbulentes des deux phases), la méthode de discrétisation des volumes finis quick-upwind a été systématiquement utilisée. Les calculs ont été effectués en pas de temps uniforme avec un pas de référence de  $10^{-4}s$ , un nombre de Courant maximum fixé à 1 pour chaque phase et un nombre de Fourier maximum fixé à 1 pour chaque phase. Pour chacune des simulations, la condition limite en pression en sortie de domaine est du type  $\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\partial P}{\partial \tau} \right) = 0$ . Les grandeurs turbulentes (énergies cinétiques des deux phases ou contraintes cinétiques, dissipation turbulente et covariance des mouvements fluctuants) sont initialisées dans le domaine à  $10^{-4}$ . Quant au taux de présence des particules, il est initialisé à  $10^{-9}$ .

Les calculs ne prennent en compte que les termes de traînée et de pression moyenne dans le transfert interfacial de quantité de mouvement (pas de terme de masse ajoutée, ni de lift, ni de force de pression turbulente). Il n'y a pas de transfert de masse, ni d'énergie. La turbulence de l'air est donnée par un modèle de type  $k - \varepsilon$  tandis que le modèle de turbulence  $q_\omega^2 - q_{12}$  a été pris pour l'étude de la turbulence des particules. L'influence des particules sur la turbulence de l'air a également été systématiquement prise en compte avec  $C_{\varepsilon 3} = 1.2$  dans les termes supplémentaires des équations de transport de  $k$  et  $\varepsilon$ , ce

qui crée une modification de la viscosité turbulente de l'air due à la présence des particules (voir section 1.3.1). D'autres options numériques retenues sont les suivantes :

- Réactualisation des vitesses en fin de pas de temps à partir du gradient d'incrément de pression.
- Couplage vitesse isotrope.
- Précision visée sur la somme des taux de présence =  $10^{-8}$ .
- Solveur des fractions : cgstab.

### 6.8.5 Présentation des Résultats

Les Figures 6.24 à 6.28 présentent les séquences de simulation monodisperse et bidisperse pour deux valeurs de coefficients de restitution. On y voit la formation des bulles qui émergent et éclatent à la surface du lit. Il existe aussi la formation de zones de concentration préférentielle à cause du mouvement ascendant des bulles qui sont promoteurs de la ségrégation et du mécanisme du transfert de mouvement. Lorsque les collisions deviennent moins idéales (et par conséquent l'énergie dissipée augmente à cause des collisions inélastiques), les particules atteignent un état du *packing* dans les zones plus denses du lit, en provoquant la formation de régions abruptes de porosité et des bulles plus grandes. Dans la Figure 6.27 qui correspond au cas des simulations indépendantes entre petites et grosses particules, il se présente une expansion légèrement plus élevée du lit pour le cas de petites particules. Ceci prouve que l'effet du coefficient favorise une majeure expansion du lit, laissant les grosses et lourdes particules à être entraînées avec difficulté par l'écoulement gazeux. Ce même effet est constaté dans la Figure 6.28 qui a en plus une valeur augmentée de  $e = 0,97$ . Dans les cas monodisperses, plus claire est l'influence du coefficient  $e$  pour produire une expansion du lit, mais dans les cas bidisperses où il existe une interaction particulière due aux effets de collisions, la ségrégation est moins évidente. Ceci est montré dans la Figure 6.26. Si on analyse le comportement des simulations indépendantes entre particules grosses et petites, l'agitation de la phase initiale du lit se présente de manière instantanée, ainsi on trouve après cette élévation violente du lit, la ségrégation prend place pour une séparation claire dans les cas indépendants, tandis que pour un cas bidisperse, la séparation est plus difficile à produire en vue des interactions particulières (Figures 6.32 et 6.33).

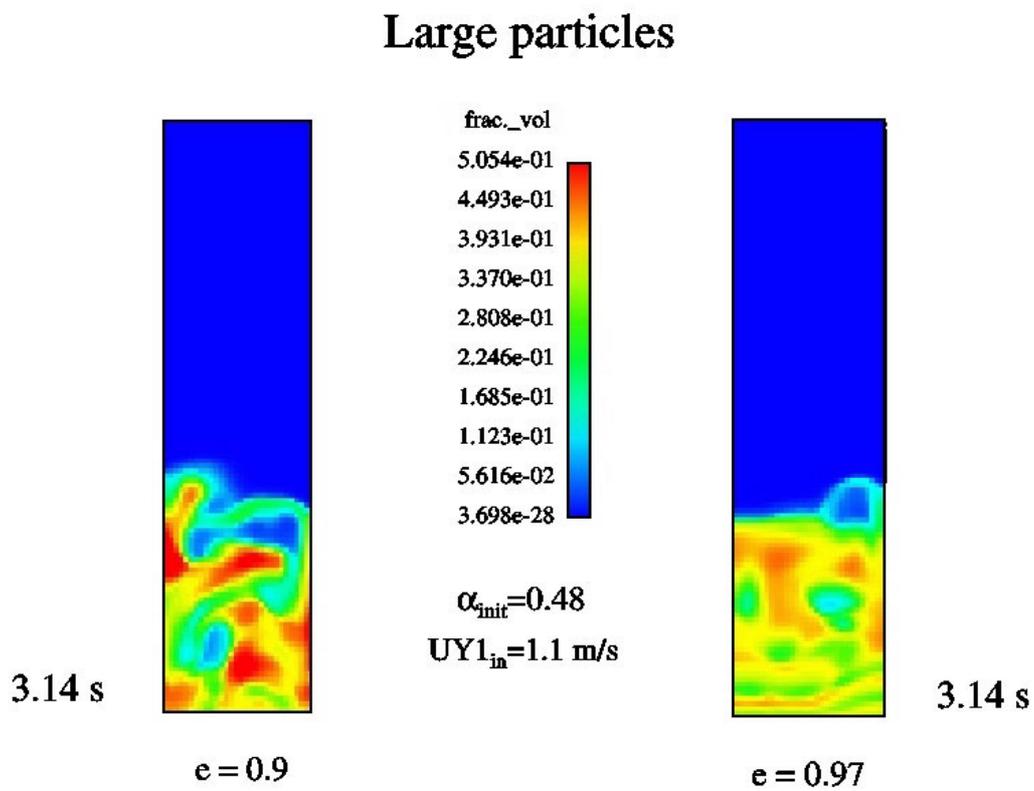


FIG. 6.24 – Fraction volumique des particules grosses avec  $e = 0,9$  et  $e = 0,97$ .

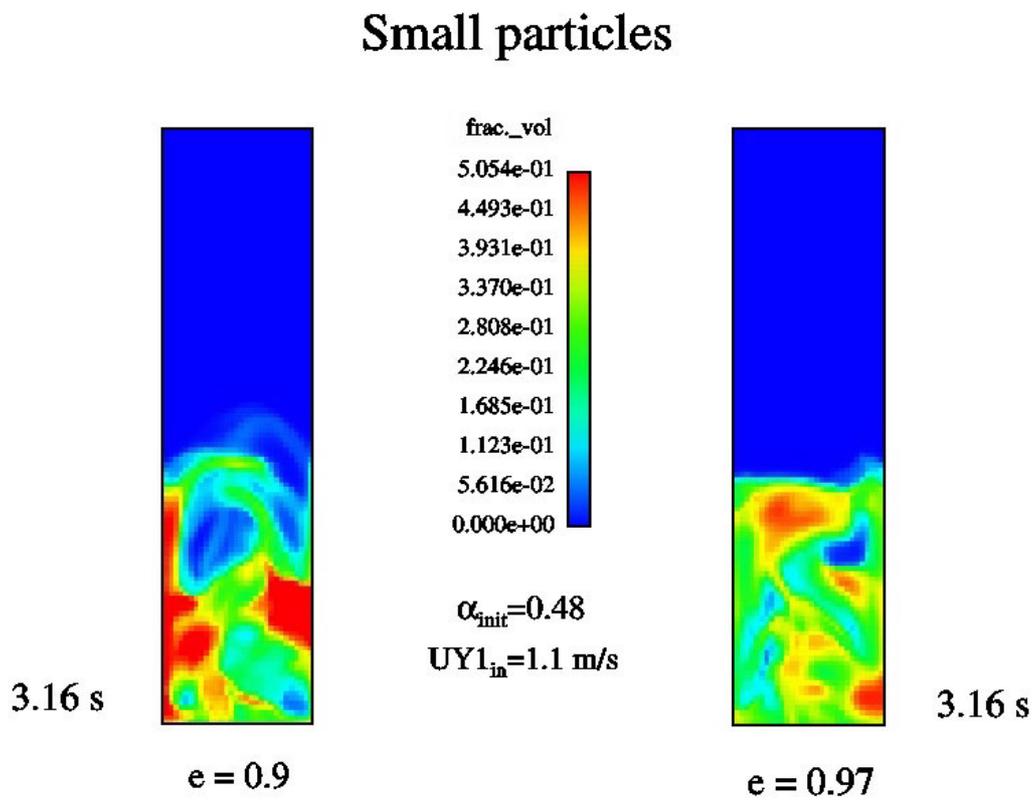


FIG. 6.25 – Fraction volumique des particules petites avec  $e = 0,9$  et  $e = 0,97$ .

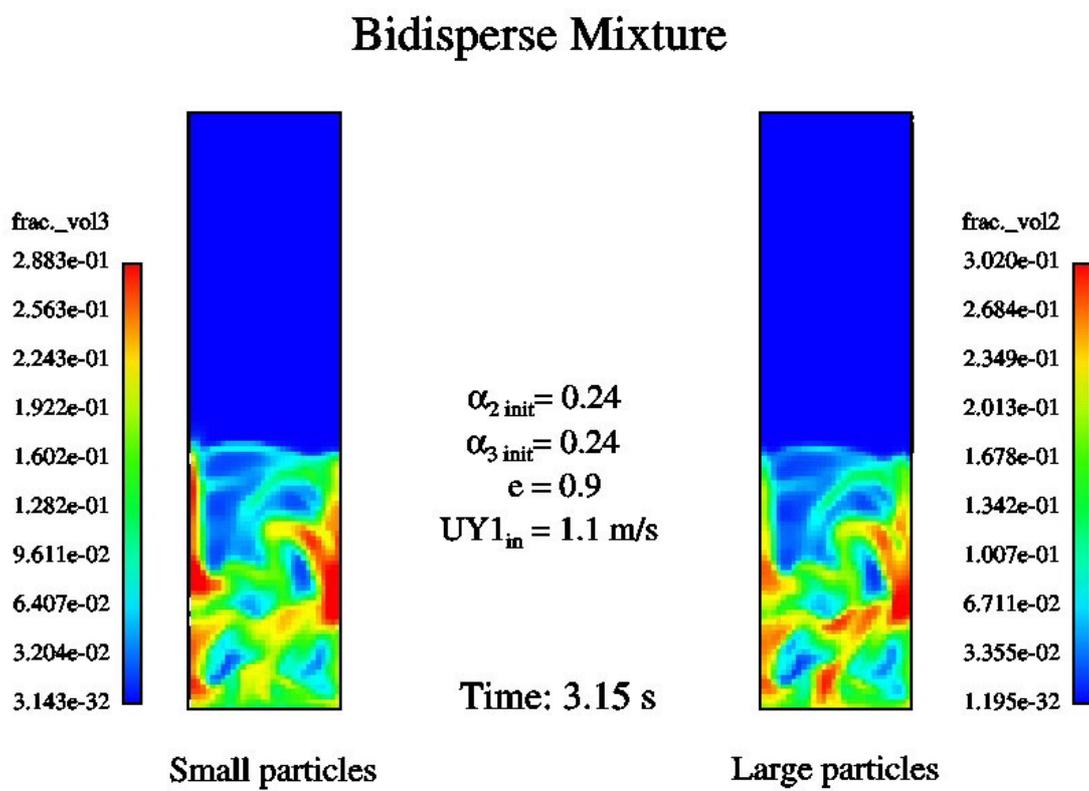


FIG. 6.26 – Simulation bidisperse avec  $e = 0,9$ .

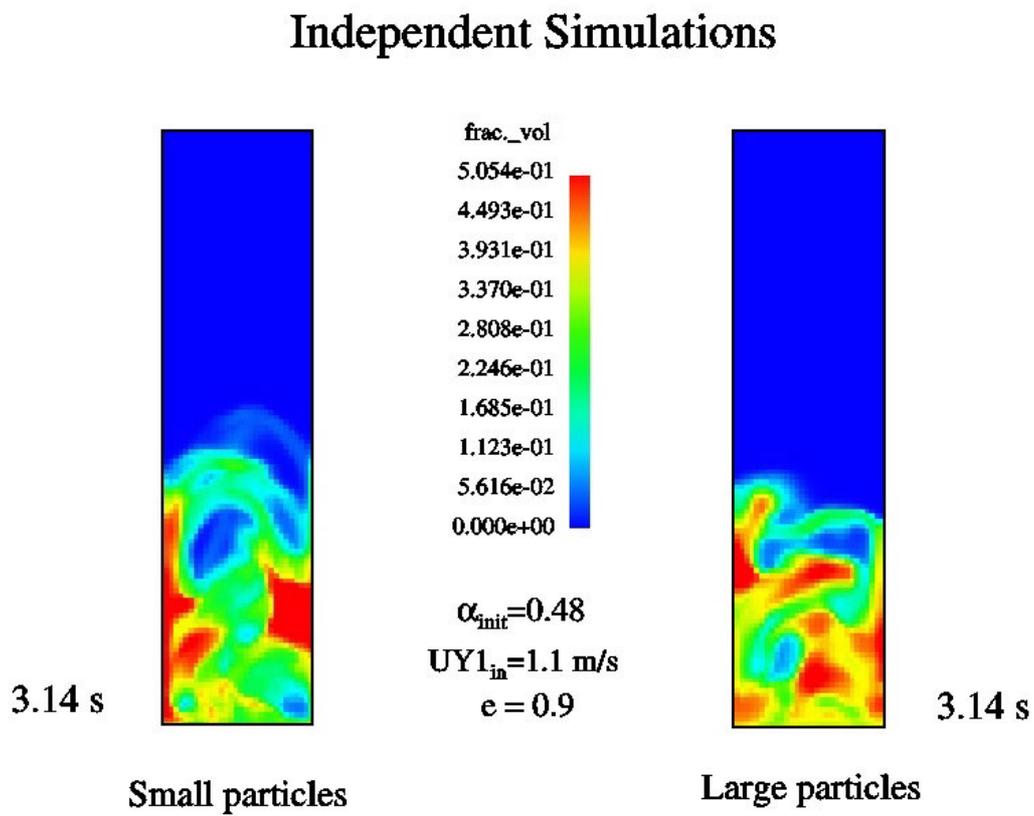


FIG. 6.27 – Simulations monodisperses des particules avec  $e = 0,9$ .

### Independent Simulations

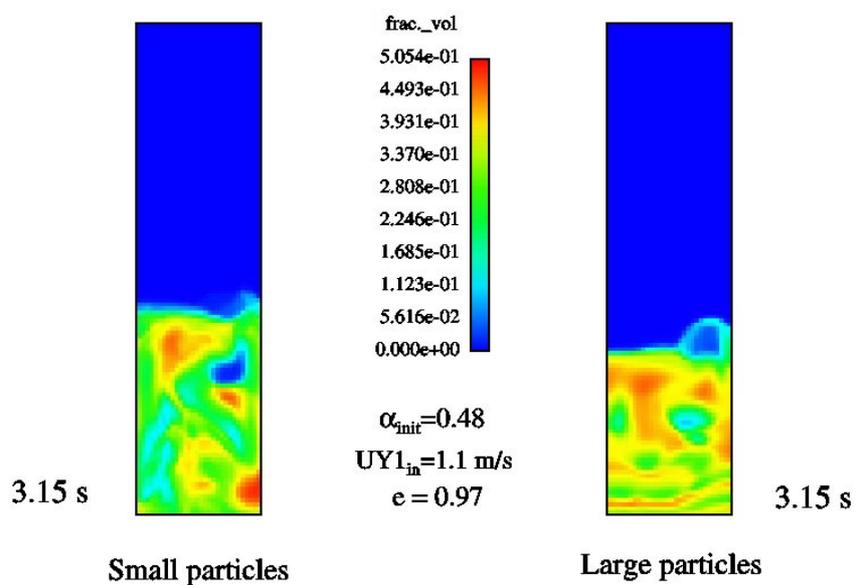


FIG. 6.28 – Simulations monodisperses des particules avec  $e = 0,97$ .

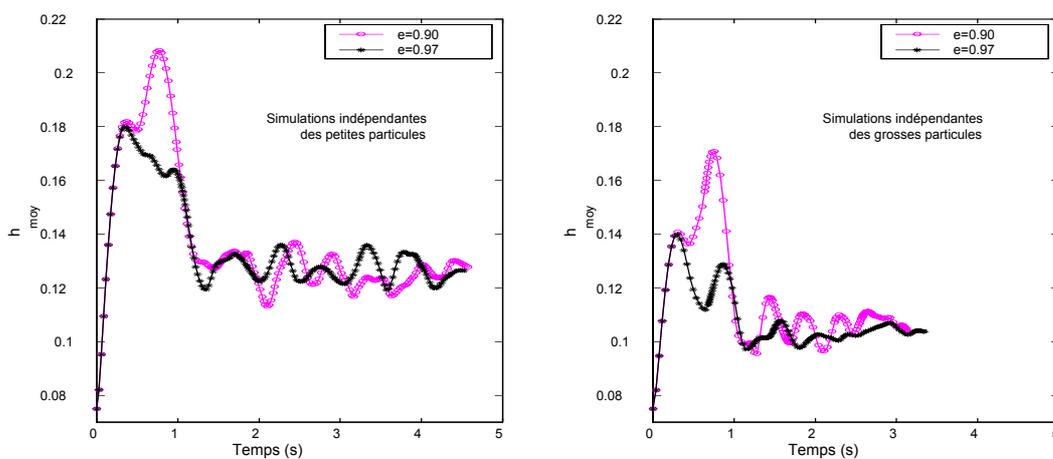


FIG. 6.29 – Effet du coefficient d'élasticité  $e$  dans les simulations monodisperses.

## 6.8 Influence du coefficient d'élasticité $e$ .

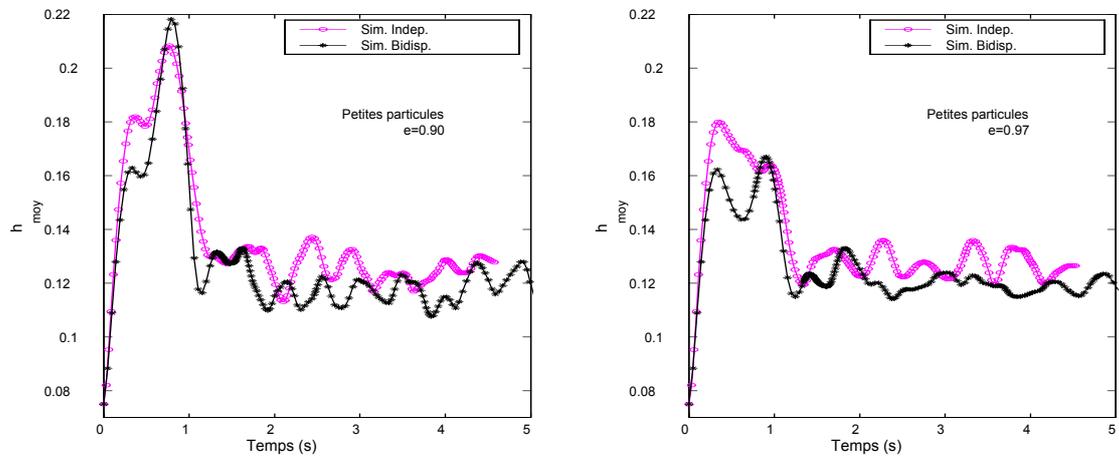


FIG. 6.30 – Effet du coefficient d'élasticité  $e$  dans les simulations monodisperses.

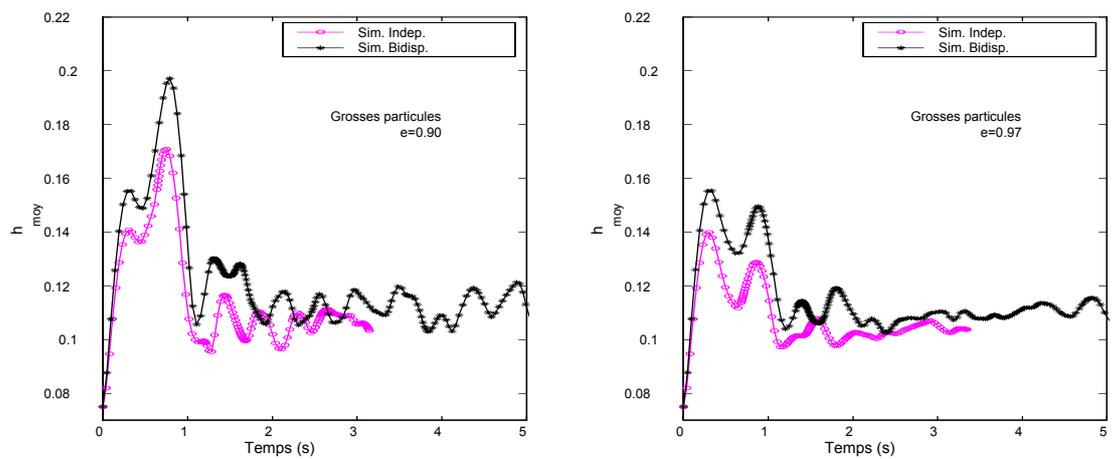


FIG. 6.31 – Effet du coefficient d'élasticité  $e$  dans les simulations monodisperses.

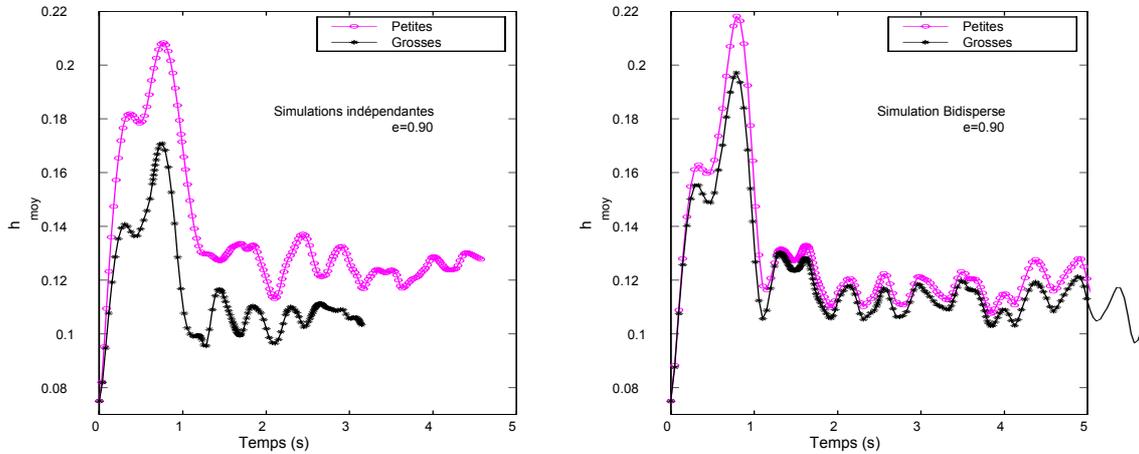


FIG. 6.32 – Effet du coefficient d'élasticité  $e$  dans les simulations monodisperses.

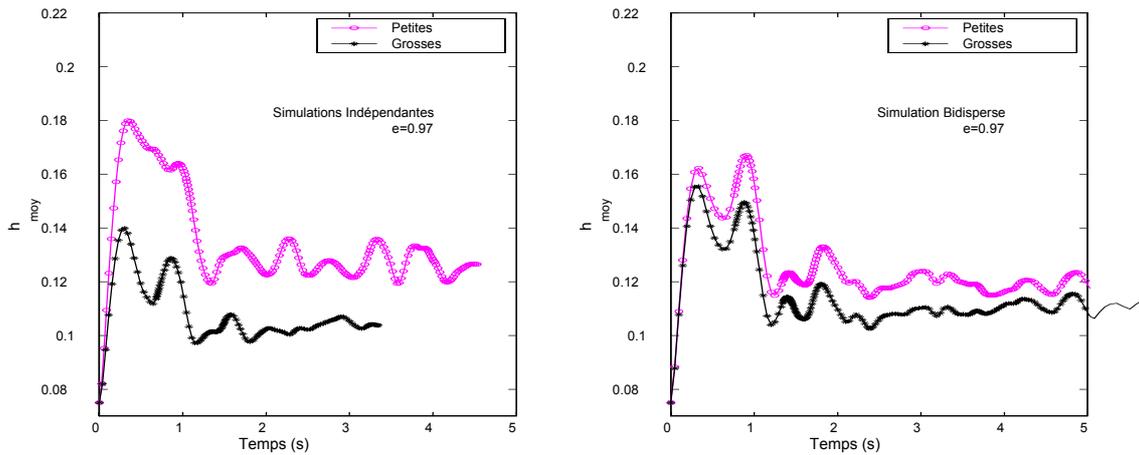


FIG. 6.33 – Effet du coefficient d'élasticité  $e$  dans les simulations monodisperses.

## 6.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit un étude de l'influence de la taille des maillages sur les simulations numériques appliquées aux lits fluidisés denses. De même, nous avons fait une validation des modèles appliqués à la simulation numérique pour les lits fluidisés en tenant compte d'une composition à granulométrie monodisperse et bidisperse à différentes vitesses de fluidisation. Finalement on a fait une étude de l'influence du coefficient d'élas-

## 6.9 Conclusion

---

ticité sur l'expansion des lits fluidisés denses. Toutes les études et validations précédentes ont été menées dans le but d'obtenir une information pour améliorer la connaissance et prédiction de la ségrégation, ainsi que l'hydrodynamique des systèmes polydisperses. Puisque les bulles jouent un rôle dominant dans la ségrégation et le mélange, la prévision correcte du comportement des bulles est essentielle. De cette façon, il est démontré qu'un modèle multiphasique décrit de manière satisfaisante la ségrégation dans les lits denses gaz-particules.

On a constaté que les modèles utilisés prévoient correctement l'expansion accrue du lit, comparée aux lits de fluidisation à une composition à granulométrie monodisperse, comme il est observé dans les expériences (de Groot, 1967). Il est démontré aussi que l'hydrodynamique des lits de fluidisation denses dépend fortement de la quantité d'énergie absorbée dans les collisions entre particules. Afin d'obtenir la dynamique d'un lit à partir des modèles hydrodynamiques fondamentaux, il est d'une importance primordiale de tenir compte correctement de l'effet de la dissipation d'énergie dû aux collisions non idéales de particule-particule. Un développement ultérieur de la théorie cinétique des écoulements granulaires semble nécessaire pour améliorer les équations constitutives des modèles polydisperses. Puisque la validation sensible des modèles hydrodynamiques fondamentaux peut seulement être faite quand les paramètres de collision des particules sont placés aux valeurs correctes, il y a un grand besoin d'expériences avec les systèmes pour que les paramètres de collision de particules soient exactement déterminés.



# Conclusion

Ce travail de thèse de doctorat a été consacré à la validation des modèles de fermeture basés sur le formalisme Eulérien pour la prédiction numérique des écoulements turbulents polydispersés gaz-solide. Un premier objectif était d'améliorer notre compréhension physique des comportements de particules présentant une granulométrie étendue de la phase dispersée dans un champ fluide turbulent. Le deuxième consistait à développer et valider des modèles de prise en compte de la polydispersion pour prédire les effets de ségrégation.

Le modèle à deux fluides utilisé introduit des couplages entre les phases à plusieurs niveaux pour décrire les mécanismes diphasiques. Ce couplage est traduit par la force fluide-particule, les covariances fluide-particules, la vitesse de dérive entre les phases et par des termes de couplage sur les contraintes cinétiques. Pour décrire très précisément les phénomènes liés aux mouvements des particules, la théorie cinétique des milieux granulaires a été utilisée. Cette approche offre de larges possibilités et nous a permis d'établir directement non seulement les équations de transport des grandeurs moyennes de la phase dispersée mais également celles relatives à des classes de particules.

Dans une première validation, on a fait la mise au point du code `Saturne_polyphasique@tlse` pour prédire un écoulement à phase dispersée très diluée. Les résultats confrontés avec ceux du code `Mélodif` ont démontré une reproductibilité satisfaisante. Au même temps, les modèles de turbulence  $k - \varepsilon$  et  $R_{\omega,ij} - q_{1\omega}$  semblent fournir une description correcte de l'anisotropie élevée des fluctuations de vitesse de particules observées dans ce type d'écoulements. Ceci, signifie que les fluctuations de la vitesse dans l'écoulement principal sont accrues et dues à la production par le gradient moyen de vitesse, tandis que les fluctuations de la vitesse transversale sont principalement contrôlées par l'entraînement par mouvement turbulent de l'écoulement et le mécanisme de redistribution dû aux collisions interparticulaires.

Le traitement d'un jet axisymétrique polydisperse a été pris pour valider les modèles de fermeture qui caractérisent les effets de ségrégation dans un écoulement polydisperse. L'un des plus significatifs avantages du code `Saturne_polyphasique@tlse` est de gérer simultanément le traitement de plusieurs classes de particules.

La simulation numérique des lits fluidisés denses a été entreprise avec les modèles de collisions interparticulaires qui ont reproduit son hydrodynamique. L'influence liée aux changements de la vitesse de fluidisation ainsi que la réponse à la sensibilité du coefficient d'élasticité ont été bien prédites par les simulation numériques. La modélisation proposée semble être bien adaptée à la simulation des lits fluidisés denses, toutefois la modélisation doit, pour progresser, prendre d'une part les effets des non-linéarité due à la théorie cinétique des milieux granulaires et d'autre part, décrire plus précisément les effets liés aux collisions interparticulaires décrits sous le contexte de la théorie d'Enskog.

## Perspectives

Tentative de modéliser par une même approche les écoulement gaz-solide polydisperses en régimes dense et dilué. De nombreux travaux complémentaires sont nécessaires pour poursuivre le développement et la validation de l'approche proposée. En particulier il faudrait chercher à améliorer la formulation des lois de trainée dans les mélanges de particules de tailles différentes en régime dense par moyens d'études expérimentales et des simulations numériques directes.

Pour les écoulements dilués, il sera aussi nécessaire de développer le couplage des modèles d'agitation des particules avec la modélisation  $R_{ij} - \varepsilon$  de la turbulence gazeuse. Il est aussi nécessaire d'une prise en compte des interactions entre les particules dans l'approche  $R_{\omega,ij} - q_{g\omega}$  pour les écoulements 'dilués'. Pour atteindre ce but on pourra s'appuyer sur les fermetures théoriques de Fede (2004) et une validation par comparaisons des prédictions avec des mesures sur le cas chargé du banc d'essai Hercule.

Enfin, étant donné les enjeux industriels, l'approche N-Fluides devra être étendue aux écoulements réactifs avec la prise en compte des transferts de masse et chaleur.

# Bibliographie

- [1] Alam, M. and Luding, S. (2002), “Rheology of bidisperse granular mixtures via event driven simulations.”, *J. Fluid Mech.*, **476**, pp. 69–103.
- [2] Arastoopour, H. and Gidaspow, D. (1979), “Analysis of IGT Pneumatic Conveying Data and Fast Fluidization Using a Thermodynamic Model”, *J. Powder Technology*, **22**, p. 77.
- [3] Arastoopour, H., Lin, S. C., and Weil, S. A. (1982), “Analysis of Vertical Pneumatic Conveying of Solids Using Multiphase Flow Models”, *AIChE J.*, **28**, p. 467.
- [4] Bagnold, R. A. (1954), “Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid Under Shear”, *Proc. Roy. Soc.*, **A225**, p. 49.
- [5] Barthod, D.M., Pozo, Del, and Mirgain, C. (1999), “CFD-Aided Design Improves FCC Performance”, *Oil Gas J.*, **66**.
- [6] Bel Fdhila, R. and Simonin, O. (1992), “Eulerian Prediction of a Turbulent Bubbly Flow Downstream of a Sudden Pipe Expansion”, *Proc. 6th workshop on two-phase flow predictions*, pp. 264–273, rapport EDF HE-44/92.21.
- [7] Boëlle, A. (1997), *Validation D’un Modèle À Deux Fluides Appliqué À la Simulation Des Lits Fluidisés Denses.*, Ph.D. thesis, Université Paris VI.
- [8] Borée, J., Ishima, T., and Flour, I. (2001), “The Effect of Mass Loading and Inter-Particle Collisions on the Development of the Polydispersed Two-Phase Flow Downstream of a Confined Bluff Body”, *J. Fluid Mech.*, **443**, pp. 129–165.
- [9] Boussinesq, J. (1877), “Théorie de L’écoulement Tourbillonnant”, *Mem. Pre. Par. Div. Sav.*, **23**.
- [10] C., Vit (1999), “Modélisation Eulérienne D’écoulements Turbulents Diphasiques Gaz-Solides Présentant Une Granulométrie Étendue de la Phase Dispersée”, *Thèse*.

- 
- [11] Campbell, C.S. (1989), “The Stress Tensor for Simple Shear Flows of a Granular Material”, *J. Fluid Mech.*, **203**, pp. 449–473.
- [12] Carnahan, N.F. and Starling, K.E. (1969), “Equations of state of nonattracting rigid spheres”, *J. Chem. Phys.*, **51**, pp. 635–636.
- [13] Chapman, S. and Cowling, T. G. (1970), *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 3rd edition.
- [14] Chen, C. P. (1985), “A Turbulence Closure Model for a Dilute Gas-Particle Flows”, *Can. J. Chem. Eng.*, **63**, p. 349.
- [15] Chen, R.H., Driscoll, J.F., Kelly, J., Namazian, M., and Scheffer, R.W. (1990), “A Comparison of Bluff-Body and Swirl-Stablized Flames.”, *Combust. Sci. Tech.*, **71**, pp. 197–217.
- [16] Clelland, R. and Hrenya, C.M. (2002), “Simulation of a binary-sized mixture of inelastic grains in rapid shear flow.”, *Phys. Rev. E*, **65**, pp. 1–9.
- [17] Compte-Bellot, G. (1965), “Écoulement Turbulent Entre Deux Parois Parallèles”, *Publicationsscientifiques et techniques du ministère de l’air*.
- [18] Dahler, J.S. and Sather, N.F. (1963), “Transport Properties of Polyatomic Fluids, a Dilute Gas of Perfectly Rough Spheres”, *J. Chem. Physics*, **38**, pp. 2363–2382.
- [19] Daly, B.J. and Harlow, F.H. (1970), “Transport Équations in Turbulence”, *The Physics of Fluids*, **13**, pp. 2634–2649.
- [20] de Groot, J. H. (1967), *Proc. Intern. Symp. Fluidization*, Netherlands University Press, Amsterdam.
- [21] Delhayé, J.M. (1974), “Jump Condition and Entropy Sources in Two-Phase Flow Systems. Local Instant Formulation”, *Int. J. Multiphase Flow*, **1**, pp. 395–409.
- [22] Delhayé, J.M. (1981), *Thermohydraulics of Two-Phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering*, Hemisphere Publishing Corporation, Édition McGraw-Hill, New York.
- [23] Deutsch, E. (1992), *Dispersion de Particules Dans Une Turbulence Homogène Isotrope Stationnaire Calculée Par Simulation Numérique Directe Des Grandes Échelles.*, Ph.D. thesis, Ecole Centrale de Lyon.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [24] Deutsch, E. and Simonin, O. (1991), “Large Eddy simulation applied to the motion of particles in stationary homogeneous fluid turbulence.”, *ASME-FED. Turbulence Modification in Multiphase Flow*, **110**, pp. 35–42.
- [25] Ding, J. and Gidaspow, D. (1990), “A Bubbling Fluidization Model Using Kinetic Theory of Granular Flow”, *AIChE Journal*, **36**, pp. 523–538.
- [26] Drew, D.A. (1983), “Mathematical Modelling of Two-Phase Flow”, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **15**, pp. 261–291.
- [27] Elghobashi, S. E. and Abou-Arab, T. W. (1983), “A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flow”, *Phys. Fluids*, **26**, p. 931.
- [28] Enwald, H., Peirano, E., and Almstedt, A.E. (1996), “Eulerian Two-Phase Flow Theory Applied to Fluidization”, *Int. J. Multiphase Flow*, **22**, pp. 21–66, supplement.
- [29] Fede, P. (2004), *Modélisation et Simulation de L’influence de la Turbulence sur Les Collisions Dans Les Écoulements Mono- et Bi-Solides.*, Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [30] Feitosa, K. and Menon, N. (2002), “Breakdown of energy equipartition in 2d binary vibrated granular gas.”, *Phys. Rev. Lett.*, **88**, pp. 1–4.
- [31] Galvin, J.E., Dahl, S.R., and Hrenya, C.M. (2005), “On the role of non-equipartition in the dynamics of rapidly flowing granular mixtures.”, *J. Fluid Mech.*, **528**, pp. 207–232.
- [32] Geldart, D. (1973), “Types of Gaz Fluidization”, *Powder Tech.*, **7**, p. 285.
- [33] Gidaspow, D. (1994), *Multiphase Flow and Fluidization*, Academic Press.
- [34] Gobin, A., Neau, H., Simonin, O., Llinas, J., Reiling, V., and Selo, J. (2001), “Numerical simulation of a gas-phase polymerisation reactor”, *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS*, **23**.
- [35] Goldschmidt, M. J. V., Kuipers, J. A. M., and Van Swaaij, W. P. M. (2001), “Hydrodynamic Modelling of Dense Gas-Fluidised Beds Using the Kinetic Theory of Granular Flow : Effect of Coefficient of Restitution on Bed Dynamics”, *Chem. Eng. Sc.*, **56**, pp. 571–578.
- [36] Gore, R. A. and Crowe, C. T. (1989), “Effect of Particle Size on Modulating Turbulent Intensity”, *Int. J. Multiphase Flow*, **15**, pp. 279–285.

- 
- [37] Gourdel, C. (1999), *Modélisation et Simulation de Melanges Binaires de Particules En Interaction Avec un Champ Fluide Turbulent Pour L'application Aux Lits Fluidisés Circulants.*, Ph.D. thesis, Université de Technologie de Compiègne.
- [38] Gourdel, C., Simonin, O., and Brunier, E. (1998), “Modelling and Simulation of Gas-Solid Turbulent Flows with a Binary Mixture of Particles”, *3rd International Conference on Multiphase Flow*.
- [39] Grace, J. R. and Sun, G. (1991), “Influence of Particle Size Distribution on the Performance of Fluidized Bed Reactors”, *Can. J. Chem. Eng.*, **69**, p. 1126.
- [40] Grad, H. (1949), “On the Kinetic Theory of Rarified Gases”, *Comm. Pure and Appl. Math.*, **2 (4)**, pp. 331–407.
- [41] He, J. (1994), *Modelisation Des Écoulements Gaz-Solide En Régime Dilué. Influence Des Collisions Entre Particules et de L'anisotropie de Leur Mouvemnt Fluctuant.*, Ph.D. thesis, Université de Technologie de Compiègne.
- [42] Hishida, K. and Maeda, M. (March 1990), “Turbulent Characteristics of Gas-Solids Two-Phase Confined Jet : Effect of Particle Density”, *5th workshop on two phase flow predictions. Proceedings*, pp. 3–14.
- [43] Hoomans, B. P. B., Kuipers, J. A. M., and Van Swaaij, W. P. M. (1998), “The Influence of Particle Properties on Pressure Signals in Dense Gas-Fluidised Beds : A Computer Simulation Study.”, *World Congress on Particle Technology*.
- [44] Hoomans, B.P.B., Kuipers, J.A.M., Briels, W.J., and Van Swaaij, W.P.M. (1996), “Discrete Particle Simulation of Bubble and Slug Formation in a Two-Dimensional Gas-Fluidized Bed : A Hard Sphere Approach”, *Chem. Eng. Sci.*, **51**, pp. 99–108.
- [45] Hoomans, B.P.B., Kuipers, J.A.M., and Van Swaaij, W.P.M. (2000), “Granular Dynamics Simulation of Segregation Phenomena in Bubbling Gas-Fluidised Beds”, *Powder Tech.*, **109**, pp. 41–48.
- [46] Huilin, L., Gidaspow, D., and Manger, E. (2001), “Kinetic theory of fluidized binary granular mixtures.”, *Phys. Rev. E*, **64**, pp. 1–8.
- [47] Huilin, L., Wenti, L., Rushan, B., Lidan, Y., and Gidaspow, D. (2000), “Kinetic theory of fluidized binary granular mixtures with unequal granular temperature.”, *Physica A*, **284**, pp. 265–276.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [48] Iddir, H. and Arastoopour, H. (2005), “Modeling of multitype particle flow using the kinetic theory approach.”, *Part. Tech. Fluidization.*, **51**, pp. 1620–1632.
- [49] Ishima, T., Bor Ee, J., Fanouill Ere, P., and Flour, I. (2000), “Experimental Analysis of a con Ned Bluff-Body Flow Laden with Polydispersed Solid Particles.”, *Selected Papers of Ninth Intl Symp. on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics*.
- [50] Jenkins, J. T. and Mancini, F. (1987), “Balance Laws and Constitutive Relations for Plane Flows of a Dense Binary Mixture of Smooth, Nearly Elastic Circular Disks”, *J. Appl. Mech.*, **54**, pp. 27–34.
- [51] Jenkins, J.T. and Savage, S.B. (1983), “A Theory for the Rapid Flow of Identical, Smooth, Nearly Elastic, Spherical Particles”, *J. Fluid Mech.*, **130**, p. 187.
- [52] Jenkins J.T., Richman M.W. (1985), “Grad’s 13-Moment System for a Dense Gas of Inelastic Spheres”, *Arch. Ratio. Mech. Anal.*, **87**, pp. 355–377.
- [53] Kim, H. S. and Arastoopour, H. (1995), “Simulation of FCC Particles Flow Behavior in a CFB Using Modified Kinetic Theory”, *Can. J. Chem. . Eng.*, **73**, p. 603.
- [54] Kunii, D. and Levenspiel, O. (1991), *Fluidization Engineering*, Butterworth-Heinemann Series in Chemical Engineering.
- [55] Lance, M., Marié, J.L., and Bataille, J. (1991), “Homogeneous Turbulence in Bubbly Flows”, *Journal of Fluids Engineering*, **113**, pp. 295–300.
- [56] Lathouwers, D. and Bellan, J. (2000), “Modeling and Simulation of Bubbling Fluidized Beds Containing Particle Mixtures”, *Proc. Comb. Inst.*, **28**, pp. 2297–2304.
- [57] Launder, B.E (1989), “Second-Moment Closure ; Present... and Future ?” , *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **10**, pp. 282–300.
- [58] Launder, B.E., Reece, G.J., and Rodi, W. (1975), “Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure” , *J. Fluid Mech.*, **68**, pp. 537–568.
- [59] Laviéville, J. (1997), *Simulations Numériques Directes et Modélisation Des Interactions Entre L’entraînement Par la Turbulence et Les Collisions Interparticulaires En Écoulements Gaz-Solide.*, Ph.D. thesis, Université de Rouen.
- [60] Lavieville, J., Deutsch, E., and Simonin, O. (1995), “Large Eddy simulation of interactions between colliding particles and homogeneous isotropic turbulence field.”, *ASME-FED. Gas-Particle Flow*, **228**, pp. 347–357.

- 
- [61] Lun, C. K. K. and Savage, S. B. (1987), “A Simple Kinetic Theory for Granular Flow of Rough, Inelastic Spherical Particles”, *J. Appl. Mech.*, **57**, p. 47.
- [62] Lun, C.K.K. and Savage, S.B. (1986), “The Effects of an Impact Dependent Coefficient of Restitution on Stresses Developed by Sheared Granular Materials”, *Acta Mech.*, **63**, pp. 15–44.
- [63] Lun, C.K.K., Savage, S.B., Jeffrey, D.J., and Chepuruiy, N. (1984), “Kinetic Theories for Granular Flow : Inelastic Particles in Couette Flow and Slightly Inelastic Particles in a General Flowfield”, *J. Fluid Mech.*, **140**, pp. 223–256.
- [64] M., Lance (1979), *Contribution À L'étude de la Turbulence Dans la Phase Liquide Des Écoulements À Bulles*, Thèse Doctoral, Université Claude Bernard, Lyon.
- [65] Mansoori, G.A., Carnahan, N.F., Starling, K.E., and Leland, J. Jr. (1971), “Equilibrium Thermodynamic Properties of the Mixture of Hard Spheres”, *J. Chem. Phys.*, **54**, pp. 1523–1525.
- [66] Mathiesen, V., Solberg, T., and Hjertager, B.H. (2000), “An Experimental and Computational Study of Multiphase Flow Behavior in a Circulating Fluidized Bed”, *Int. J. Multiphase Flow*, **26**, pp. 387–419.
- [67] Mathiesen, V., Solberg, T., Manger, E., and Hjertager, B.H. (1997), “Modelling and Predictions of Multiphase Flow in a Pilotscale Circulating Fluidized Bed”, *Circulating Fluidized Bed Technology*, **V**.
- [68] Ouyang, J. and Li, J. (1999), “Discrete Simulations of Heterogeneous Structure and Dynamic Behaviour in Gas-Solid Fluidisation.”, *Chem. Eng. Sci.*, **54**, pp. 5427–5440.
- [69] Rasul, M. G., Rudolph, V., and Carsky, M. (1999), “Segregation Potential in Binary Gas Fluidized Beds”, *Powder Technol.*, **103**, p. 175.
- [70] Rhie, C.M. and Chow, W.L. (1983), “Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing-Edge Separation”, *AIAA Journal*, **21**, pp. 1525–1532.
- [71] Rodi, W. (1980), “Turbulence Models and their Application in Hydraulics”, *State-of the art paper*, iAHR-Section on fundamentals of division II : Experimental and Mathematical Fluid Dynamics, Delft.
- [72] Savage, S.B. and Sayed, M. (1984), “Stresses developed by dry cohesionless granular materials sheared in annular shear cell.”, *J. Fluid Mech.*, **142**, pp. 391–430.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [73] Scheffer, R. W., Namazian, M., and Kelly, J. (1994), “Velocity Measurements in Turbulent Bluff-Body Stabilized Flows.”, *AIAA J.*, **32**, pp. 1844–1851.
- [74] Simonin, O. (1991), “Modélisation Numérique Des Écoulements Turbulents Diphasiques À Inclusions Dispersées”, *Ecole de printemps de mécanique des fluides numériques*.
- [75] Simonin, O. (26-26 Juin 1991), “Second-Moment Prediction of the Dispersed Phase Turbulence in Particle-Laden Flows”, *Proc. 8th Int. Symp. on turbulent shear flows*, p. (Rapport EDF HE 44/91.24).
- [76] Simonin, O. (January 29-February 2 1996), “Combustion and Turbulence in Two-Phase Flows”, *Continuum modelling of dispersed two-phase flows*.
- [77] Simonin, O., Deutsch, E., and Boivin, M. (1995), *Comparison of Large Eddy Simulation and Second Moment Closure of Particle Fluctuating Motion in Two-Phase Turbulent Shear Flow.*, Springer-Verlag.
- [78] Simonin, O. and Viollet, P.L. (1990), “Modelling of Turbulent Two-Phase Jets Loaded with Discrete Particles”, *Phase-interface Phenomena in Multiphase Flow*, pp. 259–269.
- [79] Sinclair, J. L. (1997), *Hydrodynamic Modelling Circulating Fluidized Beds*, Blackie London.
- [80] Tsuji, Y., Kawaguchi, T., and Tanaka, T. (1993), “Discrete Particle Simulation of Two-Dimensional Fluidised Bed.”, *Powder Technol.*, **77**, pp. 79–87.
- [81] Tsuo, Y. P. and Gidaspow, W. (1990), “Computation of Flow Patterns in Circulating Fluidized Beds”, *AIChE J.*, **36**, p. 885.
- [82] Van Wachem, B.G.M, Schouten, J.C., Van Den Bleek, C.M., Krishna, R., and Sinclair, J.L. (2001), “CFD Modeling of Gas-Fluidized Beds with a Bimodal Particle Mixture”, *AIChE Journal*, **47**(6), pp. 1292–1302.
- [83] Viollet, P.L. (1985), “The Modelling of Turbulent Recirculating Flows for the Propose of Reactor Thermal-Hydraulic Analysis”, *Nuclear engineering and design*, **99**, pp. 365–377.
- [84] Vit, C. (1999), *Modélisation Eulerienne d’écoulements turbulents diphasiques gaz-solides présentant une granulométrie étendue de la phase dispersée.*, Ph.D. thesis, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

- [85] Wen, C. Y. and Yu, Y. H. (1966), “Mechanics of Fluidization”, *Chem. Eng. Progr. Symp. Ser.*, **62**, p. 100.
- [86] Wu, S. Y. and Baeyens, J. (1998), “Segregation by Size Difference in Gas Fluidized Beds”, *Powder Technol.*, **98**, p. 139.
- [87] Zamankhan, P. (1995), “Kinetic Theory of Multicomponent Dense Mixtures of Slightly Inelastic Spherical Particles”, *Phys. Rev. E*, **52**, pp. 4877–4891.



## RESUME EN FRANÇAIS

Les simulations réalisées avec le logiciel *Saturne\_polyphasique@Tlse* ont permis de confirmer la faisabilité de l'approche CFD pour l'étude hydrodynamique des injecteurs et des lits fluidisés denses. Les étapes de validation concernent, d'une part, la mise en oeuvre de l'outil de simulation dans son état actuel pour réaliser des études de validation et de sensibilité des modèles et de comparer les résultats numériques avec les données expérimentales. D'autre part, le développement de nouveaux modèles physiques et leurs implantations dans le logiciel *Saturne* permettra l'optimisation du procédé industriel.

Pour mener cette validation de façon satisfaisante, on aborde des cas de simulations clés, notamment des chambres d'injection, ainsi que la fluidisation d'une colonne. Les calculs numériques ont été comparés avec les données expérimentales disponibles et ont montré une reproductibilité satisfaisante de la prédiction hydrodynamique des écoulements multiphasiques. Les résultats de ces études permettent d'envisager l'insertion des nouveaux modèles et de caractériser la complexité des configurations pour rendre robuste le code.

## ABSTRACT

Simulations carried on the code *Saturne\_polyphasique@Tlse*, allowed to confirm the feasibility of approach CFD for the hydrodynamic study of the injectors and dense fluidized beds. The stages of validation concern, on the one hand, the placement of the tool for simulation in its current state to make studies of validation and sensitivity of the models and to compare the numerical results with the experimental data. In addition, the development of new physical models and their establishments in the code *Saturne* will allow the optimization of the industrial process.

To carry out this validation in a satisfactory way, a key simulation is made, in particular injectors as well as the fluidization of a column composed of solid particles. Numerical calculations were compared with the experimental data available and showed a satisfactory reproducibility of the hydrodynamic prediction of the flows multiple phases. The results of these studies make it possible to consider the insertion of the new models and to characterize the complexity of the configurations to make robust the code.