

# THÈSE

pour l'obtention du titre de

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE  
DE TOULOUSE**

*Spécialité : Dynamique des fluides*

**Laboratoire d'accueil : IFP, Direction Techniques d'Applications Énergétiques**

présentée par

**Benjamin TRUCHOT**

*Sujet de la thèse :*

**DÉVELOPPEMENT ET VALIDATION  
D'UN MODÈLE EULÉRIEN  
EN VUE DE LA SIMULATION DES JETS DE CARBURANTS  
DANS LES MOTEURS À COMBUSTION INTERNE**

*Soutenue le 19 décembre 2005 devant le jury composé de :*

<i>A. CANDEL Professeur à l'École Centrale de Paris</i>	<i>Président</i>
<i>A. BERLEMONT Directeur de recherche, CORIA Rouen</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>R. BORGHI Professeur à l'École Généraliste d'Ingénieurs de Marseille</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>B. BEDAT Maître de Conférence à l'Université Paul Sabatier</i>	<i>Examineur</i>
<i>G. BLOKKEL Ingénieur de recherche, IFP</i>	<i>Examineur</i>
<i>A. BENKENIDA Ingénieur de recherche, IFP</i>	<i>Examineur</i>
<i>J. MAGNAUDET Directeur de recherche, IMFT</i>	<i>Examineur</i>



## Résumé

L'objectif de ce travail est de développer un modèle diphasique eulérien permettant de mieux prédire les jets de carburant dans les moteurs à combustion interne, en particulier la zone dense près des injecteurs. En effet, les modèles lagrangiens utilisés traditionnellement ne sont valables que pour des écoulements dispersés à faible fraction volumique de liquide, ce qui est incompatible avec les technologies moteurs actuelles utilisant une injection directe de carburant dans la chambre de combustion.

Plusieurs approches eulériennes sont disponibles dans la littérature. Les phénomènes physiques se déroulant près de l'injecteur et les caractéristiques de chacune des approches ont permis de retenir un modèle à deux fluides et deux pressions.

La dérivation du modèle a fait apparaître de nombreux termes ouverts : échanges entre phases et corrélations turbulentes. Des fermetures ont été proposées pour chacun de ces termes. La fermeture des termes d'échanges utilise l'hypothèse de gouttes sphériques, tandis qu'une approche RANS est adoptée pour la modélisation des phénomènes turbulents. Ce modèle a été implanté dans le code de calcul 3D de l'IFP, IFP-C3D.

De nombreux tests numériques et de nombreuses validations analytiques (monophasiques et diphasiques) ont ensuite été réalisés afin de s'assurer de l'implantation correcte des équations et de la prédictivité du modèle et des fermetures adoptées. D'autre part, les modifications du modèle de turbulence dans la phase gazeuse ont nécessité des validations supplémentaires aussi bien dans le gaz (écoulement derrière une marche) que dans le liquide (jet cylindrique) avant une validation du modèle complet sur une couche de mélange diphasique.

Enfin, des tests d'injection ont été réalisés dans des conditions similaires à celles des moteurs dans l'objectif de s'assurer de la faisabilité des calculs moteurs à l'aide de l'approche eulérienne développée d'une part, et de la compatibilité du modèle avec le calcul moteur (prise en compte de mouvement de parois : piston, soupapes) d'autre part.

**Mots clefs** : eulérien, écoulement diphasique, modèle à deux fluides, injection, RANS, loi d'état

## Abstract

The objective of this work is to develop an eulerian two phase model to improve the prediction of fuel injection in internal combustion engines, particularly the dense liquid zone close to the nozzle. Lagrangian models, usually used in engine simulations, are based on the assumption of dispersed two phase flows with low liquid volume fraction, which is not fulfilled in the case of direct injection engine technology.

Different eulerian approaches are available in the literature. Physical phenomena that occur near the nozzle and characteristics of each model lead to the choice of a two fluids two pressures model.

Several open terms appear in the equations of the model : exchange between the two phases and turbulent correlations. Closures of exchange terms are based on the spherical droplets hypothesis while a RANS approach is adopted to close turbulent correlations. This model has been integrated in the IFP CFD code, IFP-C3D.

Several numerical tests and analytical validations (for single and two phase flows) have been then carried out in order to check the correct implementation of equations and the predictivity of the model and closures. Modifications in the turbulent model of the gas have required validations in both the gas phase (flow behind a sudden enlargement) and the liquid phase (pure liquid injection). A two phase mixing layer has been then used to validate the whole model.

Finally, injection tests have been achieved under realistic conditions (similar to those encountered in automotive engines) in order to check the feasibility of engine computations using the developed eulerian approach. These tests have also allowed to check the compatibility of this approach with the specificities of engine simulations (especially mesh movement).

**Key Words** : eulerian, two phase flow, two fluids model, injection, RANS, Equation of state

## Remerciements

Je tiens en tout premier lieu à remercier les membres du jury qui m'ont honoré de leur présence. S. Candel, président de jury, R. Borghi et A. Berlemont, rapporteurs de ce travail, B. Bedat et G. Blokkel.

Je tiens également à exprimer ma reconnaissance à J. Magnaudet qui a su me faire partager son expérience pendant ces trois années, malgré la distance Paris-Toulouse nous séparant.

Je remercie particulièrement A. Benkenida pour m'avoir encadré durant ces trois trop courtes années, pour ses conseils avisés, pour son aide et pour le réconfort apporté dans les moments critiques.

Merci à M. Zolver, tout d'abord pour m'avoir accueilli en stage, pour m'avoir fait découvrir les entrailles de IFP-C3D, pour ses conseils, sa disponibilité. Merci également à C. Habchi pour sa disponibilité et ses conseils.

Je tiens également à remercier l'ensemble du personnel de la direction TAE de l'IFP du deuxième étage des Lauriers M. Miche, A. Albrecht, P. Kopeckni, O. Colin, P. Beard, S. Jay, J. Bobhot, A. Torres, F. Lafossas, A. Kleman, O. Laget et B. Reveille, A. P. Da Cruz, C. Angelberger, S. Henriot et S. Henry pour ces trois ans passés en leur compagnie.

Un grand merci à la population changeante des vaillants thésards du troisième pour les nombreux bons moments partagés sous les toits. Les anciens tout d'abord, un peu de respect tout de même. Thierry, dont le vaillant PC a failli de nombreuses fois périr au combat, Mourad, dont les plans resto (le petit couscous du 15<sup>ème</sup> ...) sont mémorables, Vincent qui est à la LES ce que Jordan est au Basket et JB, dont la bonne humeur égayait notre étage. Les petits jeunes, Gilles, LA star du troisième, supporter Marseillais avant tout, merci Gilles pour ces informations sportives toujours fraîches, voir un peu trop (Drogba de retour à l'OM, l'OM champion d'Europe en 2005, 2006, 2007, 2008 ...) Gaetan, ardent défenseur de nos amis motards et jongleur de code, Cedric et Jeremy, avec qui la coopération a été de trop courte durée, Dorothée, petite note féminine au milieu de tout ça, ça doit pas être facile tous les jours, Fabrice, Star du foot du jeudi midi, Olivier, Ouafae, Xuan, Juliette, ...

Je tiens à remercier plus particulièrement les deux compères de ces trois ans : Venu d'Inde pour révolutionner les moteurs Diesel, ayant apporté dans ses bagages bonne humeur et gâteaux indiens, Ganesan et, l'homme au T-shirt rouge marqué d'un cheval cabré qui essaie d'utiliser la LES pour transformer sa 205 GTI en Ferrari Enzo, Stéphane.

Pour finir, je remercie Armelle pour son soutien quotidien au cours de ces trois années, son aide dans les moments difficiles et pour bien d'autres choses encore.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>iv</b>
<b>Notations</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
Intérêts et contraintes de la CFD dans les moteurs automobiles . . . . .	1
Modélisation lagrangienne et limites de l'approche . . . . .	2
Méthodes lagrangiennes . . . . .	2
Limites de la modélisation lagrangienne . . . . .	2
Objectifs et cadre de la thèse . . . . .	4
Organisation du document . . . . .	5
<b>1 Modélisation eulérienne des écoulements diphasiques</b>	<b>7</b>
1.1 Modèle de mélange . . . . .	7
1.1.1 Méthode de suivi de front, "Front Tracking" . . . . .	8
1.1.2 Les méthodes de suivi en volume . . . . .	9
1.1.3 Bilan . . . . .	13
1.2 Modèle à deux fluides . . . . .	13
1.2.1 Modélisation à deux fluides des lits fluidisés . . . . .	13
1.2.2 Les modèles dédiés aux applications aéronautiques . . . . .	14
1.2.3 Modèles adaptés à la simulation d'ondes de choc . . . . .	15
1.2.4 Conclusions sur les modèles à deux fluides . . . . .	15
1.3 Moteurs automobiles et phénomènes physiques . . . . .	16
1.3.1 Considérations générales . . . . .	16
1.3.2 Moteur Diesel à Injection Directe : DID . . . . .	16
1.3.3 Moteur à Injection Directe Essence : IDE . . . . .	19
1.4 Conclusions et choix du modèle . . . . .	21
<b>2 Etablissement des équations du modèle à deux fluides</b>	<b>25</b>
2.1 Définition de la fonction indicatrice de phase . . . . .	25
2.2 Equations de transport instantanées . . . . .	25
2.2.1 Equation de continuité . . . . .	25
2.2.2 Equation de transport de la fonction indicatrice . . . . .	26
2.2.3 Equation de quantité de mouvement . . . . .	27
2.2.4 Equation de transport de l'énergie interne . . . . .	27
2.2.5 Transport des espèces gazeuses . . . . .	28
2.3 Définition des filtres et des moyennes utilisées . . . . .	28

2.3.1	Introduction de la notion de filtrage spatial . . . . .	29
2.3.2	Définition de la moyenne temporelle . . . . .	29
2.3.3	Notions de grandeurs moyennes et de fluctuations . . . . .	30
2.3.4	Propriétés de la moyenne . . . . .	31
2.3.5	Représentation schématique . . . . .	31
2.4	Equations moyennées du modèle à deux fluides . . . . .	31
2.4.1	Equation de continuité . . . . .	31
2.4.2	Equation de transport de la fraction volumique de liquide . . . . .	33
2.4.3	Equation de quantité de mouvement . . . . .	33
2.4.4	Equation d'énergie . . . . .	35
2.4.5	Equation de transport des espèces gazeuses . . . . .	36
2.4.6	Bilan des opérations de moyenne . . . . .	38
2.4.7	Bilans à l'interface . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Fermeture du modèle à deux fluides</b> . . . . .	<b>41</b>
3.1	Fermeture des termes de transfert de masse et d'énergie . . . . .	41
3.1.1	Evaporation d'une goutte isolée : solution analytique . . . . .	41
3.1.2	Loi du $D^2$ . . . . .	43
3.1.3	Conduction infinie . . . . .	44
3.1.4	Précisions sur l'échange d'énergie à l'interface . . . . .	45
3.2	Equations de quantités de mouvement . . . . .	46
3.3	Revue sur la modélisation de la turbulence dans une approche de type 2-fluides . . . . .	47
3.3.1	Corrélation turbulence liquide - turbulence gazeuse . . . . .	48
3.3.2	Modélisation de la turbulence dans chaque phase . . . . .	48
3.3.3	Modèle $q^2$ - $q_{cd}$ . . . . .	49
3.3.4	Choix d'un modèle de turbulence . . . . .	49
3.4	Description générale du modèle de turbulence adopté . . . . .	50
3.4.1	Quelques remarques préliminaires . . . . .	51
3.4.2	Modèle de longueur de mélange dans la phase liquide . . . . .	52
3.4.3	Modèle $k - \epsilon$ dans la phase continue . . . . .	53
3.5	Modélisation des corrélations turbulentes . . . . .	55
3.5.1	Transport des espèces . . . . .	55
3.5.2	Equation de quantité de mouvement . . . . .	55
3.5.3	Equation d'énergie . . . . .	56
3.6	Modélisation des termes d'échanges turbulents à l'interface . . . . .	57
3.6.1	Termes apparaissant dans l'équation de $k$ . . . . .	57
3.6.2	Terme apparaissant dans l'équation de $\epsilon$ . . . . .	61
3.7	Echanges turbulents de quantité de mouvement . . . . .	61
3.7.1	Relations mathématiques entre grandeurs moyennes et fluctuations . . . . .	62
3.7.2	Modélisation de la dispersion turbulente . . . . .	64
3.7.3	Cas des écoulements dilués . . . . .	64
3.7.4	Cas des écoulements denses . . . . .	66
3.7.5	Discussion . . . . .	68
3.8	Equations moyennées et fermées du modèle diphasique eulérien développé . . . . .	68
3.8.1	Phase gazeuse . . . . .	68
3.8.2	Phase liquide . . . . .	69
3.8.3	Equation de transport de la fraction volumique de liquide . . . . .	70

<b>4</b>	<b>Méthodes et outils numériques</b>	<b>71</b>
4.1	Le code IFP-C3D . . . . .	71
4.1.1	Bref aperçu des modèles physiques . . . . .	71
4.1.2	Résolution numérique . . . . .	72
4.2	Discrétisation des équations, la méthode des volumes finis . . . . .	74
4.2.1	Discrétisation d'une équation de transport . . . . .	74
4.3	Une équation d'état pour la phase liquide . . . . .	75
4.3.1	Présentation de la loi d'état . . . . .	75
4.3.2	Forme isentropique de la loi d'état . . . . .	76
4.3.3	Détermination des paramètres thermodynamiques de la loi d'état . . . . .	78
4.4	Implantation du modèle à deux fluides dans IFP-C3D . . . . .	79
4.4.1	Adaptation de l'algorithme SIMPLE à la phase liquide . . . . .	79
4.4.2	Bilan des modifications pour la phase liquide . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Tests numériques et validations sur des cas académiques laminaires</b>	<b>85</b>
5.1	Tests numériques . . . . .	85
5.1.1	Transport de la fraction volumique de liquide . . . . .	85
5.1.2	Convection d'énergie . . . . .	92
5.1.3	Convection de quantité de mouvement . . . . .	92
5.1.4	Tests numériques sur les termes de diffusion et de pression dans le liquide . . . . .	92
5.1.5	Tests complémentaires . . . . .	95
5.1.6	Conclusions . . . . .	98
5.2	Comparaisons analytiques et validations sur des cas laminaires . . . . .	98
5.2.1	Etablissement d'un écoulement uniforme . . . . .	99
5.2.2	Écoulement de Poiseuille . . . . .	100
5.2.3	Décroissance d'un tourbillon de Green Taylor . . . . .	101
5.2.4	Diffusion de la température . . . . .	103
5.2.5	Test de conservation avec mouvement de maillage . . . . .	106
5.2.6	Conclusions . . . . .	106
5.3	Validations des termes d'échange interfaciaux . . . . .	107
5.3.1	Transfert interfacial de quantité de mouvement . . . . .	107
5.3.2	Équilibre des vitesses gaz-gouttes . . . . .	107
5.3.3	Transfert de masse et d'énergie . . . . .	107
5.3.4	Conclusions . . . . .	109
5.4	Conclusion . . . . .	109
<b>6</b>	<b>Validations du modèle diphasique compressible de turbulence</b>	<b>111</b>
6.1	Validation du modèle de turbulence utilisé dans la phase gazeuse . . . . .	111
6.1.1	Test numérique . . . . .	111
6.1.2	Validation expérimentale, cas de la marche monophasique . . . . .	112
6.2	Validation du modèle de longueur de mélange pour la phase liquide . . . . .	114
6.3	Écoulements turbulents diphasiques . . . . .	119
6.3.1	Validation sur une configuration expérimentale : couche de mélange monophasique . . . . .	119
6.3.2	Validation sur une couche de mélange diphasique . . . . .	121
6.4	Conclusions . . . . .	131

<b>7</b>	<b>Vers les simulations en configuration moteur</b>	<b>133</b>
7.1	Calculs laminaires de faisabilité . . . . .	133
7.1.1	Test à froid . . . . .	133
7.2	Injection en cellule haute pression . . . . .	134
7.2.1	Description physique de l'injection piezo-électrique . . . . .	135
7.2.2	Géométrie et maillage utilisé . . . . .	135
7.2.3	Remarques concernant la taille du trou de l'injecteur . . . . .	137
7.2.4	Angle d'injection . . . . .	139
7.2.5	Entrainement de la phase gazeuse . . . . .	139
7.2.6	Forme du jet et pénétration du liquide . . . . .	139
7.2.7	Résultats numériques . . . . .	142
7.2.8	Résultats expérimentaux . . . . .	142
7.3	Tests de faisabilité sur une configuration moteur . . . . .	142
7.3.1	Géométrie et conditions d'injection . . . . .	146
7.3.2	Simulation sans évaporation . . . . .	146
7.3.3	Prise en compte de l'évaporation . . . . .	146
7.4	Perspectives . . . . .	150
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>157</b>
<b>A</b>	<b>Ecriture des équations du modèle de turbulence dans le cas d'un écoule-</b>	
	<b>ment diphasique</b>	<b>159</b>
A.1	Ecriture de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente . . . . .	159
A.1.1	Equation de transport de l'énergie cinétique du mouvement instantané	159
A.2	Transport de l'énergie cinétique turbulente du mouvement moyen . . . . .	161
A.2.1	Equation de l'énergie cinétique du mouvement fluctuant . . . . .	162
A.3	Fermeture de l'équation de $k$ . . . . .	165
A.3.1	Termes de production . . . . .	165
A.3.2	Terme de diffusion turbulente . . . . .	165
A.3.3	Dissipation turbulente . . . . .	165
A.3.4	Equation de transport de l'énergie cinétique turbulente . . . . .	165
<b>B</b>	<b>Précisions sur les méthodes numériques</b>	<b>167</b>
B.1	La méthode des résidus conjugués . . . . .	167
B.2	Présentation de quelques limiteurs de flux . . . . .	168
	<b>Bibliographie</b>	<b>176</b>



# Liste des figures

1	Représentation schématique d'une portion de maillage pour une simulation Euler/Lagrange. . . . .	3
2	Image instantanée d'un jet Diesel, d'après [1] . . . . .	3
3	Comparaison des résultats de calcul aux mesures expérimentales pour un jet Diesel haute pression, d'après [129] . . . . .	4
1.1	Méthode de suivi de front par introduction de marqueurs, d'après Benkenida [9]. . . . .	8
1.2	Représentation de la notion de maillage mobile proposée par [122]. . . . .	9
1.3	Exemple schématique de reconstruction d'une interface. . . . .	10
1.4	Présentation du fonctionnement des moteurs Diesel à pré-chambre et des moteurs Diesel à injection directe, d'après [55]. . . . .	17
1.5	Représentation d'un bloc d'injection common rail, d'après [55]. . . . .	17
1.6	Représentation d'un injecteur pompe, d'après [55]. . . . .	17
1.7	Représentation en coupe d'une injection multitrou dans un moteur Diesel, d'après [55]. . . . .	18
1.8	Visualisation expérimentale d'une injection Diesel multitrou obtenue par diffusion de Mie [82]. . . . .	18
1.9	Représentation schématique d'un injecteur à swirl. . . . .	19
1.10	Visualisation expérimentale d'une injection IDE (Injecteur à Swirl), d'après [29].	19
1.11	Visualisation expérimentale de la nappe liquide en sortie d'un injecteur piezo-électrique, d'après [29]. . . . .	20
1.12	Les différentes étapes d'un cycle pour un moteur IIE. . . . .	20
1.13	Les différentes étapes d'un cycle pour un moteur IDE en fonctionnement homogène. . . . .	21
1.14	Les différentes étapes d'un cycle pour un moteur IDE en fonctionnement stratifié. . . . .	22
2.1	Représentation schématique des moyennes spatiale et temporelle appliquées au modèle à deux fluides. . . . .	32
3.1	Effet de la présence de particules sur la phase continue en fonction de la fraction volumique de la phase dispersée, d'après [38]. $\tau_d$ : Temps de réponse des particules ; $\tau_k$ : Echelle temporelle de Kolmogorov. . . . .	47
3.2	Représentation schématique d'un jet en sortie d'injecteur dans un moteur Diesel. . . . .	49
3.3	Image expérimentale d'un jet Diesel [80] . . . . .	53
3.4	Représentation schématique d'un jet, présentation de l'épaisseur de vitesse moitié. . . . .	54

4.1	Représentation schématique en 1D de la phase de rezonning. . . . .	73
4.2	Evolution de la masse volumique en fonction de la pression et de la température. . . . .	76
4.3	Représentation des volumes de contrôle pour le calcul des forces s'exerçant sur les faces, d'après [134]. . . . .	82
4.4	Représentation schématique des modifications introduites. En bleu, les équations initialement présentes dans IFP-C3D. Sur fond vert, les équations introduites dans le cadre de ce travail. . . . .	84
5.1	Description géométrique du maillage utilisé. . . . .	86
5.2	Convection horizontale de la fraction $\alpha_l$ , comparaison avec la solution analytique . . . . .	86
5.3	Comparaison des convections entre le gaz et le liquide. . . . .	87
5.4	Champ de vitesse pour le test de convection en rotation solide. . . . .	88
5.5	Rotation solide dans le sens direct d'un carré de fraction volumique. . . . .	89
5.6	Rotation avec déformation dans le sens trigonométrique direct d'un carré de fraction volumique. . . . .	90
5.7	Rotation avec déformation dans le sens horaire, suite du calcul précédent. . . . .	91
5.8	Test de convection pour l'équation d'énergie. . . . .	92
5.9	Test de propagation de la quantité de mouvement du liquide, évolution du champ de vitesse dans le liquide pur. . . . .	93
5.10	Profil de vitesse suivant la diagonale du maillage à $t=1.10^{-3}$ s. . . . .	94
5.11	Vecteurs vitesse pour le liquide. . . . .	94
5.12	Dégénérescence d'un profil de Gresho sous l'effet de la viscosité. . . . .	94
5.13	Diffusion d'une gaussienne de température, comparaison gaz-liquide. . . . .	95
5.14	Test de conservation de la fraction volumique liquide. . . . .	96
5.15	Test de conservation de la fraction volumique liquide. . . . .	96
5.16	Résultats du tests de compression puis étirement. . . . .	97
5.17	Test de conservation de la fraction volumique liquide. . . . .	98
5.18	Test de conservation de la fraction volumique liquide. . . . .	99
5.19	Maillage et conditions aux limites utilisés pour la propagation d'un profil de vitesse. . . . .	100
5.20	Champ de vitesse convergé. . . . .	100
5.21	Champ de pression convergé. . . . .	100
5.22	Maillage et conditions aux limites utilisés pour le test analytique : Ecoulement de Poiseuille. . . . .	101
5.23	Champ de vitesse convergé. . . . .	101
5.24	Comparaison pression analytique - pression numérique. . . . .	101
5.25	Fonction caractéristique du tourbillon de Green Taylor. . . . .	102
5.26	Maillage et conditions aux limites pour le tourbillon de Green Taylor. . . . .	102
5.27	Conditions initiales imposées pour le test du tourbillon de Green Taylor. . . . .	103
5.28	Comparaison solution analytique-solution numérique. . . . .	104
5.29	Comparaison solution analytique-solution numérique. . . . .	104
5.30	Comparaison solution analytique-solution numérique. . . . .	104
5.31	Comparaison solution analytique-solution numérique. . . . .	104
5.32	Test monodimensionnel de diffusion. . . . .	105
5.33	Test monodimensionned de diffusion. . . . .	105
5.34	Evolution de la temperature minimale et maximale au cours de la résolution. . . . .	105
5.35	Diffusion de la gaussienne tridimensionnelle de température. . . . .	105

5.36	Géométrie utilisée pour le test avec mouvement de maillage. . . . .	106
5.37	Résultat du test avec mouvement de maillage. . . . .	106
5.38	Evolution de la vitesse relative pour $\alpha_l = 0.5$ , soit un diamètre de goutte de $4.92 * 10^{-4}m$ . . . . .	108
5.39	Evolution de la vitesse relative pour $\alpha_l = 0.05$ , soit un diamètre de goutte de $2.28 * 10^{-4}m$ . . . . .	108
5.40	Evolution du carré du diamètre normalisé au cours du temps. . . . .	109
5.41	Evolution de la température de la goutte liquide. . . . .	109
5.42	Evolution du carré du diamètre normalisé au cours du temps. . . . .	110
5.43	Evolution de la température de la goutte liquide. . . . .	110
6.1	Mouvement de maillage, compression et détente adiabatique d'un gaz. . . . .	112
6.2	Représentation du champ de vitesse initiale dans le cylindre. Vue du cylindre par le dessus. . . . .	112
6.3	Evolution de l'énergie cinétique turbulente (ECT) et de sa dispersion sur un cas de compression-détente adiabatique. Comparaison entre la version originale et la nouvelle version du code IFP-C3D. . . . .	113
6.4	Présentation de la géométrie utilisée pour la prédiction de la zone de recirculation derrière une marche ascendante. . . . .	113
6.5	Zone de recirculation obtenue numériquement, $t = 5.6 t_C$ . . . . .	114
6.6	Profil de vitesse selon la direction de l'écoulement sur la paroi supérieure du domaine, $t = 5.6 t_C$ . . . . .	115
6.7	Comparaison des profils d'énergie cinétique turbulente dans la direction transverse de l'écoulement. $x/h = 7.7$ . . . . .	115
6.8	Comparaison des profils d'énergie cinétique turbulente dans la direction transverse de l'écoulement. $x/h = 10.3$ . . . . .	115
6.9	Comparaison des profils d'énergie cinétique turbulente dans la direction transverse de l'écoulement. $x/h = 15.7$ . . . . .	115
6.10	Comparaison des profils de vitesse dans la direction transverse de l'écoulement. $x/h = 5.5$ . . . . .	116
6.11	Comparaison des profils de vitesse dans la direction transverse de l'écoulement. $x/h = 10.7$ . . . . .	116
6.12	Comparaison des profils de vitesse dans la direction transverse de l'écoulement. $x/h = 15.5$ . . . . .	116
6.13	Dispositif expérimental. . . . .	117
6.14	Représentation du maillage, symétrisé par rapport à l'axe $z$ , et de la distribution de la norme de la vitesse en $[m.s^{-1}]$ après convergence du calcul. . . . .	117
6.15	Evolution de la composante axiale de la vitesse suivant l'axe de l'écoulement. . . . .	118
6.16	Profil de vitesse normalisée le long de l'axe et détermination des constantes. . . . .	118
6.17	Evolution de la demi-épaisseur de vitesse. . . . .	119
6.18	Géométrie utilisée pour le calcul de la couche de mélange. . . . .	120
6.19	Définition de l'épaisseur de la couche de mélange. . . . .	121
6.20	Evolution de l'épaisseur de la couche de mélange en fonction de la position axiale pour différents maillages. Comparaison avec les valeurs expérimentales et les résultats obtenus par [87]. . . . .	122
6.21	Maillage ICEM. . . . .	122
6.22	Maillage régulier. . . . .	122
6.23	Maillage raffiné au centre : 1 maille dans l'injecteur. . . . .	122
6.24	Maillage raffiné au centre : 3 mailles dans l'injecteur. . . . .	122

6.25	Géométrie et conditions aux limites pour la couche de mélange diphasique. . . . .	123
6.26	Distribution de la fraction volumique de liquide. . . . .	124
6.27	Distribution de l'énergie cinétique turbulente dans la phase gazeuse. . . . .	124
6.28	Effet du nombre de Schmidt turbulent, valeurs à $x=100$ mm. . . . .	126
6.29	Effet du signe de la constante $C_{\varepsilon_3}$ , valeurs à $x=100$ mm. . . . .	126
6.30	Effet de la constante $C_{\varepsilon_3}$ , valeurs à $x=100$ mm. . . . .	127
6.31	Comparaison des modèles de dispersion turbulente, valeurs à $x=100$ mm. . . . .	128
6.32	Effet du modèle de longueur de mélange, valeurs à $x=100$ mm. . . . .	129
6.33	Profil de fraction volumique de la phase dispersée en $x=100$ mm. . . . .	130
6.34	Profil de fraction volumique de la phase dispersée en $x=150$ mm. . . . .	130
6.35	Profil de fraction volumique de la phase dispersée en $x=200$ mm. . . . .	130
6.36	Effet du modèle de traînée sur le profil de fraction volumique de la phase dispersée, $x=100$ mm. . . . .	132
6.37	Effet du modèle de traînée sur le profil de fraction volumique de la phase dispersée, $x=150$ mm. . . . .	132
6.38	Effet du modèle de traînée sur le profil de fraction volumique de la phase dispersée, $x=200$ mm. . . . .	132
7.1	Champ de fraction volumique de liquide et vecteurs vitesses de la phase gazeuse. $t = 2$ ms. . . . .	134
7.2	Simulation d'un jet liquide laminaire avec prise en compte de l'évaporation. En haut fraction volumique de liquide, en bas fraction massique de carburant. Les vecteurs vitesses du liquide sont représentés en haut, ceux du gaz, en bas. $t = 2$ ms. . . . .	135
7.3	Représentation schématique d'un injecteur piezo-électrique. . . . .	136
7.4	Représentation de la cellule haute pression en coupe verticale. . . . .	137
7.5	Maillage très raffiné avec les dimensions du domaine expérimental. . . . .	138
7.6	Calcul du diamètre du trou d'injection dans le plan horizontal. . . . .	138
7.7	Représentation de l'angle de cône sur le résultat du calcul. . . . .	139
7.8	Vecteur vitesse dans la phase gazeuse. . . . .	140
7.9	Résultats de la simulation à $t = t_i$ , champ de fraction volumique de liquide. . . . .	141
7.10	Evolution du jet liquide au cours du temps pour une injection piézo-électrique dans des conditions réalistes. Champs de fraction volumique liquide et vecteurs vitesses de la phase gazeuse. . . . .	145
7.11	Résultats expérimentaux pour un injecteur piezo-électrique, d'après [29]. . . . .	147
7.12	Géométrie et maillage utilisés pour le test de faisabilité avec mouvement de maillage. . . . .	147
7.13	Maillage utilisé et conditions initiales montrant le mouvement de swirl dans le cylindre, $t = -40$ dV. . . . .	148
7.14	Evolution de la masse contenue dans le cylindre, cas sans évaporation. . . . .	148
7.15	Résultat de l'injection de liquide : iso-surface $\alpha_l = 0.1$ . . . . .	149
7.16	Conditions initiales montrant le mouvement de tumble dans le cylindre, $t = -40$ dV. . . . .	150
7.17	Evolution du champ de fraction volumique de liquide dans le cylindre. . . . .	152
7.18	Evolution du champ de vapeur de carburant dans le cylindre. . . . .	154

# Notations utilisées

## Lettres latines

$A_{nf}$	: Surface de la face $nf$
$C_L$	: Coefficient de portance
$C_p$	: Capacité calorifique à pression constante
$C_v$	: Capacité calorifique à volume constant
$C_{VM}$	: Coefficient de masse virtuelle
$d$	: Diamètre des inclusions sphériques
$D$	: Coefficient de diffusion
$e$	: Energie interne sensible
$f_p$	: Facteur de friction pour la phase $p$ ( $f_p = \frac{16}{Re_p}$ )
$\mathbf{g}$	: Gravité
$h$	: Enthalpie
$k$	: Energie cinétique turbulente
$l_m$	: Longueur de mélange
$\mathbf{M}$	: Terme de transfert de quantité de mouvement entre les phases
$M_{l,ijk}$	: Masse de liquide contenu dans la maille $ijk$
$N$	: Nombre d'inclusions (bulles ou gouttes) dans le volume de contrôle
$\mathbf{n}_k$	: Vecteur normale à l'interface, sortant de la phase $k$
$P$	: Pression
$P_{sat}$	: Pression de vapeur saturante
$q$	: Flux d'énergie
$q_{cd}$	: Covariance des vitesses fluides particules
$Q$	: Rapport de débit entre les phases
$r$	: Rayon des inclusions sphériques (bulles ou gouttes)
$R$	: Constante des gaz parfaits
$\mathbf{s}$	: Tenseur des déformations
$t$	: Instant considéré
$t_C$	: Temps convectif caractéristique
$T$	: Température
$v_{ijk}$	: Volume de contrôle
$\mathbf{V}$	: Vecteur vitesse
$V_i$	: Composante du vecteur vitesse
$V_i'$	: Fluctuation de vitesse
$\mathbf{V}_{nf}$	: Vitesse de la face $nf$
$\mathbf{V}_r$	: Vitesse relative entre les phases
$W$	: Masse molaire
$\mathbf{x}$	: Vecteur position
$Y$	: Fraction massique

## Lettres grecques

$\alpha$	: Fraction volumique de phase
$\Gamma$	: Terme de transfert de masse entre les phases
$\delta_{ij}$	: Symbole de Kronecker
$\delta_I$	: Fonction de Dirac associée à l'interface
$\Delta x$	: Pas de temps utilisé pour la résolution des équations aux dérivées partielles
$\Delta x$	: Pas d'espace utilisé pour la résolution des équations aux dérivées partielles
$\varepsilon$	: Taux de dissipation scalaire
$\lambda$	: Conductivité thermique
$\lambda_e$	: Echelle caractéristique de longueur
$\mu$	: Viscosité dynamique
$\nu$	: Viscosité cinématique
$\rho$	: Masse volumique
$\sigma$	: Tension interfaciale
$\tau$	: Tenseur des contraintes visqueuses
$\tau^{\mathbf{t}}$	: Tenseur de Reynolds
$\tau_d$	: Temps de réponse des particules
$\tau_e$	: Temps turbulent
$\tau_k$	: Echelle temporelle de Kolmogorov
$\tau_r$	: Temps de la turbulence vu par les particules
$\chi$	: Fonction indicatrice de phase
$\omega$	: Rotationnel de vitesse
$\dot{\omega}$	: Taux de réaction (terme source de masse)
$\dot{\Omega}$	: Dégagement de chaleur (terme source d'énergie)

## Indices

$Cc$	: Conditions de référence
$c$	: Valeur pour la phase continue (gazeuse)
$d$	: Valeur pour la phase dispersée (particules)
$g$	: Valeur pour la phase gazeuse
$i, j$	: Direction de l'espace
$I$	: Grandeur à l'interface
$l$	: Valeur pour la phase liquide
$p$	: Valeur pour la phase $p$
$q$	: Valeur pour l'espèce $q$
$s$	: Valeur à l'interface

## Exposants

$A$	: Valeur de la grandeur en fin de phase A
$B$	: Valeur de la grandeur en fin de phase B
$n$	: Valeur de la grandeur à l'instant $n$
$p$	: Valeur prédite (résolution lors de la phase B)

### Nombres sans dimension

$Gr_p$	: Nombre de Grashof	$Gr_p = \frac{8g\rho_m^2 r_s^3 T_\infty - T_s}{\mu_m^2 T_{ref}}$
$Pr$	: Nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\mu C_P}{\lambda}$
$Re_d$	: Nombre de Reynolds particulaire	$Re = \frac{\rho_g V_r d}{\mu_g}$
$Sc$	: Nombre de Schmidt	$Sc = \frac{\mu_g}{\rho_g D}$

### Abréviations utilisées

CFL	: Courant Friedrich Lewy
CFD	: Computational Fluid Dynamics
DID	: Diesel Injection Directe
IDE	: Injection Directe Essence
IIE	: Injection Indirecte Essence
LES	: Large Eddy Simulation
RANS	: Reynolds Averaged Navier Stokes
SGE	: Simulation aux grandes échelles
SND	: Simulation Numérique Directe
VOF	: Volume Of Fluid





# Introduction

La simulation numérique est un outil puissant qui permet de réduire le nombre d'essais nécessaires à l'élaboration d'un nouveau procédé. Ceci est particulièrement intéressant pour les moteurs à combustion interne, pour lesquels les essais au banc coûtent excessivement chers. D'autre part, le développement de nouveaux moteurs est soumis à une double contrainte : diminuer la consommation de carburant et réduire les émissions polluantes. La difficulté de ces objectifs est accrue par les besoins croissants en couple moteur (donc en consommation) liés à l'amélioration du confort des véhicules.

## Intérêts et contraintes de la CFD dans les moteurs automobiles

L'augmentation de la puissance des moyens de calcul ces dernières années a encore accentué l'intérêt de la mécanique des fluides numérique (en anglais, CFD : Computational Fluid Dynamics). En effet, son faible coût, en regard de celui des mesures expérimentales, permet de multiplier les essais numériques. Cela constitue généralement une première étape dans l'élaboration d'un nouveau procédé.

Le fonctionnement des moteurs automobiles actuels pose de nombreux problèmes physique nécessitant une modélisation. Parmi ceux-ci, on peut citer :

- L'injection directe du carburant dans la chambre de combustion. Dans le cas des moteurs Diesel à rampe commune (en anglais common rail), la pression d'injection atteint aujourd'hui 1700 bars.
- Le développement de nouveaux modes de combustion comme le mode CAI (Controlled auto-Ignition) ou le mode HCCI (Homogeneous Charge Compression Ignition) qui nécessitent l'adaptation ou la reformulation des modèles de combustion existants
- L'utilisation des gaz résiduels dans les nouveaux modes de combustion. Ces gaz conduisent à une stratification de composition et de température qu'il faut prendre en compte.
- Les émissions de polluants. Bien que les moteurs soient de plus en plus propres, les normes ne cessent de devenir de plus en plus strictes, ce qui constitue un vrai challenge pour les constructeurs.
- L'utilisation de nouveaux carburants (biocarburants, hydrogène). En effet, ces derniers ont des caractéristiques différentes des carburants classiques, ce qui influence considérablement la formation du mélange et la combustion par la suite.

Le mouvement du piston implique des phénomènes fortement instationnaires qui représente une difficulté supplémentaire dans la modélisation. L'amélioration des modèles physiques permet sans cesse d'augmenter la prédictivité des simulations numériques. Cette étude s'inscrit dans cette perspective d'amélioration en développant un nouveau modèle pour la description écoulements diphasiques dans les moteurs. Ce modèle permettra donc

de simuler l'injection du carburant liquide et son interaction avec le gaz contenu dans la chambre de combustion, en tenant compte des mouvements turbulents.

## Modélisation lagrangienne et limites de l'approche

La modélisation lagrangienne est habituellement utilisée pour décrire les écoulements diphasiques dans les moteurs automobiles. Cette approche, adaptée aux écoulements en phase dispersée diluée (présence d'inclusions sphériques dans une phase continue, pour de faibles fractions volumiques d'inclusions), est utilisée avec succès pour modéliser les moteurs à injection indirecte. Cependant pour des sprays denses (forte fraction volumique de liquide), ces modèles ne permettent pas de décrire avec précision le comportement de la phase liquide, en particulier dans la zone proche du nez de l'injecteur. Cette limitation sera mise en évidence après une brève présentation des méthodes lagrangiennes.

### Méthodes lagrangiennes

La modélisation eulérienne consiste à considérer un élément de volume, et à étudier les flux de particules fluides à travers ce volume. A l'inverse, dans une approche lagrangienne les particules sont suivies dans leur mouvement. Cette seconde méthode peut être utilisée pour la modélisation des écoulements diphasiques. Ainsi, chacune des inclusions contenues dans la phase porteuse est suivie dans son mouvement. Le bilan des forces appliquées sur chaque inclusion (ou particule) permet de calculer, au cours du temps, la trajectoire de la particule. La position de celle-ci est alors connue à chaque instant ; les échanges de masse, d'énergie et de quantité de mouvement pour chacune des inclusions peuvent ainsi être évalués. D'autre part, les phénomènes de coalescence et de rupture sont pris en compte par des sous-modèles physiques.

La figure 1 schématise l'une des contraintes de l'approche lagrangienne, la nécessité d'interpoler les données thermodynamiques et cinématiques. En effet, les grandeurs thermodynamiques (resp. cinématiques) sont calculées au centre des mailles (resp. noeuds du maillage) pour la phase gazeuse et au niveau de chacune des particules pour ces dernières.

### Limites de la modélisation lagrangienne

Comme précisé précédemment les méthodes lagrangiennes sont adaptées aux écoulements à faible fraction volumique de phase dispersée. C'est la principale limitation de ces méthodes, et plus particulièrement pour les nouvelles applications moteurs à injection directe. La figure 2 montre une image expérimentale d'un jet diesel. Cette image a été obtenue en cellule haute pression, avec une pression d'injection de 800 bars dans un gaz à 1100 K. Elle permet de mettre en évidence la présence d'une zone très dense, le coeur liquide, près du nez de l'injecteur.

La mesure des pénétrations liquide et vapeur a été réalisée sur ce test et a permis de comparer les résultats expérimentaux avec les résultats numériques obtenus à l'aide d'un modèle lagrangien. Ces résultats sont présentés sur la figure 3. Ils montrent la difficulté du modèle lagrangien à reproduire à la fois les pénétrations du carburant liquide et de sa phase vapeur. En effet, la pénétration de la phase liquide est sur-estimée par le modèle, tandis que la pénétration vapeur est sous-estimée. Ces erreurs dans la prédiction de la pénétration de la vapeur de carburant ont pour conséquence de produire des erreurs dans la prédiction de la distribution de carburant et, par suite, un manque de prédictivité de la combustion et donc

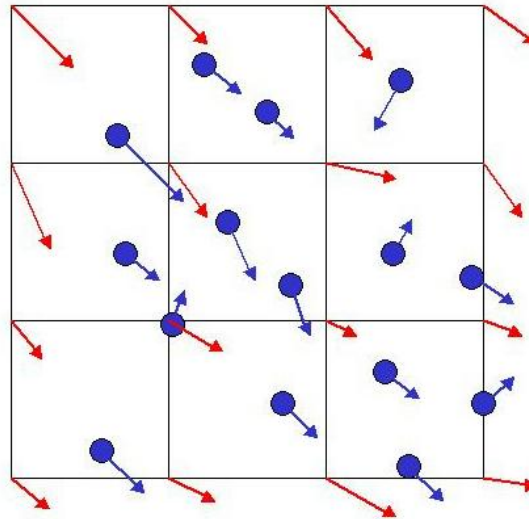


FIG. 1: Représentation schématique d'une portion de maillage pour une simulation Euler/Lagrange.  
La phase dispersée est représentée en bleu, les vitesses de la phase continue sont tracées en rouge.

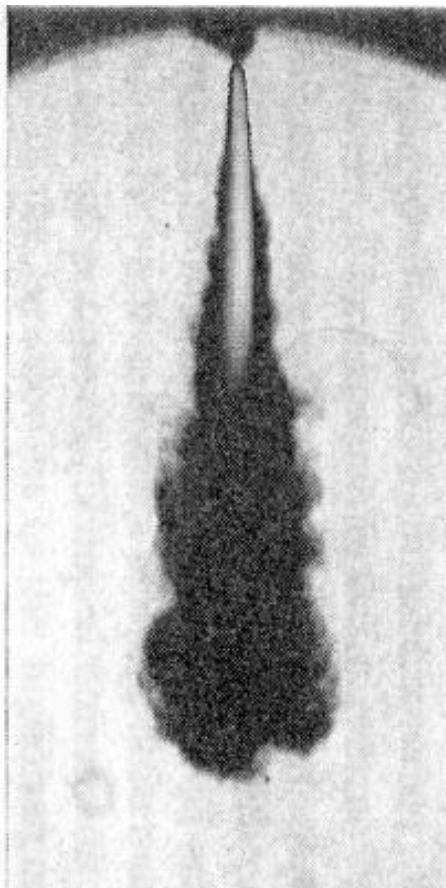


FIG. 2: Image instantanée d'un jet Diesel, d'après [1]

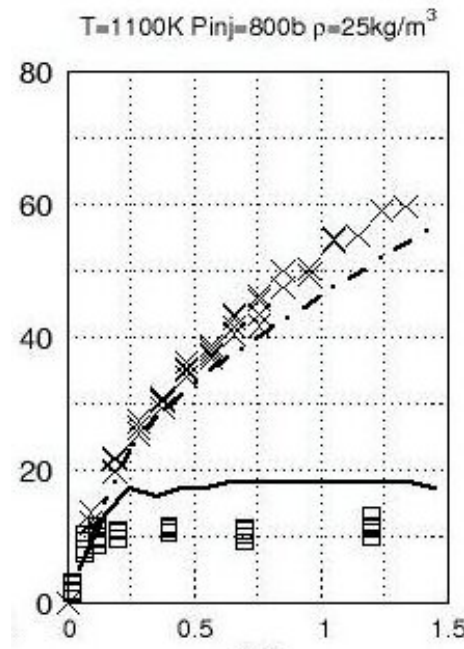


FIG. 3: Comparaison des résultats de calcul aux mesures expérimentales pour un jet Diesel haute pression, d'après [129]

des émissions de polluants qui sont à l'heure actuelle, l'une des préoccupations majeures des constructeurs automobiles. En effet, ces émissions sont soumises à des normes de plus en plus sévères.

Ainsi, afin d'ouvrir de nouvelles perspectives en terme de prédiction des jets liquides, il convient de développer une nouvelle approche pour décrire les écoulements diphasiques dans les moteurs automobiles. Le but de cette étude est d'introduire, dans un code de simulation moteur, une approche eulérienne permettant de surmonter les limitations des méthodes lagrangiennes décrites au paragraphe précédent (faible fraction volumique de liquide). Nous espérons ainsi pouvoir mieux décrire le jet liquide résultant de l'injection directe de carburant dans la chambre de combustion, grâce à :

- une meilleure description de l'écoulement à la sortie de l'injecteur (possibilité de traiter des fractions volumiques de liquide élevées représentative de la réalité physique)
- un couplage plus naturel entre la phase liquide et la phase gazeuse

## Objectifs et cadre de la thèse

Dans le paragraphe précédent, une brève description des méthodes lagrangiennes et de leurs limitations a permis de montrer que ces méthodes présentent un handicap pour la modélisation de la zone dense des jets (près du nez de l'injecteur). La capture des mécanismes physiques se produisant dans cette partie est indispensable à une bonne prédiction de la forme des jets et donc de la distribution du carburant dans la chambre de combustion. Sans cela, il serait impossible de bien prédire les phénomènes de combustion. C'est pourquoi une nouvelle modélisation des jets de carburant doit être envisagée.

Quelques précisions sur les techniques actuelles de simulation moteur et sur les phé-

nomènes à modéliser sont nécessaires. Il existe en mécanique des fluides trois grandes approches :

- les modèles moyennés, couramment appelés RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes),
- la Simulation aux Grandes Echelles (SGE), ou, en anglais, "*Large Eddy Simulation*" (LES),
- la Simulation Numérique Directe (SND), ou, en anglais, "*Direct Numerical Simulation*" (DNS).

La SND n'est pas concevable à l'heure actuelle dans les moteurs automobiles. De nombreux développements sont actuellement en cours avec pour objectif de réaliser des calculs moteurs en LES, par exemple, à l'IFP [84] et [94]. Ces méthodes en plein essor ne sont cependant qu'à l'aube de leur épanouissement et, si elles apparaissent de plus en plus envisageables sur des configurations moteur, plusieurs modèles doivent encore être affiner (modèle de combustion Diesel, ...). D'autre part, l'IFP développe depuis plusieurs années le code moteur IFP-C3D qui permet de réaliser des calculs de cycle complet, tant en configuration essence que Diesel. De plus, l'IFP possède une grande expérience de la modélisation RANS dans les moteurs automobiles. Ainsi, souhaitant introduire le modèle diphasique eulérien dans le code IFP-C3D et profiter de la longue expérience de l'IFP dans ce domaine, nous avons choisit une approche moyennée de type RANS pour les phénomènes turbulents.

La modélisation eulérienne des jets de carburant liquide est très probablement une voie d'amélioration de la prédictivité des calculs. Ce travail a pour but de proposer et d'implanter un tel modèle, adapté à la simulation des jets de carburant liquide dans les moteurs automobiles, dans un code de simulation 3D. Il s'agira d'un modèle RANS compressible, l'hypothèse d'incompressibilité des liquides étant fausse pour les larges plages de variation de pression des jets Diesel. Cependant, tous les phénomènes liés à l'atomisation, à la coalescence et aux interactions entre le jet et les parois ne sont pas considérés et sortent par conséquent du cadre de ce travail. Cela peut paraître contradictoire, surtout que ces phénomènes jouent un rôle fondamental dans les moteurs automobiles. Mais il faut se fixer un objectif raisonnable pour ce travail qui constitue la première expérience à l'IFP en vue du développement d'un modèle diphasique eulérien applicable à la problématique moteur. Ainsi, le modèle développé dans ce travail sera plus particulièrement ciblé sur la modélisation de la zone de liquide dense en sortie de l'injecteur.

## Organisation du document

Ce travail de modélisation des écoulements diphasiques par une approche Euler/Euler est la première étape d'un travail de plus grande envergure mené à l'IFP. Ce travail consiste à introduire un modèle diphasique dans un code de simulation moteur. La présentation du travail qui a été réalisé est décrite de la façon suivante. Dans un premier temps, chapitre 1, un aperçu bibliographique des modèles diphasiques eulériens est présenté. En parallèle de cette étude bibliographique, une description des technologies moteurs à injection directe est faite. Cela permettra de déterminer le modèle diphasique eulérien adapté aux écoulements diphasiques dans les moteurs automobiles. La présentation du modèle retenu est réalisée dans le chapitre 2. Ce chapitre permettra également d'écrire les équations moyennées du modèle. De nombreux termes sources apparaissent dans les équations. La modélisation de ces différents termes sources interviendra dans le chapitre 3. L'outil numérique, indispensable à la résolution des équations de la mécanique des fluides, est présenté dans le chapitre 4. Dans ce chapitre, les adaptations du code aux caractéristiques d'un liquide, et de sa loi d'état, seront également discutées. Les trois chapitres suivants décrivent les

différents tests de validations réalisés. Dans le chapitre 5, les premiers tests numériques et de validations sont présentés. Il s'agit alors de s'assurer de l'implantation correcte des équations du modèle dans le code développé à l'IFP-C3D. La validation des modèles de turbulence utilisés est présentée dans le chapitre 6. Enfin, avant de conclure, des tests d'injection en configuration moteur injection directe seront présentés au chapitre 7. L'objectif de ces tests est de montrer la faisabilité de calculs moteurs en utilisant des conditions d'injection réalistes et en considérant le mouvement de maillage.

# Chapitre 1

## Modélisation eulérienne des écoulements diphasiques

La modélisation eulérienne des écoulements diphasiques a fait l'objet de nombreuses études. Ainsi, il existe une grande diversité d'approches permettant de décrire de tels écoulements. L'objet de ce chapitre est de présenter, de manière non exhaustive, les principales études proposées dans la littérature. Deux types d'approche peuvent être distingués, chacune de ces approches pouvant ensuite être déclinée de diverses manières. Les "*modèles de mélange*", qui seront présentés en premier lieu, considèrent l'écoulement diphasique comme un fluide *mélange* dont ils s'attachent à décrire les caractéristiques. Dans une approche de type "*modèle à deux fluides*", à l'inverse, chacune des phases est considérée comme un fluide en écoulement. Il est alors nécessaire de prédire les grandeurs thermodynamiques pour chacune des phases en présence. Lors de la présentation de ces modèles, les avantages et les inconvénients de chaque approche seront détaillés dans le but de déterminer celui qui semble le plus adapté à la problématique de ce travail : l'injection de carburant liquide dans les moteurs automobiles.

Afin de rendre pertinent le choix du modèle qui sera utilisé par la suite, le fonctionnement des moteurs automobiles sera brièvement décrit. L'objet de cette courte section ne sera nullement de décrire le fonctionnement d'un moteur automobile en détail mais plutôt de donner un aperçu général des problématiques auxquelles doivent faire face les constructeurs à l'heure actuelle. Cela permettra de souligner à la fois les caractéristiques technologiques des injecteurs mais aussi les phénomènes physiques qui sont la contrainte régissant le choix du modèle.

A la suite de ces deux sections complémentaires, la confrontation des conclusions de chacune d'elle permettra de déterminer les caractéristiques du modèle diphasique eulérien qui devra être utilisé pour décrire l'écoulement gaz (air)-liquide (carburant injecté) dans un moteur automobile.

### 1.1 Modèle de mélange

La résolution des écoulements diphasiques à l'aide d'un modèle de mélange consiste à ne considérer qu'un seul fluide, mélange des deux phases. Un unique système d'équations est nécessaire. La densité est définie comme une moyenne locale de la masse volumique des deux fluides pondérée par la fraction volumique, de même pour toutes les autres grandeurs cinématiques et thermodynamiques. La plus grande difficulté de ce genre de modèle est liée à la nécessité d'utiliser une équation d'état permettant de décrire un mélange

diphasique. A savoir une équation d'état valable à la fois dans le liquide pur, dans le gaz pur mais aussi et surtout dans le mélange diphasique. Une synthèse des différentes équations d'état existantes est présentée dans [37]. De plus, l'utilisation d'un modèle de mélange pour résoudre un écoulement diphasique implique une hypothèse d'équilibre cinématique et thermodynamique local entre les phases, cela signifie notamment que la vitesse relative entre les phases doit être faible. A l'inverse, l'un des intérêts majeurs de cette catégorie de modèle réside dans l'absence de termes d'échange au niveau de l'interface. Il est cependant important de noter que si un seul système d'équations est résolu, cela implique que seules les grandeurs physiques du mélange sont connues. Ainsi, les vitesses de chacune des phases ne sont pas déterminées.

Si la résolution des équations de transport pour un mélange diphasique est le commun des différents modèles, ceux-ci diffèrent en ce qui concerne la description de l'interface.

### 1.1.1 Méthode de suivi de front, "Front Tracking"

Les méthodes de type "Front Tracking" permettent de suivre l'évolution de l'interface au cours du temps. Pour y parvenir, des marqueurs sont introduits dans l'écoulement au niveau de l'interface, comme cela est présenté sur la figure 1.1(a). Ces marqueurs sont positionnés à l'instant initial au niveau de l'interface puis advectés selon une équation d'évolution résolue à chaque pas de temps. Pour repérer ces marqueurs dans l'espace, Unverdi et Tryggvason [121, 122] proposent d'introduire une fonction  $h(t, x)$  représentant instantanément la distance du marqueur considéré à une surface de référence. Si cette méthode semble intéressante, elle est cependant limitée aux écoulements à deux phases [127]. De plus, ce modèle relativement simple à mettre en œuvre montre rapidement des limitations. En effet, plusieurs marqueurs peuvent, à un instant donné, posséder la même abscisse, figure 1.1(b). Ainsi, il est nécessaire d'introduire une modélisation paramétrique de l'interface avec une abscisse curviligne  $(x(s), y(s))$ .

Si la méthode de suivi de front rend possible le traitement de l'interface en sous maille, des problèmes de concentration de marqueurs, comme par exemple une très faible concentration de marqueurs dans les zones étirées de l'interface, apparaissent. Il serait alors nécessaire d'augmenter dynamiquement le nombre de marqueurs en fonction des variations de la géométrie des interfaces. La solution de ce genre de problème n'a pas encore été trouvée.

Enfin, si cette méthode est assez simple à mettre en œuvre en deux dimensions, son implémentation en trois dimensions est beaucoup moins aisée.

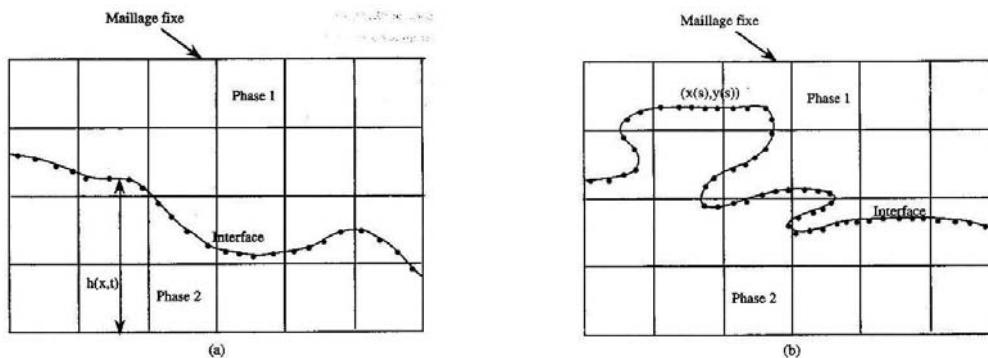


FIG. 1.1: Méthode de suivi de front par introduction de marqueurs, d'après Benkenida [9].  
(a) : avec une fonction distance; (b) avec une représentation paramétrique.

Les avantages et les inconvénients de la méthode de suivi de front sont les suivants :



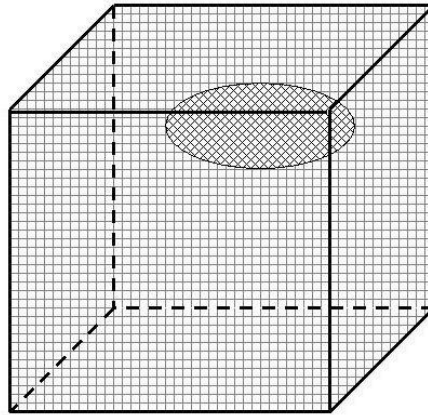


FIG. 1.2: Représentation de la notion de maillage mobile proposée par [122].

- + possibilité de résolution de structures de taille inférieure à la maille,
- + pas de diffusion numérique au niveau de l'interface,
- problèmes de stabilité numérique au niveau de l'interface dus à la discontinuité de certaines grandeurs physiques,
- difficultés dans la simulation de la rupture ou de la coalescence d'interface,
- gestion difficile de la répartition spatiale des marqueurs.

On peut préciser que Unverdi et Tryggvason [122] ont introduit le concept de maillage interfacial. En plus du maillage fixe utilisé pour les grandeurs physiques usuelles, un maillage mobile est attaché à l'interface, figure 1.2, ce qui permet de résoudre certains des problèmes mais la simulation d'interfaces fortement déformables reste difficile.

La méthode de suivi de front a été notamment utilisée par Mulder et al. [85] pour simuler les instabilités de Rayleigh-Taylor et par Chen et al. [22] pour calculer des ondes de choc et des instabilités de type Kelvin-Helmholtz.

### 1.1.2 Les méthodes de suivi en volume

Le fondement de ces méthodes n'est pas un suivi de l'interface au cours du temps mais le suivi de la fraction volumique occupée par la phase considérée. Il est alors possible de distinguer deux approches : avec ou sans reconstruction de l'interface.

#### Les méthodes avec reconstruction d'interface

##### **Les méthodes de type Volume Of Fluid (V.O.F.)**

L'idée fondatrice de ces méthodes fut d'introduire des marqueurs dans l'un des fluides. Ensuite, connaissant la position de ces marqueurs il est directement possible de savoir dans quelle région se trouve le fluide contenant les marqueurs, et donc de reconstruire l'interface. C'est la méthode M.A.C. (Marker And Cell) utilisée par Daly [26,27] et par Amsden [5]. Si cette méthode ne nécessite pas d'algorithme complexe de reconstruction d'interface elle pose cependant un problème quant à la capacité de stockage de la machine utilisée. En effet, de nombreux marqueurs doivent être introduits pour obtenir une reconstruction précise de l'interface. Ce n'est qu'au début des années 80 que Hirt et Nichols [51] proposent de transporter ce qu'ils nomment une "fonction marqueur" pour l'écoulement. A partir des valeurs de cette fonction, ils proposent de reconstruire une interface horizontale ou verticale

dans les cellules où une interface est présente. Cette idée est à la base des méthodes V.O.F.. La particularité de ces dernières consiste à résoudre l'équation d'advection pour la fraction volumique, notée  $\alpha$  :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + V_{m,i} \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} = 0 \quad (1.1)$$

La masse volumique du mélange est alors évaluée par la relation :

$$\rho(x, t) = \alpha(x, t)\rho_1 + (1 - \alpha(x, t))\rho_2 \quad (1.2)$$

La variable  $\mathbf{V}_m$  qui intervient dans le transport de la grandeur  $\alpha$  est la vitesse du mélange. Cela permet d'obtenir la distribution de la fraction volumique  $\alpha$  au cours du temps. A partir de cette distribution, plusieurs méthodes de reconstruction d'interface peuvent être employées. La plus ancienne est une reconstruction à l'aide de segments verticaux ou horizontaux, comme le proposent Hirt et Nichols [51]. Cependant, il existe à présent des méthodes bien plus précises, comme la méthode CIAM (Calcul d'Interface Affine par Morceaux) décrite par Li et Zaleski [72]. La figure 1.3 représente de façon schématique les résultats obtenus avec chacune de ces méthodes.

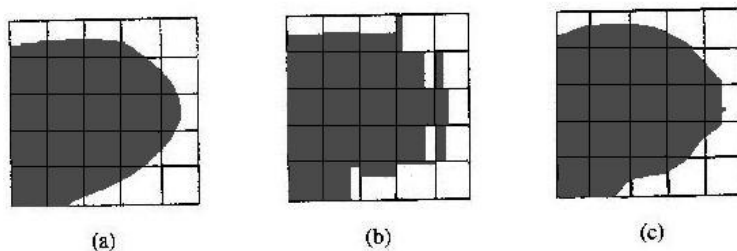


FIG. 1.3: Exemple schématique de reconstruction d'une interface.

(a) : Interface réelle, (b) : Reconstruction par morceau (Hirt et Nichols [51]), (c) : Reconstruction par un algorithme de type CIAM [72], d'après Benkenida [9].

Cependant, ces nouvelles méthodes de reconstruction d'interface utilisent des algorithmes très complexes et gourmands en temps de calcul. En effet, pour reconstruire la forme de l'interface, on ne dispose que de deux informations, à savoir la valeur de la fraction volumique,  $\alpha$ , et la valeur de son gradient,  $\nabla \alpha$ , qui permet d'obtenir la normale. Le raccordement des segments entre les mailles reste ainsi un problème de grande ampleur même si des progrès importants ont été faits depuis les travaux de Hirt et Nichols [51]. On peut citer plus particulièrement la méthode décrite par Li et Zaleski [72] qui consiste à reconstruire l'interface dans la cellule courante par un segment en inspectant les fractions volumiques des cellules voisines. Cependant une limitation de ces méthodes apparaît lorsque l'on veut traiter des inclusions de taille inférieure à la maille. En effet, il est impossible dans ce cas de déterminer l'orientation de la normale. Cela a pour conséquence directe de devoir augmenter le nombre de mailles pour éviter d'avoir à faire face à de telles situations. On pourra trouver de plus amples détails sur la méthode et les algorithmes de reconstruction d'interface dans [71, 72, 73, 127]. On pourra également trouver des exemples d'application de ces méthodes dans l'article de Banerjee et al. [7] qui appliquent cette méthode au remplissage d'un réservoir, ceux de Marcer et Le Gouez [76] et Dieval et al. [32], concernant la cavitation avec le code EOLE développé par PRINCIPIA ou enfin l'article de Lafaurie et al. [70], qui appliquent cette méthode à la fragmentation et la coalescence de gouttes.

### La méthode "Level Set"

Cette méthode est basée sur le même concept que les méthodes de type V.O.F. mais en utilisant cette fois une fonction distance à l'interface  $\Phi$  et non pas une fraction volumique. Cette méthode peut cependant être classée dans les méthodes de suivi en volume car l'équation de transport pour la grandeur  $\Phi$  s'écrit sous une forme similaire à l'équation de transport de la fraction volumique. Cette fonction, supposée régulière et continue est définie par :

$$\begin{cases} \Phi(x, t) < 0 & \text{dans le fluide 1,} \\ \Phi(x, t) = 0 & \text{sur l'interface,} \\ \Phi(x, t) > 0 & \text{dans le fluide 2,} \end{cases}$$

On suppose alors que l'interface se déplace avec les particules fluides, ce qui permet d'écrire une équation de transport de la grandeur  $\Phi$  :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + V_{m,i} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = 0 \quad (1.3)$$

A partir de la distribution spatio-temporelle de cette fonction, on peut reconstruire la masse volumique locale en utilisant une fonction de Heaviside,  $H(\Phi)$  :

$$\rho(\Phi) = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)H(\Phi) \quad (1.4)$$

La définition de la fonction  $H(\Phi)$  s'écrit :

$$\begin{cases} H(\Phi) = 0 & \text{pour } \Phi < 0 \\ H(\Phi) = \frac{1}{2} & \text{pour } \Phi = 0 \\ H(\Phi) = 1 & \text{pour } \Phi > 0 \end{cases}$$

On pourra trouver une description détaillée de cette méthode, appliquée à divers écoulements à bulles, déformation, coalescence, traversée d'une interface, dans les articles de Sussman et al. [117, 118].

Pour conclure sur les méthodes de suivi en volume avec reconstruction d'interface, on peut regrouper leurs avantages et leurs inconvénients dans les points suivants :

- + localisation précise de l'interface,
- difficulté de résoudre les structures de taille inférieure à la maille, ce qui implique d'utiliser un grand nombre de mailles,
- algorithme de reconstruction de l'interface lourd au niveau calcul pour les méthodes de type V.O.F,
- extension en 3D très lourde.

Méthode	Avantages	Inconvénients
Méthodes de suivi de front	Reconstruction précise de l'interface	Instabilité numérique à l'interface Difficulté de simuler la rupture et la coalescence Gestion difficile des marqueurs
Méthodes M.A.C.	Reconstruction aisée de l'interface	Capacité de stockage nécessaire importante Gestion difficile des marqueurs
Méthodes V.O.F.	Localisation précise de l'interface	Difficulté de modélisation des structures de taille inférieure à la maille Algorithmes de reconstruction d'interface gourmands Extension des méthodes de reconstruction difficile en 3D
Méthodes "Level Set"	Localisation précise de l'interface	Difficulté de modélisation des structures de taille inférieure à la maille
Sans reconstruction	Pas d'algorithme complexe de reconstruction Simple à mettre en œuvre	Position exacte de l'interface méconnue Difficulté de conserver des interfaces raides

TAB. 1.1: Comparaison des méthodes de résolution de l'interface dans un modèle de mélange pour un écoulement diphasique.

**Méthodes sans reconstruction d'interface** En suivant Benkenida [9], on peut également nommer ces méthodes "*méthodes de capture de front*". L'idée de ces méthodes est de transporter la fraction volumique définie pour les méthodes V.O.F. mais sans s'attacher à reconstruire l'interface. Si l'on perd une partie de l'information, on se débarrasse en même temps de certaines limitations des méthodes V.O.F., dans la mesure où les algorithmes de reconstruction d'interface ne sont plus utiles. La méthode est donc beaucoup plus simple à mettre en œuvre et moins gourmande en temps de calcul.

La prédictivité de ces méthodes peut ensuite être améliorée en introduisant le concept de densité d'interface. Ce concept, introduit pour la première fois par Ishii [56] en 1975, peut être rapproché du concept de densité de surface de flamme utilisé par la suite dans les modèles C.F.M. (Coherent Flame Model) [75], décrits en 1977. Cette idée a ensuite été reprise par de nombreux auteurs, notamment Vallet [123] et Jay [62].

Pour conclure sur ces méthodes sans reconstruction d'interface, on peut regrouper les avantages et les inconvénients d'une telle modélisation :

- + plus simple à mettre en œuvre car on n'utilise pas d'algorithme de reconstruction d'interface,
- la géométrie et la position exacte de l'interface restent indéterminées,
- nécessité d'utiliser des schémas de discrétisation précis pour l'équation (1.1),
- besoin de traitements spécifiques afin de conserver la raideur des interfaces.

### 1.1.3 Bilan

Le tableau 1.1 regroupe les avantages et les inconvénients des méthodes présentées dans les paragraphes qui précèdent. N'ayant présenté qu'une partie des modèles diphasiques existants, il est difficile d'établir une conclusion. Ainsi, une conclusion générale, regroupant l'intégralité des modèles sera présentée à la suite de la section suivante.

## 1.2 Modèle à deux fluides

Dans les modèles à deux fluides les équations de transport de la mécanique des fluides sont résolues pour chacune des phases. Cette démarche permet de prendre en compte de manière beaucoup plus fine les inhomogénéités cinématiques et thermodynamiques entre les phases. En contrepartie, il est nécessaire d'introduire une modélisation pour de nombreux termes d'échange interfaciaux : termes de transfert de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, auxquels s'ajoutent les corrélations turbulentes pour chacune des phases. Si les fondements du modèle ont été posés par Ishii [56] dès 1975 et repris par Drew et Passman [34] en 1999, de nombreux auteurs ont participé à son amélioration. Ainsi, s'il est impossible de classer les modèles à deux fluides comme cela a été fait pour les modèles de mélange, une répartition en fonction des domaines d'applications est envisageable.

### 1.2.1 Modélisation à deux fluides des lits fluidisés

La modélisation des écoulements diphasiques dans les lits fluidisés denses a fait l'objet de nombreuses études, notamment au Laboratoire National d'Hydraulique (LNH-EDF) [111], dans les années 1990. Ces recherches ont permis le développement du code ASTRID. Dans les lits fluidisés considérés il s'agit de modéliser l'écoulement d'une phase gazeuse chargée en particules solides sphériques. Chacune des phases est supposée incompressible, la pression dans la phase liquide étant supposée égale à celle de la phase gazeuse. L'intérêt principal

de ces modèles est de comporter une description précise des effets de traînée, de dispersion turbulente et de l'influence des particules sur la turbulence de la phase gazeuse [40,108]. La turbulence de la phase continue est décrite par un modèle à deux équations de transport, de type  $k - \epsilon$  incompressible, étendu aux écoulements diphasiques. Afin de traduire l'effet de la présence des particules sur la turbulence de la phase gazeuse, deux grandeurs supplémentaires sont nécessaires. Il convient tout d'abord de prédire l'agitation des particules, sous la forme d'une énergie cinétique d'agitation ( $q_d^2$ ), pour laquelle il est possible de dériver une équation de transport [107]. Afin de modéliser le terme d'échange d'énergie turbulente entre la phase continue et la phase dispersée, il est également nécessaire de déterminer la covariance des vitesses fluides-particules ( $q_{cd}$ ), grandeur pour laquelle il est également possible de dériver une équation de transport [108].

De nombreuses validations de ce modèle ont été réalisées, tant sur des écoulements gaz-particules solides que sur des écoulements gaz-gouttes. Des validations académiques, avec par exemple, l'étude de la dispersion d'un nuage de particules dans une turbulence homogène isotrope (THI) [48], où des comparaisons du modèle de dispersion eulérien avec des résultats de modèles lagrangiens sont présentées. Des validations sur des configurations expérimentales ont également été réalisées. On peut citer, par exemple, la comparaison des résultats obtenus grâce au modèle diphasique eulérien avec les résultats expérimentaux [40] obtenus pour l'évaporation d'un spray vertical descendant de gouttelettes de propanol dans un écoulement co-courant turbulent d'air chaud [115]. On peut également citer les calculs de lits fluidisés effectués par la suite [4], où un écoulement triphasique est considéré. Enfin, des calculs sur des géométries et avec des caractéristiques proche d'une Injection Directe Essence (IDE) ont été réalisés avec ce modèle [116], sans tenir compte des échanges de masse et d'énergie au niveau de l'interface.

## 1.2.2 Les modèles dédiés aux applications aéronautiques

Le modèle diphasique eulérien développé au CERFACS par Kaufmann [65] dans le code AVBP [95] introduit une nouvelle problématique. Dans cette approche, le gaz est compressible tandis que la phase liquide est supposée incompressible. Le modèle comporte ainsi 6 équations de transport (continuité, quantité de mouvement et énergie pour chacune des phases). La fraction volumique de liquide est résolu par l'intermédiaire de l'équation de continuité de cette phase.

Les différents échanges entre les phases sont modélisés en supposant que la phase liquide se présente sous la forme d'inclusions sphériques. Les termes d'échange de masse et d'énergie sont évalués en utilisant la théorie quasi-stationnaire pour une goutte en évaporation [99]. Les échanges de quantité de mouvement ne prennent en compte que la force de traînée en raison du fort rapport de masse volumique entre les deux phases pour les applications considérées.

Une approche basée sur la Simulation aux Grandes Echelles (SGE) est utilisée pour modéliser les phénomènes turbulents dans la phase gazeuse. En ce qui concerne les mouvements fluctuants des particules, l'auteur propose d'introduire une analogie entre ce mouvement fluctuant et le mouvement Brownien des molécules d'un gaz. Ainsi, il introduit la notion de mouvement Quasi-Brownien (QB) pour le terme de vitesse décorrélée (produit des fluctuations de sous-maillages). Une analogie avec les modélisations du tenseur visqueux permet ensuite d'écrire une fermeture pour le tenseur des vitesses décorrélées. Cette fermeture utilise les notions de pression et de viscosité QB, résolues par l'écriture d'une équation de transport pour l'énergie QB.

### 1.2.3 Modèles adaptés à la simulation d'ondes de choc

Une approche différente est proposée par Saurel [102, 100, 104, 101, 103, 105, 106]. En effet, s'intéressant principalement aux problèmes de propagation d'ondes de pression dans les écoulements diphasiques, il est nécessaire de considérer la compressibilité de chacune des phases en présence. Cette approche requiert la résolution de 7 équations de transport (2 équations de continuité, 2 équations de quantité de mouvement et 2 équations d'énergie plus une équation de transport pour la fraction volumique de la phase liquide). Ce système est ensuite fermé en introduisant une loi d'état décrivant le comportement thermodynamique de chacune des phases. La loi d'état des gaz parfaits permet de décrire la phase gazeuse, tandis que la loi des gaz rigides [79] permet de reproduire le comportement thermodynamique d'un liquide.

Cette modélisation précise du comportement thermodynamique de la phase liquide est découplée des notions de turbulence. En effet, les applications traitées (propagation d'ondes de pression) ne nécessitent nullement la prise en compte des quantités turbulentes. A l'inverse, une modélisation fine des termes de relaxation (termes de retour à l'équilibre après le passage d'une onde) revêt une importance considérable. Précisons également que les termes d'échanges de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sont pris en compte dans cette approche.

Enfin, pour ce genre d'approche, des schémas numériques très précis sont indispensables. La solution numérique choisie dans ces approches est basée sur une méthode de Riemann [78], nécessitant l'écriture du système d'équations sous une forme hyperbolique.

### 1.2.4 Conclusions sur les modèles à deux fluides

Les trois approches décrites ci dessus apportent chacune une innovation importante sur un point particulier de la modélisation des écoulements diphasiques. L'approche développée par Saurel et Abgrall [100] introduit une prise en compte de la compressibilité dans chacune des phases. Ainsi la pression de chacune des phases est évaluée à l'aide d'une équation d'état, propre au fluide. Ce modèle implique de résoudre sept équations de transport. A l'inverse, Simonin [108] et Simonin et al. [109] supposent l'égalité des pressions entre la phase dispersée et la phase continue mais étudient en détail les effets de la turbulence sur les particules et l'effet des particules sur la turbulence. Enfin, grâce à une approche de type SGE (Simulation aux Grandes Echelles (en anglais LES : Large Eddy Simulation)), Kaufmann et al. [66] apportent une nouvelle vision. Ils proposent d'introduire une modélisation pour la *Pression Quasi Brownienne (PQB)*, pression induite par le mouvement désordonné des particules de la phase dispersée.

A ces trois approches, s'ajoutent dans la littérature, plusieurs auteurs, comme Berg et al. [11] dont les travaux ont contribué au développement du code FIRE d'AVL, Maroteaux [77] qui utilise un modèle à deux fluides pour décrire l'atomisation d'un film liquide sur une paroi, Miyamoto et Kobayashi [81] qui simulent les sprays d'injecteurs assistés par air, ou enfin Klose et al. [68] qui appliquent ce modèle à la combustion dans une chambre aéronautique. Cependant, tous ces modèles se retrouvent dans les trois décrits précédemment, tant au niveau des équations qu'au niveau des fermetures. Il est intéressant de préciser ici que pour les applications moteurs faites avec le code FIRE d'AVL [11], un couplage entre la description eulérienne et la description lagrangienne a été introduit. En effet, tandis que l'intérieur de l'injecteur et la zone dense du spray sont décrits par un modèle eulérien, la zone diluée est modélisée par une approche lagrangienne [10, 11]. Une description de cette approche pourra être trouvée dans [91] et [69].

Les deux sections précédentes ont permis de distinguer les caractéristiques mathéma-

tiques et les contraintes des différents modèles diphasiques eulériens disponibles dans la littérature. Les contraintes physiques liées à l'application cible de ce travail, les moteurs automobiles, doivent à présent être décrites. Cela permettra le choix du modèle diphasique le mieux adapté à la modélisation de l'injection du carburant liquide dans ces moteurs.

### 1.3 Moteurs automobiles et phénomènes physiques

Le but de ce travail est de développer un modèle permettant de décrire les phénomènes physiques se produisant près du nez de l'injecteur dans les moteurs automobiles à injection directe. On peut séparer ces moteurs en deux catégories, les moteurs à Injection Directe Essence (IDE) et les moteurs Diesel à Injection Directe (DID). Chacune de ces configurations industrielles possède des caractéristiques qui lui sont propres. Dans cette section, nous allons détailler, dans un premier temps, le principe de fonctionnement général des moteurs à combustion interne, avant de traiter des cas particuliers relatifs à chacune de ces deux familles de moteurs.

#### 1.3.1 Considérations générales

Le but des moteurs à combustion interne est de transformer une énergie potentielle chimique en énergie mécanique. Cette transformation est soumise à plusieurs contraintes, parmi lesquelles on peut retenir :

- le respect des normes anti-pollution,
- les attentes du client en terme de confort de conduite,
- la consommation de carburant la plus faible possible,
- la stabilité des performances dans le temps,
- le coût le plus bas possible.

Afin de respecter ces différentes contraintes, de nombreuses voies d'amélioration sont explorées. Ainsi, de nouvelles technologies apparaissent sans cesse. On peut citer, par exemple, l'évolution de la forme des pistons, la combustion Diesel en fonctionnement homogène (en anglais HCCI :Homogeneous Charge Compression Ignition), l'injection directe, essence et Diesel ... L'objectif de cette thèse est d'améliorer la prédiction des écoulements diphasiques dans les moteurs automobiles, ainsi, nous nous intéresserons plus particulièrement aux technologies moteurs à injection directe.

#### 1.3.2 Moteur Diesel à Injection Directe : DID

Il y a encore quelques années les moteurs Diesel utilisaient des technologies d'injection indirecte. Le carburant était injecté dans une préchambre, qui avait pour rôle de favoriser le mélange et de permettre la combustion. Depuis 1998 et l'arrivée des premiers moteurs Diesel à injection directe, de nombreuses avancées technologiques ont permis d'améliorer ces moteurs. La figure 1.4 montre, à gauche, un moteur Diesel avec préchambre, et, à droite, un moteur Diesel à injection directe.

Les technologies d'injection directe Diesel permettent de diminuer les pertes thermiques, qui sont importantes au niveau de la préchambre, et ainsi, d'améliorer le rendement de ces moteurs. Cependant, de nombreuses contraintes apparaissent dans le cadre des technologies DID.



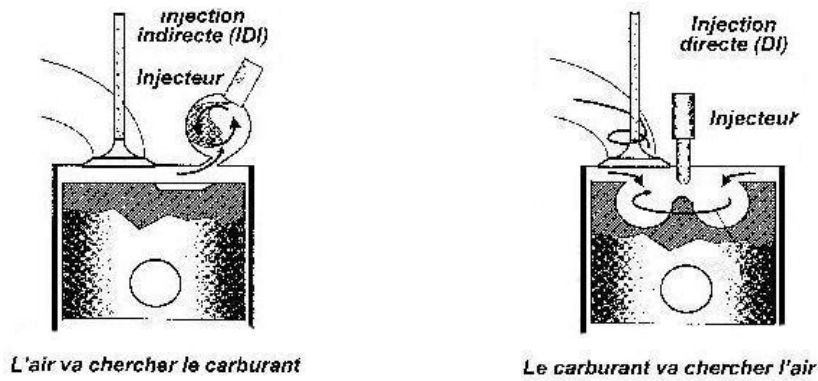


FIG. 1.4: Présentation du fonctionnement des moteurs Diesel à pré-chambre et des moteurs Diesel à injection directe, d'après [55].

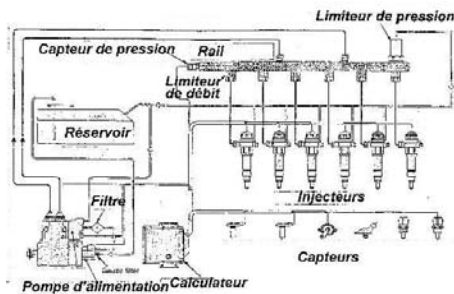


FIG. 1.5: Représentation d'un bloc d'injection common rail, d'après [55].

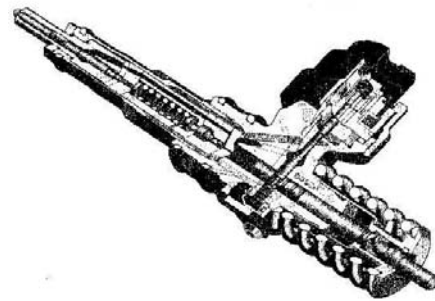


FIG. 1.6: Représentation d'un injecteur pompe, d'après [55].

**Principes de l'injection** La qualité de l'injection dans les moteurs Diesel revêt une importance considérable. En effet, elle doit permettre l'évaporation rapide du jet de carburant et garantir l'obtention du mélange. Ainsi, afin d'obtenir de fines gouttelettes, bien réparties dans la chambre de combustion, les technologies d'injection ne cessent de progresser. Les pressions d'injection dépassent aujourd'hui 2000 bar. Deux technologies différentes permettent d'obtenir de telles pressions : la technologie à rampe commune (en anglais : common rail), figure 1.5, et les injecteurs pompes, figure 1.6. Ces pressions conduisent à de fortes vitesses en sortie de l'injecteur ( $\approx 300 \text{ m.s}^{-1}$ ), ce qui favorise l'éclatement du coeur liquide et permet la formation de gouttelettes de petites tailles ( $\approx 10 \mu\text{m}$ ).

De plus, afin de répartir le carburant dans la chambre de combustion, les injecteurs utilisés sont des injecteurs multitrous (jusqu'à 6 trous). La figure 1.7 représente une coupe schématique d'un injecteur multitrous. L'utilisation des injecteurs multitrous, combinée au fort taux de *swirl* permet un mélange efficace entre l'air et le carburant vapeur. Le taux de swirl est défini comme le rapport :

$$\text{taux de swirl} = \frac{\text{vitesse de rotation de l'air}}{\text{vitesse de rotation du moteur}} \quad (1.5)$$

pour laquelle on utilise l'hypothèse de rotation en bloc. Le terme *swirl* désigne une rotation coordonnée des gaz dans la chambre de combustion. Il ne s'agit pas directement d'un mouvement turbulent. Ce mouvement de *swirl* est généré par la géométrie des conduits d'admission.

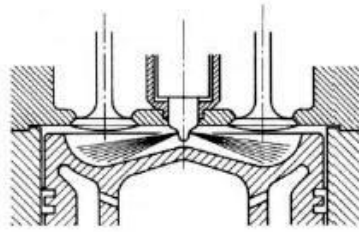


FIG. 1.7: Représentation en coupe d'une injection multitrous dans un moteur Diesel, d'après [55].

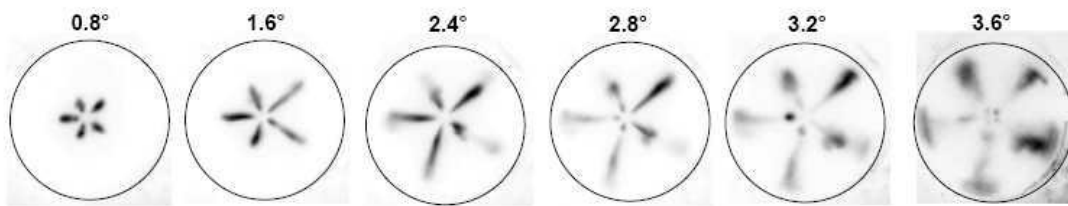


FIG. 1.8: Visualisation expérimentale d'une injection Diesel multitrous obtenue par diffusion de Mie [82].

La figure 1.8, obtenue expérimentalement par diffusion de Mie, montre une injection Diesel multi-trous. Cette figure permet de mettre en évidence l'asymétrie entre les différentes injections ainsi que le développement des jets au cours du temps (les angles donnés ont pour origine ( $t=0$ ) le début de l'injection).

**Combustion dans les moteurs Diesel** L'allumage dans les moteurs Diesel est le résultat des étapes suivantes :

- injection de carburant liquide dans une phase gazeuse échauffée par la compression,
- échauffement et évaporation des gouttelettes de carburant,
- échauffement de la vapeur de carburant jusqu'à la température d'auto-inflammation,
- délai chimique d'auto-inflammation,
- allumage en un point de la périphérie du jet,
- propagation rapide de la flamme dans la zone prémélangée,
- combustion par flamme de diffusion.

La combustion Diesel à injection directe a pour inconvénient majeur de se dérouler à la périphérie des jets liquides, donc dans des zones de fortes richesses, ce qui conduit à l'émission de suies en quantité importante [18]. Le bruit important produit lors de l'auto-inflammation du carburant est également un inconvénient de ces technologies. En effet, lors de l'utilisation d'injecteur multitrous, la quantité de carburant qui s'autoinflamme initialement est plus importante et ainsi, le bruit émis est également plus important.

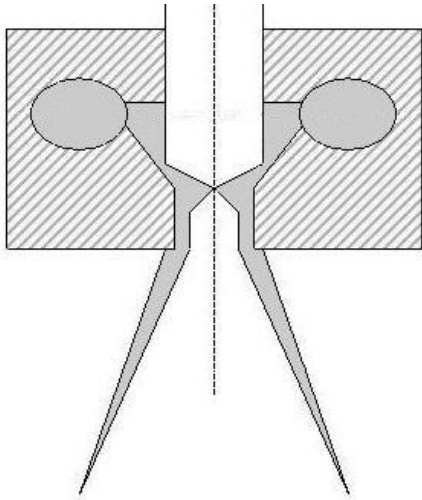


FIG. 1.9: Représentation schématique d'un injecteur à swirl.

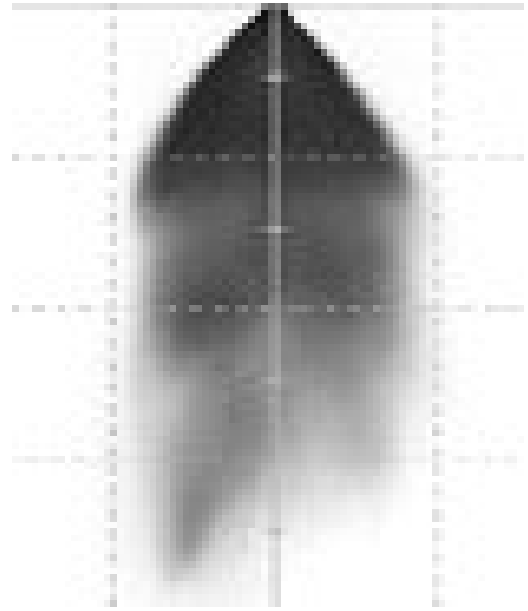


FIG. 1.10: Visualisation expérimentale d'une injection IDE (Injecteur à Swirl), d'après [29].

### 1.3.3 Moteur à Injection Directe Essence : IDE

Si l'injection directe est très fortement utilisée aujourd'hui dans les moteurs Diesel, ce n'est pas le cas pour les moteurs essences, pour lesquels elle reste marginale. Cependant, l'utilisation des technologies d'injection directe dans les moteurs essence peut permettre de diminuer la consommation grâce à un fonctionnement en mélange pauvre en régime de ralenti, avec une richesse globale inférieure à 0.6. Cela passe par une stratification de richesse dans la chambre de combustion [120]. Cependant, des difficultés technologiques sont encore présentes à l'heure actuelle. En effet, si le fonctionnement homogène est réalisable en IDE, le fonctionnement stratifié en régime ralenti n'est pas encore totalement opérationnel.

**Technologies d'injection en moteur à injection directe essence** Le fonctionnement des injecteurs utilisés dans les moteurs IDE diffère de celui des injecteurs utilisés en DID. Deux familles d'injecteurs sont utilisées dans les technologies IDE. Bien que de conceptions différentes, ces deux types d'injecteur génèrent dans la chambre de combustion un cône creux de liquide comme cela sera présenté pour chacun d'eux.

Les injecteurs à swirl constituent la première catégorie d'injecteurs IDE. Une représentation schématique de ce type d'injecteur est donnée par la figure 1.9. Comme le montre cette figure, le jet de carburant prend la forme d'un cône creux. Cela est dû à l'important mouvement de swirl généré dans l'injecteur. La figure 1.10 montre la forme très particulière des jets IDE. Cette image montre, plus particulièrement, la présence de liquide au-delà du cône creux. Cette forme particulière est liée au délai de mise en rotation du liquide dans un injecteur à swirl.

La seconde famille d'injecteurs utilise une commande piézo-électrique pour l'ouverture de l'aiguille. Contrairement aux injecteurs à swirl, l'angle de nappe est atteint sans délai. Cela est mis en évidence par la forme du cône liquide, figure 1.11. En effet, en comparant cette figure à la visualisation d'un cône issu d'un injecteur à swirl, figure 1.10, il apparaît des similitudes et des différences. Tout d'abord, la différence fondamentale est l'absence de

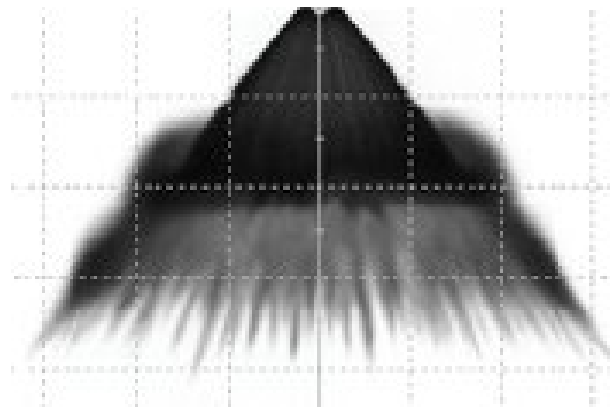


FIG. 1.11: Visualisation expérimentale de la nappe liquide en sortie d'un injecteur piézo-électrique, d'après [29].

pointe de liquide au coeur du cône pour un injecteur piézo-électrique. La structure générale de l'écoulement est quant à elle similaire, le liquide prend la forme d'un cône creux dont l'angle dépend des caractéristiques de l'injecteur.

**Combustion dans les moteurs Essence** La combustion dans les moteurs Essence est une combustion en régime prémélangé, initiée par une bougie. Pour les moteurs à Injection Indirecte Essence (IIE), le carburant est injecté dans la tubulure d'admission, où il s'évapore. L'admission permet ensuite de mélanger l'air et le carburant en phase vapeur, ce qui permet d'obtenir un mélange homogène à l'instant de l'allumage. La figure 1.12 détaille les différentes étapes énoncées ci dessus.

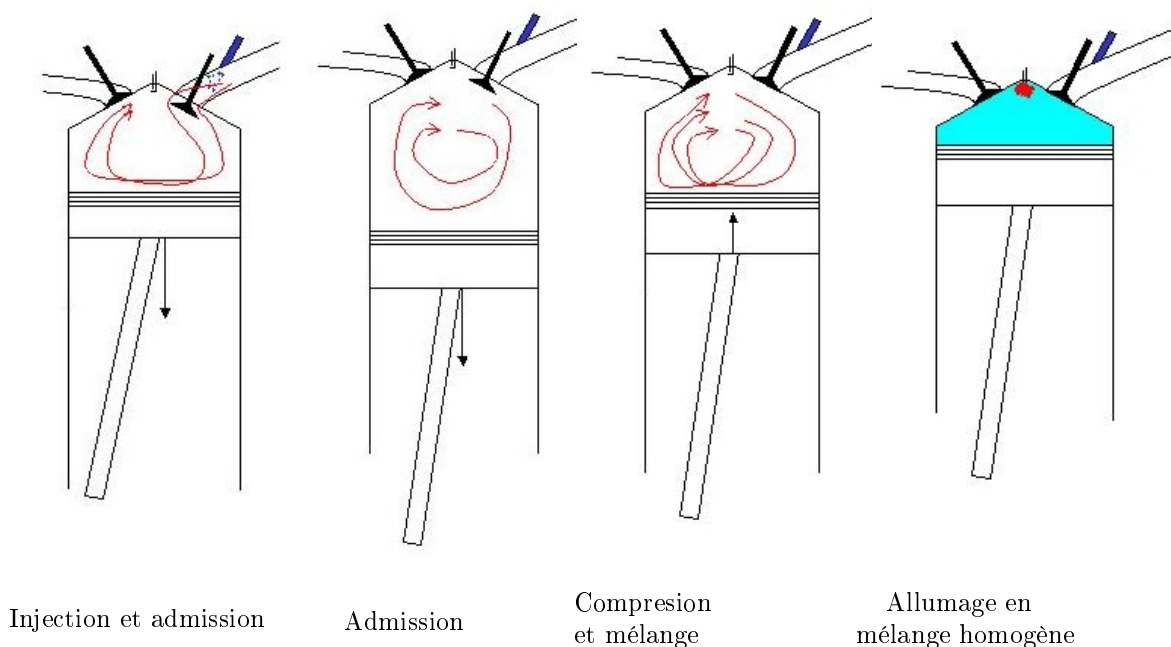


FIG. 1.12: Les différentes étapes d'un cycle pour un moteur IIE.

Le fonctionnement en mode homogène dans les moteurs IDE est proche de celui des moteurs IIE. L'injecteur est cependant localisé dans la chambre de combustion. L'injection est réalisée très tôt dans le cycle, ce qui permet d'obtenir un mélange homogène lors de l'allumage, figure 1.13. Le carburant liquide s'évapore et se mélange pendant les phases d'admission et de compression.

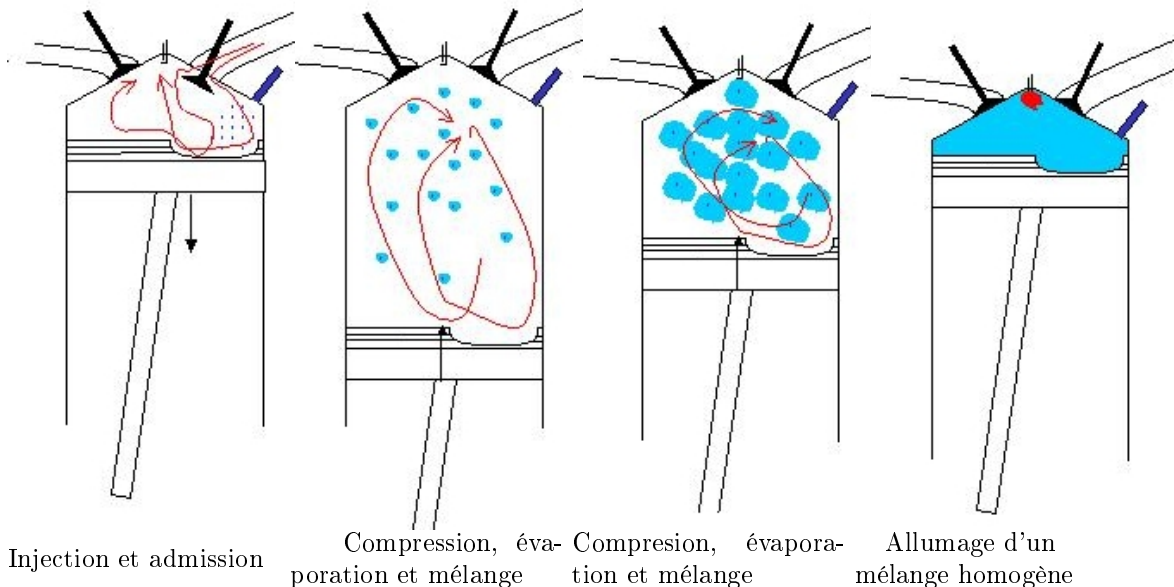


FIG. 1.13: Les différentes étapes d'un cycle pour un moteur IDE en fonctionnement homogène.

Cependant, l'un des intérêts des moteurs IDE est de permettre un fonctionnement en régime stratifié lors des phases de ralenti. Cela permet de diminuer la consommation de carburant, la richesse globale est alors inférieure à 0.6. Pour ce mode de fonctionnement, le carburant est injecté tard dans le cycle, pendant la phase de compression. Cela ne permet pas un mélange suffisant et crée une stratification de richesse dans la chambre de combustion, comme schématisé sur la figure 1.14. La difficulté majeure est alors d'obtenir une richesse suffisante à la bougie pour permettre un allumage satisfaisant (richesse proche de 1) et une bonne stratification pour assurer la propagation de la flamme. Afin de réaliser une stratification efficace de richesse, plusieurs technologies peuvent être utilisées afin de diriger les gouttelettes de carburant vers la bougie. On peut par exemple utiliser une forme de piston étudiée ou encore une position particulière de l'injecteur.

## 1.4 Conclusions et choix du modèle

Les différents modèles proposés dans la littérature pour la résolution des écoulements diphasiques ont été décrits dans ce chapitre. Les modèles de mélange offrent un avantage certain au niveau du nombre des équations à résoudre et au niveau du nombre de termes nécessitant une modélisation présents dans celles-ci. Cependant, ce modèle a pour inconvénient majeur la nécessité d'utiliser une équation d'état valable à la fois dans le gaz et dans le liquide, ce qui pose problème, comme le souligne Dumont [36]. Ces modèles impliquent également l'hypothèse d'homogénéité thermique et cinématique locales entre les phases. Enfin, ils ne permettent pas d'accéder directement aux grandeurs physiques de chacune des phases. Les modèles à deux fluides permettent, à l'inverse, une modélisation plus fine

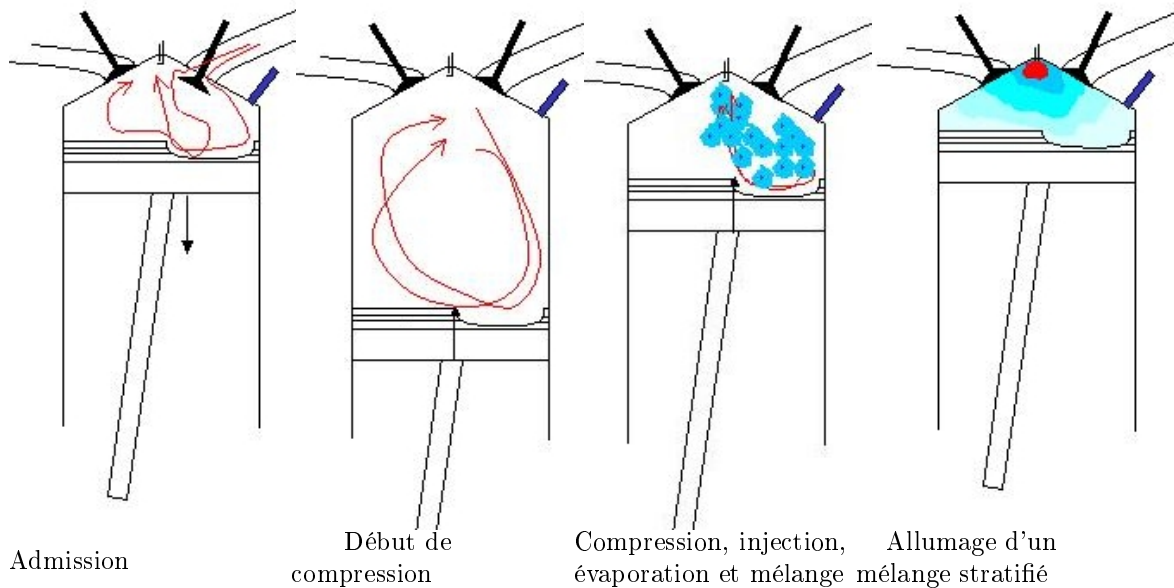


FIG. 1.14: Les différentes étapes d'un cycle pour un moteur IDE en fonctionnement stratifié.

de l'interaction entre les phases en terme de masse, énergie et quantité de mouvement et restent valables dans le cas de forts gradients cinématiques et thermiques à l'interface. Cependant, ces interactions nécessitent la fermeture de plusieurs termes qui apparaissent dans les équations. Cela est résumé dans le tableau 1.2.

Le modèle qui sera développé doit être en adéquation avec la physique de l'injection dans les moteurs automobiles. Ainsi, les fortes inhomogénéités thermiques et cinématiques près du nez de l'injecteur rendent délicate l'utilisation des modèles de mélange. De plus, les approches avec reconstruction de l'interface posent de sérieux problèmes en termes de nombre de mailles à utiliser dans une géométrie réelle. Ainsi, il apparaît légitime d'orienter le choix vers les modèles à deux fluides, mieux adaptés à la modélisation des fortes inhomogénéités près du nez de l'injecteur. De plus, afin de prédire au mieux le comportement de la phase liquide, la compressibilité de cette phase doit être considérée. Le modèle développé est un modèle à deux fluides, moyenné compressible et prenant en compte les aspects turbulents dans chacune des phases. Les deux chapitres suivants traitent successivement de l'écriture des différentes équations du modèle, (chapitre 2) et de la modélisation des différents termes d'échanges interfaciaux et des corrélations turbulentes, (chapitre 3).

Modèle	Avantages	Inconvénients
Mélange	Nombre d'équations raisonnable	Difficulté dans la modélisation de l'interaction phase continue - phase dispersée Equation d'état du mélange Difficulté dans la modélisation des structures en sous-maille Hypothèse d'homogénéité entre les phases
Deux fluides	Une équation d'état par fluide  Interactions entre phases apparaissant directement dans les équations Pas d'hypothèse d'homogénéité	Nombre d'équations plus important Nécessité de fermeture de termes ouverts dus aux échanges entre phases

TAB. 1.2: Comparaison entre modèle de mélange et modèle à deux fluides.





## Chapitre 2

# Etablissement des équations du modèle à deux fluides

### 2.1 Définition de la fonction indicatrice de phase

Soit un écoulement diphasique quelconque dans lequel on repère l'une des phases par l'indice  $p = 1$  et l'autre par l'indice  $p = 2$ . Pour chacune de ces deux phases, on définit une fonction indicatrice de phase  $\chi_p$  :

$$\begin{aligned}\chi_p(\mathbf{x}, t) &= 1 && \text{si la phase } p \text{ est présente au point } \mathbf{x} \text{ à l'instant } t, \\ \chi_p(\mathbf{x}, t) &= 0 && \text{sinon.}\end{aligned}\tag{2.1}$$

On peut écrire pour cette fonction indicatrice de phase, en utilisant la vitesse  $\mathbf{V}_I$  de l'interface, une équation de transport sous la forme :

$$\frac{\partial \chi_p}{\partial t} + V_{I,i} \frac{\partial \chi_p}{\partial x_i} = 0\tag{2.2}$$

où  $V_{I,i}$  est la composante de la vitesse de l'interface suivant la direction  $x_i$ .

D'autre part, on peut montrer que [9] :

$$\frac{\partial \chi_p}{\partial x_i} = -n_{p,i} \delta_I\tag{2.3}$$

Equation dans laquelle  $\mathbf{n}_p$  représente la normale unitaire à l'interface sortant de la phase  $p$  et  $\delta_I$  une distribution de Dirac attachée à l'interface.

### 2.2 Equations de transport instantanées

L'objet de cette première section est d'introduire les équations de la mécanique des fluides pour un écoulement diphasique. La procédure utilisée à cette fin, consiste à étendre le domaine de validité du système d'équations de chacune des phases en utilisant la fonction indicatrice.

#### 2.2.1 Equation de continuité

L'équation de continuité s'écrit, pour une phase  $p$  sous la forme :

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_p V_{p,i}]}{\partial x_i} = 0\tag{2.4}$$

L'équation (2.4) n'est cependant vérifiée que lorsque la phase  $p$  est présente. Afin d'étendre son domaine de validité à l'ensemble du domaine, on la multiplie par la fonction indicatrice de phase correspondante,  $\chi_p$  :

$$\chi_p \frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \chi_p \frac{\partial(\rho_p V_{p,i})}{\partial x_i} = 0 \quad (2.5)$$

qui peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{\partial(\chi_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial x_i} = \rho_p \underbrace{\frac{\partial \chi_p}{\partial t}}_{V_{I,i} n_{p,i} \delta_I} + \rho_p V_{p,i} \underbrace{\frac{\partial \chi_p}{\partial x_i}}_{-n_{p,i} \delta_I}$$

Enfin, on peut mettre l'équation de continuité pour la phase  $p$  sous une forme cohérente avec les travaux existants [64, 111, 110, 108] :

$$\boxed{\frac{\partial(\chi_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial x_i} = \underbrace{(\rho_p (V_{I,i} - V_{p,i})) n_{p,i} \delta_I}_{\Gamma_p}}$$

Equation dans laquelle apparaît le terme de transfert de masse, ou flux de masse à travers l'interface :

$$\Gamma_p = (\rho_p (V_{I,i} - V_{p,i})) n_{p,i} \delta_I \quad (2.6)$$

### 2.2.2 Equation de transport de la fonction indicatrice

L'équation de transport de la fonction indicatrice de phase découle directement de la propriété de conservation de cette grandeur en suivant l'interface, équation (2.2) :

$$\frac{\partial \chi_p}{\partial t} + V_{I,i} \frac{\partial \chi_p}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

La seconde propriété (2.3) de cette fonction, permet d'écrire la relation précédente sous la forme :

$$\frac{\partial \chi_p}{\partial t} - V_{I,i} n_{p,i} \delta_I = 0 \quad (2.8)$$

En utilisant l'expression (2.6) du terme de transfert de masse  $\Gamma_p$ , on peut écrire :

$$\frac{\partial \chi_p}{\partial t} - \frac{\Gamma_p}{\rho_p} - V_{p,i} n_{p,i} \delta_I = 0 \quad (2.9)$$

On multiplie l'équation précédente par  $\rho_p$  et on utilise à nouveau la propriété (2.3) :

$$\boxed{\rho_p \frac{\partial \chi_p}{\partial t} + \rho_p V_{p,i} \frac{\partial \chi_p}{\partial x_i} = \Gamma_p} \quad (2.10)$$

### 2.2.3 Equation de quantité de mouvement

Il est également possible d'écrire une équation instantanée pour la quantité de mouvement en partant de l'équation de Navier Stokes pour la phase  $p$ , évaluée à l'intérieur de cette phase :

$$\frac{\partial(\rho_p V_{p,i})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_p V_{p,i} V_{p,j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial P_p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{p,ij}}{\partial x_j} + \rho_p g_i \quad (2.11)$$

dans laquelle  $P_p$  représente la pression dans la phase  $p$ ,  $\tau_p$ , le tenseur visqueux dans cette même phase et  $\mathbf{g}$ , le vecteur gravité.

On multiplie cette équation par la fonction indicatrice de phase  $\chi_p$ . On réarrange le membre de gauche, ce qui permet d'écrire :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i} V_{p,j})}{\partial x_j} &= \underbrace{(\rho_p V_{p,i} (V_{I,j} - V_{p,j}) + \tau_{p,ij})}_{M_{p,i}} n_{p,j} \delta_I \\ &\quad - \chi_p \frac{\partial(P_p)}{\partial x_i} + \chi_p \rho_p g_i + \frac{\partial(\chi_p \tau_{p,ij})}{\partial x_j} \end{aligned}} \quad (2.12)$$

Le terme de transfert de quantité de mouvement à l'interface entre les deux phases  $\mathbf{M}_{p,i}$  apparaît dans cette équation :

$$M_{p,i} = \left( \underbrace{\rho_p V_{p,i} (V_{I,j} - V_{p,j})}_{\text{Source liée au transfert de masse}} + \underbrace{\tau_{p,ij}}_{\text{Forces extérieures exercées par l'autre phase}} \right) n_{p,j} \delta_I \quad (2.13)$$

Celui-ci est en fait composé de deux effets, le premier est le transfert de quantité de mouvement lié au transfert de masse, le second est lié aux forces s'exerçant au niveau de l'interface.

### 2.2.4 Equation de transport de l'énergie interne

Afin de fermer le système physique, la connaissance d'une énergie est requise. Il est alors nécessaire d'écrire une équation de transport pour une énergie. Plusieurs solutions sont possibles [92]. Afin d'être cohérent avec le code IFP-C3D [119, 131, 134] dans lequel sera implémenté ce modèle, l'énergie transportée est l'énergie interne sensible  $e$  :

$$e = \int_{T_0}^T C_v dT - \frac{RT_0}{W} \quad (2.14)$$

où  $C_v$  est la capacité calorifique à volume constant,  $R$  la constante universelle des gaz parfaits,  $W$  la masse molaire et  $T_0$ , une température de référence.

Pour la phase  $p$ , l'équation d'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial(\rho_p e_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_p V_{p,i} e_p)}{\partial x_i} = -\frac{\partial q_{p,i}}{\partial x_i} - P_p \frac{\partial V_{p,i}}{\partial x_i} + \tau_{p,ij} \frac{\partial V_{p,i}}{\partial x_j} + \dot{\Omega}_p \quad (2.15)$$

Le terme  $\dot{\Omega}_p$  est le terme de production d'énergie par la combustion et le terme  $\mathbf{q}_p$  est le flux d'énergie, à savoir la somme du flux thermique et du terme diffusif :

$$q_{p,i} = -\lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial x_i} + \rho_p h_p V_{Dp,i} \quad (2.16)$$

où  $\lambda_p$  représente la conductivité thermique,  $h_p$  l'enthalpie sensible et  $\mathbf{V}_{\mathbf{Dp}}$  la vitesse de diffusion dans la phase  $p$ .

En procédant d'une manière similaire à celle utilisée pour les équations de continuité et de quantité de mouvement, on obtient l'équation d'énergie interne diphasique pour chaque phase, valable dans tout le domaine :

$$\frac{\partial(\chi_p \rho_p e_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i} e_p)}{\partial x_i} = \underbrace{(\rho_p e_p (V_{I,i} - V_{p,i}) - q_{p,i} - P_p V_{p,i})}_{E_{Ip}} n_{p,i} \delta_I - \frac{\partial(\chi_p q_{p,i})}{\partial x_i} - P_p \frac{\partial(\chi_p V_{p,i})}{\partial x_i} + \chi_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j} + \chi_p \dot{\Omega}_p \quad (2.17)$$

Le terme de transfert d'énergie s'écrit :

$$E_{Ip} = \left( \underbrace{\rho_p e_p (V_{I,i} - V_{p,i})}_{\text{Terme source liée au transfert de masse}} - \underbrace{q_{p,i}}_{\text{Flux d'énergie}} - \underbrace{P_p V_{p,i}}_{\text{Energie liée aux forces exercées par l'autre phase}} \right) n_{p,i} \delta_I \quad (2.18)$$

Le terme source d'énergie peut se décomposer en trois contributions. Le terme source d'énergie lié au transfert de masse, le flux d'énergie et le travail des forces extérieures exercées par l'autre phase.

### 2.2.5 Transport des espèces gazeuses

Chacune des phases est composée de plusieurs espèces. L'équation de transport pour une espèce  $q$  s'écrit, en modélisant le terme diffusif par une loi de Fick :

$$\frac{\partial \rho_p Y_q}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p Y_q V_{p,i}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_p D_p \frac{\partial Y_q}{\partial x_i}) + \omega_q \quad (2.19)$$

On multiplie cette équation par la fonction indicatrice de phase et on ré-arrange l'équation de la même manière que pour les équations précédentes :

$$\frac{\partial \chi_p \rho_p Y_q}{\partial t} + \frac{\partial \chi_p \rho_p Y_q V_{p,i}}{\partial x_i} = \chi_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_p D_p \frac{\partial Y_q}{\partial x_i}) + \chi_p \omega_q + \rho_p Y_q (V_{I,i} - V_{p,i}) n_{p,i} \delta_I \quad (2.20)$$

## 2.3 Définition des filtres et des moyennes utilisées

Dans l'introduction de ce travail, nous avons indiqué qu'une approche de type RANS est utilisée pour la modélisation de la turbulence. Une telle approche est basée sur l'utilisation d'équations temporelles. Pour établir les équations moyennées du modèle à deux fluides, il est nécessaire d'introduire un filtrage spatial avant de moyenner temporellement ces équations. En effet, la fonction indicatrice de phase utilisée pour étendre la validité des équations est définie en un point. Or, les grandeurs considérées numériquement ne sont pas ponctuelles mais volumiques, avec une valeur discrète par maille. Ainsi, il est nécessaire d'intégrer les équations obtenues préalablement sur les mailles du domaine de calcul, c'est le rôle de l'opération de filtrage.

### 2.3.1 Introduction de la notion de filtrage spatial

Pour une grandeur  $\phi$ , le filtre est défini par :

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \phi(\mathbf{x}) dV \quad (2.21)$$

où le volume de filtrage  $V$  correspond au volume d'une cellule du maillage. On définit plus particulièrement le filtre spatial appliquée à la fonction indicatrice de phase :

$$\langle \chi_p \rangle = \frac{1}{V} \int_V \chi_p dV \quad (2.22)$$

$$= \frac{1}{V} \left[ \int_{V \in V_p} 1 dV + \int_{V \notin V_p} 0 dV \right] \quad (2.23)$$

$$= \frac{V_p}{V} \quad (2.24)$$

$$= \zeta_p \quad (2.25)$$

La grandeur  $\zeta_p$  représente la fraction volumique instantanée de la phase  $p$ . On définit ensuite la moyenne du produit de la fonction indicatrice de phase  $\chi_p$  et d'une grandeur  $\phi$  :

$$\langle \chi_p \phi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \chi_p \phi dV \quad (2.26)$$

$$= \frac{1}{V} \left[ \int_{V \in V_p} \phi dV + \int_{V \notin V_p} 0 dV \right] \quad (2.27)$$

$$= \frac{1}{V} \int_{V \in V_p} \phi dV \quad (2.28)$$

$$= \frac{V_p}{V} \frac{1}{V_p} \int_{V \in V_p} \phi dV \quad (2.29)$$

$$= \zeta_p \langle \phi \rangle_p \quad (2.30)$$

Cette écriture définit la notation  $\langle \phi \rangle_p = \frac{\langle \chi_p \phi \rangle}{\langle \chi_p \rangle}$ . On s'intéresse ensuite aux produits contenant la masse volumique :

$$\langle \chi_p \rho_p \phi \rangle = \zeta_p \langle \rho_p \phi \rangle_p \quad (2.31)$$

$$= \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \phi \rangle_p \quad (2.32)$$

où la notation  $\langle \phi \rangle_p$  désigne le filtrage spatial sur la phase  $p$  pondéré par la masse volumique :

$$\langle \phi \rangle_p = \frac{\langle \rho_p \phi \rangle_p}{\langle \rho_p \rangle_p} \quad (2.33)$$

### 2.3.2 Définition de la moyenne temporelle

Comme indiqué précédemment, la méthode de modélisation de la turbulence choisie dans ce travail, est basée sur une approche de type RANS. Ainsi, après avoir introduit un filtrage spatial, il est nécessaire d'introduire une moyenne temporelle des équations. Cette moyenne est définie par :

$$\bar{\phi} = \frac{1}{T} \int_0^T \phi(t) dt \quad (2.34)$$

$$\overline{\langle \phi \rangle} = \frac{1}{T} \int_0^T \langle \phi(x, t) \rangle dt \quad (2.35)$$

La définition de cette moyenne dans le cadre d'une approche de type RANS impose de satisfaire l'hypothèse d'ergodicité afin d'avoir équivalence entre cette moyenne temporelle et une moyenne statistique [97]. Pour cela, la moyenne est définie sur une période  $T$  plus grande que toutes les échelles caractéristiques de l'écoulement, le pas de temps de simulation  $dt$  doit alors être choisi pour assurer l'indépendance de toutes les réalisations.

Plus particulièrement, on définit la moyenne temporelle pour la fraction volumique filtrée instantanée  $\zeta_p$  :

$$\bar{\zeta}_p = \frac{1}{T} \int_0^T \langle \chi_p \rangle dt = \alpha_p \quad (2.36)$$

soit :

$$\alpha_p = \bar{\zeta}_p = \overline{\langle \chi_p \rangle} \quad (2.37)$$

On définit ensuite les moyennes de produits :

$$\overline{\langle \chi_p \phi_p \rangle} = \bar{\zeta}_p \overline{\langle \phi_p \rangle_p} = \alpha_p \overline{\overline{\langle \phi_p \rangle_p}} \quad (2.38)$$

et enfin les moyennes de produits contenant la masse volumique :

$$\overline{\langle \chi_p \rho_p \phi_p \rangle} = \overline{\langle \rho_p \phi_p \rangle_p} \quad (2.39)$$

$$= \overline{\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle \phi_p \rangle \rangle_p} \quad (2.40)$$

$$= \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle \phi_p \rangle \rangle_p} \quad (2.41)$$

$$= \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle \phi_p \rangle \rangle_p} \quad (2.42)$$

où apparaît la moyenne de Favre :

$$\langle \langle \phi_p \rangle \rangle_p = \frac{\overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle \phi_p \rangle \rangle_p}}{\overline{\langle \rho_p \rangle_p}} \quad (2.43)$$

### 2.3.3 Notions de grandeurs moyennes et de fluctuations

Dans la section précédente, des opérateurs de filtrage et des opérateurs de moyennes temporelles ont été définis. Avant d'appliquer ces moyennes aux équations locales instantanées, il convient de définir les notions de fluctuations spatiales et de fluctuations temporelles.

Les grandeurs locales s'écrivent :

$$\phi = \langle \phi \rangle + \phi' \quad (2.44)$$

$$\phi = \langle \langle \phi \rangle \rangle + \phi'' \quad (2.45)$$

où  $\phi'$  correspond à la fluctuation de sous-maille de la grandeur  $\phi$ . Les grandeurs filtrées instantanées s'écrivent :

$$\langle \phi \rangle = \overline{\overline{\langle \phi \rangle}} + \langle \phi \rangle' \quad (2.46)$$

$$\langle \phi \rangle = \widetilde{\overline{\langle \phi \rangle}} + \langle \phi \rangle'' \quad (2.47)$$

où  $\langle \phi \rangle''$  représente la fluctuation temporelle de la grandeur  $\phi$ .

### 2.3.4 Propriétés de la moyenne

Les opérateurs préalablement définis possèdent des propriétés qui permettront des manipulations mathématiques des équations. Il convient de connaître ces différentes propriétés. La notation  $\overline{\phi}$  est utilisée ici pour représenter à la fois l'opérateur de moyenne temporelle et le filtrage spatial.

$$\star \text{ Linéarité : } \overline{a + b} = \overline{a} + \overline{b} \text{ et } \overline{\lambda a} = \lambda \overline{a}$$

$$\star \text{ Idempotence : } \overline{a\overline{b}} = \overline{a} \overline{b}$$

$$\star \text{ Commutativité : } \frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial \xi}$$

Dans les expressions précédentes,  $a$ ,  $b$  et  $f$  représentent des fonctions quelconques,  $\lambda$  une constante et  $\xi$  désigne soit la position soit le temps. Il faut cependant préciser que si la variable  $\xi$  représente le temps, la propriété de commutativité ne s'applique que si l'on considère une dérivée par rapport à une échelle de temps grande devant l'échelle prise pour la moyenne.

### 2.3.5 Représentation schématique

Afin d'apporter une note concrète aux opérations réalisées dans ce chapitre, la figure 2.1 schématise les différentes étapes du processus qui a permis d'obtenir les équations moyennées du modèle à deux fluides. Comme le montre cette figure, la première étape consiste à considérer une distribution de gouttes dans un domaine. Un filtrage spatial à l'échelle de la maille est ensuite introduit. Cela permet de projeter la distribution de gouttes sur le maillage. Une moyenne temporelle, équivalente à une moyenne statistique, comme le montre l'hypothèse d'ergodicité [97], permet ensuite d'introduire les notions de turbulence classiques pour une approche de type RANS.

## 2.4 Equations moyennées du modèle à deux fluides

L'utilisation successive des opérateurs de filtrage et de moyenne permet d'obtenir les équations filtrées moyennées du modèle à deux fluides. Cela est présenté en première partie de cette section. Dans la seconde partie, le bilan des termes source à l'interface sera établi.

### 2.4.1 Equation de continuité

L'équation de continuité instantanée, sans les termes de diffusion, s'écrit pour la phase  $p$  :

$$\frac{\partial(\chi_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial x_i} = \Gamma_p \quad (2.48)$$

On introduit tout d'abord le filtrage spatial :

$$\langle \frac{\partial(\chi_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial x_i} \rangle = \langle \Gamma_p \rangle$$

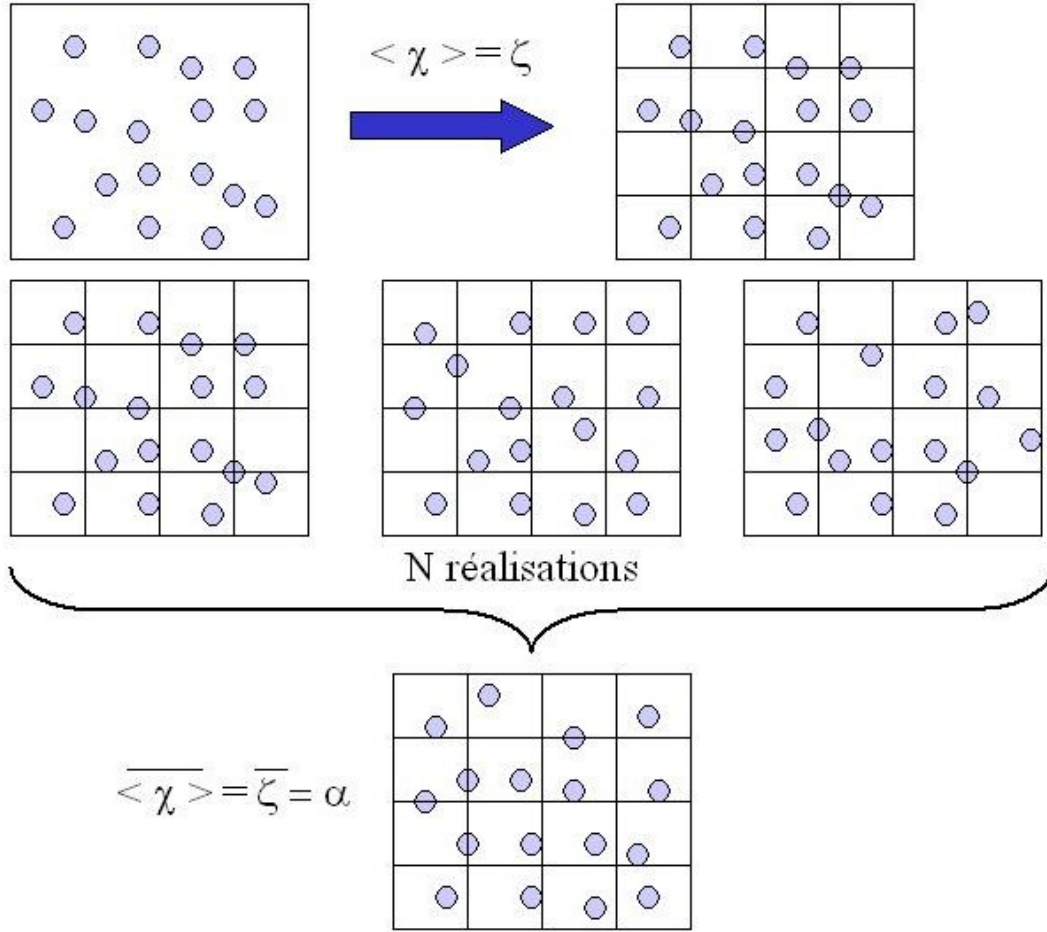


FIG. 2.1: Représentation schématique des moyennes spatiale et temporelle appliquées au modèle à deux fluides.

$$\left\langle \frac{\partial(\chi_p \rho_p)}{\partial t} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial x_i} \right\rangle = \langle \Gamma_p \rangle$$

$$\frac{\partial \langle \chi_p \rho_p \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \chi_p \rho_p V_{p,i} \rangle}{\partial x_i} = \langle \Gamma_p \rangle$$

$$\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p V_{p,i} \rangle_p}{\partial x_i} = \langle \Gamma_p \rangle$$

$$\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial x_i} = \langle \Gamma_p \rangle$$

L'équation alors obtenue est une équation instantanée filtrée à l'échelle de la maille. A présent, il faut introduire une moyenne temporelle :

$$\frac{\partial \overline{\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial x_i} = \overline{\langle \Gamma_p \rangle}$$

$$\frac{\partial \overline{\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial x_i} = \overline{\langle \Gamma_p \rangle}$$



$$\frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial x_i} = \overline{\langle \Gamma_p \rangle}$$

D'où finalement l'équation de continuité filtrée et moyennée pour la phase  $p$  :

$$\boxed{\frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial x_i} = \overline{\langle \Gamma_p \rangle}} \quad (2.49)$$

### 2.4.2 Equation de transport de la fraction volumique de liquide

$$\rho_p \frac{\partial \chi_p}{\partial t} + \rho_p V_{p,i} \frac{\partial \chi_p}{\partial x_i} = \Gamma_p \quad (2.50)$$

On filtre cette équation :

$$\langle \rho_p \frac{\partial \chi_p}{\partial t} \rangle + \langle \rho_p V_{p,i} \frac{\partial \chi_p}{\partial x_i} \rangle = \langle \Gamma_p \rangle \quad (2.51)$$

$$\langle \rho_p \rangle_p \frac{\partial \zeta_p}{\partial t} + \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \frac{\partial \zeta_p}{\partial x_i} = \langle \Gamma_p \rangle \quad (2.52)$$

On introduit ensuite la moyenne temporelle :

$$\overline{\langle \rho_p \rangle_p \frac{\partial \zeta_p}{\partial t}} + \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \frac{\partial \zeta_p}{\partial x_i}} = \overline{\langle \Gamma_p \rangle} \quad (2.53)$$

$$\overline{\overline{\langle \rho_p \rangle_p \frac{\partial \alpha_p}{\partial t}}} + \overline{\overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \frac{\partial \alpha_p}{\partial x_i}}} = \overline{\langle \Gamma_p \rangle} \quad (2.54)$$

Et donc finalement :

$$\boxed{\frac{\partial \alpha_p}{\partial t} + \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \frac{\partial \alpha_p}{\partial x_i} = \frac{\overline{\langle \Gamma_p \rangle}}{\overline{\langle \rho_p \rangle_p}}} \quad (2.55)$$

### 2.4.3 Equation de quantité de mouvement

A partir de l'équation de quantité de mouvement locale instantanée,

$$\frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i} V_{p,j})}{\partial x_j} = M_{p,i} - \chi_p \frac{\partial P_p}{\partial x_i} + \chi_p \rho_p g_i + \frac{\partial(\chi_p \tau_{p,ij})}{\partial x_j}$$

on applique un filtrage spatial :

$$\begin{aligned} \langle \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i})}{\partial t} \rangle + \langle \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i} V_{p,j})}{\partial x_j} \rangle = & \langle M_{p,i} \rangle - \langle \chi_p \frac{\partial(P_p)}{\partial x_i} \rangle \\ & + \langle \chi_p \rho_p g_i \rangle + \langle \frac{\partial(\chi_p \tau_{p,ij})}{\partial x_j} \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \langle \chi_p \rho_p V_{p,i} \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \chi_p \rho_p V_{p,i} V_{p,j} \rangle}{\partial x_j} &= \langle M_{p,i} \rangle - \langle \chi_p \frac{\partial (P_p)}{\partial x_i} \rangle \\
&+ \langle \chi_p \rho_p g_i \rangle + \frac{\partial \langle \chi_p \tau_{p,ij} \rangle}{\partial x_j} \\
\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p V_{p,i} \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p V_{p,i} V_{p,j} \rangle_p}{\partial x_j} &= \langle M_{p,i} \rangle - \zeta_p \langle \frac{\partial (P_p)}{\partial x_i} \rangle_p \\
&+ \zeta_p \langle \rho_p g_i \rangle_p + \frac{\partial \zeta_p \langle \tau_{p,ij} \rangle_p}{\partial x_j} \\
\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} V_{p,j} \rangle \rangle_p}{\partial x_j} &= \langle M_{p,i} \rangle - \zeta_p \frac{\partial \langle P_p \rangle_p}{\partial x_i} \\
&+ \zeta_p \langle \rho_p g_i \rangle_p + \frac{\partial \zeta_p \langle \tau_{p,ij} \rangle_p}{\partial x_j}
\end{aligned}$$

On s'intéresse ensuite au filtrage du produit des vitesses :

$$\begin{aligned}
\langle \langle V_{p,i} V_{p,j} \rangle \rangle_p &= \langle \langle (\langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p + V_{p,i}'' ) (\langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p + V_{p,j}'') \rangle \rangle_p \\
&= \langle \langle \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p \rangle \rangle_p + \langle \langle V_{p,i}'' V_{p,j}'' \rangle \rangle_p \\
&= \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p + \langle \langle V_{p,i}'' V_{p,j}'' \rangle \rangle_p
\end{aligned}$$

On peut alors écrire l'équation de transport de la quantité de mouvement filtrée :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p}{\partial x_j} &= \langle M_{p,i} \rangle \\
- \zeta_p \frac{\partial \langle P_p \rangle_p}{\partial x_i} + \zeta_p \langle \rho_p g_i \rangle_p + \frac{\partial \zeta_p \langle \tau_{p,ij} \rangle_p}{\partial x_j} - \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i}'' V_{p,j}'' \rangle \rangle_p}{\partial x_j}
\end{aligned}$$

Il apparaît dans cette équation un terme de fluctuation de sous-maille, similaire au terme que l'on trouve dans les équations écrites dans une approche aux grandes échelles (SGE). L'approche considérée dans cette étude est de type RANS. Ainsi, les fluctuations de sous-maille de cette équation filtrée seront par la suite négligées. L'équation de quantité de mouvement filtrée s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p}{\partial x_j} &= \langle M_{p,i} \rangle \\
- \zeta_p \frac{\partial \langle P_p \rangle_p}{\partial x_i} + \zeta_p \langle \rho_p g_i \rangle_p + \frac{\partial \zeta_p \langle \tau_{p,ij} \rangle_p}{\partial x_j}
\end{aligned}$$

On a ainsi obtenu les équations filtrées instantanées. Il faut à présent introduire la moyenne temporelle :

$$\begin{aligned}
\overline{\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial t}} + \overline{\frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p}{\partial x_j}} &= \overline{\langle M_{p,i} \rangle} \\
- \overline{\zeta_p \frac{\partial \langle P_p \rangle_p}{\partial x_i}} + \overline{\zeta_p \langle \rho_p g_i \rangle_p} + \overline{\frac{\partial \zeta_p \langle \tau_{p,ij} \rangle_p}{\partial x_j}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p}}{\partial x_j} &= \overline{\langle M_{p,i} \rangle} \\ &\quad - \alpha_p \frac{\partial \overline{\langle P_p \rangle_p}}{\partial x_i} + \alpha_p \overline{\langle \rho_p g_i \rangle_p} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \tau_{p,ij} \rangle_p}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle \widetilde{V}_{p,j} \rangle \rangle_p}}{\partial x_j} &= \overline{\langle M_{p,i} \rangle} \\ &\quad - \alpha_p \frac{\partial \overline{\langle P_p \rangle_p}}{\partial x_i} + \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p g_i} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \tau_{p,ij} \rangle_p}}{\partial x_j} \end{aligned}$$

Dans cette équation moyenne apparaissent de nouveau des moyennes de produit de grandeurs instantanées qu'il faut traiter :

$$\begin{aligned} \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p &= (\langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p + V_{p,i}'') (\langle \langle \widetilde{V}_{p,j} \rangle \rangle_p + V_{p,j}'') \\ &= (\langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle \widetilde{V}_{p,j} \rangle \rangle_p + \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p'' \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p'') \end{aligned}$$

Le traitement des corrélations de vitesse permet finalement d'écrire l'équation filtrée moyennée de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p \langle \langle \widetilde{V}_{p,j} \rangle \rangle_p}}{\partial x_j} &= \\ \overline{\langle M_{p,i} \rangle} - \alpha_p \frac{\partial \overline{\langle P_p \rangle_p}}{\partial x_i} + \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p g_i} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \tau_{p,ij} \rangle_p}}{\partial x_j} & \\ - \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p'' \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p''}}{\partial x_j} & \quad (2.56) \end{aligned}$$

#### 2.4.4 Equation d'énergie

L'équation instantanée locale de transport de l'énergie interne sensible s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\chi_p \rho_p e_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\chi_p \rho_p V_{p,i} e_p)}{\partial x_i} &= E_{Ik} - \frac{\partial(\chi_p q_{p,i})}{\partial x_i} \\ - P_p \frac{\partial(\chi_p V_{p,i})}{\partial x_i} + \chi_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j} + \chi_p \dot{\Omega}_p & \end{aligned}$$

L'équation filtrée s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\zeta_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle e_p \rangle \rangle_p})}{\partial t} + \frac{\partial(\zeta_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle V_{p,i} e_p \rangle \rangle_p})}{\partial x_i} &= \overline{\langle E_{Ip} \rangle} - \frac{\partial(\zeta_p \overline{\langle q_{p,i} \rangle_p})}{\partial x_i} \\ - \overline{\langle P_p \frac{\partial(\zeta_p V_{p,i})}{\partial x_i} \rangle_p} + \zeta_p \overline{\langle \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j} \rangle_p} + \zeta_p \overline{\langle \dot{\Omega}_p \rangle_p} & \end{aligned}$$

La corrélation vitesse-énergie de cette équation se décompose comme la corrélation de vitesse de l'équation de quantité de mouvement :

$$\langle\langle V_{p,i}e_p \rangle\rangle_p = \langle\langle V_{p,i} \rangle\rangle_p \langle\langle e_p \rangle\rangle_p + \langle\langle V_{p,i}''e_p'' \rangle\rangle_p$$

Comme pour l'équation de quantité de mouvement, ces termes de sous-mailles sont négligés et l'équation filtrée d'énergie s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle e_p \rangle\rangle_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle V_{p,i} \rangle\rangle_p \langle\langle e_p \rangle\rangle_p)}{\partial x_i} = \langle E_{Ik} \rangle \\ - \frac{\partial(\zeta_p \langle q_{p,i} \rangle_p)}{\partial x_i} - \langle P_p \frac{\partial(\zeta_p V_{p,i})}{\partial x_i} \rangle_p + \zeta_p \langle \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j} \rangle_p + \zeta_p \langle \dot{\Omega}_p \rangle_p \end{aligned}$$

On introduit la moyenne temporelle sur cette équation :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle e_p \rangle\rangle_p})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle V_{p,i} \rangle\rangle_p \langle\langle e_p \rangle\rangle_p})}{\partial x_i} = \overline{\langle E_{Ik} \rangle} \\ - \frac{\partial(\overline{\zeta_p \langle q_{p,i} \rangle_p})}{\partial x_i} - \overline{\langle P_p \frac{\partial(\zeta_p V_{p,i})}{\partial x_i} \rangle_p} + \overline{\zeta_p \langle \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j} \rangle_p} + \overline{\zeta_p \langle \dot{\Omega}_p \rangle_p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\alpha_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle \widetilde{e_p} \rangle\rangle_p})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\alpha_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle V_{p,i} \rangle\rangle_p \langle\langle \widetilde{e_p} \rangle\rangle_p})}{\partial x_i} = \overline{\langle E_{Ik} \rangle} \\ - \frac{\partial(\overline{\alpha_p \langle q_{p,i} \rangle_p})}{\partial x_i} - \overline{\langle P_p \frac{\partial(\alpha_p V_{p,i})}{\partial x_i} \rangle_p} + \overline{\alpha_p \langle \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j} \rangle_p} + \overline{\alpha_p \langle \dot{\Omega}_p \rangle_p} \end{aligned}$$

Enfin, on fait apparaître le terme de corrélation temporelle :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\alpha_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle \widetilde{e_p} \rangle\rangle_p})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\alpha_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle \widetilde{V_{p,i}} \rangle\rangle_p \langle\langle \widetilde{e_p} \rangle\rangle_p})}{\partial x_i} = \\ \overline{\langle E_{Ik} \rangle} - \frac{\partial(\overline{\alpha_p \langle q_{p,i} \rangle_p})}{\partial x_i} - \overline{\langle P_p \frac{\partial(\alpha_p V_{p,i})}{\partial x_i} \rangle_p} + \overline{\alpha_p \langle \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j} \rangle_p} \\ + \overline{\alpha_p \langle \dot{\Omega}_p \rangle_p} - \frac{\partial(\overline{\alpha_p \langle \rho_p \rangle_p \langle\langle \widetilde{V_{p,i}} \rangle\rangle_p \langle\langle \widetilde{e_p} \rangle\rangle_p})}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (2.57)$$

#### 2.4.5 Equation de transport des espèces gazeuses

L'équation de transport d'une espèce gazeuse s'écrit :

$$\frac{\partial \chi_p \rho_p Y_q}{\partial t} + \frac{\partial \chi_p \rho_p Y_q V_{p,i}}{\partial x_i} = \chi_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_p D_p \frac{\partial Y_q}{\partial x_i}) + \chi_p \omega_q + \rho_p Y_q (V_{I,i} - V_{p,i}) n_{p,i} \delta_I$$

On filtre cette équation :

$$\langle \frac{\partial \chi_p \rho_p Y_q}{\partial t} \rangle + \langle \frac{\partial \chi_p \rho_p Y_q V_{p,i}}{\partial x_i} \rangle = \langle \chi_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_p D_p \frac{\partial Y_q}{\partial x_i}) \rangle + \langle \chi_p \omega_q \rangle + \langle \Gamma \delta_{FP} \rangle$$

$$\frac{\partial \langle \chi_p \rho_p Y_q \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle \chi_p \rho_p Y_q V_{p,i} \rangle}{\partial x_i} = \zeta_p \langle \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_p D_p \frac{\partial Y_q}{\partial x_i}) \rangle_p + \zeta_p \langle \dot{\omega}_q \rangle_p + \langle \Gamma \delta_{Fq} \rangle$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial x_i} &= \zeta_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle \rho_p D_p \frac{\partial Y_q}{\partial x_i} \rangle_p) \\ &+ \zeta_p \langle \dot{\omega}_q \rangle_p + \langle \Gamma \delta_{Fp} \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial x_i} &= \zeta_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle \rho_p \rangle_p D_p \frac{\partial \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial x_i}) \\ &+ \zeta_p \langle \dot{\omega}_q \rangle_p + \langle \Gamma \delta_{Fp} \rangle \end{aligned}$$

En négligeant les termes de sous maille, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial x_i} &= \\ \zeta_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle \rho_p \rangle_p D_p \frac{\partial \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial x_i}) + \zeta_p \langle \dot{\omega}_q \rangle_p + \langle \Gamma \delta_{Fp} \rangle & \end{aligned}$$

On moyenne temporellement cette équation :

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial \zeta_p \langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial x_i} &= \\ \overline{\zeta_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle \rho_p \rangle_p D_p \frac{\partial \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial x_i})} + \overline{\zeta_p \langle \dot{\omega}_q \rangle_p} + \overline{\langle \Gamma \delta_{Fp} \rangle} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial x_i} &= \\ \alpha_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\langle \rho_p \rangle_p D_p \frac{\partial \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial x_i}}) + \alpha_p \overline{\langle \dot{\omega}_q \rangle_p} + \overline{\langle \Gamma \delta_{Fp} \rangle} & \end{aligned}$$

On introduit les corrélations turbulentes (fluctuations temporelles) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial x_i} &= \\ \alpha_p \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\langle \rho_p \rangle_p D_p \frac{\partial \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p}{\partial x_i}}) + \alpha_p \overline{\langle \dot{\omega}_q \rangle_p} + \overline{\langle \Gamma \delta_{Fp} \rangle} & \\ - \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p \langle \langle Y_q \rangle \rangle_p'' \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p''}}{\partial x_i} & \end{aligned} \quad (2.58)$$

### 2.4.6 Bilan des opérations de moyenne

Ces équations moyennées font apparaître de nombreux termes ouverts pour lesquels une modélisation sera nécessaire :

- ★ le terme de transfert de masse ;
- ★ le terme de diffusion turbulente dans l'équation des espèces ;
- ★ le terme de transfert de quantité de mouvement entre les phases ;
- ★ les corrélations de vitesses fluctuantes (tenseur de Reynolds) ;
- ★ le terme de transfert d'énergie ;
- ★ le terme de pression dans l'équation de l'énergie ;
- ★ la corrélation entre le tenseur visqueux et la dérivée spatiale de la vitesse dans l'équation de l'énergie ;
- ★ la corrélation entre la fluctuation de vitesse et la fluctuation d'énergie interne.

Le chapitre suivant présente les modélisations utilisées pour chacun de ces termes. Notons que les fermetures des termes sources de combustion ne sont pas considérées dans ce travail.

### 2.4.7 Bilans à l'interface

En ce qui concerne les échanges à l'interface, on peut écrire les conditions suivantes.

1) Transfert de masse :

$$\sum_{k=1}^N \Gamma_p = 0 \quad (2.59)$$

Cette première équation signifie simplement que le bilan total des échanges de masse aux interfaces est nul, ou plus concrètement que l'on n'y crée pas de matière.

2) Transfert de quantité de mouvement

$$\sum_{k=1}^N M_p = 0 \quad (2.60)$$

Cela signifie que les échanges de quantité de mouvement au niveau de l'interface sont équilibrés. Il est important d'apporter une précision concernant cette relation. Le bilan de quantité de mouvement est nul à l'interface mais le terme d'échange ne contient pas les effets de pression. Les pressions dans chacune des phases sont évaluées par une loi d'état adaptée. Ainsi, les pressions sont différentes dans les deux phases. La relation entre les pressions à l'interface s'écrit :

$$\Delta P_I = \sigma \nabla \cdot \mathbf{n} \quad (2.61)$$

où  $\Delta P_I$  est la différence de pression à l'interface,  $\sigma$  la tension interfaciale et la divergence de la normale  $\mathbf{n}$  représente la courbure moyenne de l'interface.

3) Transfert d'énergie

Pour établir cette équation, on se base sur la conservation de l'énergie à l'interface [113], en supposant la tension interfaciale constante et en négligeant les termes d'énergie cinétique :

$$\frac{\partial_s \rho_I e_I}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_I V_{I,i} e_I = \sum_{p=1}^2 [\rho_p n_p (V_p - V_I) e_p \delta_I + q_p n_p] + (\sigma V_I ((\nabla_s \cdot n) n \delta_I)) \quad (2.62)$$

où  $e_I$ , énergie de l'interface et  $\rho_I$ , masse volumique interfaciale. En supposant que l'on a une interface suffisamment mince, on peut négliger les dérivés de l'énergie interfaciale et l'on obtient alors l'équation d'équilibre énergétique à l'interface sous la forme simplifiée :

$$(\sigma V_I ((\nabla_s \cdot n) n \delta_I)) = \sum [\rho_p n_p (V_I - V_p) e_p \delta_I - q_p n_p] \quad (2.63)$$

Ces relations sont issues de l'écriture d'une équation d'équilibre sur l'interface, supposée suffisamment mince. Un raisonnement complet concernant l'établissement de ces équations de bilan à l'interface est décrit par Ishii [56] et par Slattery [113].





## Chapitre 3

# Fermeture du modèle à deux fluides

La dérivation du modèle utilisé dans le chapitre précédent a fait apparaître de nombreux termes sources et plusieurs corrélations turbulentes. L'objet de ce chapitre est de présenter les modélisations adoptées pour chacun de ces termes. Les termes d'évaporation et d'échange d'énergie seront traités en premier lieu. Les modèles de turbulence seront décrits par la suite avant de s'intéresser au transfert de quantité de mouvement, en incluant les effets de la turbulence sur ce terme.

### 3.1 Fermeture des termes de transfert de masse et d'énergie

#### 3.1.1 Evaporation d'une goutte isolée : solution analytique

La description analytique de l'évaporation d'une goutte isolée repose sur les hypothèses suivantes :

1. le problème est à symétrie sphérique,
2. le phénomène est stationnaire,
3. il n'y a pas de dilution gazeuse dans la phase liquide,
4. le liquide est une substance pure,
5. le changement de phase est plus rapide que le transport de vapeur dans l'air ambiant,
6. le flux de chaleur par rayonnement est négligeable,
7. il n'y a pas d'interactions entre les gouttes (goutte isolée)
8. le produit  $[\rho D]$  est constant,
9. la température de la goutte est homogène et constante.

A l'aide de ces différentes hypothèses, il est possible de décrire analytiquement l'évaporation d'une goutte isolée. L'indice  $s$  est utilisé ici pour décrire les grandeurs à la surface de la goutte. Le flux total de masse à la surface de la goutte est la somme d'un terme convectif et d'un terme diffusif, modélisé par une loi de Fick, ce qui donne :

$$\rho_s u_s = \rho_s Y_s u_s + \rho_s D \left. \frac{\partial Y}{\partial r} \right|_s \quad (3.1)$$

où  $Y$  est la fraction massique de vapeur dans la phase gazeuse,  $r$  le rayon de la goutte,  $u_s$  est la vitesse radiale du gaz au niveau de l'interface et  $D$  le coefficient de diffusion de

la vapeur. La résolution de cette équation donne la vitesse radiale du gaz au niveau de l'interface :

$$u_s = \frac{D \frac{\partial Y}{\partial r} \Big|_s}{1 - Y_s} \quad (3.2)$$

qui devient en faisant apparaître  $b = \frac{Y}{1 - Y_s}$  :

$$u_s = D \frac{\partial b}{\partial r} \Big|_s \quad (3.3)$$

D'autre part, on peut écrire l'équation de continuité en dehors de la goutte ( $r > r_s$ ), en coordonnées sphériques :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \rho u}{\partial r} = 0 \quad (3.4)$$

qui donne, après intégration :

$$r^2 \rho u = c^{ste} = r_s^2 \rho_s u_s \quad (3.5)$$

On peut également écrire l'équation de conservation pour la fraction massique de fuel :

$$r^2 \rho u \frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \rho D \frac{\partial Y}{\partial r} \right) \quad (3.6)$$

qui devient, en introduisant la notation précédente :

$$r^2 \rho u \frac{\partial b}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \rho D \frac{\partial b}{\partial r} \right) \quad (3.7)$$

On intègre cette équation, en prenant en compte 3.5 :

$$r_s^2 \rho_s u_s b = r^2 \rho D \frac{\partial b}{\partial r} + c^{ste} \quad (3.8)$$

La valeur de la constante d'intégration est déterminée par les conditions à la limite au niveau de l'interface, d'où finalement :

$$r_s^2 \rho_s u_s (b - b_s + 1) = r^2 \rho D \frac{\partial b}{\partial r} \quad (3.9)$$

Cette équation est ensuite intégrée en faisant intervenir les conditions loin de la goutte, ou conditions à l'infini, notées avec l'indice  $\infty$ . On obtient :

$$\frac{r_s u_s}{r D} = \ln \frac{b_\infty - b_s + 1}{b - b_s + 1} \quad (3.10)$$

En définissant le nombre de Spalding de masse :

$$B_M = b_\infty - b_s = \frac{Y_s - Y_\infty}{1 - Y_s} \quad (3.11)$$

on peut ré-écrire l'équation 3.10 sous la forme :

$$r_s u_s = D \ln(1 + B_M) \quad (3.12)$$

Ce qui permet d'obtenir le flux de masse quittant la goutte :

$$\Gamma = 4\pi r_s^2 \rho_s u_s = 2\pi d \rho_s D \ln(1 + B_M) \quad (3.13)$$

### 3.1.2 Loi du $D^2$

La relation précédente peut également être déterminée en partant de la masse de la goutte. La température de la goutte est supposée uniforme :

$$T_l = T_s = \alpha T_{sat} \quad \text{avec} \quad \alpha \leq 1 \quad (3.14)$$

où  $T_{sat}$  est la température de saturation de la phase liquide. La variation du carré du diamètre de la goutte est supposée pouvoir s'écrire sous la forme :

$$d^2 = d_0^2 - C_e t \quad (3.15)$$

où  $d$  est le diamètre de la goutte et  $C_e$  la constante d'évaporation, donnée par la relation :

$$C_e = \frac{8\rho_g D}{\rho_l} \ln(1 + B_M) \quad (3.16)$$

où  $\rho_g$  désigne la masse volumique du mélange gazeux air et vapeur de carburant. L'hypothèse de stationnarité ne se justifie que si les propriétés physiques (viscosité, ...) de la phase gazeuse sont calculées dans un état de référence [53]. Cet état de référence est généralement défini par la *loi des 1/3* [65] :

$$T_{ref} = T_l + \frac{1}{3}(T_\infty - T_s) \quad (3.17)$$

$$Y_{ref} = Y_l + \frac{1}{3}(Y_\infty - Y_s) \quad (3.18)$$

La fraction molaire de vapeur à l'interface  $X_s$  est ensuite obtenue par la relation de Clausius-Claypeyron :

$$P_v(T_s) = X_s P_\infty \quad (3.19)$$

où l'indice  $v$  représente la vapeur et  $P_v$  la pression de vapeur à l'interface. La fraction molaire de vapeur à l'interface nous permet de déterminer la fraction massique de vapeur à l'interface  $Y_s$  :

$$Y_s = \frac{X_s M_v}{X_s M_v + (1 - X_s) M_\infty} \quad (3.20)$$

La connaissance de la fraction massique de vapeur à l'interface permet de déterminer le nombre de Spalding de masse,  $B_M$  défini précédemment et ensuite la constante d'évaporation définie par l'équation (3.16).

En rapellant que la loi en  $d^2$  est établie pour une valeur unitaire du nombre de Lewis, soit :

$$Le = \frac{Sc}{Pr} = 1$$

$$\rho_m D = \frac{\lambda_m}{C_{P_m}}$$

Le taux d'évaporation d'une goutte est alors déterminé indifféremment par l'une des deux relations suivantes :

$$\Gamma = 2\pi d\rho_m D \ln(1 + B_M) \quad (3.21)$$

$$\Gamma = 2\pi d \frac{\lambda_m}{C_{p_m}} \ln(1 + B_M) \quad (3.22)$$

Cette écriture est exactement identique à celle proposée par le modèle présenté dans la section précédente 3.1.1. La température d'évaporation est déterminée, pour ce genre de modèle, par l'égalité du nombre de Spalding de masse et du nombre de transfert thermique, respectivement définis par :

$$B_M = \frac{Y_s - Y_\infty}{1 - Y_s}$$

$$B_T = \frac{C_{p_m}(T_\infty - T_s)}{L_v}$$

où  $L_v$  est la chaleur latente de vaporisation.

### 3.1.3 Conduction infinie

Dans le cadre de l'injection dans un moteur à combustion interne, l'hypothèse d'équilibre thermique entre le gaz et les gouttes est fautive et il est nécessaire de prendre en compte le temps d'échauffement de la goutte par les gaz environnants. Il est donc nécessaire d'introduire un modèle d'échange énergétique à l'interface permettant de modéliser l'échauffement de la goutte. La température de la goutte est alors supposée uniforme (hypothèse de conduction infinie) mais variant au cours du temps. Les phénomènes d'échange de masse et d'énergie au niveau de l'interface sont alors fortement couplés.

Dans cette approche, les nombres de Spalding de masse et de transfert thermique ne sont plus égaux. La goutte reçoit une quantité d'énergie ayant deux effets : évaporer une certaine masse de liquide et accroître la température de la goutte. Ce modèle d'échauffement a été décrit par Abramzon et Sirignano [2, 3].

La théorie des films permet de prendre en compte la résistance aux transferts (massique et thermique à la surface de la goutte). Les épaisseurs respectives des films thermique ( $\delta_{T0}$ ) et massique ( $\delta_{M0}$ ) s'écrivent, dans le cas d'une goutte supposée sphérique :

$$\delta_{T0} = \frac{d}{Nu_0 - 2} \quad (3.23)$$

$$\delta_{M0} = \frac{d}{Sh_0 - 2} \quad (3.24)$$

où  $Nu_0$  et  $Sh_0$  sont les nombres de Nusselt et de Sherwood pour une goutte sans évaporation. Ils sont calculés, dans le cas où la vitesse relative entre la goutte et le gaz est non nulle, par la corrélation de Frossling :

$$Sh_0 = 2 + 0.552 Re_d^{1/2} Sc_m^{1/3} \quad (3.25)$$

$$Nu_0 = 2 + 0.552 Re_d^{1/2} Pr_m^{1/3} \quad (3.26)$$

où  $Re_d$  est le nombre de Reynolds particulaire,  $Sc$  le nombre de Schmidt et  $Pr_m$  le nombre de Prandtl. Dans le cas particulier d'une vitesse relative nulle entre la goutte et le gaz environnant, les expressions précédentes deviennent :

$$Sh_0 = 2 + 0.552Gr_p^{1/4}Sc_m^{1/3} \quad (3.27)$$

$$Nu_0 = 2 + 0.552Gr_p^{1/4}Pr_m^{1/3} \quad (3.28)$$

où  $Gr_p$  est le nombre de Grashof défini par :

$$Gr_p = \frac{8g\rho_m^2 r_s^3 (T_\infty - T_s)}{\mu_m^2 T_{ref}} \quad (3.29)$$

Les effets de convection à la surface de la goutte sont pris en compte par un coefficient d'épaissement des films thermique et massique. Les facteurs correctifs respectifs,  $F_T$  et  $F_M$  sont définis par :

$$F_T = \frac{\delta_T}{\delta_{T0}} \quad F_M = \frac{\delta_M}{\delta_{M0}} \quad (3.30)$$

Ces nombres sont des fonctions du nombre de Spalding :

$$F_T = F(B_T) \quad F_M = F(B_M) \quad (3.31)$$

où la fonction  $F$  s'écrit :

$$F(B) = (1 + B)^{0.7} \frac{\ln(1 + B)}{B} \quad \text{pour } B \leq 20 \quad (3.32)$$

La correction de l'épaisseur des films permet d'écrire les nombre de Nusselt et de Sherwood corrigés :

$$Nu^* = 2 + \frac{Nu_0 - 2}{F_T} \quad (3.33)$$

$$Sh^* = 2 + \frac{Sh_0 - 2}{F_M} \quad (3.34)$$

Le flux de masse correspondant à l'évaporation d'une goutte s'écrit alors :

$$\Gamma = \pi d \rho_m D Sh^* \ln(1 + B_M) \quad (3.35)$$

$$\Gamma = \pi d \frac{\lambda_m}{Cp(T_{ref})} Nu^* \ln(1 + B_T) \quad (3.36)$$

Et le flux thermique :

$$\Lambda = \pi d \lambda_m Nu^* (T_\infty - T_s) \frac{\ln(1 + B_T)}{B_T} \quad (3.37)$$

### 3.1.4 Précisions sur l'échange d'énergie à l'interface

Le terme  $E_{Ik}$  apparaissant dans l'équation d'énergie est, comme présenté au chapitre 2, la somme de trois contributions :

$$E_{Ip} = \left( \underbrace{\rho_p e_p (V_{I,i} - V_{p,i})}_{\text{Terme source liée au transfert de masse}} - \underbrace{q_{p,i}}_{\text{Flux d'énergie}} - \underbrace{P_p V_{p,i}}_{\text{Energie liée aux forces exercées par l'autre phase}} \right) n_{p,i} \delta_I \quad (3.38)$$

que l'on peut réécrire en introduisant une notation pour chacun des éléments :

$$E_{Ip} = \Gamma_p e_I + \Lambda_p - P_p V_{p,i}|_I \quad (3.39)$$

Chacun des termes de l'équation précédente requiert une fermeture. Le transfert d'énergie lié au transfert de masse est le produit du transfert de masse  $\Gamma_p$  et de l'énergie au niveau de l'interface  $e_I$ . Le transfert dû aux forces appliquées par l'autre phase est le produit de la pression et de la vitesse, au niveau de l'interface. Enfin, le flux d'énergie est modélisé selon l'approche proposée par Sirignano [112] et présentée préalablement 3.1.3. Le terme de flux d'énergie au travers de l'interface,  $\Lambda_p$ , s'écrit alors :

$$\Lambda_d = -\Lambda_c = \pi d \lambda_m Nu^* (T_\infty - T_s) \frac{\ln(1 + B_T)}{B_T} \quad (3.40)$$

où les indices  $c$  et  $d$  représentent respectivement la phase continue (gaz) et la phase dispersée (gouttes de carburant liquide) et où il est possible de faire apparaître les grandeurs eulériennes, notamment la fraction volumique de liquide,

$$\alpha_l = \frac{\pi d^3}{6v} \quad \text{soit} \quad d = \frac{6\alpha_l v}{N\pi d^2} \quad (3.41)$$

où  $v$  est un volume de contrôle. Le terme d'échange énergétique à l'interface s'écrit donc :

$$\Lambda_d = -\Lambda_c = \frac{6\alpha_l v}{d^2} \lambda_m Nu^* (T_\infty - T_s) \frac{\ln(1 + B_T)}{B_T} \quad (3.42)$$

### 3.2 Equations de quantités de mouvement

L'équation de transport filtrée moyennée de la quantité de mouvement pour la phase  $p$  s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} \overline{\langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} \overline{\langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p} \overline{\langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p}}{\partial x_j} = - \underbrace{\alpha_p \frac{\partial \overline{\langle P_p \rangle_p}}{\partial x_i}}_{qdm_1} \\ & + \underbrace{\alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} g_i}_{qdm_2} + \underbrace{\frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \tau_{p,ij} \rangle}}{\partial x_j}}_{qdm_3} - \underbrace{\frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} \overline{\langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p} \overline{\langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p}}{\partial x_j}}_{qdm_4} + \underbrace{\overline{\langle M_{p,i} \rangle}}_{qdm_5} \end{aligned} \quad (3.43)$$

où les termes du membre de droite sont respectivement :

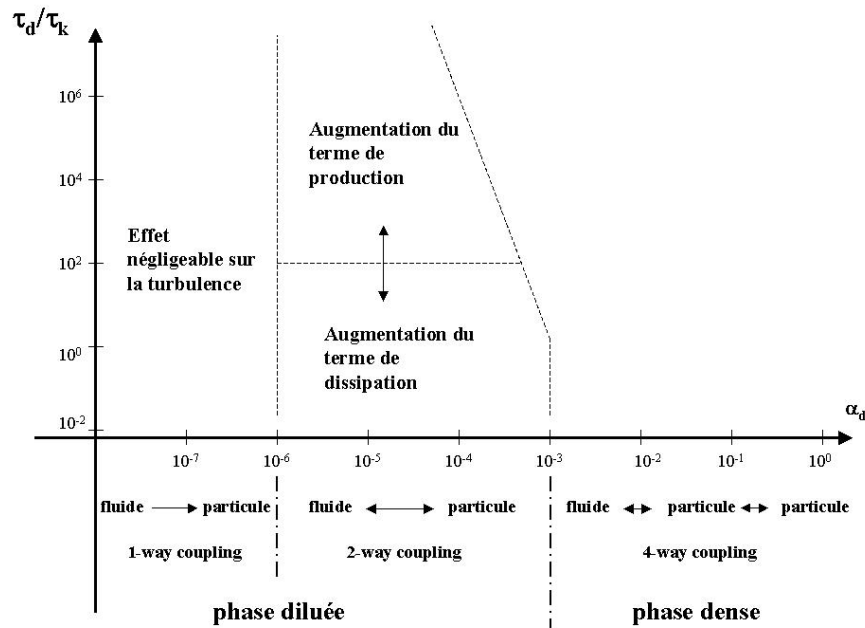


FIG. 3.1: Effet de la présence de particules sur la phase continue en fonction de la fraction volumique de la phase dispersée, d'après [38].  $\tau_d$  : Temps de réponse des particules ;  $\tau_k$  : Echelle temporelle de Kolmogorov.

- ★  $qdm_1$  : gradient de pression,
- ★  $qdm_2$  : effet de la gravité,
- ★  $qdm_3$  : tenseur visqueux,
- ★  $qdm_4$  : corrélations de vitesses fluctuantes (tenseur de Reynolds),
- ★  $qdm_5$  : transfert de quantité de mouvement entre les phases.

Dans l'équation précédente les corrélations turbulentes et le terme de transfert de quantité de mouvement à l'interface requièrent une modélisation. Les fermetures du tenseur de Reynolds seront traitées dans un premier temps. La fermeture des termes d'échanges interfaciaux sera présentée ensuite.

La figure 3.1 montre les différentes catégories d'écoulements diphasiques. En fonction de la fraction volumique de la phase dispersée, l'importance relative des effets entre phases diffère. L'axe des ordonnées représente le rapport du temps caractéristique des particules et du temps caractéristique de la turbulence. La modélisation de l'injection de carburant liquide dans les moteurs automobiles se situe, en sortie d'injecteur, dans la zone de très forte fraction volumique liquide. Ainsi, tous les effets d'interaction entre les phases doivent être pris en compte.

### 3.3 Revue sur la modélisation de la turbulence dans une approche de type 2-fluides

Plusieurs approches sont envisageables pour modéliser la turbulence dans les écoulements diphasiques. Ces différentes approches dépendent de la configuration de l'écoulement

et font intervenir des termes d'échange d'énergie turbulente à l'interface comme nous le verrons dans cette section. Ainsi, après une brève présentation des différentes modélisations de la turbulence pour un écoulement diphasique disponibles, le modèle le mieux adapté aux configurations que l'on souhaite traiter sera détaillé.

### 3.3.1 Corrélation turbulence liquide - turbulence gazeuse

L'approche la plus utilisée dans la littérature [39,58,60,86] consiste à relier la turbulence de la phase dispersée à celle de la phase continue par un coefficient  $C_p$ . Dans ces approches, la turbulence de la phase gazeuse est modélisée par un modèle de type  $k - \varepsilon$ . En supposant ensuite que les fluctuations de vitesse de la phase dispersée sont une conséquence directe de celles de la phase porteuse, on peut faire intervenir  $C_p$ , rapport des énergies cinétiques turbulentes dans le liquide et dans le gaz (on a nécessairement  $C_p < 1$  pour une phase dispersée). Plusieurs modélisations sont proposées pour ce coefficient. Dans [39], une solution linéarisée des équations lagrangiennes du mouvement des particules permet de définir ce rapport par la relation :

$$C_p = \int_0^\infty \frac{\Omega_1}{\Omega_2} f(\omega) d\omega \quad (3.44)$$

où  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont des fonctions des fréquences des fluctuations de la turbulence  $\omega$ , de la taille et de la densité des particules et de la viscosité du fluide porteur. La fonction  $f(\omega)$  représente une fréquence lagrangienne, transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation de Taylor.

En supposant que la turbulence de la phase liquide est en équilibre avec celle de la phase gazeuse, il est possible d'écrire une relation algébrique pour le coefficient  $C_p$  [58,28] :

$$C_p = \frac{3 + \beta}{1 + \beta + 2\frac{\rho_d}{\rho_c}} \quad (3.45)$$

$$\text{où } \beta \text{ est défini par : } \beta = \frac{\tau_e}{\tau_d} \left( 1 + 2\frac{\rho_d}{\rho_c} \right) \quad (3.46)$$

où  $\tau_e$  est le temps de retournement de la turbulence ( $\tau_e = 0.165 \frac{k_c}{\epsilon_c}$ ) [28] et  $\tau_d$  est le temps de réponse des particules ( $\tau_d = \frac{\rho_d}{F_D}$ ).

### 3.3.2 Modélisation de la turbulence dans chaque phase

Certains auteurs [8,12] modélisent la turbulence de la phase liquide de la même manière que celle de la phase gazeuse : par un modèle de type  $k - \varepsilon$ . Il s'agit alors d'écrire une équation de transport pour  $k$  et une autre pour  $\varepsilon$  dans chaque phase. Cette approche nécessite d'introduire de nombreuses fermetures, à la fois dans les équations de quantité de mouvement pour chacune des phases (effets de traînée) mais aussi dans les équations de  $k$  et de  $\varepsilon$  pour chacune des phases. Selon [8], les effets de traînée sont prépondérants, à la fois en ce qui concerne le transfert de quantité de mouvement, mais également pour les quantités turbulentes. Ainsi, les auteurs proposent de ne pas prendre en compte les termes d'échanges turbulents apparaissant dans les équations de  $k$  et de  $\varepsilon$ .

Diverses applications de ce modèle sont proposées : un écoulement diphasique en rotation entraîné par une turbine [8] ou encore la modélisation de la cavitation et de l'atomisation primaire pour un injecteur Diesel [12].



### 3.3.3 Modèle $q^2$ - $q_{cd}$

La troisième approche proposée dans la littérature pour modéliser la turbulence est le modèle  $q^2 - q_{cd}$  [108]. La notation  $q^2$  est utilisée ici pour l'énergie cinétique turbulente  $k$ . La turbulence de la phase gazeuse est modélisée par un modèle  $q^2 - \varepsilon$  et la turbulence, ou plutôt les fluctuations de vitesse, dans la phase liquide est résolue en écrivant une équation de transport pour l'énergie cinétique du mouvement fluctuant de la phase liquide ( $q_d^2$ ) [107] et une équation de transport de la covariance des vitesses fluide-particule ( $q_{cd}$ ) [108]. L'utilisation de ce type de modèle suppose la présence d'une phase dispersée constituée de particules sphériques, petites devant les échelles de la turbulence, dans une phase continue.

### 3.3.4 Choix d'un modèle de turbulence

Le but de ce travail est de modéliser les phénomènes physiques intervenant près du nez de l'injecteur dans les moteurs automobiles. Dans cette zone le liquide présente un coeur dense qui se transforme en brouillard de gouttes, figure 3.2. Deux configurations distinctes d'écoulements diphasiques coexistent. Le coeur liquide peut être décrit comme une phase séparée [17] tandis que le nuage de gouttellettes est une phase dispersée. Les modèles qui sont décrits dans les paragraphes précédents sont quant à eux dédiés à un type d'écoulement. La modélisation de  $k$  et de  $\varepsilon$  dans une phase dispersée apparaît difficile (fermeture de l'équation de  $\varepsilon$ ). D'autre part une approche du type covariance des vitesses fluide particule ( $q^2 - q_{cd}$ ) est adaptée à la description d'un nuage de gouttes mais pas à celle d'une phase continue [108]. Enfin, les niveaux de turbulence dans chaque phase étant à priori très différents, notamment en sortie d'injecteur, la turbulence de la phase liquide ne peut pas être corrélée à celle de la phase continue.

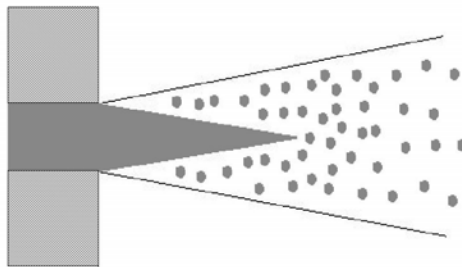


FIG. 3.2: Représentation schématique d'un jet en sortie d'injecteur dans un moteur Diesel.

Afin de choisir un modèle de turbulence, il est important de rappeler les objectifs de ce travail : modéliser les phénomènes physiques se déroulant en sortie d'injecteur. Près de cette sortie, la vitesse du liquide est très importante ( $\approx 500m/s$ ) alors que la vitesse des gaz est beaucoup plus faible (quelques dizaines de  $m/s$ ). D'autre part, la masse volumique du liquide est environ 500 à 600 fois plus importante que celle du gaz. Ainsi, la quantité de mouvement injectée (quantité de mouvement de la phase liquide) est très grande devant la quantité de mouvement de la phase gazeuse. Dans la zone très proche de l'injecteur (cœur

liquide) il semble évident que la turbulence de la phase gazeuse n'agit pas sur la phase liquide. À l'inverse, les effets de traînée provoquent un transfert de quantité de mouvement de la phase liquide vers la phase gazeuse. L'augmentation de quantité de mouvement crée des gradients qui ont pour effet d'augmenter la turbulence de la phase gazeuse. Loin du nez de l'injecteur, la phase liquide est sous forme dispersée (nuage de gouttelettes). La taille des gouttelettes est alors extrêmement faible ( $\approx 10\mu m$  pour les applications Diesel). Ainsi, contrairement à la zone de liquide dense, ces gouttelettes sont fortement soumises à l'effet de la turbulence de la phase gazeuse.

En raison des différentes contraintes qui ont été énoncées ci-dessus, trois phénomènes requièrent une modélisation dans le cadre des applications traitées dans ce travail. Ainsi, un modèle de turbulence est nécessaire dans chaque phase. Il convient de proposer un modèle adapté pour chacune des phases. De plus, les termes d'interaction turbulente, dispersion et échange de quantités turbulentes, doivent être traités.

En ce qui concerne la phase gazeuse, la turbulence est a priori indéterminée et par conséquent il est impossible de faire quelques hypothèses simplificatrices. D'autre part la phase gazeuse est une phase continue dans tout le domaine. Il semble donc naturel d'utiliser un modèle  $k - \varepsilon$  classique pour décrire la turbulence dans cette phase. Il est cependant important de noter que les équations de transport pour l'énergie cinétique turbulente et sa dissipation doivent être des équations diphasiques au sens eulérien. Des termes de couplage, dus à la présence de la phase liquide, apparaissent dans ces équations.

En ce qui concerne la turbulence dans la phase liquide, il faut avant tout préciser que la phase liquide possède deux états dans le domaine. Une zone dense près du nez de l'injecteur (le cœur liquide) et une zone dispersée (le brouillard de gouttes). Le modèle de turbulence doit donc être adapté à chacune de ces deux zones. Il est cependant important de remarquer que les écoulements que l'on souhaite reproduire possèdent une direction privilégiée. Ce sont des zones d'injection, donc des jets. Or, dans des configurations de jets (ronds ou plans), un modèle de turbulence à 0 équation de transport (modèle de longueur de mélange), donne des résultats très satisfaisants. D'autre part ce genre de modèle est plus simple à fermer dans le cas d'une phase dispersée. Enfin, l'intensité de la turbulence dans la phase liquide en entrée du domaine (en sortie d'injecteur) est, à priori, indéterminée. Ceci est un inconvénient pour un modèle de type  $k-\varepsilon$ , très dépendant des conditions limites en entrée. Le modèle de longueur de mélange ne nécessite, à l'inverse, pas de conditions en entrée, ce qui est un atout supplémentaire pour les applications que l'on souhaite reproduire.

Ainsi, le modèle de turbulence qui a été retenu est un modèle mixte : modèle  $k - \varepsilon$  dans la phase gazeuse continue et modèle de longueur de mélange dans la phase liquide. Une modélisation des termes d'échange interfaciaux doit également intervenir, comme nous allons le voir.

### 3.4 Description générale du modèle de turbulence adopté

Le modèle de turbulence qui a été retenu au paragraphe précédent ainsi que les difficultés de ce modèle sont présentés dans cette section. Dans un premier temps, quelques généralités seront rappelées. On rappelle tout d'abord l'équation de quantité de mouvement pour une phase  $p$  :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} \overline{\langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} \overline{\langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p} \overline{\langle \langle \widetilde{V}_{p,j} \rangle \rangle_p}}{\partial x_j} = - \underbrace{\alpha_p \frac{\partial \overline{\langle P_p \rangle_p}}{\partial x_i}}_{qdm_1} \\
& + \underbrace{\alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} g_i}_{qdm_2} + \underbrace{\frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \tau_{p,ij} \rangle}}{\partial x_j}}_{qdm_3} - \underbrace{\frac{\partial \alpha_p \overline{\langle \rho_p \rangle_p} \overline{\langle \langle \widetilde{V}_{p,i} \rangle \rangle_p} \overline{\langle \langle \widetilde{V}_{p,j} \rangle \rangle_p}}{\partial x_j}}_{qdm_4} + \underbrace{\overline{\langle M_{p,i} \rangle}}_{qdm_5} \quad (3.47)
\end{aligned}$$

dans laquelle nous nous intéressons à la fermeture des corrélations turbulentes, terme  $qdm_4$ .

### 3.4.1 Quelques remarques préliminaires

L'étude de la turbulence d'une phase porteuse continue chargée en particules pose un problème de définition. Qu'est ce que la turbulence de la phase continue? En effet, dans de telles configurations, la turbulence de la phase continue peut être décomposée en deux contributions, comme le fait Sato [98]. Il est alors nécessaire de prendre en compte deux types de fluctuations turbulentes, les premières étant inhérentes à la phase continue, les secondes induites par la présence des particules et leur sillage. On peut alors écrire [98,125] :

$$V = \bar{V} + V' + V'' \quad (3.48)$$

où la grandeur instantanée est décomposée en une composante moyenne (moyenne temporelle), et deux fluctuations temporelles provenant de deux effets différents.  $V'$  est la fluctuations de vitesse inhérente à la phase continue, que l'on nommera *turbulence à grande échelle*, tandis que  $V''$  est liée à la turbulence de sillage des particules. Il est important de noter l'indépendance des deux types de fluctuations l'une par rapport à l'autre, c'est à dire que l'on peut écrire :  $\overline{V'V''} = 0$ .

Il est alors légitime de se poser la question du sens de  $k$  et de  $\varepsilon$  dans ce type d'approche. Dans une approche monophasique,  $k$  prend en compte la totalité de l'énergie turbulente.

Considérant ceci et en se plaçant dans des écoulements à faible nombre de Reynolds particulière (gouttes de petites tailles), le modèle  $k - \varepsilon$  écrit au paragraphe précédent ne concerne que les grandeurs "à grande échelle". En effet, ce modèle est censé représenter un champ turbulent grand devant la taille des particules. Cela suppose des particules d'une taille inférieure à l'échelle de Kolmogorov. Cette séparation des effets de la turbulence "à grande échelle" et de la turbulence de sillage est reprise par Iyer [60].

Cependant, dans le cadre de l'étude menée ici, il apparaît une problématique différente. En effet, si, loin de l'injecteur, on se trouve effectivement dans une configuration d'écoulement à phase dispersée, une phase gazeuse porteuse et des inclusions sphériques de petites tailles devant les échelles caractéristiques de la turbulence dans le gaz, ceci n'est pas le cas près de la sortie de l'injecteur. Dans cette zone, l'écoulement diphasique est proche d'un écoulement à phases séparées. Ainsi, le gaz est mis en mouvement par le liquide injecté à forte vitesse (forte pression d'injection), ce qui crée des gradients de vitesse, et par conséquent, de la turbulence à grande échelle.

**Moteur Diesel : grandeurs caractéristiques** Considérons dans un premier temps les caractéristiques de la turbulence dans la phase gazeuse et le diamètre des gouttes dans un moteur Diesel. Etant entendu que le diamètre des gouttes est donné après pulvérisation

	Valeurs caractéristiques
Echelle intégrale	$\Lambda_p \approx 1 - 2mm$
Echelle de Kolmogorov	$\eta_p \approx 50\mu m$
Diamètre des gouttes	$10 \mu m$
Vitesse liquide (sortie d'injecteur)	$\approx 300-500 m/s$

TAB. 3.1: Echelles caractéristiques de la turbulence dans le gaz dans un moteur Diesel.

	Valeurs caractéristiques
Echelle intégrale	$\Lambda_p \approx 5 - 10mm$
Echelle de Kolmogorov	$\eta_p \approx 50\mu m$
Diamètre des gouttes	$\approx 50-100 \mu m$
Vitesse liquide (sortie d'injecteur)	$\approx 50-100 m/s$

TAB. 3.2: Echelles caractéristiques de la turbulence dans le gaz dans un moteur IDE.

du coeur dense, on peut retenir la valeur de  $10 \mu m$  comme diamètre caractéristique. Les échelles de la turbulence pour la phase gazeuse sont résumées dans le tableau 3.1.

**Moteur Essence : grandeurs caractéristiques** En ce qui concerne les moteurs à injection directe essence (IDE). Le diamètre des gouttes est plus important, de l'ordre de  $50\mu m$  à  $100\mu m$ . Les échelles caractéristiques de la turbulence dans un moteur IDE sont présentées dans le tableau 3.2.

**Bilan** Comme cela a été présenté dans la section précédente, on peut voir que, pour chacune des technologies moteur en injection directe, les diamètres des gouttes sont petits devant les échelles de la turbulence. Ainsi, dans la zone dispersée du spray, la turbulence de sillage n'est pas prise en compte par un modèle  $k - \varepsilon$ . Cependant, lors de la déstabilisation et de la fragmentation de la nappe liquide, les tailles des fragments liquides sont bien plus importantes.

D'autre part, la vitesse du liquide en sortie d'injecteur est de plusieurs centaines de  $m/s$  ( $300-500 m/s$ ) pour une injection Diesel. La vitesse du gaz dans la chambre est beaucoup plus faible ( $\approx$  qqes dizaines de  $m/s$ ). Ainsi, dans la zone proche de l'injecteur la turbulence de la phase gazeuse a un très faible effet sur la phase liquide. En effet, le mécanisme dominant dans cette zone proche de la sortie de l'injecteur est probablement une création de turbulence dans la phase gazeuse due à l'injection de liquide. Plus loin de l'injecteur, la fraction volumique de liquide ainsi que le diamètre des gouttes diminuent. Ainsi, dans les zones plus éloignées de l'injecteur, l'effet de la présence des particules sur la turbulence de la phase continue dépend de la fraction volumique de liquide ( $\alpha_l$ ) et des rapports entre le temps de réponse des particules et le temps caractéristique de la turbulence [38].

La figure 3.3 présente une image expérimentale d'une injection Diesel obtenue par Chaves. Cette image montre le développement d'un jet en sortie d'injecteur Diesel.

### 3.4.2 Modèle de longueur de mélange dans la phase liquide

La modélisation adoptée est dédiée aux injections de carburant liquide dans les moteurs automobiles. En effet, la direction de l'écoulement ainsi que sa forme générale sont connues



FIG. 3.3: Image expérimentale d'un jet Diesel [80]

à priori. Le modèle de longueur de mélange [21] a été initialement proposé par Prandtl en 1925. La corrélation double des fluctuations de vitesse est modélisée par :

$$-\overline{\rho_d} \langle \langle V_{d,i} \rangle \rangle_d'' \langle \langle V_{d,j} \rangle \rangle_d'' = \overline{\rho_d} l_m^2 |\overline{s_{d,ij}}| \overline{s_{d,ij}} \quad \text{pour } i \neq j \quad (3.49)$$

où  $s_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \langle \langle V_{d,i} \rangle \rangle_p}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \langle V_{d,j} \rangle \rangle_p}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \langle \langle V_{d,k} \rangle \rangle_p}{\partial x_k} \delta_{ij}$  et où  $l_m$  désigne la *longueur de mélange*. La norme du tenseur des contraintes est calculée grâce à la relation :  $|\overline{s_{ij}}| = \sqrt{2\overline{s_{ij}} \cdot \overline{s_{ij}}}$ . Ainsi, afin de pouvoir écrire la relation :

$$-\overline{\rho_d} \langle \langle V_{d,i} \rangle \rangle_d'' \langle \langle V_{d,j} \rangle \rangle_d'' = \mu_d^t \overline{s_{d,ij}} \quad \text{pour } i \neq j \quad (3.50)$$

la viscosité turbulente s'exprime par :

$$\mu_d^t = \rho_d l_m^2 |\overline{s_{d,ij}}| \quad (3.51)$$

La difficulté de ce genre de modèle réside dans la fermeture de la longueur de mélange,  $l_m$ . Pour des géométries de type jet, on admet généralement :

$$l_m = 0.09\delta_{0.5} \quad \text{pour un jet plan} \quad (3.52)$$

$$l_m = 0.075\delta_{0.5} \quad \text{pour un jet rond} \quad (3.53)$$

où  $\delta_{0.5}$  représente l'épaisseur de vitesse moitié, figure 3.4.

### 3.4.3 Modèle $k - \varepsilon$ dans la phase continue

La modélisation des corrélations turbulentes utilise l'hypothèse de Boussinesq [16]. Cette hypothèse permet d'écrire, pour le tenseur de Reynolds, un terme similaire au tenseur visqueux en faisant apparaître une viscosité turbulente. Les modèles de viscosité turbulente s'expriment, pour une phase continue compressible :

$$\begin{aligned} \overline{\rho_p} \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p'' \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p'' &= -\mu_p^t \left[ \frac{\partial \langle \langle V_{p,i} \rangle \rangle_p}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \langle V_{p,j} \rangle \rangle_p}{\partial x_i} \right] \\ &+ \frac{2}{3} \delta_{ij} \left[ \rho_p k_p + \mu_p^t \frac{\partial \langle \langle V_{p,m} \rangle \rangle_p}{\partial x_m} \right] \end{aligned} \quad (3.54)$$

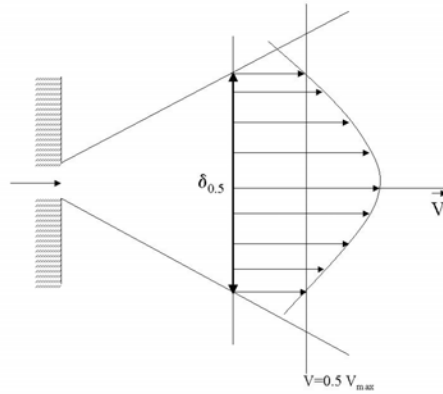


FIG. 3.4: Représentation schématique d'un jet, présentation de l'épaisseur de vitesse moitié.

où  $\mu_p^t$  est la viscosité turbulente pour la phase  $p$ . Contrairement à la viscosité laminaire qui est propre au fluide considéré, la viscosité turbulente dépend des caractéristiques de l'écoulement et nécessite une modélisation. La fermeture de la viscosité turbulente est propre au modèle de turbulence utilisé.

La viscosité turbulente s'écrit, dans le cadre d'un modèle  $k - \varepsilon$  :

$$\mu_c^t = \rho_c C_\mu \frac{k_c^2}{\varepsilon_c} \quad (3.55)$$

où  $C_\mu$  est une constante du modèle. Il faut à présent écrire les équations de transport pour  $k$  et pour  $\varepsilon$ . En dérivant l'équation pour l'énergie cinétique turbulente à partir des équations de quantité de mouvement, on obtient la relation A.23. La modélisation des différents termes ouverts permet d'obtenir l'équation de transport suivante, (Annexe A). Afin de faciliter la lecture de ces équations, les notations de filtrage spatiale ont été omises :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{k}_c}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V}_{c,j} \widetilde{k}_c}{\partial x_j} &= -\frac{2}{3} \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{k}_c \frac{\partial \widetilde{V}_{c,i}}{\partial x_i} + \alpha_c \overline{\tau}_{ij} \frac{\partial \widetilde{V}_{c,i}}{\partial x_j} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \alpha_c \left( \frac{\mu_c}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \widetilde{k}_c}{\partial x_j} \right] - \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\varepsilon}_c + \mathbb{E}_k \end{aligned} \quad (3.56)$$

En procédant de la même manière, on peut écrire l'équation fermée pour le transport de la dissipation turbulente :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\varepsilon}_c}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V}_{c,j} \widetilde{\varepsilon}_c}{\partial x_j} &= -\left( \frac{2}{3} C_{\varepsilon_1} - C_{\varepsilon_3} \right) \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\varepsilon}_c \frac{\partial \widetilde{V}_{c,i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_c \left( \frac{\mu_c}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \widetilde{\varepsilon}_c}{\partial x_j} \right] \\ &+ \frac{\widetilde{\varepsilon}_c}{\widetilde{k}_c} \left[ \alpha_c C_{\varepsilon_1} \overline{\tau}_{c,ij} \frac{\partial \widetilde{V}_{c,i}}{\partial x_i} - C_{\varepsilon_2} \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\varepsilon}_c \right] + \mathbb{E}_\varepsilon \end{aligned} \quad (3.57)$$

Les équations obtenues sont similaires à celles décrivant un écoulement monophasique (en posant  $\alpha_c = 1$ , on retrouve l'équation de l'énergie cinétique turbulente et celle de la

dissipation turbulente pour un écoulement monophasique ). Le tableau 3.3 donne les valeurs des différentes constantes de ce modèle. Il apparaît cependant des termes supplémentaires, notés ici  $\mathbb{E}_k$  et  $\mathbb{E}_\varepsilon$ , qui représentent les échanges au niveau de l'interface.

$C_\mu$	$C_{\varepsilon_1}$	$C_{\varepsilon_2}$	$C_{\varepsilon_3}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
0.09	1.44	1.92	-1.0	1.0	1.3

TAB. 3.3: Valeurs des constantes du modèle  $k$ - $\varepsilon$

Les équations présentées sont celles du modèle  $k - \varepsilon$  standard [63]. Un second modèle est disponible dans le code IFP-C3D. Il s'agit d'une approche de type  $k - \varepsilon$  RNG (ReNormalization Group), cette approche a été développée par Han et Reitz [46] pour les moteurs à combustion interne. Elle est basée sur le modèle de turbulence dérivé par Yakhot et Orzag [126].

### 3.5 Modélisation des corrélations turbulentes

Le modèle de turbulence adopté dans la section précédente permet d'introduire une modélisation pour les différents termes de corrélations turbulentes apparaissant dans les équations moyennées présentées au chapitre 2. L'objet de cette section est de présenter les fermetures adoptées pour les différents termes de ces équations. Dans cette section, les notations de filtrage spatial seront omises afin de faciliter la lecture des équations.

#### 3.5.1 Transport des espèces

Dans l'équation de transport des espèces, un terme de corrélation entre fluctuations de vitesse et fluctuations de fraction massique apparaît. Il est modélisé par une fermeture de type premier gradient [124] :

$$\frac{\partial \alpha_p \overline{\rho_p} \widetilde{\widetilde{V_{p,i}'' Y_q''}}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\mu_p^t}{\sigma_Y} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{Y_q}}}{\partial x_i} \right) \quad (3.58)$$

Ce terme de diffusion turbulente est ensuite ajouté au terme de diffusion moléculaire afin de ne faire apparaître qu'un seul terme diffusif dans l'équation des espèces.

#### 3.5.2 Equation de quantité de mouvement

La corrélation double apparaissant dans l'équation de quantité de mouvement s'écrit :

$$-\frac{\partial \alpha_p \overline{\rho_p} \widetilde{\widetilde{V_{p,i}'' V_{p,j}''}}}{\partial x_j} \quad (3.59)$$

Pour modéliser ce terme, on utilise, dans la phase gazeuse, l'hypothèse de Boussinesq, qui permet d'écrire :

$$-\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,i}'' V_{c,j}''}} = -\frac{2}{3} \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{k_c}} + \alpha_c \mu_c^t \left( \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,j}}}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,k}}}}{\partial x_k} \right) \quad (3.60)$$

En écrivant ensuite  $\mu = \mu_l + \mu_t$ , c'est à dire en faisant apparaître une viscosité totale, somme de la viscosité moléculaire et de la viscosité turbulente, on peut réécrire l'équation de quantité de mouvement pour la phase gazeuse :

$$\frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,i}} \widetilde{\widetilde{V_{c,j}}}}}{\partial x_j} = \overline{M_{c,i}} - \alpha_c \frac{\partial \overline{P_c}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{k_c}}}{\partial x_i} + \alpha_c \overline{\rho_c} g_i + \frac{\partial \alpha_c \overline{\tau_{c,ij}}}{\partial x_j}$$

$$\text{avec } \tau_{c,ij} = \mu \left( \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,j}}}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,k}}}}{\partial x_k} \right).$$

Dans la phase liquide, le modèle algébrique à longueur de mélange permet d'écrire :

$$\overline{\rho_d} \widetilde{\widetilde{V_{d,i} V_{d,i}}} = \mu_l^t \left( \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{d,i}}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{d,j}}}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{d,k}}}}{\partial x_k} \right) \quad (3.61)$$

En sommant de même viscosité moléculaire et viscosité turbulente, on peut écrire :

$$\frac{\partial \alpha_d \overline{\rho_d} \widetilde{\widetilde{V_{d,i}}}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_d \overline{\rho_d} \widetilde{\widetilde{V_{d,i} V_{d,j}}}}{\partial x_j} = \overline{M_{d,i}} - \alpha_d \frac{\partial \overline{P_d}}{\partial x_i} + \alpha_d \overline{\rho_d} g_i + \frac{\partial \alpha_d \overline{\tau_{d,ij}}}{\partial x_j}$$

### 3.5.3 Equation d'énergie

Plusieurs termes de corrélation apparaissent dans l'équation d'énergie. Ils sont traités ici de manière séquentielle.

Corrélation pression-vitesse Le terme pression-vitesse peut s'écrire :

$$\begin{aligned} - \overline{P_p \frac{\partial \alpha_p \widetilde{\widetilde{V_{p,i}}}}{\partial x_i}} &= \overline{\overline{(\overline{P_p} + P'_p)} \frac{\partial \alpha_p (\widetilde{\widetilde{V_{p,i}}} + V''_{p,i})}{\partial x_i}} \\ &= \overline{\overline{(\overline{P_p} + P'_p)} \frac{\partial \alpha_p (\widetilde{\widetilde{V_{p,i}}})}{\partial x_i}} + \underbrace{\overline{\overline{(\overline{P_p} + P'_p)} \frac{\partial \alpha_p (V''_{p,i})}{\partial x_i}}}_{\text{négligé}} \\ &= \overline{\overline{(\overline{P_p})} \frac{\partial \alpha_p (\widetilde{\widetilde{V_{p,i}}})}{\partial x_i}} + \underbrace{\overline{\overline{(P'_p)} \frac{\partial \alpha_p (\widetilde{\widetilde{V_{p,i}}})}{\partial x_i}}}_{=0} \end{aligned}$$

Et donc finalement :

$$- \overline{P_p \frac{\partial (\alpha_p \widetilde{\widetilde{V_{p,i}}})}{\partial x_i}} = - \overline{\overline{P_p}} \frac{\partial (\alpha_p \widetilde{\widetilde{V_{p,i}}})}{\partial x_i} \quad (3.62)$$

Précisons cependant qu'il existe plusieurs fermetures dans la littérature [96, 128].



**Terme de dissipation** Dans l'équation d'énergie, apparaît un terme de corrélation entre vitesse et contraintes visqueuses. Ce terme peut se réécrire en faisant apparaître les fluctuations (on rappelle que les grandeurs sont des grandeurs filtrées) :

$$\begin{aligned}
\overline{\alpha_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i})}{\partial x_j}} &= \overline{\alpha_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(\widetilde{V}_{p,i} + V_{p,i}'')}{\partial x_j}} \\
&= \overline{\alpha_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(\widetilde{V}_{p,i})}{\partial x_j}} + \overline{\alpha_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i}'')}{\partial x_j}} \\
&= \overline{\alpha_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(\widetilde{V}_{p,i})}{\partial x_j}} + \overline{\alpha_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(V_{p,i}'')}{\partial x_j}} \\
&= \overline{\alpha_p \tau_{p,ij} \frac{\partial(\widetilde{V}_{p,i})}{\partial x_j}} + \overline{\alpha_p \rho_p \widetilde{\varepsilon}_c}
\end{aligned}$$

**Corrélation vitesse-énergie** Le dernier terme de fluctuations dans l'équations d'énergie est la corrélation entre vitesse fluctuante et fluctuation d'énergie. On réécrit ce terme en fonction de la température :

$$\overline{\alpha_p \rho_p \widetilde{V}_{p,i} e_p''} = \overline{\alpha_p \rho_p \widetilde{V}_{p,i} C_v T_p''} \quad (3.63)$$

On utilise ensuite une fermeture de type premier gradient, ce qui donne finalement :

$$\frac{\partial \overline{\alpha_p \rho_p \widetilde{V}_{p,i} e_p''}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_p C_v \frac{\mu_p^t}{\sigma_T} \frac{\partial \widetilde{T}_p}{\partial x_i} \right) \quad (3.64)$$

Ce terme s'ajoute au terme de diffusion moléculaire, ce qui, au final, fait apparaître un terme de diffusion dépendant de la viscosité totale  $\mu$ , soit  $\mu_l + \mu_t$ .

## 3.6 Modélisation des termes d'échanges turbulents à l'interface

### 3.6.1 Termes apparaissant dans l'équation de $k$

Considérons l'écriture du terme d'échange d'énergie cinétique turbulente apparaissant dans l'équation de  $k$  lors de la dérivation à partir des équations de quantité de mouvement comme décrit dans l'annexe A :

$$\mathbb{E}_k = \overline{V_{c,i} M_c} - \frac{\overline{V_{c,i}^2}}{2} \Gamma_c - \overline{V_{c,i}} \overline{M_c} + \frac{(\overline{V_{c,i}})^2}{2} \Gamma_c \quad (3.65)$$

On décompose dans l'équation précédente le terme de transfert de quantité de mouvement  $\overline{M_c}$  en deux contributions : le transfert lié à l'évaporation, noté  $\overline{M_c^\Gamma}$  et le terme lié à la traînée, noté  $\overline{M_c^D}$  :

$$\overline{M_c} = \overline{M_c^D} + \overline{M_c^\Gamma} \quad (3.66)$$

on obtient alors,

$$\mathbb{E}_k = \underbrace{\overline{V_{c,i}M_c^D} - \widetilde{V_{c,i}M_c^D}}_{\Pi_d} + \underbrace{\overline{V_{c,i}M_c^\Gamma} - \widetilde{V_{c,i}M_c^\Gamma} + \frac{\widetilde{V_{c,i}}^2}{2}\overline{\Gamma_c} - \frac{\overline{V_{c,i}^2}}{2}\overline{\Gamma_c}}_{\Pi_\Gamma} \quad (3.67)$$

**Fermeture du terme lié au transfert de masse** Considérons à présent l'effet des échanges interfaciaux de façon découplée. Considérons dans un premier temps le terme de transfert d'énergie cinétique turbulente lié à la masse :

$$\Pi_\Gamma = \overline{V_{c,i}M_c^\Gamma} - \widetilde{V_{c,i}M_c^\Gamma} + \frac{\widetilde{V_{c,i}}^2}{2}\overline{\Gamma_c} - \frac{\overline{V_{c,i}^2}}{2}\overline{\Gamma_c} \quad (3.68)$$

Le terme lié au transfert de masse apparaissant dans l'échange de quantité de mouvement s'écrit :  $M_c^\Gamma = V_c\Gamma_c$ , ce qui permet d'écrire :

$$\Pi_\Gamma = \overline{V_{c,i}V_{c,i}\Gamma_c} - \widetilde{V_{c,i}V_{c,i}\Gamma_c} + \frac{\widetilde{V_{c,i}}\widetilde{V_{c,i}}}{2}\overline{\Gamma_c} - \frac{\overline{V_{c,i}V_{c,i}}}{2}\overline{\Gamma_c} \quad (3.69)$$

$$= \frac{1}{2}\overline{V_{c,i}V_{c,i}\Gamma_c} - \widetilde{V_{c,i}V_{c,i}\Gamma_c} + \frac{\widetilde{V_{c,i}}\widetilde{V_{c,i}}}{2}\overline{\Gamma_c} \quad (3.70)$$

Le premier terme du membre de gauche de l'équation précédente peut être écrit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\overline{V_{c,i}V_{c,i}\Gamma_c} &= \frac{1}{2}\overline{(\widetilde{V_{c,i}} + V_{c,i}'')(\widetilde{V_{c,i}} + V_{c,i}'')(\overline{\Gamma_c} + \Gamma_c')} \\ &= \frac{1}{2}\overline{(\widetilde{V_{c,i}}\widetilde{V_{c,i}} + 2\widetilde{V_{c,i}}V_{c,i}'' + V_{c,i}''V_{c,i}'')(\overline{\Gamma_c} + \Gamma_c')} \\ &= \frac{1}{2}\overline{(\widetilde{V_{c,i}}\widetilde{V_{c,i}}\overline{\Gamma_c} + 2\widetilde{V_{c,i}}\overline{V_{c,i}''\Gamma_c} + \overline{V_{c,i}''V_{c,i}''\Gamma_c} + \widetilde{V_{c,i}}\widetilde{V_{c,i}}\underbrace{\overline{\Gamma_c'}}_{=0} + 2\widetilde{V_{c,i}}\overline{V_{c,i}''\Gamma_c'} + \overline{V_{c,i}''V_{c,i}''\Gamma_c'})} \\ &= \frac{1}{2}\overline{V_{c,i}\widetilde{V_{c,i}}\overline{\Gamma_c}} + \widetilde{V_{c,i}}\overline{V_{c,i}''\overline{\Gamma_c}} + \frac{1}{2}\overline{V_{c,i}''V_{c,i}''\overline{\Gamma_c}} + \widetilde{V_{c,i}}\overline{V_{c,i}''\Gamma_c'} + \frac{1}{2}\overline{V_{c,i}''V_{c,i}''\Gamma_c'} \end{aligned}$$

Le second terme de l'équation 3.70 s'écrit :

$$\widetilde{V_{c,i}V_{c,i}\overline{\Gamma_c}} = \widetilde{V_{c,i}}\overline{(\widetilde{V_{c,i}} + V_{c,i}'')(\overline{\Gamma_c} + \Gamma_c')} \quad (3.71)$$

$$= \widetilde{V_{c,i}}\overline{(\widetilde{V_{c,i}}\overline{\Gamma_c} + \widetilde{V_{c,i}}\underbrace{\overline{\Gamma_c'}}_{=0} + \overline{V_{c,i}''\overline{\Gamma_c}} + \overline{V_{c,i}''\Gamma_c'})} \quad (3.72)$$

$$= \widetilde{V_{c,i}}\widetilde{V_{c,i}}\overline{\Gamma_c} + \widetilde{V_{c,i}}\overline{V_{c,i}''\overline{\Gamma_c}} + \widetilde{V_{c,i}}\overline{V_{c,i}''\Gamma_c'} \quad (3.73)$$

En utilisant les deux décompositions effectuées ci dessus et en sommant les termes, on obtient :

$$\Pi_\Gamma = \frac{1}{2}\overline{V_{c,i}''V_{c,i}''\overline{\Gamma_c}} + \frac{1}{2}\overline{V_{c,i}''V_{c,i}''\Gamma_c'} \quad (3.74)$$

On retrouve ce terme dans des publications traitant de la modélisation des écoulements diphasiques turbulents en utilisant une approche Euler-Lagrange [42]. L'équation de l'énergie cinétique turbulente de la phase continue est écrite pour un écoulement diphasique avec

transfert de masse et les auteurs obtiennent un terme de transfert d'énergie turbulente lié au changement de phase. Cette équation est ensuite fermée de manière "directe" pour une modélisation Euler-Lagrange.

Certains des auteurs [40, 108], prenant en compte les phénomènes d'évaporation (notamment dans l'équation de continuité) ne prennent pas en compte son influence sur le transfert d'énergie cinétique turbulente entre les phases. Deux hypothèses sont nécessaires pour pouvoir négliger ce terme. Il faut supposer tout d'abord que la vapeur est émise à la vitesse de la goutte. La seconde hypothèse est que l'on peut négliger les corrélations entre les fluctuations de vitesse de goutte et le flux de masse. Le raisonnement brièvement présenté ici a été appliqué pour l'écriture de l'équation des fluctuations de vitesses pour la phase dispersée. C'est pour cette phase qu'est fait ce raisonnement.

**Fermeture du terme lié au transfert de quantité de mouvement** Le terme lié à la force de traînée peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
\Pi_d^c &= \overline{V_{c,i}M_d^c} - \widetilde{V_{c,i}M_d^c} \\
&= \overline{(\widetilde{V_{c,i}} + V_{c,i}'')(M_d^c + M_d^{c'})} - \widetilde{V_{c,i}M_d^c} \\
&= \overline{V_{c,i}M_d^c} + \underbrace{\overline{V_{c,i}M_d^{c'}}}_{=0} + \overline{V_{c,i}''M_d^c} + \overline{V_{c,i}''M_d^{c'}} - \widetilde{V_{c,i}M_d^c} \\
&= \overline{V_{c,i}''M_d^c} + \overline{V_{c,i}''M_d^{c'}}
\end{aligned} \tag{3.75}$$

$$\begin{aligned}
\Pi_d^c &= \overline{V_{c,i}''M_d^c} + \overline{V_{c,i}''M_d^{c'}} \\
&= \overline{V_{c,i}''M_d^c}
\end{aligned} \tag{3.76}$$

On note que la seule force prise en compte dans cette étude est la force de traînée. Cette hypothèse est justifiée par le fort rapport de masse volumique entre les phases (la masse volumique des gouttes (liquide) est très supérieure à celle de la phase porteuse (gaz)). Cela sera justifié dans la section 3.7.

La fermeture de ce terme dépend de l'approche utilisée pour caractériser la turbulence de la phase continue (section 3.4.1).

**Approche globale** La première approche ne considère qu'"une seule" turbulence. C'est l'approche choisie, par exemple, dans la modélisation lagrangienne du code IFP\_C3D. Ce terme  $\Pi_d^c$  est alors le produit de la force de traînée et de la fluctuation de vitesse :

$$\Pi_d^c = u' \cdot F_D = \sqrt{\frac{2}{3}} k \cdot F_D \tag{3.77}$$

**Cas des petites gouttes** Si la phase dispersée (liquide) est constituée de gouttes dont le diamètre est petit devant l'échelle de Kolmogorov, seule la turbulence "à grande échelle" est modélisée. Dans ce cas on considère que le terme lié au sillage des gouttes n'intervient pas. Le terme de couplage apparaissant alors dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente "à grande échelle" pour la phase continue, noté  $\Pi_d^{c*}$  s'écrit sous la forme [39, 40, 61, 125] :

$$\Pi_d^{c*} = \alpha_d \rho_c F_D \left( q_{cd} - 2k_c - \eta_c \nabla \alpha_c \widetilde{V_{r,i}} \right) \tag{3.78}$$

Dans cette équation,  $q_{cd}$  est la covariance des vitesses fluide-particule :  $\overline{V_{c,i}'' V_{d,i}''}$ ,  $k_c$  est l'énergie cinétique turbulente de la phase continue et  $\eta_c$  la diffusion turbulente, définie comme le rapport  $\nu_c^t/\sigma$ , où  $\sigma$  est un nombre de Prandtl.

Cette approche nécessite d'introduire une fermeture ou une équation de transport pour la covariance des vitesses fluide-particule. Il y a à nouveau plusieurs possibilités. Simonin [108], propose d'écrire l'équation de transport pour cette covariance. A l'inverse, de nombreux auteurs proposent des fermetures algébriques pour ce terme.

**Modélisation de la covariance des vitesses fluide-particules** Dans cette section, les différentes fermetures pour la covariance des vitesses fluide-particule :  $q_{cd}$ , sont discutées. Les différentes approches seront présentées successivement par ordre chronologique.

### Approche proposée par Elghobashi et Abou-Arab [39]

Cette approche est similaire à celle proposée par ces mêmes auteurs pour le coefficient reliant la turbulence de la phase continue et le mouvement fluctuant de la phase dispersée, section 3.3.1. On écrit :

$$q_{cd} = k_c \left\{ 1 + \int_0^\infty \frac{\Omega_1 - \Omega_R}{\Omega_2} f(\omega) d\omega \right\} \quad (3.79)$$

où  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  et  $\Omega_R$  sont des fonctions du diamètre des particules, de la viscosité moléculaire des fluides et des masses volumiques. La fonction  $f(\omega)$  s'écrit :

$$f(\omega) = \frac{4\pi^{\frac{3}{2}} \lambda}{\sqrt{2k_c}} e^{-\frac{\lambda\omega^2}{8k_c}} \quad (3.80)$$

où  $\lambda$  est la micro-échelle de Taylor et  $\omega$  la fréquence. L'inconvénient majeur de ce modèle est la nécessité d'une intégration sur toutes les fréquences du mouvement turbulent dans chacune des mailles du domaine. Les autres modèles proposent des fermetures algébriques.

### Approche proposée par Mostafa et Mongria [83]

Dans cette approche, la covariance des vitesses fluide-particule est reliée à la turbulence de la phase continue par une formulation algébrique :

$$q_{cd} = 2k_c \left( \frac{\tau_c}{\tau_c + \tau_d} \right) \quad (3.81)$$

dans laquelle,  $\tau_c$  est un temps lagrangien défini sur le mouvement des particules et  $\tau_d$  le temps de réponse des particules à la turbulence.

$\tau_c$  peut être écrit en fonction d'un temps caractéristique de la turbulence dans la phase continue,  $\tau_e$  et d'un temps relatif de la turbulence par rapport au particule  $\tau_r$ . Le temps caractéristique de la turbulence de la phase continue est donné par [28] :

$$\tau_e = 0.165 \frac{k_c}{\epsilon_c} \quad (3.82)$$

Le temps relatif de la turbulence par rapport à la particule,  $\tau_r$  est le temps que met une particule pour traverser une structure turbulente, il peut s'écrire comme le rapport d'une échelle de longueur de la turbulence,  $\lambda_e$  et de la vitesse relative [28] :

$$\tau_r = \frac{\lambda_e}{|U_R|} \quad \text{avec : } \lambda_e = 0.458 \frac{k_c^{\frac{3}{2}}}{\epsilon_c} \quad (3.83)$$

Cette dernière relation permet d'obtenir le temps caractéristique  $\tau_c$  :

$$\frac{1}{\tau_c} = \sqrt{\frac{1}{\tau_e^2} + \frac{1}{\tau_r^2}} \quad (3.84)$$

### Approche proposée par Issa et Oliveira [59]

Dans cette approche, le rapport entre le mouvement fluctuant de la phase dispersée et celui de la phase gazeuse est supposé identique au rapport de la covariance des vitesses et de l'énergie cinétique turbulente de la phase gazeuse :

$$q_{cd} = \overline{V_d'V_d'} = 2k_c C_k \quad (3.85)$$

$$\text{avec : } C_k = \frac{3 + \beta}{1 + \beta + 2\frac{\rho_d}{\rho_c}} \quad (3.86)$$

$$\text{où } \beta \text{ est défini par :} \quad (3.87)$$

$$\beta = \frac{\tau_e}{\tau_d} \left( 1 + 2\frac{\rho_l}{\rho_g} \right) \quad (3.88)$$

où les temps caractéristiques de la turbulence dans le gaz,  $\tau_e$  et le temps de réponse des particules,  $\tau_d$  ont été définis préalablement.

### 3.6.2 Terme apparaissant dans l'équation de $\epsilon$

Si la dérivation de l'expression exacte pour le terme de transfert apparaissant dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente est possible, la dérivation du terme apparaissant dans l'équation de la dissipation turbulente est beaucoup moins aisée. Ainsi, des divergences apparaissent dans la littérature. On note cependant deux grandes tendances.

**Introduction d'un temps turbulent** La plupart des auteurs [24, 28, 108] propose de relier le terme d'échange  $E_\epsilon$  au terme d'échange de  $k$ ,  $E_k$ , en utilisant un temps caractéristique de la turbulence ( $\frac{k}{\epsilon}$ ). On écrit :

$$\Pi_d^\epsilon = C_{\epsilon 3} \frac{\epsilon}{k} \Pi_d^c \quad (3.89)$$

où la constante  $C_{\epsilon 3}$  n'a aucune valeur universelle. Ainsi, plusieurs valeurs sont proposées dans la littérature [125], ces valeurs étant, en général, comprise entre -1 [93] et 1.9 [13].

**Fermeture sans prise en compte de la dispersion dans la phase liquide** Une approche est proposée par Oliveira [86]. Elle consiste à ne pas prendre en compte le terme de corrélation entre la vitesse relative et le gradient de fraction volumique dans le terme de traînée. L'expression du terme d'échange de dissipation turbulente s'écrit :

$$\Pi_d^\epsilon = C_{\epsilon 3} \frac{\epsilon}{k} (\alpha_d \rho_c F_D (q_{cd} - 2k_c)) \quad (3.90)$$

## 3.7 Echanges turbulents de quantité de mouvement

Le terme de transfert de quantité de mouvement :

$$\langle M_{p,i} \rangle = \langle (\rho_p V_{p,i} (V_{I,j} - V_{p,j}) + \tau_{p,ij}) n_{p,j} \delta_I \rangle \quad (3.91)$$

est la somme de plusieurs contributions. Ainsi, il peut être décomposé, comme le fait Ishii [56], en écrivant :

$$\overline{\langle M_p \rangle} = \overline{\langle M_p^\Gamma \rangle} + \overline{\langle M_p^D \rangle} \quad (3.92)$$

où  $\overline{\langle M_p^\Gamma \rangle}$  est le terme d'échange de quantité de mouvement lié au transfert de masse et  $\overline{\langle M_p^D \rangle}$  regroupe les forces s'appliquant à l'interface (traînée, portance, ...). Cette notation est également utilisée par Drew et Passman [34] et par Iyer [60].

Dans un premier temps, nous ne nous intéresserons pas au transfert de quantité de mouvement dû au changement de phase mais uniquement au terme dû aux effets des forces extérieures. Le très fort rapport de masse volumique entre les phases (supérieur à 600) permet de ne prendre en compte que la force de traînée. En effet, les autres forces (forces de portance, de masse ajoutée) sont, dans ce cas, négligeables. Les deux paragraphes suivants présentent deux approches différentes permettant de modéliser les échanges de quantité de mouvement au niveau de l'interface.

On précise que, dans ce paragraphe, les fluctuations de masse volumique sont négligées,  $\langle \rho_p \rangle_p = \overline{\langle \rho_p \rangle_p}$ .

### 3.7.1 Relations mathématiques entre grandeurs moyennes et fluctuations

De nombreuses définitions de moyennes et de fluctuations sont utilisées dans cette étude. Nous nous intéresserons dans ce chapitre aux relations entre les différentes grandeurs moyennées temporellement et à leurs fluctuations. Le but de cette section est d'établir des relations existant entre les différentes moyennes et entre les fluctuations associées. On écrit tout d'abord pour la variable  $\langle \phi_p \rangle$  les deux décompositions possibles :

$$\langle \phi_p \rangle_p = \overline{\langle \phi_p \rangle_p} + \langle \phi_p \rangle_p' = \overline{\overline{\langle \phi_p \rangle_p}} + \langle \phi_p \rangle_p'' \quad (3.93)$$

On a la relation entre les grandeurs moyennes :

$$\overline{\overline{\langle \phi_p \rangle_p}} = \frac{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.94)$$

ainsi que :

$$\langle \phi_p \rangle_p'' = \overline{\langle \phi_p \rangle_p} + \langle \phi_p \rangle_p' - \overline{\overline{\langle \phi_p \rangle_p}} \quad (3.95)$$

A partir des relations précédentes, on peut montrer que :

$$\begin{aligned} \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p''} &= \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'} - \overline{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p}} \\ &= \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'} - \overline{\zeta_p} \frac{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p}}{\overline{\zeta_p}} \\ &= \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'} - (\overline{\zeta_p} + \overline{\zeta_p'}) (\overline{\langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\langle \phi_p \rangle_p'}) \\ &= \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'} - [\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'}] \\ &= 0 \end{aligned}$$

où le résultat :

$$(\overline{\zeta_p} + \overline{\zeta_p'}) \langle \phi_p \rangle_p' = \underbrace{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'}}_{=0} + \overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'} \quad (3.96)$$

a été utilisé.

On peut ensuite montrer que :

$$\overline{\langle \phi_p \rangle_p''} = \overline{\langle \phi_p \rangle_p - \overline{\overline{\langle \phi_p \rangle_p}}} \quad (3.97)$$

$$= \overline{\langle \phi_p \rangle_p} - \frac{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.98)$$

$$= \frac{1}{\overline{\zeta_p}} [\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} - \overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p}] \quad (3.99)$$

$$= \frac{1}{\overline{\zeta_p}} [\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} - (\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'})] \quad (3.100)$$

$$= -\frac{\overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.101)$$

Or on a également :

$$\frac{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} = \frac{\overline{(\overline{\zeta_p} + \overline{\zeta_p'}) \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.102)$$

$$= \frac{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'} + \overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.103)$$

$$= \frac{\overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.104)$$

et :

$$\frac{\overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p''}}{\overline{\zeta_p}} = \frac{\overline{\zeta_p' (\langle \phi_p \rangle_p + \langle \phi_p \rangle_p' - \overline{\overline{\langle \phi_p \rangle_p})}}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.105)$$

$$= \frac{\overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'} - \overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.106)$$

$$= \frac{\overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.107)$$

On a donc la relation :

$$\overline{\langle \phi_p \rangle_p''} = -\frac{\overline{\zeta_p \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} = -\frac{\overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p'}}{\overline{\zeta_p}} = -\frac{\overline{\zeta_p' \langle \phi_p \rangle_p''}}{\overline{\zeta_p}} \quad (3.108)$$

On peut enfin écrire :

$$\overline{\langle \phi_p \rangle_p} = \overline{\overline{\langle \phi_p \rangle_p} + \langle \phi_p \rangle_p''} \quad (3.109)$$

$$= \overline{\langle \phi_p \rangle_p} + \overline{\langle \phi_p \rangle_p''} \quad (3.110)$$

### 3.7.2 Modélisation de la dispersion turbulente

L'écriture du terme filtré moyenné d'échange de quantité de mouvement à l'interface fait apparaître des corrélations turbulentes. Ces corrélations diffèrent selon l'approche utilisée pour le modèle de traînée. Ainsi, plusieurs approches sont discutées dans cette section.

### 3.7.3 Cas des écoulements dilués

Si l'on étudie le mouvement de particules diluées dans une phase porteuse (gaz) turbulente, deux approches peuvent être considérées.

**Approches développée par Simonin et al.** La première approche [108, 30] consiste à écrire le transfert de quantité de mouvement dû à la force de traînée :

$$\overline{\langle M_{d,i}^D \rangle} = -\overline{\langle M_{c,i}^D \rangle} = -\overline{\zeta_d \langle\langle \rho_c \rangle\rangle_c f_D \langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle} \quad (3.111)$$

où  $f_D$  est le coefficient de traînée local et  $\langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle$  la vitesse relative instantanée. Il est important de remarquer que les grandeurs utilisées pour modéliser les effets de traînée sont des grandeurs filtrées instantanées. En effet, les phénomènes de traînée se déroulent à l'échelle de la goutte, ce qui implique de considérer des grandeurs ayant une signification à cette échelle. De telles grandeurs sont des variables filtrées. En négligeant les corrélations d'ordre supérieur, on peut écrire :

$$\overline{\langle M_{d,i}^D \rangle} = -\overline{\langle M_{c,i}^D \rangle} = -\alpha_d \overline{\langle\langle \rho_c \rangle\rangle_c \overline{F_D} \langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle} \quad (3.112)$$

où  $\overline{F_D}$  est la force de traînée moyenne et  $\langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle$  la vitesse relative moyenne. La force de traînée moyenne s'écrit :

$$\overline{F_D}^d = \frac{3 C_D}{4} \frac{C_D}{d} |\overline{V_r}| \quad \text{où :} \quad (3.113)$$

$$|\overline{V_r}|^d \approx \sqrt{\langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle \langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle + \langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle'' \langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle''}$$

avec :

$$C_D = \frac{24}{Re_d} [1 + 0.15 Re_d^{0.687}] \alpha_c^{-1.7} \quad \text{si } Re_d < 1000 C_D = 0.44 \quad \text{sinon}$$

Dans ces expressions, la vitesse moyenne relative exprime la différence locale de vitesse entre chaque particule et le gaz environnant. Cette vitesse n'est pas simplement la différence des vitesses moyennes de chaque phase  $\Delta V = \langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c$ . Il faut faire intervenir dans l'expression de la vitesse relative la notion de vitesse de dérive  $V_{D,i}$ . Cette vitesse de dérive est liée à la corrélation entre la distribution instantanée de particules et le mouvement turbulent de la phase porteuse à grande échelle (grande devant la taille des particules). La vitesse relative moyenne entre les phases s'écrit alors :

$$\overline{V_{r,i}} = [\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c] - V_{D,i} \quad (3.114)$$

Une modélisation de la vitesse de dérive est alors nécessaire. En se basant sur les études de dispersion de particules en turbulence homogène et isotrope (THI), Deutsh et Simonin [31] et Simonin [108] proposent :

$$V_{D,i} = -D_{cd,ij}^t \left[ \frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial \alpha_d}{\partial x_j} - \frac{1}{\alpha_c} \frac{\partial \alpha_c}{\partial x_j} \right] \quad (3.115)$$



où le tenseur de dispersion turbulente  $D_{cd,ij}^t$  est le produit du temps caractéristique de la turbulence de la phase continue vue par les particules,  $\tau_{cd}^t$ , et de la covariance des vitesses fluide-particule :

$$D_{cd,ij}^t = \tau_{cd}^t \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c'' \langle\langle V_{d,j} \rangle\rangle_d''} \quad (3.116)$$

Il ne reste plus ensuite qu'à modéliser  $\tau_{cd}^t$ . En suivant [108] :

$$\tau_{cd}^t = \tau_c^t [1 + C_\beta \xi_r^2]^{\frac{1}{2}} \quad \text{où} \quad \xi_r = \frac{|\langle\langle V_r \rangle\rangle|}{\sqrt{\frac{2}{3}k_c}} \quad (3.117)$$

Dans (3.117),  $\tau_c^t$  est le temps caractéristique de la turbulence de la phase continue :

$$\tau_c^t = \frac{3}{2} C_\mu \frac{k_c}{\varepsilon_c} \quad (3.118)$$

où  $C_\mu$  est une constante du modèle ( $C_\mu = 0.9$ ).

Finalement, le terme de transfert interfacial de quantité de mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned} \overline{\langle M_{d,i}^D \rangle} &= -\overline{\langle M_{c,i}^D \rangle} = -\frac{3}{4} \alpha_d \overline{\langle\langle \rho_c \rangle\rangle_c} \frac{C_D}{d} \sqrt{\overline{\langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle \langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle} + \overline{\langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle'' \langle\langle V_{r,i} \rangle\rangle''}} \\ &\times \left[ \overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c} + \tau_{cd}^t \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c'' \langle\langle V_{d,j} \rangle\rangle_d''} \left( \frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial \alpha_d}{\partial x_j} - \frac{1}{\alpha_c} \frac{\partial \alpha_c}{\partial x_j} \right) \right] \end{aligned}$$

**Autre approche (Oliveira)** Dans le travail effectué par Oliveira [86], une autre approche permettant de prendre en compte la dispersion turbulente dans la force de traînée est proposée. Le terme de transfert de quantité de mouvement moyen s'écrit :

$$\overline{\langle M_{d,i}^D \rangle} = -\overline{\langle \rho_c \rangle_c} F_D \overline{\zeta_d (\langle\langle V_d \rangle\rangle_d - \langle V_c \rangle_c)} \quad (3.120)$$

Une corrélation entre la fraction volumique et la vitesse relative apparaît. Il est nécessaire de développer ce produit afin de modéliser ce terme. On peut écrire :

$$\begin{aligned} \overline{\zeta_d (\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c)} &= \overline{\zeta_d (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d} + \overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d''} - (\overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c} + \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c''}))} \\ &= \overline{\zeta_d (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d} - \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c})} \\ &+ \overline{\zeta_d (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d''} - \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c''})} \\ &= \alpha_d (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d} - \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c}) + \underbrace{\overline{\zeta_d (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d''})}}_{=0} \\ &- \overline{\zeta_d (\overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c''})} \\ &= \alpha_d (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d} - \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c}) - \overline{\zeta_d (\overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c''})} \quad (3.121) \end{aligned}$$

Dans cette équation apparaît le terme  $\overline{\zeta_d \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c''}$  qui peut s'écrire  $\overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c''}$  ou encore  $\frac{\overline{\zeta_c \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c'}}{\overline{\zeta_c}}$ .

On utilise une hypothèse de type premier gradient pour modéliser ce terme :

$$\overline{\zeta_c \langle V_c \rangle'} = -\eta_c \nabla \alpha_c \quad (3.122)$$

où  $\eta_c$  est la diffusion turbulente,  $\eta_c = \frac{\nu^t}{\sigma_a}$ ,  $\sigma_a$  étant une constante ( $\sigma_a=0.7$ ). Ceci permet d'obtenir l'expression finale du terme de transfert interfacial de quantité de mouvement pour des écoulements dilués sous la forme :

$$\overline{M_c^D} = \overline{\rho_d} \overline{F_D} (\alpha_d (\overline{\langle\langle V_d \rangle\rangle_d} - \overline{\langle\langle V_c \rangle\rangle_c}) + \frac{\eta_c}{\alpha_c} \nabla \alpha_d) \quad (3.123)$$

où l'on utilise le résultat  $\nabla \alpha_c = -\nabla \alpha_d$ .

**Bilan de la modélisation pour des écoulements dispersés** Les deux approches qui sont présentées ci-dessus proposent une fermeture de la moyenne du terme de transfert interfacial de quantité de mouvement. Ces deux approches s'appliquent à la modélisation d'une phase dispersée suffisamment diluée dans une phase porteuse continue. L'effet de la turbulence sur la dispersion des particules est pris en compte dans ces deux approches, mais sous une forme différente.

### 3.7.4 Cas des écoulements denses

Dans cette seconde catégorie d'approches [58, 60, 86], l'écriture de la force de traînée permet de prendre en compte les phénomènes physiques pour de plus fortes fractions volumiques de liquide (régime dense). Dans les approches présentées ici, la masse volumique de chacune des phases est supposée constante.

Dans le cas d'écoulements non dilués, le transfert de quantité de mouvement entre les phases est modélisé par :

$$\langle M_{p,i}^D \rangle = f_D \langle \rho_c \rangle_c \zeta_d \zeta_c (\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c) \quad (3.124)$$

où  $f_D$  est la force de traînée. Il faut à présent exprimer la moyenne du terme de transfert interfacial de quantité de mouvement, en négligeant les effet des fluctuations de la force de traînée :

$$\begin{aligned} \overline{\langle M_{p,i}^D \rangle} &= \overline{F_D \langle \rho_c \rangle_c \zeta_d \zeta_c (\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c)} \\ &= \overline{F_D \langle \rho_c \rangle_c} \left( \overline{\zeta_d \zeta_c (\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c)} \right) \\ &\quad + \overline{\zeta_c \zeta_d (\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_p'' - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_p'')} \end{aligned} \quad (3.125)$$

où  $F_D$  est la valeur moyenne de la force de traînée, exprimée de la même manière que dans l'approche précédente, équation (3.113). On utilise la relation :

$$\begin{aligned} \overline{\zeta_c \zeta_d} &= \overline{\zeta_c} \overline{\zeta_d} + \overline{\zeta_c' \zeta_d'} \\ &= \alpha_c \alpha_d - \overline{\zeta_d' \zeta_d'} \end{aligned} \quad (3.126)$$

en remarquant que :  $\zeta_c' = -\zeta_d'$ . On peut alors écrire le premier terme du membre de droite de l'équation (3.125) sous la forme :

$$\begin{aligned} \overline{\zeta_d \zeta_c (\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d - \langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c)} &= \alpha_c \alpha_d (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d} - \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c}) \\ &\quad - \overline{\zeta_d' \zeta_d' (\overline{\langle\langle V_{d,i} \rangle\rangle_d} - \overline{\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c})} \end{aligned} \quad (3.127)$$

Le second terme de l'équation (3.125) s'écrit :

$$\overline{\zeta_c \zeta_d (\langle \langle V_{d,i} \rangle \rangle_d'' - \langle \langle V_{c,i} \rangle \rangle_c'')} = -\overline{\zeta_d^2 \langle V_{d,i} \rangle_d''} + \overline{\zeta_c^2 \langle V_{c,i} \rangle_c''} \quad (3.128)$$

Dans cette équation, le produit  $\overline{\zeta^2 V''}$  peut se décomposer de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \overline{\zeta^2 \langle V \rangle''} &= \overline{(\bar{\zeta} \bar{\zeta} + 2\bar{\zeta} \zeta' + \zeta' \zeta') \langle V \rangle''} \\ &= \overline{\bar{\zeta} \underbrace{\bar{\zeta} \langle V \rangle''}_{=-\bar{\zeta}' \langle V \rangle'}} + 2\bar{\zeta} \overline{\zeta' \langle V \rangle'} + \overline{\zeta' \zeta' \langle V \rangle''} \\ &= -\alpha \zeta' \langle V \rangle' + 2\alpha \bar{\zeta} \langle V \rangle' + \overline{\zeta' \zeta' \langle V \rangle''} \\ \overline{\zeta^2 \langle V \rangle''} &= \alpha \zeta' \langle V \rangle' + \overline{\zeta'^2 \langle V \rangle''} \end{aligned} \quad (3.129)$$

Ayant écrit cette décomposition, on peut ré-écrire la relation (3.128) :

$$\begin{aligned} \overline{\zeta_c \zeta_d (\langle V_{d,i} \rangle_d'' - \langle V_{c,i} \rangle_c'')} &= -\overline{\zeta_d^2 \langle V_{d,i} \rangle_d''} + \overline{\zeta_c^2 \langle V_{c,i} \rangle_c''} \\ &= -\overline{\bar{\zeta}_d \zeta_d \langle V_{d,i} \rangle_d'} - \overline{\zeta_d'^2 \langle V_{d,i} \rangle_d''} \\ &\quad + \overline{\bar{\zeta}_c \zeta_c \langle V_{c,i} \rangle_c'} + \underbrace{\overline{\zeta_c'^2 \langle V_{c,i} \rangle_c''}}_{=\zeta_d'^2} \\ &= \overline{\zeta_c \langle V_c \rangle_c'} - \bar{\zeta}_d (\overline{\zeta_d \langle V_{d,i} \rangle_d'}) \\ &\quad + \overline{\zeta_c \langle V_{c,i} \rangle_c'} - \overline{\zeta_d'^2 (\langle V_{d,i} \rangle_d'' - \langle V_{c,i} \rangle_c'')} \\ &= -\eta_c \frac{\partial \bar{\zeta}_c}{\partial x_i} + \bar{\zeta}_d (\eta_d \frac{\partial \bar{\zeta}_d}{\partial x_i} \\ &\quad + \eta_c \frac{\partial \bar{\zeta}_c}{\partial x_i}) - \overline{\zeta_d'^2 (\langle V_{d,i} \rangle_d'' - \langle V_{c,i} \rangle_c'')} \\ &= -\bar{\zeta}_c \eta_c \frac{\partial \bar{\zeta}_c}{\partial x_i} + \zeta_d \eta_d \frac{\partial \bar{\zeta}_d}{\partial x_i} \\ &\quad - \overline{\zeta_d'^2 (\langle V_{d,i} \rangle_d'' - \langle V_{c,i} \rangle_c'')} \\ &= (\bar{\zeta}_c \eta_c + \bar{\zeta}_d \eta_d) \frac{\partial \bar{\zeta}_d}{\partial x_i} - \overline{\zeta_d'^2 (\langle V_{d,i} \rangle_d'' - \langle V_{c,i} \rangle_c'')} \end{aligned} \quad (3.130)$$

où l'on utilise l'hypothèse :  $\overline{\alpha \langle V \rangle'} = -\eta \nabla \bar{\alpha}$  et la relation  $\nabla \bar{\alpha}_c = -\nabla \bar{\alpha}_d$ . On obtient finalement l'expression suivante pour la valeur moyennée de l'échange de quantité de mouvement à l'interface :

$$\overline{M_{p,i}^D} = F_D \bar{\rho}_c \left[ \alpha_c \alpha_d (\overline{\langle V_{d,i} \rangle_d} - \overline{\langle V_{c,i} \rangle_c}) + (\alpha_d \eta_d + \alpha_c \eta_c) \frac{\partial \alpha_d}{\partial x_i} - \overline{\zeta_d'^2 V_{r,i}} \right] \quad (3.131)$$

Le dernier terme de l'équation précédente peut être écrit :

$$\overline{\zeta_d'^2 V_{r,i}} = -\overline{\zeta_d'^2 (\langle V_{d,i} \rangle_d - \langle V_{c,i} \rangle_c)} - \overline{\zeta_d'^2 (\langle V_{d,i} \rangle_d'' - \langle V_{c,i} \rangle_c'')} \quad (3.132)$$

Le dernier terme de cette équation est une corrélation triple qui est supposée négligeable. Le premier terme du membre de droite contient une corrélation  $\overline{\zeta'\zeta'}$  qui nécessite, à priori, une modélisation. Cependant si l'on compare ce terme au premier terme de l'équation (3.131), cela revient à comparer  $\overline{\zeta\zeta}$  au terme de corrélation  $\overline{\zeta'\zeta'}$ . On considère le terme de corrélation petit devant le produit des grandeurs moyennes. Ainsi, le terme  $\overline{\zeta_d'^2 V_{r,i}}$  de l'équation (3.131) est généralement négligé [86, 58, 60].

On obtient finalement l'expression :

$$\overline{M_p^D} = F_D \overline{\rho_c} \left[ \alpha_c \alpha_d (\overline{\langle V_{d,i} \rangle_d} - \overline{\langle V_{c,i} \rangle_c}) + (\alpha_d \eta_d + \alpha_c \eta_c) \frac{\partial \alpha_d}{\partial x_i} \right] \quad (3.133)$$

Dans cette équation, le premier terme du membre de droite représente la *force de traînée moyenne*, le second terme représente la *force de traînée turbulente*, c'est à dire les effets de dispersion turbulente.

### 3.7.5 Discussion

Deux approches ont été présentées dans cette section. Dans chacun des cas, il s'agit d'introduire la moyenne temporelle du terme d'échange. La première approche utilise l'hypothèse d'une phase dispersée très diluée dans une phase continue. Cette hypothèse fait apparaître une corrélation entre la fraction volumique et la vitesse relative. Si l'on s'affranchit de cette hypothèse, une corrélation entre le carré de la fraction volumique et la vitesse relative apparaît. Dans chacun des cas, il convient de modéliser cette corrélation en utilisant une fermeture de type premier gradient. L'approche utilisée par la suite dépend des écoulements que l'on souhaite modéliser. Ainsi, dans un brouillard dense de gouttelettes, il convient d'utiliser la seconde approche. A l'inverse, le premier modèle est dédié aux écoulements diphasiques contenant une faible fraction volumique de liquide.

## 3.8 Equations moyennées et fermées du modèle diphasique eulérien développé

L'introduction des différents modèles au cours de ce chapitre a permis d'établir les équations du modèle à deux fluides qui sont résolues. Ces équations sont résumées ici. Pour des raisons de clarté, les notations de filtrage sont omises.

### 3.8.1 Phase gazeuse

Les équations résolues dans la phase gazeuse sont :

→ une équation de transport pour chacune des espèces gazeuses :

$$\frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \tilde{Y}_q}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \tilde{Y}_q \tilde{V}_{c,i}}{\partial x_i} = \alpha_c \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho_c} D_c \frac{\partial \tilde{Y}_q}{\partial x_i}) + \alpha_c \overline{\omega_c} + \overline{\Gamma \delta_{F_q}} \quad (3.134)$$

où le terme d'évaporation s'écrit :

$$\Gamma = \pi d \rho_m D S h^* \ln(1 + B_M)$$

→ une équation de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,i}} \widetilde{V_{c,j}}}}{\partial x_j} &= F_D \overline{\rho_c} \left[ \alpha_c \alpha_d (\widetilde{\widetilde{V_{d,i}}} - \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}) + \left( \frac{\eta_c}{\alpha_c} \right) \frac{\partial \alpha_d}{\partial x_i} \right] - \alpha_c \frac{\partial \overline{P_c}}{\partial x_i} \\ &- \frac{2}{3} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{k_c}}}{\partial x_i} + \alpha_c \overline{\rho_c} g_i + \frac{\partial \alpha_c \overline{\tau_{c,ij}}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.135)$$

où la viscosité turbulente s'exprime grâce à un modèle de type  $k - \epsilon$  :  $\mu^t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$

→ une équation pour l'énergie interne sensible :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{\epsilon_c}})}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,i}} \widetilde{\epsilon_c}})}{\partial x_i} &= \overline{E_{Ik}} - \frac{\partial (\alpha_c \overline{q_{c,i}})}{\partial x_i} - \frac{\overline{P_c}}{P_c} \frac{\partial (\alpha_c \overline{V_{c,i}})}{\partial x_i} + \alpha_c \overline{\tau_{c,ij}} \frac{\partial (\overline{V_{c,i}})}{\partial x_j} \\ &+ \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{\epsilon_c}} + \alpha_c \overline{\dot{\Omega}_c} \end{aligned} \quad (3.136)$$

où le transfert d'énergie s'écrit :

$$E_{Ip} = \Gamma_p e_I + \Lambda_p - P_p V_{p,i} |_I$$

avec :  $\Lambda_p = \pi d \lambda_m Nu^* (T_\infty - T_s) \frac{\ln(1+B_T)}{B_T}$ .

A ces trois équations, s'ajoute les deux équations du modèle de turbulence :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{k_c}}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,j}} \widetilde{k_c}}}{\partial x_j} &= -\frac{2}{3} \frac{\overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{k_c}}}{\rho_c \widetilde{\widetilde{k_c}}} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial x_i} + \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial x_j} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_c \left( \frac{\mu}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \widetilde{\widetilde{k_c}}}{\partial x_j} \right] - \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{\epsilon_c}} + \underbrace{\overline{\Pi_d} + \overline{\Pi_\Gamma}}_{=E_k} \end{aligned} \quad (3.137)$$

où la modélisation des termes d'échanges turbulents à l'interface s'écrit :

$$\begin{aligned} \overline{\Pi_d^{c*}} &= \alpha_d \rho_c F_D \left( q_{cd} - 2k_c - \eta_c \nabla \alpha_c \widetilde{V_{r,i}} \right) \\ \overline{\Pi_\Gamma} &= \frac{1}{2} \overline{V_{c,i}'' V_{c,i}'' \Gamma_c} + \frac{1}{2} \overline{V_{c,i}'' V_{c,i}'' \Gamma_c'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{\epsilon_c}}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{V_{c,j}} \widetilde{\epsilon_c}}}{\partial x_j} &= -\left( \frac{2}{3} C_{\epsilon_1} - C_{\epsilon_3} \right) \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{\epsilon_c}} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_c \left( \mu_c^l + \frac{\mu_c^t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \widetilde{\widetilde{\epsilon_c}}}{\partial x_j} \right] \\ &+ \frac{\widetilde{\widetilde{\epsilon_c}}}{\widetilde{\widetilde{k_c}}} \left[ \alpha_c C_{\epsilon_1} \overline{\tau_{c,ij}} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}}}{\partial x_j} - C_{\epsilon_2} \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\widetilde{\epsilon_c}} \right] + \overline{E_\epsilon} \end{aligned} \quad (3.138)$$

où le terme d'échange s'écrit :  $E_\epsilon = C_{\epsilon_3} \frac{\epsilon}{k} E_k$ .

### 3.8.2 Phase liquide

Dans la phase liquide, on résout :

→ une équation de continuité :

$$\frac{\partial \alpha_d \overline{\rho_d}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_d \overline{\rho_d} \widetilde{V}_{d,i}}{\partial x_i} = \overline{\Gamma}$$

→ une équation de transport pour la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_d \overline{\rho_d} \widetilde{V}_{d,i}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_d \overline{\rho_d} \widetilde{V}_{d,i} \widetilde{V}_{d,j}}{\partial x_j} &= -F_D \overline{\rho_c} \left[ \alpha_c \alpha_d (\widetilde{V}_{d,i} - \widetilde{V}_{c,i}) + \frac{\eta_c}{\alpha_c} \frac{\partial \alpha_d}{\partial x_i} \right] \\ &- \alpha_d \frac{\partial \overline{P_d}}{\partial x_i} + \alpha_d \overline{\rho_d} g_i + \frac{\partial \alpha_d \overline{\tau_{p,ij}}}{\partial x_j} \end{aligned}$$

→ une équation d'énergie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\alpha_d \overline{\rho_d} \widetilde{e}_d)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_d \overline{\rho_d} \widetilde{V}_{d,i} \widetilde{e}_d)}{\partial x_i} &= \overline{E_{Ik}} - \frac{\partial (\alpha_d \overline{q_{d,i}})}{\partial x_i} - \overline{P_d} \frac{\partial (\alpha_d \overline{V_{d,i}})}{\partial x_i} \\ &+ \alpha_d \overline{\tau_{d,ij}} \frac{\partial (\overline{V_{d,i}})}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.139)$$

A ces équations s'ajoute une modélisation algébrique de la viscosité turbulente :

$$\mu_t = \overline{\rho_d} l_m^2 |\overline{s_{ij}}| \quad (3.140)$$

### 3.8.3 Equation de transport de la fraction volumique de liquide

$$\frac{\partial \alpha_d}{\partial t} + \widetilde{V}_{d,i} \frac{\partial \alpha_d}{\partial x_i} = \frac{\overline{\Gamma_d}}{\overline{\rho_d}} \quad (3.141)$$

# Chapitre 4

## Méthodes et outils numériques

La résolution des équations du modèle à deux fluides présentées dans le chapitre précédent, section 3.8, nécessite l'utilisation de l'outil informatique. Ainsi, ce modèle a été introduit dans le code développé par l'IFP-C3D. Une description de ce code est faite en première partie de ce chapitre. La présentation des méthodes numériques permettant de discrétiser les équations interviendra par la suite. Enfin, l'implantation du modèle à deux fluides est décrite, en insistant particulièrement sur la loi d'état permettant de déterminer la pression dans la phase liquide et les modifications qu'elle implique concernant le schéma de résolution.

### 4.1 Le code IFP-C3D

Le code IFP-C3D [15, 130, 132, 133, 135] est un outil de simulation 3D orienté vers la modélisation des moteurs à combustion interne. Ce code est en développement à l'IFP depuis 1999. Parmi ses nombreuses fonctionnalités, on peut citer :

- mouvement de maillage,
- modèles de combustion évolués (auto-inflammation, flammes de prémélange et flammes de diffusion)
- parallélisation à l'aide des bibliothèques OPEN-MP,
- modélisation RANS des phénomènes turbulents,
- modélisation lagrangienne de l'injection de carburant liquide,
- modélisation du film de carburant liquide sur les parois.

#### 4.1.1 Bref aperçu des modèles physiques

Ce code est basé sur la résolution d'un système d'équations eulériennes pour la phase gazeuse. Le système comprend :

- $N$  équations de continuité où  $N$  est le nombre d'espèces chimiques constituant la phase gazeuse (carburant en phase vapeur, oxygène, azote, ...),
- 3 équations de quantité de mouvement,
- une équation d'énergie interne sensible,
- une équation pour l'énergie cinétique turbulente,
- une équation pour sa dissipation.

Si les équations citées ci dessus sont des équations classiques de la mécanique des fluides, le code IFP-C3D inclue de nombreux modèles physiques développés à l'IFP. Ainsi, un modèle lagrangien permet de décrire le carburant liquide injecté. Celui-ci est représenté par des particules lagrangiennes regroupant toutes les gouttes ayant les mêmes propriétés (taille, vitesse, ...) sont ainsi transportées, de manière lagrangienne, dans le domaine et interagissent avec la phase gazeuse à travers des échanges de masse, d'énergie et de quantité de mouvement. D'autre part, un modèle de combustion *universel*, nommé ECFM3Z (Extended Coherent Flame Model - 3 Zones) [25], développé à l'IFP permet de décrire les différents modes de combustion rencontrés dans les moteurs automobiles (auto-inflammation ou cliquetis, combustion prémélangée et combustion par flammes de diffusion). Les taux de réaction issus de ce modèle sont ensuite pris en compte dans les équations des espèces et de l'énergie. Le code permet également la prédiction des émissions de polluants à l'échappement grâce à un modèle de formation des espèces polluantes ( $NO_x$ ,  $HC$ ,  $CO_2$ , ...). L'allumage dans les moteurs essence est modélisé à l'aide du modèle AKTIM (Arc and Kernel Tracking Ignition Model) [35] qui permet de prendre en compte toute la phase d'initiation de la flamme : le circuit électrique secondaire, l'arc électrique, les électrodes et les noyaux de flamme.

#### 4.1.2 Résolution numérique

La résolution des équations est faite en trois phases successives :

- *Phase A* : calcul des termes sources,
- *Phase B* : résolution du système d'équations sans la convection,
- *Phase C* : convection et mouvement de maillage.

IFP-C3D est basé sur la méthode ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) [50]. Cette méthode est une combinaison d'une résolution lagrangienne (phase B) et d'une résolution eulérienne (phase C). Au cours de la phase lagrangienne, les noeuds du maillage se déplacent à la vitesse du fluide. Au contraire, pendant la résolution eulérienne, on calcule la quantité de fluide passant de maille en maille, ce qui permet, en quelque sorte, de rétablir le maillage dans sa forme initiale.

Dans ce qui suit, ces trois phases sont décrites successivement.

##### Phase A : Calcul des termes sources

Cette première phase est dédiée au calcul des termes sources de manière explicite. On entend ici par termes sources aussi bien les termes issus de la chimie (taux de réaction) que les termes dus au spray (échanges de masse, quantité de mouvement et énergie). Ces termes sont modélisés à l'aide des modèles brièvement décrits dans le paragraphe 4.1.1.

##### Phase B : Boucle SIMPLE

Au cours de cette phase, on actualise tous les termes des équations de Navier Stokes à l'exception des termes convectifs, qui seront considérés en phase C. La méthode utilisée dans la phase B est basée sur un équilibre Vitesse - Température - Pression (VTP), dérivé de la méthode SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) développée par Patankar [88] et Patankar et Spalding [89]. Il s'agit d'une méthode itérative dont la structure globale peut être résumée dans les étapes suivantes :

- avancement des termes de diffusion pour les différentes espèces ;
- prédiction de la pression ;

début de la boucle VTP itérative :



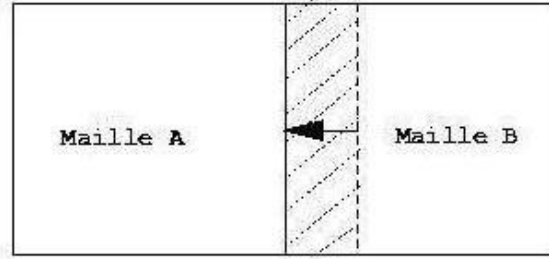


FIG. 4.1: Représentation schématique en 1D de la phase de rezonning. Au cours de cette phase, la maille A, maille donneuse, perd la partie hachurée au profit de la maille B, maille receveuse.

- résolution de la vitesse (calculée au noeud)
  - résolution de l'équation d'énergie
  - résolution de la pression et des vitesses de faces
  - test de convergence
- fin de l'itération VTP
- résolution des équations du modèle de turbulence.

La résolution présentée ci dessus est faite de manière totalement implicite. Cet algorithme est utilisé dans IFP-C3D pour la résolution de la phase gazeuse (eulérienne). Ainsi, il suppose que le fluide peut être décrit par la loi des gaz parfaits. Or, comme nous le verrons, cette hypothèse est fautive pour un liquide et par conséquent, l'algorithme SIMPLE devra être écrit pour la phase liquide en considérant ses propriétés thermodynamiques.

### Phase C : Phase de convection ou "*Rezonning*"

Cette phase a pour but de calculer les flux liés aux termes convectifs qui ont été omis au cours de la phase B. La phase de résolution précédente a en quelque sorte déformé le maillage lors de l'équilibre VTP. L'avancement des termes convectifs au cours de cette phase peut alors être représentée comme une remise en place du maillage, ou *rezonning*. La figure 4.1 schématise cette phase pour un écoulement 1D.

Lorsque le volume balayé par une face au cours de cette phase est trop important, le pas de temps est sous-cyclé. On utilise alors un pas de temps pour la résolution de cette phase inférieur à celui utilisé pour la phase B. Le calcul du pas de temps explicite est basé sur un critère CFL (Courant Friedrich Lewy) de stabilité :  $\Delta t_C \leq 0.2 \frac{\Delta x}{U}$ . Le critère CFL reste alors strictement inférieur à 0.2 au cours de la phase de convection.

Le calcul des flux au cours de cette phase implique la connaissance des grandeurs thermodynamiques sur les faces du maillage. Or celles ci sont exprimées au centre des mailles. La détermination des valeurs sur les faces nécessite le calcul des dérivées premières. Elles sont évaluées par un schéma de discrétisation spatiale centré d'ordre 2 :

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_{i-1}}{2\Delta x} \quad (4.1)$$

Cependant, si ce schéma est précis à l'ordre deux, il n'est pas monotone. Ceci signifie que dans les régions de forts gradients, des extrema locaux peuvent apparaître. Pour éviter ce genre de problème, il convient d'ajouter à cette discrétisation spatiale un limiteur

de pente. Le rôle de ce limiteur est de réajuster la valeur de la dérivée afin de rendre le schéma monotone. Plusieurs limiteurs sont proposés dans la littérature [49]. Parmi ceux-ci, on peut citer par exemple les limiteurs Minmod, Van Leer ou encore Superbee qui sont décrits en annexe B.2.

Deux limiteurs de pente ont été implantés dans le code IFP-C3D : un limiteur Superbee pour le calcul des flux scalaires et un limiteur de Van Leer pour le calcul des flux de quantité de mouvement.

## 4.2 Discrétisation des équations, la méthode des volumes finis

Comme cela a été décrit dans la section précédente, la résolution des équations dans IFP-C3D est scindée en trois étapes. La discrétisation des équations doit prendre en compte cette décomposition.

### 4.2.1 Discrétisation d'une équation de transport

Considérons l'équation générale de transport pour une grandeur  $\phi$  :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi U_i}{\partial x_i} = S_\phi + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) \quad (4.2)$$

où  $S_\phi$  est un terme source pour la grandeur  $\phi$ . La première étape de discrétisation impose d'intégrer cette équation sur un volume de contrôle (le volume de la maille,  $v_{ijk}$ ) :

$$\int_{v_{ijk}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dv + \int_{v_{ijk}} \frac{\partial \phi U_i}{\partial x_i} dv = \int_{v_{ijk}} S_\phi dv + \int_{v_{ijk}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) dv \quad (4.3)$$

**Phase A** L'équation relative aux termes sources s'écrit :

$$\int_{v_{ijk}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dv = \int_{v_{ijk}} S_\phi dv \quad (4.4)$$

L'inversion de l'intégrale sur le volume de contrôle et de la dérivée temporelle permet d'obtenir :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{v_{ijk}} \phi dv \right) = \int_{v_{ijk}} S_\phi dv \quad (4.5)$$

soit :

$$\frac{\partial \phi v_{ijk}}{\partial t} = S_\phi v_{ijk} \quad (4.6)$$

En utilisant une discrétisation temporelle d'ordre 1 :

$$\frac{\phi^A v_{ijk}^A - \phi^n v_{ijk}^n}{\Delta t} = S_\phi v_{ijk} \quad (4.7)$$

$$\phi^A v_{ijk}^A = \phi^n v_{ijk}^n + \Delta t S_\phi^n v_{ijk}^n \quad (4.8)$$

Le volume reste constant au cours de la phase A :

$$\phi^A = \phi^n + \Delta t S_\phi^n \quad (4.9)$$

$$(4.10)$$

où l'exposant  $A$  représente l'instant *fin de phase A*.

**Phase B** Lors de la résolution en phase B, on considère l'équation sans les termes sources, qui ont été pris en compte au cours de la phase A, et sans le terme convectif, on écrit :

$$\int_{v_{ijk}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dv = \int_{v_{ijk}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) dv \quad (4.11)$$

qui devient, en appliquant le théorème de la divergence et en inversant la dérivée temporelle et l'intégration spatiale :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{v_{ijk}} \phi dv \right) = \sum_{nf} \left( D_{nf} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \Big|_{nf} \right) A_{nf} \quad (4.12)$$

où la notation  $nf$  signifie que la grandeur est considérée sur la face. En introduisant une discrétisation temporelle à l'ordre 1 :

$$\frac{\phi^B v_{ijk}^B - \phi^A v_{ijk}^A}{\Delta t} = \sum_{nf} \left( D_{nf} \frac{\partial \phi^B}{\partial x_i} \Big|_{nf} \right) A_{nf} \quad (4.13)$$

où l'exposant  $B$  représente l'instant *fin de phase B*.

**Phase C** Enfin, la phase C permet de prendre en compte les termes convectifs. Il s'agit d'une phase de *rezonning*.

$$\int_{v_{ijk}} \frac{\partial \phi}{\partial t} dv + \int_{v_{ijk}} \frac{\partial \phi U_i}{\partial x_i} dv = 0 \quad (4.14)$$

l'inversion de la dérivée temporelle et de l'intégration spatiale et le théorème de la divergence permettent d'obtenir :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{v_{ijk}} \phi dv + \sum_{nf} \phi_{nf} U_i \Big|_{nf} A_{nf} = 0 \quad (4.15)$$

En remarquant que le produit de la vitesse de la face  $nf$  et de la surface de cette même face ( $U_i \Big|_{nf} A_{nf}$ ) représente le volume balayé par la face au cours du pas de temps  $dt$  ( $\delta V_{nf}$ ), on peut écrire :

$$\phi^{n+1} v_{ijk}^{n+1} = \phi^B v_{ijk}^B - \sum_{nf} \phi_{nf}^B \delta V_{nf} \quad (4.16)$$

### 4.3 Une équation d'état pour la phase liquide

La loi d'état des gaz parfaits, utilisée dans IFP-C3D, est bien entendu inadaptée pour décrire le comportement thermodynamique d'un liquide. Une loi d'état permettant de décrire une phase liquide a donc du être introduite dans le code.

#### 4.3.1 Présentation de la loi d'état

La loi d'état des gaz rigides, décrite par [47], est utilisée dans cette étude. Elle permet de relier la pression à l'énergie interne spécifique,  $e$  et au volume spécifique,  $v = 1/\rho$  :

$$P = (\gamma - 1)\rho(e - q) - \gamma * P_\infty \quad (4.17)$$

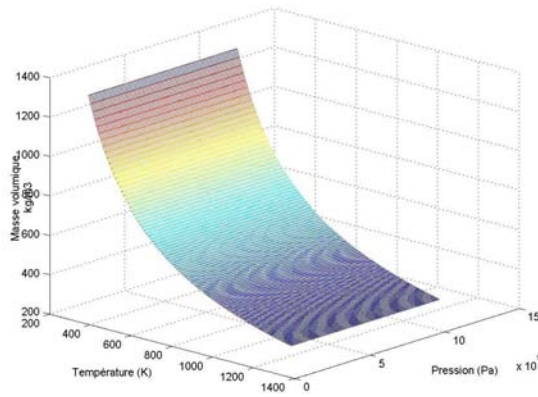


FIG. 4.2: Evolution de la masse volumique en fonction de la pression et de la température.

avec

$$e = \frac{P + \gamma P_\infty}{P + P_\infty} C_v T + q \quad (4.18)$$

où  $\gamma$ ,  $C_v$ ,  $q$  et  $P_\infty$  sont respectivement, le coefficient polytropique, la capacité calorifique à volume constant, l'énergie de formation du fluide considéré et une constante traduisant les propriétés thermodynamiques du fluide. Dans l'équation 4.17, le premier terme du membre de droite traduit les effets répulsifs de la matière. Cet effet est présent pour tous les états de la matière : gaz, liquide et solide. On peut par ailleurs remarquer que ce terme est également présent dans la loi d'état des gaz parfaits. Le second terme du membre de droite représente les effets d'attraction moléculaire pour une phase liquide ou solide. La première chose que l'on peut noter concernant cette équation d'état est que sa forme générale n'est pas linéaire en pression. On peut, par ailleurs relier pression et température grâce à cette loi d'état :

$$P + P_\infty = (\gamma - 1)\rho C_v T \quad (4.19)$$

Où encore, en utilisant le volume spécifique  $v$  :

$$v = \frac{(\gamma - 1)C_v T}{P + P_\infty} \quad (4.20)$$

La masse volumique suit alors la loi tracée sur la figure 4.2 en fonction de la pression et de la température. Cette figure met en évidence la bonne représentation des propriétés thermodynamiques d'un liquide par la loi d'état retenue. En effet, elle montre que la masse volumique varie très peu avec la pression mais présente une variation notable avec la température.

### 4.3.2 Forme isentropique de la loi d'état

La résolution des équations de Navier Stokes dans la phase B du code IFP-C3D utilise la loi d'état sous une forme isentropique. Pour un gaz parfait, cette loi s'écrit :

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (4.21)$$

Il est donc nécessaire d'établir pour la phase liquide une relation similaire permettant de décrire une transformation isentropique (adiabatique réversible) pour un liquide.

Pour écrire cette relation, supposons une transformation adiabatique réversible, ce qui permet d'écrire :  $du = dW$ . La variation de travail s'écrit :  $dW = -PdV$ . La variation d'enthalpie peut se mettre sous la forme :  $dh = \gamma C_v dT$ . On peut utiliser :

$$h = u + Pv \quad \text{et} \quad dh = du + d(Pv) \quad (4.22)$$

L'utilisation du premier principe permet d'obtenir :

$$dh = -Pdv + d(Pv) \quad (4.23)$$

Le produit  $Pv$  s'écrit, sous l'hypothèse de la loi des gaz rigides :

$$Pv = (\gamma - 1)C_v T - P_\infty v \quad (4.24)$$

Ce qui donne, en supposant  $C_v$  constant :

$$d(Pv) = (\gamma - 1)C_v dT - P_\infty dv \quad (4.25)$$

Il est alors possible d'écrire :

$$dh = -Pdv + (\gamma - 1)C_v dT - P_\infty dv \quad \text{et} \quad (4.26)$$

$$dh = \gamma C_v dT \quad (4.27)$$

Ceci permet d'écrire :

$$\gamma C_v dT = -Pdv + (\gamma - 1)C_v dT - P_\infty dv \quad (4.28)$$

$$C_v dT = -(P + P_\infty)dv \quad (4.29)$$

On rappelle que  $C_v$  est constant :

$$d(C_v T) = -(P + P_\infty)dv \quad (4.30)$$

$$d \left[ \frac{(P + P_\infty)v}{\gamma - 1} \right] = -(P + P_\infty)dv \quad (4.31)$$

$$d \left[ \frac{Pv}{\gamma - 1} \right] + d \left[ \frac{P_\infty v}{\gamma - 1} \right] = -(P + P_\infty)dv \quad (4.32)$$

$$\frac{v}{\gamma - 1} dP + \frac{P}{\gamma - 1} dv + \frac{P_\infty}{\gamma - 1} dv = -Pdv - P_\infty dv \quad (4.33)$$

$$vdP + Pdv + P_\infty dv = Pdv - \gamma Pdv + P_\infty dv - \gamma P_\infty dv \quad (4.34)$$

$$vdP + \gamma Pdv + \gamma P_\infty dv = 0 \quad (4.35)$$

$$(4.36)$$

Et on obtient finalement :

$$\boxed{\frac{dP}{P} + \frac{\gamma[P + P_\infty]}{P} \frac{dv}{v} = 0} \quad (4.37)$$

Cette relation différentielle est la loi d'état isentropique pour un liquide décrit par la loi d'état des gaz rigides. Cela permet d'écrire la relation décrivant l'évolution de la pression entre les instants  $n$  et  $B$  :

$$P^B \frac{V^n}{\gamma P^n (1 + \frac{P_\infty}{P^n})} = (V^n - V^B) + \frac{V^n}{\gamma (1 + \frac{P_\infty}{P^n})} \quad (4.38)$$

Cette équation est résolue dans la boucle SIMPLE de IFP-C3D par un couplage avec la prédiction des vitesses de face.

### 4.3.3 Détermination des paramètres thermodynamiques de la loi d'état

L'équation d'état présentée ci-dessus nécessite la connaissance de certaines valeurs caractéristiques pour l'élément en phase liquide considérée. La forme de l'équation d'état utilisée requiert la détermination de trois paramètres  $\gamma$ ,  $C_v$  et  $P_\infty$ . Le coefficient polytropique  $\gamma$  est défini comme le rapport :  $\gamma = C_p/C_v$ . Ainsi, il est nécessaire de déterminer, dans un premier temps, les capacités calorifiques à pression et à volume constant pour la phase liquide.

La première étape consiste à déterminer la valeur de la capacité calorifique à pression constante,  $C_P$ . On peut montrer [79] que l'enthalpie s'écrit, sous l'hypothèse de la loi des gaz rigides :

$$h(P, T) = \gamma C_v T + q = h(T) \quad (4.39)$$

en différenciant cette équation par rapport à  $T$ , on obtient :

$$\frac{dh}{dT} = \gamma C_v = C_P \quad (4.40)$$

La discrétisation de l'équation précédente entre deux états de référence 0 et 1 permet de déterminer  $C_P$  :

$$C_P = \frac{h(T_1) - h(T_0)}{T_1 - T_0} \quad (4.41)$$

Il reste à déterminer la capacité calorifique à volume constant et la constante  $P_\infty$ . On utilise pour cela la relation d'état (4.20) :

$$v(P, T) = \frac{(\gamma - 1)C_v T}{P + P_\infty} \quad (4.42)$$

Cette relation peut être réécrite en faisant disparaître  $\gamma$  :

$$v(P, T) = \frac{(C_P - C_v)T}{P + P_\infty} \quad (4.43)$$

A partir de cette relation, il est possible de déterminer la valeur de la constante  $P_\infty$  en utilisant les courbes expérimentales de pression de vapeur saturante. On se place à  $P = P_{sat}(T)$ . La relation précédente, peut s'écrire :

$$v(P, T) = \frac{(C_P - C_v)T}{P_{sat}(T) + P_\infty} \quad (4.44)$$

On exprime à présent cette relation sous une forme logarithmique :

$$\begin{aligned}
 \ln [v] &= \ln \left[ \frac{(C_P - C_v)T}{P_{sat}(T) + P_\infty} \right] \\
 \ln [v] &= \ln [(C_P - C_v)T] - \ln [P_{sat}(T) + P_\infty] \\
 \ln [v] &= \ln [(C_P - C_v)] + \ln [T] - \ln [P_{sat}(T) + P_\infty]
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

On différencie la relation précédente ( $C_P$  et  $C_v$  sont supposés constants) :

$$d\ln [v] = d\ln [T] - d\ln [P_{sat}(T) + P_\infty] \tag{4.46}$$

que l'on peut discrétiser entre deux états de référence 0 et 1 :

$$\begin{aligned}
 \ln [v(T_1)] - \ln [v(T_0)] - \ln [T_1] + \ln [T_0] &= -\ln [(P_{sat}(T_1) + P_\infty)] + \ln [(P_{sat}(T_0) + P_\infty)] \\
 \ln \left[ \frac{v(T_1) T_0}{v(T_0) T_1} \right] &= \ln \left[ \frac{(P_{sat}(T_0) + P_\infty)}{(P_{sat}(T_1) + P_\infty)} \right]
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Ce qui permet ensuite d'écrire :

$$\begin{aligned}
 \left[ \frac{v(T_1) T_0}{v(T_0) T_1} \right] &= \left[ \frac{(P_{sat}(T_0) + P_\infty)}{(P_{sat}(T_1) + P_\infty)} \right] \\
 v(T_1)T_0(P_{sat}(T_1) + P_\infty) &= v(T_0)T_1(P_{sat}(T_0) + P_\infty) \\
 v(T_1)T_0P_{sat}(T_1) + v(T_1)T_0P_\infty &= v(T_0)T_1P_{sat}(T_0) + v(T_0)T_1P_\infty \\
 v(T_1)T_0P_\infty - v(T_0)T_1P_\infty &= v(T_0)T_1P_{sat}(T_0) - v(T_1)T_0P_{sat}(T_1)
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

Et finalement :

$$\boxed{P_\infty = \frac{v(T_0)T_1P_{sat}(T_0) - v(T_1)T_0P_{sat}(T_1)}{v(T_1)T_0 - v(T_0)T_1}} \tag{4.49}$$

Enfin, afin de déterminer la capacité calorifique à volume constant, on écrit l'équation (4.20) pour l'état de référence 0 :

$$v(T_0) = \frac{(C_P - C_v)T_0}{P_{sat}(T_0) + P_\infty} \tag{4.50}$$

Finalement, on détermine  $C_v$  par la relation :

$$\boxed{C_v = C_P + \frac{v(T_0)}{T_0}(P_{sat}(T_0) + P_\infty)} \tag{4.51}$$

## 4.4 Implantation du modèle à deux fluides dans IFP-C3D

### 4.4.1 Adaptation de l'algorithme SIMPLE à la phase liquide

Cette étape correspond au calcul entre l'instant  $A$  et l'instant  $B$ , correspondant respectivement à la fin de la phase A et à la fin de la phase B pour le pas de temps  $n$ . Entre ces deux instants, plusieurs itérations ont lieu sur les différentes grandeurs. Nous définissons l'exposant  $p$ , signifiant "prédite" qui sera utilisé pour les grandeurs intermédiaires, calculées lors de la phase B.

### Prédiction de la pression en début de résolution

Comme décrit précédemment, la résolution itérative nécessite une initialisation préalable de la pression. De cette initialisation dépend la suite de la résolution. La méthode choisie dans le code IFP-C3D est d'initialiser la pression en début de phase B en utilisant les valeurs de la pression en fin de phase B aux pas de temps précédents :

$$P_{ijk}^p = P_{ijk}^{B_{n-1}} + \frac{\Delta t^n}{\Delta t^{n-1}} \left[ P_{ijk}^{B_{n-1}} - P_{ijk}^{B_{n-2}} \right] \quad (4.52)$$

Il faut spécifier que les pressions sont des pressions en fin de phase B, que l'on prend au deux pas de temps précédents,  $(n-1)$  et  $(n-2)$ , pour le pas de temps  $n$ .

A partir de la valeur prédite pour la pression, une première itération est réalisée en suivant la méthodologie reproduite dans la séquence de sections suivantes.

### Résolution des équations de quantité de mouvement

Entre les instants  $n$  et  $p$ , l'équation discrétisée de quantité de mouvement s'écrit sous forme implicite :

$$\frac{(\alpha_l \rho_l v_{ijk})^B u_l^p - (\alpha_l \rho_l v_{ijk})^n u_l^n}{\Delta t} = \underbrace{\sum_{nf} [\alpha_l^n p_l^n]_{nf} A_{nf}^n}_{\text{Terme de pression}} + \underbrace{\sum_{nf} [\alpha_l \tau_l(u_l^p)]_{nf} A_{nf}^n}_{\text{contraintes visqueuses}} \quad (4.53)$$

Cette équation est une équation linéaire en  $u^p$ . On peut par conséquent la mettre sous la forme :

$$\sum_{nf} [\tau_l(u_l^p)]_{nf} A_{nf}^n + (\alpha_l \rho_l v_{ijk})_{ijk}^B u_l^p = F(u_l^n, p_l^n) \quad (4.54)$$

On a alors à résoudre un système linéaire. La méthode utilisée pour ce faire est la méthode des résidus conjugués [23]. Cette méthode est utilisée pour chaque résolution de systèmes linéaires. Une description de cette méthode est donnée en annexe B.1.

### Résolution de l'équation d'énergie

L'étape qui suit la résolution de l'équation de quantité de mouvement est la résolution de l'équation d'énergie, qui permet de déterminer la température. Cela permet ensuite de calculer le volume de la cellule en phase B, par l'intermédiaire de l'équation d'état.

La première étape est de déterminer l'équation linéarisée pour la température à partir de l'équation d'énergie et de l'équation d'état. L'équation de départ que l'on utilise est l'équation discrétisée de l'énergie entre les instants  $n$  et  $p$  :

$$\frac{(\alpha_l \rho_l v_{ijk})^B e_l^p - (\alpha_l \rho_l v_{ijk})^A e_l^A}{\Delta t} = - \sum_{nf} (\alpha_l^B q_l^p)_{nf} A_{nf} - \frac{P_l^p + P_l^n}{2} \frac{v_{l,ijk}^p - v_{l,ijk}^n}{\Delta t} + \tau_l^p \frac{\partial \alpha_l V_{l,i}^p}{\partial x_i} v_{ijk}^n \quad (4.55)$$

On peut alors écrire la relation entre l'énergie interne d'un liquide et sa température :

$$\frac{de}{dT} = C_v \quad \text{et donc} \quad e(T) = C_v T + C^{ste} \quad (4.56)$$



D'autre part, il est nécessaire de déterminer le volume à l'instant  $p$  qui est inconnu. On utilise pour cela l'équation d'état du liquide (4.19) qui permet d'écrire :

$$v_l^p = \frac{(\gamma_l - 1)m_{l,ijk}C_v T_l^p}{P_l^p + P_{l,\infty}} \quad (4.57)$$

où  $m_{l,ijk}$  est la masse de liquide contenue dans la maille  $ijk$ . Cette masse s'écrit :

$$m_{l,ijk} = \alpha_l \rho_l v_{ijk}$$

Cette dernière relation permet de déterminer la valeur de la température à l'instant  $p$  à partir de la valeur à l'instant  $n$  :

$$T_l^p = \frac{T_l^n + \frac{P_l^n + P_l^p}{2C_v m_{l,ijk}} v_l^n + \frac{v_{ijk} \Delta t}{C_v m_{l,ijk}} [\tau_l(V_l^p) : \nabla \cdot (\alpha_l V_l^p) + \nabla \cdot (\alpha_l^p q(T_l^p))]}{1 + \frac{P_l^p + P_l^n}{2(P_l^p + P_\infty)} (\gamma - 1)} \quad (4.58)$$

On obtient alors un système linéaire pour la température, ce système est résolu par la méthode des résidus conjugués.

A partir de la température prédite par l'équation précédente, le volume peut être calculé en utilisant l'équation d'état. Le calcul présenté ici est fait pour la phase liquide, donc l'équation d'état utilisée est l'équation des gaz rigides (4.19) :

$$v_l^B = \frac{(\gamma - 1)m_{l,ijk}C_v T_l^B}{P_l^p + P_\infty} \quad (4.59)$$

### Résolution de la pression

La résolution des termes de pression est en fait une résolution couplée de la pression dans la maille et des vitesses de face de cette même maille. Pour résoudre ces deux variables, deux équations sont nécessaires. La première est l'équation fondamentale de la dynamique et la seconde l'équation d'état isentropique.

Le calcul de la vitesse des faces  $(uA_l)_{nf}^b$  est réalisé en utilisant le principe fondamental de la dynamique. A savoir que la somme des forces exercées sur un volume de contrôle est égale à l'accélération de ce volume de contrôle multipliée par sa masse. Les forces à prendre en compte sont la force due à la pression, la force de Coriolis et la force centrifuge. Pour les effets de pression, il faut considérer à la fois la pression thermodynamique mais aussi la contribution de la pression turbulente dans le cas d'un écoulement turbulent.

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit alors pour la face  $nf$  :

$$\begin{aligned} (uA_l)_{nf}^b = & \underbrace{-\frac{\Delta t}{m^{nb}} \left[ \sum_{faces \gamma} (P_l^b + P_{l,turb}^n) \cdot A_\gamma^m \right]}_{\text{Forces de pression}} A_{nf}^n \\ & + \underbrace{\Delta t V_l^n \left( \frac{dA_{nf}^n}{dt} \right)^n}_{\text{Force de coriolis et centrifuges}} + \underbrace{(uA_l)_{nf}^*}_{\text{Terme issu de la discrétisation}} \end{aligned} \quad (4.60)$$

L'exposant \* signifie que la valeur est calculée à partir des grandeurs en cours de résolution. La somme sur les faces  $\gamma$  utilisée dans cette équation est la somme sur les faces

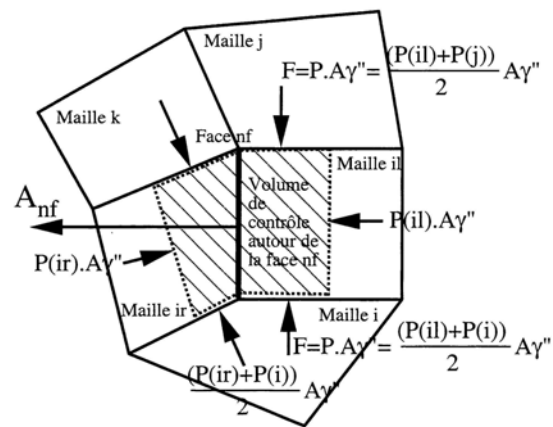


FIG. 4.3: Représentation des volumes de contrôle pour le calcul des forces s'exerçant sur les faces, d'après [134].

... : Volume de contrôle entourant la face  $nf$ .  $\rightarrow$  : force exercée sur la face  $nf$  par la pression.

du volume de contrôle qui entourent la face  $nf$  pour la résolution de cette équation, comme cela est représenté sur la figure 4.3.

Le calcul est alors convergé en vitesse de face et pression si la relation

$$v_i^n + \Delta t \sum_{nf} (uA_i)_{nf}^b = EOS_l(v_i^p) = v_i^b \quad (4.61)$$

est vérifiée. La notation  $EOS_l$  représente l'équation d'état pour la phase liquide, relation (4.19).

Cette équation signifie que le volume occupé par le liquide en fin de phase  $B$ ,  $v_i^b$ , déduit de l'équation d'état  $EOS_l(P_i^b)$ , doit être égal au volume de liquide en fin de phase  $A$  auquel on ajoute la somme des volumes balayés par les faces de la maille pendant  $\Delta t$ .

Si l'égalité précédente n'est pas vérifiée (c'est à dire que l'équilibre entre le champ de pression et les vitesses de face n'est pas cohérent) il faut évaluer une nouvelle pression. On utilise pour cela l'équation d'état isentropique linéarisée :

$$P^p \frac{v^n}{p^n(\gamma + \frac{P_{inf}}{P^n})} = (v^n - v^p) + \frac{v^n}{\gamma + \frac{P_{inf}}{P^n}} \quad (4.62)$$

#### 4.4.2 Bilan des modifications pour la phase liquide

Afin de clarifier les développements effectués dans le cadre de ce travail, la figure 4.4 représente les différentes équations et modèles présents dans le code. Les équations représentées en bleu sur le schéma sont celles qui étaient présentes dans la version initiale du code. Les équations de la phase gazeuse ont cependant été modifiées pour considérer la présence de la phase liquide, en introduisant la fraction volumique de gaz et les termes sources correspondants pour chacune des équations. Les équations représentées sur fond vert sont celles introduites pour représenter la phase liquide par une approche eulérienne. Les deux premières équations sont celles de la fraction volumique de liquide et du nombre de gouttes (sans termes sources). Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie ont également été introduites dans le code. Afin de prendre en compte les propriétés thermodynamiques du liquide, la loi d'état des gaz rigides a été introduite. Cette loi d'état permet de résoudre la pression dans la phase liquide et de considérer la compressibilité de cette phase mais a nécessité de ré-écrire l'algorithme SIMPLE de résolution des équations en phase lagrangienne (phase B). Le modèle de longueur de mélange a été introduit pour modéliser les corrélations turbulentes dans la phase liquide. Enfin, comme le schématise la flèche verte, de nombreux termes de couplage ont été introduits pour modéliser les échanges de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de turbulence entre les phases.

Ces différents développements ont été faits en respectant la structure du code et les différents modèles disponibles dans celui-ci. Ainsi, à l'heure actuelle, les deux approches (Euler/Euler et Euler/Lagrange) sont disponibles pour modéliser les écoulements diphasiques et sont compatibles avec tous les autres modèles physiques ou numériques (combustion, mouvement de maillage, ...).

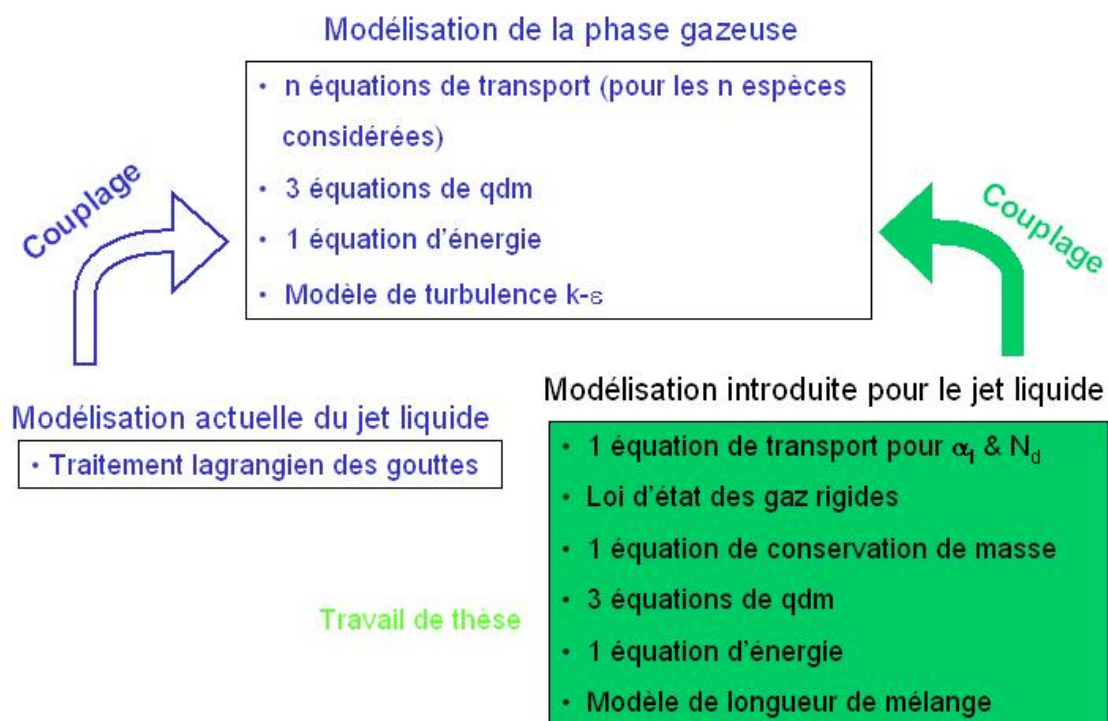


FIG. 4.4: Représentation schématique des modifications introduites. En bleu, les équations initialement présentes dans IFP-C3D. Sur fond vert, les équations introduites dans le cadre de ce travail.

## Chapitre 5

# Tests numériques et validations sur des cas académiques laminaires

Le modèle diphasique eulérien présenté dans les chapitres précédents a été implanté dans le code IFP-C3D. Afin de s'assurer d'une intégration correcte du modèle dans le code de calcul, la réalisation de tests est indispensable. Dans le cadre de ce travail de nombreux tests ont été réalisés pour des écoulements laminaires, ils sont présentés dans ce chapitre. Celui-ci s'articule autour des différents axes de validation suivis. Il est notamment possible de distinguer trois étapes qui formeront la structure de ce chapitre :

- tests numériques, dont l'objectif est de comparer les résultats obtenus par la résolution de la phase liquide à ceux obtenus pour la phase gazeuse (les deux phases étant décrites par la loi des gaz parfaits),
- tests analytiques, dont l'objectif est de comparer les résultats numériques avec des solutions analytiques sur des cas académiques laminaires (tests réalisés après l'introduction de la loi des gaz rigides pour la phase liquide),
- validation de la contribution laminaire des termes d'échange de masse, de quantité de mouvement et d'énergie à l'interface.

### 5.1 Tests numériques

Dans un premier temps, seules les équations de transport pour la phase liquide ont été introduites dans le code IFP-C3D. Cela signifie que le fluide régi par ces équations est décrit par la loi des gaz parfaits. L'intérêt de cette approche est de permettre une comparaison entre les résultats obtenus pour chacune des phases (seule la phase gazeuse était initialement décrite par une approche eulérienne dans IFP-C3D). Ainsi, l'objet de cette première section est de comparer les termes diffusifs et convectifs pour chacune des deux phases.

#### 5.1.1 Transport de la fraction volumique de liquide

##### Convection longitudinale de la fraction volumique liquide

Pour ce premier test, un maillage parallélépipédique régulier ( $dx = dy = dz = 5.10^{-4}$ ) constitué de 40 mailles dans la longueur et la hauteur et de 10 mailles dans l'épaisseur (figure 5.1) a été utilisé.

Un champ de vitesse constant est imposé dans la direction horizontale avec une valeur de 2 m/s, le pas de temps est imposé et vaut  $5.10^{-5}$  s. Le critère CFL vaut alors 0.2, ce

qui doit assurer la stabilité numérique du schéma convectif.

Un carré ( $10 \times 10$  mailles) de fraction volumique ( $\alpha_l$ ) de valeur 1 est initialisé au centre du domaine de calcul.  $\alpha_l$  vaut 0 partout ailleurs.

Le résultat de ce test simple de convection, présenté sur la figure 5.2, fait apparaître plusieurs conclusions. Tout d'abord, la fraction volumique de liquide reste bornée, le schéma est donc monotone. D'autre part, une comparaison avec le résultat analytique montre la dissipation numérique du schéma de convection. En effet, on assiste au cours du temps à un étalement du créneau de la fraction volumique liquide.

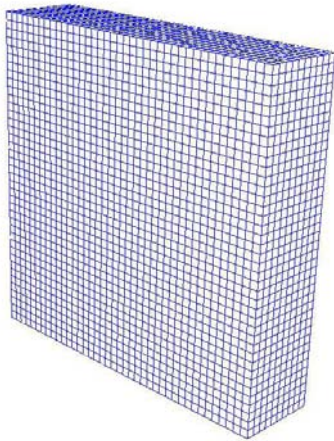


FIG. 5.1: Description géométrique du maillage utilisé.

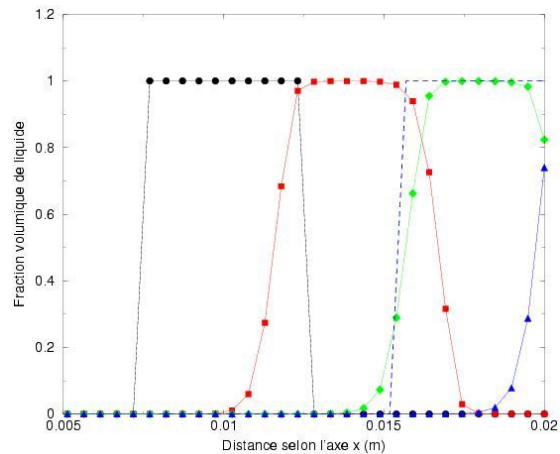


FIG. 5.2: Convection horizontale de la fraction  $\alpha_l$ , comparaison avec la solution analytique

● :  $t = 0\text{s}$ ; ■ :  $t = 0.2 \times 10^{-2}\text{s}$ ; ◆ :  $t = 0.4 \times 10^{-2}\text{s}$ ; ▲ :  $t = 0.6 \times 10^{-2}\text{s}$ ; - : solution analytique à  $t = 0.4 \times 10^{-2}\text{s}$

Ce test a été complété par deux tests identiques dans les directions verticale et diagonale du maillage. Les résultats sont identiques à ceux obtenus pour la convection horizontale. Ainsi pour ces deux tests, on note une diffusion du créneau de fraction volumique qui reste cependant bornée.

L'influence du critère CFL sur le résultat a également été étudiée. Une augmentation de celui-ci n'influence pas le résultat obtenu ( $\text{CFL} < 0.9$ ).

Afin de confirmer l'implantation correcte de la convection scalaire pour le liquide, les évolutions de la fraction volumique de liquide et de la masse volumique partielle dans la phase gazeuse ont pu être comparées, pour un champ de vitesse identique. En effet, dans un tel cas, l'équation de transport pour la fraction volumique de liquide et celle pour la masse volumique du gaz sont identiques, le comportement de ces grandeurs doit donc être semblable. On peut constater l'identité des résultats sur la figure 5.3.

Si les tests présentés ci dessus sont satisfaisants en ce qui concerne les comparaisons gaz/liquide, il est nécessaire d'effectuer d'autres tests afin d'évaluer les aptitudes des schémas numériques utilisés. Ces tests correspondent aux champs de vitesse suivants :

- une rotation solide,
- un champ de rotation avec déformation.

Pour chacun de ces cas tests, le champ de vitesse est imposé et seule la convection de la fraction volumique de liquide  $\alpha_l$  est étudiée.

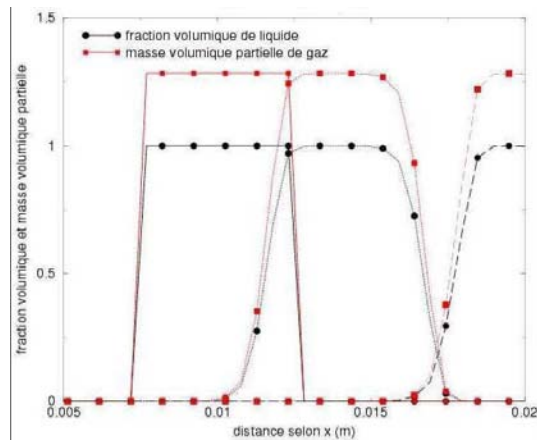


FIG. 5.3: Comparaison des convections entre le gaz et le liquide.

### Rotation solide

Le champ de vitesse imposé pour la rotation solide s'écrit :

$$\begin{aligned} V_{l,i} &= -A * (x_k - x_k^c) \\ V_{l,j} &= 0 \\ V_{l,k} &= A * (x_i - x_i^c) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Dans ces équations, la grandeur  $A$  est une constante, et l'exposant  $c$  représente le centre du maillage. Ce champ de vitesse est représenté sur la figure 5.4. Pour ce champ de vitesse, il est possible de calculer les tenseurs de déformation ( $\varepsilon_{i,j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$ ) et de rotation ( $\xi_{i,j} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} - \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$ ) :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i,j} &= 0 \\ \xi_{i,j} &= -\xi_{j,i} = -A \end{aligned}$$

Le champ de vitesse représente donc une rotation solide, sans déformation. La valeur limitante du critère CFL est liée à la valeur maximale de la vitesse. La taille réelle de la boîte est de 2 cm, la valeur de la constante  $A$  a été fixée à 150. Le maximum de vitesse vaut alors 2.12 m/s. Le pas de temps et le pas d'espace sont inchangés et conservent respectivement les valeurs de  $5.10^{-5}$ s et  $5.10^{-4}$ m. Cela donne une valeur maximale du critère CFL :

$$CFL_{max} = U_{max} \frac{\Delta t}{\Delta x} = 0.212$$

Il faut cependant préciser qu'il s'agit de la valeur limitante pour ce critère qui n'est atteinte qu'au niveau des extrémités des diagonales du maillage.

Sur ce champ de vitesse, on initialise un champ de fraction volumique liquide comme précédemment. On place cette fois la zone de valeur unitaire pour  $\alpha_l$  comme indiqué sur la première image ( $t=0$  s) de la figure 5.5. On peut noter sur cette image que les différentes isolignes représentées sont confondues. Cela s'explique par l'initialisation d'un créneau ( $\alpha_l$  vaut 0 ou 1). Sur cette figure, le plan médian du maillage a été représenté.

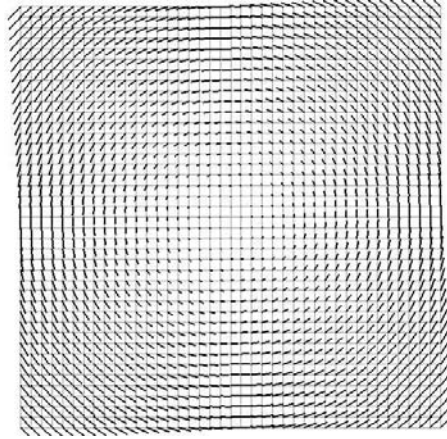


FIG. 5.4: Champ de vitesse pour le test de convection en rotation solide.

Les résultats de ce test confirment les conclusions précédentes, la fraction volumique reste bornée tandis que le crêneau de fraction volumique diffuse sous l'effet du schéma numérique.

### Rotation avec déformation

Dans ce test, un champ de vitesse impliquant une rotation couplée à un effet de compression et d'étirement est utilisé :

$$\begin{aligned} V_{l,i} &= \sin(x_i) \cdot \cos(x_k) \\ V_{l,j} &= 0 \\ V_{l,k} &= -\cos(x_i) \cdot \sin(x_k) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Les composantes des tenseurs de déformation et de rotation sont alors données par les expressions :

$$\varepsilon_{i,i} = \cos(x_i) \cdot \cos(x_k) \quad (5.3)$$

$$\varepsilon_{k,k} = -\cos(x_i) \cdot \cos(x_k) \quad (5.4)$$

$$\varepsilon_{i,k} = \varepsilon_{k,i} = 0 \quad (5.5)$$

$$\xi_{i,k} = -\xi_{k,i} = -2 * \sin(x_i) * \sin(x_k) \quad (5.6)$$

Le pas de temps et le pas d'espace utilisés sont toujours ceux précisés pour les tests précédents, respectivement  $5 \cdot 10^{-5}$ s et  $5 \cdot 10^{-4}$ m. Le critère CFL limitant est de 0.1.

Ce test est une succession de deux simulations. La première avec le champ de vitesse décrit par l'équation (5.2) et la deuxième avec le champ de vitesse de signe opposé. Ainsi, le carré de fraction volumique sera dans un premier temps convecté dans le sens trigonométrique direct, puis dans le sens inverse. Pour chacune des simulations, le nombre d'itérations est identique. La solution initiale devrait théoriquement être exactement retrouvée à la fin de la simulation. Ce cas test confirme la bonne implantation des équations pour les quantités scalaires. Mais il confirme également que la diffusion numérique est relativement importante, comme le montrent les résultats de cette simulation présentés sur la figure 5.6 pour le premier champ de vitesse et sur la figure 5.7 pour le champ de vitesse opposé.



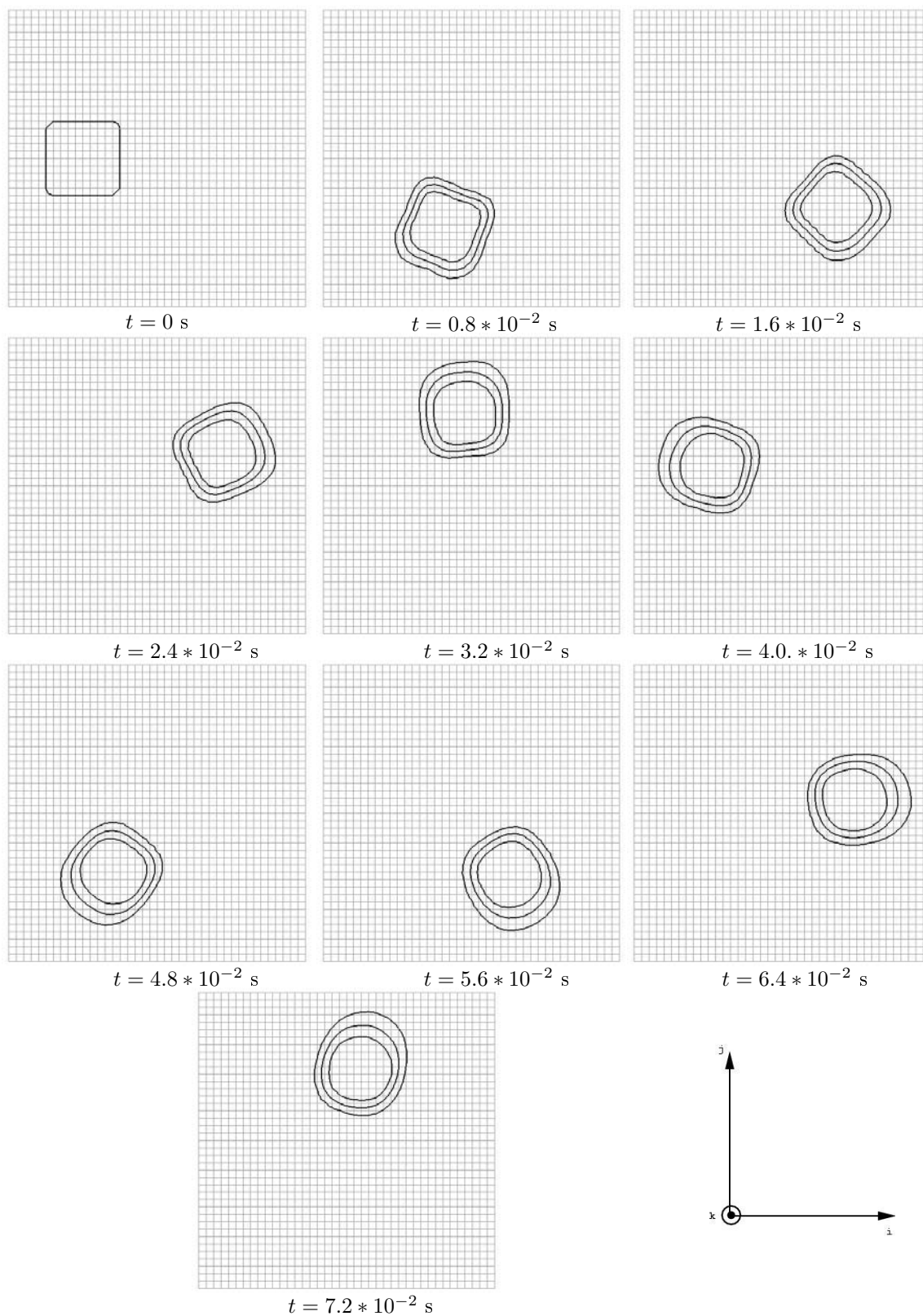


FIG. 5.5: Rotation solide dans le sens direct d'un carré de fraction volumique.  
Représentation des iso-valeurs de la fraction volumique : 0,3 - 0,5 - 0,7

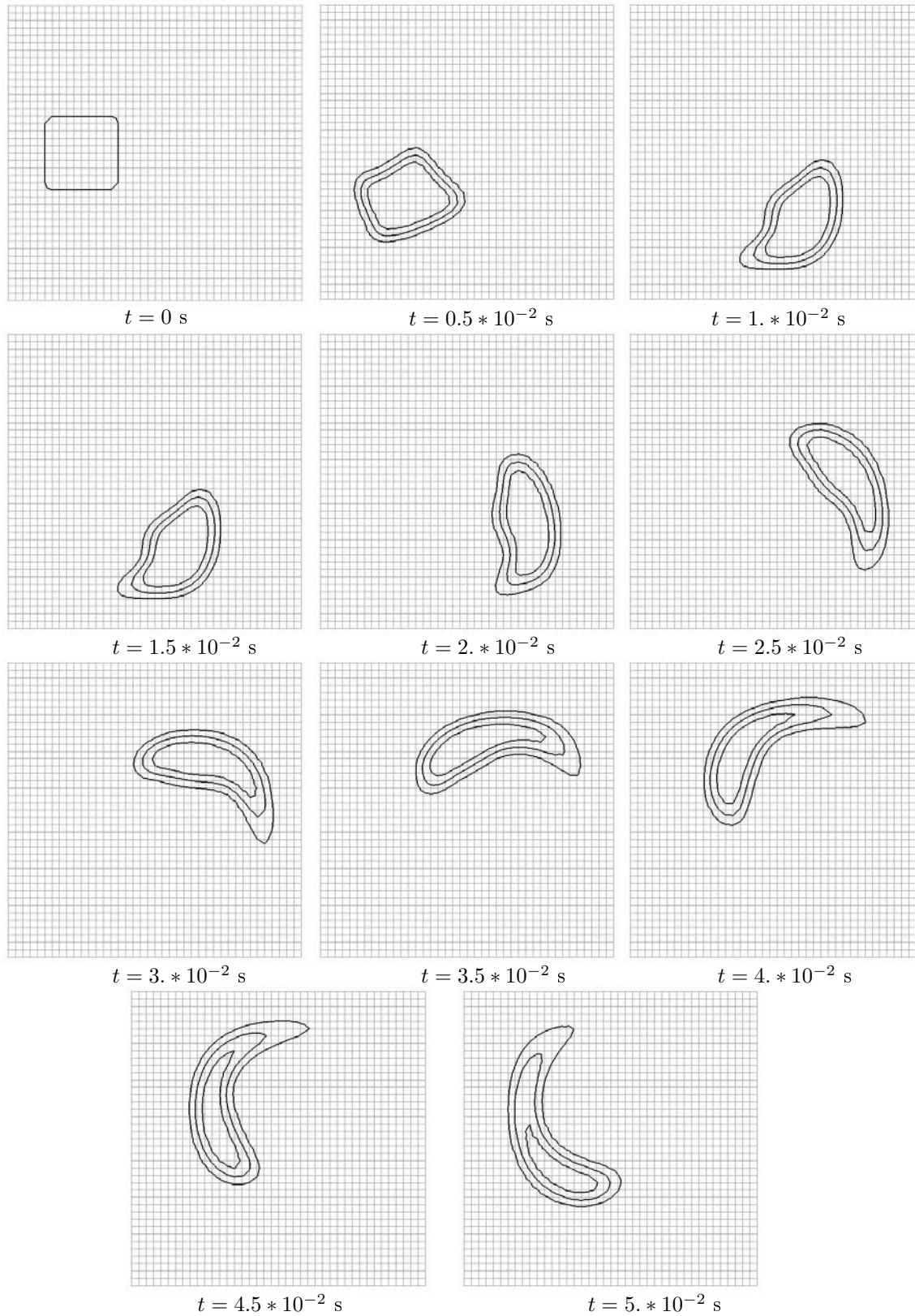


FIG. 5.6: Rotation avec déformation dans le sens trigonométrique direct d'un carré de fraction volumique.

Représentation des iso-valeurs de la fraction volumique : 0,3 - 0,5 - 0,7

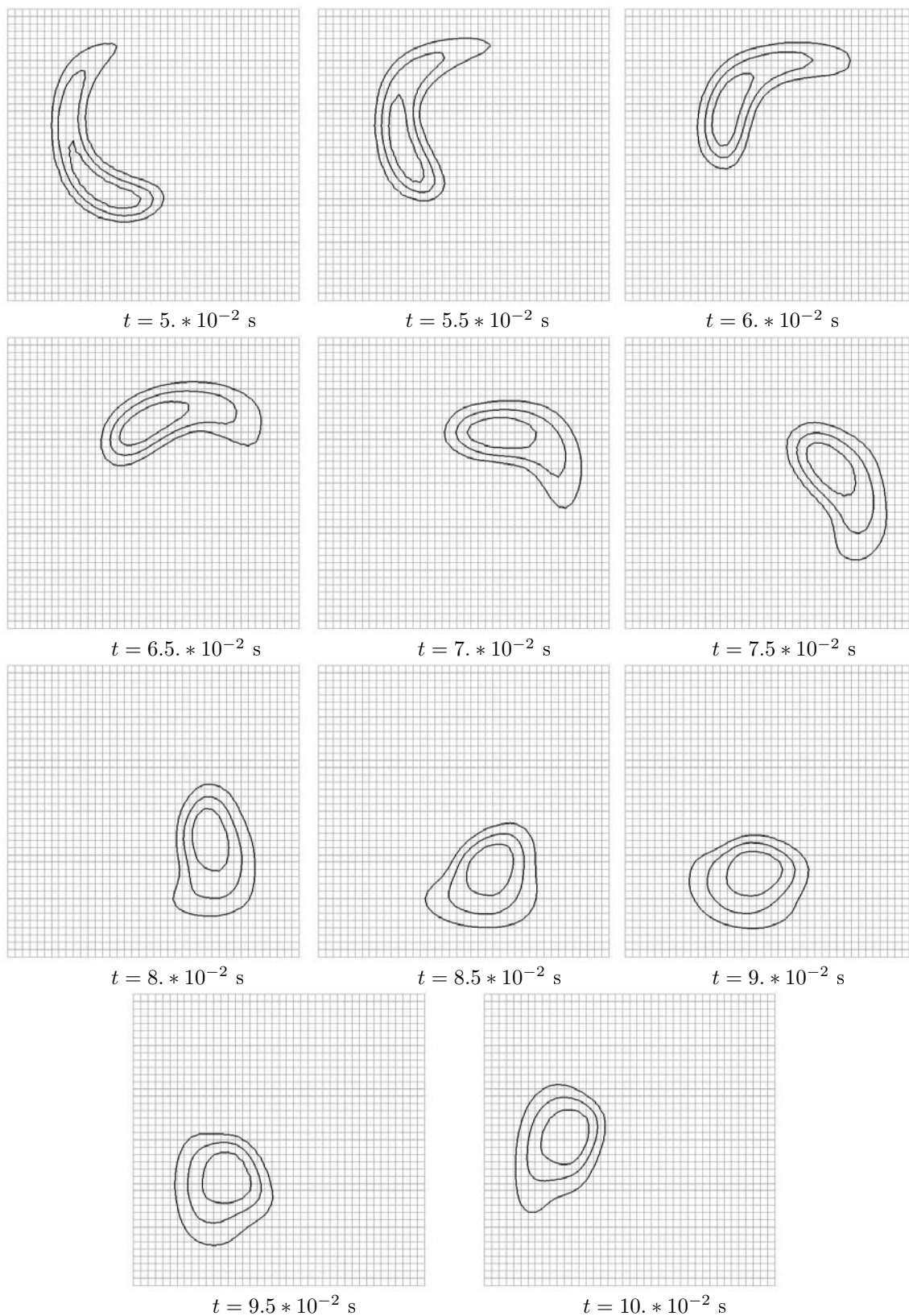


FIG. 5.7: Rotation avec déformation dans le sens horaire, suite du calcul précédent.  
Représentation des iso-valeurs de la fraction volumique : 0,3 - 0,5 - 0,7

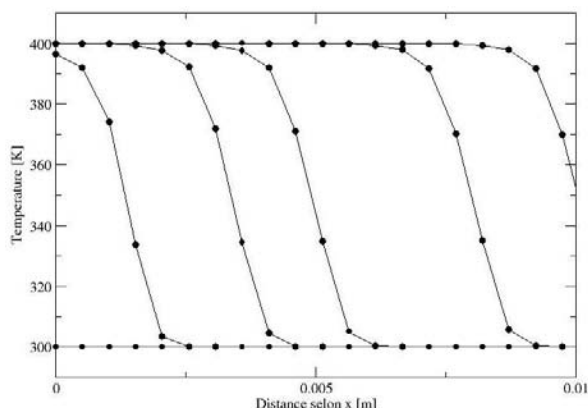


FIG. 5.8: Test de convection pour l'équation d'énergie.

### 5.1.2 Convection d'énergie

L'équation d'énergie pour la phase liquide a été implantée dans le code IFP-C3D. Les termes convectifs de cette équation ont été testés en comparant les résultats obtenus pour la convection d'énergie de la phase gazeuse et ceux obtenus pour la phase liquide. La figure 5.8 présente les résultats de l'un des tests de convection effectués. La température est initialement de 300 K dans le domaine et vaut 400 K en entrée. Le profil de température se propage dans le domaine. La diffusion numérique du schéma convectif est à nouveau mise en évidence.

### 5.1.3 Convection de quantité de mouvement

De nombreux tests permettant de confirmer la bonne implantation des termes convectifs de quantité de mouvement ont également été réalisés. Seul le test de propagation diagonale est présenté ici. Il s'agit de propager un champ de quantité de mouvement suivant la direction diagonale d'un maillage. La vitesse est initialement nulle dans tout le domaine. Une vitesse de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  orientée suivant la diagonale du maillage est imposée en entrée, comme cela est présenté sur la première image de la figure 5.9. Ainsi, le champ de vitesse imposé en entrée doit se propager dans tout le domaine. Le résultat de la simulation, figure 5.9, montre que le champ de vitesse se propage, de manière symétrique, et atteint partout la valeur de  $2 \text{ m.s}^{-1}$ .

### 5.1.4 Tests numériques sur les termes de diffusion et de pression dans le liquide

Dans la partie précédente, plusieurs tests ont été présentés. Ces différents tests avaient pour but de s'assurer de l'implantation correcte des termes convectifs pour les équations de la phase liquide. Le but de cette section est de montrer que l'introduction des termes diffusifs (tous les termes sans convection ni source) est également correcte. A cette fin, les trois tests suivants sont présentés et analysés dans cette section :

- la création d'un champ de vitesse par un gradient de pression pour un fluide non visqueux,
- la décroissance d'un champ de vitesse sous l'effet de la viscosité,
- la diffusion d'une gaussienne de température.

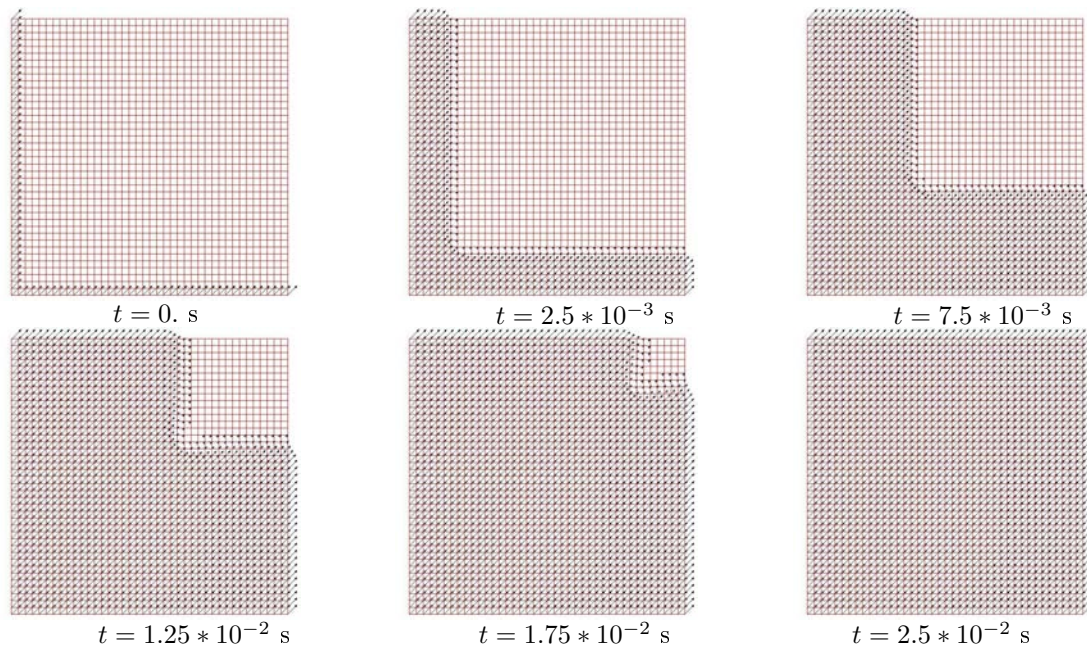


FIG. 5.9: Test de propagation de la quantité de mouvement du liquide, évolution du champ de vitesse dans le liquide pur.

### **Test du gradient de pression**

Le premier test consiste à initialiser un champ de pression à symétrie circulaire sur un maillage 2D (40\*40 mailles). Les équations d'Euler sont résolues pour ce champ de pression. Le gradient de pression doit mettre le fluide en vitesse. Les résultats obtenus pour la phase liquide sont identiques à ceux de la phase gazeuse. Le profil de vitesse diagonal après deux cents itérations, soit après un temps physique de  $1.10^{-3}$  s, est présenté sur la figure 5.10. Cette figure montre l'identité des résultats dans les deux phases. On a également représenté les vecteurs vitesses pour le quart supérieur droit du maillage, figure 5.11. Ce test montre le bon comportement du terme de pression dans l'équation de quantité de mouvement pour la phase liquide.

### **Décroissance d'un profil de vitesse sous l'effet de la viscosité**

Le test précédent a permis de mettre en évidence l'effet du terme de pression pour un fluide non visqueux. Afin de tester l'implantation du terme visqueux, le test proposé par Gresho et Sani [43] a été réalisé. Ce test consiste à initialiser un profil de vitesse à double bosse et à le laisser évoluer sous l'effet de la viscosité du fluide. Ce profil de vitesse est initialisé de façon identique dans chacune des deux phases et les résultats sont comparés 2.375 ms plus tard, figure 5.12. Cette figure montre l'identité des résultats entre les deux phases. Cela permet de s'assurer que l'implantation numérique des termes visqueux dans l'équation de quantité de mouvement pour la phase liquide est correcte.

### **Diffusion de la température**

Le terme diffusif de l'équation d'énergie a également été testé. Pour cela, un profil gaus-

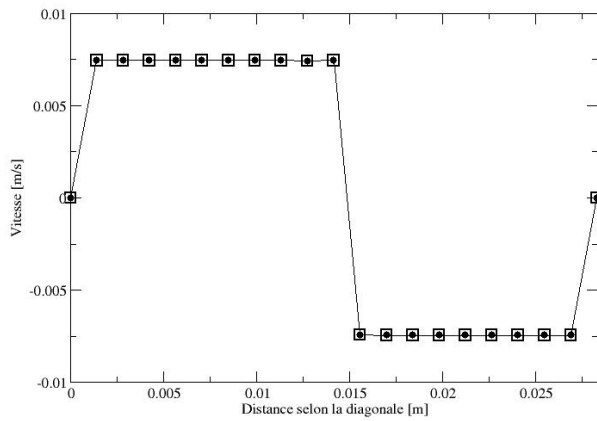


FIG. 5.10: Profil de vitesse suivant la diagonale du maillage à  $t=1.10^{-3}$  s.

● : vitesse du liquide; □ : vitesse du gaz.

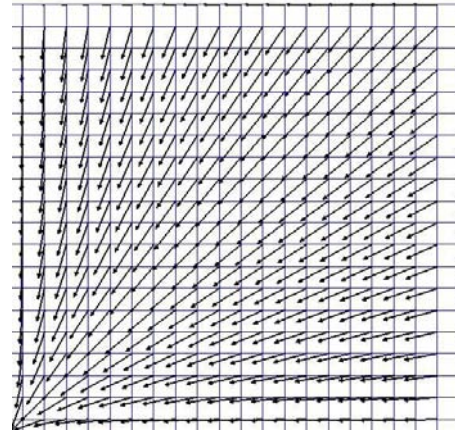


FIG. 5.11: Vecteurs vitesse pour le liquide.

Représentation du quart supérieur droit du maillage.

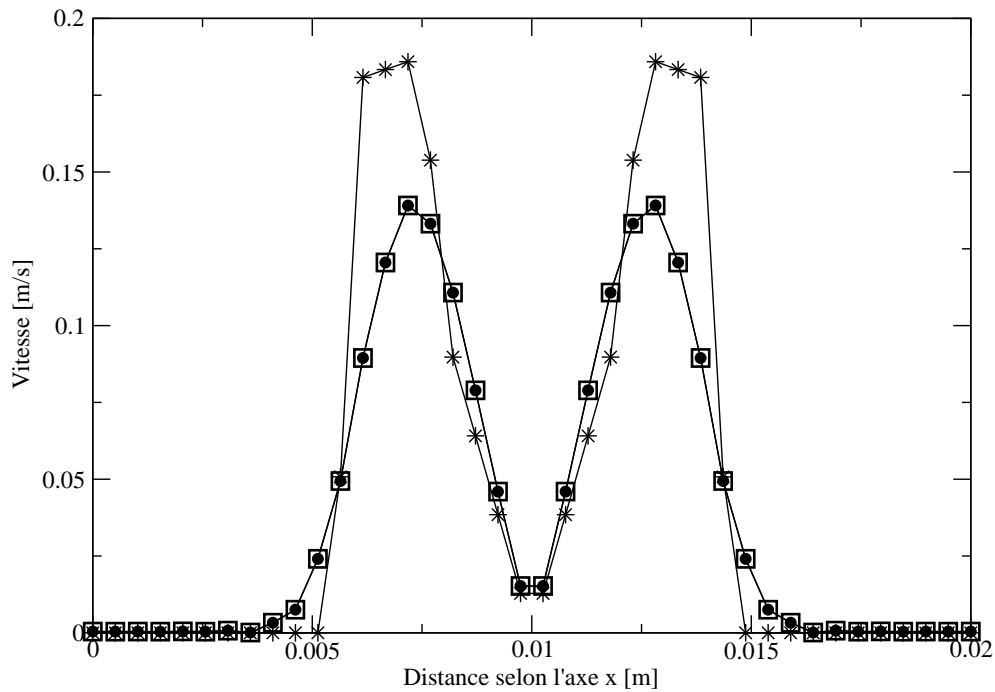


FIG. 5.12: Dégénérescence d'un profil de Gresho sous l'effet de la viscosité.

\* : Solution initiale; ● : vitesse du liquide à  $t = 2.375 \times 10^{-3}$  s; □ : vitesse du gaz à  $t = 2.375 \times 10^{-3}$ .

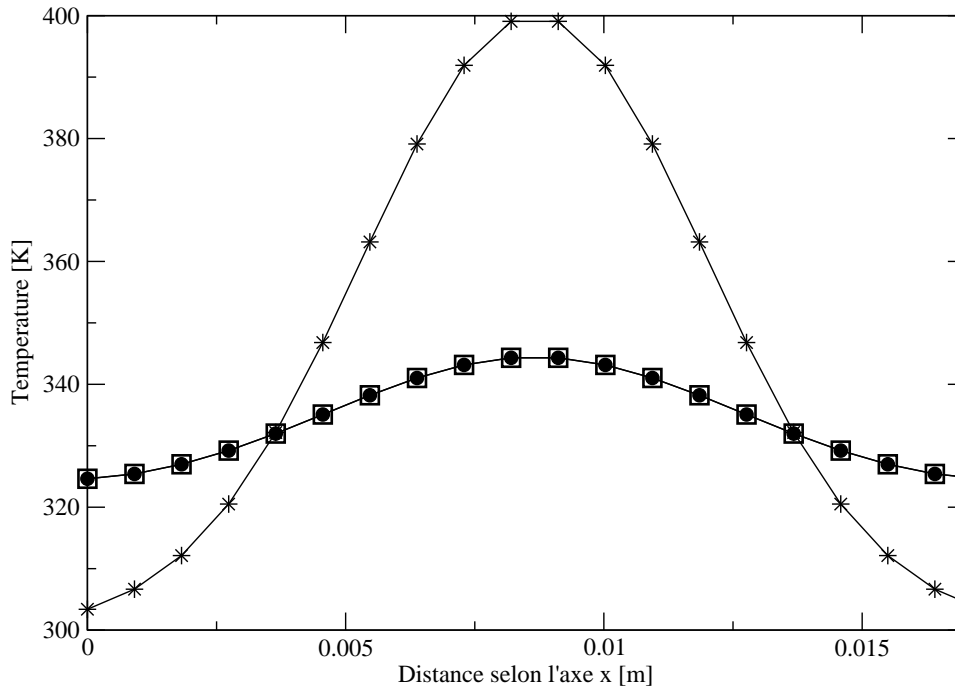


FIG. 5.13: Diffusion d'une gaussienne de température, comparaison gaz-liquide.  
 \* : solution initiale; • : température du liquide à  $t = 1.5 * 10^{-2}$ ; □ : température du gaz à  $t = 1.5 * 10^{-2}$ .

sien monodimensionnel de température a été initialisé dans un canal ( $20 \times 5 \times 5$  mailles) :

$$T(x, t) = A(t)e^{-\frac{x^2}{K(t)}} + T_0 \quad (5.7)$$

où  $A(t)$  est l'amplitude de la gaussienne,  $K(t)$  le paramètre caractérisant la largeur du pic et  $T_0$  une constante ajoutée à la gaussienne et choisie de manière à ce que la température varie entre 300 et 400 K. Le champ de vitesse dans le domaine est initialement nul et seul les termes diffusifs agissent. Les comparaisons liquide-gaz montrent à nouveau une identité des deux résultats comme cela est présenté sur la figure 5.13.

### 5.1.5 Tests complémentaires

Les tests présentés dans la section précédente ont permis d'évaluer l'implantation de chacun des termes des différentes équations de façon découplée. Cette première étape a permis d'établir de premières conclusions satisfaisantes concernant le comportement des équations de la phase liquide. Cependant, un point important n'a pas été abordé. En effet, l'équation de transport pour la phase liquide s'écrit :

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + U_{l,i} \frac{\partial \alpha_l}{\partial x_i} = 0 \quad (5.8)$$

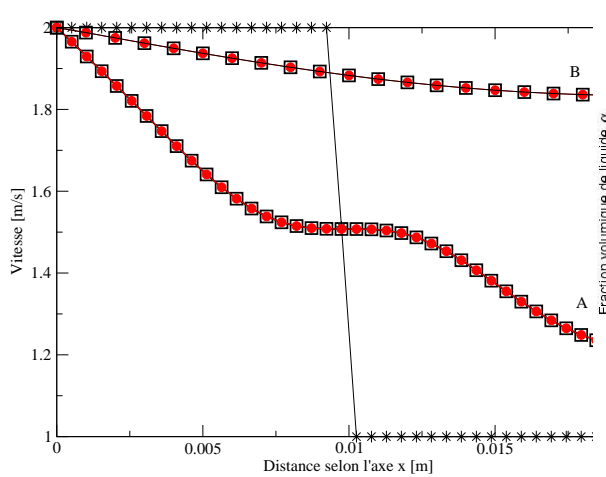


FIG. 5.14: Test de conservation de la fraction volumique liquide.

★ : Solution initiale; ● : vitesse du liquide;  
 □ : vitesse du gaz. A :  $t = 2.3205 \times 10^{-5}$  s;  
 B :  $t = 2.8637 \times 10^{-4}$  s.

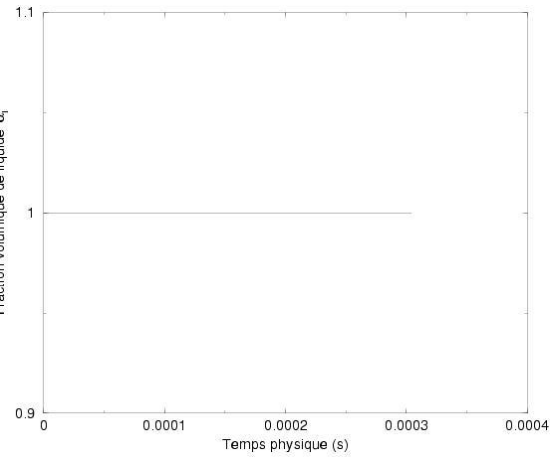


FIG. 5.15: Test de conservation de la fraction volumique liquide.

Evolution de la fraction volumique au cours du temps.

Cette équation indique que la fraction volumique de liquide est uniquement transportée par l'écoulement. Ainsi, cette équation doit assurer que la fraction volumique de liquide reste bornée entre 0 et 1, à la monotonie du schéma numérique près. Or, il a été montré au début de ce chapitre que le schéma utilisé est bien monotone. Ainsi, quel que soit le champ de vitesse imposé,  $\alpha_l$  doit restée bornée entre 0 et 1. Afin de s'assurer que tel est bien le cas, plusieurs tests sont présentés ici :

- compression d'un champ homogène,
- compression puis étirement d'un créneau de liquide,
- déformation d'un carré de liquide,
- projection de liquide contre une paroi.

### Compression d'un champ homogène

Le premier test est très simple. Dans un maillage 2D ( $40 \times 40$  mailles), un créneau de vitesse est initialisé comme cela est présenté sur la figure 5.14. La vitesse vaut  $2 \text{ m.s}^{-1}$  dans la moitié gauche du domaine et  $1 \text{ m.s}^{-1}$  pour la moitié droite. La frontière gauche du domaine est une entrée où la vitesse est imposée à  $2 \text{ m.s}^{-1}$ . La fraction volumique de liquide est initialisée à 1 dans tout le domaine. Ainsi, malgré le gradient de vitesse constaté, la fraction de liquide ne doit jamais dépasser la valeur 1. En effet, en observant en parallèle les figures 5.14 et 5.15, on peut voir l'évolution du profil de vitesse à plusieurs instants, en remarquant sur la figure de droite qu'à ces mêmes instants, la fraction volumique de liquide a bien conservé sa valeur. Ainsi, ce premier test montre qu'un gradient de vitesse ayant pour effet une compression n'affecte pas une distribution uniforme de  $\alpha_l$ , conformément à l'équation (5.8).

### Compression - étirement d'un carré de liquide

Le second test réalisé ici permet de tester le comportement de l'équation (5.8) en réponse



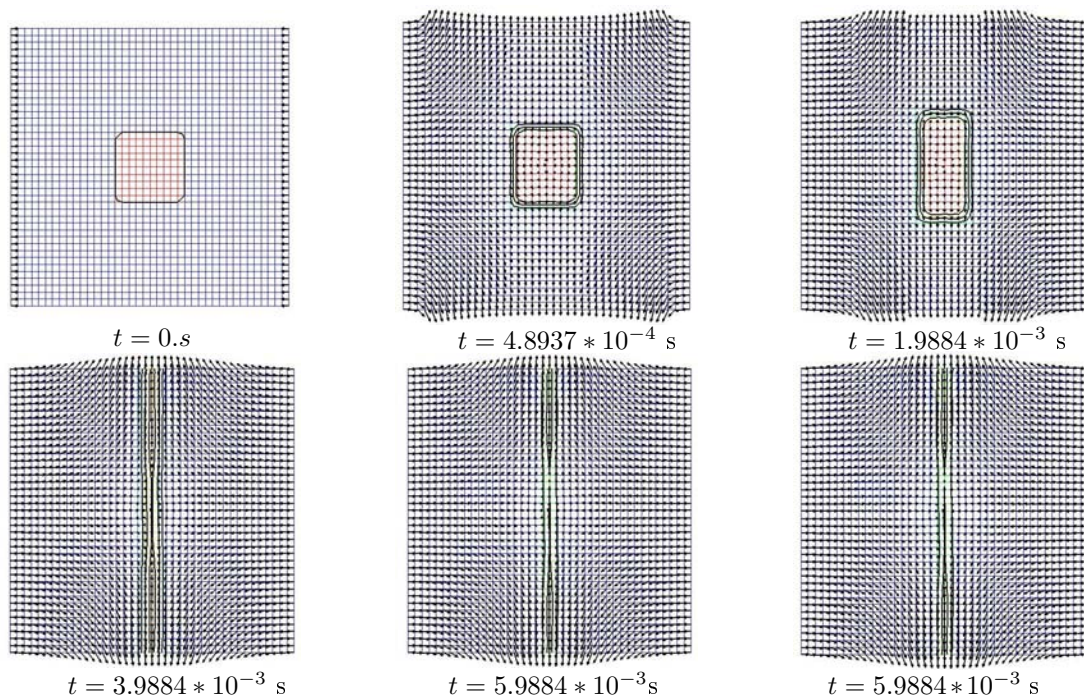


FIG. 5.16: Résultats des tests de compression puis étirement.  
Représentation des iso-valeurs de la fraction volumique : 0.3-0.5-0.7.

à une compression puis à un étirement. Ainsi, cela permet de tester également que  $\alpha_l$  reste positif. Dans un maillage bidimensionnel ( $40 \times 40$  mailles), la fraction de liquide est initialisée à 0 partout, sauf dans un carré de 10 mailles de côté au centre du domaine où elle vaut 1. Sur ce maillage, deux entrées sont placées face à face, à gauche et à droite. La vitesse est imposée à  $2 \text{ m.s}^{-1}$  pour chacune de ces entrées. Ainsi, de chaque côté du domaine, le liquide est poussé vers le centre. Le haut et le bas sont deux sorties. Comme le montre la figure 5.16, le carré de liquide est, dans un premier temps, comprimé par l'écoulement, puis, étiré vers le haut et le bas du domaine. Ce test montre à nouveau que la fraction volumique de liquide reste bornée ( $0 < \alpha_l < 1$ ).

### Déformation d'un carré de liquide

Ce test utilise le même maillage que précédemment ( $40 \times 40$  mailles) mais les conditions aux limites sont différentes. Une entrée est placée à gauche du domaine, les frontières haute et basse représentent des parois, tandis que la frontière à droite du domaine est une sortie. La fraction volumique de liquide est initialisée à la valeur 0 dans tout le domaine, sauf dans un carré de  $10 \times 10$  mailles situé au centre du maillage. La valeur à l'entrée de la fraction de liquide vaut également 1. La vitesse imposée en entrée vaut  $2 \text{ m.s}^{-1}$  et est dirigée selon la diagonale du domaine, première image de la figure 5.17. Ainsi, cela permet d'initier une compression de la fraction de liquide sur la paroi supérieure du domaine. La conclusion de ce dernier cas test est à nouveau une parfaite conservation des valeurs minimale et maximale de la fraction volumique de liquide.

### Conservation de la masse liquide

Enfin, un test permettant de vérifier l'étanchéité des parois vis à vis du liquide a été

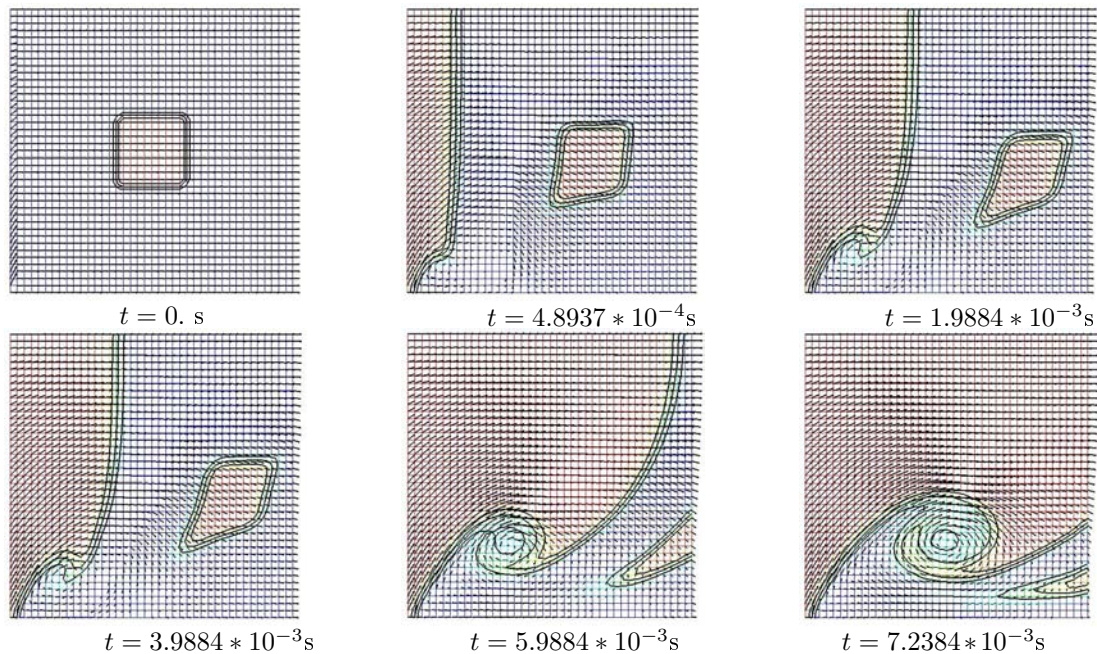


FIG. 5.17: Test de conservation de la fraction volumique liquide.

réalisé. Pour cela, un carré de liquide ( $10 \times 10$  mailles) a été positionné près d'une paroi. Le maillage est 2D ( $40 \times 40$  mailles). Une entrée est placée à gauche du domaine, le haut et le bas du domaine sont des sorties. Une vitesse de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  est imposée en entrée et permet de comprimer le liquide dans la direction de la paroi. La figure 5.18 montre les résultats de ce test.

### 5.1.6 Conclusions

De nombreux tests ont été présentés dans cette section. Ils ne permettent en aucun cas de valider les équations de la phase liquide mais simplement de confirmer que les équations ont été correctement implantées et que les schémas numériques utilisés dans IFP-C3D assurent le respect des extrema ( $0 \leq \alpha_l \leq 1$ ). Cependant, les tests convectifs réalisés en premier lieu ont également montré une diffusion numérique importante du schéma convectif.

## 5.2 Comparaisons analytiques et validations sur des cas laminaires

Après avoir implanté les équations pour la phase liquide et réalisé des tests de principe permettant de juger de l'implantation correcte de ces équations, des comparaisons avec des résultats expérimentaux ou analytiques ont été réalisées. Les premières validations seront basées sur des comparaisons analytiques, en effet, il s'agit dans un premier temps de montrer que le code IFP-C3D est à même de résoudre des écoulements simples pour la phase liquide.

Les termes de couplage et la turbulence n'ayant pas encore été implantés à cette étape, des validations laminaires monophasiques pour la phase liquide constituent la première étape de validation. A cette fin, une loi d'état permettant de décrire le comportement thermodynamique d'un liquide a été introduite dans le code. Comme cela a été présenté

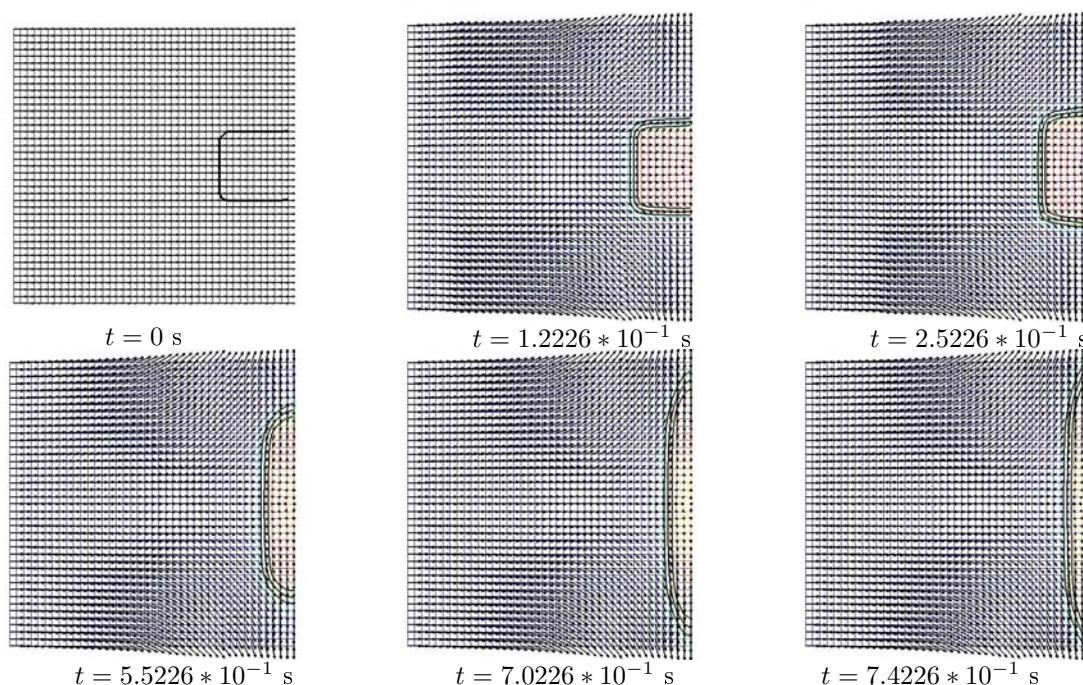


FIG. 5.18: Test de conservation de la fraction volumique liquide.

(equation 4.19), il s'agit de la loi des gaz rigides [78]. D'autre part, la viscosité du gaz est calculée par la loi de Sutherland. Or cette loi n'est pas valable pour un liquide. Des tables, préalablement existantes dans le code IFP-C3D pour les liquides, ont été utilisées afin de calculer la viscosité du liquide en fonction de la température.

Des comparaisons des résultats numériques avec des solutions analytiques obtenus pour une phase liquide continue et remplissant tout le domaine considéré ont alors été effectuées. Avant de réaliser des validations sur des cas tests analytiques complets, un test simple a été effectué afin de s'assurer du bon comportement de la loi d'état utilisée.

### 5.2.1 Etablissement d'un écoulement uniforme

Ce premier cas test consiste à établir dans un canal un profil de vitesse uniforme. La pression doit alors être uniforme dans le canal.

La figure 5.19 présente le maillage et les conditions aux limites utilisés pour ce test. Un profil plat de vitesse est imposé en entrée du domaine. La vitesse du liquide est initialement nulle dans le reste du domaine. Le résultat obtenu est simplement la propagation du profil de vitesse dans le domaine de calcul, figure 5.20, alors que la pression est homogène, figure 5.21. L'intérêt de ce test est de montrer la propagation de la quantité de mouvement dans le domaine sans que cela implique d'oscillations sur les autres grandeurs, particulièrement la pression. Ce test permet d'une part de confirmer les conclusions du chapitre précédent sur l'implantation correcte des différents termes des équations pour la phase liquide, mais aussi, de valider l'implantation de la loi d'état des gaz rigides. En effet, ce test a été réalisé après l'introduction de cette loi d'état pour décrire la phase liquide. C'est à dire que la résolution des équations de la phase liquide dans le code utilise la loi des gaz rigides. Ainsi, ce test permet de valider l'implantation de la loi des gaz rigides dans la phase lagrangienne



FIG. 5.19: Maillage et conditions aux limites utilisés pour la propagation d'un profil de vitesse.

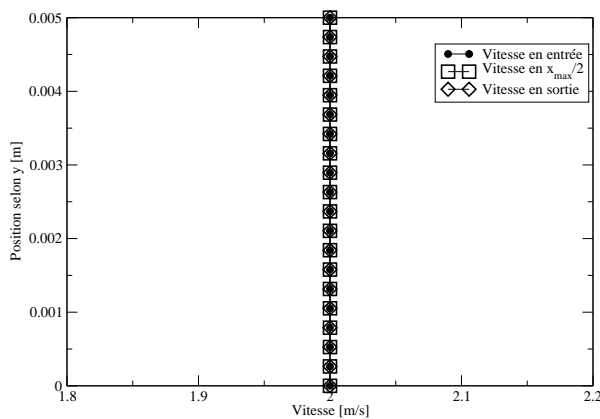


FIG. 5.20: Champ de vitesse convergé.

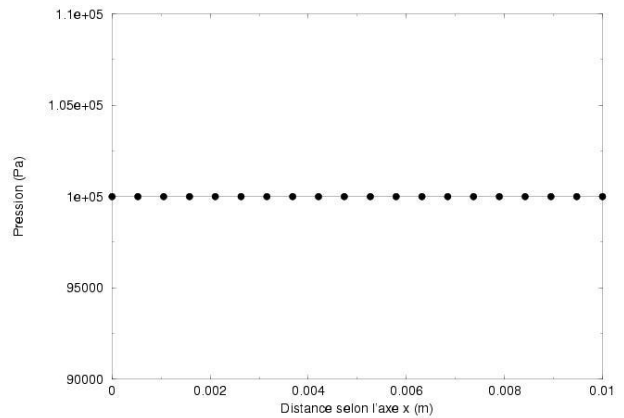


FIG. 5.21: Champ de pression convergé.

du code IFP-C3D.

## 5.2.2 Écoulement de Poiseuille

Le second test effectué consiste à reproduire un écoulement de Poiseuille laminaire : un profil de vitesse parabolique est lié à un gradient de pression constant. Pour effectuer ce test, un maillage 2D ( $20 \times 10$  mailles) est utilisé. Ce maillage est présenté sur la figure 5.22. Les conditions aux limites sont également représentées sur cette figure. Les conditions initiales sont les suivantes :

- champ de vitesse uniforme et nul,
- fraction volumique de liquide homogène de valeur 1,
- température uniforme à 300K,
- pression uniforme à 1 bar.

La solution analytique d'un tel problème s'écrit [20] :

$$V(x_j) = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x_i} (x_j^2 - x_j * x_j^{max}) \quad (5.9)$$

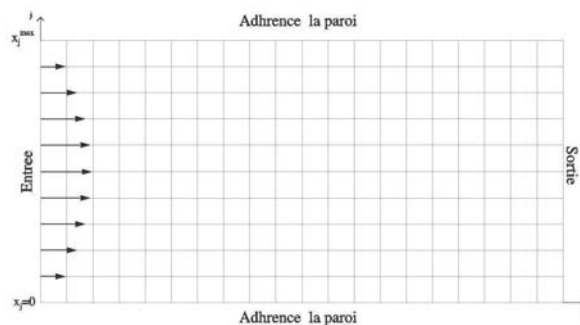


FIG. 5.22: Maillage et conditions aux limites utilisés pour le test analytique : Ecoulement de Poiseuille.

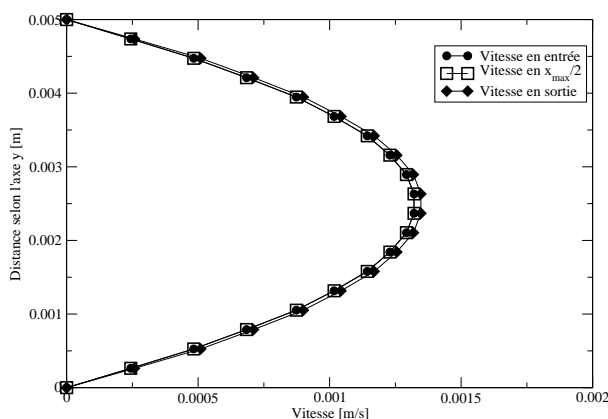


FIG. 5.23: Champ de vitesse convergé.

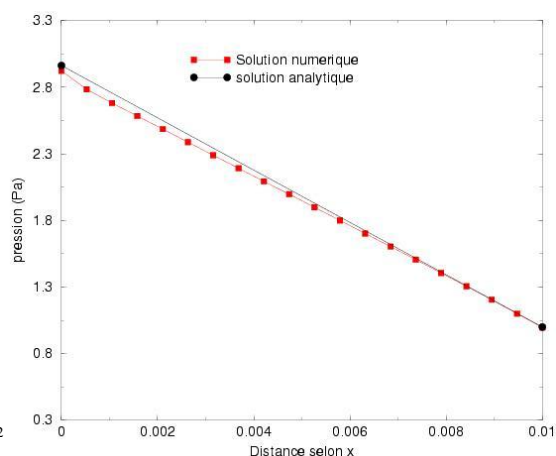


FIG. 5.24: Comparaison pression analytique - pression numérique.

Pour la résolution numérique du problème, le profil de vitesse analytique est imposé en entrée du domaine. Il est alors nécessaire d'attendre la convergence du calcul.

La figure 5.23 permet de comparer le profil de vitesse convergé avec la solution analytique. Le profil de vitesse est tracé en différentes positions axiales, ce qui montre que le champ de vitesse s'est bien établi à toutes les positions  $x$ . La figure 5.24 permet de comparer le profil de pression numérique avec le profil de pression analytique. Nous pouvons constater que les deux profils sont très proches et leur allure linéaire conduit bien à un gradient de pression constant.

### 5.2.3 Décroissance d'un tourbillon de Green Taylor

La décroissance visqueuse du tourbillon de Green Taylor a été simulée.

#### Définition et solution analytique

Le tourbillon de Green Taylor est un écoulement pour lequel il est possible de déterminer une solution analytique des équations incompressibles de Navier Stokes [19]. Les champs de vitesse et pression pour ce dernier s'écrivent au cours du temps pour un domaine carré

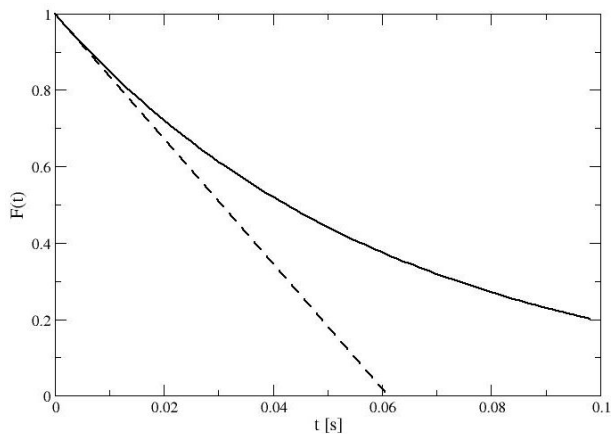


FIG. 5.25: Fonction caractéristique du tourbillon de Green Taylor.

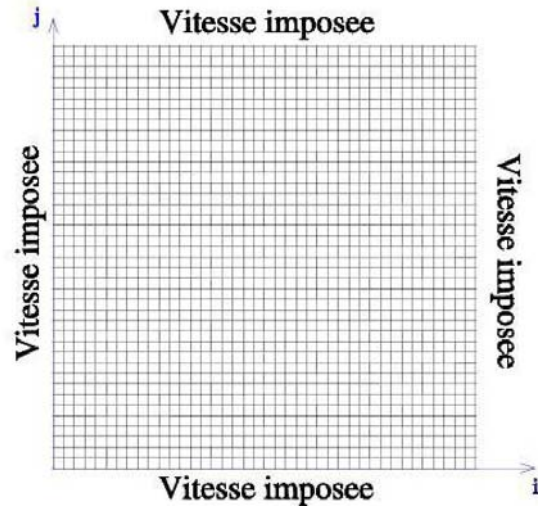


FIG. 5.26: Maillage et conditions aux limites pour le tourbillon de Green Taylor.

de côté  $L$  :

$$\begin{aligned}
 V_i(x_i, x_j) &= \sin\left(\frac{\pi x_i}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi x_j}{L}\right) F(t) \\
 V_j(x_i, x_j) &= -\cos\left(\frac{\pi x_i}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi x_j}{L}\right) F(t) \\
 P(x_i, x_j) &= P_0 + \frac{\rho}{4} \left( \cos\left(2\frac{\pi x_i}{L}\right) + \cos\left(2\frac{\pi x_j}{L}\right) \right) F(t)^2
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

Le centre du tourbillon est localisé au centre du domaine. La fonction  $F(t)$  s'écrit :

$$F(t) = e^{-2\frac{\pi^2 \mu_l t}{\rho_l L^2}} \tag{5.11}$$

Nous choisissons une viscosité dynamique du liquide :  $\mu_l = 4.5 * 10^{-1} kg.m^{-1}.s^{-1}$ , une masse volumique,  $\rho_l = 1359.67 kg.m^{-3}$  et une température du liquide  $T_l = 300K$ . La fonction  $F(t)$  est représentée sur la figure 5.25. Cette courbe permet de déterminer le temps caractéristique de l'écoulement, noté  $\tau_c$ , qui est l'intersection de la tangente à l'origine avec l'axe des abscisses. C'est également la solution de l'équation,  $\frac{dF(t)}{dt}.t + F(0) = 0$ , les deux méthodes permettent d'obtenir  $\tau_c = 0.061s$ .

Dans le maillage régulier 2D(40\*40 mailles) utilisé pour la validation,  $L = 0.02$  m. Les conditions aux limites sont présentées sur la figure 5.26. La vitesse imposée sur les parois, supposée glissantes, correspond à la solution analytique.

La solution des équations à  $t = 0$  est imposée comme solution initiale de la simulation, figure (5.27). Un temps de  $1.6\tau_c$ , correspondant à une diminution de l'intensité du tourbillon au cinquième de sa valeur initiale, comme le montre la courbe 5.25, est ensuite simulé.

Nous pouvons alors comparer la solution analytique à la solution numérique pour la vitesse et la pression, figures 5.28 à 5.31.

Ces figures montrent que les résultats analytiques sont très proches des résultats numériques. En effet, l'erreur maximale après  $0.4\tau_c$  vaut respectivement :

- 0.01 % pour la pression,
- 0.05 % pour la vitesse.

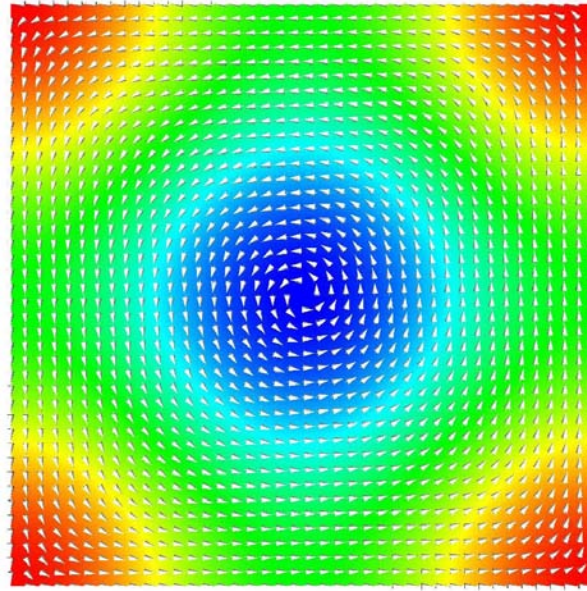


FIG. 5.27: Conditions initiales imposées pour le test du tourbillon de Green Taylor.

Ce cas test permet donc de valider l'implantation des équations de transport pour la phase liquide.

#### 5.2.4 Diffusion de la température

Les cas tests précédents ont permis de valider l'implantation des équation de continuité et de quantité de mouvement. Cependant, de fortes modifications ont été également apportées à l'équation d'énergie lors de l'implantation de la loi des gaz rigides dans la phase liquide. Pour valider le transport de l'énergie, des tests de diffusion ont donc été réalisés.

##### Diffusion monodimensionnelle

Dans un premier temps un test monodimensionnel de diffusion a été réalisé. Le maillage est alors un canal possédant 20 mailles dans la direction  $x$  et 10 mailles selon  $y$  et  $z$ . La température a été initialisée par la loi :

$$T_l = T_0 + A(t)e^{-\frac{x_l^2}{\kappa(t)}} \quad (5.12)$$

La température initiale varie alors entre 330 K et 400K. La solution initiale est représentée sur la figure 5.32.

Les résultats de ce cas test monodimensionnel sont très satisfaisants. En effet, on peut voir sur la figure 5.32 l'étalement de la gaussienne par diffusion. Celui-ci se poursuit jusqu'à obtenir une température quasi-homogène dans le domaine. D'autre part, en considérant les valeurs minimale et maximale de la température, on voit sur la figure 5.33 que ces deux extrema se rapprochent de la valeur moyenne, qui reste constante, lorsque le nombre d'itérations augmentent.

Une précision importante est requise ici. Ces résultats n'ont pas été comparés à des solutions analytiques car la détermination de la solution de diffusion d'une gaussienne suppose un domaine infini.

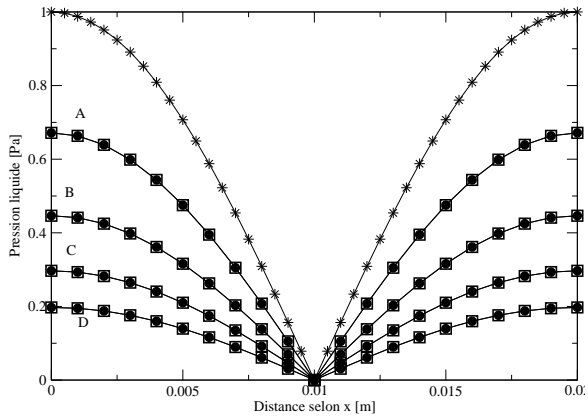


FIG. 5.28: Comparaison solution analytique-solution numérique. Profil de vitesse selon l'axe  $x$ . Analytique : ●, Numérique : □, ☆ : Solution initiale.

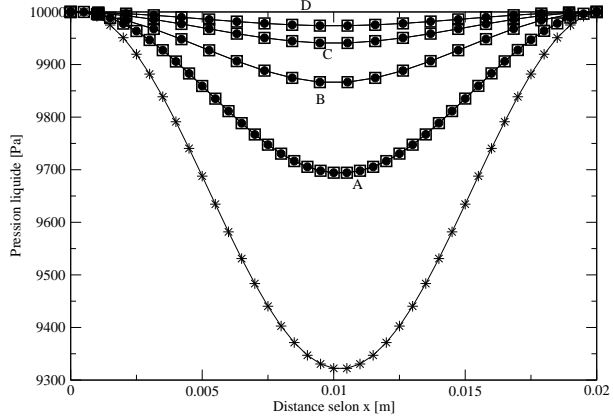


FIG. 5.29: Comparaison solution analytique-solution numérique. Profil de pression selon l'axe  $x$ . Analytique : ●, Numérique : □, ☆ : solution initiale.

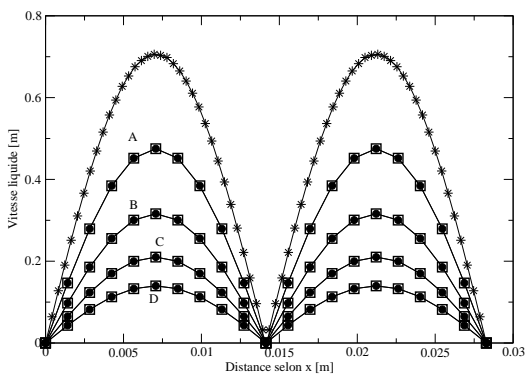


FIG. 5.30: Comparaison solution analytique-solution numérique. Profil de vitesse selon la diagonale. Analytique : ●, Numérique : □, ☆ : Solution initiale.

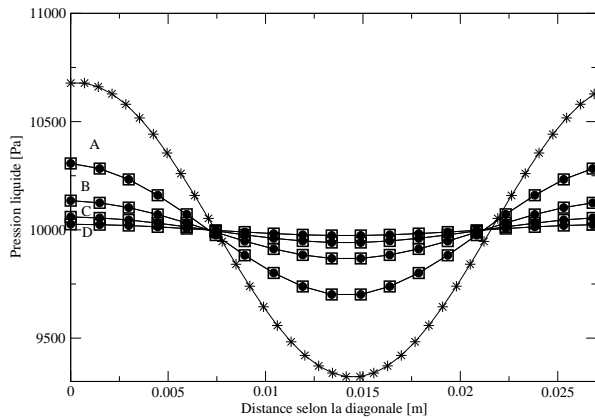


FIG. 5.31: Comparaison solution analytique-solution numérique. Profil de pression selon la diagonale. Analytique : ●, Numérique : □, ☆ : Solution initiale.

A :  $t = 0.4\tau_c$ ; B :  $t = 0.8\tau_c$ ; C :  $t = 1.22\tau_c$ ; D :  $1.6\tau_c$ .



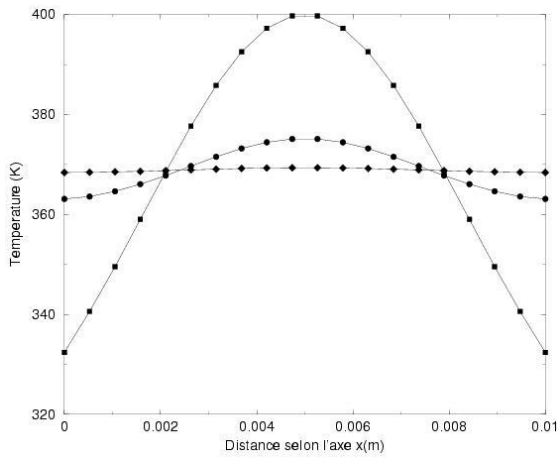


FIG. 5.32: Test monodimensionnel de diffusion.

■ : solution initiale; ● : solution intermédiaire; ◆ : solution finale.

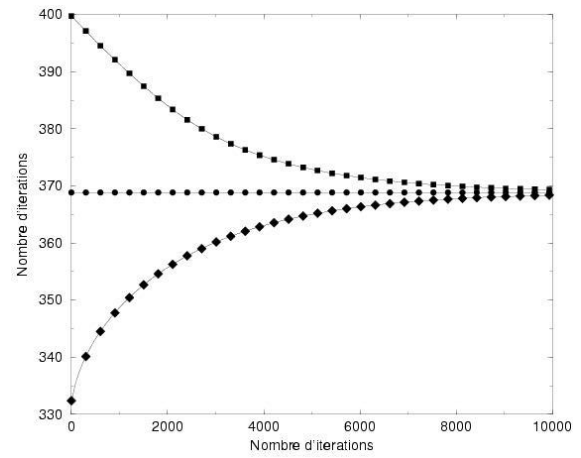


FIG. 5.33: Test monodimensionnel de diffusion.

■ : Valeur maximale; ● : Valeur moyenne; ◆ : Valeur minimale.

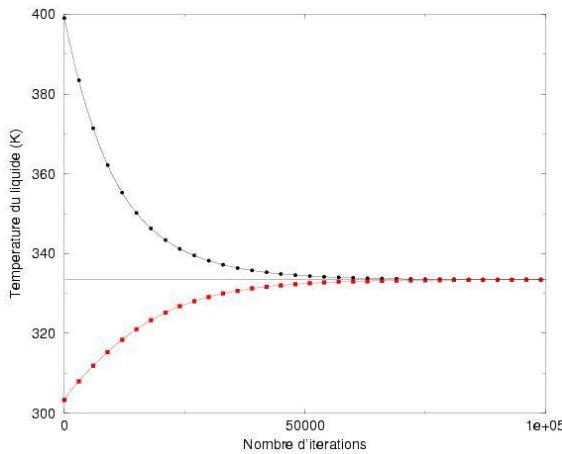


FIG. 5.34: Evolution de la température minimale et maximale au cours de la résolution.

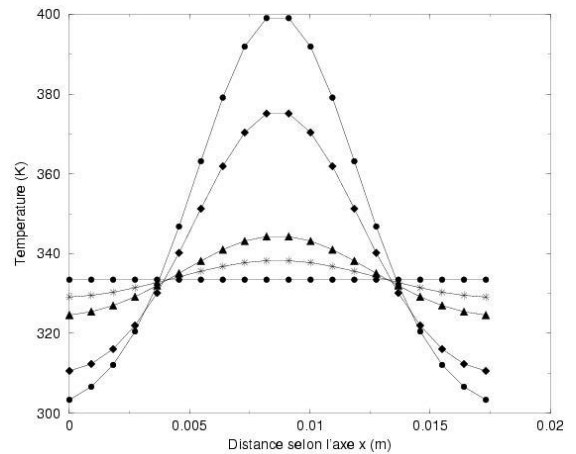


FIG. 5.35: Diffusion de la gaussienne tridimensionnelle de température.

### Diffusion tridimensionnelle

Pour ce test, un champ gaussien tridimensionnel de température a été initialisé :

$$r = x_i^2 + x_j^2 + x_k^2$$

$$T_l = T_0 + A(t)e^{-\frac{r}{K(t)}} \quad (5.13)$$

La température initiale varie alors entre 300K et 400K. La fin de la simulation correspond à l'instant auquel la température devient quasi-uniforme dans le domaine. La figure 5.34 montre l'évolution de la valeur minimale et de la valeur maximale de température au cours de la simulation. La figure 5.35 montre la décroissance de la gaussienne de température au cours du temps.

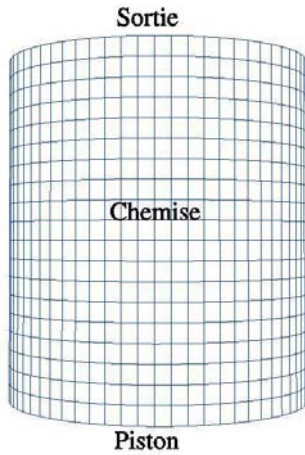


FIG. 5.36: Géométrie utilisée pour le test avec mouvement de maillage.

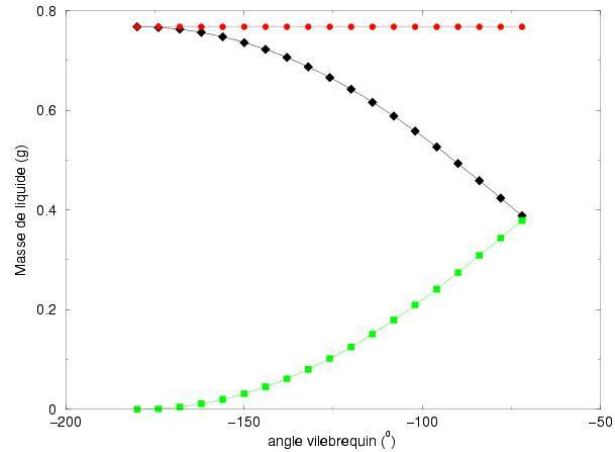


FIG. 5.37: Résultat du test avec mouvement de maillage.

◆ : Masse de liquide dans le cylindre; ■ : Masse de liquide ayant quitté le cylindre; ● : Somme des deux masses précédentes.

### 5.2.5 Test de conservation avec mouvement de maillage

Le code IFP-C3D permet également de réaliser des calculs avec mouvement de maillage. Pour un calcul moteur, cette fonctionnalité est indispensable. Ainsi, les tests de validation doivent comporter un calcul prenant en compte la fonctionnalité de mouvement de maillage. Le liquide étant incompressible, le test réalisé consiste à chasser un liquide par mouvement du piston. La géométrie utilisée est présentée sur la figure 5.36.

Pour valider ce calcul, deux grandeurs sont post-traitées. La première est la masse totale de liquide présente dans le cylindre qui doit décroître lors de la montée du piston. La seconde est la masse de liquide ayant quitté le domaine. La somme de ces deux grandeurs doit rester constante au cours du temps, c'est ce que confirme la figure 5.37. Cela permet de dire que la conservation de la masse est respectée dans les équations du modèle à deux fluides implanté dans le code IFP-C3D, en introduisant un mouvement de maillage.

### 5.2.6 Conclusions

Cette section a permis de valider l'implantation des équations pour la phase liquide dans le code IFP-C3D, en excluant le couplage entre les phases : transfert de quantité de mouvement, évaporation et transfert d'énergie. Après avoir introduit un couplage faible entre les phase par la présence de  $\alpha_g = 1 - \alpha_l$ , les termes d'échange interfaciaux ont été introduits. Afin de valider cette implantation, des tests concernant chacune des contributions ont été réalisés. La modélisation de ces termes est brièvement rappelée (la description des différents modèles et le choix d'un modèle sont exposés au chapitre 3).

Les transferts de quantité de mouvement seront traités en premier lieu, puis les transferts de masse et d'énergie seront validés.

## 5.3 Validations des termes d'échange interfaciaux

### 5.3.1 Transfert interfacial de quantité de mouvement

Dans une première approche, le transfert interfacial de quantité de mouvement a été modélisé en retenant l'hypothèse de gouttes sphériques pour la phase liquide. Considérant le fort rapport de densité entre les deux phases, la force de traînée est fortement prédominante. Elle sera seule modélisée pour reproduire l'échange de quantité de mouvement entre les deux phases. L'approche retenue est celle proposée par Drew [33] :

$$\vec{F}_D = \frac{3}{4} \alpha_l \rho_g \frac{C_D}{d} |\vec{V}_r| \vec{V}_r \quad (5.14)$$

avec :

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (5.15)$$

Différents tests de validation ont été réalisés pour montrer que la modélisation retenue permettait de reproduire des écoulements diphasiques. Deux hypothèses sont nécessaires :

- la phase liquide est présente sous forme dispersée (gouttes sphériques),
- le rapport de densité entre les phases est important, ce qui implique que la force de traînée est dominante.

### 5.3.2 Equilibre des vitesses gaz-gouttes

Dans un canal périodique, une distribution de gouttes de taille homogène est initialisée. Le gaz est initialement au repos, les gouttes ont une vitesse de 1 m/s. les gouttes doivent mettre le gaz en vitesse, tandis que leur propre vitesse doit décroître. Il est possible d'écrire la décroissance analytique pour la vitesse relative :  $V_r = V_l - V_g$  :

$$V(t) = V_0 e^{-kt} \quad (5.16)$$

avec :

$$k = \frac{18\mu_g}{\rho_l d^2} + \frac{18\alpha_l \mu_g}{\alpha_g \rho_g d^2} \quad (5.17)$$

Les cas-test présentés ici doivent reproduire cette solution analytique. Ces tests ont été réalisés pour différentes valeurs de la fraction volumique liquide, ce qui correspond à plusieurs valeurs du diamètre des gouttes distribuées dans le domaine. Les valeurs  $\alpha_l = 0.5$  et  $\alpha_l = 0.05$  sont présentés sur les figures 5.38 et 5.39.

### 5.3.3 Transfert de masse et d'énergie

Les transferts de masse et d'énergie sont deux phénomènes intimement liés et agissent de manière couplée. Le modèle d'évaporation qui a été retenu est un modèle basé sur une loi en  $d^2$ , présentée dans la section 3.1.3.

La modélisation de ces différents termes est décrite dans ce même chapitre 3.

### Evaporation d'une goutte isolée

Ce test est très défavorable pour l'approche eulérienne. En effet, celle-ci est avant tout dédiée à la modélisation de phases continues. Deux champs de conditions initiales ont été reproduits. Le premier permet une comparaison des résultats obtenus en modélisation Euler-Euler et en modélisation Euler-Lagrange avec des résultats expérimentaux. Le

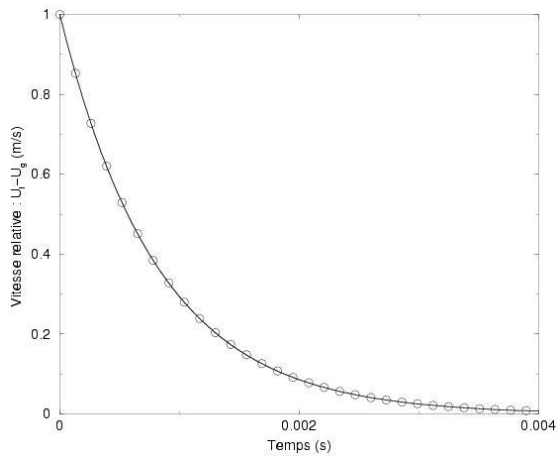


FIG. 5.38: Evolution de la vitesse relative pour  $\alpha_l = 0.5$ , soit un diamètre de goutte de  $4.92 * 10^{-4}$ m.

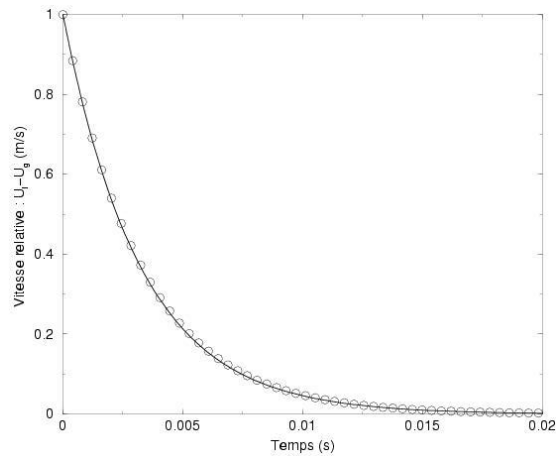


FIG. 5.39: Evolution de la vitesse relative pour  $\alpha_l = 0.05$ , soit un diamètre de goutte de  $2.28 * 10^{-4}$ m.

deuxième, où la température du gaz environnant est supérieure, permet de comparer les résultats Euler-Euler aux résultats Euler-Lagrange pour l'évaporation complète d'une goutte isolée. Les cas-test reproduits ici ont été choisis parmi ceux réalisés au cours d'une étude réalisée par Habchi et al. [45].

### Premier champ de conditions initiales

Pour les tests représentés ici, le carburant choisi est l'heptane. Une goutte d'un diamètre de  $900 \mu\text{m}$  à la température initiale de  $308 \text{ K}$  est placée dans une enceinte remplie d'air à la température initiale de  $573 \text{ K}$  et à la pression de  $10.1 \text{ bar}$ . Le maillage choisi pour reproduire ce test est une boîte cubique ( $10 \times 10 \times 10$  mailles). Une goutte est initialisée dans une seule maille au centre du domaine. Les figures 5.40 et 5.41 représentent respectivement l'évolution du carré du diamètre normalisé au cours du temps et de la température de la goutte. Notons que les résultats lagrangiens obtenus l'ont été avec la même version du code que celle utilisée pour obtenir les résultats eulériens. Les deux modèles sont disponibles dans IFP-C3D.

Le premier résultat de ce test est la proximité des résultats Euler-Euler et Euler-Lagrange, ce qui est très positif au vu de la difficulté pour un modèle eulérien de simuler le comportement d'une goutte isolée. L'évolution du carré du diamètre normalisé, tout d'abord montre la difficulté de modélisation du phénomène d'évaporation, tant avec un modèle eulérien qu'à l'aide d'une approche lagrangienne. En ce qui concerne l'évolution de la température de la goutte, les résultats Euler-Euler et Euler-Lagrange sont à nouveau très proches. On remarque cependant sur ces deux courbes que :

- le modèle eulérien induit une évaporation un peu plus lente
- le modèle eulérien induit un échauffement plus rapide

Si ces deux constatations peuvent paraître contradictoires, elles ne le sont en fait nullement. En effet, si le terme d'évaporation est plus faible, la quantité d'énergie interne perdue par la goutte est alors également plus faible et l'échauffement de la goutte est donc plus important.

### Second champ de conditions initiales

La géométrie et le carburant utilisés sont les mêmes que pour le calcul précédent, seules

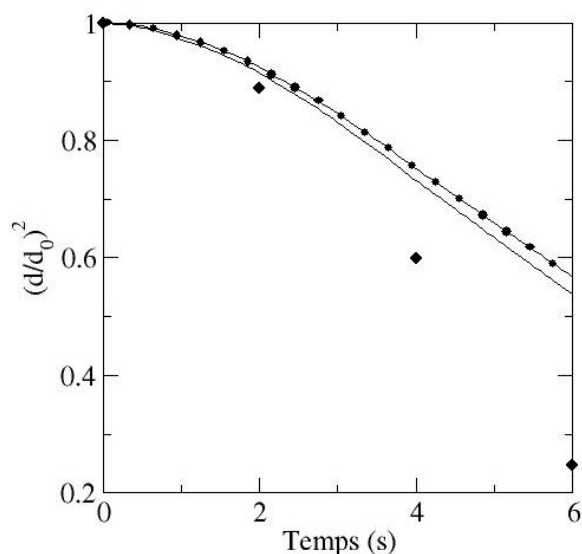


FIG. 5.40: Evolution du carré du diamètre normalisé au cours du temps.  
 ● : calcul eulérien ; — : calcul lagrangien ; ◆ : points expérimentaux.

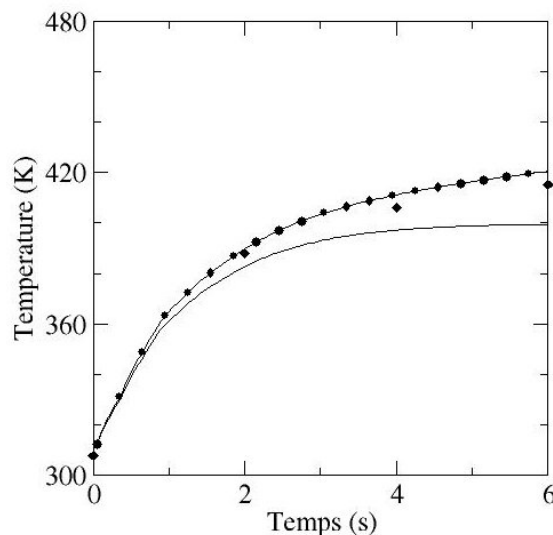


FIG. 5.41: Evolution de la température de la goutte liquide.  
 ● : calcul eulérien ; — : calcul lagrangien ; ◆ : points expérimentaux.

changent les conditions initiales. Le diamètre de la goutte est également de  $900 \mu\text{m}$ , sa température initiale est de  $300 \text{ K}$ , la température du gaz environnant est de  $1500 \text{ K}$ , à la pression de  $10.1 \text{ bar}$ . Les figures 5.42 et 5.43 représentent l'évolution du carré du diamètre normalisé et de la température de la goutte.

Ne possédant pas de données expérimentales pour ce test, son seul intérêt réside dans la comparaison des résultats donnés par chacun des modèles. On remarque à nouveau la proximité entre les courbes, reflétant un excellent accord entre les modèles eulérien et lagrangien de transfert de masse et d'énergie. D'autre part, les deux remarques du paragraphe précédent restent valables, à savoir que le transfert de masse est un peu plus faible pour le modèle eulérien, pour lequel l'échauffement de la goutte est plus important. Enfin, on remarque le caractère linéaire de l'évolution du carré du diamètre normalisé, ce qui découle de la loi en  $d^2$  utilisée pour la modéliser.

### 5.3.4 Conclusions

Ces comparaisons avec des solutions analytiques permettent donc de valider l'implantation des termes de transfert pour chacune des phases dans le code IFP-C3D. En effet, les tests présentés ci-dessus montrent la capacité du code diphasique eulérien à reproduire des échanges de masse, de quantité de mouvement et d'énergie à l'interface.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, de nombreux tests de validation ont été réalisés. Ils ont permis de s'assurer de l'implantation numérique correcte des différents termes des équations de transport pour la phase liquide, pour la loi d'état et pour les termes d'échange. Des comparaisons gaz-liquide ont permis, dans un premier temps, de valider le traitement des termes convectifs et diffusifs des équations de la phase liquide, en utilisant pour celle-ci la loi des gaz parfaits. Après l'introduction de la loi des gaz rigides et des modifications que cela implique

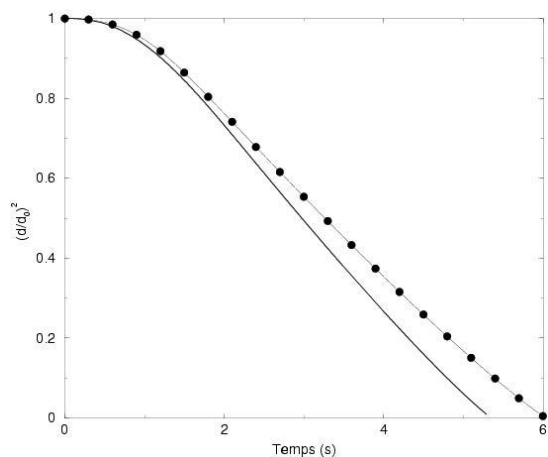


FIG. 5.42: Evolution du carré du diamètre normalisé au cours du temps.

● : calcul eulérien ; — : calcul lagrangien.

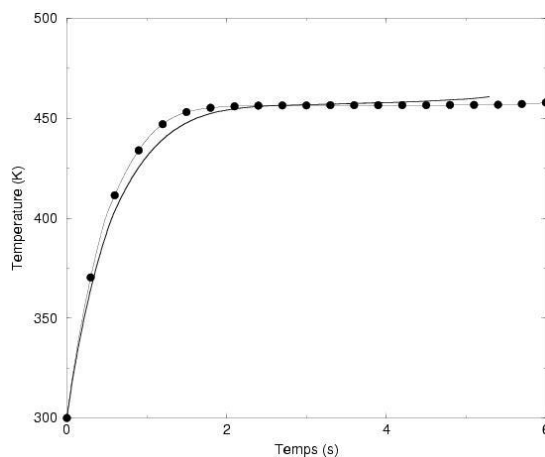


FIG. 5.43: Evolution de la température de la goutte liquide.

● : calcul eulérien ; — : calcul lagrangien.

sur l'algorithme de résolution au cours de la phase lagrangienne, des tests analytiques ont permis de s'assurer du bon comportement de la loi d'état et du solveur de pression pour la phase liquide. Enfin, des comparaisons à des solutions analytiques et expérimentales ont permis de valider les différents termes d'échange interfaciaux entre les phases (évaporation, traînée et échange d'énergie).

## Chapitre 6

# Validations du modèle diphasique compressible de turbulence

Dans le chapitre précédent, de nombreux cas-test ont été réalisés afin de valider l'implantation de la partie laminaire de modèle à deux fluides développé. Les cas-test présentés dans ce chapitre sont des tests plus complets, incluant les effets turbulents et se rapprochant par conséquent des tests de faisabilité en configuration moteur qui sont présentés au chapitre suivant.

### 6.1 Validation du modèle de turbulence utilisé dans la phase gazeuse

La modélisation de la turbulence dans la phase gazeuse est réalisée à l'aide d'un modèle  $k - \varepsilon$ . Les équations de transport pour  $k$  et  $\varepsilon$  ont été modifiées, section 3.4.3, afin de prendre en compte le caractère diphasique de l'écoulement. Avant de réaliser des tests de validation en comparant les résultats du code IFP-C3D à des mesures expérimentales, un test numérique a été réalisé afin de s'assurer de l'implantation correcte des équations diphasiques pour  $k$  et  $\varepsilon$ .

#### 6.1.1 Test numérique

Un premier test a été réalisé sur une géométrie simple. Un gaz est introduit dans une enceinte cylindrique. Ce gaz est comprimé par le mouvement du piston, les parois du cylindre sont adiabatiques. Ce test est un cas monophasique. Il est donc important de remarquer que, pour ce cas, les équations sont indépendantes de  $\alpha_g$ . En effet, si  $\alpha_g$  est homogène et constant dans le domaine, le modèle se simplifie et les équations sont celles d'un écoulement monophasique. Afin de vérifier cette propriété, ce test a été réalisé pour différentes valeurs de  $\alpha_g$  (bien que des valeurs différentes de 1 ne correspondent pas à la physique), les résultats devant alors être identiques.

La figure 6.1 présente la géométrie utilisée et son évolution au cours du temps. La vitesse de rotation est de 1200 tours par minute. Dans un premier temps, ce test a été réalisé avec la version originale (sans le modèle diphasique eulérien) de IFP-C3D. Ce test permet d'obtenir le calcul qui servira de référence. Aucune prétention de validation n'est présente dans ce cas-test, il s'agit uniquement de vérifier que l'implantation du modèle  $k - \varepsilon$  diphasique ne modifie pas les résultats dans un cas monophasique. La pression et la température sont initialement homogènes dans le cylindre, respectivement 0.561 bar et 370

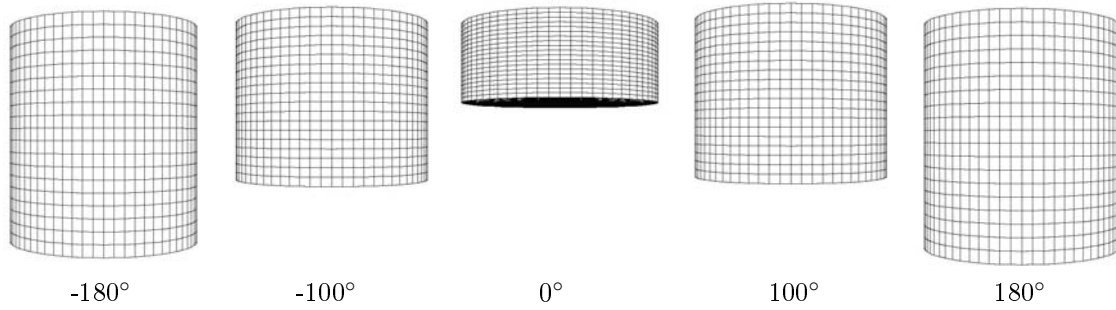


FIG. 6.1: Mouvement de maillage, compression et détente adiabatique d'un gaz.

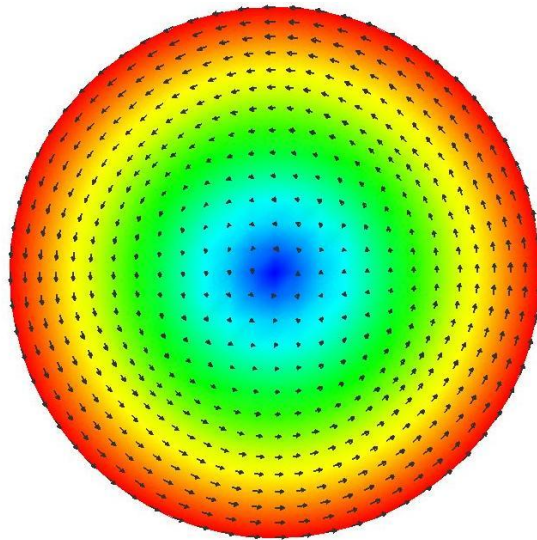


FIG. 6.2: Représentation du champ de vitesse initiale dans le cylindre. Vue du cylindre par le dessus.

K. Un mouvement de rotation solide est initialisé dans le cylindre, ce mouvement initial est représenté sur la figure 6.2.

Le résultat de ce test doit permettre de vérifier l'implantation des équations diphasiques du modèle  $k - \varepsilon$ . La figure 6.3 montre les résultats obtenus avec la nouvelle version de IFP-C3D, obtenue en intégrant le modèle diphasique eulérien développé dans le cadre de cette thèse, pour différentes valeurs de  $\alpha_g$ . Cette figure permet de mettre en évidence la parfaite concordance entre la version originale et la nouvelle version de IFP-C3D, aussi bien pour des valeurs élevées (0.99 et 1) que pour de faibles valeurs (0.01) de  $\alpha_g$ .

Deux modèles de turbulence sont présents dans le code IFP-C3D. Ainsi, il est important de vérifier que, pour le modèle de turbulence  $k - \varepsilon$  RNG [46], les résultats obtenus sont également indépendants de la valeur de la fraction volumique de gaz. Les tests pour ce second modèle de turbulence conduisent aux mêmes conclusions que le test précédent, bien que les courbes ne soient pas présentées ici.

### 6.1.2 Validation expérimentale, cas de la marche monophasique

Le test précédent a permis de s'assurer de l'implantation correcte des équations diphasiques pour le modèle  $k$  et  $\varepsilon$ . Ce premier test ne permet nullement de valider le modèle  $k - \varepsilon$



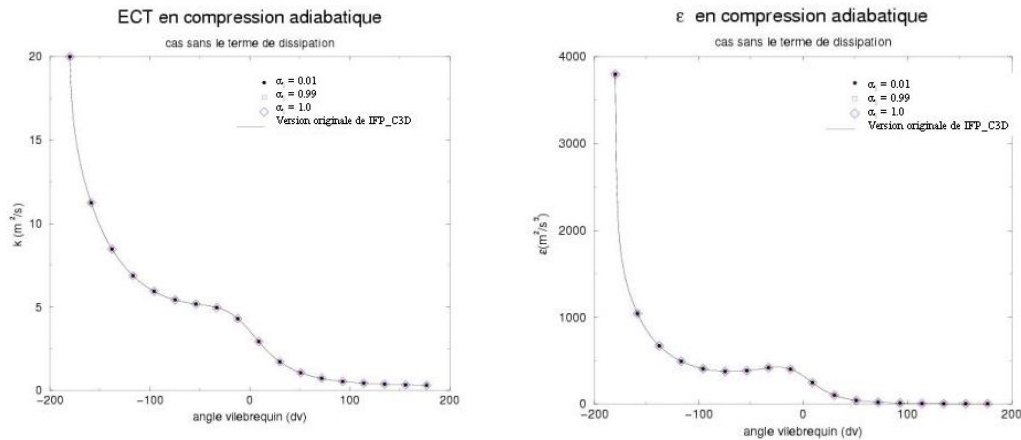


FIG. 6.3: Evolution de l'énergie cinétique turbulente (ECT) et de sa dispersion sur un cas de compression-détente adiabatique. Comparaison entre la version originale et la nouvelle version du code IFP-C3D.

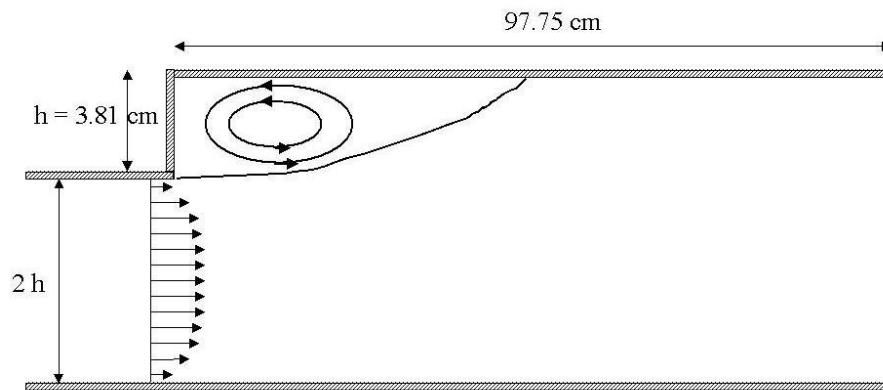


FIG. 6.4: Présentation de la géométrie utilisée pour la prédiction de la zone de recirculation derrière une marche ascendante.

utilisé. Ainsi, avant de réaliser des tests diphasiques de dispersion utilisant les grandeurs turbulentes de la phase continue, il convient de s'assurer de la prédiction correcte de ces grandeurs par le modèle de turbulence utilisé dans la phase gazeuse. Si divers tests ont été réalisés par le passé [44], de nombreuses améliorations ont été apportées par la suite à ces modèles. Ainsi, il convenait de réaliser à nouveau des tests de validation de ce modèle de turbulence.

Le but de ce test est de reproduire la zone de recirculation derrière une marche ascendante, schématisée sur la figure 6.4, ainsi que les profils d'énergie cinétique turbulente à différentes positions longitudinales. Les données expérimentales ont été obtenues sur cette géométrie dans [67]. La vitesse d'injection du gaz est de  $18.2 \text{ m.s}^{-1}$ . En considérant le diamètre d'entrée comme dimension caractéristique, le nombre de Reynolds de l'écoulement vaut alors :  $Re = 88300$ .

Afin de comparer les résultats obtenus aux résultats expérimentaux, le résultat numérique doit être parfaitement convergé. Le temps physique total de simulation nécessaire à l'obtention d'un écoulement convergé est d'environ 300 ms. Cela correspond à 6 fois le

temps convectif,  $\tau_C$ . Ce dernier est le temps mis par une particule pour traverser entièrement le domaine fluide (environ 54 ms pour ce test).

La figure 6.5 présente le champ de vecteurs vitesses sur un fond coloré par la norme de la vitesse. Cette image est un agrandissement de la zone de recirculation permettant de mettre en évidence le phénomène de recirculation. Cela permet également de montrer le profil de vitesse imposé en entrée. Plusieurs tests ont été réalisés concernant la forme optimale du profil de vitesse. Un premier test a été réalisé en maillant également le canal amont, un second en imposant en entrée du domaine le profil de vitesse convergé dans un canal et enfin, un profil plat en entrée du domaine. Cette dernière condition limite est celle qui permet d'obtenir les meilleurs résultats.

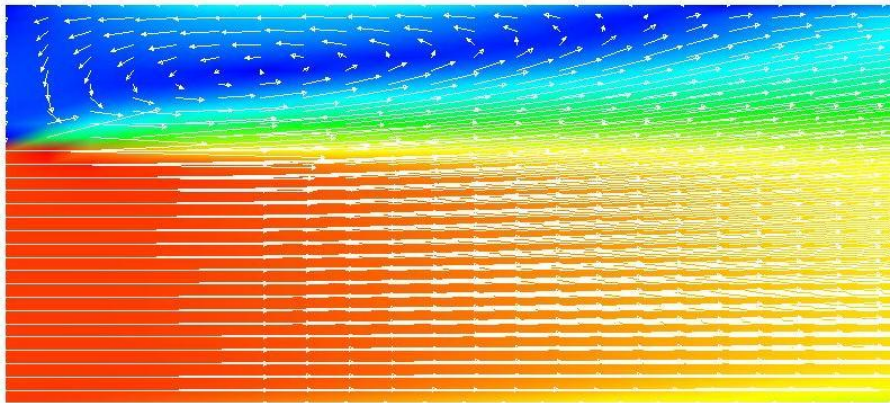


FIG. 6.5: Zone de recirculation obtenue numériquement,  $t = 5.6 t_C$

La figure 6.6 montre le profil de vitesse au niveau de la paroi supérieure du domaine. Cela permet de déterminer la taille de la zone de recirculation. En effet, celle-ci correspond à la position longitudinale à laquelle le signe de la vitesse s'inverse, soit environ  $5h$ , où  $h$  est la hauteur de la marche. La mesure expérimentale prévoit une zone de recirculation d'environ  $7h$ , avec une imprécision sur la mesure de l'ordre de  $h$ . La taille de la zone de recirculation est ainsi sous-estimée par le calcul. Il est légitime d'attribuer ce résultat à une sous-estimation de la viscosité turbulente par le modèle  $k - \varepsilon$ . On rappelle que pour un tel modèle, la viscosité turbulente s'écrit :  $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ , où  $C_\mu$  est une constante du modèle valant 0.09. Cette hypothèse est confirmée par l'étude des profils de  $k$ , énergie cinétique turbulente, en trois positions longitudinales, figures 6.7, 6.8 et 6.9.

D'autre part, on constate que le modèle  $k - \varepsilon$  RNG améliore la prédiction des niveaux de turbulence en aval de la marche. On remarque également que la taille de la zone de recirculation prédite par le modèle  $k - \varepsilon$  RNG est légèrement plus proche de la valeur expérimentale (environ  $5.5h$ ).

Les profils expérimentaux de vitesse moyenne sont également disponibles. La valeur moyenne de la vitesse est bien reproduite par le code.

## 6.2 Validation du modèle de longueur de mélange pour la phase liquide

Comme cela a été décrit dans la section 3.4.2, le modèle de longueur de mélange semble bien adapté aux configurations industrielles que l'on souhaite reproduire. Afin de valider

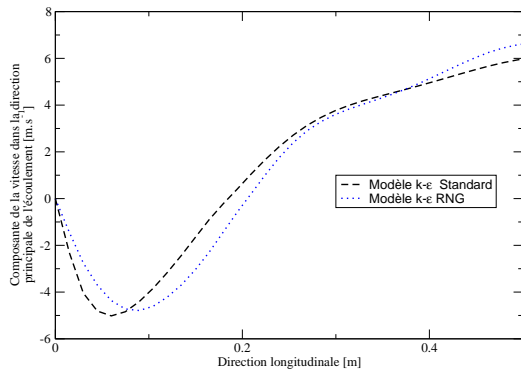


FIG. 6.6: Profil de vitesse selon la direction de l'écoulement sur la paroi supérieure du domaine,  $t = 5.6 t_C$ .

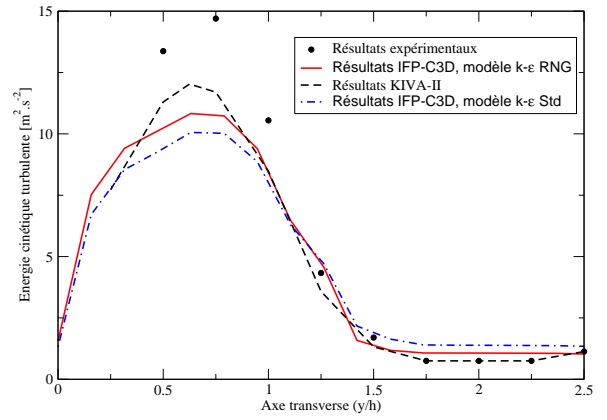


FIG. 6.7: Comparaison des profils d'énergie cinétique turbulente dans la direction transverse de l'écoulement.  $x/h = 7.7$ .

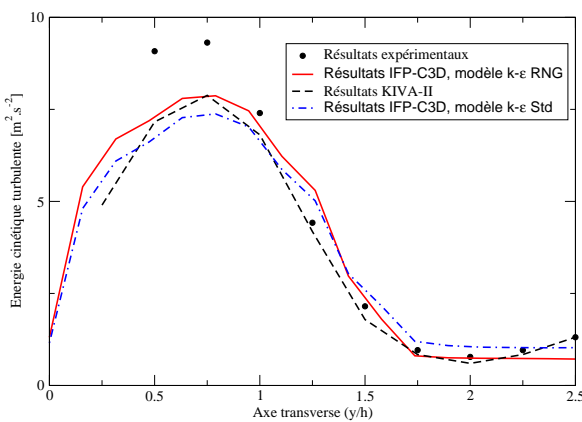


FIG. 6.8: Comparaison des profils d'énergie cinétique turbulente dans la direction transverse de l'écoulement.  $x/h = 10.3$ .

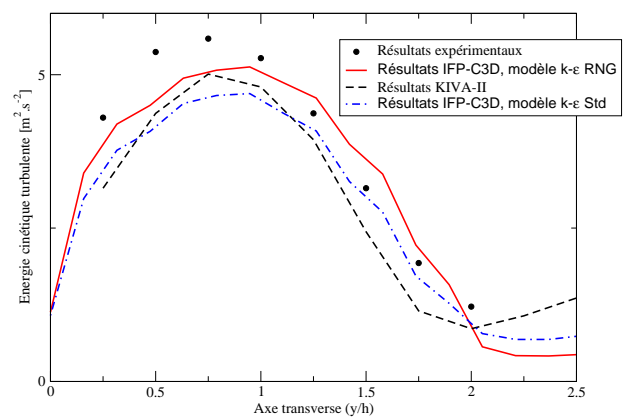


FIG. 6.9: Comparaison des profils d'énergie cinétique turbulente dans la direction transverse de l'écoulement.  $x/h = 15.7$ .

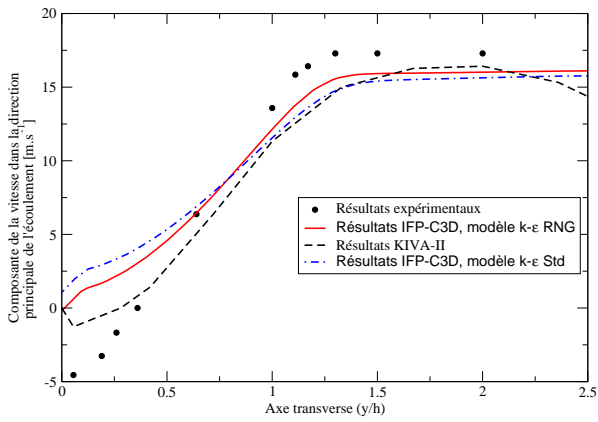


FIG. 6.10: Comparaison des profils de vitesse dans la direction transverse de l'écoulement.  $x/h = 5.5$ .

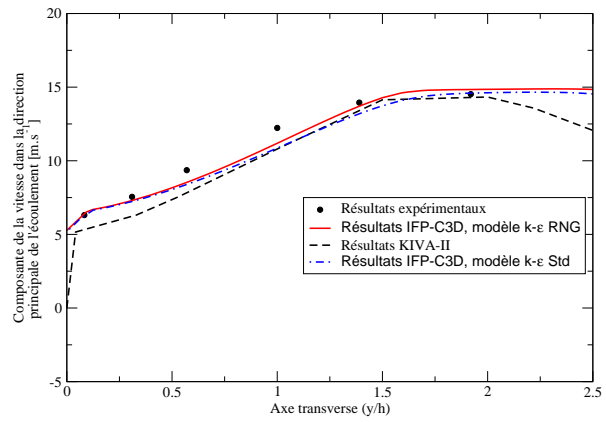


FIG. 6.11: Comparaison des profils de vitesse dans la direction transverse de l'écoulement.  $x/h = 10.7$ .

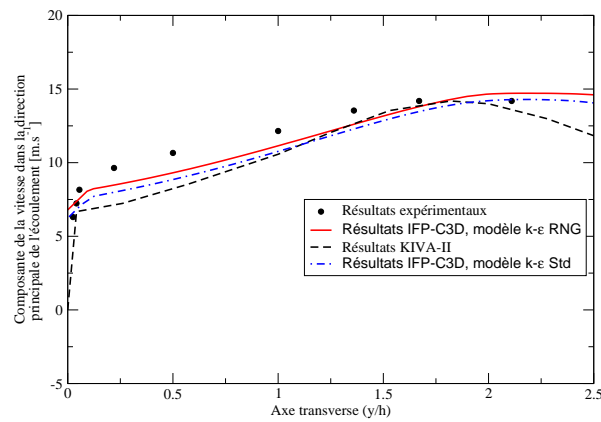


FIG. 6.12: Comparaison des profils de vitesse dans la direction transverse de l'écoulement.  $x/h = 15.5$ .

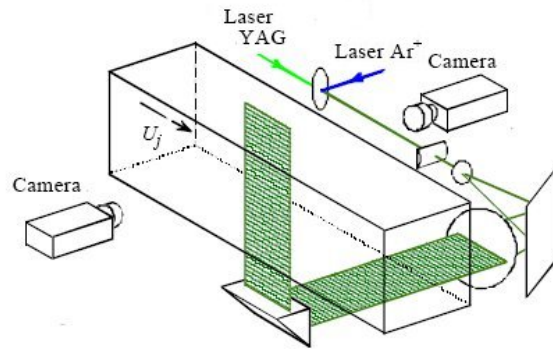
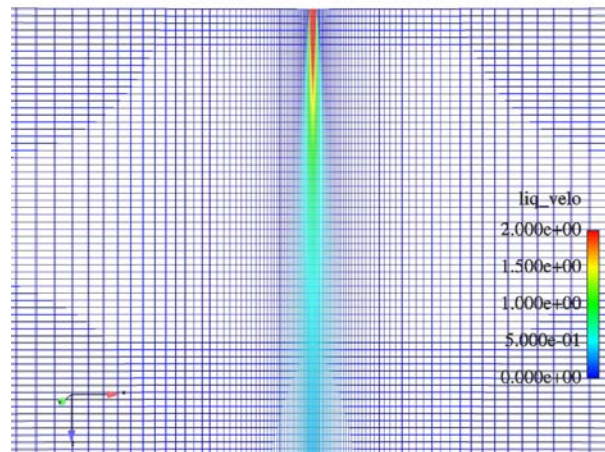


FIG. 6.13: Dispositif expérimental.

FIG. 6.14: Représentation du maillage, symétrisé par rapport à l'axe  $z$ , et de la distribution de la norme de la vitesse en  $[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$  après convergence du calcul.

cette approche, il est nécessaire de comparer les résultats du modèle à des mesures expérimentales. Afin d'être proche des hypothèses de ce modèle, l'expérience choisie est celle réalisée par Fukushima et al. [41]. La figure 6.13 présente les conditions expérimentales. Les dimensions du domaine de mesure sont de  $300 \text{ mm} \times 110 \text{ mm} \times 110 \text{ mm}$ . Le diamètre  $d$  de l'injecteur utilisé est de  $1 \text{ mm}$  et le fluide injecté est de l'eau liquide. La vitesse d'injection,  $U_0$ , de  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  permet de déduire le nombre de Reynolds de l'écoulement en utilisant pour dimension caractéristique le diamètre de l'injecteur :  $Re = 2000$ .

Le maillage utilisé pour la réalisation du calcul est un maillage 2D axisymétrique comportant environ 10000 cellules. La figure 6.14 montre sur ce maillage, symétrisé par rapport à l'axe  $z$ , la carte des valeurs de vitesse après avoir obtenu la convergence du calcul.

Les jets libres turbulents axisymétriques ont été largement étudiés dans la littérature. De nombreuses études expérimentales, théoriques ou numériques ont ainsi été réalisées. L'un des points clés du développement d'un jet libre turbulent est l'évolution de la composante axiale de vitesse dans la direction  $z$  de l'écoulement. Le profil de vitesse obtenu à l'aide du modèle de mélange est comparé aux valeurs expérimentales sur la figure 6.15.

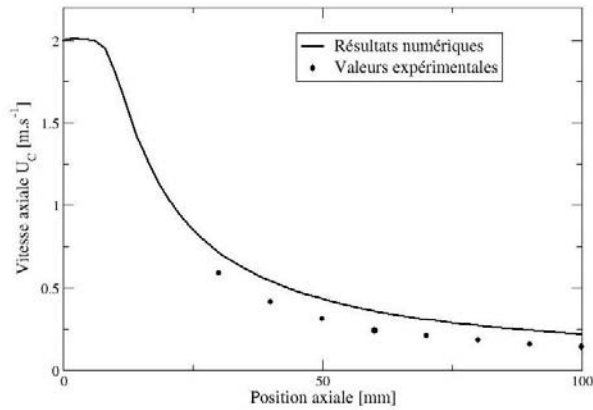


FIG. 6.15: Evolution de la composante axiale de la vitesse suivant l'axe de l'écoulement.

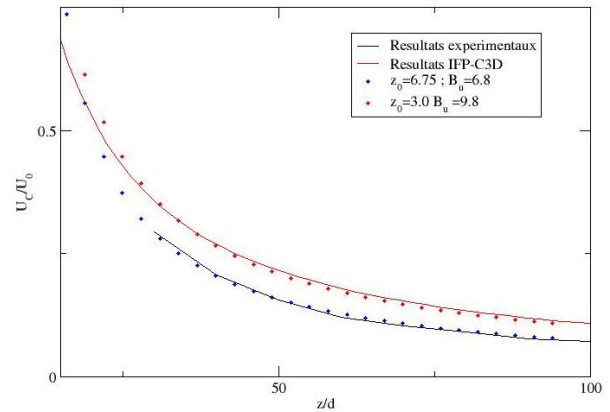


FIG. 6.16: Profil de vitesse normalisée le long de l'axe et détermination des constantes.

Cette figure montre la bonne concordance des résultats obtenus numériquement avec les valeurs expérimentales, qui sont légèrement surestimées. Malheureusement, les valeurs expérimentales ne sont mesurables que loin de l'injecteur et ne permettent pas d'observer les phénomènes près du nez. Cependant, la détermination des grandeurs caractéristiques de l'écoulement permet des comparaisons plus fines. De plus, des calculs effectués en SND (Simulation numérique Directe) [14,74] permettent de confirmer la forme générale de la courbe de vitesse obtenue. Ainsi, la prédiction de la forme en plateau près du nez de l'injecteur est en accord avec les prédictions théoriques et les calculs SND.

Il est possible de montrer [14,54] que la vitesse sur l'axe,  $U_C$  suit la loi :

$$\frac{U_0}{U_C} = \frac{1}{B_u} \left[ \frac{z}{d} + \frac{z_0}{d} \right] \quad (6.1)$$

où  $z_0$  est l'origine virtuelle de vitesse et  $B_u$  la constante d'affaiblissement. La détermination de ces deux paramètres permet d'obtenir l'expression de la fonction décrivant au mieux l'évolution de la vitesse  $U_C$ . Les valeurs expérimentales ont pour origine virtuelle de vitesse  $z_0 = 6.75d$ . L'origine de vitesse virtuelle obtenue à l'aide d'un calcul SND par [14] est de  $z_0 = 4.9d$  pour un nombre de Reynolds d'environ 2400. La recherche des paramètres de l'écoulement permet d'obtenir la courbe représentative pour chacun des résultats disponibles (numérique et expérimental). C'est ce que montre la figure 6.16. On peut comparer les grandeurs caractéristiques obtenues expérimentalement aux valeurs issues du calcul IFP-C3D. La comparaison de la valeur trouvée pour l'origine virtuelle du jet est toutefois à pondérer par la très forte dépendance de cette grandeur aux conditions aux limites (profil de vitesse en entrée) [14,74]. En effet, dans le cas expérimental, le liquide est injecté dans le domaine après un long parcours dans un canal souple. Cela explique que les valeurs trouvées avec le modèle de longueur de mélange soient plus proches des valeurs obtenues en SND que des résultats expérimentaux.

Les comparaisons précédentes concernant l'évolution de la vitesse sur l'axe sont satisfaisantes. Le second point de comparaison est l'étude de la croissance de l'épaisseur du jet. Il s'agit cette fois de comparer l'évolution de la demi-épaisseur de vitesse du jet simulé aux valeurs expérimentales, figure 6.17. La croissance de la demi-épaisseur de vitesse obtenue numériquement présente un profil linéaire correspondant aux observations. L'équation de la droite obtenue expérimentalement s'écrit, pour  $20 < z < 80$ ,  $z = 0.0965z$ . Le coefficient directeur obtenu numériquement vaut 0.09, soit une valeur très proche de la valeur mesurée.

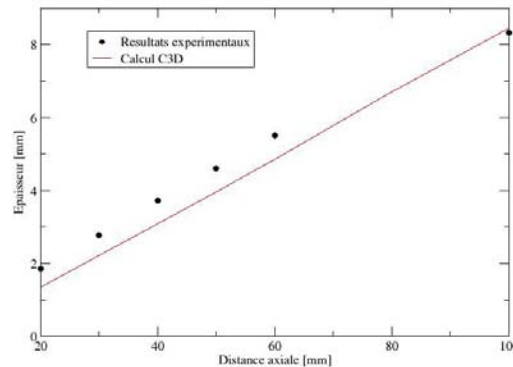


FIG. 6.17: Evolution de la demi-épaisseur de vitesse.

### 6.3 Ecoulements turbulents diphasiques

Les deux sections précédentes ont permis de valider l'ensemble de la modélisation adoptée pour la turbulence, et en particulier, les modèles de turbulence utilisés pour chacune des phases. L'objet de cette section est de valider les termes de couplage turbulents entre les phases.

#### 6.3.1 Validation sur une configuration expérimentale : couche de mélange monophasique

Si le but de cette section est de valider le modèle diphasique de turbulence, il est important de s'assurer dans un premier temps du bon comportement de notre modèle sur cette configuration. Utilisant le fait que des mesures ont été réalisées sur cette géométrie par Hishida et al. [52] et Ishima et al. [57], tant en écoulement monophasique qu'en écoulement diphasique, il nous est possible de s'intéresser dans un premier temps à la configuration monophasique. D'autre part, il est intéressant de noter qu'une étude numérique de cet écoulement a également été réalisée par Oliveira et Issa [87]. L'introduction de particules dans cette couche de mélange sera étudiée au paragraphe 6.3. La géométrie et les conditions expérimentales sont décrites en détail dans [52, 57]. La géométrie utilisée et les conditions du calcul sont présentées sur le schéma 6.18. L'un des intérêts majeurs de cette expérience est de traiter plusieurs vitesses d'injection pour la phase gazeuse et plusieurs diamètres de particules. Les différents régimes étudiés en écoulement monophasique sont présentés dans le tableau 6.1.

Conditions	$V_1$ [m.s <sup>-1</sup> ]	$V_2$ [m.s <sup>-1</sup> ]	$V_b$ [m.s <sup>-1</sup> ]	$\Delta V$ [m.s <sup>-1</sup> ]
(I)	21	13	17	8
(II)	13	4	8.5	9
(III)	15	3	9	12

TAB. 6.1: Conditions d'injection en couche de mélange monophasique  
 $V_1$  et  $V_2$  sont les deux vitesses d'injection pour la phase gazeuse,  $V_b = \frac{V_1+V_2}{2}$  et  $\Delta V = V_1 - V_2$

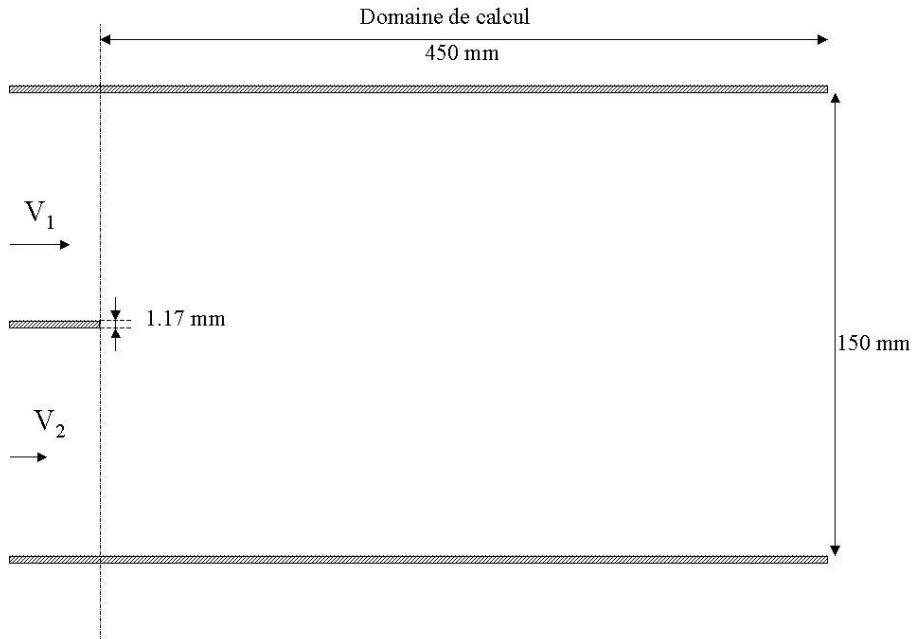


FIG. 6.18: Géométrie utilisée pour le calcul de la couche de mélange.

Différents maillages ont été utilisés pour cette géométrie. Cela a permis de mettre en évidence la sensibilité du modèle au facteur de forme des mailles ( $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ).

Les résultats expérimentaux sont plus détaillés pour  $V_b = 8.5 \text{ m.s}^{-1}$ . C'est donc ce régime d'écoulement qui a été principalement étudié. L'intérêt majeur de ce régime réside dans la connaissance des taux de vitesses fluctuantes en entrée du domaine. Ainsi, les conditions aux limites en entrée du domaine sont parfaitement déterminées, ce qui facilite les comparaisons expérience-calcul étant donné la grande sensibilité du modèle  $k - \varepsilon$  aux conditions aux limites, il est alors légitime d'avoir choisi ce rapport de vitesse.

### Premiers tests et choix du maillage

Dans cette première partie, l'influence du maillage sur les résultats du modèle de turbulence va être étudiée. D'autre part, la comparaison des résultats entre le modèle  $k - \varepsilon$  standard et le modèle  $k - \varepsilon$  RNG sera également abordée.

Afin de mesurer l'importance de la taille et de la qualité du maillage sur le résultat, deux grandeurs ont été plus particulièrement étudiées : l'épaisseur de la couche de mélange, notée  $b$ , et le profil de fluctuations de vitesse,  $V'$ . L'épaisseur de la couche de mélange est définie par la relation :

$$b = Y_{V_{0.75}} - Y_{V_{0.25}} \quad (6.2)$$

où  $Y_{V_{0.75}}$  (respectivement  $Y_{V_{0.25}}$ ) représente l'ordonnée du point où la composante de la vitesse dans la direction de l'écoulement vaut  $V = 0.75\Delta V + V_2$  (respectivement  $V = 0.25\Delta V + V_2$ ). Le schéma 6.19 permet d'avoir une vision concrète de l'épaisseur de la couche de mélange.

La confrontation des résultats numériques à la valeur expérimentale de l'épaisseur de la couche de mélange va permettre d'établir une première série de conclusions. La figure 6.20



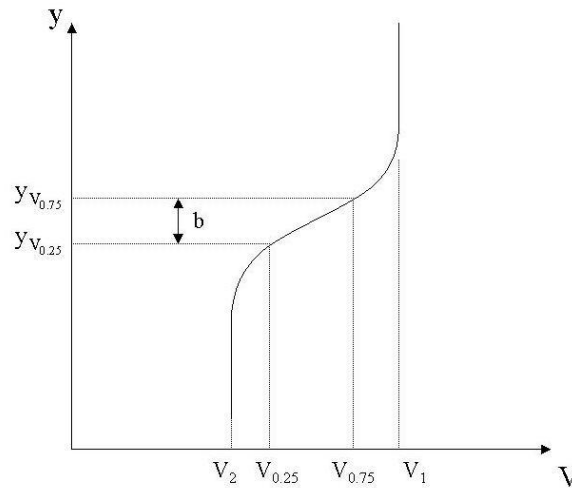


FIG. 6.19: Définition de l'épaisseur de la couche de mélange.

permet de comparer la prédiction de l'épaisseur de quantité de mouvement pour chacun des maillages aux valeurs expérimentales.

Sur la figure 6.20, les résultats obtenus sur différents maillages sont présentés. Le premier maillage, résultat (+ · · · +) obtenu avec le mailleur hexa de ICEM-CFD présente une zone raffinée au niveau de l'injecteur. Il est présenté sur la figure 6.21. La portion du maillage représentée est de 1 cm de longueur et 8 mm de hauteur. Il apparaît sur ce maillage que le fluide est guidé par les lignes du maillage. En effet, plusieurs lois de raffinement ont été testées, conduisant chaque fois à une croissance de la zone de mélange selon l'ouverture du maillage. Ce résultat est fort probablement dû au facteur de forme, très élevé dans le cas de ce maillage. Fort de cette remarque, un test sur un maillage cartésien régulier avec un facteur de forme bien plus faible que celui du maillage hexa, figure 6.22 a été réalisé, résultat ( $\times - \cdot \times$ ). Les résultats obtenus sur ce maillage reproduisent beaucoup mieux la croissance de la couche de mélange. Ainsi, afin d'affiner ce résultat, un raffinement du maillage au centre du domaine a été réalisé. La figure 6.20 montre l'amélioration de la prédiction de la couche de mélange en fonction du raffinement utilisé. Le nombre de mailles dans la partie centrale du domaine, la zone de 1.17 mm, est le nombre de mailles qui sera utilisé à l'intérieur de l'injecteur pour le calcul diphasique.

Le maillage cartésien avec 3 mailles dans la partie centrale (injecteur) est celui qui conduit à la meilleure prédiction de l'évolution de l'épaisseur de la couche de mélange. C'est ce maillage qui sera utilisé pour les calculs diphasiques.

### 6.3.2 Validation sur une couche de mélange diphasique

Les modèles de turbulence utilisés pour chacune des phases ont été validés sur des configurations qui leurs sont dédiées. A présent, la validation du modèle complet va être discutée. La validation du modèle utilise les résultats expérimentaux obtenus par Hishida et al. [52] et Ishima et al. [57] et les résultats numériques obtenus par Oliveira et al. [87]. Ces derniers utilisent un modèle proche de celui présenté dans ce travail, bien que considérant chacune des phases incompressibles. La géométrie est celle présentée dans la section 6.3.1. Il s'agit d'une couche de mélange gazeuse, au centre de laquelle des particules de verre sphériques sont injectées. Les conditions aux limites en écoulement diphasique et les dimensions

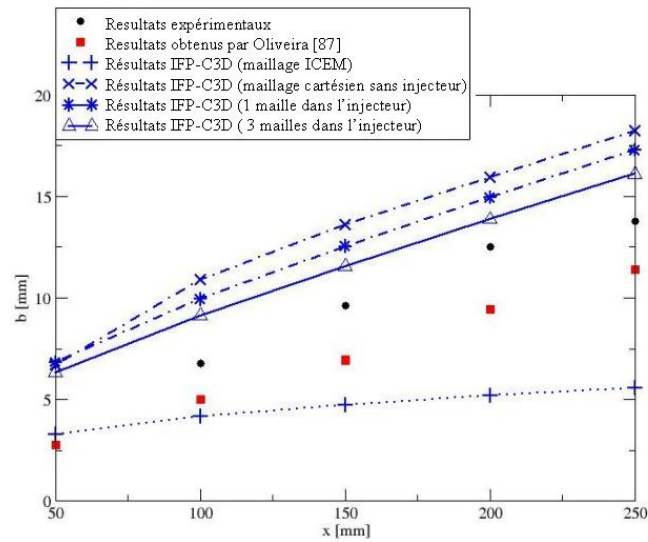


FIG. 6.20: Evolution de l'épaisseur de la couche de mélange en fonction de la position axiale pour différents maillages. Comparaison avec les valeurs expérimentales et les résultats obtenus par [87].

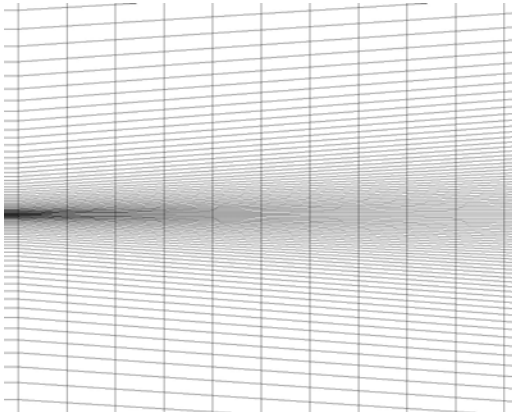


FIG. 6.21: Maillage ICEM.



FIG. 6.22: Maillage régulier.

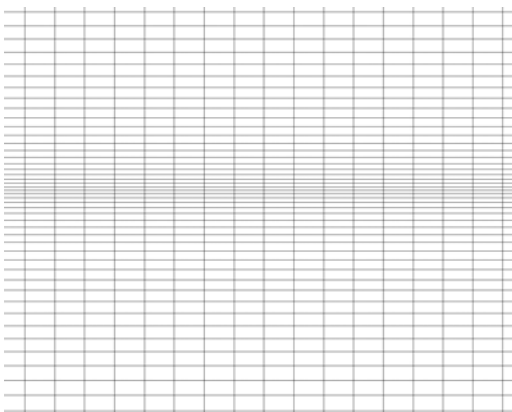


FIG. 6.23: Maillage raffiné au centre : 1 maille dans l'injecteur.

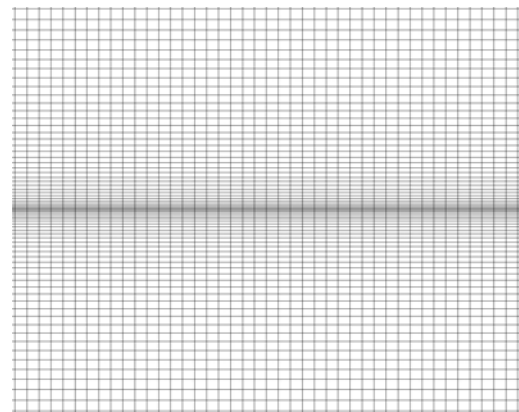


FIG. 6.24: Maillage raffiné au centre : 3 mailles dans l'injecteur.

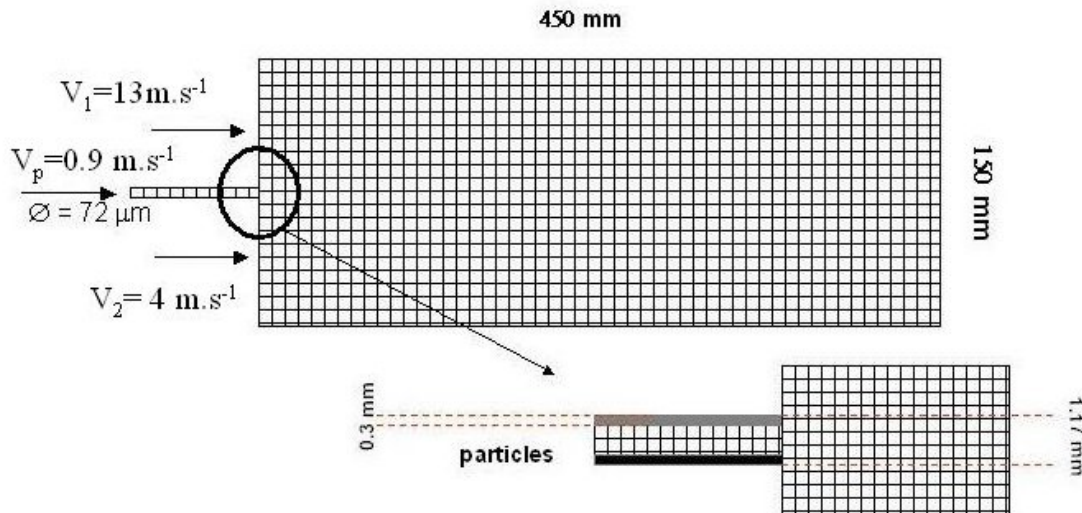


FIG. 6.25: Géométrie et conditions aux limites pour la couche de mélange diphasique.

du domaine sont détaillées sur le figure 6.25.

La section 6.3.1 a permis de sélectionner un maillage adapté à l'écoulement. Trois mailles, c'est à dire quatre noeuds, sont disposées au niveau de la section de l'injecteur. Cela ne permet pas de définir un profil de vitesse de façon précise, mais ne pose pas de difficulté pour ce test, où un profil plat est imposé en sortie d'injecteur. La fraction volumique de la phase dispersée en entrée du domaine est de 0.157. Cette valeur reproduit le débit expérimental défini comme :  $\Phi = \alpha_d \rho_d V_d S$ , où  $S$  est la section de l'injecteur.

### Intérêt de la simulation

L'objectif de ce calcul est multiple. Il s'agit en premier lieu de réaliser une validation globale du modèle diphasique eulérien développé. Ce calcul permet aussi de coordonner les différentes approches utilisées pour les termes modélisés. Par exemple, de nombreuses modélisations sont possibles pour le transfert des quantités turbulentes,  $k$  et  $\varepsilon$ , avec, en particulier la constante de transfert  $C_{\varepsilon_3}$ , définie dans l'équation (3.89) pour laquelle il n'existe aucune valeur universelle. Ainsi, l'objet de ce calcul est de faire apparaître l'influence des différentes modélisations adoptées sur les résultats obtenus.

### Premiers résultats et forme de l'écoulement

Avant de réaliser des comparaisons précises des différentes grandeurs de l'écoulement avec les résultats expérimentaux, il est intéressant d'étudier la forme générale de l'écoulement. Ainsi, la figure 6.26 montre la distribution de la fraction volumique de liquide,  $\alpha_l$ .

Cette figure montre la dispersion du liquide. En effet, l'épaisseur de la couche de liquide croît avec la distance à l'injecteur. Cela est principalement dû, comme nous l'avons vu au chapitre 3, au terme de dispersion turbulente apparaissant dans le transfert de quantité de mouvement.

La seconde grandeur intéressante est l'énergie cinétique turbulente,  $k_c$  dans la phase gazeuse. La figure 6.27 montre la distribution de  $k_c$ . Elle fait notamment apparaître l'effet des parois sur la turbulence (effet de couche limite). D'autre part, on peut également voir

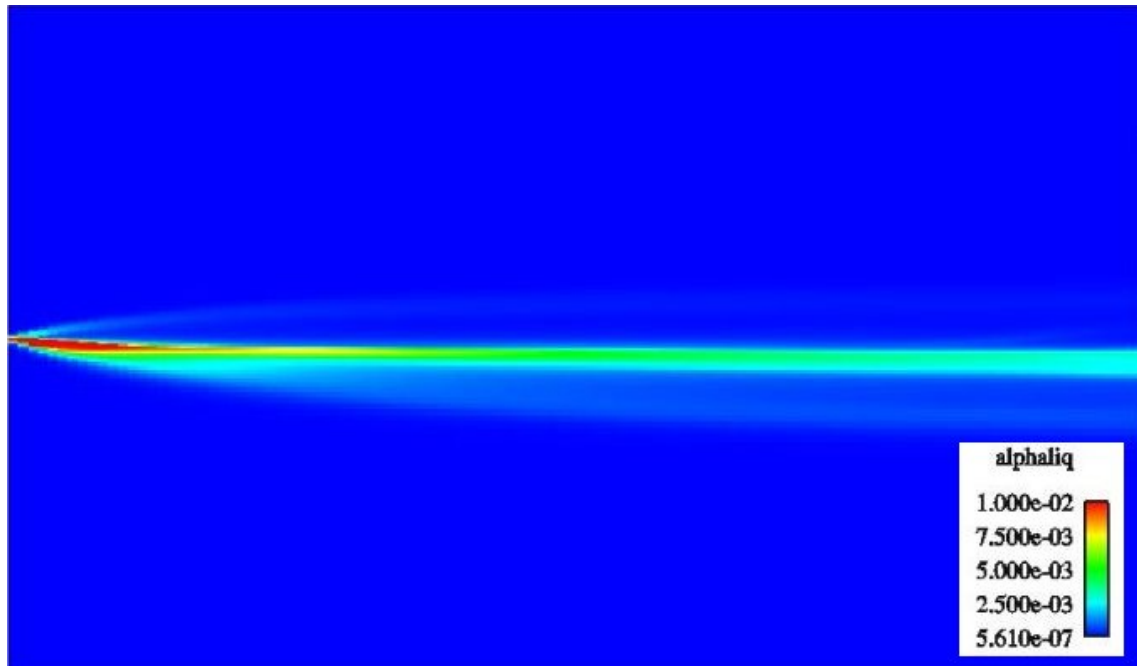


FIG. 6.26: Distribution de la fraction volumique de liquide.

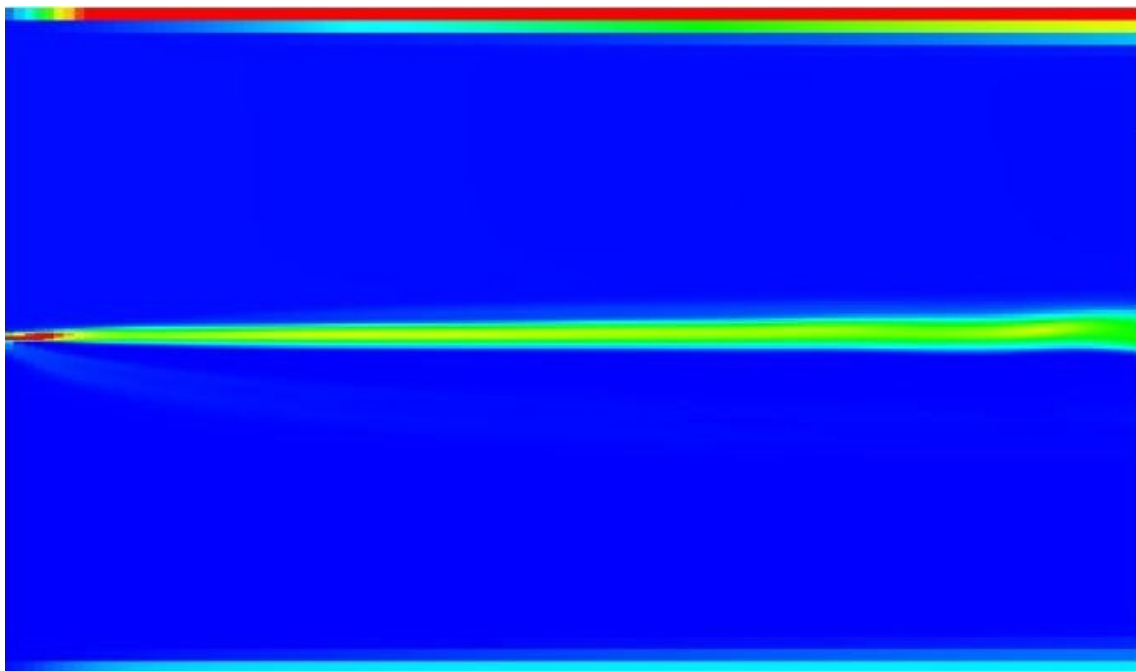


FIG. 6.27: Distribution de l'énergie cinétique turbulente dans la phase gazeuse.

sur cette figure l'extension de l'épaisseur de la couche de mélange dans la phase gazeuse.

### Définition des grandeurs caractéristiques

Afin d'évaluer l'influence des différents paramètres du modèle de turbulence, il est essentiel d'utiliser une grandeur caractéristique de l'écoulement. Les valeurs expérimentales pour le nombre de particules normalisé sont disponibles pour différentes positions longitudinales. Or, pour un diamètre de particule constant, comme c'est le cas dans cet écoulement, on peut relier aisément le nombre de particules normalisé et la fraction volumique normalisée :

$$\frac{\alpha}{\alpha_{norm}} = \frac{\frac{N\pi d^3}{6V_{ijk}}}{\frac{N_{norm}\pi d^3}{6V_{ijk}}}$$

$$\frac{\alpha}{\alpha_{norm}} = \frac{N}{N_{norm}}$$

Ainsi, la grandeur caractéristique utilisée afin d'étudier l'influence des différentes modélisations sur les résultats obtenus sera la fraction volumique de solide normalisée (qui pour nous correspond à la fraction volumique de liquide). La valeur  $\alpha_{norm}$  correspond à la valeur maximale de la fraction volumique dans le premier plan de mesure ( $x=100$  mm). quatre profils de cette grandeur sont disponibles dans [52], il s'agit des positions :  $x=100$ , 150, 200 et 250 mm.

### Effet du nombre de Schmidt turbulent

L'expression de la dispersion turbulente, équation (3.123), fait apparaître la diffusion turbulente, définie comme le rapport :  $\eta_c = \frac{\mu_c^t}{\sigma_\alpha}$ . Dans ce rapport,  $\sigma_\alpha$  est un nombre de Schmidt turbulent. Dans la littérature, sa valeur varie entre 0.7 et 1.0. Ainsi, il est intéressant d'étudier l'effet de cette variation sur les résultats. La figure 6.28 montre les résultats obtenus pour chacune des deux valeurs données précédemment. Ces deux résultats sont présentés au même instant et sont peu différents, même si les courbes ne sont pas parfaitement superposées. Ainsi, les épaisseurs prédites de la couche de mélange diphasique sont similaires.

La conclusion de ce premier test est que l'influence du nombre de Schmidt turbulent est faible. Par la suite, la valeur de 1.0 sera conservée.

### Effet de la constante $C_{\varepsilon_3}$

Le terme d'échange à l'interface dans l'équation de la dissipation turbulente est relié à l'échange d'énergie cinétique turbulente. Cela fait apparaître une constante,  $C_{\varepsilon_3}$ , dans l'équation 3.89. Or, comme précisé dans la section 3.6.2, de nombreuses valeurs sont utilisées dans la littérature, variant entre -1 et 1.9. L'influence de  $C_{\varepsilon_3}$  a été mis en évidence à travers la réalisation de différentes simulations, en faisant varier la valeur de cette constante. Les figures 6.29 et 6.30 montrent plusieurs résultats obtenus.

Le premier résultat qu'il est important de noter sur cette figure est l'influence du terme d'échange dans l'équation de  $k_c$ . En effet, en l'absence d'échange interfacial d'énergie cinétique turbulente le résultat est faussé et l'épaisseur de liquide prédite est trop grande en regard de la valeur expérimentale. En effet, dans cette configuration, la présence du liquide agit comme un terme puits dans l'équation de  $k_c$ .

Le second intérêt de cette courbe est de montrer l'influence de la constante  $C_{\varepsilon_3}$ . La valeur  $-1$  tout d'abord, a un effet très particulier sur la configuration de l'écoulement. En effet, elle fait apparaître un double pic de fraction volumique et donne des résultats

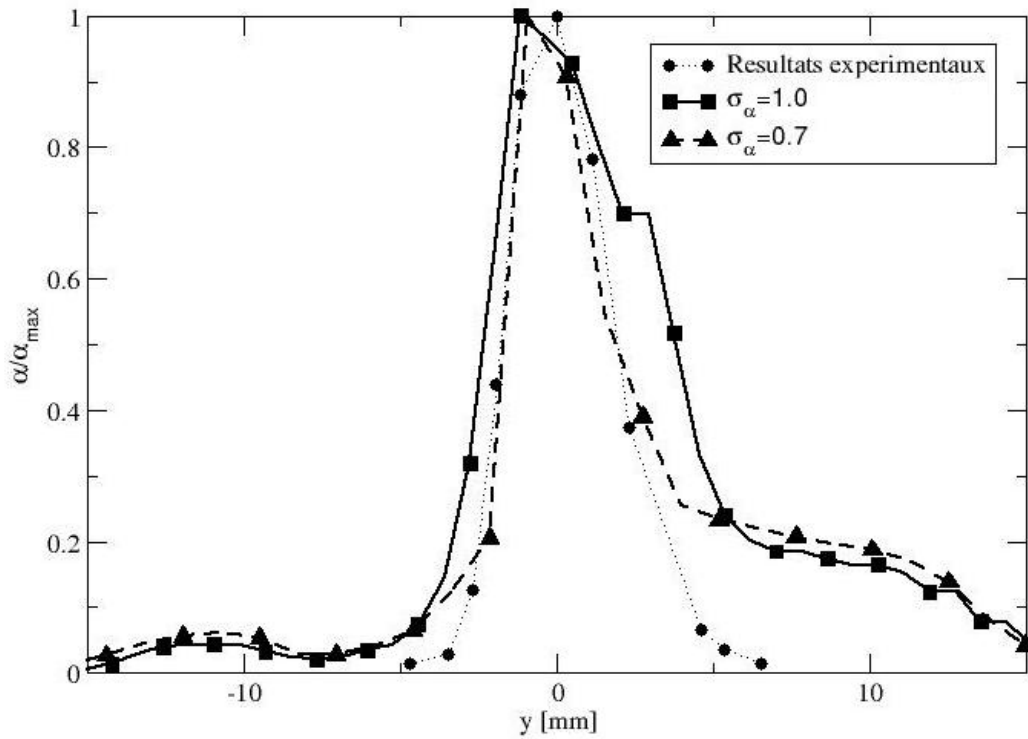


FIG. 6.28: Effet du nombre de Schmidt turbulent, valeurs à  $x=100$  mm.

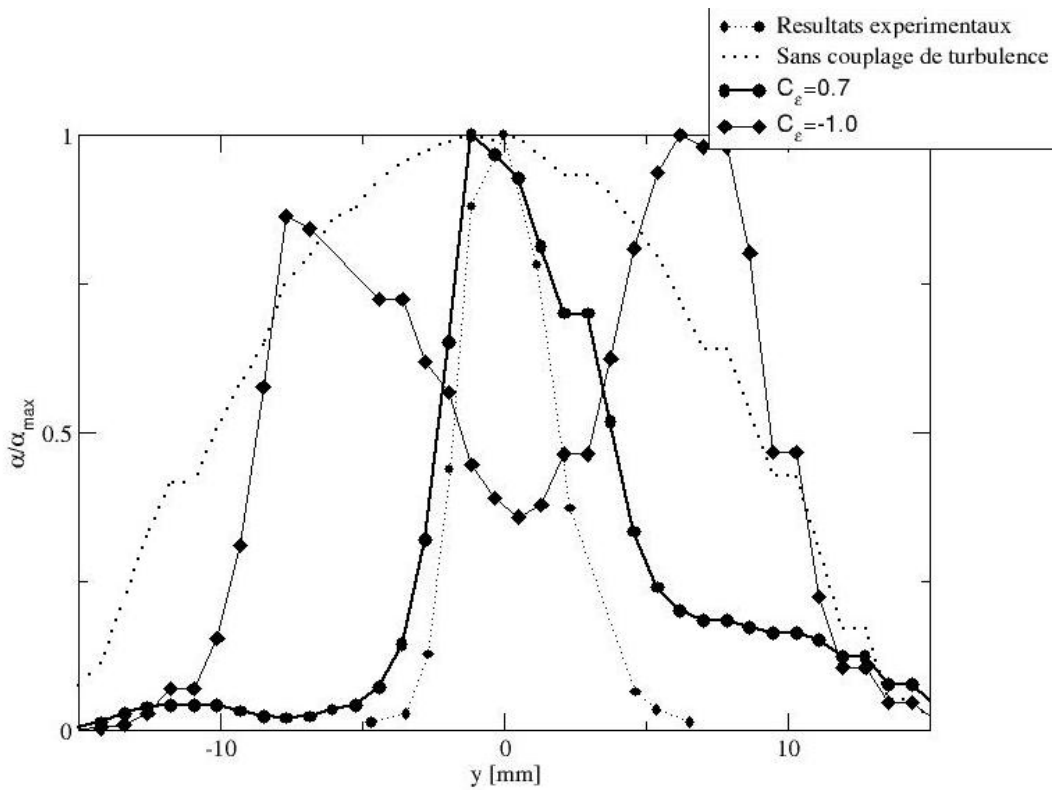


FIG. 6.29: Effet du signe de la constante  $C_{\epsilon_3}$ , valeurs à  $x=100$  mm.

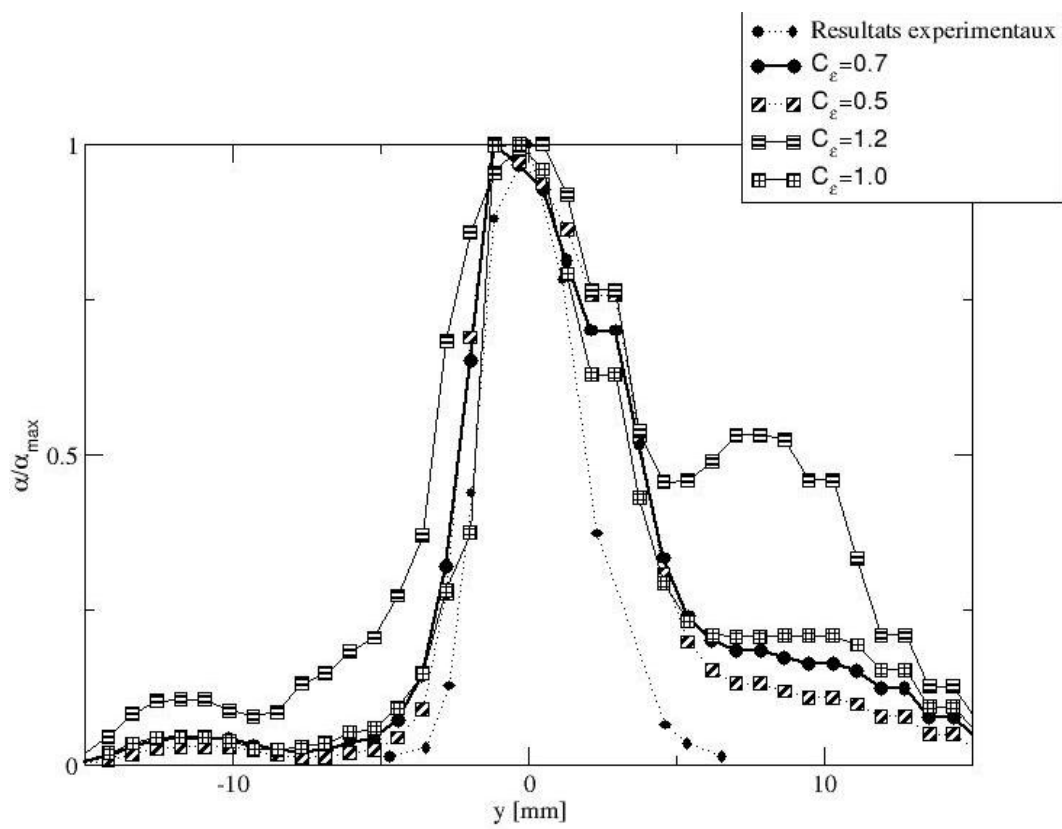


FIG. 6.30: Effet de la constante  $C_{\epsilon_3}$ , valeurs à  $x=100$  mm.

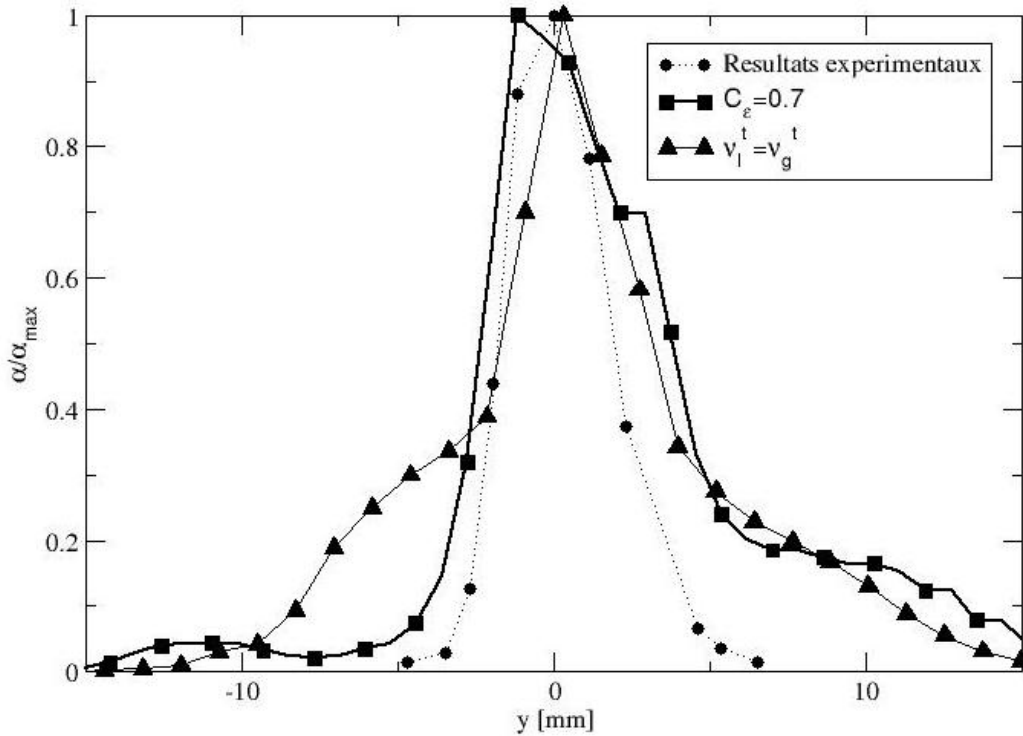


FIG. 6.31: Comparaison des modèles de dispersion turbulente, valeurs à  $x=100$  mm.

très éloignés de l'expérience. Ainsi, nous pouvons conclure que cette constante doit être positive. Une valeur nulle pour cette constante surestime légèrement l'épaisseur de la couche de mélange diphasique au centre du domaine mais surtout, surestime la dispersion vers les  $y$  positifs.

Enfin, concernant les différentes valeurs positives utilisées, 0.5, 0.7, 1.0 et 1.2, la valeur 0.7 est celle qui prédit au mieux à la fois l'épaisseur de la couche de mélange diphasique sans surestimer la dispersion vers les  $y$  positifs. Par la suite, la valeur retenue pour la constante  $C_{\varepsilon_3}$  sera 0.7.

### Effet du modèle de dispersion

Dans la section 3.7.2 deux modèles de dispersion turbulente ont été discutés. Le premier utilise l'hypothèse d'une phase dispersée très diluée dans la phase continue, tandis que la seconde approche s'affranchit de cette hypothèse. La valeur maximale de la fraction volumique pour la phase dispersée dans cet écoulement est de 0.157. Ainsi, on peut considérer que la phase dispersée est diluée dans la phase gazeuse. Les deux modèles ont été confrontés sur une simulation afin de comparer les résultats. En suivant Oliveira et Issa [87], la diffusion turbulente de la phase dispersée est directement reliée à celle de la phase continue, en supposant pour accentuer les différences et les spécificités de chaque approche :  $\nu_d^t = \nu_c^t$ . Cela est possible sur cette configuration d'écoulement où la fraction volumique de particules est faible et où le petit diamètre de celles-ci ( $72 \mu m$ ) implique un entrainement rapide des particules par la turbulence. La figure 6.31 permet de comparer le résultat obtenu pour chacune de ces approches.

Si la prédiction de l'épaisseur de la couche de mélange diphasique dans le centre du domaine ( $-2.5 \text{ mm} < y < 2.5 \text{ mm}$ ) est indépendante du modèle utilisé, le modèle dense



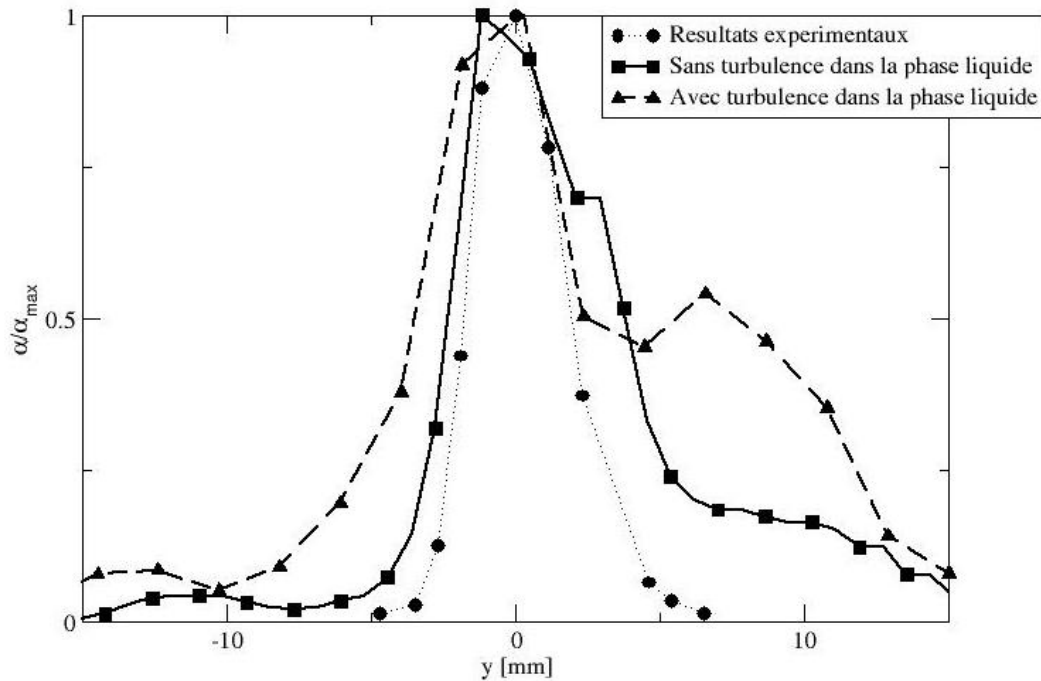


FIG. 6.32: Effet du modèle de longueur de mélange, valeurs à  $x=100$  mm.

de dispersion turbulente sur-estime la dispersion vers les  $y < 0$ . Cela est cohérent avec le contenu des deux modèles de dispersion turbulente. En effet, la dispersion est lié au gradient de  $\alpha_d$  et aux diffusions turbulentes ( $\eta_c$  et  $\eta_d$ ). Ainsi, pour le modèle dense, la dispersion est double de celle du modèle dilué puisque la diffusion turbulente de la phase dispersée est supposée égale à celle de la phase continue et que le gradient de  $\alpha_d$  est maximal pour  $|y| = 0.5$  mm. Ces deux remarques expliquent le résultat obtenu. En conclusion, le modèle de dispersion qui semble le mieux adapté à cette simulation est le modèle dilué, ce qui est en accord avec les valeurs observées de la fraction volumique de la phase dispersée.

### Effet du modèle de turbulence dans la phase liquide

Le modèle de longueur de mélange a été écrit pour modéliser la turbulence dans la phase liquide, section 3.4.2. Cependant, il est légitime de s'interroger sur sa validité pour la configuration d'écoulement étudiée dans cette section où des particules sphériques sont considérées. Ainsi, un calcul avec le modèle de turbulence dans la phase liquide a été réalisé. Le modèle dilué de dispersion est utilisé. Ainsi, le modèle de longueur de mélange agit uniquement sur l'équation de quantité de mouvement de la phase dispersée. La figure 6.32 montre les résultats obtenus avec et sans le modèle de longueur de mélange dans la phase liquide.

Les résultats sont en accord avec le sens physique. En effet, pour un écoulement de particules solides sphériques, le modèle de longueur de mélange paraît inadéquat puisqu'il a été écrit pour modéliser les phénomènes turbulents près de l'injecteur, dans une zone où la phase liquide est très dense. Ainsi, dans cette simulation, il est légitime de ne pas activer ce modèle. En conclusion, le modèle de turbulence dans la phase liquide fait apparaître une dispersion importante vers les  $y > 0$ .

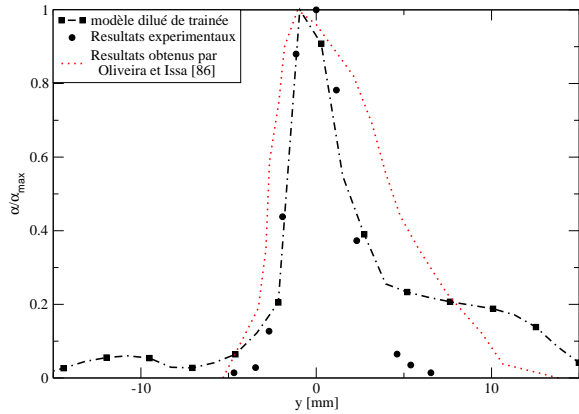


FIG. 6.33: Profil de fraction volumique de la phase dispersée en  $x=100$  mm.

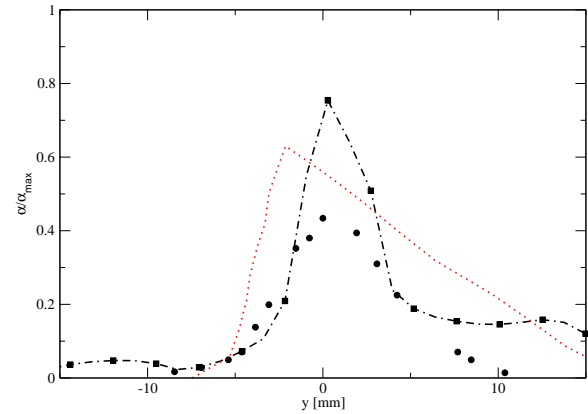


FIG. 6.34: Profil de fraction volumique de la phase dispersée en  $x=150$  mm.

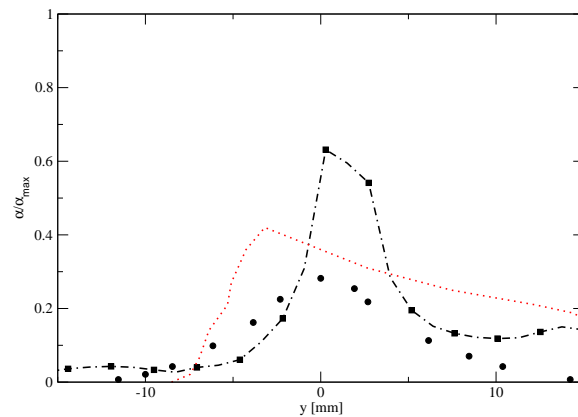


FIG. 6.35: Profil de fraction volumique de la phase dispersée en  $x=200$  mm.

### Conclusions et évaluation du modèle utilisé

Les différents calculs présentés dans les paragraphes précédents ont permis de discuter les différentes briques du modèle utilisé. Pour résumer, le modèle de turbulence dans la phase liquide ne doit pas être utilisé lorsque la phase dispersée est diluée, et le modèle dilué de dispersion turbulence est celui qui donne les meilleurs résultats, ce qui est cohérent avec les valeurs de la fraction volumique de la phase dispersée. En ce qui concerne les deux constantes utilisées,  $\sigma_\alpha$  et  $C_{\varepsilon_3}$ , les valeurs de 1.0 et 0.7 sont respectivement celles qui semblent les mieux adaptées à l'écoulement diphasique turbulent reproduit.

Comme précisé précédemment, différents profils de fraction volumique normalisée ont été mesurés expérimentalement, pour différentes positions longitudinales. Ainsi, afin de valider le modèle développé dans ce travail, une comparaison avec les différents profils expérimentaux est nécessaire.

Les figures 6.33 à 6.35 présentent les profils normalisés de  $\alpha_d$  pour les positions  $x =$

100 mm,  $x = 150$  mm et  $x = 200$  mm. Sur ces figures les résultats obtenus avec le modèle présenté dans ce travail sont comparés avec les résultats expérimentaux d'une part et avec les résultats numériques obtenus par Oliveira et Issa [87] d'autre part. La première conclusion concerne la valeur maximale de  $\alpha_d$  normalisée pour les différents profils. On peut voir sur ces figures que le modèle utilisé sur-estime la valeur maximale de  $\alpha_d$ . Plusieurs explications peuvent être avancées. L'hypothèse la plus probable consiste à mettre en cause le modèle de traînée utilisé. En effet, la sur-estimation de la valeur maximale de  $\alpha_d$  peut être due à une sous-estimation de la mise en vitesse de la phase dispersée par les effets de traînée. Afin de vérifier cette hypothèse, une simulation avec un modèle de traînée dédié aux écoulements à fortes fractions volumiques a été réalisé. Ce calcul sera présenté au paragraphe suivant.

Cependant, il est important de noter que l'épaisseur de la dispersion de liquide est parfaitement reproduite, pour toutes les positions longitudinales.

### Effet du modèle de traînée

Le paragraphe précédent a mis en évidence la capacité du modèle à reproduire un écoulement diphasique compressible. Cependant, les valeurs maximales de  $\alpha_d$  étaient sur-estimées. La force de traînée a été mise en cause et il convient de vérifier cette hypothèse. A cette fin, un calcul avec un modèle dense pour la traînée laminaire (cf section 3.7, équation (3.133)) a été réalisé. Les résultats obtenus sont comparés à ceux fournis par un modèle standard de traînée, équation (3.123), aux résultats expérimentaux et aux résultats obtenus par Oliveira et Issa [87]. Ces résultats sont présentés sur les figures 6.36 à 6.38.

Ces graphes permettent de confirmer partiellement l'hypothèse émise précédemment. En effet, l'utilisation d'un modèle dense pour la traînée laminaire provoque une légère diminution des valeurs maximales de  $\alpha_d$ . Cela est dû à l'effet d'entraînement. Cette modélisation conduit à une mise en vitesse plus rapide des particules et donc à une baisse de la valeur maximale de  $\alpha_d$ . Cependant, ce modèle n'affecte pas la prédiction de l'épaisseur de mélange diphasique.

## 6.4 Conclusions

De nombreuses validations expérimentales ont été présentées dans ce chapitre. Pour des écoulements monophasiques, gaz ou liquide, dans un premier temps, puis pour des écoulements diphasiques. Les résultats obtenus en écoulement monophasique assurent une bonne reproduction des expériences. En effet, le modèle  $k-\varepsilon$  reproduit de façon satisfaisante les valeurs expérimentales pour l'écoulement en aval d'une marche ascendante. Le modèle de longueur de mélange, utilisé dans la phase dispersée, permet également de reproduire le comportement d'un jet liquide. Enfin, le modèle complet permet de reproduire plusieurs caractéristiques d'un écoulement turbulent diphasique compressible. Après une évaluation de l'importance des différentes modélisations, le modèle a été validé sur une couche de mélange diphasique. Les résultats obtenus ont permis, d'une part, de fixer les valeurs des différentes constantes du modèle. D'autre part, ces valeurs ayant été figées, le modèle prédit bien la dispersion turbulente.

Les différents modèles ont ainsi à ce stade été validés. L'approche utilisée permet d'obtenir des résultats satisfaisants pour des configurations variées d'écoulements turbulents monophasiques (gaz ou liquide) et diphasiques. A ce stade, on peut débiter l'étude de faisabilité de calculs moteurs à l'aide du modèle développé dans le cadre de cette thèse.

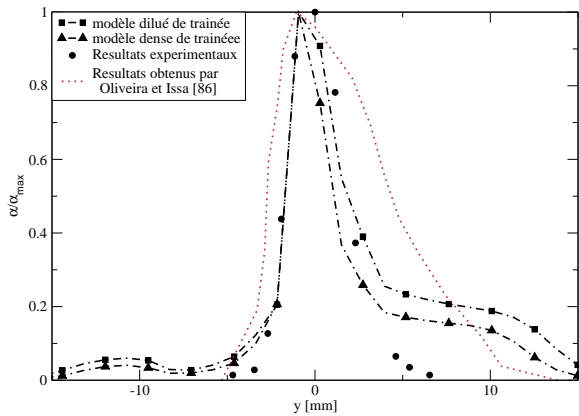


FIG. 6.36: Effet du modèle de traînée sur le profil de fraction volumique de la phase dispersée,  $x=100$  mm.

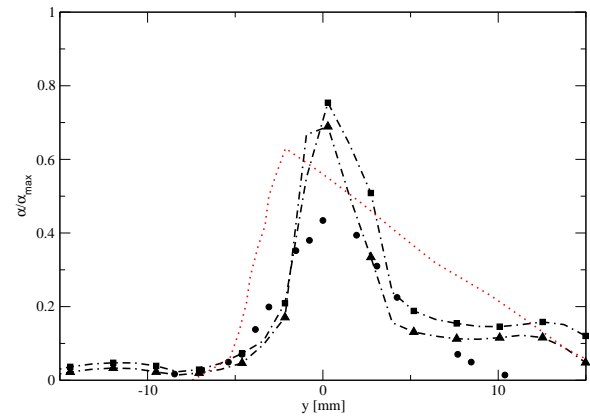


FIG. 6.37: Effet du modèle de traînée sur le profil de fraction volumique de la phase dispersée,  $x=150$  mm.

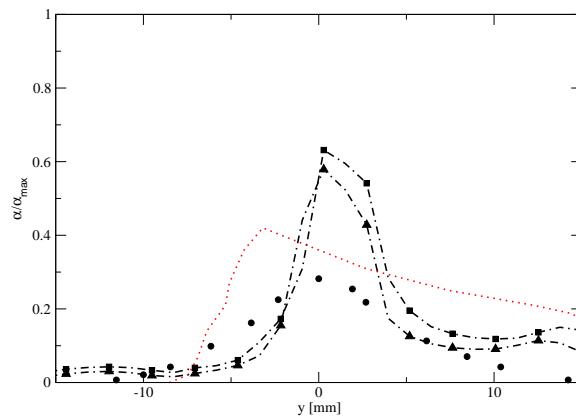


FIG. 6.38: Effet du modèle de traînée sur le profil de fraction volumique de la phase dispersée,  $x=200$  mm.

## Chapitre 7

# Vers les simulations en configuration moteur

La finalité de ce travail est de proposer un modèle eulérien capable de simuler les écoulements diphasiques dans les moteurs automobiles. Les deux chapitres précédents ont été consacrés à la validation de chacun des éléments constituant ce modèle. En vue de son application sur des configurations moteurs, des tests de faisabilité seront présentés dans ce chapitre. Dans un premier temps, des calculs laminaires d'injection à froid puis à chaud seront décrits. Ensuite, un calcul d'injection à froid dans une cellule haute pression sera utilisé pour évaluer le modèle sur un cas d'injection piezo-électrique dans un moteur essence, avec un taux d'introduction réel. Enfin, un cas de chambre de combustion cylindrique avec mouvement du piston sera simulé pour tester l'injection de carburant liquide en prenant en compte la turbulence et le mouvement de maillage. Ce test permettra d'assurer la conservation de la masse de liquide sur un cas à froid. Un cas à chaud représentatif d'une injection réelle sera finalement présenté.

### 7.1 Calculs laminaires de faisabilité

Afin de s'assurer de la faisabilité de calcul en configuration moteur, des tests intermédiaires ont été réalisés au cours de ce travail. A cette fin, des tests d'injection, avec des valeurs caractéristiques d'une injection moteur pour la vitesse et la fraction volumique de liquide ont été réalisés sur une géométrie 2D.

#### 7.1.1 Test à froid

Le premier test réalisé est laminaire et ne prend pas en compte l'évaporation du carburant liquide injecté. D'autre part, les modèles de turbulence ne sont pas activés. L'intérêt de ce test est de montrer la faisabilité d'une injection de liquide avec des valeurs caractéristiques d'une injection dans un moteur à combustion interne. Pour ce test, une partie de l'injecteur a été maillé et un profil parabolique de vitesse est imposé en entrée du domaine. Celui-ci est initialement plein de gaz tandis que du liquide est injecté à une vitesse de  $100 \text{ m.s}^{-1}$  avec une fraction volumique égale à 1. La limite inférieure du domaine est un axe de symétrie. Cette vitesse est caractéristique des valeurs atteintes dans un moteur essence. La température du liquide en entrée du domaine est identique à celle du gaz : 300 K. La pression est de 1 bar dans chacune des phases.

La figure 7.1 présente le champs de fraction volumique de liquide dans le domaine à  $t = 2 \text{ ms}$ . Si ce calcul est uniquement un premier test de faisabilité il permet néanmoins de

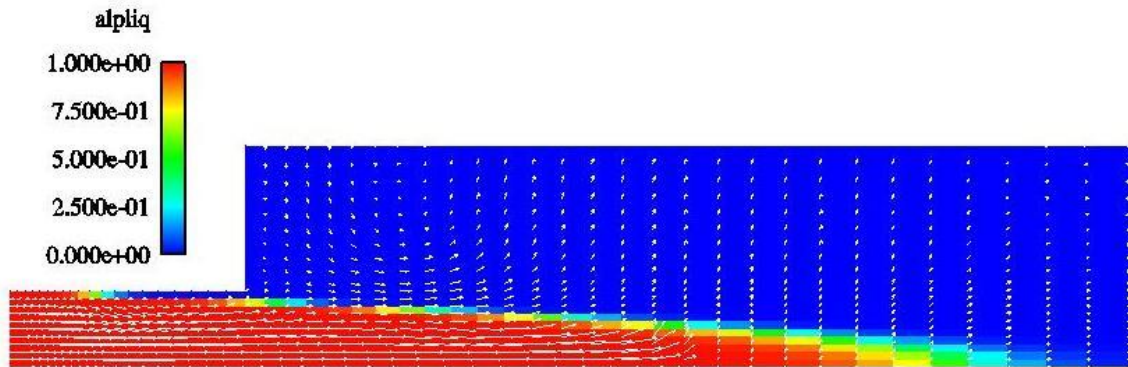


FIG. 7.1: Champ de fraction volumique de liquide et vecteurs vitesses de la phase gazeuse.  $t = 2$  ms.

tirer quelques conclusions. On peut, en effet, voir sur cette figure la mise en vitesse du gaz par les effets de traînée dus à l'injection de liquide dans le domaine. Ces effets provoquent une zone de recirculation en aval de l'injecteur. Cela est mis en évidence sur la figure par les vecteurs vitesses dans la phase gazeuse.

Le test précédent ayant donné des résultats qualitatifs satisfaisants, un test similaire, dans les mêmes conditions de vitesse, pression et température a été réalisé. La différence avec le test précédent est la prise en compte des échanges de masse et d'énergie dus au phénomènes d'évaporation.

Le champ de la fraction volumique du carburant liquide et de fraction massique de carburant en phase vapeur sont portés sur la figure 7.2 à  $t = 2$  ms. Le champ de fraction massique de carburant a été obtenu par symétrie du champ obtenu. Les vecteurs vitesse dans la phase liquide sont représentés sur la moitié supérieure de la figure, ceux de la phase gazeuse sont tracés sur la partie basse. Ce test, bien que qualitatif, permet de s'assurer de la robustesse du modèle dans un cas avec évaporation.

## 7.2 Injection en cellule haute pression

De nombreuses mesures expérimentales ont été réalisées à l'IFP en cellule haute pression, tant pour des applications Diesel que pour des injections essence. Ainsi, de nombreuses séries de mesures sont disponibles pour chacune des technologies. La forte dispersion en taille de gouttes d'un spray Diesel est un handicap pour le modèle présenté. En effet, pour simuler une injection Diesel, un sous modèle est nécessaire pour prendre en compte les phénomènes d'atomisation. Ce modèle qui peut, par exemple, utiliser une équation de densité de surface d'interface, est l'une des évolutions possibles du modèle mais n'est pas présent actuellement. Ainsi, la comparaison de résultats numériques à des résultats expérimentaux sur une injection Diesel est impossible à l'heure actuelle. La distribution de taille de gouttes est plus faible dans un jet essence. Ainsi, la comparaison à l'expérience utilisera des résultats d'injection essence en cellule haute pression. D'autre part, comme cela a été présenté au chapitre 1, section 1.3.3, deux types d'injecteurs sont utilisés dans les moteurs essences. La technologie choisie dans cette étude est l'injecteur piézo-électrique. En effet, les vitesses et les géométries sont identiques à celles observées dans les injecteurs à swirl mais permet d'éviter la difficulté du fort taux de swirl dans la phase liquide. Cependant, si ce test permet d'utiliser des conditions d'injection réaliste et permet de s'assurer de la

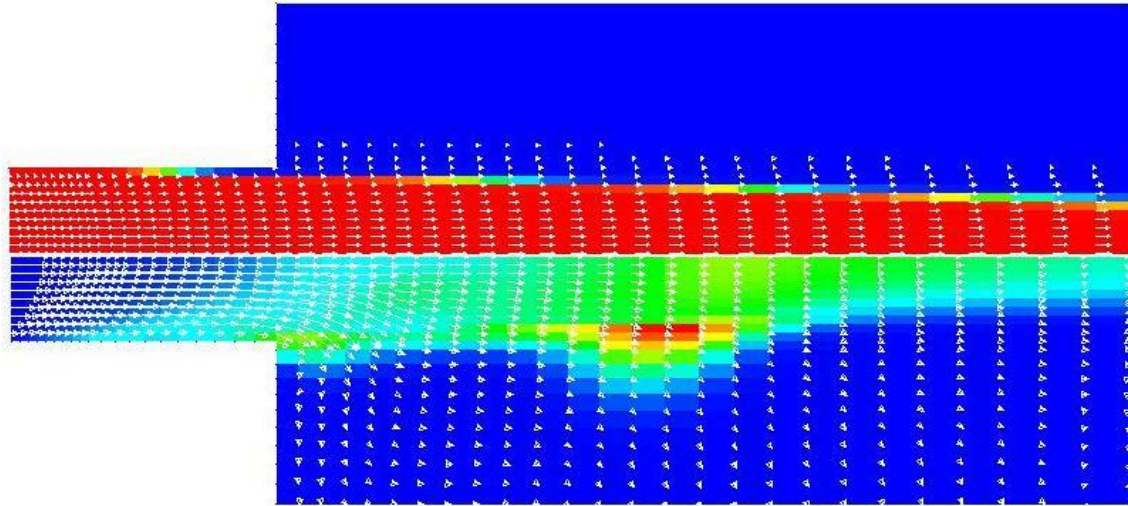


FIG. 7.2: Simulation d'un jet liquide laminaire avec prise en compte de l'évaporation. En haut fraction volumique de liquide, en bas fraction massique de carburant. Les vecteurs vitesses du liquide sont représentés en haut, ceux du gaz, en bas.  $t = 2$  ms.

faisabilité d'un calcul moteur dans des conditions réelles, l'absence de sous modèles physiques permettant de prendre en compte les phénomènes d'atomisation, de coalescence et ainsi la diversité des tailles de gouttes nous empêchera d'approfondir nos conclusions.

### 7.2.1 Description physique de l'injection piezo-électrique

De nombreuses études numériques et expérimentales ont été menées dans le début des années 2000 afin de caractériser les injecteurs piézo-électriques destinés aux applications IDE. Les études expérimentales, utilisant les techniques de Fluorescence Exiplex Induite par Laser (LIEF) et de diffusion de Mie, ont permis d'établir une base de données comportant de nombreux points de mesures. Ces différents points ont été réalisés pour des températures et des pressions de gaz variées dans la cellule. Ainsi, cette base de données est régulièrement utilisée pour la validation des modèles développés.

#### Conditions initiales et données physiques du test de validation

La pression d'injection du carburant est de 200 bars. La figure 7.3 schématise l'injecteur utilisé. Le diamètre de la soupape est de 4 mm, l'angle de nappe, supposé constant dans la simulation est de  $100^\circ$  et la levée maximale de l'aiguille de  $20 \mu\text{m}$ .

Le carburant injecté est de l'iso-octane et la durée de l'injection,  $t_i$ , est de 0.6 ms. La pression initiale dans le gaz est de 1.2 bar. Le débit en sortie d'injecteur a été mesuré expérimentalement, ce débit est utilisé dans le calcul comme condition en entrée pour le carburant liquide. Ce débit est exprimé en  $\text{mm}^3/\text{s}$ , le calcul de la vitesse utilise la section, c'est à dire la surface de l'entrée.

### 7.2.2 Géométrie et maillage utilisé

La géométrie utilisée est une cellule haute pression dont la forme et les dimensions sont représentées sur les figure 7.4. Le domaine expérimental a une taille de 9 cm de côté. C'est ce domaine qui doit être maillé pour simuler le jet. Bien que le domaine ne

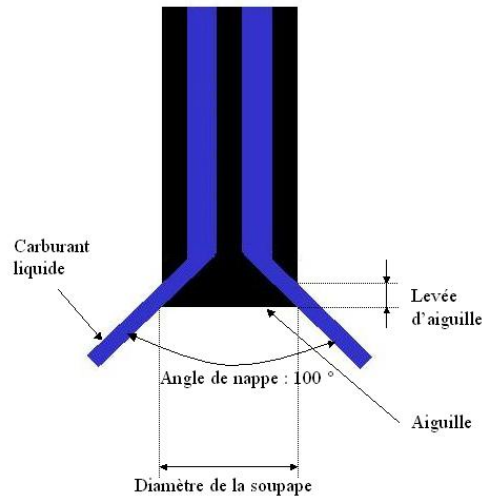


FIG. 7.3: Représentation schématique d'un injecteur piezo-électrique.

soit pas cylindrique, la zone d'intérêt concerne le jet et peut ainsi être considéré comme axisymétrique. Cette hypothèse permet de réduire le nombre de mailles nécessaire. Ainsi, le maillage utilisé pour reproduire cette configuration expérimentale tridimensionnelle est un maillage 2D axi-symétrique.

Cependant, il est important de noter que, pour une simulation eulérienne d'un écoulement diphasique, il est indispensable de mailler le trou de l'injecteur. En effet, il peut être nécessaire d'introduire un profil de vitesse à l'intérieur de l'injecteur. Pour ce faire, 6 mailles sont disposées sur le diamètre du trou. Ainsi, contrairement à l'approche lagrangienne ou la dimension des mailles peut être homogène dans le domaine, sans raffiner à l'injecteur, le maillage nécessaire pour un calcul eulérien doit être fortement raffiné au niveau du trou de l'injecteur. Cela implique que les maillages utilisés pour un calcul eulérien comportent plus de mailles que ceux utilisés pour un calcul lagrangien. Dans le cas étudié, la taille du trou en sortie d'injecteur, dans le plan horizontale est de  $24\ \mu\text{m}$ , soit avec six mailles dans l'injecteur, une taille de maille de  $4\ \mu\text{m}$ . Ces tailles de mailles sont bien inférieures aux tailles classiquement utilisées dans les moteurs automobiles (de l'ordre du mm). Ainsi, des lois de raffinement de maillage ont dues être utilisées afin de conserver un nombre de mailles raisonnable. De plus l'écoulement est supposé axisymétrique, ce qui permet de n'utiliser qu'une rangée de maille dans l'épaisseur. Ainsi, pour mailler un domaine dont les dimensions représentent celles du domaine expérimental, représenté sur la figure 7.5, 125000 mailles (189000 noeuds) sont nécessaires. Si cela paraît démesuré pour un calcul axisymétrique, ce nombre de mailles est directement lié à la taille du trou de l'injecteur et à la nécessité de disposer de plusieurs mailles à l'intérieur de ce dernier. Cependant, il est important de pondérer cela. En effet, le maillage réalisé pour cette application pourrait être optimisé en nombre de mailles en utilisant les techniques de maillage en O, par exemple. Cette méthode permet de ne raffiner le maillage que dans la zone proche de l'injecteur. D'autre part, la finalité n'est pas d'utiliser le modèle eulérien développé dans toute la chambre. En effet, ce modèle sera utilisé pour capturer la physique de l'écoulement à la sortie de l'injecteur. Dans le reste de la chambre, le spray sous forme dispersée sera modélisé par une approche lagrangienne. L'établissement des critères de transition entre l'approche



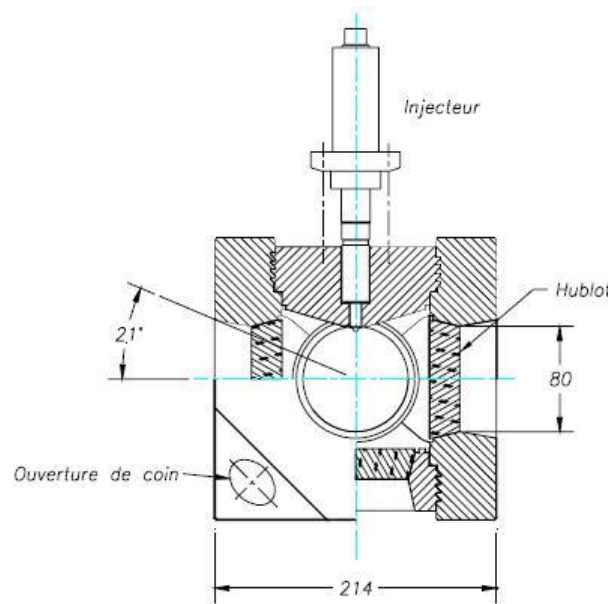


FIG. 7.4: Représentation de la cellule haute pression en coupe verticale.

lagrangienne et l'approche eulérienne sont réalisés dans le cadre de la thèse de C. Vessilier qui constitue la suite de ce travail.

Dans la mesure où l'objectif de cette partie n'est pas de reproduire toute l'évolution du jet de carburant liquide dans la cellule, mais uniquement la phase d'injection dans la zone proche de l'injecteur, la taille du domaine simulé a été limitée à cette zone. Ceci conduit à la réduction du nombre de mailles nécessaire et par conséquent à une diminution des temps de calcul. Pour les mêmes raisons, une homothétie a été réalisée sur le maillage. Cela consiste à multiplier par un facteur d'agrandissement  $A$  (5 dans le cas étudié) la taille de l'injecteur et à diviser par ce même facteur la fraction volumique de liquide en entrée du domaine. Ainsi, pour les cas présentés, la fraction volumique de liquide en entrée du domaine vaut 0.2. Cette manipulation géométrique permet d'augmenter la taille des plus petites mailles et par conséquent d'utiliser un pas de temps plus grand.

### 7.2.3 Remarques concernant la taille du trou de l'injecteur

La forme de l'injecteur piézo-électrique, représentée sur la figure 7.3 montre que la section débitante est inclinée par rapport à l'horizontale. Ainsi, la section débitante projetée dans le plan horizontal doit être calculée car le maillage utilisé ne prend pas en compte la forme de la soupape (maillage rectangulaire). La figure 7.6 reprend le schéma précédent et montre la projection nécessaire. La hauteur  $h$  est la levée d'aiguille. Il est également important de noter que, bien que la fonctionnalité mouvement de maillage soit disponible dans le code, le maillage utilisé est un maillage fixe. Ainsi, la loi de levée de l'aiguille n'est pas prise en compte et la levée est supposée constante. Ainsi, la hauteur  $h$  vaut  $20 \mu\text{m}$ . On obtient ainsi la section d'injection dans le plan horizontal :  $a = \frac{h}{\tan(40^\circ)} = 24.10^{-6} \text{ m}$ , soit  $24 \mu\text{m}$ .

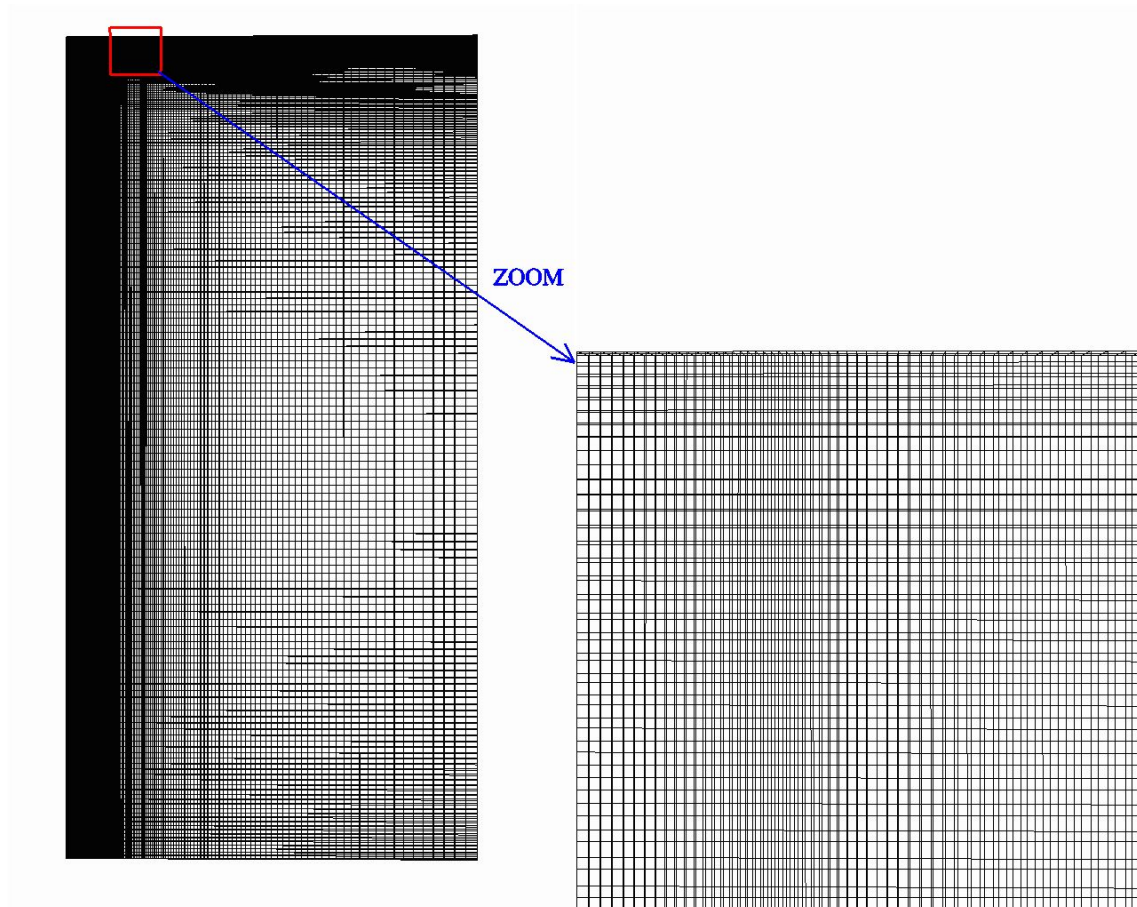


FIG. 7.5: Maillage très raffiné avec les dimensions du domaine expérimental.

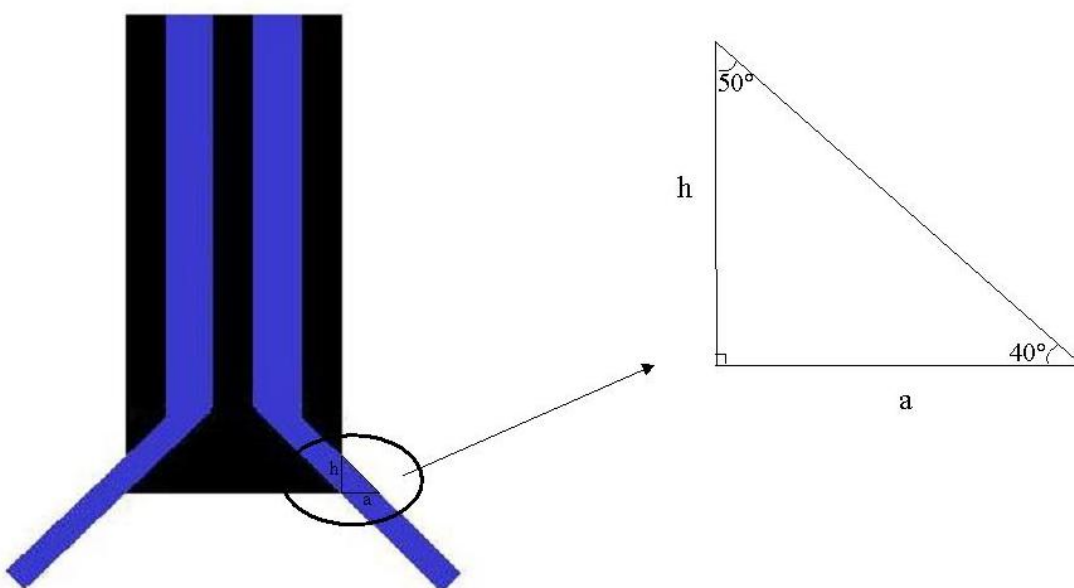


FIG. 7.6: Calcul du diamètre du trou d'injection dans le plan horizontal.

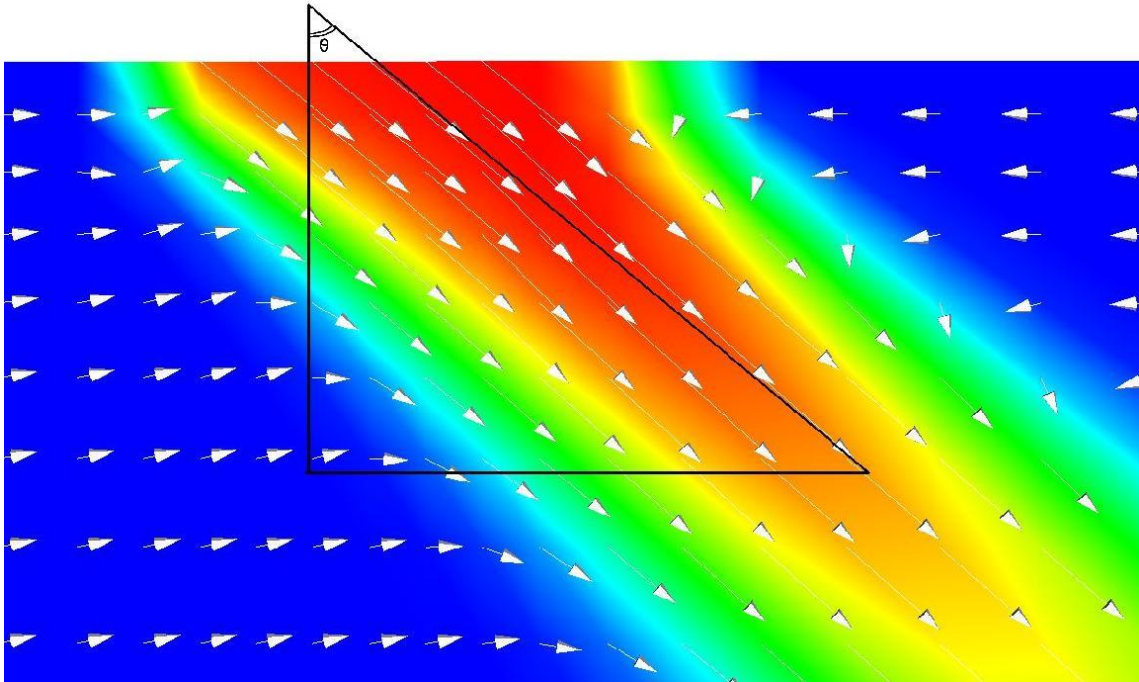


FIG. 7.7: Représentation de l'angle de cône sur le résultat du calcul..

#### 7.2.4 Angle d'injection

L'un des éléments importants d'une injection essence est l'angle de cône. En effet, la forme du spray et ainsi la distribution de carburant dans la chambre dépendent directement de cet angle de cône. Ce dernier dépend, dans le cas d'une simulation numérique, des conditions aux limites imposées en entrée. Afin de s'assurer que les conditions imposées lors d'un calcul diphasique eulérien permettent de reproduire correctement l'angle de cône, la figure 7.7 montre l'image obtenue à  $t = 0.5t_i$ , où  $t_i$  est la durée de l'injection. Cette image permet de retrouver le demi angle de cône ( $\theta$ ) qui vaut  $49.99^\circ$ . L'erreur de mesure permet de dire que la valeur réelle de l'angle de cône est bien reproduite.

#### 7.2.5 Entrainement de la phase gazeuse

L'entraînement de la phase gazeuse par le liquide est un des points clés lors d'un calcul diphasique. Ainsi, il est fondamental d'étudier ce point sur ce calcul. La figure 7.8 montre les vecteurs vitesses de la phase gazeuse.

Cette figure montre l'entraînement de la phase gazeuse par le liquide. En effet, elle met en évidence à la fois l'accélération de la phase gazeuse due à l'injection de liquide ainsi que la création d'un vortex dans la phase gazeuse en tête du jet.

#### 7.2.6 Forme du jet et pénétration du liquide

Si les dimensions de l'injecteur ne sont pas exactement les dimensions réelles puisqu'un rapport d'homotétie est supposé, il est cependant intéressant de comparer les pénétrations expérimentales à celles obtenus. La figure 7.9 montre le résultat du calcul à  $t_i$ .

Ce résultat correspond à l'instant  $t = t_i$  de la figure 7.11. La comparaison entre le calcul et la mesure est hasardeux en raison des conditions géométriques mais peut tout de

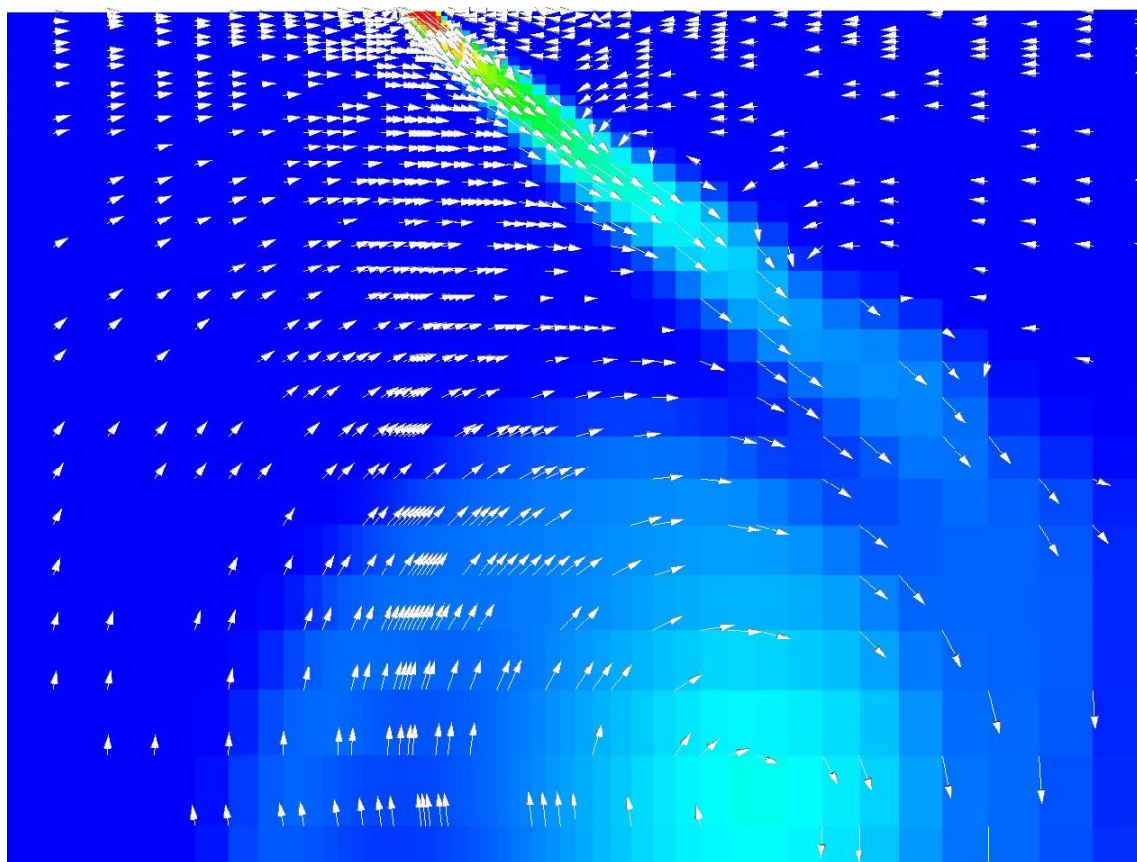


FIG. 7.8: Vecteur vitesse dans la phase gazeuse.

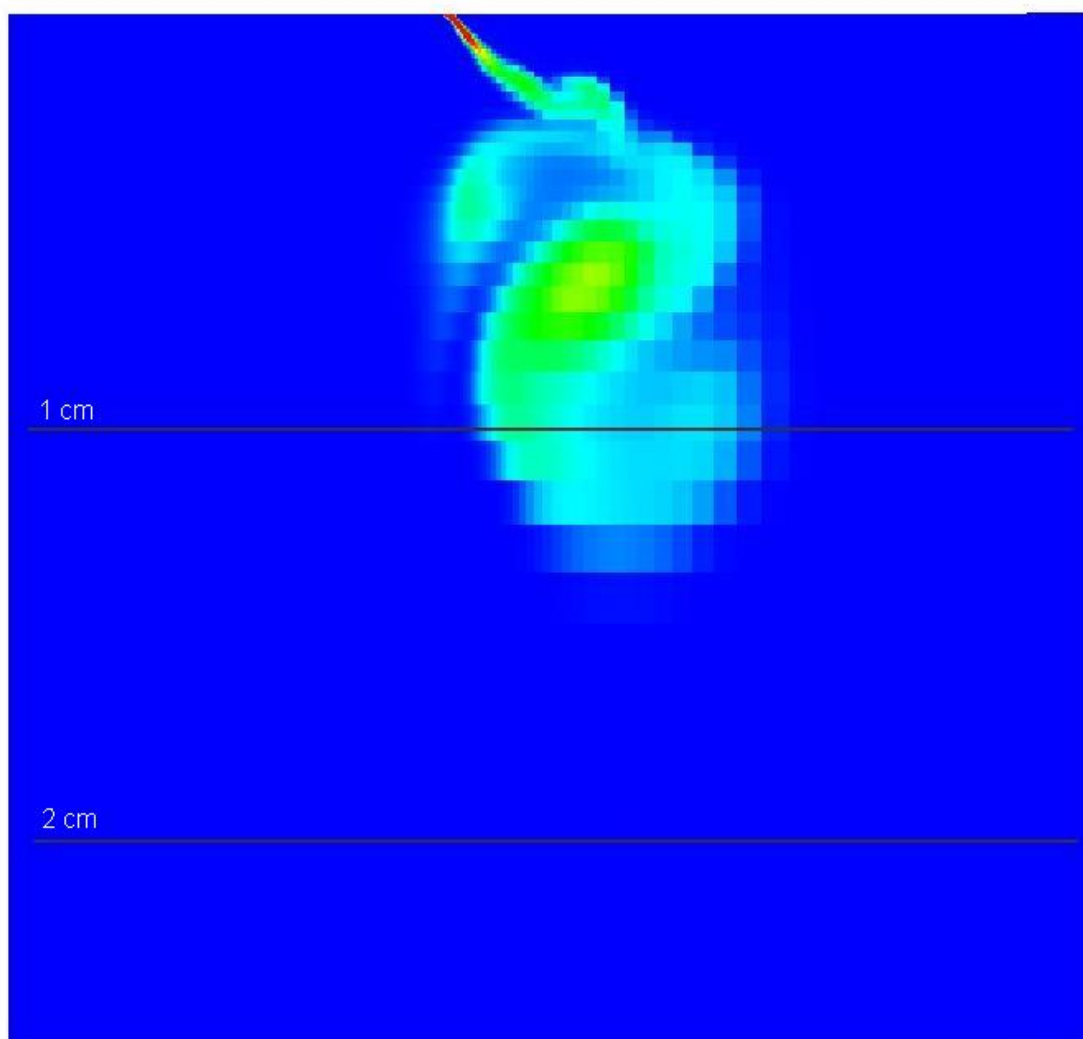


FIG. 7.9: Résultats de la simulation à  $t = t_i$ , champ de fraction volumique de liquide.

même être réalisé. En terme de pénétration de la phase liquide, le calcul sous-estime la pénétration de la phase liquide, 1.4 cm pour le calcul contre 2 cm mesuré expérimentalement. D'autre part, la forme du jet liquide est différente de la forme observée expérimentalement. Cependant, cela peut être expliqué par les conditions particulières de la simulation. En effet, en raison du rapport homotétique, l'injecteur est situé plus loin de l'axe qu'il ne l'est en réalité. Ainsi, l'interaction symétrique du jet liquide est bien plus faible qu'elle ne peut l'être en réalité. Cela peut expliquer le fait que le jet s'enroule vers l'axe et non vers l'extérieur du jet. D'autre part, il est intéressant de remarquer que les résultats obtenus par Soulas [116], qui utilise pour la simulation numériques des jets essence (injecteurs à swirl) un modèle proche de celui développé dans le cadre de cette étude, obtient des résultats similaires en terme d'enroulement du jet liquide que ceux constatés ici. D'autre part, en terme de pénétration, l'enroulement important vers l'intérieur du jet entraîne une perte d'énergie cinétique pour la phase liquide et par conséquent une sous estimation de la pénétration de cette même phase.

### 7.2.7 Résultats numériques

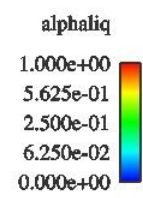
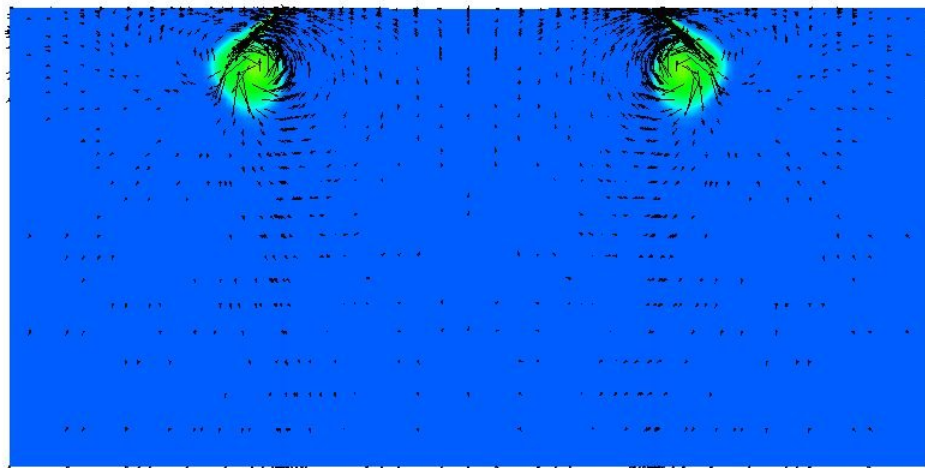
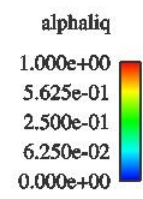
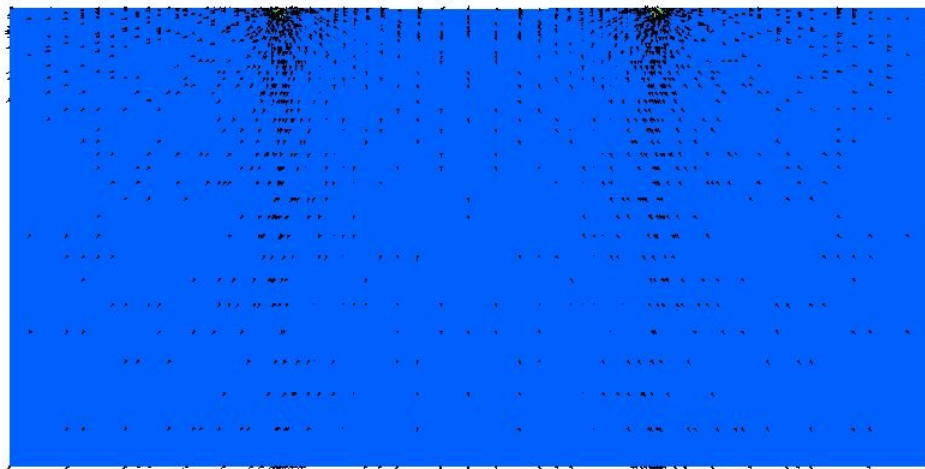
Les paragraphes précédents ont permis de conclure à la faisabilité d'un calcul eulérien dans une configuration d'injection réaliste. Afin d'analyser un peu plus profondément le modèle utilisé, les figures 7.10 montrent l'évolution du jet liquide et des vitesses dans la phase gazeuse au cours du temps. Les figures présentées ont été obtenues par symétrie d'un calcul 2D axisymétrique. On peut voir sur ces figures la pénétration du jet liquide dans le domaine. Les vecteurs vitesses montrent la mise en mouvement de la phase gazeuse avec la création d'un vortex en tête de jet. Ce vortex entraîne l'enroulement du liquide. Ce résultat est très satisfaisant puisque représentatif des conditions d'injection réelles. Il est cependant présomptueux de comparer ces résultats à l'expérience, notamment en raison du manque de certains sous-modèles physiques permettant, par exemple, de ne pas utiliser l'hypothèse de gouttes sphériques près de l'injecteur.

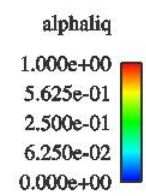
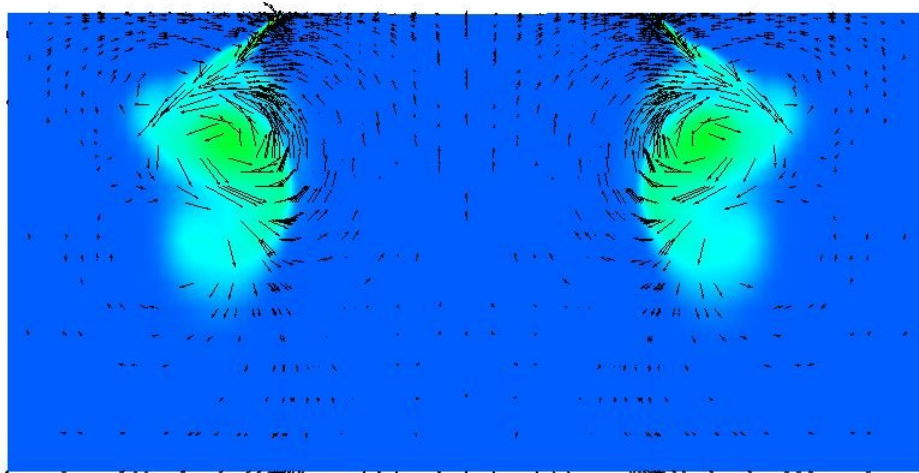
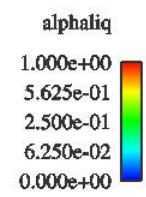
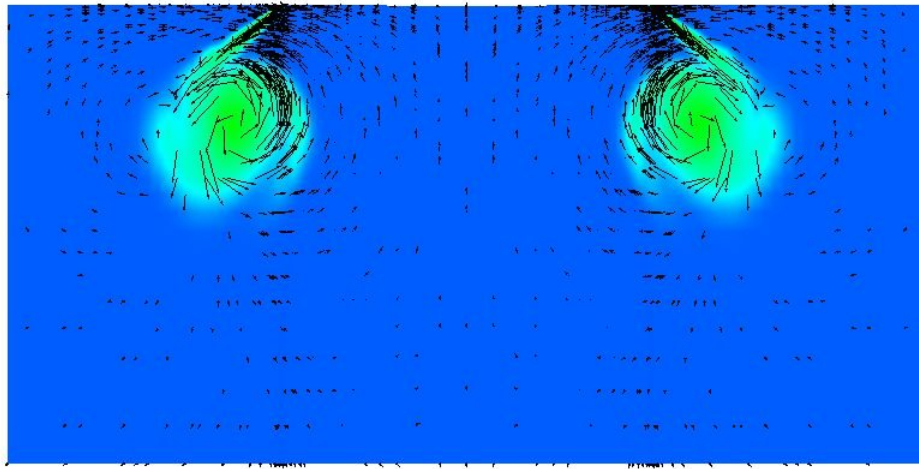
### 7.2.8 Résultats expérimentaux

Les figures 7.11 montrent les résultats expérimentaux obtenus pour une injection utilisant un injecteur piezo-électrique. La pression dans le gaz est de 1.2 bar, la température de 298 K. Ces figures montrent le développement du cône creux de carburant liquide dans la cellule. Elles permettent également de mettre en évidence la forme particulière d'un tel jet liquide, c'est à dire l'élargissement du jet du à la recirculation dans la phase gazeuse au niveau de la tête du jet. On peut cependant regretter l'absence de mesure des vitesses. En effet, l'un des points clés de la simulation d'une injection de carburant est l'entraînement du gaz par la phase liquide. Cependant, l'absence de mesures se conçoit par la difficulté de mise en œuvre des moyens expérimentaux. Malheureusement, l'absence de sous modèle physique dans le modèle eulérien développé ne permettent pas de réaliser des comparaisons pertinentes avec les résultats expérimentaux.

## 7.3 Tests de faisabilité sur une configuration moteur

Afin de mettre en évidence la compatibilité des développements réalisés au cours de ce travail avec les différentes fonctionnalités du code IFP-C3D, un calcul dans une configuration moteur, en prenant en compte le mouvement du piston a également été réalisé. Comme pour le cas précédents, un cas à froid et un cas à chaud seront présentés successivement.







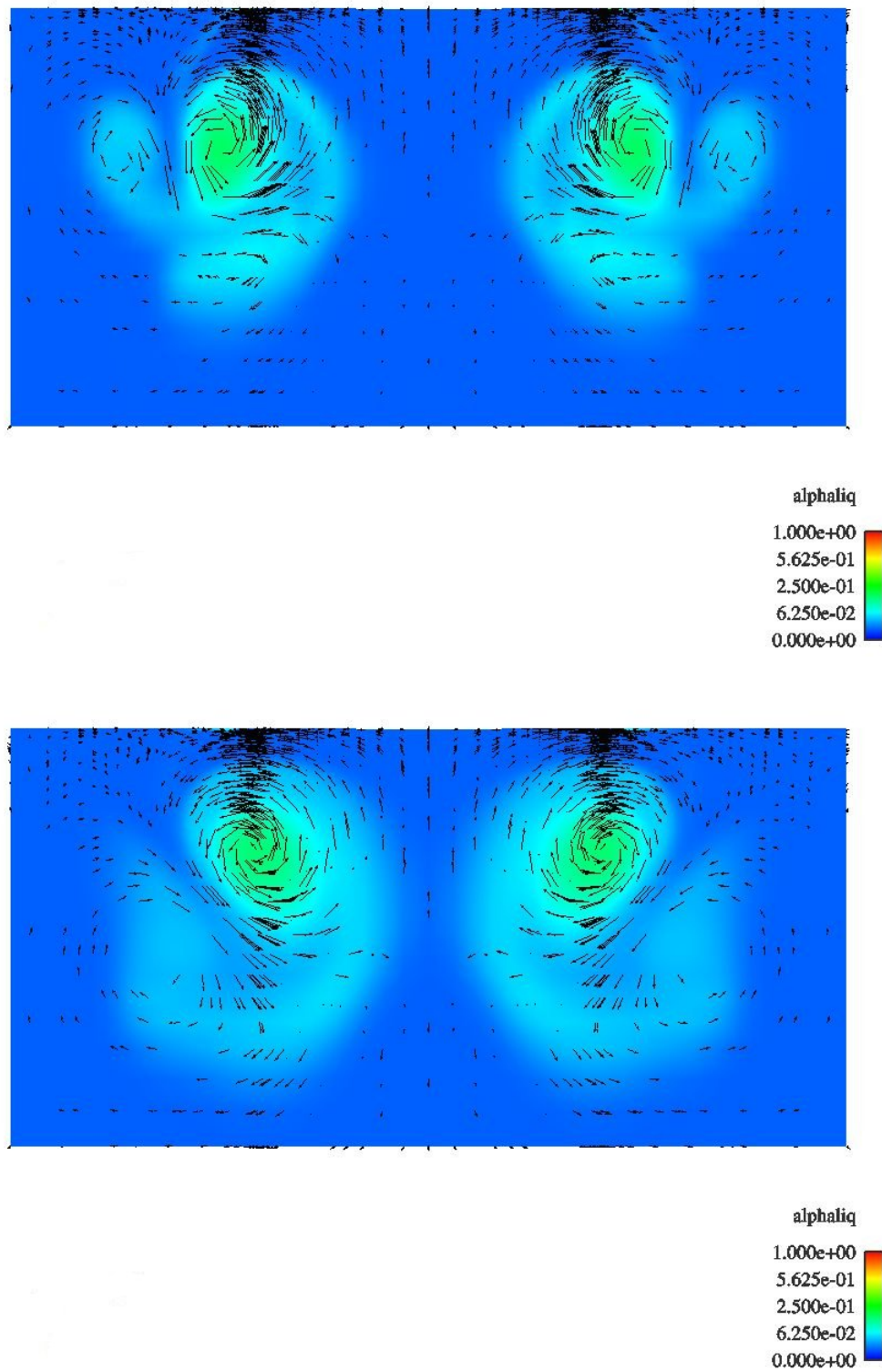


FIG. 7.10: Evolution du jet liquide au cours du temps pour une injection piézo-électrique dans des conditions réalistes. Champs de fraction volumique liquide et vecteurs vitesses de la phase gazeuse.

De haut en bas,  $t = 0$  ms,  $t = 0.2$  ms,  $t = 0.3$  ms,  $t = 0.4$  ms,  $t = 0.5$  ms,  $t = 0.6$  ms

### 7.3.1 Géométrie et conditions d'injection

La géométrie et le maillage correspondant à 40 degrés villebrequin (dV) avant le point mort haut (PMH) sont présentés sur la figure 7.12. Comme on peut le constater, la géométrie utilisée est simple, c'est un cylindre avec un trou d'injection situé au centre de la paroi supérieure (culasse).

Les conditions de pression et de température régnant dans le cylindre à -40 dV sont respectivement de 3 bars et de 550 K. Ces conditions de pression et de température doivent favoriser l'évaporation du jet liquide. Ce test permettra donc également de vérifier le modèle d'évaporation dans une configuration moteur.

### 7.3.2 Simulation sans évaporation

Dans un premier temps, le modèle d'évaporation est désactivé. Le carburant liquide est injecté dans le gaz, ce dernier possédant un mouvement de swirl comme présenté sur la figure 7.13. Par conséquent, le mouvement du liquide ne doit pas être influencé par l'aérodynamique régnant dans la chambre. Le carburant est injecté dans la chambre pendant 10 dV, entre 40 et 30 dV avant le PMH. La figure 7.14 montre l'évolution de la fraction volumique de liquide injectée, entre l'instant initial et le PMH. Cette fraction augmente progressivement, puis se stabilise à 1 dès la fin de l'injection. La rupture brutale de la pente résulte du fait qu'une vitesse constante est imposée tout au long de la phase d'injection.

D'autre part, la figure 7.15 présente l'évolution du jet de carburant liquide dans un plan symétrique de la chambre de combustion au cours du temps. L'impact du liquide sur le piston est bien mis en évidence, entre les instants 15 et 10 dV avant le PMH. A partir de cet instant, le liquide est donc mis en mouvement par le piston. Ceci indique que le modèle développé vérifie bien la propriété de conservation de la masse en considérant le mouvement de maillage.

### 7.3.3 Prise en compte de l'évaporation

Un second test en configuration moteur avec mouvement de maillage a été réalisé. Le champ de vitesse initial pour ce cas est un tumble présenté sur la figure 7.16. L'évaporation est également prise en compte, la vapeur doit alors être entraînée par le mouvement de tumble de la phase gazeuse.

Le liquide est injecté dans le domaine dans les mêmes conditions que pour le calcul précédent. L'injection dure 10 dV, entre 40 et 30 dV avant le PMH. La température du gaz est de 600 K et la pression de 5 bars. Le but de ce test est de montrer la faisabilité d'un calcul moteur en considérant les phénomènes d'évaporation. Les résultats de cette simulation sont présentés sur les figures 7.17 et 7.18, qui montrent respectivement l'évolution de la fraction volumique de liquide et la fraction massique de la vapeur de carburant dans le plan du mouvement de tumble de la phase gazeuse. Ces figures permettent de mettre en évidence l'entraînement du carburant liquide par la phase gazeuse ainsi que son évaporation. D'autre part, le début du processus conduisant à la création du mélange air-carburant vapeur, indispensable à la combustion, est également visible.

Ce test montre ainsi la faisabilité d'un calcul moteur avec évaporation et mouvement de maillage à l'aide du modèle diphasique eulérien développé. Cependant, on ne peut procéder à une analyse quantitative des résultats car les grandeurs utilisées ne correspondent pas à un point de fonctionnement réel.

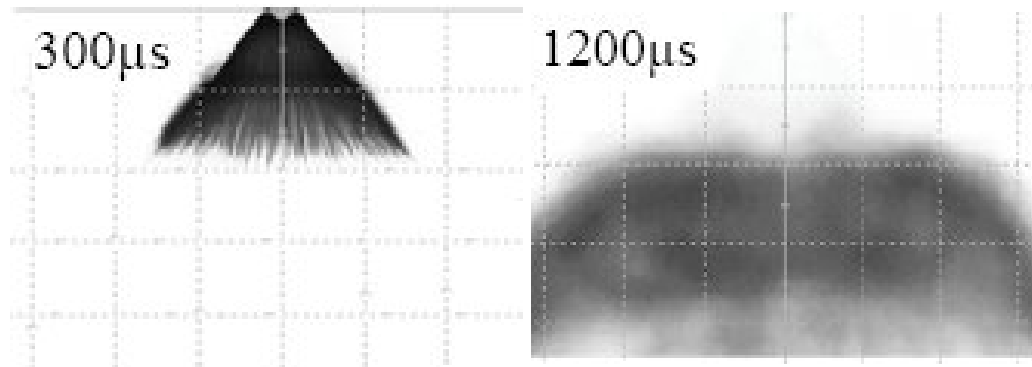


FIG. 7.11: Résultats expérimentaux pour un injecteur piezo-électrique, d'après [29].

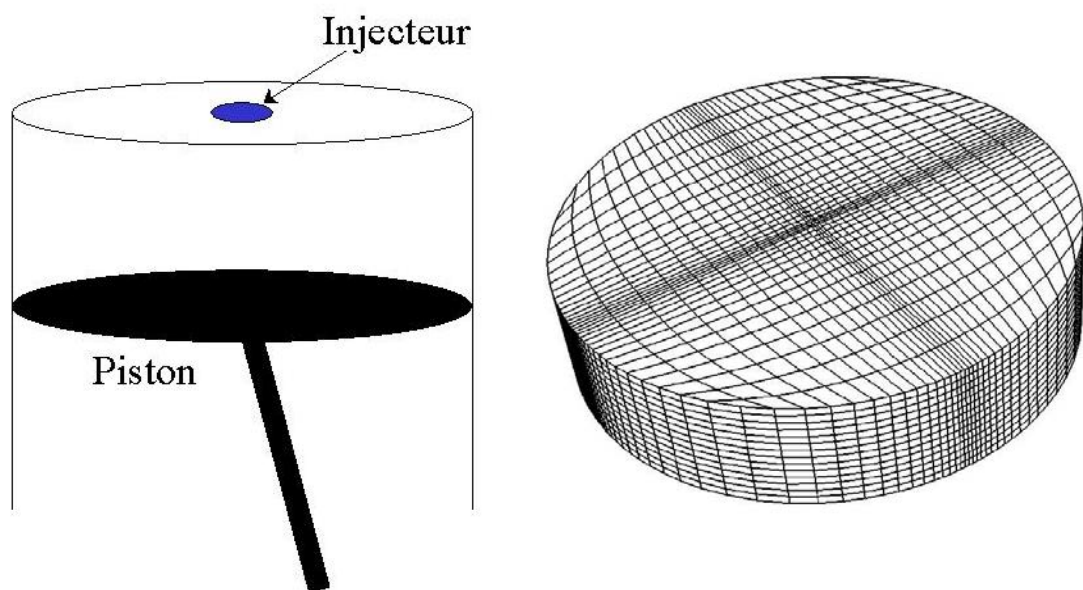


FIG. 7.12: Géométrie et maillage utilisés pour le test de faisabilité avec mouvement de maillage.

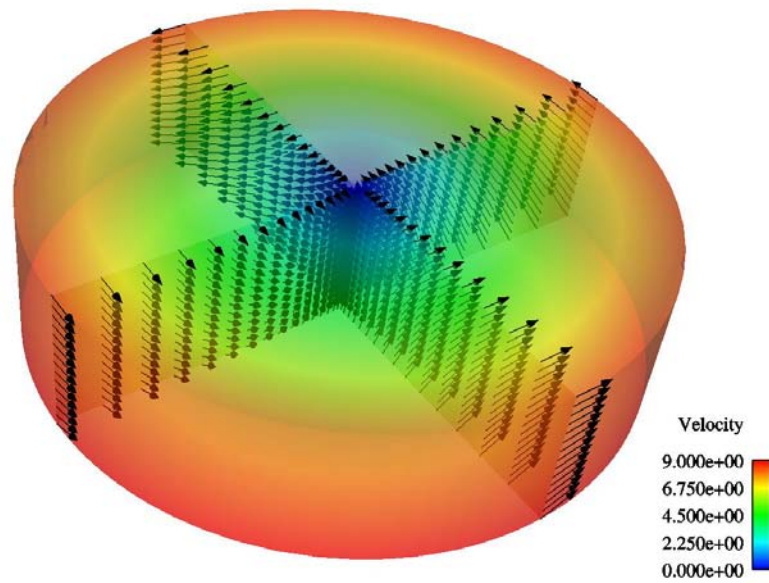


FIG. 7.13: Maillage utilisé et conditions initiales montrant le mouvement de swirl dans le cylindre,  $t = -40$  dV.

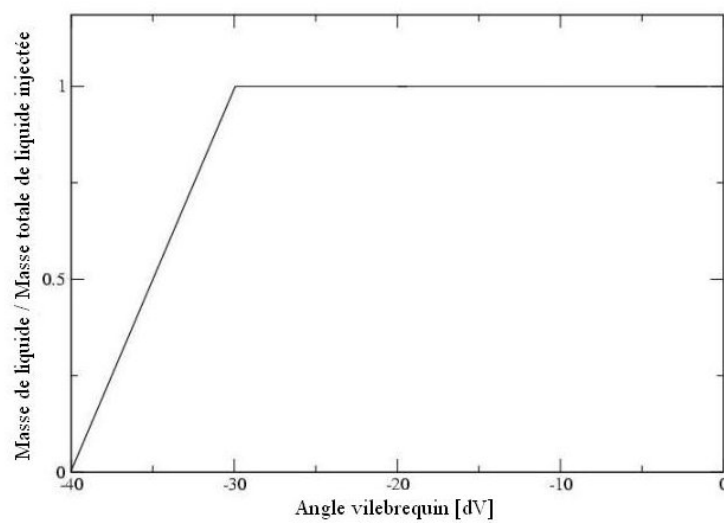


FIG. 7.14: Evolution de la masse contenue dans le cylindre, cas sans évaporation.

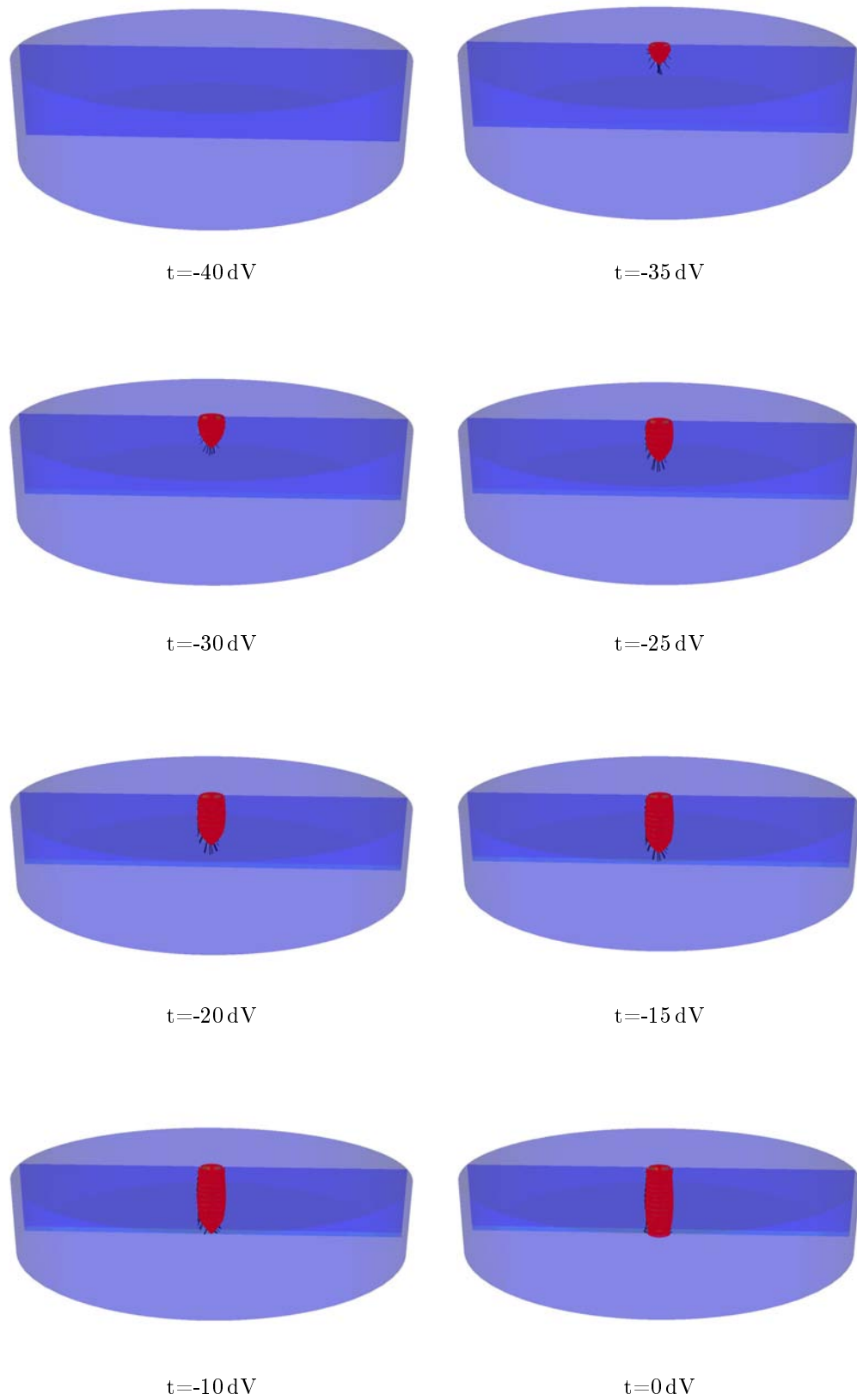


FIG. 7.15: Résultat de l'injection de liquide : iso-surface  $\alpha_l = 0.1$ .

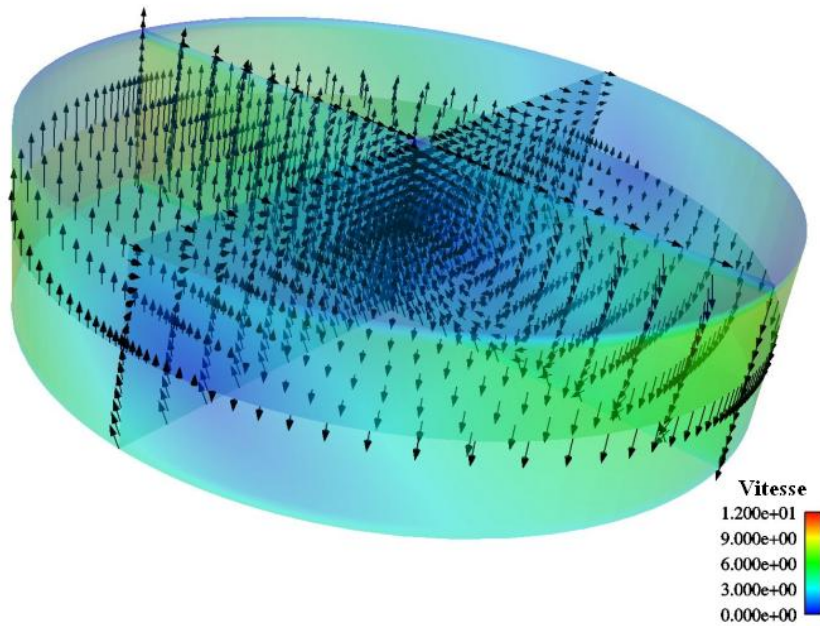


FIG. 7.16: Conditions initiales montrant le mouvement de tumble dans le cylindre,  $t = -40$  dV.

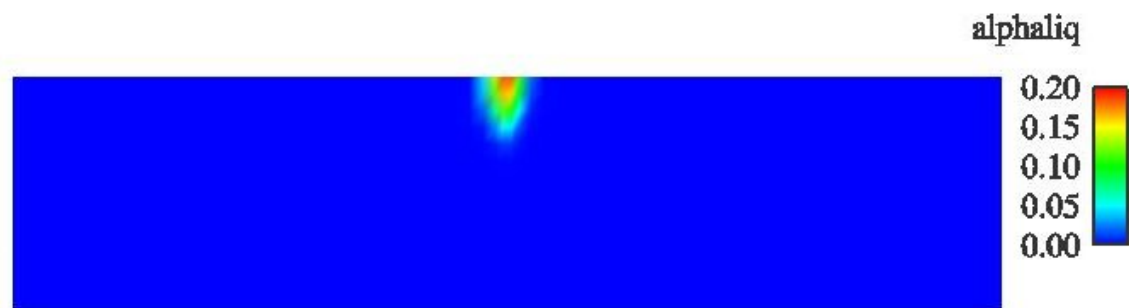
## 7.4 Perspectives

Cette section a permis de montrer la faisabilité d'un calcul dans des conditions moteurs. On peut cependant revenir sur les limitations du modèle développé. On peut notamment citer la dépendance à la taille des gouttes. Comme spécifié préalablement, ce paramètre est figé à l'heure actuelle. L'une des évolutions possibles du modèle est d'introduire un calcul dynamique de la taille des gouttes. L'une des limitations principales due à cette contrainte est l'erreur induite sur le calcul de la force de traînée. Ainsi, actuellement, la force de traînée s'applique dès la sortie de l'injecteur, en supposant la présence d'inclusions sphériques dont le diamètre est figé. Ainsi, les phénomènes observés près du nez de l'injecteur sont faussés. De même la pénétration de la phase liquide est ainsi nécessairement sous-estimée. Afin de lever cette contrainte, il peut être intéressant d'introduire, par exemple, une équation de densité de surface d'interface. Outre les possibilités de calcul dynamique du diamètre, c'est à dire une distribution du diamètre dans le domaine, la densité d'interface permettra également de calculer la traînée en fonction du régime d'écoulement. En effet, la connaissance de la forme de l'interface et ainsi du régime d'écoulement (dense ou dilué) peut permettre un calcul beaucoup plus précis des effets d'entraînements. Dans la zone dense du spray, les effets de traînée se traduisent, non pas par un ralentissement des gouttes de liquide, mais par des effets aérodynamiques à la surface de celui-ci. Ces effets entraînent la déstabilisation du coeur liquide et par suite la formation des goutelettes de carburant. Ces dernières sont alors soumises aux effets de traînée et de dispersion. L'utilisation de fonction de densité de probabilité pourra permettre, à terme, de prendre en compte le caractère polydisperse des jets en sous-maille. C'est à dire considérer plusieurs diamètres de gouttes à l'intérieur d'une même maille.

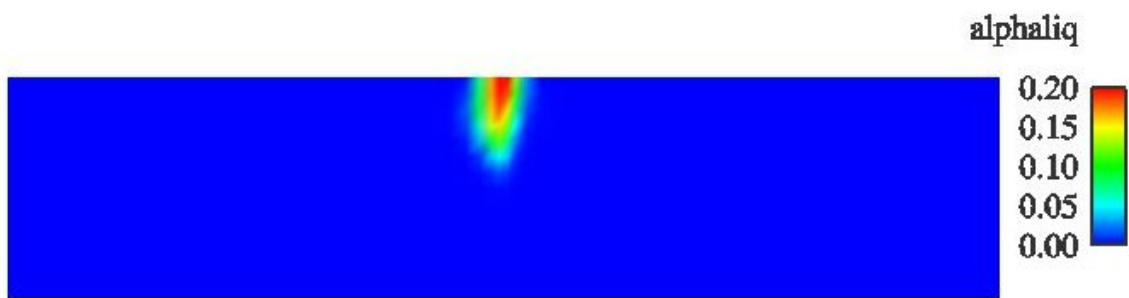
La seconde limitation du modèle développé concerne la prise en compte des contraintes



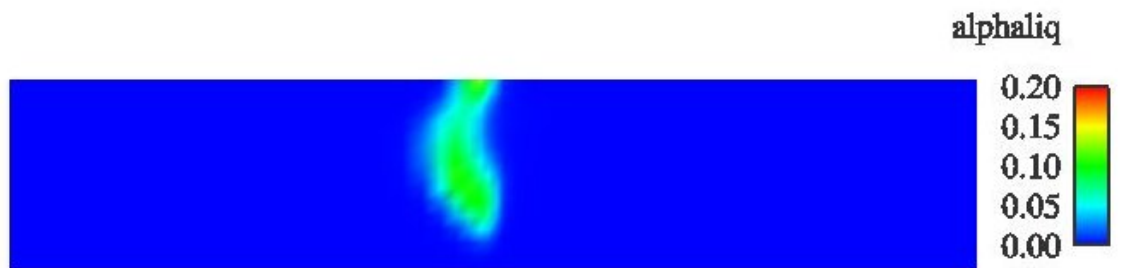
$t = -40 \text{ dV}$



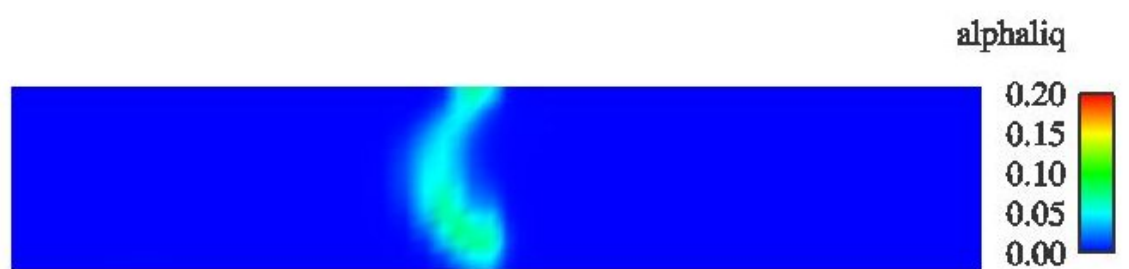
$t = -35 \text{ dV}$



$t = -30 \text{ dV}$



$t = -20 \text{ dV}$



$t = -15 \text{ dV}$

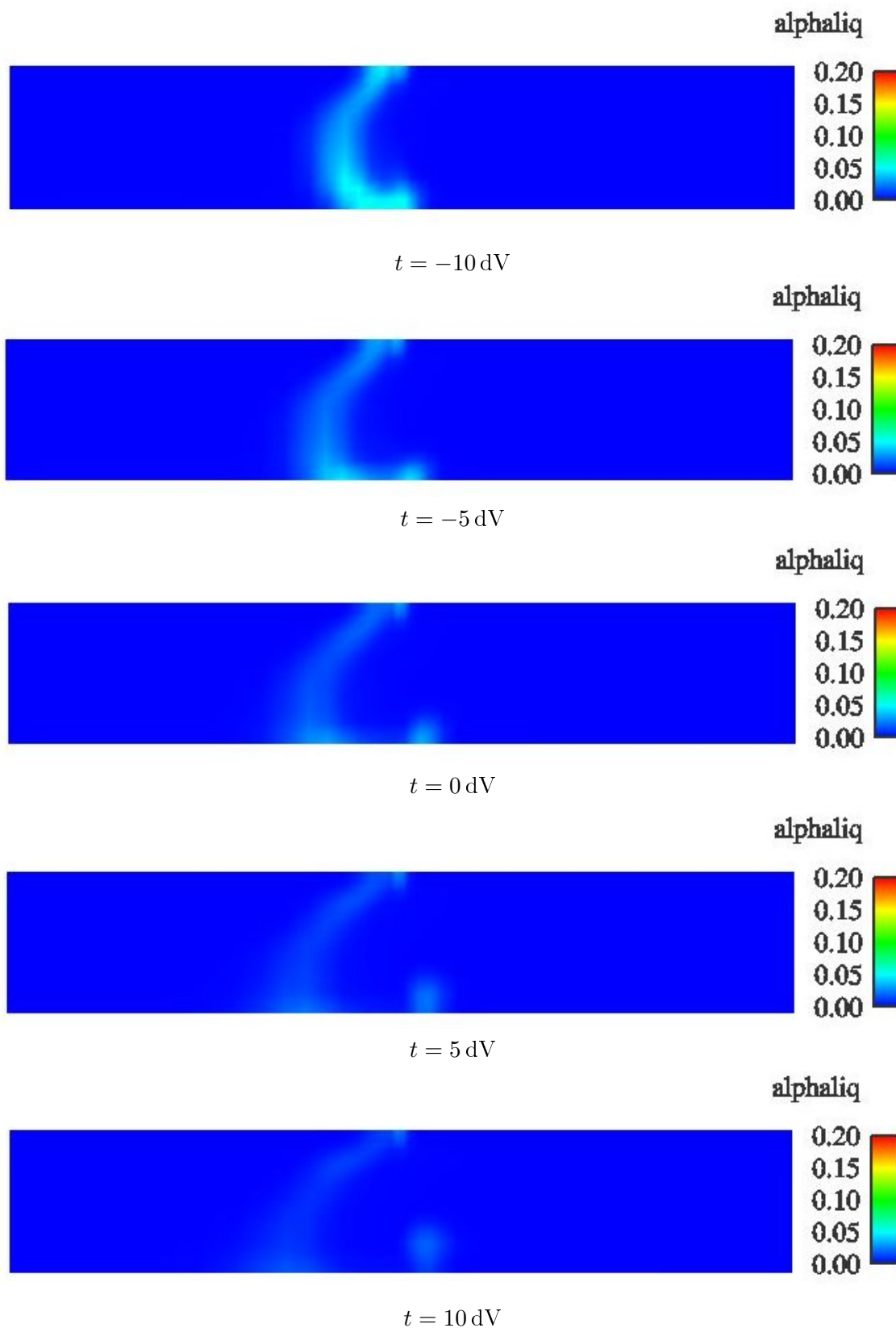
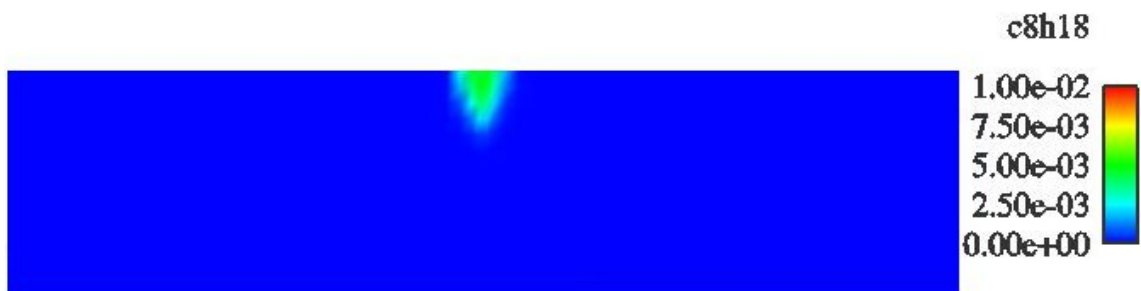


FIG. 7.17: Evolution du champ de fraction volumique de liquide dans le cylindre.

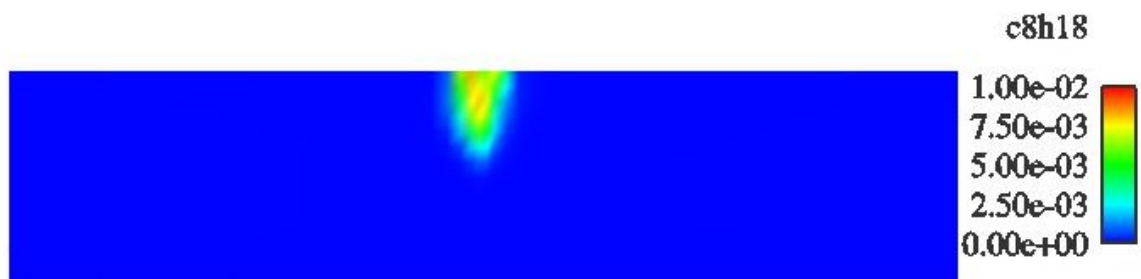




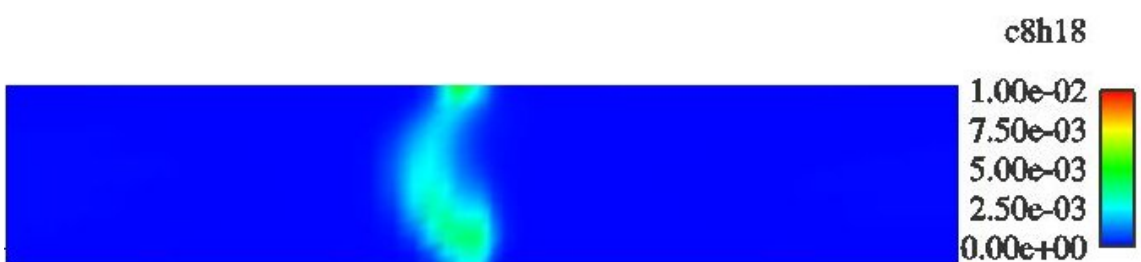
$t = -40$  dV



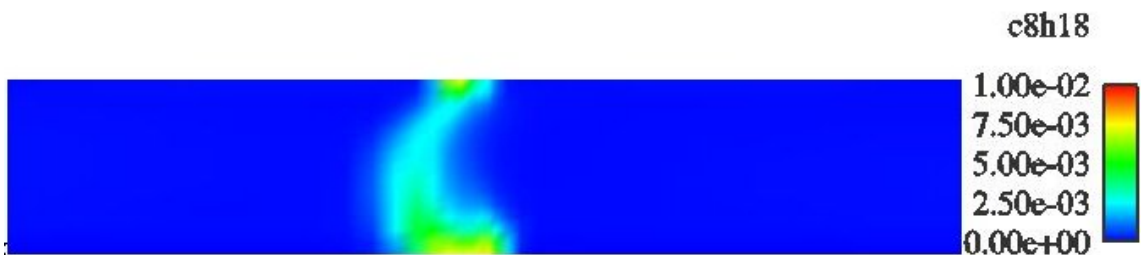
$t = -35$  dV



$t = -30$  dV



$t = -15$  dV



$t = -10$  dV

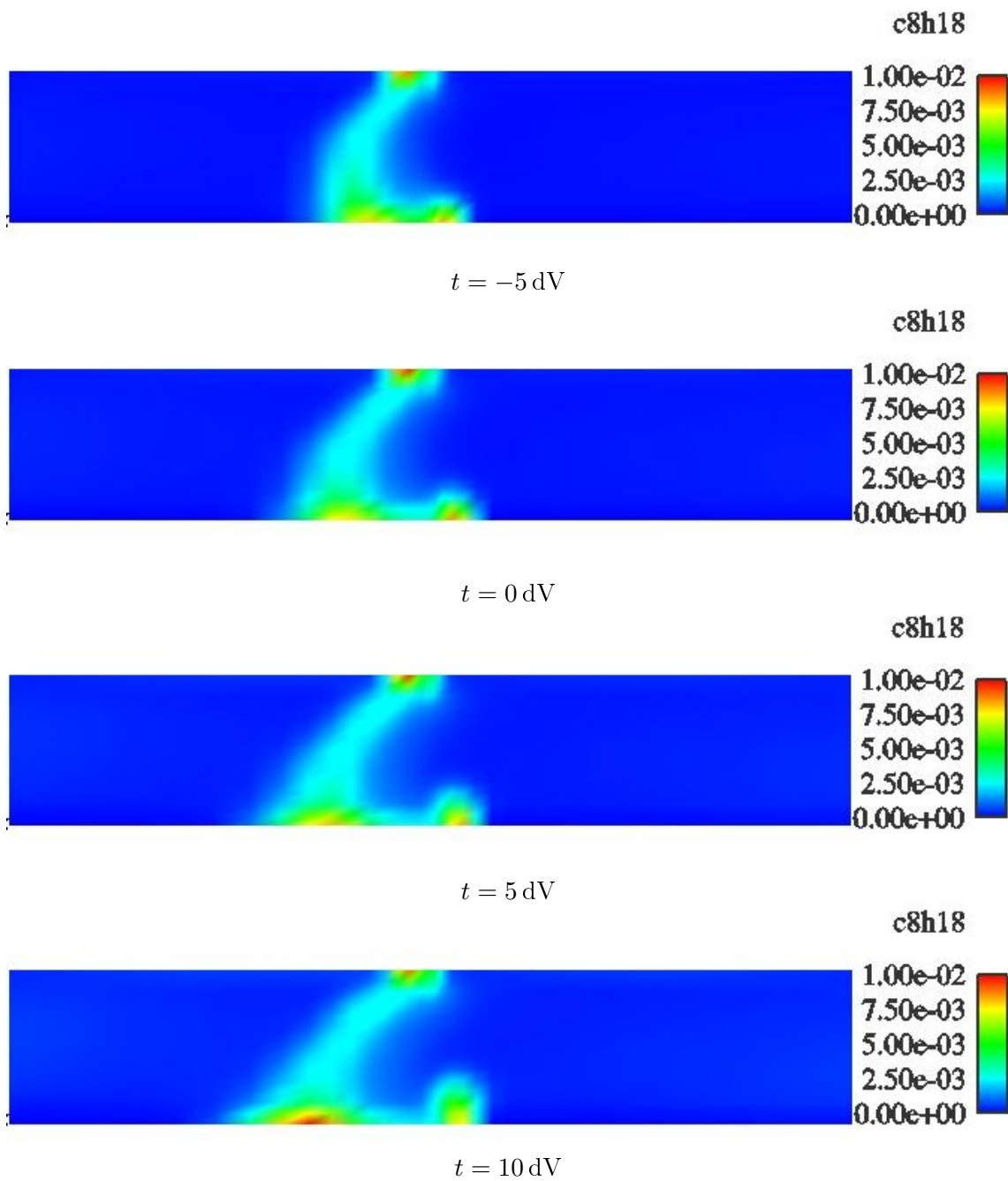


FIG. 7.18: Evolution du champ de vapeur de carburant dans le cylindre.

visqueuses dans la phase liquide en tout point du domaine. Ainsi, les effets visqueux sont supposés identiques, à  $\alpha_l$  près pour tous les régimes d'écoulements. Plus concrètement, cela signifie que le tenseur visqueux est calculé pour un écoulement continu. Cette hypothèse entraîne une perte d'énergie de la phase liquide et par conséquent une sous-estimation de la pénétration liquide. La connaissance du régime d'écoulement (dense ou dispersé) peut à nouveau permettre de lever cette hypothèse. En effet, l'adaptation du calcul des termes visqueux en fonction de la configuration de l'écoulement permettra d'améliorer la prédictivité des calculs.

Enfin, l'extension du modèle à la simulation de la cavitation à l'intérieur des injecteurs permettra de considérer les phénomènes fortement instationnaires dus à la cavitation et ainsi, de mieux prédire la déstabilisation du cœur liquide. Cela conduira à une meilleure prédiction, non seulement de la pénétration du cœur liquide, mais aussi de la distribution en taille de gouttes au delà de ce cœur liquide.



# Conclusions et perspectives

L'objectif de cette thèse était de développer un modèle eulérien moyenné dédié à la simulation des jets de carburants dans les moteurs automobiles.

Dans un premier temps, une étude bibliographique a permis de confronter les modèles mathématiques et leurs hypothèses aux caractéristiques physiques des écoulements. Cette première phase a permis de déterminer les contraintes que devait satisfaire le modèle. Ainsi le fort différentiel de vitesse entre les phases à la sortie de l'injecteur et la grande disparité thermodynamique ont imposé le choix d'un modèle à deux fluides. De plus, les variations importantes de la pression dans la phase liquide ont nécessité la prise en compte de la compressibilité dans celle-ci et ont ainsi conduit à considérer un modèle à sept équations [6].

La turbulence est un paramètre essentiel dans la modélisation des écoulements dans les moteurs à combustion interne. Elle doit bien sur être considéré dans la modélisation diphasique adoptée. Une approche moyennée de modélisation des phénomènes turbulents a été choisie.

Les équations du modèle ont ensuite été développées. La modélisation des termes d'échange impose de considérer les grandeurs physiques à l'échelle du liquide, présenté sous la forme de gouttes sphériques. Cela implique d'introduire un filtrage spatial des équations. La modélisation RANS de la turbulence nécessite une approche statistique, équivalente à une moyenne temporelle, qui s'applique aux équations filtrées. Ainsi, les équations se présentent sous une forme filtrée moyennée. Les différents termes d'échange ont ainsi pu être modélisés. Enfin, une modélisation de la turbulence a été développée pour chacune des phases. Un modèle algébrique permet de modéliser les corrélations turbulente dans la phase liquide, tandis que le modèle  $k-\epsilon$  utilisé dans la phase gazeuse a été étendu pour prendre en compte le caractère diphasique des écoulements.

Ces équations ont été ensuite implantées dans le code IFP-C3D. Ce code est un logiciel de mécanique des fluides dédié à la simulation tridimensionnelle des moteurs automobiles. La prise en compte de la compressibilité de la phase liquide, et plus particulièrement la loi d'état alors nécessaire ont conduit à des modifications importantes dans le schéma de résolution de la phase liquide. Ainsi, le développement de relations thermodynamiques dans la phase liquide a été nécessaire.

De nombreux tests ont été réalisés par la suite. Dans un premier temps, des tests numériques ont été réalisés afin de s'assurer de l'implantation correcte des équations. Ensuite, des calculs sur des configurations laminares analytiques pour la phase liquide seule (cas monophasiques liquides) ont permis de valider les équations décrivant cette phase. Les termes de couplage laminaire, traînée, évaporation et échange d'énergie ont été validé par la suite sur différents tests. La modélisation de la turbulence dans chacune des phases a ensuite

été considéré et évaluée au travers de validations expérimentales. Enfin, une validation du modèle complet, turbulence, termes d'échanges laminares et contribution turbulente des termes d'échange a été réalisé par la simulation d'une couche de mélange diphasique préalablement étudiée dans la littérature, tant sur un plan numérique qu'expérimental.

Les résultats de ces différents tests ont permis de vérifier la bonne implantation des équations sur le plan numérique mais aussi de s'assurer de la capacité du modèle à reproduire la physique des écoulements diphasiques de manière satisfaisante.

Enfin, des calculs sur des cas *moteurs* ont été réalisés. Le but de ces tests est de montrer la faisabilité d'une simulation Euler-Euler dans une configuration moteur. Ainsi, des simulations en cellule haute pression ont permis de montrer que le modèle est capable de simuler une injection de carburant liquide dans des conditions réelles caractérisées par une fraction volumique de liquide élevée et une vitesse d'injection de plus de  $100 \text{ m.s}^{-1}$ . Enfin, un calcul associant la modélisation Euler-Euler aux autres fonctionnalités du code (mouvement de maillage et modélisation du mélange) a permis de s'assurer de la compatibilité des différents modèles disponibles dans le code IFP-C3D. Ces tests ont par ailleurs permis de mettre en évidence les limitations du modèle développé dans le cadre de ce travail. D'une part, les temps de calcul avec un modèle Euler-Euler sont plus importants que les temps caractéristiques des calculs utilisant un modèle Euler-Lagrange. Cela peut être associé à la fois à l'augmentation du nombre d'équations résolues mais aussi aux nombres de mailles nécessaires. En effet, comme précisé au chapitre 7, il est nécessaire de disposer de plusieurs mailles dans l'injecteur dans le cas d'un calcul Euler-Euler. Enfin, la principale limitation d'ordre physique concerne le caractère mono-disperse des jets simulés. En effet, l'absence de modélisation pour l'atomisation et la coalescence des gouttes impose de ne considérer qu'une seule taille de gouttes par maille. Cette limitation a déjà été évoquée dans l'introduction de ce travail pour bien définir le cadre de cette étude. En effet, cette thèse représente le point de départ et la base d'une approche eulérienne exploitable pour les calculs moteurs.

Comme indiqué au paragraphe précédents plusieurs limitations du modèle apparaissent, notamment dans le cadre de simulations *moteur*. La première d'entre elles concerne l'hypothèse de gouttes sphériques utilisées pour modéliser les échanges interfaciaux. Ainsi, près du nez de l'injecteur cette hypothèse implique des erreurs. D'autre part, la taille des gouttes est supposée homogène dans le cadre de cette étude. Ainsi, dans une maille, toutes les gouttes sont de même taille. Cela pose une limitation dans la simulation de l'injection. En effet, le caractère poly-disperse des jets ne peut pas être pris en compte. Dans l'optique d'améliorer ces deux points, un travail sur l'équation d'aire interfaciale a débuté. Cette grandeur permettra de considérer à la fois la forme de l'écoulement, d'où une amélioration du comportement du modèle près du nez de l'injecteur mais elle permettra également de considérer le break-up et la coalescence des gouttes qui est l'élément primordial, particulièrement dans le cadre d'une injection Diesel.

Enfin, un couplage des modèles Euler-Euler et Euler-Lagrange, ce dernier était présent dans la version originale du code IFP-C3D et est à présent possible en parallèle du modèle Euler-Euler. Cela doit permettre d'améliorer à la fois la prédictivité des calculs mais également de réduire le temps de calcul nécessaire à une simulation moteur complète.

## Annexe A

# Écriture des équations du modèle de turbulence dans le cas d'un écoulement diphasique

On rappelle que les équations de transport de la quantité de mouvement sont filtrées avant d'être moyennées. Cependant, dans le cadre de cette étude, les fluctuations de sous-maille sont négligées et seules les corrélations de fluctuations temporelles sont modélisées. Le modèle utilisé dans la phase gazeuse pour fermer ces corrélations est un modèle de type  $k$ - $\epsilon$ . L'objet de cette annexe est d'établir l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente et de sa dissipation dans le cas d'un écoulement diphasique.

### A.1 Écriture de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente

L'énergie cinétique turbulente est définie, dans la phase gazeuse continue, par la relation :

$$\overline{\overline{k_c}} \equiv \frac{1}{2}(\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c'')^2 = \frac{1}{2} \left( (\langle\langle V_{c,i} \rangle\rangle_c) - (\langle\langle \widetilde{\widetilde{V_{c,i}}} \rangle\rangle_c) \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Afin d'obtenir l'équation de transport pour cette grandeur on procède en trois étapes :

- on établit l'équation de transport de l'énergie cinétique du mouvement total que l'on moyenne ;
- on établit l'équation de transport de l'énergie cinétique du mouvement moyen ;
- on soustrait la deuxième équation de la première afin d'obtenir l'équation de transport du mouvement fluctuant.

#### A.1.1 Equation de transport de l'énergie cinétique du mouvement instantané

Comme précisé précédemment, nous nous intéressons aux corrélations temporelles. L'équation de transport instantanée est l'équation filtrée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta_c \langle \rho_c \rangle_c \langle \langle V_{c,i} \rangle \rangle_c}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_c \langle \rho_c \rangle_c \langle \langle V_{c,i} \rangle \rangle_c \langle \langle V_{c,j} \rangle \rangle_c}{\partial x_j} = & \langle M_{c,i} \rangle - \zeta_c \frac{\partial \langle P_c \rangle_c}{\partial x_i} \\ & + \zeta_c \langle \rho_c g_i \rangle_c + \frac{\partial \zeta_c \langle \tau_{c,ij} \rangle_c}{\partial x_j} \end{aligned}$$

Cependant, afin de conserver une plus grande lisibilité des équations, les notations de filtrage seront omises. L'équation précédente peut être ré-écrite :

$$\frac{\partial \zeta_c \rho_c V_{c,i}}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_c \rho_c V_{c,i} V_{c,j}}{\partial x_j} = M_{c,i} - \zeta_c \frac{\partial P_c}{\partial x_i} + \zeta_c \rho_c g_i + \frac{\partial \zeta_c \tau_{c,ij}}{\partial x_j}$$

Il est possible de réécrire le membre de gauche en utilisant l'équation de continuité 2.55 (en ne considérant que le terme de transfert de masse,  $\Gamma_c$  dans le membre de droite) :

$$\begin{aligned} V_{c,i} \frac{\partial (\zeta_c \rho_c V_{c,i})}{\partial t} + V_{c,i} \frac{\partial (\zeta_c \rho_c V_{c,i} V_{c,j})}{\partial x_j} = & \frac{\partial (\zeta_c \rho_c V_{c,i} V_{c,i} / 2)}{\partial t} \\ & + \frac{\partial (\zeta_c \rho_c (V_{c,i} V_{c,i} / 2) V_{c,j})}{\partial x_j} + \frac{1}{2} V_{c,i} V_{c,i} \Gamma_c \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Cette dernière équation nous permet de mettre l'équation de transport pour l'énergie cinétique du mouvement instantané sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\zeta_c \rho_c V_{c,i} V_{c,i} / 2)}{\partial t} + \frac{\partial (\zeta_c \rho_c (V_{c,i} V_{c,i} / 2) V_{c,j})}{\partial x_j} = & -\zeta_c V_{c,i} \frac{\partial P}{\partial x_i} + V_{c,i} \frac{\partial \zeta_c \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ & + V_{c,i} \zeta_c \rho_c g_i + V_{c,i} M_{c,i}^d - \frac{1}{2} V_{c,i} V_{c,i} \Gamma_c \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Il ne reste plus qu'à moyenner cette équation :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{(\zeta_c \rho_c V_{c,i} V_{c,i} / 2)}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{(\zeta_c \rho_c (V_{c,i} V_{c,i} / 2) V_{c,j})}}{\partial x_j} = & -\overline{\zeta_c V_{c,i} \frac{\partial P}{\partial x_i}} + \overline{V_{c,i} \frac{\partial \zeta_c \tau_{ij}}{\partial x_j}} \\ & + \overline{V_{c,i} \zeta_c \rho_c g_i} + \overline{V_{c,i} M_{c,i}^d} - \frac{1}{2} \overline{V_{c,i} V_{c,i} \Gamma_c} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{(\alpha_c \rho_c V_{c,i} V_{c,i} / 2)}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{(\alpha_c \rho_c (V_{c,i} V_{c,i} / 2) V_{c,j})}}{\partial x_j} = & -\overline{\alpha_c V_{c,i} \frac{\partial P}{\partial x_i}} + \overline{V_{c,i} \frac{\partial \alpha_c \tau_{ij}}{\partial x_j}} \\ & + \overline{\alpha_c \rho_c V_{c,i} g_i} + \overline{V_{c,i} M_{c,i}^d} - \frac{1}{2} \overline{V_{c,i} V_{c,i} \Gamma_c} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{(\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i} V_{c,i} / 2})}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{(\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{(V_{c,i} V_{c,i} / 2) V_{c,j})}}}{\partial x_j} = & -\overline{\alpha_c V_{c,i} \frac{\partial P}{\partial x_i}} + \overline{V_{c,i} \frac{\partial \alpha_c \tau_{ij}}{\partial x_j}} \\ & + \overline{\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i} g_i}} + \overline{V_{c,i} M_{c,i}^d} - \frac{1}{2} \overline{V_{c,i} V_{c,i} \Gamma_c} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$



## A.2 Transport de l'énergie cinétique turbulente du mouvement moyen

On va à présent établir une équation de transport pour l'énergie cinétique du mouvement moyen. Pour cela, on multiplie l'équation filtrée moyennée de Navier-Stokes (3.43) par la vitesse filtrée moyenne. Cela nous donne la relation :

$$\begin{aligned}
& \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c}{\partial t} \\
& + \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \langle\langle \widetilde{V_{c,j}} \rangle\rangle_c}{\partial x_j} \\
& = \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \overline{M_{c,i}} \\
& - \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \alpha_c \frac{\partial \overline{P_c}}{\partial x_i} \\
& + \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \alpha_c \overline{\rho_c} g_i \\
& + \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \frac{\partial \alpha_c \overline{\tau_{c,ij}}}{\partial x_j} \\
& - \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \langle\langle \widetilde{V_{c,i}} \rangle\rangle_c \langle\langle \widetilde{V_{c,j}} \rangle\rangle_c}{\partial x_j}
\end{aligned}$$

Afin de simplifier l'écriture, les notations de filtrage sont omises :

$$\begin{aligned}
\widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i}}}{\partial t} + \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i}} \widetilde{V_{c,j}}}{\partial x_j} &= \widetilde{V_{c,i}} \overline{M_{c,i}} - \widetilde{V_{c,i}} \alpha_c \frac{\partial \overline{P_c}}{\partial x_i} \\
+ \widetilde{V_{c,i}} \alpha_c \overline{\rho_c} g_i + \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial \alpha_c \overline{\tau_{c,ij}}}{\partial x_j} - \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i}} \widetilde{V_{c,j}}}{\partial x_j} &
\end{aligned}$$

Comme pour le cas précédent, on réarrange le terme de gauche :

$$\begin{aligned}
\widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i}})}{\partial t} + \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i}} \widetilde{V_{c,j}})}{\partial x_j} &= \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} (\widetilde{V_{c,i}})^2 / 2)}{\partial t} \\
+ \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,j}} (\widetilde{V_{c,i}})^2 / 2)}{\partial x_j} + \frac{((\widetilde{V_{c,i}})^2)}{2} \overline{\Gamma_c} &
\end{aligned} \tag{A.7}$$

ce qui permet d'écrire l'équation de transport pour l'énergie cinétique du mouvement moyen sous la forme :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} (\widetilde{V_{c,i}})^2 / 2)}{\partial t} + \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,j}} (\widetilde{V_{c,i}})^2 / 2)}{\partial x_j} &= -\alpha_c \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial (\overline{P_c})}{\partial x_i} + \widetilde{V_{c,i}} \alpha_c \overline{\rho_c} g_i \\
+ \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial}{\partial x_j} [\alpha_c \overline{\tau_{c,ij}}] - \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial (\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i}} \widetilde{V_{c,j}})}{\partial x_j} &+ \widetilde{V_{c,i}} \overline{M_{c,i}} - \frac{(\widetilde{V_{c,i}})^2}{2} \overline{\Gamma_c}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

### A.2.1 Equation de l'énergie cinétique du mouvement fluctuant

En soustrayant membre à membre l'équation (A.8) de l'équation (A.6), on peut établir une équation de transport pour l'énergie cinétique du mouvement fluctuant, définie par la relation (A.1). Dans ce qui suit nous allons présenter en détail la démarche permettant d'obtenir chacun des termes apparaissant dans l'équation de  $\widetilde{k}_c$ .

Le premier terme est le terme instationnaire, que l'on note  $A$  :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\partial(\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i}^2}/2)}{\partial t} - \frac{\partial(\alpha_c \overline{\rho_c} (\widetilde{V_{c,i}})^2/2)}{\partial t} \\
 &= \frac{\partial[\alpha_c \overline{\rho_c} (\widetilde{V_{c,i}^2}/2 - (\widetilde{V_{c,i}})^2/2)]}{\partial t} \\
 &= \frac{\partial(\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{k}_c)}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

On s'intéresse ensuite au terme, noté  $B$ , de transport :

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\partial(\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,j} V_{c,i}^2}/2)}{\partial x_j} - \frac{\partial(\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,j}} (\widetilde{V_{c,i}})^2/2)}{\partial x_j} \\
 &= \frac{\alpha_c \overline{\rho_c} [\widetilde{V_{c,j}} (\widetilde{V_{c,i}})^2 + \frac{1}{2} \widetilde{V_{c,j}} \widetilde{V_{c,i}}'' \widetilde{V_{c,i}}'' + V_{c,i}' \widetilde{V_{c,i}}'' V_{c,j}'' + 2 \widetilde{V_{c,i}} \widetilde{V_{c,i}}'' V_{c,j}'']}{\partial x_j} \\
 &\quad - \frac{\partial(\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,j}} (\widetilde{V_{c,i}})^2/2)}{\partial x_j}
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha_c \overline{\rho_c} [\widetilde{V_{c,j}} \widetilde{k}_c + \frac{V_{c,i}'' \widetilde{V_{c,i}}'' V_{c,j}''}{2} + \widetilde{V_{c,i}} \widetilde{V_{c,i}}'' V_{c,j}'']) \tag{A.11}$$

On constate, en ce qui concerne le membre de gauche de l'équation issue de la soustraction, que les termes liés à la gravité s'annulent. Il nous reste donc le terme de pression, équation (A.12), le terme contenant le tenseur des contraintes visqueuses, relation (A.12), les termes de corrélation turbulentes, équation (A.14) et les termes liés au transfert de quantité de mouvement et de masse.

$$\begin{aligned}
 C &= -\alpha_c \overline{V_{c,i} \frac{\partial P_c}{\partial x_i}} + \alpha_c \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial \overline{P_c}}{\partial x_i} \\
 &= \overline{(\widetilde{V_{c,i}} + V_{c,i}'') \frac{\partial P_c}{\partial x_i}} + \alpha_c \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial \overline{P_c}}{\partial x_i} \\
 &= \overline{V_{c,i} \frac{\partial P_c}{\partial x_i}} + \overline{V_{c,i}'' \frac{\partial P_c}{\partial x_i}} + \alpha_c \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial \overline{P_c}}{\partial x_i} \\
 &= \overline{V_{c,i}'' \frac{\partial P_c}{\partial x_i}}
 \end{aligned}$$

Pour le terme  $D$ , on utilise la même méthode que pour la pression :

$$D = \overline{V_{c,i} \frac{\partial(\alpha_c \tau_{c,ij})}{\partial x_j}} - \widetilde{V_{c,i}} \frac{\partial(\alpha_c \overline{\tau_{c,ij}})}{\partial x_j} \quad (\text{A.12})$$

$$= \overline{V_{c,i}'' \frac{\partial \tau_{c,ij}}{\partial x_j}} \quad (\text{A.13})$$

Le traitement des termes contenant les échanges interfaciaux permet d'écrire :

$$E = \overline{U_{c,i} M_{c,i}} - \frac{\overline{U_{c,i}^2}}{2} \Gamma_c - \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{c,i}} + \frac{(\widetilde{U_{c,i}})^2}{2} \Gamma_c \quad (\text{A.14})$$

En écrivant dans l'équation précédente  $M_c = M_d^k + M_\Gamma^k$ , on obtient :

$$E = \overline{U_{c,i} M_{d,i}^c} - \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{d,i}^c} + \overline{U_{c,i} M_{\Gamma,i}^c} - \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{\Gamma,i}^c} + \frac{\widetilde{U_{c,i}}^2}{2} \Gamma_c - \frac{\overline{U_{c,i}^2}}{2} \Gamma_c \quad (\text{A.15})$$

Nous avons vu précédemment que  $\overline{M_{\Gamma,i}^k} \approx \widetilde{U_{c,i}} \Gamma_c$ , ce qui nous permet d'écrire :

$$E = \overline{U_{c,i} M_{d,i}^c} - \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{d,i}^c} + \overline{U_{c,i} U_{c,i} \Gamma_c} - \widetilde{U_{c,i}} \widetilde{U_{c,i}} \Gamma_c + \frac{\widetilde{U_{c,i}}^2}{2} \Gamma_c - \frac{\overline{U_{c,i}^2}}{2} \Gamma_c \quad (\text{A.16})$$

Considérons à présent l'effet des échanges interfaciaux de façon découplée.

Intéressons nous tout d'abord au terme lié au transfert de masse entre les phases. On a :

$$\begin{aligned} \Pi_\Gamma &= \overline{U_{c,i} U_{c,i} \Gamma_c} - \widetilde{U_{c,i}} \widetilde{U_{c,i}} \Gamma_c + \frac{\widetilde{U_{c,i}} \widetilde{U_{c,i}}}{2} \Gamma_c - \frac{\overline{U_{c,i} U_{c,i}}}{2} \Gamma_c \\ &= \frac{1}{2} \overline{U_{c,i} U_{c,i} \Gamma_c} - \frac{1}{2} \widetilde{U_{c,i}} \widetilde{U_{c,i}} \Gamma_c \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Réécrivons tout d'abord le premier terme du membre de gauche de l'équation précédente :

$$\overline{U_{c,i} U_{c,i} \Gamma_c} = \widetilde{U_{c,i}} \widetilde{U_{c,i}} \Gamma_c + 2 \widetilde{U_{c,i}} \overline{U'_{c,i} \Gamma_c} + \overline{U'_{c,i} U'_{c,i} \Gamma_c} + \overline{U'_{c,i} U'_{c,i} \Gamma_c} \quad (\text{A.18})$$

Cela nous permet de réécrire le terme de transfert d'énergie cinétique turbulente lié au transfert de masse sous la forme :

$$\Pi_\Gamma = \widetilde{U_{c,i}} \overline{U'_{c,i} \Gamma_c} + \frac{1}{2} \overline{U'_{c,i} U'_{c,i} \Gamma_c} + \frac{1}{2} \overline{U'_{c,i} U'_{c,i} \Gamma_c} \quad (\text{A.19})$$

Intéressons nous à présent au terme lié à la force de traînée :

$$\begin{aligned} \Pi_d^c &= \overline{U_{c,i} M_{d,i}^c} - \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{d,i}^c} \\ &= \overline{(\widetilde{U_{c,i}} + U''_{c,i})(M_{d,i}^c + M_{d,i}^{k'})} - \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{d,i}^c} \\ &= \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{d,i}^c} + \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{d,i}^{k'}} + \overline{U''_{c,i} M_{d,i}^c} + \overline{U''_{c,i} M_{d,i}^{k'}} - \widetilde{U_{c,i}} \overline{M_{d,i}^c} \\ &= \overline{U''_{c,i} M_{d,i}^c} + \overline{U''_{c,i} M_{d,i}^{k'}} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

On peut ainsi obtenir la forme finale de l'équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente  $\widetilde{k}_c$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{k}_c}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} [\widetilde{V_{c,j} k_c} + \widetilde{V_{c,i} V_{c,j}'' V_{c,i}''} + \frac{V_{c,j}'' V_{c,i}'' V_{c,i}''}{2}]}{\partial x_j} &= -\alpha_c \overline{V_{c,i}''} \frac{\partial P_c}{\partial x_i} \\ &+ \alpha_c \overline{V_{c,i}''} \frac{\partial \tau_{c,ij}}{\partial x_j} + \Pi_d^c + \Pi_\Gamma^c + \overline{V_{c,i}''} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} V_{c,i}'' V_{c,j}''}{\partial x_j} \end{aligned}$$

On effectue ensuite quelques regroupement afin d'obtenir une forme plus classique pour l'équation de  $k$ . On réarrange tout d'abord les termes de corrélations doubles :

$$\overline{V_{c,i}''} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} V_{c,i}'' V_{c,j}''}{\partial x_j} - \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,i} V_{c,j}'' V_{c,i}''}}{\partial x_j} = -\alpha_c \overline{\rho_c} \overline{V_{c,i}'' V_{c,j}''} \frac{\partial U_{c,i}}{\partial x_j}$$

On ré-écrit le terme de pression :

$$-\alpha_c \overline{V_{c,i}''} \frac{\partial P_c}{\partial x_i} = -\alpha_c \overline{V_{k,i}'' P_c} + \alpha_c P_c \frac{\partial V_{k,i}''}{\partial x_i} \quad (\text{A.21})$$

et le terme lié aux contraintes visqueuses :

$$-\alpha_c \overline{V_{c,i}''} \frac{\partial \tau_{c,ij}}{\partial x_j} = \alpha_c \overline{V_{k,i}'' \tau_{c,ij}} - \alpha_c \tau_{c,ij} \frac{\partial V_{k,i}''}{\partial x_j} \quad (\text{A.22})$$

On peut enfin écrire l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{k}_c}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,j} k_c}}{\partial x_j} &= \\ &- \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_c \overline{\rho_c} V_{c,j}'' V_{c,i}'' V_{c,i}'' - \alpha_c \overline{V_{k,j}'' P_c} + \alpha_c \overline{V_{k,i}'' \tau_{c,ij}} \right]}_{\text{Termes de diffusion turbulente}} \\ &- \underbrace{\alpha_c \overline{\rho_c} V_{c,i}'' V_{c,j}'' \frac{\partial V_{c,i}}{\partial x_j}}_{\text{Production par les gradients moyens}} \\ &- \underbrace{\alpha_c \tau_{c,ij} \frac{\partial V_{k,i}''}{\partial x_j}}_{\text{Dissipation turbulente}} \\ &+ \underbrace{\alpha_c P_c \frac{\partial V_{k,i}''}{\partial x_i}}_{\text{Terme de retour à l'isotropie}} \\ &+ \underbrace{\Pi_d^c + \Pi_\Gamma^c}_{\text{Terme de transfert interfaciaux}} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

### A.3 Fermeture de l'équation de $k$

L'équation A.23 fait apparaître différents termes pour lesquels une modélisation est nécessaire. La fermeture de chacun de ces termes est présentée dans cette section. On précise cependant que les termes de retour à l'isotropie seront négligés.

#### A.3.1 Termes de production

La modélisation du terme de production fait intervenir l'hypothèse de Boussinesq [16] :

$$-\overline{\rho} \widetilde{V'_i V'_j} + \frac{2}{3} \overline{\rho} k \delta_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial \widetilde{V}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{V}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\widetilde{V}_k}{\partial x_k} \right) \quad (\text{A.24})$$

équation que l'on peut ré-écrire, pour la phase continue en utilisant le formalisme du modèle à deux fluides et les notations de moyennes définies au début du chapitre 2 :

$$-\overline{\overline{\rho}} \widetilde{\widetilde{V''_{c,i} V''_{c,j}}} = -\frac{2}{3} \overline{\overline{\rho}} \widetilde{\widetilde{k}_c} \delta_{ij} + \mu_t \left( \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V}_{c,i}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V}_{c,j}}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\widetilde{\widetilde{V}_{c,k}}}{\partial x_k} \right) \quad (\text{A.25})$$

En utilisant cette hypothèse, le terme de production par les gradients moyens s'écrit :

$$\alpha_c \overline{\overline{\rho}} \widetilde{\widetilde{V''_{c,i} V''_{c,j}}} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V}_{c,i}}}{\partial x_j} = -\frac{2}{3} \alpha_c \overline{\overline{\rho}} \widetilde{\widetilde{k}_c} \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V}_{c,i}}}{\partial x_i} + \alpha_c \mu_t \left( \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V}_{c,i}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V}_{c,j}}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\widetilde{\widetilde{V}_{c,k}}}{\partial x_k} \right) \frac{\partial \widetilde{\widetilde{V}_{c,i}}}{\partial x_j} \quad (\text{A.26})$$

#### A.3.2 Terme de diffusion turbulente

Le terme de diffusion turbulente est modélisé par une hypothèse de premier gradient :

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_c \overline{\overline{\rho}} \widetilde{\widetilde{V''_{c,j} V''_{c,i} V''_{c,i}}} - \alpha_c \overline{\overline{V''_{k,j} P'_c}} + \alpha_c \overline{\overline{V''_{k,i} \tau'_{c,ij}}} \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \frac{\mu_c}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \widetilde{\widetilde{k}_c}}{\partial x_j} \right] \quad (\text{A.27})$$

où  $\mu_c = \mu_c^l + \mu_c^t$ , la viscosité totale est la somme de la viscosité moléculaire et de la viscosité turbulente.

#### A.3.3 Dissipation turbulente

Le terme de dissipation turbulente n'est pas modélisé puisque l'on introduit une équation de transport pour cette dissipation, notée  $\varepsilon$  :

$$-\alpha_c \overline{\overline{\tau_{c,ij}}} \frac{\partial \overline{\overline{V''_{k,i}}}}{\partial x_j} = -\alpha_c \overline{\overline{\rho}} \widetilde{\widetilde{\varepsilon}_c} \quad (\text{A.28})$$

#### A.3.4 Equation de transport de l'énergie cinétique turbulente

Finalement, l'équation de transport de  $k$  peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{k}_c}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{V_{c,j}} \widetilde{k}_c}{\partial x_j} = \\
 & - \underbrace{\alpha_c \frac{2}{3} \overline{\rho_c} \widetilde{k}_c \frac{\partial \widetilde{V_{c,i}}}{\partial x_i} + \alpha_c \overline{\tau_{ij}} \frac{\partial \widetilde{V_{c,i}}}{\partial x_j}}_{\text{Production par les gradients moyens}} \\
 & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha_c \left( \frac{\mu_c}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \widetilde{k}_c}{\partial x_j} \right]}_{\text{Termes de diffusion turbulente}} \\
 & - \underbrace{\alpha_c \overline{\rho_c} \widetilde{\varepsilon}_c}_{\text{Dissipation turbulente}} \\
 & + \underbrace{\Pi_d^c + \Pi_\Gamma^c}_{\mathbb{E}_k : \text{ Terme de transfert interfaciaux}} \tag{A.29}
 \end{aligned}$$

## Annexe B

# Précisions sur les méthodes numériques

### B.1 La méthode des résidus conjugués

La méthode des résidus conjugués est utilisée dans IFP-C3D pour résoudre les systèmes linéaires  $A.x = b$ . La méthode utilisée dans IFP-C3D est plus exactement la méthode des résidus préconditionnée. Cette méthode est caractérisée par deux matrices  $A$  et  $P^{-1}$ . La matrice  $A$  est la matrice du système,  $C$  est la matrice de préconditionnement et la matrice  $B$  est égale au produit matriciel  $ACA$ . On peut noter que pour assurer la convergence de la méthode, la matrice  $A$  doit être hermitienne définie positive (toutes ses valeurs propres doivent être réelles et strictement positives).

L'une des caractéristiques spécifiques de la méthode employée dans IFP-C3D est de ne jamais assembler la matrice  $A$  du système linéaire. En effet, il peut être plus simple de calculer le résidu d'un système que d'appliquer la matrice correspondante. Ce choix évite de stocker en mémoire la matrice système mais a pour inconvénient d'augmenter le nombre d'opérations nécessaires et donc le temps de calcul.

La résolution d'un système linéaire  $AX = b$  par la méthode des résidus conjugués se fait en deux étapes. Dans un premier temps, on initialise les variables. Dans un second temps, on itère jusqu'à atteindre la convergence. Il faut cependant préciser ici que la méthode utilisée dans IFP-C3D est une méthode avec préconditionnement de Jacobi. On utilise une matrice de préconditionnement  $P^{-1}$  qui est la matrice inverse de la diagonale de  $A$ .

**Définition et initialisation des variables** La méthode des résidus conjugués nécessite dans un premier temps d'initialiser une solution. Nous noterons cette solution initiale  $X_0$ . On peut par exemple choisir comme solution initiale la valeur en fin de phase A. La résolution du système linéaire par la méthode des gradients conjugués est décrite dans [23]. Une description appliquée au code KIVA est donnée dans l'article de Smith et al. [114] ou encore dans le rapport de Plaisant [90].

La solution initiale introduite dans le système linéaire nous permet de déterminer une valeur initiale pour le résidu :

$$r_0 = b - A.X_0$$

On définit ensuite la direction de descente  $d_0$  :

$$d_0 = -P^{-1}r_0$$

**Phase itérative** Tant que l'on n'a pas atteint la convergence, on calcule la nouvelle pseudo solution :

$$X_n^C = X_n - P^{-1}r_n$$

On calcule ensuite le résidu associé à cette pseudo solution :

$$r_n^C = AX_n^C - b$$

On calcule alors la nouvelle direction  $d_n$  :

$$d_n = -P^{-1}r_n - \lambda_{n-1}d_{n-1}$$

$$\text{Puis : } Ad_n = -AP^{-1}r_n - \lambda_{n-1}Ad_{n-1}$$

$$\text{Avec : } \lambda_{n-1} = \frac{\langle r_n^C - r_n, P^{-1}Ad_{n-1} \rangle}{\langle Ad_{n-1}, P^{-1}Ad_{n-1} \rangle}$$

On calcule ensuite la solution en  $n + 1$  :

$$X_{n+1} = X_n + \alpha d_n = X_n^C + P^{-1}r_n + \alpha_n d_n$$

Ce qui donne un nouveau résidu :

$$r_{n+1} = r_n + \alpha_n Ad_n$$

$$\text{avec : } \alpha_n = \frac{\langle r_n, P^{-1}Ad_n \rangle}{\langle Ad_n, P^{-1}Ad_n \rangle}$$

## B.2 Présentation de quelques limiteurs de flux

### Le limiteur de pente Minmod

Le principe de base de ce limiteur est de forcer la pente utilisée pour le calcul de la valeur à la face à la valeur minimale des deux pentes, respectivement à droite et à gauche. Concrètement, cela se résume par les relations :

$$sl = 0 \quad \text{si } sl_1 * sl_2 < 0; \quad sl = \min(|sl_1|, |sl_2|) \quad \text{sinon} \quad (\text{B.1})$$

où  $sl_1$  et  $sl_2$  sont les pentes prises de chaque côté de la maille de calcul.

### Le limiteur de pente de Van Leer

Avec ce limiteur, la pente est évaluée par la relation :

$$sl = 0 \quad \text{si } sl_1 * sl_2 < 0; \quad sl = \frac{2|sl_1||sl_2|}{sl_1 + sl_2} \quad \text{sinon} \quad (\text{B.2})$$

Il est utilisé dans IFP-C3D pour le calcul des flux de quantité de mouvement.

### Le limiteur de pente Superbee

C'est le limiteur qui est utilisé par défaut dans IFP-C3D pour le calcul des flux scalaires. Il s'exprime par :

$$sl = 0 \quad \text{si } sl_1 * sl_2 < 0; \quad sl = \max[\min(2|sl_1|, |sl_2|), \min(sl_1, 2|sl_2|)] \quad \text{sinon} \quad (\text{B.3})$$



# Bibliographie

- [1] J. ABRAHAM (1997). What is adequate resolution in the numerical computations of transient jet. *SAE technical papers series*, (970051).
- [2] B. ABRAMZON ET W. SIRIGNANO (1988). Droplet vaporization model for spray combustion calculations. *AIAA : Aerospace Sciences Meeting*, **26**.
- [3] B. ABRAMZON ET W. SIRIGNANO (1989). Droplet vaporization model for spray combustion calculations. *Int. Journal of Heat Mass Transfer*, **32**.
- [4] A. ALBRECHT (2001). Etude numérique des transferts dynamiques et thermiques au sein d'un mélange turbulent gaz-goutte-particule : Application à la zone d'injection de charge d'un réacteur à lit fluidisé de FCC. *Thèse de doctorat, Institut Polytechnique de Toulouse*.
- [5] A. AMSDEN ET HARLAW (1970). *Journal of Computational Physics*, **6**.
- [6] M. R. BAER ET J. W. NUNZIATO (1986). A two phase flow mixture theory for the deflagration transition (DDT) in reactive granular materials. *J. Multiphase Flow*, **12**.
- [7] R. BANNERJEE, K. M. ISSAC, L. OLIVIER ET W. BREIG (2001). A numerical study of automotive gas tank filler pipe two phase flow. *SAE technical paper series*, (2001-01-732).
- [8] B. BASSARA, A. ALAJBEGOVIC ET D. BEADER (2004). Simulation of single and two phase flows on sliding unstructured meshes using finite volume method. *Int. J. for Numer. Meth. Fluids*, **45**.
- [9] A. BENKENIDA (1999). Développement et validation d'une méthode de simulation d'écoulements diphasiques sans reconstruction d'interface. Application à la dynamique des bulles de Taylor. *Thèse de doctorat, Institut Polytechnique de Toulouse*.
- [10] E. BERG, A. ALAJBEGOVIC, D. GREIF, POREDOS, R. TATSCHL, E. WINKLHOFFER ET L. C. GANIPPA (2002). Primary break-up model for diesel jets based on locally resolved flow in the injection hole. *ILASS Europe*,
- [11] E. BERG, A. ALAJBEGOVIC, R. TATSCHL, C. KRUGER ET U. MICHELS (2001). Multiphase modeling of diesel sprays with the eulerian/eulerian approach. *ILASS Europe 2001*.
- [12] E. BERG, W. EDELBAUER, A. ALAJBEGOVIC ET R. TATSCHL (2003). Coupled calculation of cavitating nozzle flow, primary Diesel fuel break-up and spray formation with an Eulerian multi-fluid-model. *ICLASS Sorrento*,
- [13] A. BERLEMONT, P. DESJONQUERES ET G. GOUESBET (1990). Particle Lagrangian simulation in turbulent flows. *Int. J. Multiphase flow*, **16**.
- [14] B. BOERSMA, G. BRETHOUWER ET F. NIEUWSTADT (1998). A numerical investigation on the effect of the inflow conditions on the self similar region of a round jet. *Physics of fluids*, **10**(4).

- 
- [15] J. BOHBOT, D. KLAHR, M. ZOLVER ET A. TORRES (2003). A three dimensional modelling of combustion in a direct injection Diesel engine using a new unstructured parallel solver. *ICCSA*,
- [16] J. BOUSSINESQ (1877). *Essai sur la théorie des eaux courantes*. Mémoire des savants étrangers, AC. SC. PARIS.
- [17] N. BRAUNER, D. M. MARON ET J. ROVINSKY (1998). A two-fluid model for stratified flows with curved interfaces. *Int. J. Multiphase Flow*, **24**.
- [18] G. BRUNEAUX (2001). A Study of Soot Cloud Structure In High Pressure Single Hole Common Rail Diesel Injection Using Multi-Layered Laser-Induced Incandescence. *COMODIA*,
- [19] I. CALMET (1995). Analyse par simulation des grandes échelles des mouvements turbulents et du transfert de masse sous une interface plane. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse*.
- [20] S. CANDEL (1995). *Mécanique des fluides - Cours*, DUNOD.
- [21] P. CHASSAING (2000). *Turbulence en mécanique des fluides*, EDITIONS CEPADUES.
- [22] Y. CHEN, J. GLIMM, D. SHARP ET Q. ZHANG (1996). A two phase flow model of the Raleigh Taylor mixing zone. *Physics of fluids*, **8 (3)**.
- [23] P. CHIN, E. F. D'AZEVEDO, P. A. FORSYTH ET W. P. TANG (1991). Preconditionned conjugate gradient methods for incompressible Navier Stokes equations. *Rapport technique, University of Waterloo*.
- [24] M. CHRIGUI, A. SADIKI ET G. AHMADI (2004). Study of the interaction between evaporating droplets and turbulence using a second order turbulence RANS modelling and a lagrangian approach. *Progress in Comp. Fluid Dyn.*, **4**.
- [25] O. COLIN ET A. BENKENIDA (2004). The 3-Zones Extended Coherent Flame Model (ECFM3Z) for Computing Premixed/Diffusion Combustion. *Oil Gas Sc. Tech.*, **59**.
- [26] B. DALY (1967). Numerical study of two fluid Rayleigh-Taylor instability. *Physics of Fluids*, **10**.
- [27] B. DALY (1969). *Journal of Computational Physics*, **4**.
- [28] M. L. DEBERTONADO (1998). Two fluid model for two phase turbulent jets. *Nuclear Engineering and Design*, **179**.
- [29] L. DEFRANCQUEVILLE, B. THIROUARD, V. RICORDEAU, J. CHÉREL ET L. HERMANT (2005). Experimental Investigation of the Air Entrainment Characteristics Within the Periphery of a Gasoline Direct Injection (GDI) Spray by PIV. *ILASS*.
- [30] E. DEUTSCH (1992). Dispersion de particules dans une turbulence homogène isotrope stationnaire calculée par simulation numérique directe des grandes échelles. *Thèse de doctorat, Université de Lyon*.
- [31] E. DEUTSCH ET O. SIMONIN (1991). Large eddy simulation applied to the motion of particles in stationary flows. *Thèse de doctorat, ASME FED*.
- [32] L. DIEVAL, R. MARCER ET M. ARNAUD. Modélisation de poches de cavitation par une méthode de suivi d'interface de type VOF. *Rapport technique, Principia*.
- [33] D. A. DREW (1983). Mathematical modeling of two phase flow. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **15**.
- [34] D. A. DREW ET S. L. PASSMAN (1999). *Theory of multicomponent fluids*, SPRINGER.
-

- [35] J. M. DUCLOS ET O. COLIN (2001). *Arc and kernel tracking ignition model for 3D spark-ignition engine calculations*, COMODIA, NAGOYA.
- [36] N. DUMONT (2005). Modélisation de l'écoulement diphasique dans les injecteurs diesel. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de toulouse*.
- [37] N. DUMONT, O. SIMONIN ET C. HABCHI (2001). Numerical simulation of cavitating flows in diesel injectors by a homogeneous equilibrium modeling approach. *CAV 2001 : session B6.005*,
- [38] S. E. ELGHOBASHI (1991). Particle-laden turbulent flows : direct simulation and closure models. *Applied Scientific Research*, **48**.
- [39] S. E. ELGHOBASHI ET T. W. ABOU-ARAB (1983). A two equation model for two phase flows. *Physics of fluids*, **26** (4).
- [40] I. FLOUR ET O. SIMONIN (1993). Modélisation numérique d'un jet de gouttes avec évaporation et comparaison avec des résultats de mesures. *Rapport technique, EDF*.
- [41] C. FUKUSHIMA, L. AANEN ET J. WESTERWEEL (2000). Investigation of the mixing process in an axisymmetric jet using PIV and LIF. *10<sup>th</sup> Int. Symp. on Implication of Laser Techniques to Fluid Mech.*.
- [42] G. GOUESBET ET A. BERLEMONT (1999). Eulerian and Lagrangian approaches for predicting the behaviour of discrete particles in turbulent flows. *Progress in energy and combustion science*, **25**.
- [43] P. GRESHO (1990). On the theory of semi-implicit projection methods for viscous incompressible flow and its implementation via a finite element method that also introduces a nearly consistent mass matrix. *Int. J. for Numer. Meth. Fluids*, **11**.
- [44] C. HABCHI (1995). Modèles de turbulence pour les moteurs. Phase 1 : Evaluation des améliorations apportées aux modèles du type  $k - \epsilon$  dans le code KIVA2-MB. *Rapport technique, IFP*.
- [45] C. HABCHI, P. BEARD, C. H. HUU, L. LAMBERT ET D. VERHOEVEN (1997). Modélisation de la combustion diesel : Développement d'un nouveau modèle de jet et validation. *Rapport technique, IFP*.
- [46] Z. HAN ET R. REITZ (1995). Turbulence Modeling of internal combustion engines using RNG  $k - \epsilon$  models. *Combustion Science and Technology*, **106**.
- [47] F. H. HARLOW ET A. A. AMSDEN (1968). Numerical calculation of almost incompressible flow. *Journal of Computational Physics*, **3**.
- [48] J. HE ET O. SIMONIN (1994). Modélisation numérique des écoulements turbulents gaz-solides en conduite verticale. *Rapport technique, EDF Recherche et développement*.
- [49] C. HIRSCH (1988). *Numerical computation of internal and external flow*, vol. **2**. JOHN WILEY SONS.
- [50] C. W. HIRT, A. AMSDEN ET J. COOK (1974). An Arbitrary Lagrangian Eulerian computing method for all flow speeds. *Journal of Computational Physics*, **14**.
- [51] C. W. HIRT ET B. D. NICHOLS (1981). Volume of fluid (VOF) method for dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, **39**.
- [52] K. HISHIDA, A. ANDO ET M. MAEDA (1992). Experiments on particle dispersion in a turbulent mixing layer. *Int. J. Multiphase Flow*, **18**.
- [53] G. HUBBARD, V. DENNY ET A. MILLS (1975). Droplet evaporation : effects of transient and variable properties. *Int. Journal Heat Mass Transfer*, **18**.

- [54] H. HUSSEIN, S. CAPP ET W. GEORGE (1994). Velocity measurements in a high reynolds number, momentum-conserving axisymmetric turbulent jet. *Journal of Fluid Mechanics*, **258**.
- [55] F. I. ENSPM Formation Industrie : Formation Moteur. *Rapport technique, IFP-School*.
- [56] M. ISHII (1975). *Thermo-fluid dynamic theory of two phase flow*, EYROLLES.
- [57] T. ISHIMA, K. HISHIDA ET M. MADEA (1993). Effect of particle residence time on particle dispersion in a plane mixing layer. *ASME- J. Fluids Engng.*, **115**.
- [58] R. I. ISSA ET P. J. OLIVEIRA (1995). Numerical prediction of turbulent dispersion in two-phase jet flows. *Two phase flow modelling and experimentation*,
- [59] R. I. ISSA ET P. J. OLIVEIRA (1996). Validation of two fluid mixing in shear free mixing layer. *Proceedings of the Fluids Engineering Division summer meeting*, **1**.
- [60] V. IYER (2001). Modeling of diesel sprays using an eulerian liquid eulerian gas two fluid model. *Thèse de doctorat, Purdue University*.
- [61] V. IYER, S. POST ET J. ABRAHAM (2000). Is the liquid penetration in diesel sprays mixing controlled?. *Proceeding of the combustion institue*, **28(1)**.
- [62] S. JAY (2002). Modélisation de la combustion diphasique au moyen de bilans d'aire interfaciale et de surface de flamme. Application à la combustion cryotechnique.. *Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris*.
- [63] W. P. JONES ET B. E. LAUNDER (1972). The prediction of laminarisation with a two equation model of turbulence. *International journal of heat and mass transfer*, **15**.
- [64] A. KAUFFMAN (2002). Reflections on the implementation of a two phase flow model in AVBP. *Manuscrit intermediaire de these*,
- [65] A. KAUFFMAN (2004). Vers la simulation des grandes échelles en formulation euler-euler des écoulements réactifs diphasiques. *Thèse de doctorat, INP Toulouse*.
- [66] A. KAUFFMAN, O. SIMONIN, T. POINSOT ET J. HELIE (2002). Dynamics and dispersion in eulerian-eulerian DNS of two phase flows. *Rapport technique, CERFACS*.
- [67] J. KIM, S. KLINE ET J. JOHNSTON (1980). Investigation of a reattaching turbulent shear layer : Flow over a backward-facing step. *Transactions of the ASME*, **102**.
- [68] G. KLOSE, R. SCHMEHL, R. MEIER, R. KOCH, S. WITTIG, M. HETTEL ET W. LEUCKEL (2000). Evaluation of advanced two-phase flow and combustion models for predicting low emission combustors. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2000*,
- [69] C. KRÜGER (2001). Validierung eines 1D-Spraymodells zur Simulation der Gemisbildung in direkteinspritzenden Dieselmotoren. *Thèse de doctorat, Universität de Rheinisch Westfälischen*.
- [70] B. LAFAURIE, C. NARDONNE, R. SCARDOVELLI, S. ZALESKI ET G. ZANETTI (1994). Modelling merging and fragmentation in multiphase flows with SURFER. *Journal of Computational Physics*, **113**.
- [71] J. LI ET Y. RENARDY (1999). Direct simulation of unsteady axisymmetric core-annular flow with high viscosity ration. *Journal of Fluid Mechanics*, **391**.
- [72] J. LI ET S. ZALESKI (1999). Simulation directe de l'écoulement de deux fluides non miscibles. *Document électronique*.
- [73] J. LI, S. ZALESKI ET R. SCARDOVELLI (1999). Simulations numériques 3D de l'arrachage des gouttes sur une couche liquide plane. *Document électronique*.

- [74] C. LUBBERS, G. BRETHEROUWER ET B. BOERSMA (2001). Simulation of the mixing of a passive scalar in a round turbulent jet. *Fluid Dynamics Research*, **28**.
- [75] F. MARBLE ET BROADWELL (1977). The coherent flame model for turbulent chemical reactions. *Rapport technique, TRW-9-PU, Universite de Purdue*.
- [76] R. MARCER ET J. LEGOUZ (2001). Simulation of unsteady cavitating flows in diesel injector with an improved VOF method. *ILASS-Europe*.
- [77] F. MAROTEAUX (2002). Liquid film atomization on wall edges - Separation criterion and droplets formation model. *Journal of fluids Engineering*, **124**.
- [78] R. MENIKOFF ET B. PLOHR (1989). The Riemann problem for fluid flow of real materials. *Reviews of modern physics*, **61**(1).
- [79] O. L. METAYER (2003). Modélisation et résolution de la propagation de fronts perméables Application aux fronts d'évaporation et de détonation. *Thèse de doctorat, Université de Provence*.
- [80] R. MIRANDA, H. CHAVES ET F. OBERMEIER (2002). Imaging of cavitating , Hollow jets and jet branching at low lift in a real size VCO Nozzle. *Proc. ILASS Europe, Saragosse (Espagne)*.
- [81] T. MIYAMOTO ET T. KOBAYASHI (1996). Structure of sprays from an air assist hollow-cone injector. *SAE technical paper series*, (9600771).
- [82] K. MOKADDEM, P. LESSART ET T. BARITAUD (1999). Liquid and vapor phase penetration in a DI common rail Diesel engine equipped with an inclined injector.
- [83] A. MOSTAFA ET H. MONGIA (1988). On the interactions of particles and turbulent fluid flow. *International Journal of Heat and Mass transfer*, **31** (10).
- [84] V. MOUREAU (2004). Simulation aux grandes échelles de l'aérodynamique interne des moteurs à piston. *Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris*.
- [85] W. MULDER, S. OSHER ET J. A. SETHIAN (1992). Computing interface motion in compressible gaz dynamics. *Journal of Computational Physics*, **100**.
- [86] P. OLIVEIRA (1992). Computer modelling of multidimensional multiphase flow and application to T-junctions. *Thèse de doctorat, Imperial College of London*.
- [87] P. OLIVEIRA ET R. ISSA (1998). Numerical prediction of particle dispersion in a mixing layer using an eulerian two-phase flow model. *Proceedings of FEDSM*, **June 21-25**.
- [88] S. V. PATANKAR (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*, HEMISPHERE PUBLISHING CORPORATION.
- [89] S. V. PATANKAR ET D. B. SPALDING (1972). A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolics flows. *Int. J. heat mass transfer*, **15**.
- [90] L. PLAISANT (1994). Méthodes numériques nouvelles pour un code de simulation des écoulements réactifs. *Rapport technique, IFP*.
- [91] E. PLATZER ET M. SOMMERFELD (2002). Modelling of turbulent atomisation with a combined Euler/Lagrange Euler/Euler approach : Starting with a two fluid model in the dense spray region.
- [92] T. POINTSOT ET D. VEYNANTE (2001). *Theoretical and numerical combustion*, EDWARDS.
- [93] S. POLITIS (1989). Prediction of two phase flow solid liquid turbulent flow in stirred vessels. *Thèse de doctorat, Imperial Colege of London*.

- 
- [94] S. RICHARD (2005). Simulation aux grandes échelles de la combustion dans les moteurs à allumage commandé. *Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris*.
- [95] S. ROUX, G. LARTIGUE, T. POINSOT, U. MEIER ET C. BERAT (2005). Studies of mean and unsteady flow in a swirled combustor using experiments, acoustic analysis, and large eddy simulations. *Combustion and Flame*, **141**.
- [96] M. RUBESIN (1976). A one equation model of turbulence for use with the compressible Navier Stokes equations. *Rapport technique, NASA*.
- [97] G. SAPORTA (1992). *Probabilités analyse des données et statistique*, EDITIONS TECHNIP.
- [98] Y. SATO ET K. SEKOGUCHI (1975). Liquid velocity distribution in two-phase bubble flow. *Int. Journal Multiphase Flow*, **2**.
- [99] C. SAULNIER (2002). Analyse théorique et simulation numérique d'une flamme monodimensionnelle laminaire diphasique. *Rapport technique, CERFACS*.
- [100] R. SAUREL ET R. ABGRALL (1998). A method for compressible multifluid flows with interfaces. *Third international conference on multiphase flow*,
- [101] R. SAUREL ET R. ABGRALL (1999). A simple method for compressible multifluid flows. *SIAM : Journal of scientific computing*, **21**.
- [102] R. SAUREL ET R. ABGRALL (1999). Some models and methods for compressible multifluid and multiphase flow. *Journal of Computational Physics*, **150**.
- [103] R. SAUREL ET R. ABGRALL (1999). Some models and methods for compressible multifluid and multiphase flow. *Journal of Computational Physics*, **150**.
- [104] R. SAUREL ET R. ABGRALL (2002). Discrete equations for physical and numerical compressible multiphase mixtures. *Journal of Computational Physics*, **186**.
- [105] R. SAUREL, J. P. COCCHI ET B. BUTLER (A paraitre). A numerical study of cavitation in the wake of a hypervelocity underwater projectile. *AIAA journal of propulsion and power*,
- [106] R. SAUREL ET O. LEYMETAYER (2001). A multiphase model for compressible flows with interfaces, shocks, detonation waves and cavitation. *Journal of Fluid Mechanics*, **431**.
- [107] O. SIMONIN (1991). Second-moment prediction of dispersed phase turbulence in particle ladenflows. *Proc. 8<sup>th</sup> Symp. on Turbulent Shear Flows*.
- [108] O. SIMONIN (1996). Combustion and turbulence in two phase flows. *Lecture Series : von Karman Institute for fluid dynamics*.
- [109] O. SIMONIN, E. DEUTSCH ET M. BOIVIN (1995). Large eddy simulation and second moment closure model of particle fluctuating motion in two phase turbulent shear flows. *Selected papers from the ninth symposium on turbulent shear flows*.
- [110] O. SIMONIN, P. FÉVRIER ET J. LAVIÉVILLE (2001). On spatial distribution of heavy particle velocities in turbulent flow : from continuous field to particulate chaos. *Science and shear flow phenomena*.
- [111] O. SIMONIN ET P. L. VIOLLET (1990). Prediction of an oxygen droplet pulverization in a compressible subsonic coflowing hydrogen flow. *Numerical methods for multiphase flows*, **91**.
- [112] W. SIRIGNANO (1999). *Fluid dynamics and transport of droplets and spray*, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.
-

- [113] J. SLATTERY (1990). *Interfacial transport phenomena*, SPRINGER VERLAG.
- [114] J. SMITH, A. GEL ET I. CELIK (1999). Improvement of the pressure solver in KIVA. *SAE technical papers*, (1999-01-1187).
- [115] M. SOMMERFELD (1992). *Proc. 6<sup>th</sup> Workshop on two phase flow prediction, LSTM, erlangen*.
- [116] J. SOULAS (2002). Modélisation et simulation de la pulvérisation d'un jet liquide application à l'injection directe essence. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse*.
- [117] M. SUSSMAN ET P. SMEREKA (1997). Axisymmetric free boundary problems. *Journal of Fluid Mechanics*, **341**.
- [118] M. SUSSMAN, P. SMEREKA ET S. OSHER (1994). A level set approach for computing solutions to incompressible two phase flow. *Journal of Computational Physics*, **114**.
- [119] A. TORRES ET M. ZOLVER (2000). Combustion moteur sur maillages non-structurés. Partie 1 : Maillage, mouvement de maillage et advection. *Rapport technique, IFP*.
- [120] B. TRUCHOT (2002). Modélisation 3D de la combustion dans les moteurs à allumage commandé : Amélioration du calcul de la vitesse de flamme laminaire. *Rapport technique, Rapport de stage de fin d'études*.
- [121] G. TRYGGVASON, B. BUNNER, A. ESMAEELI, D. JURIC, N. A. RAWAHI, W. TAUBER, J. HAN, S. NAS ET Y. J. JAN (2001). A front tracking method for the computations of multiphase flow. *Journal of Computational Physics*, **169**.
- [122] O. UNVERI ET G. TRYGGVASON (1992). A front tracking method for viscous, incompressible multi fluid flow. *Journal of Computational Physics*, **100**.
- [123] A. VALLET (1997). Contribution à la modélisation de l'atomisation d'un jet liquide haute pression. *Thèse de doctorat, Faculté des sciences de Rouen*.
- [124] D. VANDROMME (1993). Introduction to the modeling of turbulence. *Von Karman Institute for Fluid Dynamics*,
- [125] O. VERMOREL (2003). Etude numérique et modélisation de la modulation de la turbulence dans un écoulement de nappe chargée en particules. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse*.
- [126] V. YAKHOT ET S. ORSZAG (1986). Renormalization group analysis of turbulence. part I : Basic theory. *J. Sci. Comput.*, **1**.
- [127] S. ZALESKI (1997). *Méthodes numériques pour les problèmes d'interfaces*, ECOLE DE PRINTEMPS DE MÉCANIQUE DES FLUIDES NUMÉRIQUES.
- [128] O. ZEMAN (1991). *The role of pressure dilatation correlation in rapidly compressed turbulence*, SPRINGER VERLAG.
- [129] M. ZOLVER, A. BENKENIDA, J. BOHBOT, D. KLAHR ET B. REVEILLE (2004). CFD Tools at IFP for HCCI Engine Simulations. *International Multidimensional Engine Modeling User's Group Meeting*.
- [130] M. ZOLVER, A. BENKENIDA, J. N. BOHBOT, D. KLAHR ET B. REVEILLE (2004). CFD tools at IFP for HCCI engine simulation. *Int. Multi. Engine Modelling User's Group meeting*,
- [131] M. ZOLVER, D. KLAHR, J. BOHBOT ET O. LAGET (2002). Combustion moteur sur maillage non-structuré. Partie 3 : Combustion essence, changement de topologie et optimisation. *Rapport technique, IFP*.

- [132] M. ZOLVER, D. KLAHR, J. BOHBOT, O. LAGET ET A. TORRES (2003). Reactive cfd in engines with a new unstructured parallel solver. *Oil Gas Sc. Tech.*, **58**.
- [133] M. ZOLVER, D. KLAHR, J. BOHBOT ET A. TORRES (2003). An unstructured parallel solver for multiphase and reactive flows in internal combustion engine. *Parallel CFD, Moscow*.
- [134] M. ZOLVER, D. KLAHR ET A. TORRES (2001). Combustion moteur sur maillage non-structuré. Partie 2 : Phase lagrangienne, traitement aux parois, parallélisation. *Rapport technique, IFP*.
- [135] M. ZOLVER, A. TORRES ET D. KLAHR (2002). A, unstructured parralel solver for engine intake combustion stroke simulation. *SAE*, (2002-01-1120).