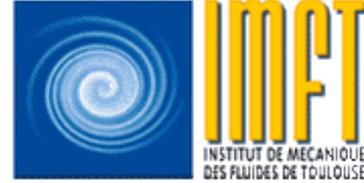




*Thèse*  
*présentée pour obtenir le titre de Docteur de*  
*l'Institut National Polytechnique de Toulouse*  
*Spécialité : Dynamique des fluides*



# Étude expérimentale de la dynamique de corps mobiles en ascension dans un fluide peu visqueux

Pedro Cordeiro Fernandes

Thèse soutenue le 7 décembre 2005 devant le jury composé de :

M.	G. BOUCHET	Membre
M.	J.-M. CHOMAZ	Président du jury
M.	J. EGGERS	Rapporteur
MME	P. ERN	Co-directrice de thèse
M.	J. MAGNAUDET	Membre invité
M.	M. PROVANSAL	Rapporteur
M.	F. RISSO	Directeur de thèse



*On ne peut se passer d'une méthode  
pour se mettre en quête de la vérité des choses.*  
René Descartes (1596-1650)



# Résumé

On observe souvent dans la nature que l'ascension ou la chute d'un corps peut présenter des mouvements oscillatoires (hélice, zigzag) ou plus désordonnés. Nous nous sommes penchés sur les causes des instabilités du mouvement de corps légers en ascension sous l'effet de la gravité, dans un fluide peu visqueux au repos. Des résultats originaux concernant la cinématique de cylindres et ellipsoïdes aplatis ont été obtenus par trajectographie, pour une large gamme du nombre d'Archimède (flottabilité sur effets visqueux) et du rapport de forme (diamètre sur épaisseur). Nous avons analysé les oscillations de la vitesse et de l'orientation des corps (fréquences, amplitudes et phases relatives) et mis en évidence l'effet crucial du rapport de forme dans le couplage entre la translation et la rotation. À partir de ces mesures, nous avons également déterminé les forces et les couples s'exerçant sur les corps. Des visualisations et des mesures PIV du sillage de corps mobiles, ainsi que des simulations numériques de l'écoulement autour de corps fixes, ont permis de mieux comprendre le rôle du sillage dans les mouvements rencontrés.

## Mots-Clés

Corps mobile, instabilité de trajectoire, oscillations auto-entretenues, rapport de forme, sillage de corps tridimensionnels.



# Abstract

In many natural and industrial situations, freely moving particles can exhibit periodic motions, either zigzag or helical. We have investigated the causes of the oscillatory motions of solid bodies rising in a low-viscous fluid otherwise at rest. Original results concerning the kinematics of flat cylinders and ellipsoids were obtained over a large range of the Archimedes number (buoyancy over viscous effects) and of the aspect ratio (diameter to thickness ratio). We have analysed the velocity and orientation oscillations (frequency, amplitudes and relative phases) and we have concluded on the crucial effect of the body aspect ratio on the coupling between translation and rotation. From these measurements, we have also calculated the different contributions for the forces and torques acting on the bodies. Freely-moving bodies wake visualisations and PIV measurements as well as numerical simulations of the flow around fixed bodies were also performed, allowing a better understanding of the wake's role in the oscillatory motions.

## Key-Words

Freely moving body, path instability, self-sustained oscillations, aspect ratio, body wake.



# Avant-propos

Ce manuscrit est une synthèse de trois ans de travaux de recherche que j'ai mené à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT) au sein du groupe Interface.

Je souhaite tout d'abord remercier les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mes travaux de recherche. En particulier, je suis reconnaissant à Jens Eggers et Michel Provansal d'avoir rapporté sur ce mémoire, ainsi qu'à Jean-Marc Chomaz d'avoir présidé mon jury de soutenance de thèse. Je remercie également Gilles Bouchet d'avoir accepté de faire partie de ce jury.

Je tiens à remercier mes encadrants Patricia Ern et Frédéric Risso qui par leur compétence scientifique et honnêteté, ont eu un rôle décisif pour le bon déroulement de la thèse. Je leur suis très reconnaissant pour tout ce qu'ils m'ont appris et pour l'accompagnement privilégié dont j'ai bénéficié au cours de ces années. Je n'oublierai jamais les réunions que nous avons eu ensemble, conduisant à de longs et très passionnants débats, conséquence de la diversité de points de vue et de l'enthousiasme que le sujet a toujours suscité.

Je remercie vivement David Fabre pour son engagement à la mise au point de l'outil de simulation numérique qui a permis de compléter les mesures expérimentales, enrichissant significativement l'ensemble final. Je remercie aussi Jacques Magnaudet qui a toujours fait preuve d'un grand intérêt pour le sujet et su apporter son expérience et qualités scientifiques remarquables dans les moments les plus délicats.

Je tiens à remercier Cédric Trupin, Sébastien Cazin, Hervé Ayroles, Emmanuel Cid, Jean-Pierre Escafit et Jean-Jacques Huc qui, par leur compétence et rigueur, ont participé de manière décisive à la préparation et mise au point de l'outil expérimental. Un mot aussi pour souligner l'apport d'Olivier Eiff et Serge Lassus-Pigat du Centre National de Recherches Météorologiques de Toulouse (CNRM) ainsi que de Pierre Lagarrigue et Pierre Lascoumes du Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse (LGMT) de l'Université Paul Sabatier (UPS).

Je remercie aussi Noel Rollin, élève de Maîtrise Physique et Applications, pour avoir conduit pendant son stage des mesures complémentaires permettant d'éclaircir sur certains points.

Je tiens à remercier aussi tous les autres chercheurs, techniciens, doctorants et stagiaires du laboratoire que j'ai croisé et avec qui j'ai pu échanger des expériences, en particulier Géraldine et Yann mes copains de bureau ainsi que Helène et Axel qui nous rejoignaient souvent au déjeuner.

En dehors de l'univers de l'IMFT, un mot aussi pour les personnes que j'ai pu rencontrer pendant mon séjour à Toulouse, plus particulièrement Marco mon colocataire et camarade de l'époque de Sup'Aero, ainsi que Athina une grande amie qui vient aussi de réussir sa thèse.

Enfin, je remercie vivement toute ma famille que j'adore, surtout mes parents et ma sœur qui m'ont toujours soutenu au cours de mon parcours. Je tiens à remercier aussi ma chère Sara qui est venue de loin pour m'accompagner et encourager le long des derniers mois de thèse.

Muito obrigado !



# Table des matières

<b>Nomenclature</b>	<b>5</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>7</b>
<b>1 Résumé de la bibliographie et position du problème</b>	<b>11</b>
1.1 Analyse dimensionnelle . . . . .	11
1.2 Quelques résultats connus sur le mouvement oscillatoire de corps sous l'effet de la gravité . . . . .	13
1.2.1 Disques, bandes et feuilles . . . . .	13
1.2.2 Sphères et autres corps d'épaisseur non négligeable . . . . .	16
1.3 Mouvement d'un corps libre dans un fluide parfait au repos à l'infini . . . . .	18
1.3.1 Les équations de Kirchhoff . . . . .	18
1.3.2 Résolution pour un cylindre aplati dont le mouvement est inscrit dans un plan . . . . .	21
1.4 Production de vorticité et instabilité du sillage . . . . .	24
1.4.1 Instabilité du sillage de sphères et de disques minces . . . . .	24
1.4.2 Forces hydrodynamiques sur un corps fixe en présence d'un sillage . . . . .	25
1.5 Synthèse . . . . .	27
<b>2 Démarche expérimentale et dispositif d'essai</b>	<b>29</b>
2.1 Le dispositif expérimental . . . . .	30
2.1.1 Les corps mobiles . . . . .	30
2.1.2 La veine d'étude . . . . .	32
2.1.3 Contrôle et précision des paramètres . . . . .	32
2.2 Trajectographie tridimensionnelle . . . . .	34
2.2.1 Acquisition et traitement d'image . . . . .	34
2.2.2 Détermination de la position verticale absolue . . . . .	37
2.3 Visualisation du sillage à l'aide d'un colorant . . . . .	38
2.4 Mesures de la vitesse du liquide à l'aide de la PIV . . . . .	40
2.4.1 Eclairage, ensemencement et prise d'images . . . . .	40
2.4.2 Traitement d'image et obtention des champs de vitesse . . . . .	40
2.5 Conclusion . . . . .	42
<b>3 Sillages de corps fixes et de corps mobiles</b>	<b>45</b>
3.1 Simulations numériques de l'écoulement autour de corps fixes . . . . .	45

3.2	Sillages de corps en ascension rectiligne . . . . .	47
3.3	Sillage de corps fixes de rapports de forme variés . . . . .	50
3.3.1	Seuils de bifurcation et critère de transition . . . . .	50
3.3.2	Efforts hydrodynamiques et lâcher tourbillonnaire . . . . .	52
3.4	Mouvements oscillatoires et lâcher tourbillonnaire périodique . . . . .	56
3.5	Synthèse . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Cinématique des corps mobiles</b>	<b>61</b>
4.1	Extraction des informations pertinentes à partir des mesures . . . . .	61
4.1.1	Mouvements secondaires de dérive en translation et en rotation . . . . .	61
4.1.2	Oscillations principales . . . . .	65
4.2	Première description des mouvements . . . . .	65
4.2.1	Nombre de Reynolds et coefficient de traînée . . . . .	65
4.2.2	Nature des trajectoires . . . . .	67
4.2.3	Fréquence des oscillations . . . . .	68
4.2.4	Phase relative des oscillations de position et d'inclinaison du corps . . . . .	70
4.2.5	Amplitudes des oscillations angulaires . . . . .	72
4.2.6	Amplitudes des oscillations de translation horizontale . . . . .	74
4.2.7	Oscillations verticales . . . . .	74
4.3	Analyse de la transition entre mouvements rectilignes et oscillatoires . . . . .	76
4.4	Repère fixe et repère mobile lié au corps . . . . .	79
4.5	Description des oscillations dans le repère du corps . . . . .	83
4.6	Tentative pour rassembler les résultats . . . . .	85
4.7	Synthèse . . . . .	88
<b>5</b>	<b>Dynamique du mouvement des corps</b>	<b>91</b>
5.1	Les équations du mouvement . . . . .	91
5.1.1	Inertie propre et inertie ajoutée de cylindres aplatis . . . . .	92
5.1.2	Choix du repère de travail . . . . .	93
5.1.3	Description bidimensionnelle . . . . .	95
5.1.4	Adimensionalisation des équations . . . . .	96
5.2	Analyse et calcul des efforts . . . . .	97
5.2.1	Les couples et la rotation du corps . . . . .	100
5.2.2	Bilan des forces transversales . . . . .	103
5.2.3	Bilan des forces axiales . . . . .	106
5.3	Discussion . . . . .	110
<b>6</b>	<b>Tentative de modélisation des forces et moments dus à la production de vorticité</b>	<b>115</b>
6.1	Forçage du système potentiel par $\mathbf{F}_\omega$ et $\mathbf{\Gamma}_\omega$ empiriques . . . . .	115
6.2	Tenseur de traînée, couples d'amortissement et de rappel . . . . .	120
6.2.1	Couple d'amortissement en rotation . . . . .	120
6.2.2	Forces stationnaires sur des cylindres aplatis fixes en incidence dans un écoulement uniforme . . . . .	120
6.2.3	Un moment supplémentaire : le couple de rappel . . . . .	123

6.2.4	Système dynamique incluant $\mathbf{F}_{\omega_1}$ et $\mathbf{\Gamma}_{\omega_1}$ . . . . .	124
6.3	Modélisation des efforts instationnaires dus au détachement tourbillonnaire . . . .	126
6.4	Proposition d'un système dynamique empirique capable de reproduire les expériences	128
6.5	Conclusion . . . . .	130
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>133</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>134</b>
<b>A</b>	<b>Inertie propre et inertie ajoutée</b>	<b>139</b>
<b>B</b>	<b>On the zigzag dynamics of freely-moving axisymmetric bodies</b> <i>Physics of Fluids, 17, 098107 (2005)</i>	<b>145</b>
<b>C</b>	<b>Mouvements oscillatoires de corps en ascension dans un fluide peu visqueux : l'effet du rapport de forme</b> <i>Mécanique &amp; Industries, 6, 279-283 (2005)</i>	<b>151</b>



# Nomenclature

$d$	$m$	diamètre d'un corps cylindrique
$h$	$m$	épaisseur d'un corps cylindrique
$b$	$m$	grand axe d'un corps ellipsoïdal de révolution
$a$	$m$	petit axe d'un corps ellipsoïdal de révolution
$\chi$	—	rapport de forme
$r_{eq}$	$m$	rayon équivalent
$\vartheta$	$m^3$	volume du corps
$S_{ref}$	$m^2$	surface de référence
$m$	$kg$	masse du corps
$J_1$	$kg.m^2$	moment d'inertie du corps autour de l'axe de symétrie axiale
$J_2$	$kg.m^2$	moment d'inertie du corps autour du diamètre ou grand axe
$\rho_s$	$kg.m^{-3}$	masse volumique du corps solide
$\rho_f$	$kg.m^{-3}$	masse volumique du fluide
$\Delta\rho$	$kg.m^{-3}$	différence de masse volumique
$\mu$	$kg.m^{-1}.s^{-1}$	viscosité dynamique du fluide
$\nu$	$m^2.s^{-1}$	viscosité cinématique du fluide
$g$	$m.s^{-2}$	accélération de la gravité
$u_g$	$m.s^{-1}$	vitesse gravitationnelle
$u_m$	$m.s^{-1}$	vitesse moyenne de montée
$Ar$	—	nombre d'Archimède
$Re$	—	nombre de Reynolds
$C_{Dm}$	—	coefficient de traînée moyen le long de l'ascension
$Re_c$	—	nombre de Reynolds critique de l'instabilité de trajectoire
$Re_{c1}$	—	nombre de Reynolds critique de la première bifurcation du sillage
$Re_{c2}$	—	nombre de Reynolds critique de la deuxième bifurcation du sillage
$x$	$m$	coordonnée verticale du corps
$y, z$	$m$	coordonnées horizontales du corps
$\theta_y, \theta_z$	—	angles d'orientation du corps par rapport à l'axe vertical
$\theta$	—	angle d'orientation du corps dans le plan principal d'oscillation
$t$	$s$	temps
$f$	$s^{-1}$	fréquence des oscillations principales
$\omega$	$s^{-1}$	pulsation des oscillations principales
$St$	—	nombre de Strouhal construit avec $d$ et $u_m$

$\mathbf{U}$	$m.s^{-1}$	vitesse du corps
$\ \mathbf{U}\ $	$m.s^{-1}$	norme de la vitesse du corps
$u_x, u_y, u_z$	$m.s^{-1}$	composantes de la vitesse du corps dans le repère fixe
$u, v, w$	$m.s^{-1}$	composantes de la vitesse du corps dans le repère du corps
$\Delta\phi$	—	déphasage entre la vitesse et l'orientation, repère fixe
$\Delta\Phi$	—	déphasage entre la vitesse et l'orientation, repère du corps
$\Omega$	$s^{-1}$	vitesse angulaire du corps
$p, q, r$	$s^{-1}$	composantes de la vitesse angulaire dans le repère du corps
$\mathbf{V}$	$m.s^{-1}$	vitesse locale du liquide
$\ \mathbf{V}\ $	$m.s^{-1}$	norme de la vitesse locale du liquide
$V_\infty$	$m.s^{-1}$	vitesse de l'écoulement à l'infini dans le cas des corps fixes
$V_t$	$m.s^{-1}$	vitesse maximale de recirculation dans le sillage proche
$L_t$	$m$	longueur de la zone de recirculation du sillage proche du corps
$Re^*$	—	nombre de Reynolds bâti avec l'échelle de vitesse $V_t$
$A$	$kg$	masse ajoutée dans la direction de l'axe de révolution du corps
$B$	$kg$	masse ajoutée dans la direction radiale du corps
$Q$	$kg.m^2$	moment d'inertie ajoutée dans le direction radiale
$I^*$	—	moment d'inertie adimensionnel
$\mathcal{A} = A/\rho_f \vartheta$	—	coefficient de masse ajoutée dans la direction de l'axe du corps
$\mathcal{B} = B/\rho_f \vartheta$	—	coefficient de masse ajoutée dans la direction radiale du corps
$\mathcal{Q} = Q/\rho_f \vartheta d^2$	—	coefficient d'inertie ajoutée en rotation autour du diamètre
$\mathcal{J}_2 = J_2/\rho_s \vartheta d^2$	—	moment d'inertie adimensionnel du corps autour d'un diamètre
$T_{corps}$	$kg.m^2.s^{-2}$	énergie cinétique du corps
$T_{pot}$	$kg.m^2.s^{-2}$	énergie cinétique du fluide dans l'approximation potentielle
$T_{tot}$	$kg.m^2.s^{-2}$	énergie cinétique totale dans l'approximation potentielle
$\omega_{pot}$	$s^{-1}$	pulsation obtenue par l'approximation potentielle
$St_{pot}$	$s^{-1}$	nombre de Strouhal obtenu par l'approximation potentielle
$\mathbf{F}_g$	$kg.m.s^{-2}$	force de flotabilité
$\mathbf{F}_\omega$	$kg.m.s^{-2}$	force due à la production de vorticité à la surface du corps
$\mathbf{F}_{\omega 1}$	$kg.m.s^{-2}$	partie stationnaire de la force due à la production de vorticité
$\mathbf{F}_{\omega 2}$	$kg.m.s^{-2}$	partie oscillante de la force due à la production de vorticité
$\mathbf{\Gamma}_\omega$	$kg.m^2.s^{-2}$	couple d�� à la production de vorticité à la surface du corps
$F_x, F_y, F_z$	$kg.m.s^{-2}$	composantes de la force aérodynamique sur un corps fixe
$M_x, M_y, M_z$	$kg.m^2.s^{-2}$	composantes du couple aérodynamique sur un corps fixe
$C_x, C_y, C_z$	—	coefficients de la force aérodynamique d'un corps fixe
$C_{mx}, C_{my}, C_{mz}$	—	coefficients du couple aérodynamique d'un corps fixe
$C_D$	—	coefficient de trainée
$u_o$	$m.s^{-1}$	échelle de vitesse
$l_o$	$m$	échelle de longueur
$t_o$	$s$	échelle de temps
$f_o$	$kg.m.s^{-2}$	échelle de force

# Introduction générale

Les mouvements d'inclusions, corps solides, gouttes liquides ou bulles gazeuses dans un fluide, seules ou sous forme d'essaims plus ou moins peuplés, sont des phénomènes très rencontrés dans la nature et porteurs dans différents domaines de l'ingénierie et de l'industrie. Notamment, des inclusions se déplaçant dans un fluide au repos peuvent, dans certaines conditions, présenter des mouvements oscillatoires bien organisés ou plus erratiques.

Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés au mouvement, sous l'effet de la gravité, d'une inclusion dans un fluide au repos. En particulier, nous nous sommes penchés sur le processus de destabilisation du mouvement rectiligne menant à des mouvements périodiques sur des trajectoires helicoidales ou en zigzag. L'ascension de bulles dans l'eau ou la chute de feuilles dans l'air en sont des exemples classiques (figure 1). Ces mouvements de chute ou d'ascension non

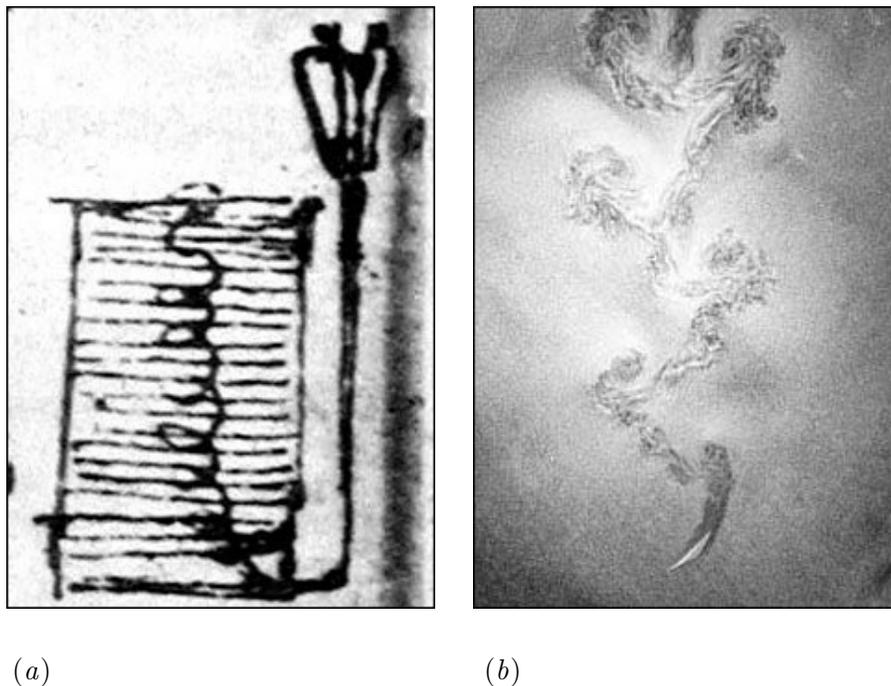


FIG. 1 – Exemples de mouvements périodiques (a) Fac-similé des manuscrits de Léonard de Vinci montrant l'ascension en hélice d'une bulle dans de l'eau ; (b) Visualisation du sillage d'une plaque mince tombant suivant une trajectoire en zigzag, d'après [Belmonte et al. \(1998\)](#).

rectilignes ont attiré, au cours de l'histoire, l'attention de grands savants comme Léonard de Vinci, Newton et Maxwell. Dans son *Manuscrit F* daté du 16<sup>ème</sup> siècle Léonard de Vinci décrit ses observations de la montée en hélice d'une bulle dans l'eau. Au 18<sup>ème</sup> siècle, Newton s'est intéressé aux mouvements oscillatoires de sphères de cire chutant dans de l'eau et plus tard, Maxwell a essayé de modéliser théoriquement le mouvement virevoltant de feuilles de papier en chute, utilisant une approche bidimensionnelle. Depuis les dernières décennies et aujourd'hui encore, ce sujet continue d'attirer l'attention de plusieurs équipes de recherche, non seulement à cause du caractère spectaculaire des mouvements observés, mais aussi parce qu'il présente un intérêt dans plusieurs domaines (aérodynamique, mécanique du vol, météorologie et sédimentologie) et dans de nombreuses applications industrielles liées au génie des procédés.

L'apparition de mouvements instables d'inclusions est fortement liée à plusieurs notions fondamentales de la mécanique des fluides, masse ajoutée, production de vorticité, décollement de la couche limite, formation de sillage et détachement tourbillonnaire. Ce travail cherche à contribuer à la compréhension des phénomènes physiques qui maîtrisent ces comportements. Nous avons choisi de conduire une étude expérimentale du mouvement de corps solides mobiles, en ascension sous l'effet de la gravité, dans un fluide peu visqueux au repos. La masse volumique des corps solides,  $\rho_s$ , étant proche de celle du fluide,  $\rho_f$  ( $\rho_s/\rho_f \simeq 1$ ), nous avons centré notre étude sur le rôle du nombre de Reynolds et de la forme du corps. Nous avons étudié la transition du régime de mouvement rectiligne vers le régime de mouvement périodique ainsi que les caractéristiques des mouvements d'oscillation établis. La transition se produit pour des nombres de Reynolds modérés, entre 100 et 300, et est notamment liée à la déstabilisation du sillage proche des corps. Les corps utilisés étant des cylindres et des ellipsoïdes aplatis dont le rapport de forme (diamètre sur épaisseur ou grand axe sur petit axe) a été varié sur une grande gamme (entre 1,5 et 20). L'idée étant d'explorer à la fois les comportements tels que ceux observés lors de l'ascension d'une bulle ou d'une sphère et ceux observés lors de la chute de feuilles ou de cartes. Nous avons mené cette étude en utilisant des moyens de trajectographie sophistiqués permettant une description précise des mouvements d'ascension des corps (translation et orientation). En complément, nous avons aussi réalisé des visualisations par colorant du sillage et des mesures PIV de l'écoulement autour des corps, ainsi que des simulations numériques directes de l'écoulement autour de corps fixes.

Au chapitre 1, nous commencerons par une courte introduction bibliographique au thème des corps mobiles où nous présenterons quelques travaux antérieurs qui ont mis en évidence les phénomènes physiques et déterminerons les paramètres régissant le problème. Nous introduirons aussi les équations de la dynamique d'une particule en mouvement libre dans un fluide, en mettant en évidence les natures diverses des forces et moments en jeu. Nous montrerons que la théorie potentielle, qui ne prend en compte que les effets d'inerties propre et ajoutée, ne peut pas reproduire les mouvements observés et que les effets dus à la production de vorticité à la surface du corps (mis en évidence par des visualisations du sillage de corps mobiles et de corps fixes), doivent être pris en compte.

Au chapitre 2, nous détaillerons les méthodes expérimentales mises en œuvre pour cette étude et définirons leurs précisions. Ces méthodes regroupent l'imagerie pour la mesure précise des mouvements des corps, la visualisation des sillages des corps en utilisant un colorant et la mesure par vélocimétrie par images de particules des mouvements du liquide autour des corps.

Le chapitre 3 sera consacré à l'analyse des sillages. Nous comparerons notamment les caractéristiques des sillages de corps fixes obtenus par simulation numérique directe, aux sillages de corps mobiles obtenus dans l'expérience.

Le chapitre 4 présentera en détail les résultats expérimentaux de la cinématique des corps mobiles : les seuils de transition entre le régime d'ascension rectiligne et le régime oscillatoire ainsi que les fréquences, les amplitudes et les phases des oscillations de translation et de rotation des corps seront obtenus.

Les résultats du chapitre 4 seront utilisés au chapitre 5, pour l'analyse de la dynamique, à partir des expressions connues des efforts de flottabilité et d'inertie propre et ajoutée. Par bilan des équations de conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique du corps, les efforts liés à la production de vorticité à la surface du corps seront ainsi déterminés. Les évolutions des amplitudes et des phases de tous ces efforts en fonction du nombre de Reynolds et du rapport de forme seront discutées.

Au chapitre 6, nous tenterons d'aller un peu plus loin en présentant l'ébauche de ce que pourrait être un système dynamique capable de prédire les mouvements oscillatoires de corps mobiles. Nous terminerons par une synthèse générale et une présentation de perspectives.



# Chapitre 1

## Résumé de la bibliographie et position du problème

Ce chapitre est une introduction à la problématique du mouvement de corps solides sous l'effet de la gravité dans un fluide peu visqueux au repos. Son objectif est d'identifier les mécanismes physiques susceptibles de provoquer l'instabilité du mouvement rectiligne et de conduire à des mouvements oscillatoires. Nous commencerons au paragraphe 1.1 par une analyse dimensionnelle des paramètres régissant le problème. Nous proposerons ensuite au § 1.2 une brève synthèse des travaux précédents, ceux-ci concernant principalement des corps minces (disques ou feuilles) ou bien des sphères. Les deux paragraphes suivants mettront en évidence les différents efforts hydrodynamiques qui peuvent être responsables des mouvements oscillatoires observés. Tout d'abord, le paragraphe 1.3 présentera les équations du mouvement d'un corps dans l'approximation d'écoulement potentiel. Leur résolution permettra de rappeler un résultat connu, à savoir que les effets inertiels peuvent créer des mouvements oscillatoires en l'absence de tout effet lié à la vorticité. Elle permettra aussi de comparer les caractéristiques des mouvements potentiels aux observations expérimentales. Ensuite, au § 1.4 nous aborderons les effets de la viscosité, responsables de l'existence d'une force de traînée et du développement d'un sillage derrière les corps. En rappelant des résultats de la littérature et en nous appuyant sur une simulation numérique de l'écoulement autour du corps fixe nous discuterons des efforts hydrodynamiques instationnaires qui peuvent être engendrés par le lâcher tourbillonnaire à l'arrière du corps lorsque son sillage stationnaire est devenu instable. Nous terminerons au paragraphe 1.5 par une justification de la nécessité d'une nouvelle investigation expérimentale détaillée du mouvement de corps de formes variées.

### 1.1 Analyse dimensionnelle

Le mouvement libre d'un corps en ascension ou en chute dans un fluide est régi par l'accélération de la gravité,  $g$ , les propriétés du fluide et celles du solide. Pour un solide constitué d'un matériau homogène, interviennent sa masse volumique,  $\rho_s$ , son volume,  $\vartheta$ , et aussi sa forme. Pour un cylindre, cette dernière est définie par sa hauteur,  $h$ , et son diamètre,  $d$ , et pour un ellipsoïde de révolution aplati, par son demi petit-axe,  $a$ , et son demi grand-axe  $b$  (figure 1.1). Le fluide est caractérisé par sa densité,  $\rho_f$ , et sa viscosité dynamique  $\mu_f$ . L'analyse dimensionnelle permet de conclure que le problème est régi par trois nombres adimensionnels. Le premier est le rapport

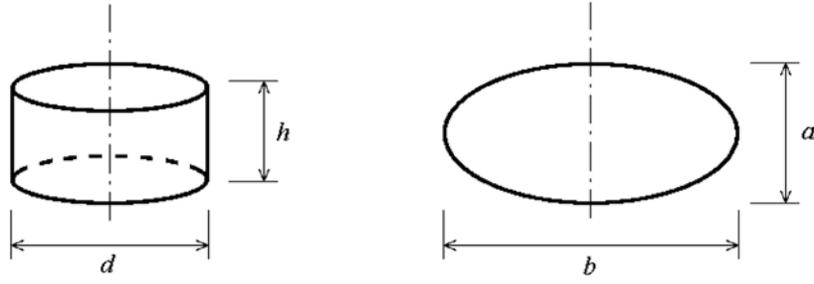


FIG. 1.1 – Définitions des caractéristiques géométriques des corps.

de forme,  $\chi = d/h$  ou  $b/a$ , qui mesure l'anisotropie du corps. Ce rapport joue, comme nous le verrons plus tard, à la fois un rôle important dans l'anisotropie des tenseurs d'inertie mais aussi dans la production de vorticité à la surface du corps et la génération du sillage. Le second est le rapport des masses volumiques,  $\rho_s/\rho_f$ , qui conditionne l'amplitude de la réponse du corps aux sollicitations hydrodynamiques. On comprend notamment facilement que s'il est très grand, le corps sera insensible aux fluctuations de mouvement du liquide. Enfin, on peut définir le nombre d'Archimède,

$$Ar = \frac{r_{eq}}{\nu_f} \sqrt{\frac{\rho_f - \rho_s}{\rho_f} g r_{eq}},$$

qui est un nombre de Reynolds construit sur l'échelle de vitesse liée à la gravité réduite,  $u = \sqrt{(\rho_f - \rho_s)/\rho_f g r_{eq}}$ ,  $r_{eq}$  désignant le rayon de la sphère de même volume que le corps.

Il est utile de noter que d'autres paramètres peuvent être utilisés. Comme nous le verrons par la suite, pour les disques minces, certains auteurs préfèrent utiliser à la place du rapport des masses volumiques, le moment d'inertie adimensionnel,  $I^* = I/\rho_f d^5$ , où  $I$  est le moment d'inertie du disque par rapport à un diamètre. Dans la limite du disque infiniment mince on trouve  $I^* = \pi/64 \rho_s/\rho_f h/d = 90 I/I_f$ , où  $I_f$  est le moment d'inertie ajoutée du fluide. Ce paramètre qui compare l'inertie en rotation du corps à celle du fluide est donc proportionnel au produit du rapport des densités par l'inverse du rapport de forme. D'autre part, il est souvent intéressant d'introduire le nombre de Reynolds,  $Re = u_m L/\nu_f$ , construit sur la vitesse moyenne d'ascension du corps,  $u_m$ , et sa largeur dans la direction transversale au mouvement ( $L = d$  ou  $b$ ). Ce nombre de Reynolds présente l'inconvénient par rapport au nombre d'Archimède de ne pas faire intervenir uniquement des paramètres primaires connus avant l'expérience. En effet, la vitesse  $u_m$  résulte du bilan de force moyen dans la direction verticale qui fait intervenir la flottabilité et la force de trainée. Or cette dernière est mal connue, particulièrement dans les cas de corps présentant des mouvements oscillatoires. Le nombre de Reynolds permet en revanche de comparer les résultats obtenus pour des corps mobiles avec ceux obtenus pour des corps fixes placés dans un écoulement uniforme.

Bien entendu, les scientifiques cherchent toujours les *bons* paramètres, ceux qui ordonnent les résultats (transition entre régimes, évolution des amplitudes ou des fréquences) de manière simple. À ce stade nous ne savons pas quels sont les meilleurs paramètres et nous utiliserons  $\chi$ ,  $\rho_s/\rho_f$ , et  $Ar$  (ou  $Re$ ).

## 1.2 Quelques résultats connus sur le mouvement oscillatoire de corps sous l'effet de la gravité

La dynamique d'inclusions en mouvement sous l'effet de la gravité dans des fluides au repos est un sujet d'actualité qui a attiré et continue d'attirer l'attention de nombreuses équipes de recherche. L'apparition de mouvements oscillatoires à partir d'un certain nombre de Reynolds a été observée à la fois pour des corps solides (Willmarth *et al.*, 1964), des bulles de gaz dans un liquide (Saffman, 1956) ou même des gouttes de liquide immergées dans un autre liquide (Magarvey & Bishop, 1961). Ces situations diffèrent par le fait que les inclusions sont ou non déformables et par la nature de la condition à la limite à l'interface pour la phase porteuse : alors que le fluide glisse sur une bulle, il adhère sur un solide, la goutte balayant des situations intermédiaires selon le rapport de viscosité des deux liquides. Si les travaux concernant des bulles de gaz sont les plus nombreux et variés (voir Ellingsen & Risso 2001, Mougin & Magnaudet 2002a et les références incluses), les études de gouttes d'un fluide immergé dans un autre sont plus rares (voir Clift *et al.* (1978) et références incluses). Ici, nous nous intéressons au cas des corps solides et présenterons donc la littérature correspondante. Notre travail de recherche se concentrera en fait sur les corps axisymétriques aplatis, c'est-à-dire dont la dimension dans la direction de l'axe de révolution est plus petite que la dimension dans la direction perpendiculaire. Leur mouvement stationnaire se fait, tant qu'il est stable, dans la direction de l'axe de révolution. Incidemment, il est utile de rappeler que la forme des bulles et des gouttes observée dans les régimes d'oscillations régulières est en général assez constante au cours du mouvement et proche de celle d'un ellipsoïde de révolution aplati. Nous laisserons donc une *fenêtre* ouverte pour des comparaisons avec les résultats obtenus avec des inclusions fluides et mentionnerons les références correspondantes lorsque cela sera utile.

Dans les cas de corps solides, les géométries les plus étudiées sont celles présentant une épaisseur négligeable (§ 1.2.1). Les études les plus nombreuses concernent le disque mince (cylindre avec  $\chi \gg 1$ ) et plusieurs travaux se sont focalisés sur des situations bidimensionnelles (plaques planes, feuilles de papier, cartes) dans le but de simplifier le problème général tridimensionnel. À l'autre limite du spectre des corps de révolution se trouve la sphère (§ 1.2.2). Séduisante compte tenu de sa forme simple, elle présente toutefois une dynamique aussi compliquée que d'autres formes géométriques pourtant anisotropes et, peu nombreux sont les travaux concernant le mouvement de sphères libres.

### 1.2.1 Disques, bandes et feuilles

Concernant les corps minces, il est naturel de commencer par citer le travail de pionniers de Willmarth *et al.* (1964). Ils ont étudié la chute libre de disques minces dans un récipient rempli d'eau. Ils ont observé qu'à faible nombre de Reynolds, les disques suivent des trajectoires rectilignes stables et tombent parallèlement à leur axe de révolution (figure 1.2a). Au-delà d'un certain seuil la vitesse horizontale et l'orientation des disques commencent à osciller. Les amplitudes de ces oscillations peuvent atteindre plusieurs diamètres, comme le montre la visualisation du sillage obtenue par Belmonte *et al.* (1998) (figure 1.2b). Willmarth *et al.* (1964) sont parvenus à mesurer les coefficients de traînée pour les trajectoires rectilignes et les fréquences d'oscillations des mouvements périodiques, mais ils n'ont pas pu mesurer les amplitudes des oscillations. Ils se

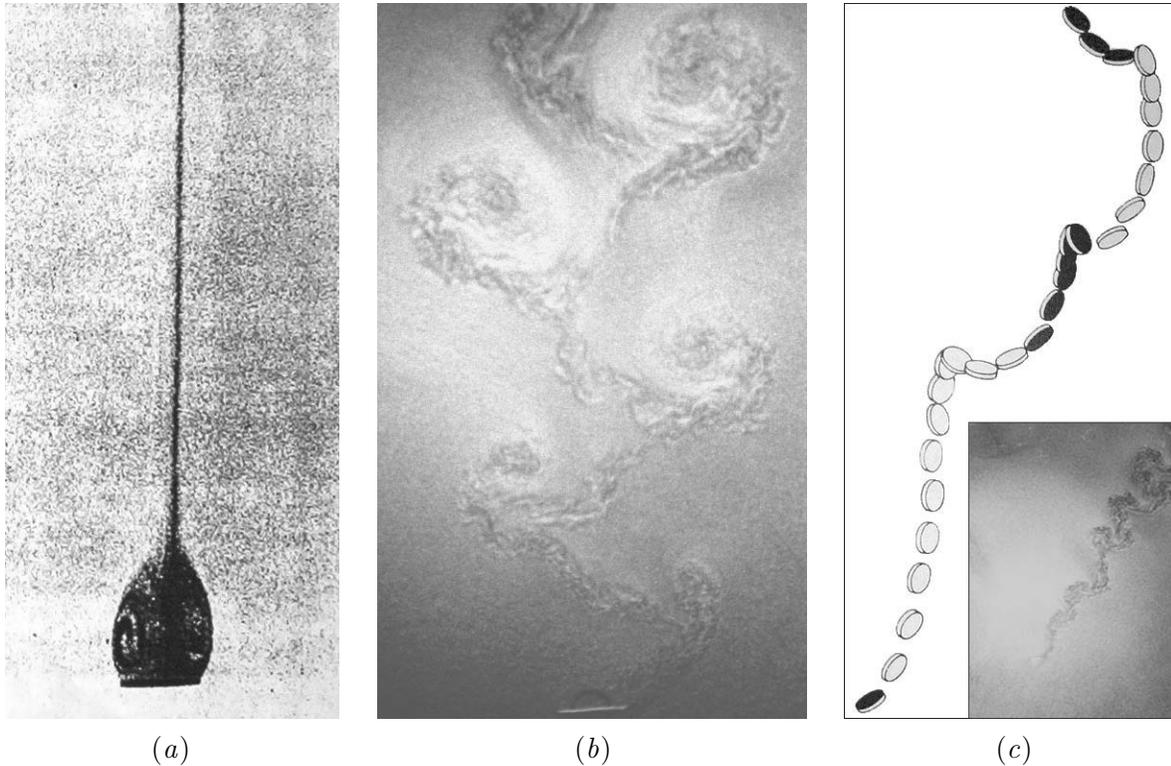


FIG. 1.2 – (a) Disque en chute rectiligne à  $Re = 100$  avec visualisation du sillage à l'aide d'un colorant (d'après [Willmarth \*et al.\*, 1964](#)); (b) Disque dans le régime périodique oscillant à  $Re \simeq 3500$  avec visualisation du sillage à l'aide des particules d'aluminium (d'après [Belmonte \*et al.\*, 1998](#)); (c) Disque chutant en virevolte à  $Re \simeq 15000$  (d'après [Stringham \*et al.\*, 1969](#)) et visualisation du sillage (d'après [Belmonte \*et al.\*, 1998](#)).

sont en fait surtout intéressés à la transition du régime de chute rectiligne au régime périodique oscillant (*flutter* en anglais) et à classer les différents régimes observés dans le plan des paramètres défini par le nombre de Reynolds et le moment d'inertie adimensionnel,  $I^*$ . Ils ont ainsi aussi rapporté un régime de virevolte (*tumbling* en anglais) pour  $Re > 10^3$  et  $I^* > 10^{-2}$ . Ce régime est caractérisé par une rotation du disque autour de son diamètre comme l'illustre la figure 1.2c. Un peu plus tard, [Stringham \*et al.\* \(1969\)](#) ont conduit une étude expérimentale de la chute de corps de formes variés, comprenant des disques minces, des ellipsoïdes, des sphères et même des cylindres longs ( $\chi < 1$ ). Pour les disques minces, ils ont observé que la fréquence des oscillations dépendaient linéairement du coefficient de traînée et ont rapporté quatre régimes distincts : les trois précédemment décrits par [Willmarth \*et al.\* \(1964\)](#) plus un régime intermédiaire entre le régime périodique oscillant et le régime de virevolte qui combine leurs caractéristiques et qu'ils ont appelé *glide-tumble*. Le régime de virevolte a aussi été observé par [Stewart & List \(1983\)](#) dans la même gamme du nombre de Reynolds (2000-5000). Enfin, [Field \*et al.\* \(1997\)](#) ont repris l'étude des régimes de chute des disques minces et ont résumé les résultats des différents auteurs sur un diagramme qui est reproduit ici sur la figure 1.3. Il est utile de noter que le régime de *glide-tumble* de [Stringham \*et al.\* \(1969\)](#) est rebaptisé régime chaotique par [Field \*et al.\* \(1997\)](#) qui justifient cette dénomination à partir d'une analyse de l'évolution de l'angle maximal du corps

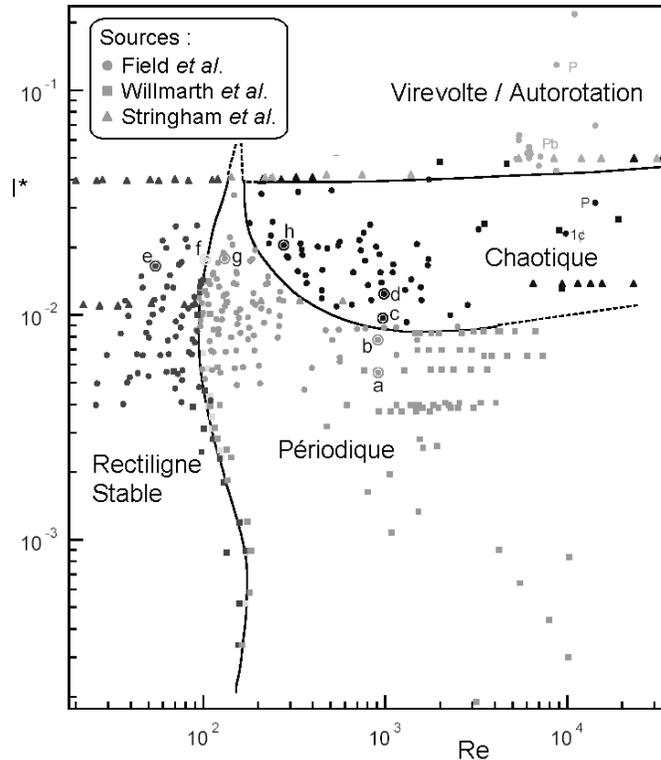


FIG. 1.3 – Diagramme montrant les différents comportements de disques en chute libre observés par Willmarth *et al.* (1964), Stringham *et al.* (1969) et Field *et al.* (1997) : rectiligne stable, périodique, chaotique et virevolte (ou autorotation).

d'une période à la suivante.

Si les travaux concernant les disques sont tous expérimentaux, les modèles de mouvement de corps minces concernent tous la situation bidimensionnelle de la chute d'une plaque, souvent de section ellipsoïdale. Tanabe & Kaneko (1994) les premiers ont construit un modèle bidimensionnel dépendant de quelques paramètres capable de reproduire l'existence de différents régimes de chutes. Cependant, leur modèle n'a pas de fondation physique solide et ne prend notamment pas correctement en compte l'inertie du liquide. Peu après, Mahadevan (1996) (voir aussi Mahadevan *et al.*, 1999) a développé un modèle plus physique en ajoutant un terme de portance non-visqueux et une traînée visqueuse aux équations de Kirchhoff qui décrivent le mouvement du corps dans l'approximation potentielle (voir § 1.3). Si ce modèle permet de reproduire l'existence de quatre différents régimes de chute, ces prédictions n'ont pas été comparées dans le détail avec des expériences. Plus tard, Belmonte *et al.* (1998) ont étudié expérimentalement la transition du régime périodique (*flutter*) vers le régime de chute en virevolte (*tumbling*) de plaques dans une cellule bidimensionnelle ( $\chi \gg 1$ ). Ils proposèrent un modèle similaire à celui de Tanabe & Kaneko (1994), dont le paramètre principal est un nombre de Froude,  $Fr \propto \sqrt{I^*}$ , et qui prédit le passage des oscillations périodiques au régime de virevolte. Enfin, dans une contribution plus récente, Pesavento & Wang (2004) ont repris le modèle de Mahadevan (1996). Ils considèrent que les différents coefficients intervenant dans le modèle et notamment ceux des tenseurs d'inertie du

fluide sont des paramètres ajustables dont ils déterminent empiriquement leur valeur à partir de simulations numériques bidimensionnelles des équations de Navier-Stokes autour de la plaque ellipsoïdale très aplatie ( $b/a = 0,125$ ). Le calage des coefficients permet au modèle de reproduire des comportements réalistes dans le régime de virevolte (*tumbling*) pour un nombre de Reynolds de l'ordre de  $10^3$ . Leur modèle est toutefois en contradiction avec le fait que les coefficients des tenseurs d'inertie du fluide ne dépendent que de la géométrie du corps et en aucun cas de son mouvement.

Plus ou moins réalistes, tous ces modèles ont été conçus pour reproduire les principaux aspects qualitatifs des différents régimes qui ont été observés expérimentalement pour des corps minces. Ils ne prédisent pas quantitativement les caractéristiques des mouvements de translation et de rotation des corps : fréquences, amplitudes, phases relatives. Ils ne sont pas plus capables de prédire les seuils des transitions entre les différents régimes.

### 1.2.2 Sphères et autres corps d'épaisseur non négligeable

Même si, dès le XVIII<sup>e</sup> siècle, Newton avait noté que des sphères de cire ne tombaient pas de manière rectiligne dans l'eau, très peu d'études se sont consacrées depuis au mouvement oscillatoire de corps épais. Depuis le travail de pionnier d'Eiffel (1912) sur la vitesse moyenne de chute de sphères dans l'air, les travaux sur les corps mobiles solides se sont surtout intéressés soit à la détermination de coefficients de traînée liés au mouvement moyen, soit à l'étude du sillage.

Du côté des bulles, la littérature est en revanche plus abondante et il existe de nombreuses études expérimentales (Saffman 1956, Aybers & Tapucu 1969, Ellingsen & Risso 2001) qui rapportent leurs mouvements d'ascension oscillatoires. Même si leur masse est négligeable et qu'elles sont déformables, leurs mouvements ressemblent à ceux des corps rigides et des mécanismes physiques comparables sont vraisemblablement à l'œuvre. Ceci semble être confirmé par Lunde & Perkins (1997) qui réalisèrent de jolies visualisations du sillage de bulles et d'ellipsoïdes solides légers aplatis en ascension dans l'eau (figure 1.4a).

Les travaux de Karamanev (2001) se sont consacrés à l'étude de l'ascension ou de la chute dans l'eau de sphères constituées de matériaux de différentes densités. Leurs résultats confirment que, comme pour les disques, le mouvement rectiligne vertical devient instable à partir d'un certain nombre de Reynolds, proche de 270, et cède la place à un mouvement oscillant. De l'observation des vitesses moyennes et des amplitudes des oscillations (voir figure 1.4), il parvient à distinguer les comportements des corps légers en ascension dans l'eau ( $\rho_s/\rho_f < 1$ ) de celui des lourds en chute dans l'eau ( $\rho_s/\rho_f > 1$ ). Les plus lourds ont des amplitudes d'oscillation plus petites et leur coefficient de traînée est proche de celui d'un corps fixe. Les plus légers oscillent davantage et ont une vitesse moyenne plus petite, leur coefficient de traînée diminuant moins vite avec le nombre de Reynolds que celui des corps lourds.

Récemment, Jenny *et al.* (2004) ont réalisé des simulations numériques directes du mouvement de sphères induit par la gravité. Ils ont identifié différents régimes selon les valeurs du nombre d'Archimède (appelé nombre de Galilée par ces auteurs) et du rapport des densités : (i) mouvement rectiligne vertical, (ii) mouvement rectiligne incliné, (iii) mouvement oscillant incliné à basse fréquence ou (iv) haute fréquence, et (v) mouvement chaotique. La figure 1.5 reproduit la carte de configuration qu'ils ont obtenue et illustre l'étonnante richesse de la dynamique de la sphère mobile. On retiendra que le rapport de densité joue un rôle déterminant. D'une part,

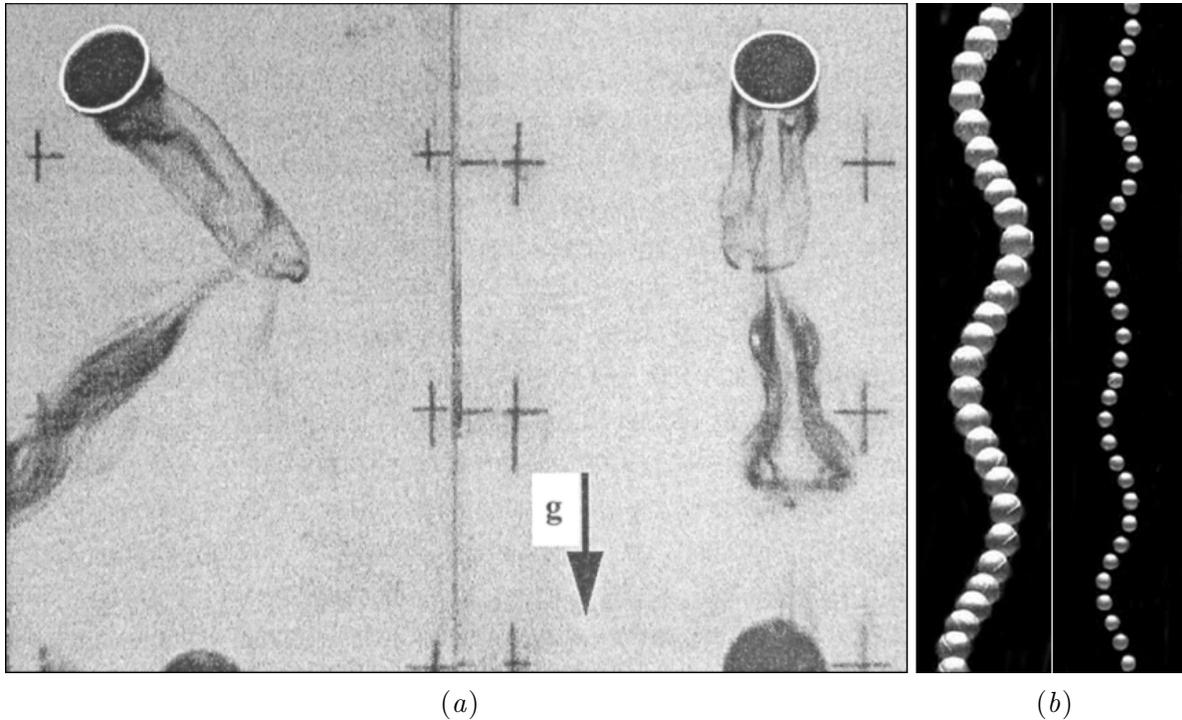


FIG. 1.4 – (a) Sillage d’un ellipsoïde de révolution en polystyrène expansé montant en zigzag dans de l’eau d’après [Lunde & Perkins \(1997\)](#); (b) Observations du mouvement d’ascension de sphères solides en polystyrène expansé (densité  $0,049 \text{ g/cm}^3$ ) de diamètres 12 et 6,3 mm, d’après [Karamanev \(2001\)](#).

le nombre de Galilée critique d’apparition des oscillations est une fonction croissante de  $\rho_s/\rho_f$ . D’autre part, de faibles variations de  $\rho_s/\rho_f$  peuvent conduire à un doublement de la fréquence des oscillations comme lors de la transition entre les régimes (iii) et (iv). Le travail de [Jenny et al. \(2004\)](#) comprend aussi une partie expérimentale qui confirme certains de leurs résultats numériques.

Concernant le mouvement de solides autres que des disques minces et des sphères, la littérature est très peu abondante. [Isaacs & Thodos \(1967\)](#) ont effectué une étude expérimentale du mouvement de cylindres en chute dans de l’eau, pour une grande gamme de rapports de forme ( $0,1 \leq \chi \leq 10$ ) mais en se focalisant plutôt sur les grands nombres de Reynolds pour lesquels le sillage est turbulent. Ils ont observé différents régimes avec ou sans virevolte et se sont surtout attachés à mesurer les coefficients de traînée et les fréquences d’oscillation. [Stringham et al. \(1969\)](#) ont aussi considéré des ellipsoïdes et des cylindres longs, [Jayaweera & Mason \(1965\)](#) ont étudié des cônes et des cylindres longs pour une très grande gamme de nombre de Reynolds ( $0,01 < Re < 1000$ ), mais ces différents auteurs ne fournissent encore une fois que des informations sur la vitesse terminale de chute. Enfin, [Kry & List \(1974a, 1974b\)](#) ont étudié les mouvements de rotation d’ellipsoïdes épais tombant à grand nombre de Reynolds.

En résumé, pour les corps solides minces et épais, il n’existe pas de résultat quantitatif des caractéristiques du mouvement dans les différents régimes, en particulier la dépendance des amplitudes et des fréquences des oscillations en fonction des paramètres de contrôle. À notre

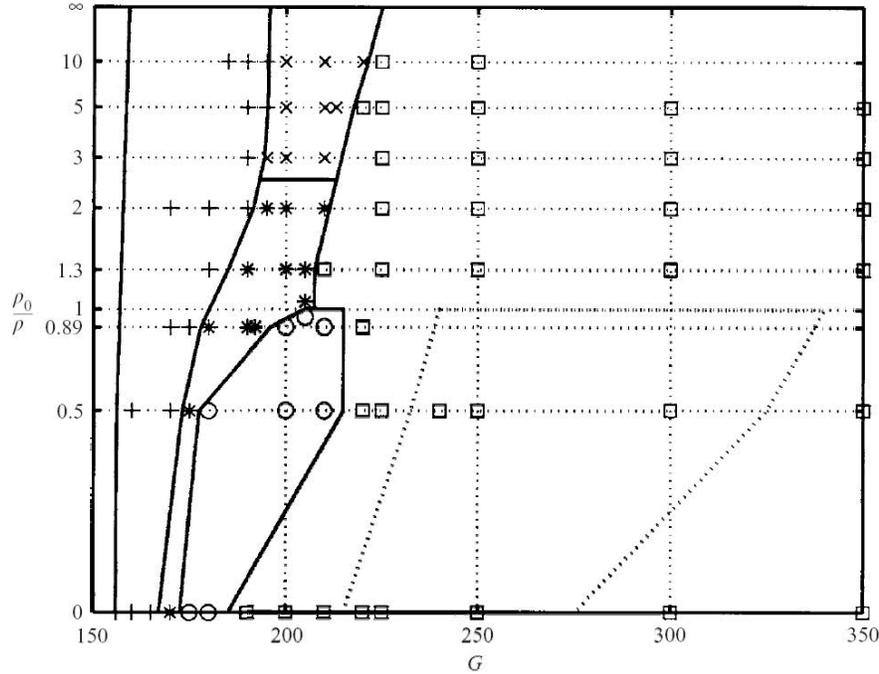


FIG. 1.5 – Carte de configuration du mouvement de sphères mobiles en fonction du nombre de Galilée et du rapport de la densité de la sphère par vis-à-vis du fluide  $\rho_0/\rho$  : mouvement rectiligne vertical ( $G < 150$ ), mouvement rectiligne incliné (+), mouvement oscillant incliné à basse fréquence (\*) ou haute fréquence (x), mouvement oscillant en zigzag (o) et mouvement chaotique ( $\square$ ).

connaissance, les seuls résultats concernant notamment le rôle du rapport de forme ont été obtenus pour des bulles. À ce sujet nous renvoyons le lecteur aux travaux de [Mougin \(2002\)](#) et [Mougin & Magnaudet \(2002a\)](#) qui ont réalisé des simulations numériques directes du mouvement de bulles mobiles de forme ellipsoïdale fixe imposée.

### 1.3 Mouvement d'un corps libre dans un fluide parfait au repos à l'infini

Le mouvement d'un corps solide plongé dans un fluide incompressible, non visqueux et au repos à l'infini, constitue un problème classique de mécanique des fluides. Kirchhoff (voir [Lamb, 1932](#)) a montré que le problème est décrit par un système d'équations différentielles ordinaires. Ce paragraphe propose de rappeler les équations de Kirchhoff et de les résoudre dans quelques cas particuliers dans le but de comprendre le rôle du rapport de forme quand seuls les forces et les couples dus à l'inertie sont présents.

#### 1.3.1 Les équations de Kirchhoff

Soit  $R$  un repère dont les axes sont solidaires avec le corps solide considéré. On note  $(u \ v \ w)$  les composantes de la vitesse absolue  $\mathbf{U}$  du centre de gravité du corps projetée sur  $R$  et  $(p \ q \ r)$  celles

de son vecteur rotation,  $\boldsymbol{\Omega}$  (figure 1.6). Les équations de Kirchhoff qui décrivent la conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique s'écrivent de la manière suivante en fonction de l'énergie cinétique totale,  $T_{tot}$ , qui est la somme de celle du corps,  $T_{corps}$ , et de celle du fluide entraîné,  $T_{pot}$ , dans l'approximation d'écoulement potentiel :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_{tot}}{\partial \mathbf{U}} \right) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \frac{\partial T_{tot}}{\partial \mathbf{U}} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_{tot}}{\partial \boldsymbol{\Omega}} \right) + \boldsymbol{\Omega} \wedge \frac{\partial T_{tot}}{\partial \boldsymbol{\Omega}} + \mathbf{U} \wedge \frac{\partial T_{tot}}{\partial \mathbf{U}} = 0, \quad (1.2)$$

avec

$$T_{corps} = \frac{1}{2} (\mathbf{U} \quad \boldsymbol{\Omega}) \begin{pmatrix} m\mathbb{I} & 0 \\ 0 & \mathbb{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

$$T_{pot} = \frac{1}{2} (\mathbf{U} \quad \boldsymbol{\Omega}) \begin{pmatrix} \mathbb{A} & \mathbb{B} \\ \mathbb{C} & \mathbb{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U} \\ \boldsymbol{\Omega} \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

et donc

$$T_{tot} = T_{corps} + T_{pot} = \frac{1}{2} \mathbf{U} \cdot (\mathbb{A} + m\mathbb{I}) \mathbf{U} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} \cdot (\mathbb{D} + \mathbb{J}) \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{U} \cdot \mathbb{B} \boldsymbol{\Omega}. \quad (1.5)$$

Les tenseurs apparaissant dans les expressions de  $T_{corps}$  et  $T_{pot}$  sont respectivement les tenseurs d'inertie propre et d'inertie ajoutée. L'inertie propre fait intervenir la masse  $m$  et le tenseur d'inertie  $\mathbb{J}$  qui dépend des caractéristiques géométriques du corps ainsi que de la répartition de la masse dans l'ensemble de son volume. Les tenseurs d'inertie ajoutée,  $\mathbb{A}$ ,  $\mathbb{B} = \mathbb{C}^T$  et  $\mathbb{D}$ ,

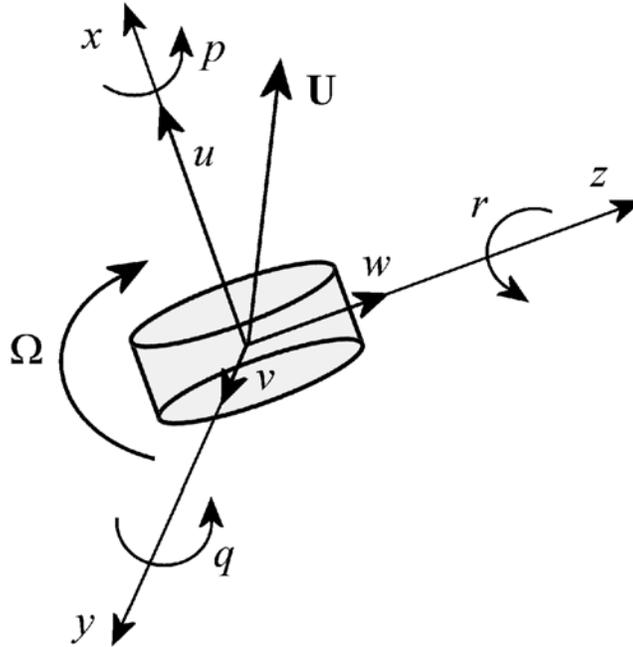


FIG. 1.6 – Notations pour un corps à symétrie de révolution.

ne dépendent que de la masse volumique du fluide et de la forme du corps. Ils représentent l'inertie du fluide mis en mouvement lorsque le centre du corps se déplace ou bien tourne. Leurs composantes se calculent en résolvant l'écoulement potentiel autour du corps (voir [Lamb, 1932](#)).

Les équations (1.1) et (1.2) sont ainsi valables pour tous les corps solides et permettent de calculer leurs mouvements dans le cadre de l'approximation potentielle à condition de connaître les composantes des tenseurs d'inertie. Dans le cas d'un corps de révolution homogène, celles-ci se simplifient considérablement et s'écrivent dans le repère où la direction  $x$  est celle de l'axe de révolution :  $\mathbb{J} = \text{diag}(J_1, J_2, J_2)$ ,  $\mathbb{B} = \mathbb{C}^T = 0$ ,  $\mathbb{A} = \text{diag}(A, B, B)$ ,  $\mathbb{D} = \text{diag}(0, Q, Q)$ . (Les coefficients des tenseurs d'inerties pour un ellipsoïde aplati et un pour cylindre sont donnés dans l'Annexe A).

Pour un corps de révolution, l'énergie cinétique totale s'écrit donc :

$$T_{tot} = \frac{1}{2}(m + A)u^2 + \frac{1}{2}(m + B)(v^2 + w^2) + \frac{1}{2}J_1p^2 + \frac{1}{2}(J_2 + Q)(q^2 + r^2). \quad (1.6)$$

Après avoir injecté (1.6) dans (1.1) et (1.2) et dérivé par  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{\Omega}$ , on aboutit après simplification au système d'équations suivant :

$$(m + A) \frac{du}{dt} + (m + B)(wq - vr) = 0 \quad (1.7)$$

$$(m + B) \frac{dv}{dt} + (m + A)ur - (m + B)wp = 0 \quad (1.8)$$

$$(m + B) \frac{dw}{dt} - (m + A)uq + (m + B)vp = 0 \quad (1.9)$$

$$J_1 \frac{dp}{dt} = 0 \quad (1.10)$$

$$(J_2 + Q) \frac{dq}{dt} + (J_1 - J_2 - Q)pr + (A - B)uw = 0 \quad (1.11)$$

$$(J_2 + Q) \frac{dr}{dt} + (J_2 + Q - J_1)pq + (B - A)uv = 0. \quad (1.12)$$

On voit que les différents degrés de liberté de ce système dynamique sont fortement couplés. En revanche, il suffit que la vitesse soit parallèle à l'axe de révolution ( $v = 0$  et  $w = 0$ ) ou bien que le corps soit isotrope ( $A = B$ ) pour que la rotation ne soit plus couplée à la translation. Dans le cas où seule la première condition est satisfaite, les équations de la quantité de mouvement sont identiques à celles d'un point matériel se déplaçant dans le vide mais dont la masse serait tensorielle au lieu d'être scalaire. Dans le cas où les deux conditions sont satisfaites simultanément, les équations de la quantité de mouvement sont identiques à celles d'un point matériel se déplaçant dans le vide et dont la masse, bien scalaire, serait égale à  $m + A$ . On peut donc s'attendre à ce que le rapport de forme  $\chi$ , qui conditionne l'anisotropie du corps, soit un paramètre essentiel pour la dynamique. Pour mieux illustrer l'importance de  $\chi$  considérons, un cylindre (resp. un ellipsoïde) de diamètre  $d$  (resp. de grand-axe  $b$ ) constant et faisons tendre son épaisseur vers zéro. Sa masse et ses moments d'inertie propres tendent vers zéro (puisque son volume tend vers zéro), alors que seule la masse ajoutée transversale  $B$  tend vers 0, la masse ajoutée axiale  $A$  et le moment d'inertie ajoutée  $Q$  tendant vers des valeurs finies. Le paramètre  $\chi$  conditionne donc aussi le rapport entre l'inertie propre du corps et l'inertie ajoutée.

### 1.3.2 Résolution pour un cylindre aplati dont le mouvement est inscrit dans un plan

Ce paragraphe a pour objet de déterminer les propriétés des mouvements prédits dans le cadre de l'approche potentielle, qui rappelons-le, ne prend en compte que les effets d'inertie et la conservation de la masse. En particulier, nous sommes intéressés par le rôle que joue, dans ce contexte, le rapport de forme. Pour ce faire, nous allons considérer le problème simplifié du mouvement d'un corps de révolution aplati dont les mouvements sont inscrits dans un plan contenant son axe de révolution. En posant  $w = p = q = 0$ , les équations de Kirchhoff bidimensionnelles se réduisent à :

$$(m + A) \frac{du}{dt} - (m + B) vr = 0 \quad (1.13)$$

$$(m + B) \frac{dv}{dt} + (m + A) ur = 0 \quad (1.14)$$

$$(J_2 + Q) \frac{dr}{dt} - (A - B) uv = 0. \quad (1.15)$$

C'est un système non-linéaire de trois équations du premier ordre. Il fait intervenir les inerties  $m$ ,  $A$ ,  $B$  et les moments d'inertie  $J_2$  et  $Q$  qui sont fonction à la fois de la géométrie du corps et des densités des phases solide et liquide. De manière à distinguer les deux effets, nous introduisons les coefficients adimensionnels d'inertie  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{J}_2$  qui ne dépendent que de la géométrie du solide :  $A = \rho_f \vartheta \mathcal{A}$ ,  $B = \rho_f \vartheta \mathcal{B}$ ,  $Q = \rho_f L^2 \vartheta \mathcal{Q}$ ,  $J_2 = \rho_s L^2 \vartheta \mathcal{J}_2$  où  $L$  est la dimension du corps dans la direction perpendiculaire à son axe de symétrie. Pour un cylindre ( $L = d$ ) ou pour un ellipsoïde ( $L = b$ ),  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{Q}$  et  $\mathcal{J}_2$  ne sont plus fonction que du rapport de forme  $\chi$ . À paramètres fixés, les solutions du système dépendent de la donnée de trois conditions initiales :  $u_i = u(t = 0)$ ,  $v_i = v(t = 0)$  et  $r_i = r(t = 0)$ . Après adimensionnalisation en utilisant  $L$  comme échelle de longueur et  $L/u_i$  comme échelle de temps, le système devient :

$$\left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_s} \mathcal{A}\right) \frac{du^*}{dt^*} - \left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_s} \mathcal{B}\right) v^* r^* = 0 \quad (1.16)$$

$$\left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_s} \mathcal{B}\right) \frac{dv^*}{dt^*} + \left(1 + \frac{\rho_f}{\rho_s} \mathcal{A}\right) u^* r^* = 0 \quad (1.17)$$

$$\left(\mathcal{J}_2^* + \frac{\rho_f}{\rho_s} \mathcal{Q}\right) \frac{dr^*}{dt^*} - \frac{\rho_f}{\rho_s} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) u^* v^* = 0. \quad (1.18)$$

Nous avons résolu ce système numériquement en utilisant l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4, pour le cas de cylindres aplatis de même densité que le liquide ( $\rho_f/\rho_s = 1$ ) ayant des rapports de forme allant de  $\chi = 2$  à 10 et pour différentes conditions initiales  $r_i^*$  et  $v_i^*$  (par définition  $u_i^* = 1$ ). Après intégration et projection sur un repère fixe, on obtient la position et l'orientation du corps. Les figures 1.7 et 1.8 montrent respectivement des résultats obtenus pour un corps épais ( $\chi = 2$ ) et un corps mince ( $\chi = 10$ ). Les résultats dépendent bien sûr à la fois des conditions initiales et de  $\chi$ . Lorsque le système n'est pas initialement perturbé ( $r_i^* = v_i^* = 0$ ), le mouvement du corps est bien sûr rectiligne à vitesse constante (figures 1.7a et 1.8a). Dès que l'une des deux conditions initiales est non nulles, on observe des mouvements oscillatoires (figures 1.7b et 1.8b). Dans la limite des petites amplitudes de la vitesse axiale  $u$ , on peut linéariser le système et déterminer

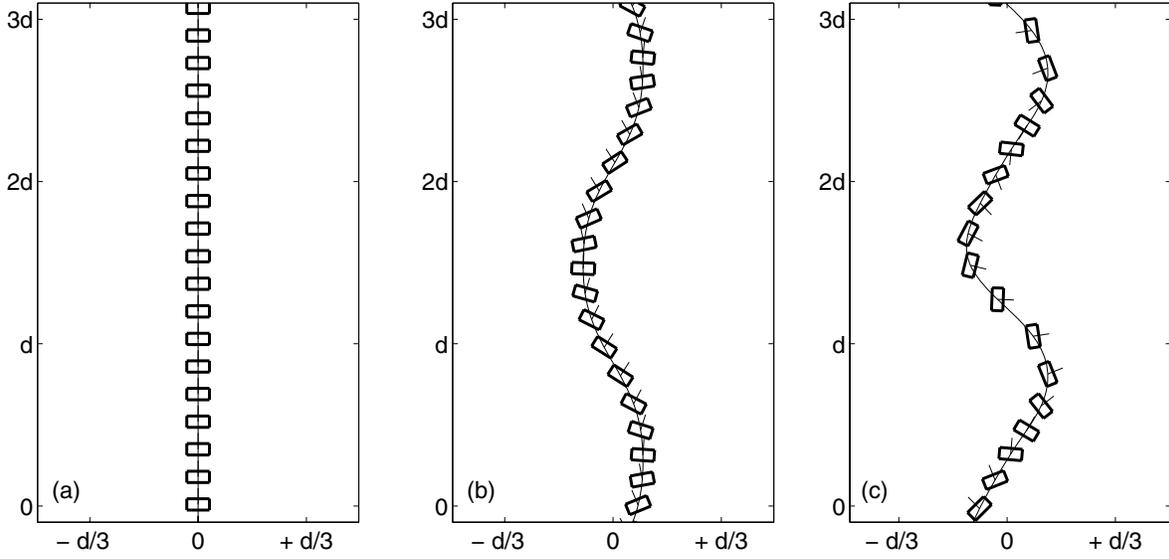


FIG. 1.7 – Solution des équations de Kirchhoff bidimensionnelles pour un corps épais ( $\chi = 2$ ) : (a) Ascension rectiligne,  $v_i^* = 0$ ,  $r_i^* = 0$ ; (b) Ascension en zigzag,  $v_i^* = 0$ ,  $r_i^* = 1$ ; (c) Ascension avec virevolte,  $v_i^* = 0$ ,  $r_i^* = 2$ .

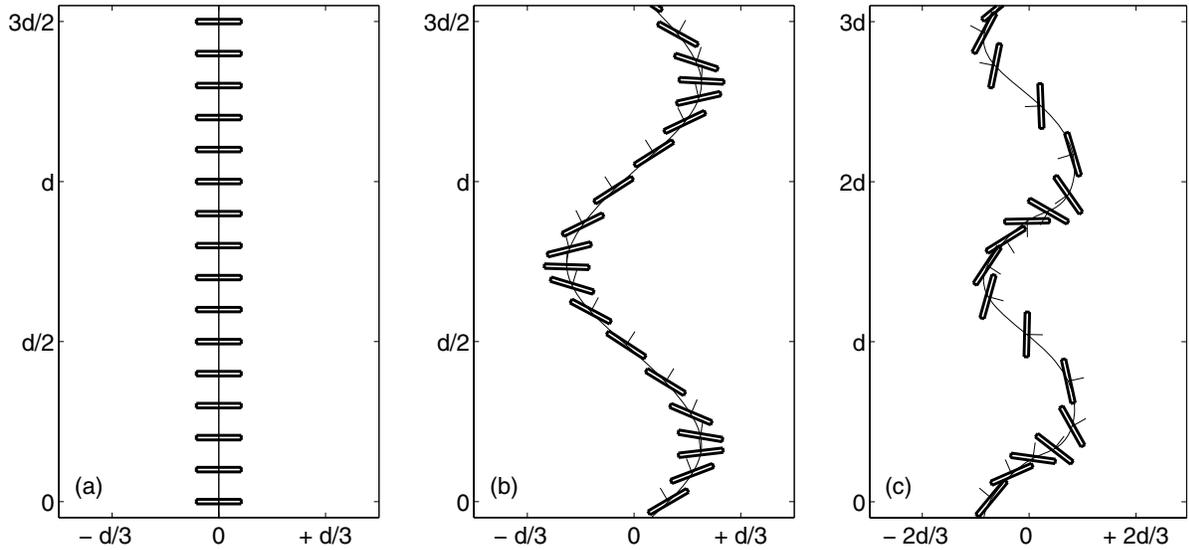


FIG. 1.8 – Solution des équations de Kirchhoff bidimensionnelles pour un corps mince ( $\chi = 10$ ) : (a) Ascension rectiligne,  $v_i^* = 0$ ,  $r_i^* = 0$ ; (b) Ascension en zigzag,  $v_i^* = 0$ ,  $r_i^* = 1$ ; (c) Ascension avec virevolte,  $v_i^* = 0$ ,  $r_i^* = 2$ .

la pulsation :

$$\omega = \frac{u_i}{L} \sqrt{\frac{\rho_s/\rho_f + \mathcal{A}}{\rho_s/\rho_f + \mathcal{B}} \frac{\mathcal{A} - \mathcal{B}}{\rho_s/\rho_f \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q}}} \quad (1.19)$$

Lorsque la perturbation initiale est plus importante, on observe le régime de virevolte dans lequel le corps accomplit des rotations complètes (figures 1.7c et 1.8c).

Au premier abord, ces résultats ressemblent donc aux observations expérimentales. Une première différence importante avait cependant déjà été pointée par [Mougin \(2002\)](#) pour le cas de bulles d'air en ascension dans l'eau. La fréquence des oscillations d'une bulle de 2,5 cm de diamètre mesurée dans les expériences est autour de 6-7 Hz alors que la prédiction potentielle est d'environ 90 Hz. En général, la théorie potentielle prédit donc des fréquences beaucoup plus élevées que celles observées dans les expériences. Ici, nous avons remarqué une autre différence notable en comparant les oscillations du déplacement et de la rotation du corps. Quelques soient  $r_i^*$ ,  $v_i^*$  ou  $\chi$ , on observe que, dans le repère lié au corps, la vitesse latérale  $v$  et la vitesse de rotation  $r$  oscillent en quadrature. Dans le repère fixe, cela se traduit par le fait que l'orientation du corps (définie par l'angle de son axe de révolution avec la verticale) et la direction de son mouvement (définie par l'angle de sa vitesse avec la verticale) sont toujours en opposition de phase. Ceci est bien visible sur les figures [1.7b](#) et [1.8b](#) où l'axe du corps comme sa trajectoire ont été représentés. Or ceci n'est ni en accord avec ce que l'on observe pour une bulle de rapport de forme  $\chi = 2$  pour laquelle l'axe du corps et la vitesse oscille en phase ([figure 1.9a](#)) ni ce que l'on voit pour un corps rigide mince où ils sont plutôt en quadrature ([figure 1.9b](#)).

Si, comme on pouvait s'y attendre, la fréquence et l'amplitude des oscillations potentielles sont donc bien fonction à la fois des conditions initiales et du rapport de forme, le couplage entre translation et rotation par les seuls termes d'inertie conduit toujours au même type de comportement, contrairement à ce qui se produit dans la réalité. Le sillage qui se développe derrière le corps (voir [figure 1.2b](#)) joue donc certainement un rôle important. Dans le cas des corps sphériques, il est d'ailleurs le seul à pouvoir expliquer les oscillations observées.

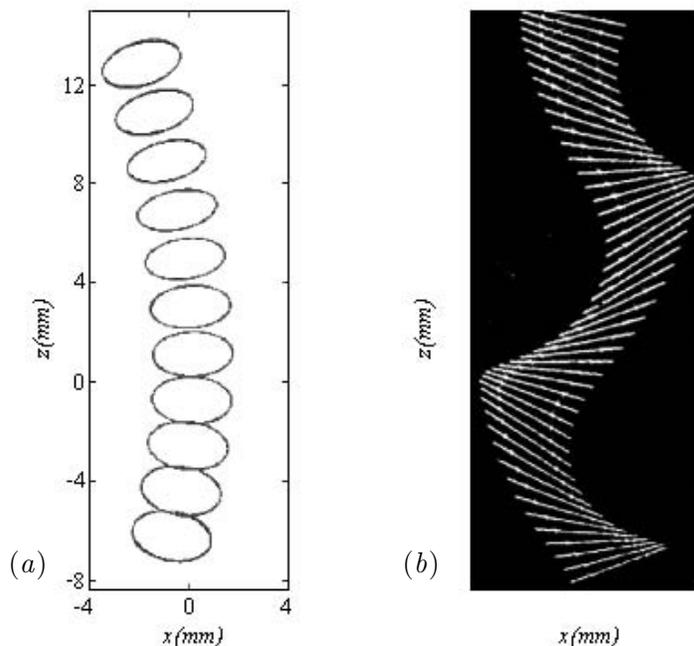


FIG. 1.9 – (a) Ascension d'une bulle d'air dans l'eau d'après [Ellingsen & Risso \(2001\)](#), (b) chute d'une plaque mince d'après [Belmonte et al. \(1998\)](#).

## 1.4 Production de vorticité et instabilité du sillage

Le fait que le fluide soit visqueux est responsable du développement d'une couche limite   la surface du corps à l'intérieur de laquelle est produite de la vorticité. Cela cause le décollement des lignes de courant et l'apparition d'un sillage à l'arrière du corps. Il en résulte l'existence d'une force de traînée qui s'oppose au mouvement du corps et éventuellement d'une force de portance et d'un couple si la symétrie axiale est brisée. Lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment grand, le sillage stationnaire se déstabilise, ces forces deviennent instationnaires et donc susceptibles de créer des mouvements oscillatoires.

### 1.4.1 Instabilité du sillage de sphères et de disques minces

Natarajan & Acrivos (1993) ont étudié la stabilité linéaire des sillages axisymétriques stationnaires qui se développent derrière une sphère et un disque mince fixes placés dans un écoulement uniforme stationnaire à la vitesse  $u_m$ . Dans les deux cas, ils concluent à l'existence de deux bifurcations successives caractérisant les passages entre trois différents régimes des sillages.   faible nombre de Reynolds, le sillage stationnaire axisymétrique est stable. Une première bifurcation régulière se produit pour un premier nombre de Reynolds critique  $Re_{c1}$  (voir tableau 1.1) : le sillage reste stationnaire mais n'admet plus qu'un seul plan de symétrie (figure 1.10a et 1.10b). Une deuxième bifurcation se produit pour une deuxième valeur critique  $Re_{c2}$  : le sillage conserve un plan de symétrie mais devient instationnaire avec lâcher alterné de tourbillons (figure 1.10c). Pour le cas de la sphère, ces résultats ont été confirmés par les simulations numériques directes de Johnson & Patel (1999) et les visualisations du sillage par injection de colorant de Provansal & Ormières (1998) et Schouveiler & Provansal (2002). Le disque mince a été moins étudié, on notera néanmoins les simulations numériques de Johari & Stein (2002) de l'évolution du sillage (structure, énergie, traînée) d'un disque mis en accélération depuis le repos.

La comparaison des résultats pour  $Re_{c1}$  et  $Re_{c2}$  (voir tableau 1.1) obtenus pour le disque mince ( $\chi = \infty$ ) et la sphère ( $\chi = 1$ ) nous donne une indication sur le rôle joué par le rapport de forme. La transition se fait plus tard pour un corps épais comme la sphère que pour un corps mince comme le disque, même si la fréquence au voisinage du seuil d'apparition des oscillations est peu différente. Nous n'avons pas trouvé de résultats pour des rapports de forme intermédiaires ce qui nous a conduit à réaliser quelques simulations numériques tridimensionnelles directes de l'écoulement autour de disques fixes pour divers rapports de forme. Ces simulations seront présentées plus en détail au chapitre 3, elles confirmeront que, pour les corps fixes, les nombres de Reynolds critiques sont des fonctions décroissantes du rapport de forme. Nous allons cependant présenter dès le paragraphe suivant un exemple des résultats obtenus à l'aide de ces simulations

	disque mince	sphère
$Re_{c1}$	116,5	210,0
$Re_{c2}$	125,6	277,5
$St_{(Re=Re_{c2})} = fd/u_m$	0,126	0,113

TAB. 1.1 – Nombres de Reynolds critiques et nombres de Strouhal obtenus par Natarajan & Acrivos (1993).

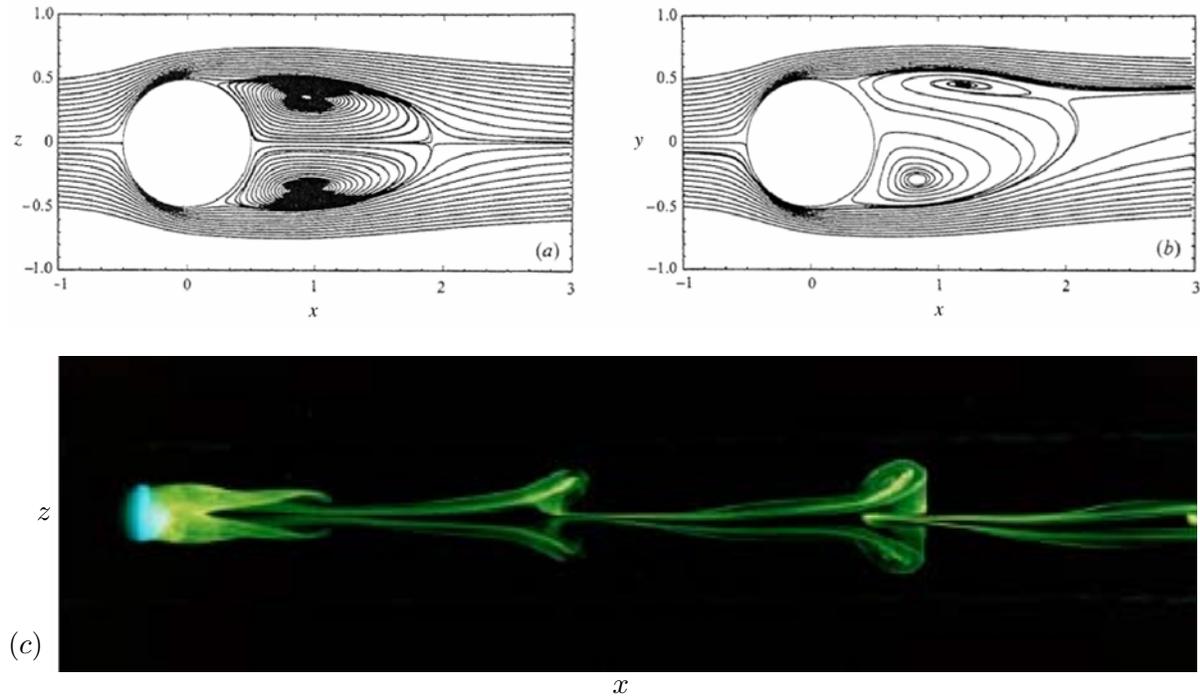


FIG. 1.10 – Évolution du sillage d’une sphère fixe avec le nombre de Reynolds : (a)-(b) après la première bifurcation à  $Re = 250$  : lignes de courant dans deux plans perpendiculaires d’après les simulations de [Johnson & Patel \(1999\)](#) ; (c) Sillage instationnaire d’une sphère après la deuxième bifurcation à  $Re = 320$  : visualisation avec un colorant d’après [Ormières & Provansal \(1999\)](#).

dans le but d’illustrer les forces hydrodynamiques agissant sur le corps en présence d’un sillage instationnaire.

#### 1.4.2 Forces hydrodynamiques sur un corps fixe en présence d’un sillage

Nous discutons maintenant les résultats de la simulation numérique directe de l’écoulement autour d’un cylindre fixe de rapport de forme  $\chi = 6$  dont l’axe est parallèle à l’écoulement incident. Pour ce rapport de forme particulier, les différents régimes sont similaires à ceux connus pour la sphère et le disque mince, les valeurs des deux nombres de Reynolds critiques étant proches de  $Re_{c1} = 135$  et  $Re_{c2} = 150$ . La figure [1.11a](#) montre les lignes de courant et la norme de la vitesse dans le régime stationnaire axisymétrique ( $Re = 100 < Re_{c1}$ ). La figure [1.11b](#) propose la même représentation, dans le plan de symétrie, pour le second régime stationnaire ( $Re_{c1} < Re = 145 < Re_{c2}$ ). Enfin, la figure [1.12](#) présente, toujours dans le plan de symétrie, les mêmes résultats dans le régime oscillatoire ( $Re_{c2} < Re = 200$ ) pour deux instants séparés d’une demi-période.

La figure [1.13](#) montre les évolutions temporelles des efforts hydrodynamiques (forces et moments) subis par le cylindre pour les mêmes nombres de Reynolds (100, 145 et 200). Les composantes axiale et transversale de la force,  $F_z$  et  $F_x$ , ainsi que le couple,  $M_y$ , sont présentés sous la

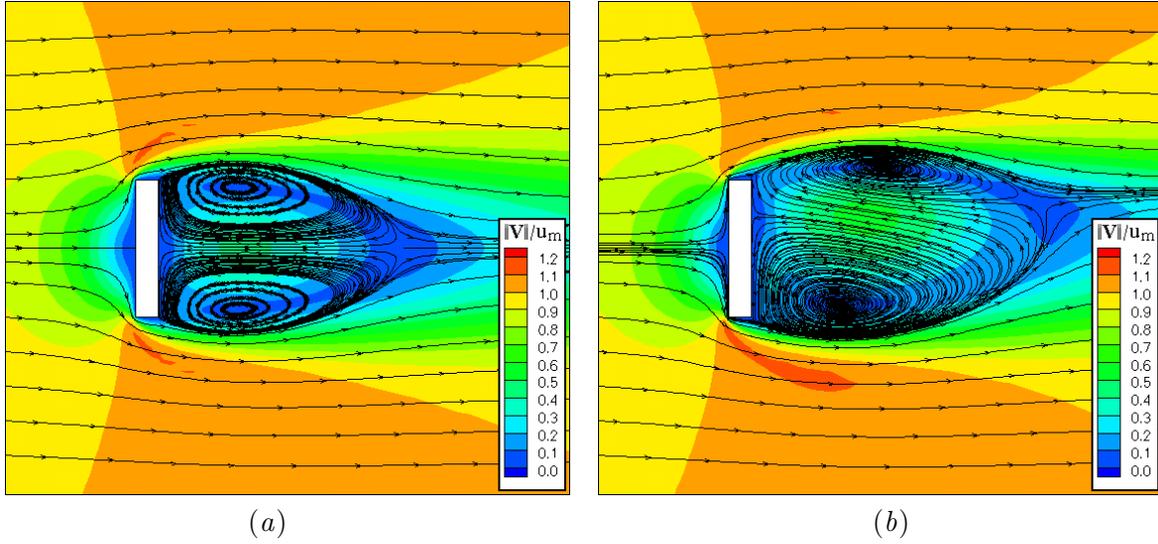


FIG. 1.11 – Calcul numérique du sillage d'un cylindre aplati de rapport de forme  $\chi = 6$ . Les lignes de courant et la norme de la vitesse  $y$  sont représentées dans une coupe diamétrale : (a) Avant la première bifurcation,  $Re = 100$ ; (b) Après la première bifurcation,  $Re = 145$ .

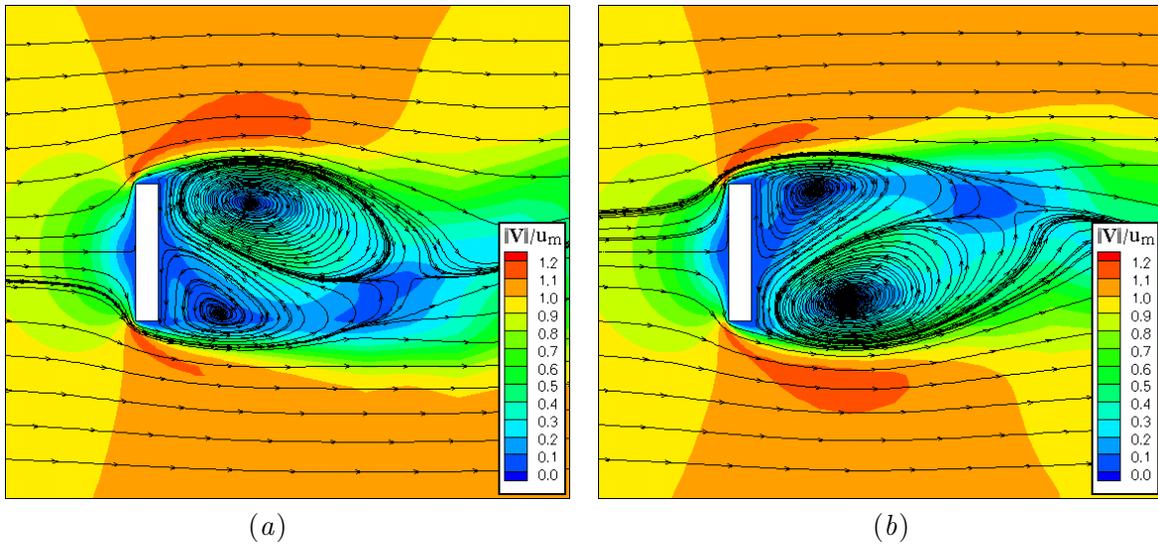


FIG. 1.12 – Calcul numérique du sillage d'un cylindre aplati de rapport de forme  $\chi = 6$  dans le régime oscillatoire,  $Re = 200$ . Les lignes de courant et la norme de la vitesse  $y$  sont représentées dans une coupe diamétrale à deux instants différents séparés d'une demi-période.

forme de coefficients adimensionnels :

$$C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho_f S_{ref} u_m^2} \quad , \quad C_y = \frac{F_y}{\frac{1}{2}\rho_f S_{ref} u_m^2} \quad , \quad C_{Mz} = \frac{M_z}{\frac{1}{2}\rho_f S_{ref} d u_m^2} \quad \text{avec} \quad S_{ref} = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Bien que l'écoulement soit tridimensionnel, il reste toujours un plan de symétrie dans cette gamme de nombre de Reynolds, les efforts dans les autres directions sont donc nuls. On voit clairement que les transformations successives de la structure du sillage ont une forte influence sur les

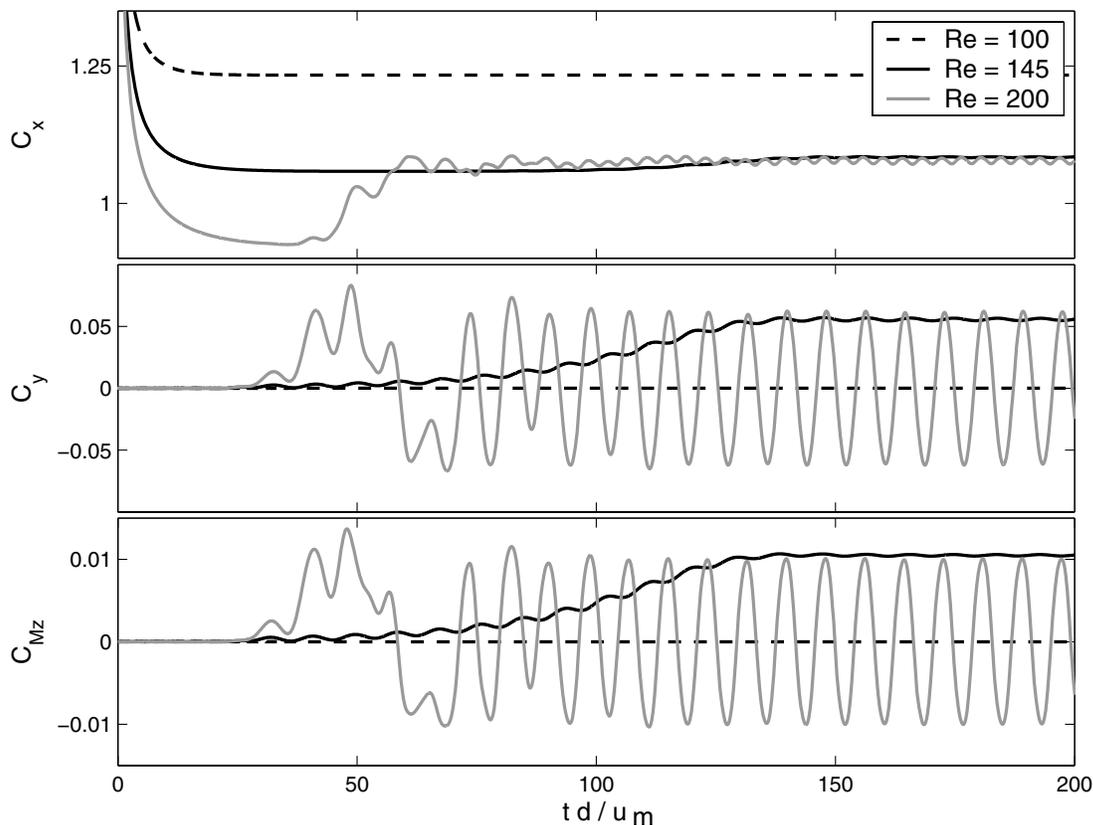


FIG. 1.13 – Efforts hydrodynamiques intégrés sur un cylindre aplati de rapport de forme  $d/h = 6$  pour trois nombres de Reynolds situés avant et après chacun des seuils des deux bifurcations.

efforts aérodynamiques subis par le corps solide. Lorsque le premier seuil est franchi, la brisure de la symétrie axiale du sillage engendre l'apparition d'une force de portance et d'un couple stationnaire. Lorsque le second seuil est franchi, les efforts deviennent périodiques, la portance et le couple oscillant à la fréquence du détachement tourbillonnaire. Il est aussi intéressant de noter qu'à  $Re = 200$  ces oscillations se font autour d'une moyenne nulle et non autour des valeurs constantes observés à  $Re = 145$ .

La déstabilisation du sillage stationnaire derrière un corps fixe est donc à l'origine d'un couple et de forces périodiques qui peuvent expliquer les mouvements d'oscillation observés pour les corps libres. Comme pour les forces d'inerties, le rapport de forme joue ici encore un rôle important puisqu'il influence fortement les valeurs du nombre de Reynolds critique d'apparition des oscillations.

## 1.5 Synthèse

Toutes les observations montrent que des corps immergés dans un fluide et libres de se mouvoir sous l'action de la gravité adoptent des mouvements oscillatoires pourvu que le nombre de Reynolds soit suffisamment grand et que leur densité ne soit pas trop grande par rapport à celle du fluide. La dynamique régissant ces mouvements est complexe et encore mal connue. Pour un corps anisotrope, deux types d'effort hydrodynamique sont capables de produire les

oscillations observées : (i) les forces et couples d'inertie qui couplent les équations de translation et de rotation dès que la vitesse du centre de masse n'est pas alignée à un axe de symétrie du corps, (ii) les forces et couples instationnaires qui existent dès que le sillage stationnaire est devenu instable. La résolution des équations de Kirchhoff qui décrivent le mouvement d'un corps libre dans le cadre de l'approximation potentielle montre cependant que les oscillations engendrées par les seules forces d'inertie ne permettent pas d'expliquer les mouvements réellement observés. D'autre part, il est difficile de juger *a priori* de la pertinence des résultats des études concernant le sillage de corps fixes pour les mouvements des corps mobiles. En particulier, il est évident que si l'incidence du corps change au gré des rotations de celui-ci, le sillage en sera affecté.

Jusqu'à aujourd'hui, les travaux concernant des corps mobiles solides ne sont pas nombreux et concernent presque exclusivement des corps minces ou la sphère. De plus, ils ne fournissent en général pas une description exhaustive des caractéristiques des mouvements. Des études spécifiques concernant des corps mobiles sont donc nécessaires si l'on veut comprendre la dynamique des couplages entre translation et rotation, entre sillage et inertie. Or, il apparaît clairement que la forme du corps joue un rôle déterminant tant sur les efforts hydrodynamiques d'origine inertielle que sur ceux liés aux instabilités du sillage. Une étude détaillée des régimes oscillatoires de corps libres de formes variées apparaît donc pertinente. Étant donné les énormes coûts de calcul des simulations numériques impliquant des corps mobiles, la voie expérimentale semble aujourd'hui la meilleure pour une investigation couvrant une gamme significative du nombre de Reynolds et du rapport de forme.

## Chapitre 2

# Démarche expérimentale et dispositif d'essai

Les principaux résultats et conclusions de cette thèse sont le fruit d'une investigation expérimentale du mouvement de corps légers en ascension sous l'effet de la gravité dans un fluide au repos. Ce chapitre est consacré à la description du dispositif expérimental utilisé ainsi que des méthodes et techniques mises en œuvre pour mener l'étude à bien. Au paragraphe 2.1 nous commencerons par présenter les corps solides qui ont été utilisés, les caractéristiques de la veine d'essai ainsi que les dispositifs de lâcher et de suivi des corps en ascension. Nous décrirons les moyens de contrôle des grandeurs physiques qui interviennent dans les paramètres adimensionnels qui régissent le problème : rapport de forme  $\chi$ , nombre d'Archimède  $Ar$  et rapport des densités  $\rho_s/\rho_f$ . La précision obtenue pour chacun de ces paramètres sera discutée.

Nous présenterons ensuite les techniques de mesure mises en œuvre. Trois techniques distinctes ont été choisies avec des objectifs bien définis et complémentaires. Chacune a ses points forts et ses défauts en terme du type d'information qu'elles apportent et de leur précision. La majeure partie de nos efforts a porté sur l'élaboration d'une technique très précise de trajectographie tridimensionnelle du mouvement des corps. Cette technique est utilisée avec des corps de formes différentes et dans une gamme assez étendue du nombre d'Archimède. Elle fournira une caractérisation presque complète de la cinématique des corps, translation et rotation, en fonction des paramètres qui régissent le problème (Chapitre 4) puis permettra d'estimer les efforts, forces et couples, qui agissent sur les corps (Chapitre 5). Cette technique sera présentée au § 2.2.

Deux méthodes expérimentales complémentaires ont ensuite été mises en œuvre dans le but d'obtenir des informations sur le mouvement du liquide et en particulier sur le sillage des corps. La première, décrite au § 2.3, est une méthode qualitative de visualisation du sillage utilisant un colorant initialement déposé sur le corps et entraîné par l'écoulement dans le sillage. La seconde, présentée au § 2.4, consiste à mesurer les vitesses dans le liquide mis en mouvement par le corps à l'aide de la vélocimétrie laser par images de particules (*Particle Image Velocimetry*). Elle conduit à une description plus intéressante en donnant accès à des champs bidimensionnels de la vitesse du liquide dans un plan vertical.

Enfin, le § 2.5 présentera une courte discussion sur les mises en œuvre et la nature des mesures qu'elles permettent.

## 2.1 Le dispositif expérimental

### 2.1.1 Les corps mobiles

Les corps utilisés dans les manipulations sont des cylindres et des ellipsoïdes aplatis de rapport de forme  $\chi$  supérieur à l'unité (figures 1.1 et 2.1) :  $d > h$  et  $b > a$ .



FIG. 2.1 – Exemples des corps utilisés : cylindres et ellipsoïdes aplatis

Une grand nombre de cylindres aplatis (75 corps) a été usinée au laboratoire par C. Trupin et Y. Grialou à partir de barres d'un *Nylon* dont la densité est proche de celle de l'eau :  $\rho_s \approx 1,02 \text{ g/cm}^3$ . Une première série comprend des cylindres de volume identique mais ayant des rapports de forme très variés,  $1,5 < \chi < 20$ , permettant d'étudier l'effet du rapport de forme pour un nombre d'Archimède donné. Pour certaines valeurs du rapport de forme, plusieurs cylindres de volume différents ont aussi été fabriqués, permettant de faire varier le nombre d'Archimède sans avoir à changer ni les propriétés du fluide ni le matériau du corps. Notons que l'on disposait en général d'au moins deux spécimens semblables, même rapport de forme et même volume, afin de vérifier que les résultats ne dépendaient bien que des paramètres de contrôle et n'étaient pas influencés par des imperfections dans le forme d'un corps particulier. En ce qui concerne la taille, les cylindres ont des diamètres compris entre 5 et 25 mm et leurs épaisseurs varient entre 0,9 et 7,5 mm, tous rapports de forme confondus.

Une courte série supplémentaire d'ellipsoïdes axisymétriques aplatis (10 corps) a été usinée dans le même matériau au tour numérique par P. Lascoumes et P. Lagarrigue<sup>1</sup>. Cette série, disponible seulement depuis mars 2005, a essentiellement servi à éprouver le degré de généralité des résultats obtenus avec les cylindres aplatis. Les rapports de forme,  $b/a$ , des ellipsoïdes sont compris entre 1,8 et 5.

La liste détaillée des caractéristiques des corps solides est fournie dans les tableaux des figures 2.2 et 2.3.

<sup>1</sup>Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse, Université Paul Sabatier.

<i>cyindre</i>	<i>d/h</i>	<i>d (mm)</i>	<i>h (mm)</i>	$\rho$ (kg/L)	<i>cyindre</i>	<i>d/h</i>	<i>d (mm)</i>	<i>h (mm)</i>	$\rho$ (kg/L)
1 - C	1,00	7,92	7,90	1,0176	2 - 1	2,00	5,60	2,80	1,0193
1.5 - C	1,50	9,00	6,00	1,0176	2 - 2	2,01	6,02	3,00	1,0186
2 - C	2,00	10,02	5,00	1,0178	2 - 3	2,00	6,50	3,25	1,0189
3 - C	3,00	11,40	3,80	1,0178	2 - 4	2,00	7,00	3,50	1,0189
4 - C	4,00	12,60	3,15	1,0176	2 - 5	2,01	7,55	3,76	1,0186
4.25 - C	4,27	12,80	3,00	1,0176	2 - 6	1,99	7,95	4,00	1,0185
4.50 - C	4,48	12,99	2,90	1,0178	2 - 7	2,00	8,60	4,30	1,0184
4.75 - C	4,73	13,30	2,81	1,0178	2 - 8	2,02	9,25	4,59	1,0182
5 - C	5,00	13,51	2,70	1,0178	2 - 9	2,01	9,85	4,90	1,0179
5.50 - C	5,47	14,00	2,56	1,0178	2 - 10	2,01	10,45	5,20	1,0182
6 - C	6,01	14,42	2,40	1,0178	3 - 1	3,01	6,47	2,15	1,0192
7 - C	6,98	15,07	2,16	1,0178	3 - 2	3,00	7,05	2,35	1,0191
8 - C	8,02	15,79	1,97	1,0179	3 - 3	3,01	7,53	2,50	1,0191
9 - C	9,09	16,36	1,80	1,0181	3 - 4	3,00	7,95	2,65	1,0189
10 - C	9,98	16,97	1,70	1,0179	3 - 5	3,00	8,62	2,87	1,0189
					3 - 6	3,03	9,25	3,05	1,0184
					3 - 7	3,02	9,82	3,25	1,0180
					3 - 8	3,02	10,43	3,45	1,0184
					3 - 9	3,03	11,05	3,65	1,0184
					3 - 10	3,03	11,65	3,85	1,0182
					6 - 1	5,96	8,58	1,44	1,0197
					6 - 2	5,94	9,21	1,55	1,0194
					6 - 3	5,93	9,78	1,65	1,0190
					6 - 4	5,95	10,42	1,75	1,0190
					6 - 5	5,97	11,05	1,85	1,0188
					6 - 6	5,94	11,59	1,95	1,0189
					6 - 7	6,04	12,08	2,00	1,0188
					6 - 8	6,06	12,67	2,09	1,0185
					6 - 9	6,00	13,20	2,20	1,0186
					6 - 10	6,00	13,79	2,30	1,0186
					6 - 11	6,01	14,42	2,40	1,0186
					10 - 1	10,00	15,50	1,55	1,0182
					10 - 2	10,00	16,50	1,65	1,0180
					10 - 3	10,00	17,00	1,70	1,0184
					10 - 4	10,02	17,53	1,75	1,0178
					10 - 5	10,16	18,50	1,82	1,0178
					10 - 6	10,00	19,00	1,90	1,0177
					10 - 7	10,00	19,50	1,95	1,0177

<i>cyindre</i>	<i>d/h</i>	<i>d (mm)</i>	<i>h (mm)</i>	$\rho$ (kg/L)
0r	19,99	17,99	0,90	1,0175
1r	20,01	18,01	0,90	1,0174
2r	20,02	18,02	0,90	1,0174
3r	19,98	19,98	1,00	1,0174
4r	19,99	19,99	1,00	1,0173
5r	20,01	20,01	1,00	1,0174
6r	20,02	22,02	1,10	1,0172
7r	20,00	22,00	1,10	1,0172
8r	20,03	22,03	1,10	1,0171
0b	20,07	22,48	1,12	1,0168
1b	20,05	22,46	1,12	1,0171
2b	20,00	24,00	1,20	1,0168
3b	19,98	23,98	1,20	1,0168
0n	15,03	16,53	1,10	1,0176
1n	15,00	16,50	1,10	1,0176
2n	15,00	16,50	1,10	1,0180
3n	15,00	18,00	1,20	1,0173
4n	14,96	17,95	1,20	1,0176
5n	14,97	17,96	1,20	1,0172
6n	15,03	21,04	1,40	1,0171
7n	14,90	21,01	1,41	1,0173
8n	15,01	21,01	1,40	1,0171

FIG. 2.2 – Propriétés des cylindres aplatis utilisés dans les manipulations.

<i>ellipsoïde</i>	<i>b/a</i>	<i>a (mm)</i>	<i>b (mm)</i>	$\rho$ (kg/L)	<i>ellipsoïde</i>	<i>b/a</i>	<i>a (mm)</i>	<i>b (mm)</i>	$\rho$ (kg/L)
0r	1,31	9,51	7,27	1,0176	0n	3,22	14,05	4,36	1,0162
1r	1,80	11,30	6,27	1,0173	1n	3,32	13,79	4,15	1,0176
2r	1,81	11,40	6,30	1,0173	2n	4,56	16,24	3,56	1,0166
3r	1,85	10,90	5,88	1,0180	3n	4,83	16,08	3,33	1,0168
4r	3,05	14,05	4,61	1,0172	4n	4,94	15,80	3,20	1,0175

FIG. 2.3 – Propriétés des ellipsoïdes aplatis utilisés dans les manipulations.

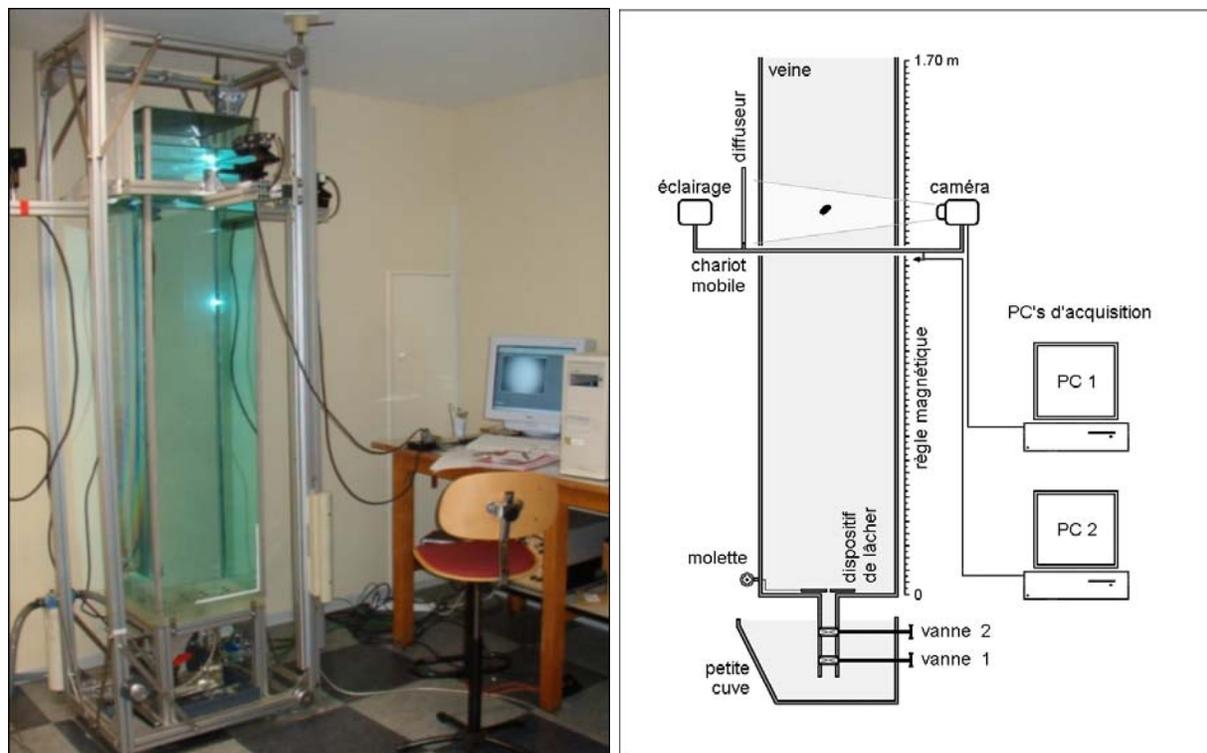


FIG. 2.4 – Photographie et schéma du dispositif expérimental d'étude des corps mobiles.

### 2.1.2 La veine d'étude

La veine d'étude est constituée d'un canal vertical de 1,70 m de haut, de section carrée de 40 cm de côté (figure 2.4). Le canal est fixé à une structure portant un chariot qui peut être déplacé manuellement selon la verticale. Le chariot transporte deux caméras d'axes optiques perpendiculaires et deux éclairages leur faisant face. Sa position verticale est mesurée à l'aide d'une règle magnétique de haute précision (pas de  $5 \mu\text{m}$ ). Deux ordinateurs assurent l'acquisition ; l'un s'occupe des images prises par les caméras, l'autre de l'enregistrement de la position verticale du chariot. En bas du canal est disposé un système de lâcher des corps constitué de deux trappes coulissantes commandées de l'extérieur par une molette.

La cuve est remplie d'eau salée avec une concentration ajustée de façon à produire une gamme de nombres d'Archimède compris entre 40 et 120, comprenant le seuil d'apparition des trajectoires périodiques. Cela impose une très faible différence de densité entre le fluide et les corps solides, entre  $0,5 \times 10^{-2} \text{ g/cm}^3$  et  $1 \times 10^{-2} \text{ g/cm}^3$ . Aussi, pour avoir une densité de la solution proche de la densité des corps solides, aux 250 litres de volume d'eau nécessaires pour remplir la cuve, il a fallu ajouter environ 10 kg de sel.

### 2.1.3 Contrôle et précision des paramètres

Le contrôle des propriétés physiques est crucial pour assurer une bonne précision des résultats. Liées à la fois aux caractéristiques des corps solides et à celles du fluide, elles déterminent les

paramètres adimensionnels qui régissent le problème : rapport de forme  $\chi$ , nombre d'Archimède  $Ar$  et rapport des densités  $\rho_s/\rho_f$ .

### Caractéristiques des corps solides

Pour les cylindres aplatis, la méthode de fabrication garantit une grande précision sur la forme, les diamètres et hauteurs étant obtenus à  $\pm 0,01\text{ mm}$ . La fabrication des ellipsoïdes est beaucoup plus délicate, surtout pour les petits corps et ceux dont le rapport de forme est grand. Si les longueurs des demi-axes mesurées après usinage restent très précises (aussi  $\pm 0,01\text{ mm}$ ) et la symétrie axiale est excellente, on note une certaine asymétrie par rapport au plan équatorial et de légers méplats aux pôles. Les mesures du mouvement des corps présentées aux chapitres suivants conduiront cependant à conclure à l'influence négligeable de ces défauts de fabrication sur les résultats obtenus. Au final, pour les corps utilisés, l'erreur sur le rapport de forme du corps et son volume est inférieure à  $\pm 1\%$ .

Par ailleurs, la densité des corps a été mesurée par la méthode suivante. Les corps étaient plongés dans un récipient contenant initialement quatre litres d'eau pure. La densité du liquide était augmenté par incrément de  $2 \times 10^{-4}\text{ g/cm}^3$  en ajoutant du sel. À partir du moment où un corps commençait à flotter, c'est que la densité de la solution était devenue supérieure à la sienne. La précision résultante correspond à un incrément de densité, soit  $\pm 1 \times 10^{-4}\text{ g/cm}^3$ .

### Propriétés du fluide

Nous avons pris un grand soin à mesurer les propriétés du fluide dans la veine d'essai, en n'oubliant notamment pas de contrôler l'homogénéité de la solution.

Tous les deux jours, des échantillons de liquide ont été prélevés en haut et en bas de la cuve. Leur masse volumique a été mesurée au Centre National de Recherches Météorologiques (Météo-France et CNRS), avec une précision de  $\pm 10^{-5}\text{ g/cm}^3$  à l'aide d'un densimètre à résonance mécanique (Mettler Toledo/Kyoto Electronics Density/Specific Gravity Meter KEM DA-310M) mis à notre disposition par O. Eiff et S. Lassus-Pigat. Les écarts de densité entre le haut et le bas de la veine d'essai étaient toujours inférieurs à  $2 \times 10^{-4}\text{ g/cm}^3$ , du même ordre que la précision sur la densité des corps, nous conduisant à conclure à l'absence de stratification de densité significative dans la cuve.

Les propriétés physiques du liquide, la viscosité en particulier, dépendent de la température. C'est pourquoi les expériences ont été réalisées en salle climatisée. Nous avons pu établir à l'aide de deux thermocouples placés en haut et en bas de la cuve que la température du liquide était toujours comprise entre  $20^\circ$  et  $22^\circ\text{C}$  avec un petit écart entre le haut, situé près de la surface libre, et le bas de la cuve d'environ  $0,5^\circ\text{C}$ .

La viscosité cinématique de la solution,  $\nu$ , était proche de  $1,030\text{ mm}^2/\text{s}$ . Elle a été déterminée à partir d'un tableau (Wolf *et al.*, 1981) donnant la viscosité de l'eau salée à  $20^\circ$  en fonction de la concentration. L'effet des faibles écarts de températures a été pris en compte en utilisant la relation liant la viscosité à la température pour l'eau pure. Notons que les écarts maximaux de températures entre le haut et le bas de la cuve conduisaient à un écart de viscosité cinématique de  $0,02\text{ mm}^2/\text{s}$ . Pour chaque série d'essais, la valeur de la viscosité était donc connue avec une précision de  $\pm 1\%$ .

Au final, le nombre d'Archimède, compris entre 30 et 120, est connu avec une précision de  $\pm 5\%$  et dans tous les cas le rapport des masses volumiques est proche de l'unité :  $\rho_s/\rho_f = 1 \pm 1\%$ .

## 2.2 Trajectographie tridimensionnelle

Dans cette section, nous présentons les techniques de mesure et de traitement d'image permettant d'obtenir les lois horaires de la position et de l'orientation des corps lors de leur ascension dans la veine d'essai.

### 2.2.1 Acquisition et traitement d'image

Nous filmons le mouvement d'un corps en ascension dans le liquide en déplaçant manuellement le chariot portant les caméras et les éclairages. Les images des corps sont acquises à une fréquence de 10 Hz, ce qui garantit au moins 25 points de mesure par période d'oscillation. La figure 2.5 présente un exemple d'image prise par les caméras.

Les deux caméras ont été positionnées sur le chariot de façon à être précisément horizontales et perpendiculaires entre elles. Elles produisent des images avec une résolution de  $756 \times 566$  pixels<sup>2</sup>, ce qui correspond à des champs de  $11,4 \times 8,5$  cm<sup>2</sup> dans le plan focal. Cette taille de champs des caméras résulte d'un compromis permettant d'avoir à la fois une bonne résolution spatiale (1 pixel  $\sim 0,15$  mm) et de conserver dans le champ de mesure les corps ayant des fluctuations latérales importantes. Le temps d'intégration des caméras, adapté à des vitesses moyennes inférieures à 5 cm/s, a été fixé à 20 ms.

Le traitement d'image a pour objectif la détermination, dans les deux plans verticaux filmés par les caméras, des coordonnées du centre de gravité du corps,  $(y, x_1)$  et  $(z, x_2)$ , et des angles d'inclinaison de son axe de révolution,  $\theta_y$  et  $\theta_z$ . A partir d'une image comme celle de la figure 2.5, il faut pour cela d'abord déterminer le contour du corps. Cela a été fait en utilisant le logiciel

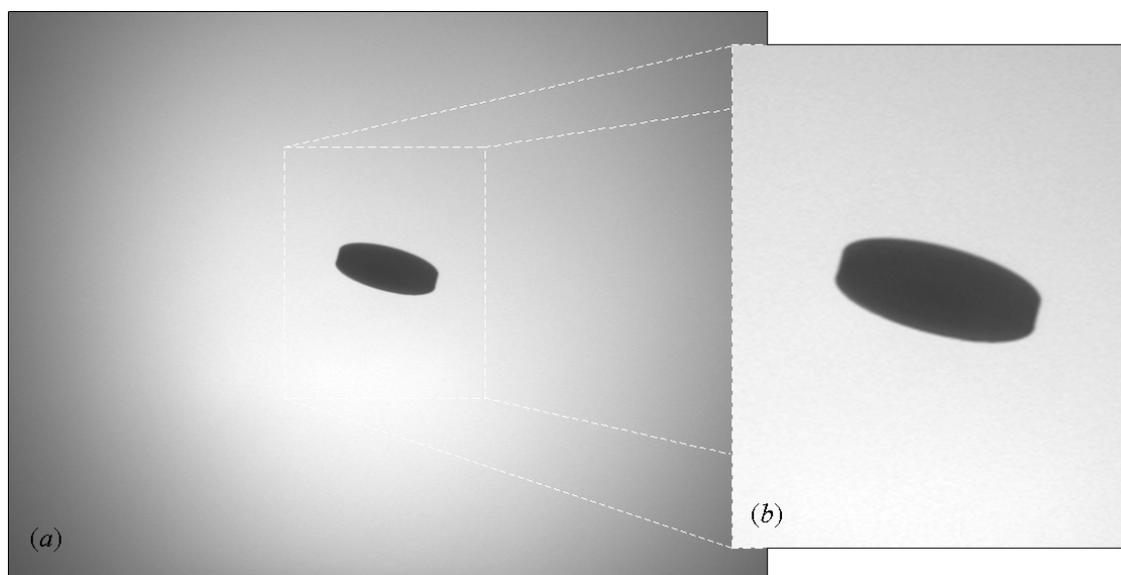


FIG. 2.5 – Exemple d'image acquise par les caméras : (a) vue d'ensemble ; (b) gros plan du corps ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07$  mm,  $u_m = 16,4$  mm/s).

OPTIMAS. Dans un premier temps, on soustrait aux images brutes (figure 2.6 *a*) une image de fond prise en l'absence de corps ; on obtient la figure 2.6 *b*. Après une étape de seuillage des niveaux de gris, les images sont binarisées (figure 2.6 *c*). Il est alors aisé d'obtenir le contour de l'ombre du corps (figure 2.6 *d*), que nous avons choisi de définir par les coordonnées de 600 points.

Les coordonnées des contours ont donc été obtenues pour chaque instant à partir des images prises par les deux caméras, elles sont alors exprimées en pixels. Pour traduire le résultat en unité de longueur physique, il fallait prendre en compte le grandissement du système optique, qui n'était pas tout à fait constant, mais dépendait pour chaque caméra de la distance du corps au plan focal : un corps plus éloigné apparaissant plus petit, un corps plus proche apparaissant plus grand. Dans le repère dont l'origine correspond aux centres des images, les lois de l'optique géométrique donnent les relations linéaires suivantes :

$$\begin{aligned} - \text{ caméra 1 : } & \frac{y(\text{mm})}{y(\text{pixels})} = \alpha_z z(\text{mm}) + \beta_y \quad , \quad \frac{x_1(\text{mm})}{x_1(\text{pixels})} = \alpha_z z(\text{mm}) + \beta_y, \\ - \text{ caméra 2 : } & \frac{z(\text{mm})}{z(\text{pixels})} = \alpha_y y(\text{mm}) + \beta_z \quad , \quad \frac{x_2(\text{mm})}{x_2(\text{pixels})} = \alpha_y y(\text{mm}) + \beta_z. \end{aligned}$$

Les paramètres  $\beta_i$  représentent les grandissements en mm/pixels dans les plans focaux des caméras, les paramètres  $\alpha_i$  caractérisent la variation linéaire de grandissement avec la distance au plan focal. Les caméras étant identiques et équipées des mêmes objectifs (24 mm), il a été possible de les positionner de façon à ce que  $\alpha_y = \alpha_z$  et  $\beta_y = \beta_z$ . Ces paramètres ont été mesurés lors de procédures d'étalonnage consistant à filmer une mire dans la veine d'essai :

$$\alpha_y = \alpha_z = 2,47 \times 10^4 \text{ pixels}^{-1} \quad \text{et} \quad \beta_y = \beta_z = 0,15 \text{ mm/pixel}.$$

La procédure d'étalonnage a été répétée régulièrement au cours des essais de manière à vérifier que les réglages des caméras n'avaient pas évolués. Par ailleurs, on remarque que ces relations de grandissement couplent les mesures des deux caméras. Par exemple, la coordonnée horizontale  $y$  en millimètres d'un point donnée par la caméra 1 dépend de la coordonnée horizontale  $z$  de ce même point donnée par la caméra 2 et vice-versa. C'est pourquoi le calcul des coordonnées des points du contour en millimètres a dû recourir à un algorithme itératif, dont la convergence

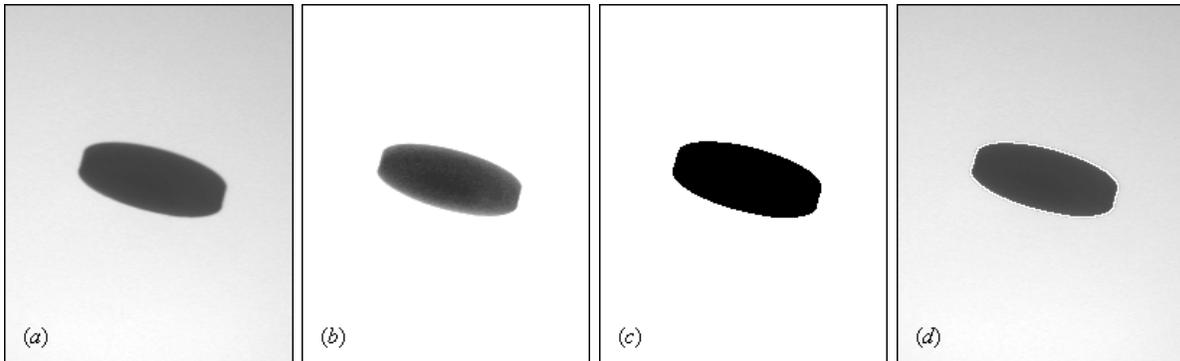


FIG. 2.6 – Étapes du traitement d'image pour l'obtention du contour du corps : (a) Image brute ; (b) Après soustraction de l'image de fond ; (c) Image binarisée après seuillage des niveaux de gris ; (d) Contour obtenu tracé en blanc sur l'image brute ( $\chi = 7$ ,  $d = 15,07$  mm).

s'est avérée assez rapide. En fin de compte, les contours ont été obtenus avec une précision  $\pm 1 \text{ pixel} = 0,15 \text{ mm}$ .

À chaque instant correspond une paire de contours. Pour chaque paire, nous avons déterminé les positions horizontales,  $y$  et  $z$ , du centre de gravité du corps, en calculant les coordonnées du barycentre des points de chaque contour. Les coordonnées verticales,  $x_1$  et  $x_2$ , dans le repère lié aux caméras sont obtenues de façon similaire. Nous avons vérifié qu'elles ne diffèrent pas entre elles plus que de l'erreur de mesure. L'orientation de l'axe de révolution est obtenue à partir de la détermination des valeurs et vecteurs propres de la matrice d'inertie des points du contour. L'axe de révolution du corps est parallèle au vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre. On obtient ainsi, pour chaque instant, les angles d'inclinaison par rapport à la verticale,  $\theta_y$  et  $\theta_z$ , des projections de l'axe de symétrie du corps. La figure 2.7 montre un exemple des évolutions temporelles des coordonnées horizontales du centre de gravité ainsi que des angles d'inclinaison du corps. On observe que ces angles oscillent autour de zéro, leur fréquence d'oscillation étant identique à celle de la position du centre. Notons que notre méthode ne permet pas de détecter une éventuelle rotation du corps autour de son axe de révolution. Aucune rotation de ce type n'est cependant visible sur les films.

Du fait du grand nombre de points impliqués dans leur détermination, la précision sur les coordonnées du centre et sur les angles définissant l'orientation est meilleure que celle sur la mesure des coordonnées de chaque point du contour :  $\pm 0,5 \text{ pixel} = 0,08 \text{ mm}$  pour  $y$ ,  $z$ ,  $z_1$  et  $z_2$ ,  $\pm 0,75^\circ$  pour  $\theta_y$  et  $\theta_z$ .

L'acquisition et le traitement numérique des images a donc permis la détermination à chaque instant des coordonnées horizontales absolues et de l'orientation de l'axe du corps. En ce qui concerne la composante verticale, elle n'a été obtenue pour l'instant que dans le repère relatif qui se déplace avec les caméras.

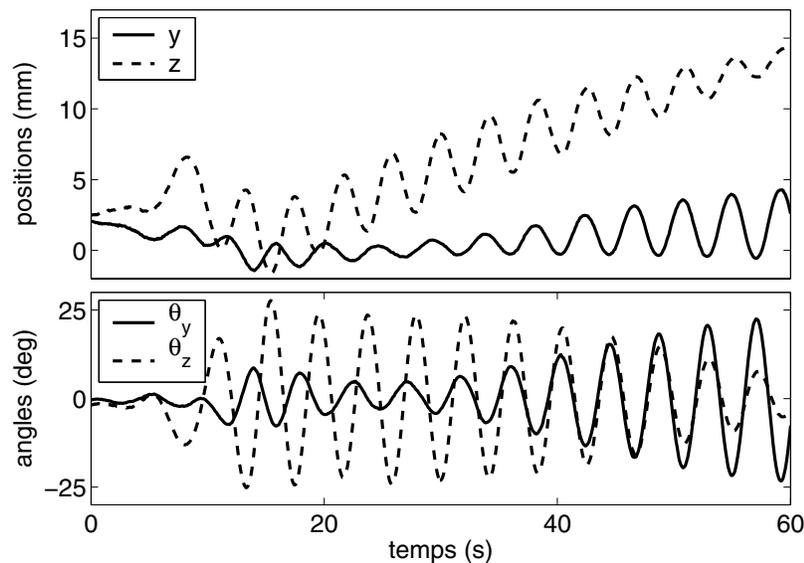


FIG. 2.7 – Évolutions temporelles des coordonnées horizontales du centre de gravité et des angles d'inclinaison du corps avec la verticale obtenues par traitement d'images ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07 \text{ mm}$ ,  $u_m = 16,4 \text{ mm/s}$ ).

### 2.2.2 Détermination de la position verticale absolue

La coordonnée verticale du corps dans le repère fixe du laboratoire est donnée à chaque instant par la somme de la coordonnée verticale dans le repère mobile des caméras avec la coordonnée verticale,  $z_{\text{chariot}}$ , du chariot portant les caméras :

$$x_{\text{corps fixe}} = x_{\text{corps caméras}} + x_{\text{chariot}}$$

où  $x_{\text{chariot}}$  est donnée par la règle magnétique. La figure 2.8a montre un exemple d'évolution de  $x_{\text{chariot}}$  lorsque celui-ci est déplacé de manière à garder l'évolution d'un corps mobile dans le champ des caméras. La figure 2.8b montre l'évolution correspondante de la vitesse du chariot ainsi que les vitesses du corps dans les repères fixes et mobiles. On voit que la vitesse du chariot subit de violents soubresauts, qui sont dus au déplacement manuel du chariot par l'opérateur. En conséquence, la vitesse du corps dans le repère des caméras présente des irrégularités de même nature. En revanche, la vitesse du corps dans le repère absolu, obtenue comme la somme des deux autres, est beaucoup plus lisse. Après la phase d'accélération transitoire, la vitesse absolue du corps apparaît être la somme d'une composante moyenne et d'oscillations régulières d'amplitude, faible mais bien mesurable, à fréquence double de celle des oscillations horizontales. La précision de la règle magnétique étant de  $\pm 5 \mu\text{m}$ , la précision finale sur la mesure de la côte absolue  $z$  du corps reste de  $\pm 0,08 \text{ mm}$ .

Les lois horaires ainsi déterminées, les trajectoires tridimensionnelles peuvent être facilement reconstituées comme dans la figure 2.9. On dispose de plus de l'orientation spatiale du corps tout au long de son ascension.

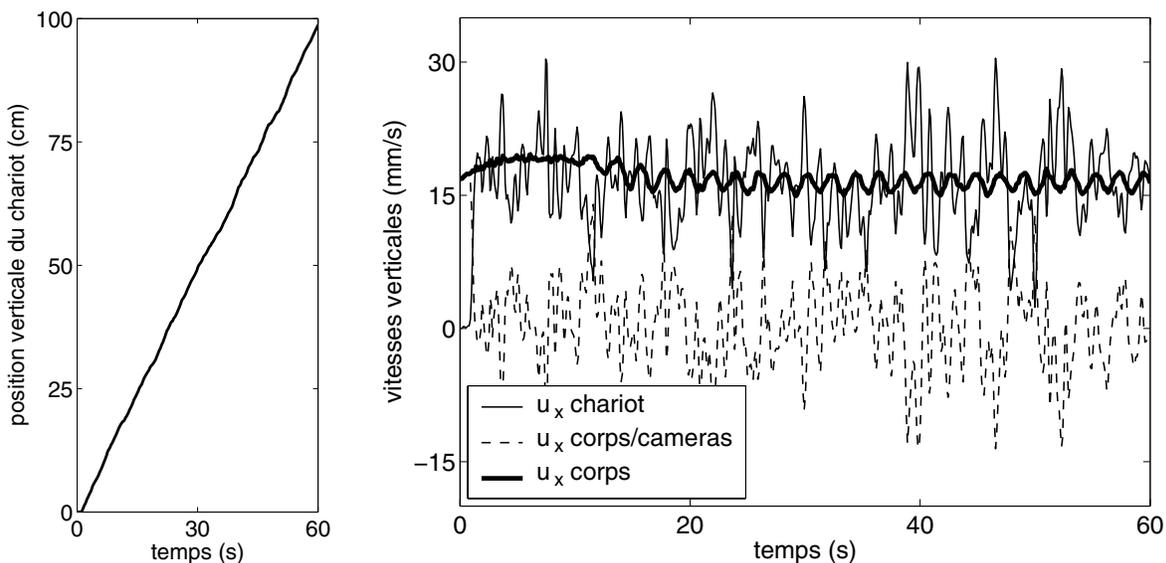


FIG. 2.8 – (a) Position verticale du chariot portant les cameras obtenue avec la règle magnétique ; (b) Obtention de la vitesse verticale du corps dans le repère du laboratoire ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07 \text{ mm}$ ,  $u_m = 16,4 \text{ mm/s}$ ).

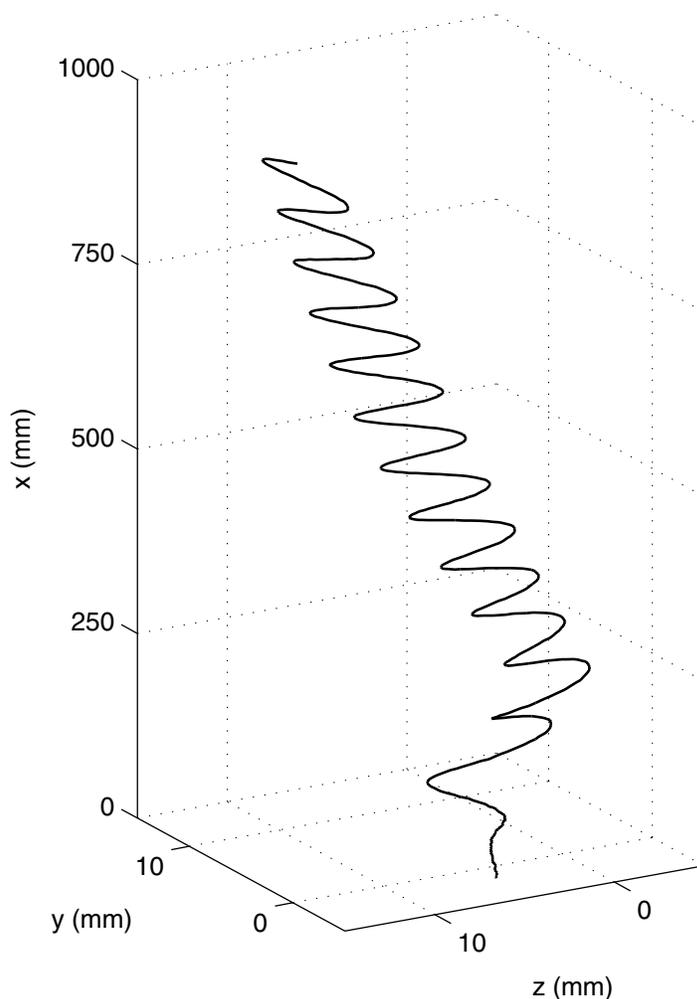


FIG. 2.9 – Trajectoire tridimensionnelle d'ascension du centre de gravité d'un corps ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07$  mm,  $u_m = 16,4$  mm/s).

### 2.3 Visualisation du sillage à l'aide d'un colorant

La visualisation des sillages qui se développent derrière les corps en ascension dans la veine d'essai a été réalisée grâce à un colorant initialement déposé à la surface du corps. Le colorant utilisé est le permanganate de potassium, qui en se dissolvant dans l'eau la teinte d'une couleur mauve. Avec cette méthode, le flux de masse de colorant relargué dans l'eau ne peut pas être maintenu constant ; il diminue au contraire tout au long de l'ascension du corps.

Nous avons utilisé les mêmes caméras, éclairages et système d'acquisition pour réaliser le suivi des corps colorés que pour la trajectographie. Cette méthode nous a permis de mettre en évidence des structures tourbillonnaires présentes dans le sillage pour les différents types de trajectoires observées. La figure 2.10 montre un exemple de séquence permettant de voir l'évolution dans le temps du sillage avec notamment le détachement tourbillonnaire synchronisé avec les oscillations du corps.

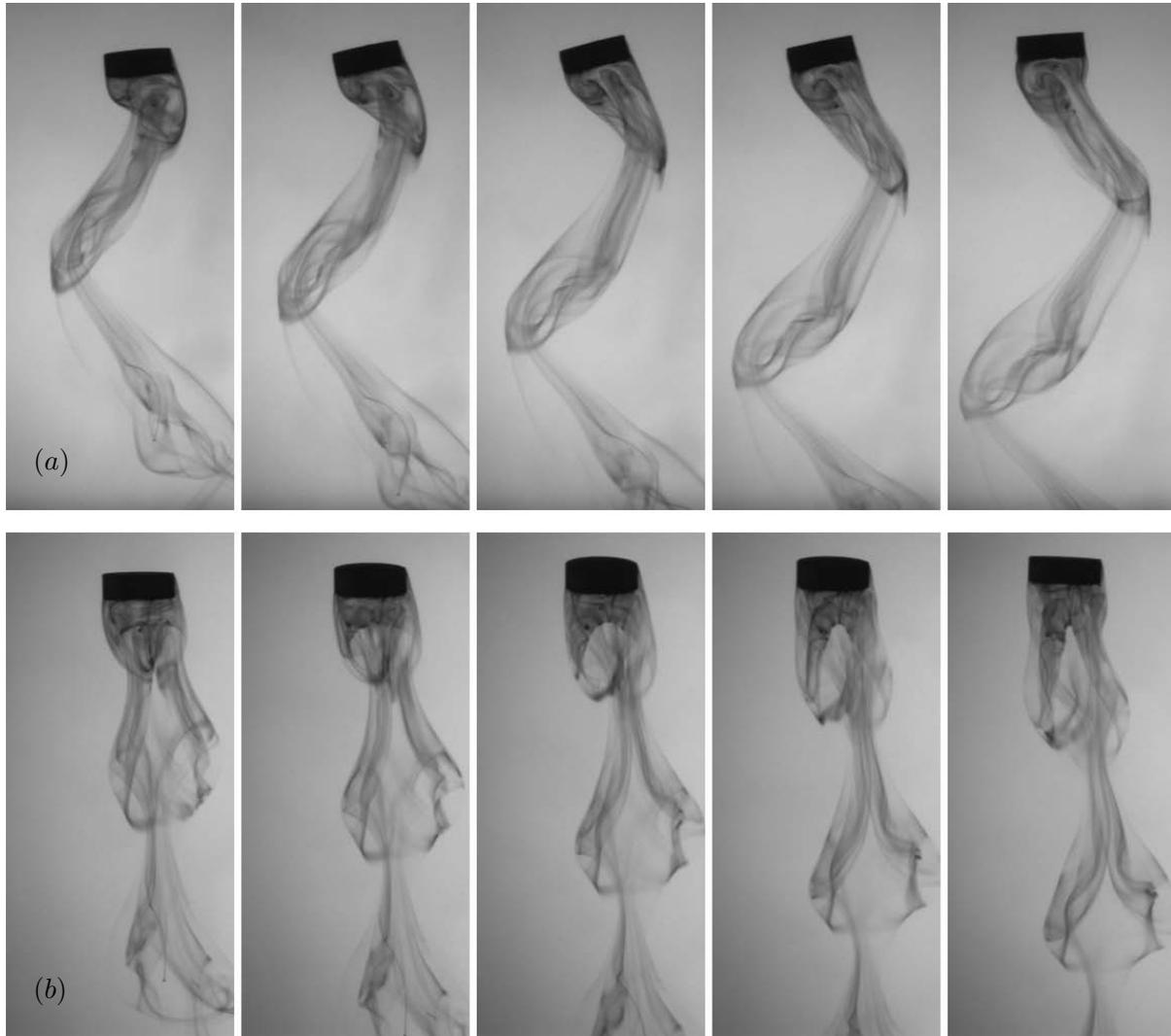


FIG. 2.10 – Suivi d'un corps couvert de colorant permettant de visualiser l'évolution temporelle du sillage, notamment le détachement tourbillonnaire bien synchronisé avec les oscillations du corps : (a) caméra 1 ; (b) caméra 2.  $\chi = 3$ ,  $Re \simeq 250$ ,  $d = 10,43$  mm,  $u_m = 25,5$  mm/s,  $\Delta t = 0,30$  s entre chaque doublet d'images.

Nous ne présenterons pas de mesures simultanées du mouvement instantané du corps. En effet, la présence du colorant complique sensiblement la détection du contour du corps lors du traitement d'image. De plus, elle change aussi la densité du corps, ce qui conduit à une incertitude non quantifiable sur le nombre d'Archimède. En revanche, nous avons mesuré la vitesse moyenne de montée de façon à déterminer le nombre de Reynolds.

## 2.4 Mesures de la vitesse du liquide à l'aide de la PIV

En parallèle aux expériences qualitatives de visualisation du sillage des corps, des mesures de la vitesse dans le liquide autour du corps mobile ont été réalisées. Nous avons utilisé la vélocimétrie laser par image de particules (PIV *Particle Image Velocimetry*) qui permet d'obtenir le champ de vitesse instantané dans le plan de la nappe laser.

### 2.4.1 Eclairage, ensemencement et prise d'images

La technique utilisée est une méthode classique de vélocimétrie par image de particules (voir Raffel *et al.* (1998) pour plus de détails). Le principe de la méthode consiste à disperser dans le liquide de très petites particules qui constituent de bons traceurs du mouvement du fluide. La mesure du mouvement des particules devient ainsi une mesure locale de la vitesse du fluide. L'acquisition consiste à prendre des doublets d'images. La vitesse est alors obtenue en mesurant le déplacement moyen, entre deux images d'un doublet, du motif formé par les particules contenues dans la maille de calcul. L'intervalle de temps entre deux images du doublet (inter-tir) doit être adapté en fonction de l'ordre de grandeur des vitesses attendues et de la taille des mailles. Aux instants de prise d'image, l'éclairage des particules requiert une quantité importante d'énergie. Pour cela, on utilise une source laser dont le faisceau traverse une lentille cylindrique pour produire une mince nappe de lumière perpendiculaire à la caméra d'acquisition. Il est difficile de réaliser des mesures PIV près d'un corps solide car la lumière réfléchiée à sa surface est de plus forte intensité que celle diffusée par les traceurs, ce qui diminue donc considérablement le contraste. L'utilisation de particules fluorescentes, combinée à l'emploi d'un filtre optique, aurait été la solution la plus efficace à ce problème. Mais les particules fluorescentes étant très chères, il eût été très onéreux d'ensemencer les 250 litres de notre cuve. Nous avons néanmoins trouvé des particules fortement réfléchissantes (Orgasol, 2001 EXD NAT 1, Elf Atochem) de taille moyenne de  $60\mu\text{m}$ , qui ont fait des traceurs convenables. De plus, leur densité est très proche de celle de notre solution d'eau salée, ce qui limite la sédimentation des particules au cours des expériences. La source lumineuse est un laser Yag à double cavité  $2 \times 30\text{ mJ}$  qui produit dans la fenêtre de mesure une nappe laser d'environ  $1\text{ mm}$  d'épaisseur. L'inter-tir a été fixé à 10 ou 20 ms selon la vitesse moyenne de déplacement des corps. L'acquisition des doublets d'images a été réalisée à une fréquence de 4 Hz par une caméra SensiCam ayant une résolution de  $1280 \times 1024\text{ pixels}^2$ . Un exemple d'image en niveaux de gris acquise par la caméra est présentée sur la figure 2.11. La tâche de lumière la plus large correspond au bord droit du corps qui intercepte la nappe de lumière venant de la gauche. On remarque aussi la zone sombre correspondant à l'ombre portée du corps dans laquelle aucune mesure n'est possible. On observe également une légère atténuation de l'intensité de la nappe laser de la gauche vers la droite de l'image.

### 2.4.2 Traitement d'image et obtention des champs de vitesse

À partir de la séquence de doublets d'images acquise par la caméra, il est possible d'obtenir une séquence de champs de vitesse du liquide. Il faut noter que ces champs de vitesse sont mesurés dans le plan vertical défini par la nappe laser et que la composante perpendiculaire à ce plan n'est pas mesurée. Pour que la mesure soit pertinente, il convient donc, dans notre cas, que le plan de mesure coupe la particule suivant son diamètre. Cela n'est pas facile à obtenir

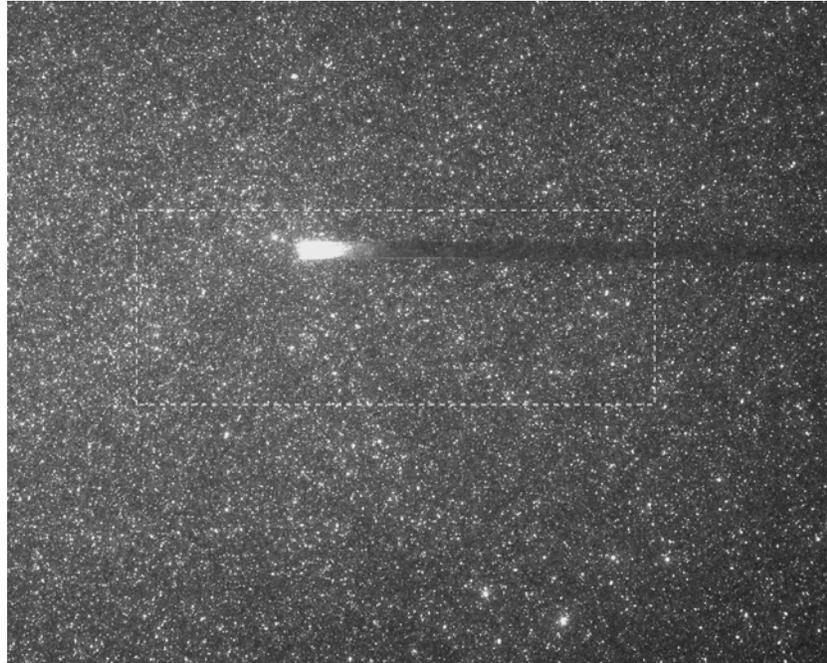


FIG. 2.11 – Exemple d'image en niveaux de gris acquise par la caméra : le bord gauche du corps et les particules sont éclairées par la nappe laser provenant de la gauche ( $\chi = 10$ ,  $Re = 100$ ,  $d = 11,93$  mm,  $u_m = 8,3$  mm/s).

car nous avons placé le plan de mesure, qui ici est fixe, loin du bas de la veine d'essai afin d'éviter le régime transitoire initial des corps. Or, de faibles dérives horizontales se produisent durant la phase transitoire et il suffit de quelques millimètres pour rater la nappe qui ne fait qu'un millimètre d'épaisseur. De plus, même si, comme nous le verrons plus tard, la plupart des trajectoires des corps s'inscrivent dans un plan, la sélection de ce plan, qui se fait durant le transitoire, échappe à notre maîtrise. Obtenir que ce plan coïncide avec celui de la nappe était une difficulté supplémentaire. Nous avons donc effectué un très grand nombre d'essais pour pouvoir obtenir quelques mesures intéressantes.

Les champs de vitesse ont été obtenus en utilisant le logiciel PIVIS (Cid & Gardelle, 2005) développé à l'IMFT par E. Cid du SIG *Signaux et Images*. Ce logiciel calcule la corrélation entre deux images d'un doublet pour déterminer le déplacement le plus probable au sein de chaque maille en faisant appel à un algorithme de calcul itératif avec déformation de maille (Cid & Gardelle, 2005 et les références incluses). Nous avons choisi de découper nos images de  $1280 \times 1024$  pixels<sup>2</sup> en  $80 \times 64$  mailles de calcul de  $32 \times 32$  pixels<sup>2</sup> avec un taux de recouvrement de 1/2.

La figure 2.12 montre un détail de l'image de la figure 2.11, ainsi que les vecteurs déplacements obtenus avec le logiciel PIVIS. Les vecteurs vitesse sont obtenus à partir des vecteurs déplacement et du temps d'inter-tir entre les deux images. Le logiciel PIVIS fournit aussi les coefficients RSB (Rapport Signal sur Bruit) permettant de juger de la pertinence du calcul pour chaque maille. Des erreurs sont introduites par la présence du corps, soit parce qu'il y a un manque local de

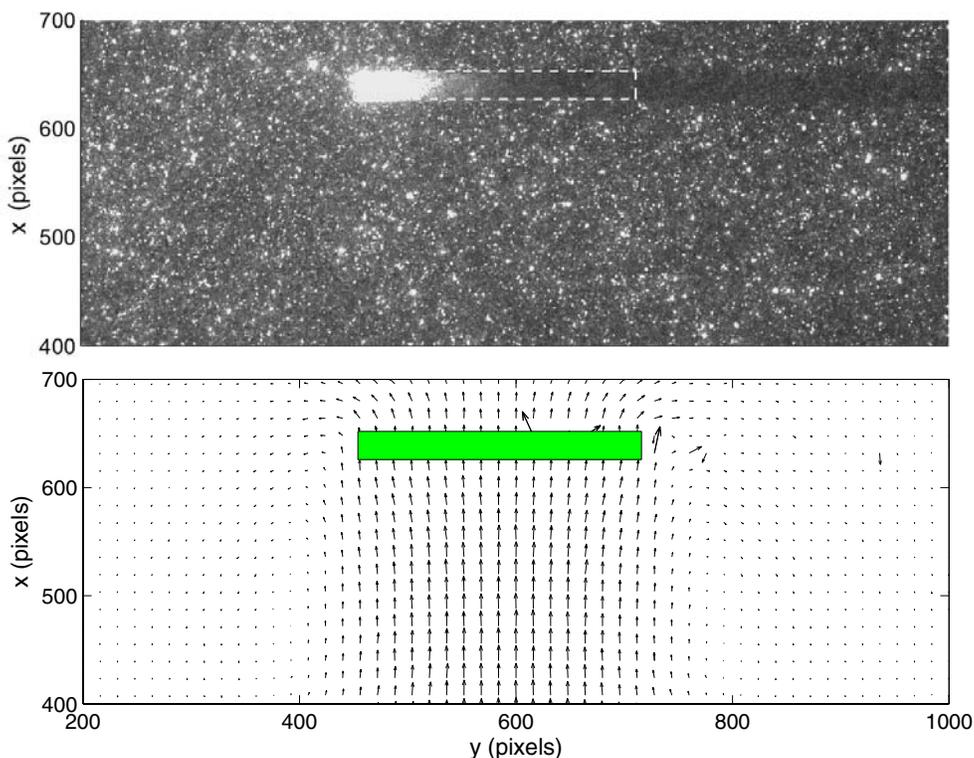


FIG. 2.12 – Gros plan sur une section comprenant le corps et les vecteurs déplacements calculés avec le logiciel PIVIS ( $\chi = 10$ ,  $Re = 100$ ,  $d = 11,93$  mm,  $u_m = 8,3$  mm/s).

particules éclairées (par exemple au niveau de la zone d'ombre créée par le corps), soit parce que la présence du corps perturbe le calcul dans les mailles adjacentes.

Au final, nous disposons donc pour chaque essai d'une séquence de champs de vitesse mesurée durant le passage du corps (entre 3 et 6 secondes) dans une fenêtre de 60 mm par 48 mm avec une résolution spatiale de 0,05 mm et temporelle de 0,25 s. Par ailleurs, chaque expérience est caractérisée par la mesure de la vitesse moyenne de montée du corps de façon à en déduire le nombre de Reynolds correspondant.

## 2.5 Conclusion

Ce travail consiste donc en une investigation expérimentale du comportement de cylindres aplatis (ou d'ellipsoïdes) de masse volumique proche de celle du liquide ( $\rho_s/\rho_f \approx 1$ ) et de rapport de forme variés ( $1,5 \leq \chi \leq 20$ ) pour une gamme de nombres d'Archimède modérés ( $20 \leq Ar \leq 120$ ). La technique de mesure du mouvement tridimensionnel instantané des corps développée ici constitue l'instrument d'investigation principal de ce travail. Elle permet de décrire en détail la cinématique de corps en ascension sous l'effet de la gravité. Elle assure une grande précision que ce soit dans la détermination des nombres adimensionnels qui régissent le problème que dans la mesure des déplacements et des rotations du corps. Ses résultats permettront d'estimer les efforts hydrodynamiques exercés par le liquide sur le corps. Elle ne fournit cependant aucune information directe sur les mouvements dans le fluide. C'est pourquoi nous avons aussi mis au

point deux méthodes complémentaires de visualisation du sillage et de mesure de la vitesse du liquide dans le voisinage du corps. Tous les moyens n'ont pas été mis pour exploiter ces méthodes au maximum de leurs possibilités. L'objectif était avant tout d'avoir accès à quelques informations sur l'écoulement autour du corps, et en particulier de déterminer la structure générale du sillage pour les différents types de mouvements observés. La technique de visualisation par colorant ne procure qu'une information qualitative mais est très souple d'emploi et peut être utilisée pour tous les types de trajectoires. La PIV permet de mesurer des champs de vitesse mais la nécessité que la trajectoire du corps passe dans la nappe en a limité ici l'emploi aux cas de corps en ascension rectiligne et à quelques cas de mouvements oscillatoires.



## Chapitre 3

# Sillages de corps fixes et de corps mobiles

Ce chapitre est consacré à la présentation et à la discussion des mesures du sillage des corps mobiles obtenues par visualisation et vélocimétrie. Il est cependant utile de commencer par rappeler que l'écoulement autour d'un corps fixe est un problème classique qui a fait et fait toujours l'objet d'une littérature abondante. Il constitue de plus une situation de référence privilégiée pour l'analyse des résultats obtenus avec des corps mobiles. Tant que le corps mobile se déplace à vitesse constante, une simple transformation galiléenne permet de passer du corps fixe au corps mobile. Dès que le corps commence à avoir un mouvement instationnaire, les solutions des deux problèmes deviennent différentes, mais il reste intéressant de comparer leurs caractéristiques : sillage, fréquence d'oscillation, efforts hydrodynamiques exercés sur le corps... D'autre part, comparer les seuils des bifurcations est un moyen de cerner le rôle spécifique des degrés de liberté en translation et en rotation du corps qui s'ajoutent aux degrés de liberté du fluide dans le cas des corps mobiles. Comme notre résumé de la bibliographie du chapitre 1 l'a montré, il n'existe pas de description détaillée des caractéristiques de l'écoulement autour de cylindres aplatis de rapports de forme variés. Pour combler cette lacune, nous avons donc effectué une série de simulations numériques tridimensionnelles directes dont les détails techniques sont présentés au paragraphe 3.1. Le § 3.2 s'intéressera aux sillages des corps en mouvement d'ascension rectiligne à vitesse constante. La comparaison avec les simulations numériques sera utilisée comme moyen de validation croisée des calculs autour de corps fixes et des deux techniques expérimentales autour des corps mobiles. L'effet du rapport de forme sur les caractéristiques du sillage y sera aussi abordé. Le § 3.3 extraira des simulations numériques les principales caractéristiques des sillages des cylindres aplatis fixes en fonction du rapport de forme et du nombre de Reynolds. Le § 3.4 présentera les résultats expérimentaux obtenus dans le régime oscillatoire et les discutera par comparaison à la situation de référence du corps fixe. Enfin, nous conclurons au paragraphe § 3.5 par une synthèse des principales idées.

### 3.1 Simulations numériques de l'écoulement autour de corps fixes

Les simulations numériques tridimensionnelles de l'écoulement autour de cylindres aplatis fixes ont été réalisées en utilisant le code JADIM développé dans le groupe Interface de l'IMFT. JADIM est un code de calcul numérique qui résout les équations de Navier-Stokes incompressibles

et instationnaires. Il utilise la méthode des volumes finis sur un maillage structuré, sa précision est d'ordre 2 en temps et en espace. La préparation des simulations, comprenant l'élaboration des maillages pour les différents rapports de forme ( $\chi = 2, 3, 4, 6$  et  $10$ ) et les tests de précision, a été effectuée par David Fabre. Dans tous les cas, le domaine de calcul s'étend sur 55 diamètres dans la direction axiale  $x$  et sur 32 diamètres dans les directions radiales  $y$  et  $z$ . Les maillages tridimensionnels sont obtenus par rotation d'un maillage plan autour de l'axe de révolution du corps. Il comprend 100 mailles dans la direction axiale, 66 dans la direction radiale et 32 dans la direction azimutale. Les mailles de calcul ne sont pas régulières mais ont au contraire été raffinées dans le voisinage du corps (figure 3.1). Ce raffinement permet de bien rendre compte de la couche

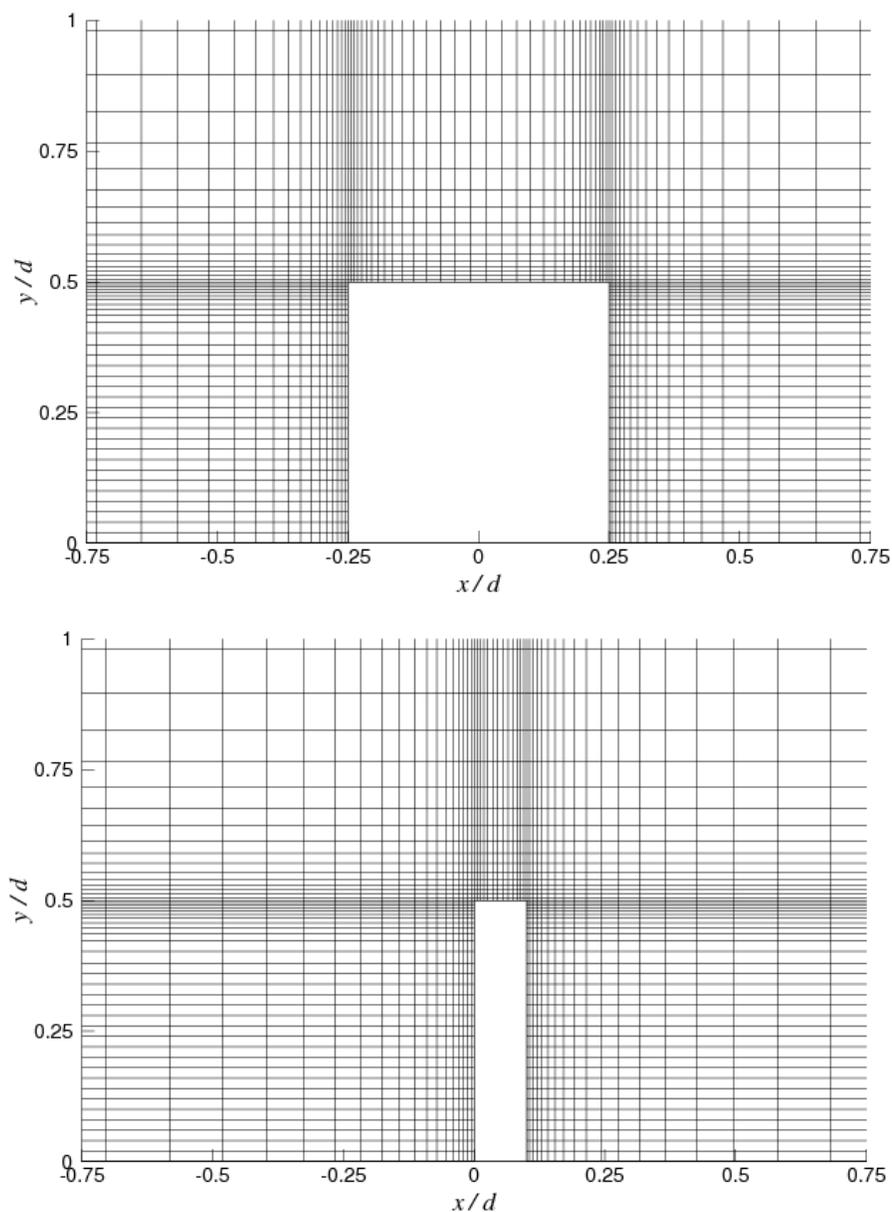


FIG. 3.1 – Détail du maillage près du corps (demi-diamètre), pour  $\chi = 2$  et  $10$ .

limite, la première maille près du corps mesurant  $0,005d$ .

Notre travail a consisté à effectuer les simulations numériques avec ces différents maillages pour plusieurs nombres de Reynolds et à en exploiter les résultats. Les simulations numériques sont initialisées dans tout le domaine avec un champ de vitesse uniforme correspondant à la vitesse loin du corps. Pour la recherche des transitions (§3.3.1) comme pour l'étude des états saturés (§3.3.2), une petite perturbation prenant la forme d'une force volumique sinusoïdale d'amplitude inférieure à 1% du coefficient de traînée final a été appliquée dans la direction  $y$ , en un point du sillage, pendant un millier d'itérations après la phase transitoire initiale. Ceci impose donc que le plan de symétrie sera  $xOy$  dans tous les cas.

## 3.2 Sillages de corps en ascension rectiligne

Pour la sphère comme pour le disque mince, le sillage derrière un corps fixe est stationnaire pour un nombre de Reynolds égal à 100. Les simulations numériques confirment que cela est aussi vrai pour des cylindres aplatis de rapport de forme compris entre 2 et 10. Enfin, les expériences montrent qu'à  $Re = 100$  tous les corps mobiles considérés ( $\rho_s/\rho_f \approx 1$ ) ont un mouvement d'ascension rectiligne à vitesse constante,  $u_m$ , et que leur sillage est stationnaire et axisymétrique. Nous avons donc décidé de comparer les sillages mesurés et calculés à  $Re = 100$ .

La figure 3.2 présente, dans le repère lié au corps, les résultats obtenus avec un corps de rapport de forme  $\chi = 10$ . La sous-figure 3.2a juxtapose la mesure PIV (à gauche) à la simulation numérique (à droite) en représentant les lignes de courant et les isovaleurs en échelle de couleur de la norme de la vitesse du liquide  $\mathbf{V}$  adimensionnée par  $u_m$ . Il est important de signaler que si les échelles de couleur utilisées pour la PIV et la simulation sont les mêmes, les lignes de courant, qui ont été sélectionnées en cliquant avec la souris, ne correspondent pas. La sous-figure 3.2b montre une photographie du sillage en présence du colorant. Ces résultats montrent un très bon accord entre expérience et simulation ; l'accélération du fluide près des bords du corps et l'extension de la zone de recirculation sont notamment très similaires.

La figure 3.3 montre les résultats obtenus pour un cylindre plus épais ( $\chi = 2$ ). On note que la résolution spatiale des expériences est un peu moins bonne. En effet, pour conserver le même nombre de Reynolds sans changer de fluide, il est nécessaire d'utiliser un corps de diamètre plus petit. Si on avait donc 80 pixels et 17 mailles de calcul PIV pour décrire le diamètre du corps à  $\chi = 10$ , on n'a plus ici que 45 pixels et 9 mailles sur un diamètre pour  $\chi = 2$ . Il en résulte que les lignes de courant PIV de la sous-figure 3.3a sont moins lisses et que les filets de colorant sur la sous-figure 3.3b sont moins visibles. Néanmoins, il reste possible de conclure que simulations et expériences sont en bon accord. Des comparaisons similaires ont été conduites pour  $\chi = 3$  et 6, elles confirment que la simulation numérique rend convenablement compte des expériences pour toute la gamme de rapports de forme considérée. Ceci a deux conséquences. La première est pratique, c'est la validation des mesures. La seconde est conceptuelle, c'est la vérification que dans ce régime, le sillage du corps mobile se déduit bien de celui du corps fixe par simple transformation galiléenne.

Nous souhaitons maintenant analyser le rôle du rapport de forme sur la structure du sillage. Pour cela, il nous faut trouver des paramètres caractéristiques de cette structure et mesurables aussi bien à partir des champs de vitesse calculés que de ceux obtenus par PIV. Blanco & Magnaudet (1995) ont montré que la vorticité maximale,  $\omega_{max}r_{eq}/V_\infty$ , présente au voisinage du

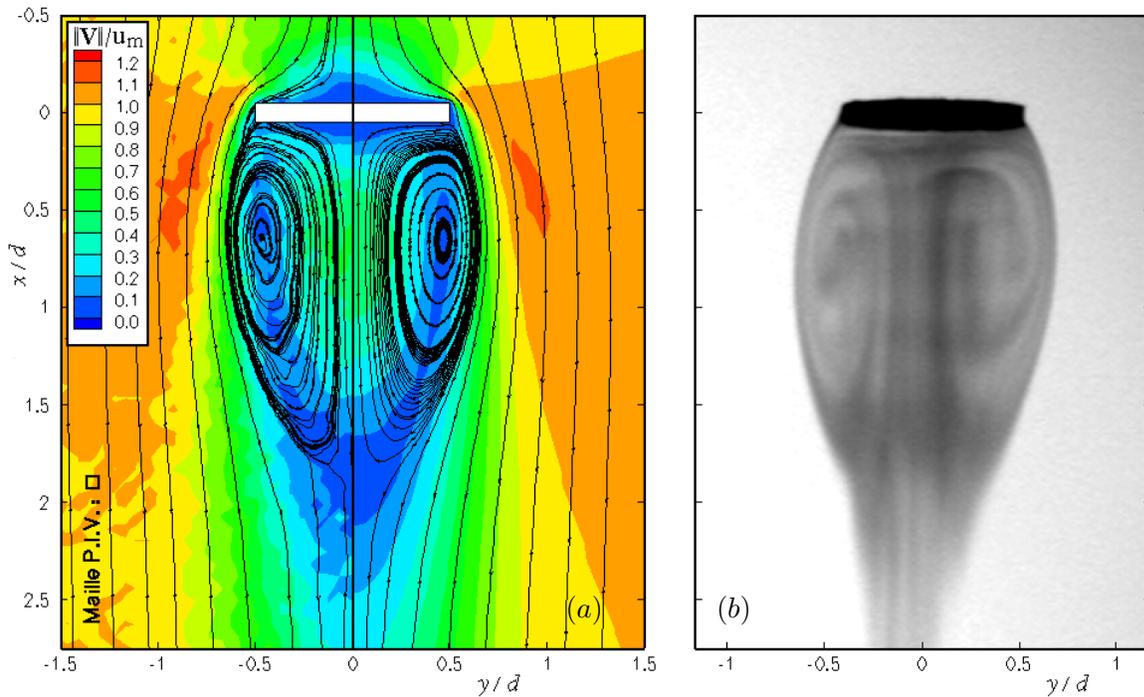


FIG. 3.2 – Sillage d'un corps de rapport de forme  $\chi = 10$  à  $Re = 100$  : (a) lignes de courant et norme de la vitesse obtenues par PIV pour le corps mobile (à gauche) et par simulation numérique pour le corps fixe (à droite) ; (b) Visualisation du sillage avec le colorant.

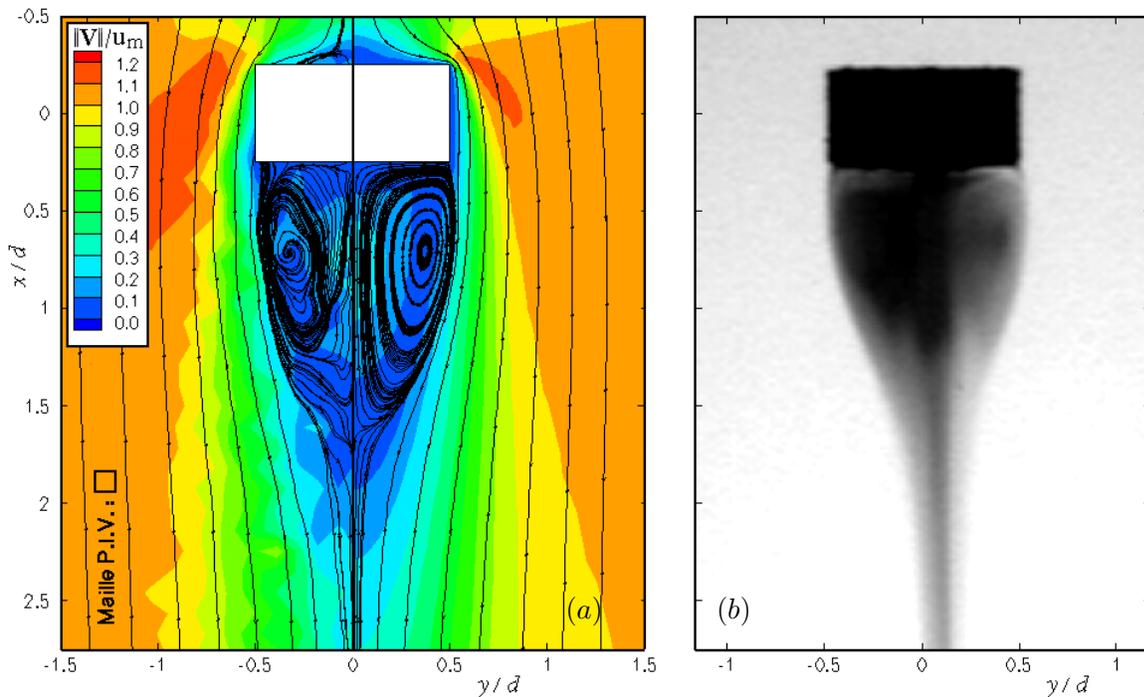


FIG. 3.3 – Sillage d'un corps de rapport de forme  $\chi = 2$  à  $Re = 100$  : (a) lignes de courant et norme de la vitesse obtenues par PIV pour le corps mobile (à gauche) et par simulation numérique pour le corps fixe (à droite) ; (b) Visualisation du sillage avec le colorant.

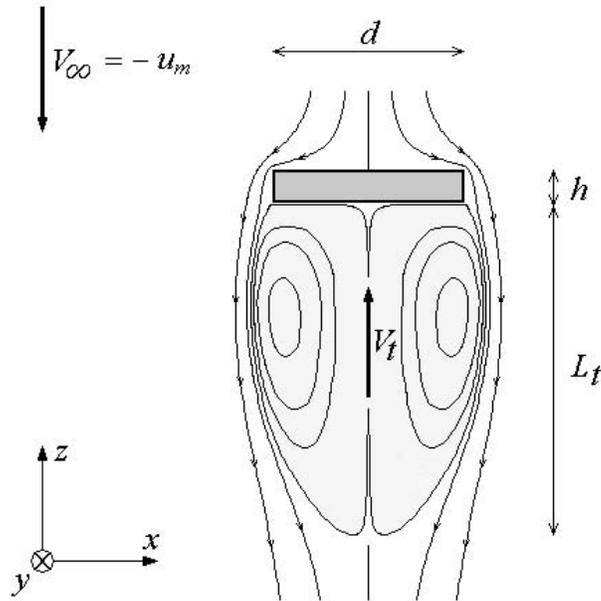


FIG. 3.4 – Schéma de la zone de recirculation derrière le corps et notations.

corps était un paramètre pertinent pour étudier le seuil de décollement du sillage derrière une bulle fixe. Plus tard, [Mougin \(2002\)](#) a montré qu'un même critère sur ce paramètre permettait de fixer le seuil de la bifurcation régulière dans le sillage d'une bulle comme d'une sphère solide fixe. Il paraissait donc *a priori* judicieux de déterminer cette vorticité maximale. Malheureusement, pour un cylindre, cette vorticité maximale est localisée au niveau de l'arête amont, endroit où la simulation numérique ne permet pas une détermination précise de cette grandeur. De plus, la dérivation du champ de vitesse PIV n'est pas non plus suffisamment précise pour obtenir une détermination correcte du rotationnel de la vitesse. Nous avons donc choisi d'introduire une échelle de longueur,  $L_t$ , et une échelle de vitesse,  $V_t$ , ne faisant intervenir ni de mesures trop près des arêtes ni de dérivation spatiale (figure 3.4). L' chelle  $L_t$  est la longueur de la zone de recirculation. L' chelle  $V_t$  est la vitesse maximale sur l'axe de symétrie dont [Ellingsen & Risso \(2001\)](#) avaient déjà montré qu'elle était un paramètre pertinent pour caractériser le sillage d rri re une bulle à l'interface plus ou moins immobilisée par contamination.

La figure 3.5 montre les évolutions de  $L_t$  et  $V_t$  en fonction du rapport de forme  $\chi$  pour  $Re = 100$ . Les symboles représentent les valeurs obtenues à partir de la PIV : pour chaque valeur de  $\chi$ , les résultats obtenus avec deux corps différents sont systématiquement présentés. Les traits continus correspondent aux simulations numériques. Les résultats expérimentaux sont encore une fois en bon accord avec les simulations, même si les valeurs expérimentales de  $L_t$  et de  $V_t$  sont légèrement sous-estimées du fait que la trajectoire n'est jamais rigoureusement au centre de la nappe laser (voir chapitre 2). Comme cela était déjà visible sur les figures 3.2 et 3.3, plus le corps est mince, plus le sillage est intense. Aussi, à nombre de Reynolds fixé,  $L_t$  et  $V_t$  sont des fonctions croissantes de  $\chi$  qui tendent asymptotiquement vers la limite correspondant au disque mince lorsque  $\chi$  tend vers l'infini.

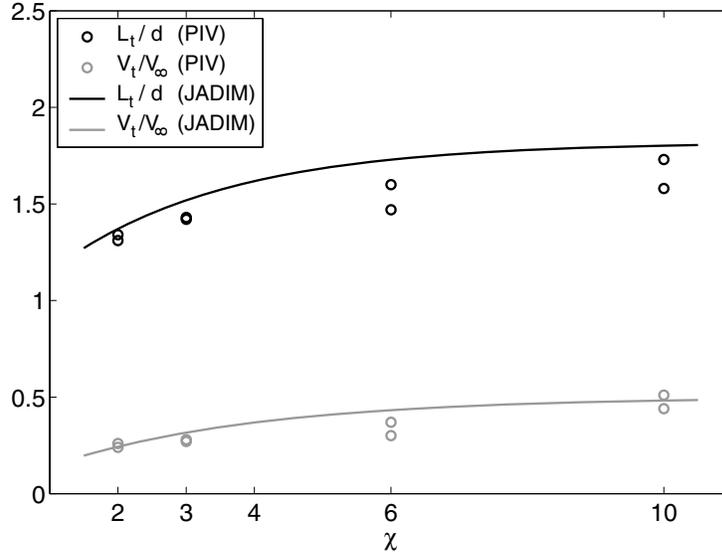


FIG. 3.5 – Échelles caractéristiques du sillage des corps : longueur  $L_t$  de la zone de recirculation et vitesse maximale  $V_t$  en fonction du rapport de forme pour  $Re = 100$ .

### 3.3 Sillage de corps fixes de rapports de forme variés

Nous présentons maintenant les résultats des simulations pour une gamme de nombres de Reynolds situés entre 100 et 250, comprenant les transitions dans le sillage des cylindres aplatis fixes.

#### 3.3.1 Seuils de bifurcation et critère de transition

Nous avons commencé par effectuer une série de simulations dans le but de déterminer les seuils,  $Re_{c1}$  et  $Re_{c2}$ , des deux transitions successives du sillage détaillées au chapitre 1, pour chacun des rapports de forme disponibles ( $\chi = 2, 4, 6$  et  $10$ ). Ces valeurs, qui ont été déterminées avec une précision de  $\pm 2,5\%$ , sont représentées par des symboles sur la figure 3.6.  $Re_{c1}$  et  $Re_{c2}$  sont toutes deux des fonctions décroissantes du rapport de forme qui restent comprises entre les valeurs obtenues par [Natarajan & Acrivos \(1993\)](#) pour la sphère et le disque mince. Ce comportement est cohérent avec le fait qu'à nombre de Reynolds fixé nous avons observé que le sillage était d'autant plus intense que le corps était mince. Sur la figure 3.6, les courbes en traits continus correspondent aux relations empiriques suivantes

$$Re_{c1} = 116,5 \left( 1 + \frac{1}{\chi} \right), \quad (3.1)$$

$$Re_{c2} = 125,6 \left( 1 + \frac{1}{\chi} \right), \quad (3.2)$$

où 116,5 et 125,6 sont les valeurs critiques pour le disque mince ( $\chi \rightarrow \infty$ ) de [Natarajan & Acrivos \(1993\)](#).

Pour tenter de relier ce comportement à la structure du sillage, nous avons eu l'idée de déterminer les valeurs, juste en dessous du seuil de la première bifurcation, des deux échelles

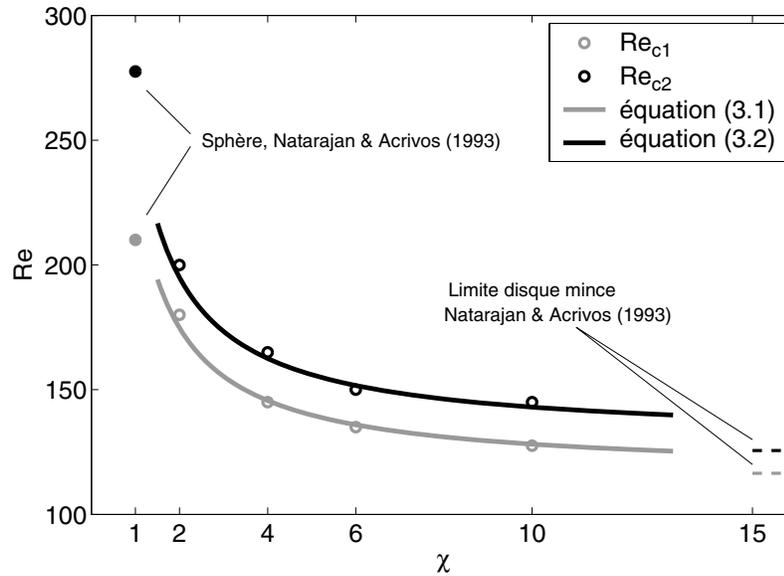


FIG. 3.6 – Seuils des deux bifurcations du sillage de cylindres fixes en fonction de leur rapport de forme.

caractéristiques introduites précédemment. La figure 3.7 présente les évolutions de  $L_t$  et  $V_t$  en fonction de  $\chi$  au seuil de la première bifurcation du sillage ( $Re = Re_{c1}(\chi)$ ). On observe que la longueur de la recirculation et la vitesse maximale derrière le corps sont toutes deux des fonctions croissantes du rapport de forme,  $L_t$  étant proche de  $2d$  alors que  $V_t$  est proche de  $0,5 V_\infty$ . La courbe en trait plein noir correspond à la relation empirique suivante :

$$\left( \frac{V_t}{V_\infty} \right)_{\text{Rec1}} = 0,62 \left( 1 + \frac{1}{\chi} \right)^{-1} \quad (3.3)$$

La comparaison des relations (3.1) et (3.2) avec (3.3) montre que l'évolution du nombre de Reynolds avec le rapport de forme est inverse à celle de  $V_t$  pour  $Re = Re_{c1}$ . En introduisant le nouveau nombre de Reynolds,  $Re^* = V_t d/\nu$ , on obtient un critère de bifurcation indépendant du rapport de forme. Sur la figure 3.8, on observe en effet que  $Re_{c1}^*$  est indépendant de  $\chi$ . Il n'est pas aisé de définir  $V_t$  au-delà de la première bifurcation, mais rien n'empêche de définir un nombre  $Re^*$  de la façon suivante :

$$Re^* = Re \frac{0,62}{\left( 1 + \frac{1}{\chi} \right)}. \quad (3.4)$$

Pour tous les rapports de formes, les seuils des deux bifurcations s'écrivent alors :  $Re_{c1}^* = 72$  et  $Re_{c2}^* = 78$ .

Nous connaissons donc maintenant le rôle du rapport de forme sur les transitions du sillage des cylindres fixes. Plus ceux-ci sont minces, plus le sillage est intense et plus petits sont les nombres de Reynolds de transition. Cette augmentation de l'intensité du sillage peut être caractérisée par la vitesse maximale,  $V_t$ . En introduisant le nombre de Reynolds,  $Re^*$ , bâti sur cette échelle de vitesse, on obtient des valeurs critiques pour les transitions dans le sillage indépendantes du rapport de forme.

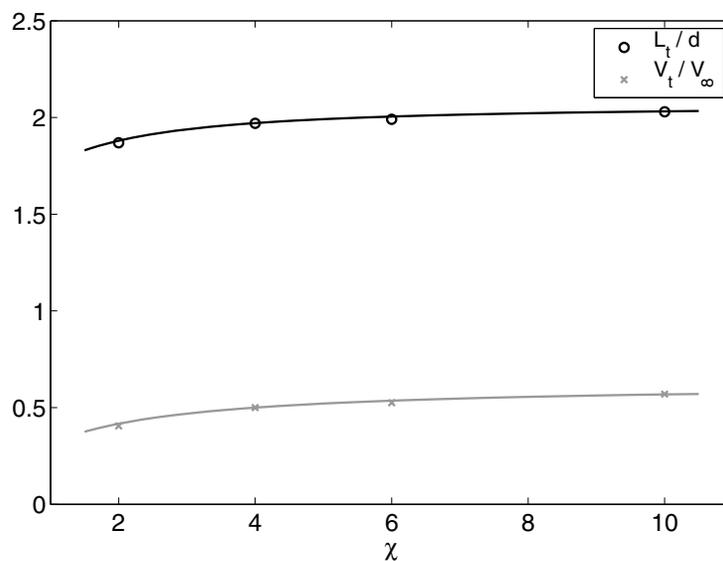


FIG. 3.7 – Échelles caractéristiques du sillage pour  $Re = Re_{c1}(\chi)$  en fonction du rapport de forme.

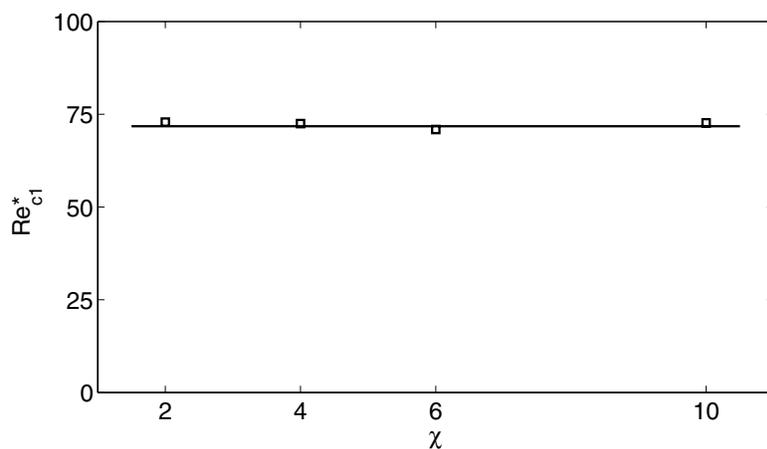


FIG. 3.8 – Valeur critique du nombre de Reynolds,  $Re^* = V_t d/\nu$ , pour la première bifurcation, en fonction du rapport de forme.

### 3.3.2 Efforts hydrodynamiques et lâcher tourbillonnaire

Nous nous intéressons maintenant aux conséquences sur les efforts hydrodynamiques des changements de la structure du sillage qui interviennent lors de chaque bifurcation. La figure 3.9 présente, pour un corps épais ( $\chi = 2$ ) et divers nombres de Reynolds, les évolutions temporelles de la force de traînée, de celle de portance et du seul couple non nul sous la forme des coefficients adimensionnels  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_{mz}$ . La figure 3.10 présente les mêmes résultats pour un corps mince ( $\chi = 10$ ). Pour des nombres de Reynolds inférieurs à 220, ces efforts se décomposent, après la

phase transitoire en une partie moyenne et une partie à peu près sinusoïdale :

$$C_x = \bar{C}_x + \widetilde{C}_x \sin(\omega_{c_x} t) \quad (3.5)$$

$$C_y = \bar{C}_y + \widetilde{C}_y \sin(\omega_{c_y} t + \phi_{c_y}) \quad (3.6)$$

$$C_{mz} = \bar{C}_{mz} + \widetilde{C}_{mz} \sin(\omega_{c_{mz}} t + \phi_{c_{mz}}) \quad (3.7)$$

On observe globalement le même comportement qualitatif pour tous les rapports de formes. Tant que  $Re < Re_{c1}$ , les efforts hydrodynamiques se réduisent à une force de traînée stationnaire ( $C_x = \bar{C}_x$ ,  $C_y = 0$ ,  $C_{mz} = 0$ ). Après la bifurcation régulière ( $Re_{c1} \leq Re < Re_{c2}$ ), la symétrie axiale du sillage est brisée, ce qui conduit à l'apparition d'une force de portance et d'un couple stationnaires ( $C_x = \bar{C}_x$ ,  $C_y = \bar{C}_y$ ,  $C_{mz} = \bar{C}_{mz}$ ). Pour  $Re \geq Re_{c2}$ , le sillage devient instationnaire et tous les efforts se mettent à osciller ( $\widetilde{C}_x \neq 0$ ,  $\widetilde{C}_y \neq 0$ ,  $\widetilde{C}_{mz} \neq 0$ ). Pour  $\chi = 2$ , ces oscillations se développent, juste après  $Re_{c2}$ , autour des valeurs moyennes qui existaient avant le passage de la seconde bifurcation (fig. 3.9,  $Re = 220$ ). Nous avons ainsi mis en évidence toute une gamme de nombres de Reynolds pour lesquels les oscillations se font autour d'une moyenne non nulle ( $\bar{C}_x \neq 0$ ,  $\bar{C}_{my} \neq 0$ ). Ceci est cohérent avec les résultats de Ormières & Provansal (1999) et Schouveiler & Provansal (2002) qui ont observé des sillages instationnaires dissymétriques derrière des sphères fixes. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les valeurs moyennes diminuent et on finit par observer des oscillations autour de zéro (figure 3.9,  $Re = 250$ ). Pour  $\chi = 10$ , nous n'avons pas effectué de simulations à des nombres de Reynolds suffisamment proches de  $Re_{c2} = 145$  pour mettre en évidence l'existence éventuelle d'une gamme dans laquelle la portance et le couple oscilleraient autour de moyennes non nulles. Pour  $Re = 180$ , on observe en effet déjà que  $C_x$  et  $C_{my}$  oscillent autour de zéro (figure 3.10). Dans tous les cas, les oscillations restent à peu près sinusoïdales tant que le nombre de Reynolds reste inférieur à 220. D'autres harmoniques commencent à apparaître entre  $Re = 220$  et  $Re = 250$  selon le rapport de forme (figure 3.9 à  $Re=250$  et figure 3.10 à  $Re=220$ ). Puis les signaux deviennent de plus en plus complexes plus le nombre de Reynolds devient grand.

Si l'on se restreint à la gamme sinusoïdale ( $Re < 220$ ) dans laquelle les efforts sont décrits par les équations (3.5), (3.6) et (3.7), les pulsations des oscillations de  $C_y$  et  $C_{mz}$  sont les mêmes ( $\omega_{c_y} = \omega_{c_{mz}} = \omega$ ). Dans le cas où ces oscillations se font autour d'une moyenne non nulle ( $\bar{C}_y \neq 0$ ,  $\bar{C}_{mz} \neq 0$ ), les oscillations de la traînée se font à la même pulsation ( $\omega_{c_x} = \omega$ ). En revanche, lorsqu'elles sont à moyenne nulle ( $\bar{C}_y = \bar{C}_{mz} = 0$ ), la traînée oscille avec une pulsation double ( $\omega_{c_x} = 2\omega$ ). Le tableau 3.1 présente les valeurs du nombre de Strouhal,  $St = \omega d / (2\pi V_\infty)$  au seuil d'apparition des oscillations et à  $Re = 220$ . À  $Re = Re_{c2}$ , si les fréquences des cylindres aplatis sont toutes comprises entre les valeurs de la sphère et du disque mince, elles sont en fait très proches les unes des autres et de la valeur de la sphère. À  $Re = 220$ , les fréquences sont peu différentes. On se situe donc dans un régime où le nombre de Strouhal dépend à la fois peu du rapport de forme et du nombre de Reynolds. Sachant que les oscillations de la portance et du couple se font à la même fréquence (celle du lâcher tourbillonnaire), il est intéressant de se demander si elles sont en phase. Les résultats montrent que dans la gamme  $Re_{c2} < Re < 220$ , le couple est toujours de 10 à 30° en avance sur la portance, pour tout rapport de forme.

La figure 3.11 montre l'évolution du coefficient de traînée,  $C_x$ , en fonction du nombre de Reynolds pour  $\chi = 2$ , 6 et 10. Tous les résultats sont de nouveau compris entre les valeurs

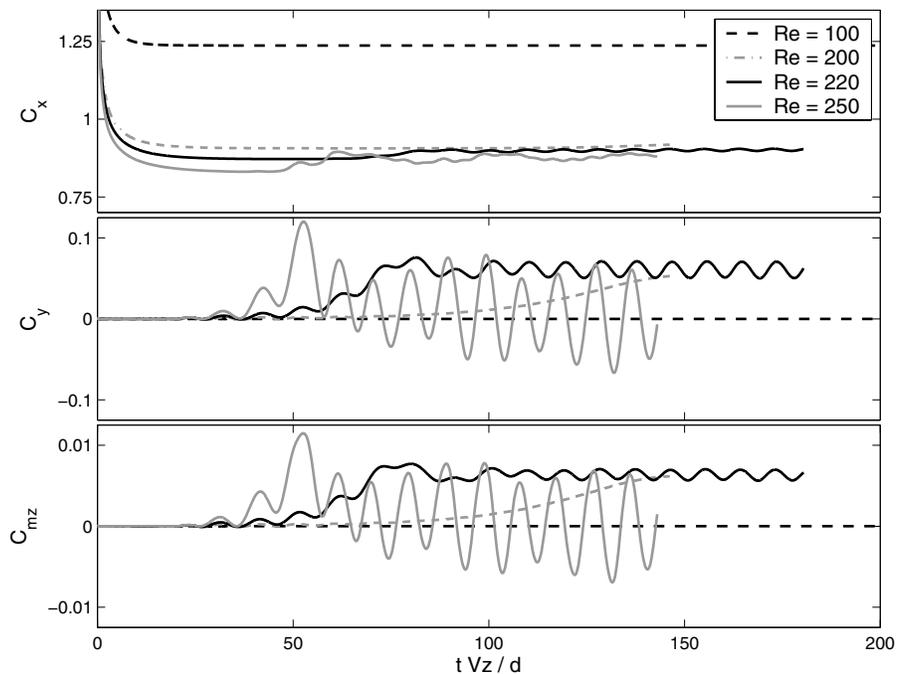


FIG. 3.9 – Évolution des coefficients de traînée,  $C_x$ , de portance,  $C_y$ , et de couple,  $C_{mz}$ , d'un cylindre pour  $\chi = 2$  ( $Re_{c1} = 180$ ,  $Re_{c2} = 200$ ).

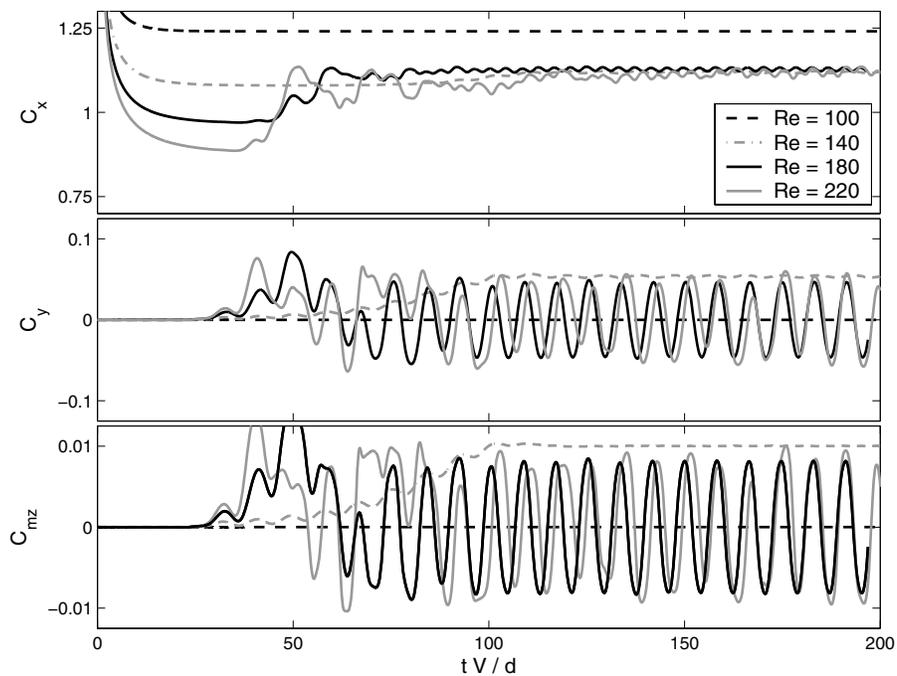


FIG. 3.10 – Évolution des coefficients de traînée,  $C_x$ , de portance,  $C_y$ , et de couple,  $C_{mz}$ , d'un cylindre pour  $\chi = 10$  ( $Re_{c1} = 127,5$ ,  $Re_{c2} = 150$ ).

correspondant au disque mince et à la sphère rapportées par [Clift \*et al.\* \(1978\)](#). On remarque que jusqu'à  $Re_{c1}$ , le coefficient de traînée est indépendant de  $\chi$ . Au-delà de  $Re_{c2}$ , sa valeur moyenne (représentée par les symboles) devient indépendante du nombre de Reynolds et ses fluctuations (encadrées par les lignes minces qui représentent ses valeurs extrémales) restent faibles, inférieures à 5%. Quant aux fluctuations de la portance et du couple, les résultats montrent que pour la gamme de nombres de Reynolds considérée ( $Re < 300$ ) :  $\widetilde{C}_y \leq 0,06$  et  $\widetilde{C}_{mz} \leq 0,01$ . Les figures [3.9](#) et [3.10](#) montrent que l'amplitude des fluctuations de  $C_{mz}$  croît légèrement avec le rapport de forme tandis que l'amplitude des fluctuations de  $C_y$  en dépend très peu.

Ces simulations numériques nous ont permis de connaître les principales caractéristiques du sillage des cylindres fixes ainsi que des efforts hydrodynamiques correspondants, dans le but de définir une situation de référence. Dans l'état de nos connaissances, il est difficile de dire si certaines de ces caractéristiques se retrouveront dans le cas de corps mobiles. Le prochain paragraphe va aborder cette question en proposant quelques comparaisons entre les sillages mesurés des corps mobiles et les sillages calculés des corps fixes.

$\chi$	sphère*	2	4	6	10	disque*
$Re_{c2}$	277.5	200	170	150	150	126.5
$St(Re_{c2})$	0.113	0.113	0.117	0.113	0.116	0.126
$St(Re = 220)$	—	0.113	0.113	0.121	0.126	—

TAB. 3.1 – Nombre de Strouhal,  $St = \omega d / (2\pi V_\infty)$ , au seuil d'apparition des oscillations,  $Re = Re_{c2}$ , et pour  $Re = 220$ . Les résultats pour la sphère et le disque sont dus à [Natarajan & Acrivos \(1993\)](#).

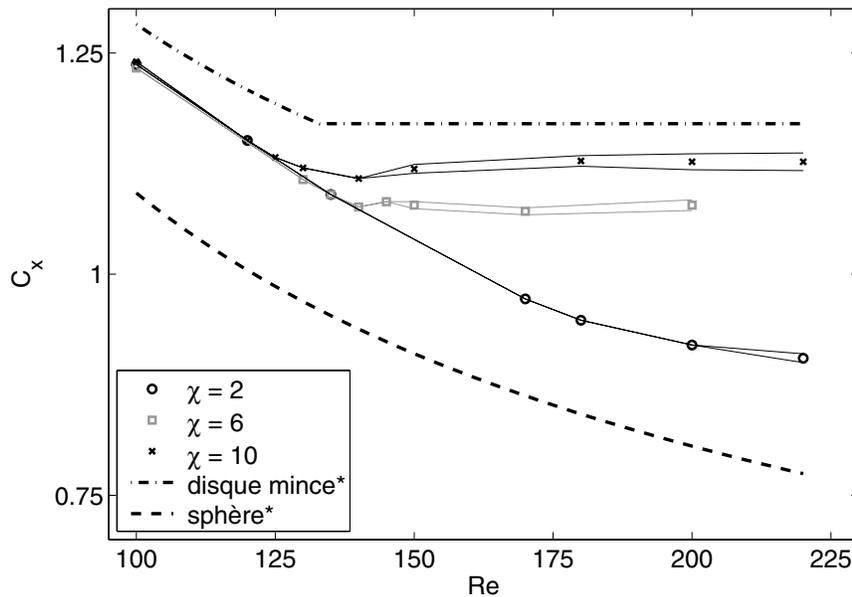


FIG. 3.11 – Évolution des coefficients de traînée,  $C_x$ , de cylindres aplatis pour  $\chi = 2, 6$  et  $10$ . Les symboles représentent les valeurs moyennes et les traits fins les valeurs extrémales des fluctuations. Les pointillés correspondent aux valeurs pour la sphère et le disque mince rapportés par [Clift \*et al.\* \(1978\)](#).

### 3.4 Mouvements oscillatoires et lâcher tourbillonnaire périodique

Nous présentons ici une comparaison entre le sillage instationnaire d'un corps fixe obtenu par simulation numérique et le sillage d'un corps mobile. Contrairement au cas stationnaire, nous ne nous attendons pas à trouver un bon accord entre les deux situations puisque si l'axe du corps fixe reste à tout instant parallèle à la direction de l'écoulement incident, l'orientation de l'axe du corps mobile oscille elle périodiquement. L'intérêt de cette comparaison réside justement dans la mise en évidence des différences dans la structure du sillage résultant des mouvements des corps.

La figure 3.12 présente une séquence temporelle de mesures de l'écoulement autour d'un cylindre mince ( $\chi = 10$ ) à  $Re = 235$ , obtenues par PIV. Il est important de noter que cette séquence correspond à une situation pour laquelle le mouvement du centre du corps s'inscrit approximativement dans le plan de mesure. La norme de la projection de la vitesse du liquide dans ce plan normalisée par la vitesse moyenne d'ascension,  $u_m$ , du corps est représentée en échelle de couleurs. Quelques lignes de courant sont aussi tracées. Rappelons que lors des mesures PIV la caméra est fixe. Pour cette raison, le corps traverse le champ de prise de vues et la vitesse du liquide est mesurée dans le repère fixe de la veine d'essai. La taille de la zone de mesure est ici juste assez grande pour capturer une demi-période du mouvement d'oscillation, dont l'angle d'inclinaison maximal est de  $30^\circ$ . Sur toutes les images de la séquence, on distingue une zone de survitesse à l'arrière du corps où la vitesse du liquide atteint jusqu'à  $1,4u_m$  et qui rappelle la survitesse  $V_t$  observée dans les sillages stationnaires. Sur la première image de la séquence (figure 3.12a) l'axe du corps est vertical. On distingue dans le coin inférieur gauche qu'un tourbillon vient de se détacher. À ce moment, le déséquilibre tourbillonnaire droite-gauche commence à causer l'inclinaison du corps que l'on voit augmenter au cours des images suivantes (figures 3.12b, c et d). Cependant, un nouveau tourbillon se développe à gauche et vient peu à peu contrebalancer l'action du tourbillon de droite. Sur la figure 3.12e, le tourbillon de droite se détache à son tour et le corps se redresse. Sur la dernière image (figure 3.12f) l'axe du corps, qui vient juste de quitter la zone de mesure, est revenu à la verticale. Une demi-période vient de s'écouler et on se trouve dans une position symétrique à la première figure.

La figure 3.13 montre la visualisation à l'aide d'un colorant du sillage du même corps à un nombre de Reynolds,  $Re = 220$ , presque identique. Ici, pour chaque instant, on dispose de deux vues perpendiculaires : à gauche dans le plan du zigzag, à droite dans le plan vertical perpendiculaire au plan du zigzag. Même si l'interprétation des régions plus au moins concentrées en colorant n'est pas aisée, on distingue le même processus de détachement tourbillonnaire alterné que sur les mesures PIV.

La figure 3.14 présente le résultat de la simulation numérique de l'écoulement autour d'un corps de même forme ( $\chi = 10$ ) pour  $Re = 220$ . La représentation est aussi semblable que possible à celle de la PIV : les résultats sont présentés dans le repère fixe, le premier instant correspond au moment où le tourbillon vient de se détacher du côté gauche et l'échelle de couleur pour la vitesse est la même ; par contre les lignes de courant ne correspondent pas aux mêmes valeurs de la vitesse. On remarque que la vitesse maximale à l'arrière du corps est à-peu-près la même que pour le corps mobile et le processus de détachement périodique des tourbillons est assez similaire. En revanche, les tourbillons (tels qu'ils apparaissent dans cette représentation) sont différents et surtout plus éloignés du corps fixe que du corps mobile. Les efforts qui s'exercent sur les corps fixes et mobiles sont donc nécessairement différents.

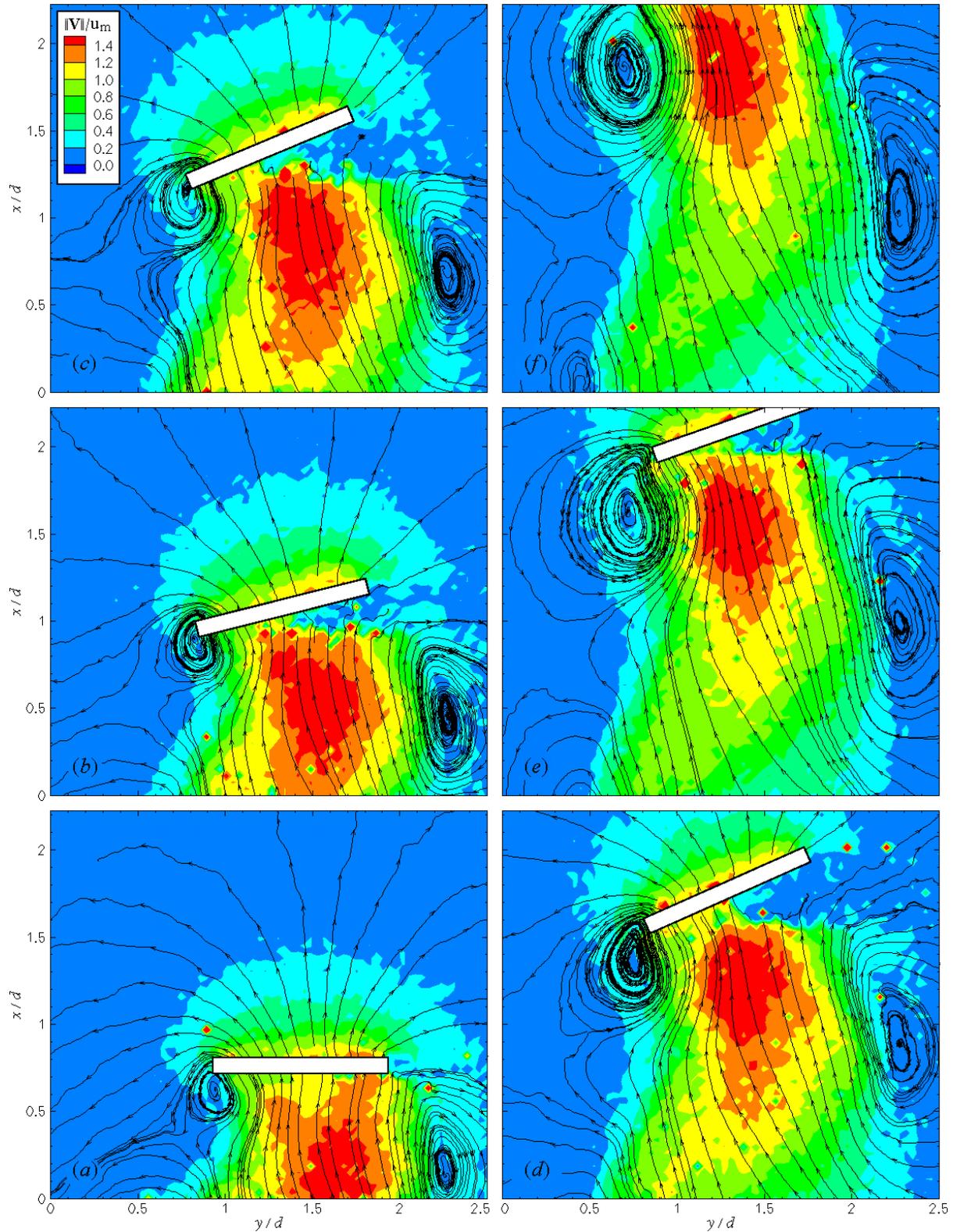


FIG. 3.12 – Séquence de champs de vitesse dans le liquide obtenus par PIV, au passage d'un cylindre de rapport de forme  $\chi = 10$  à nombre de Reynolds  $Re = 235$  durant une demi-période : (a)  $t = 0$ , (b)  $t = T/10$ , (c)  $t = T/5$ , (d)  $t = 3T/10$ , (e)  $t = 2T/5$ , (f)  $t = T/2$ .

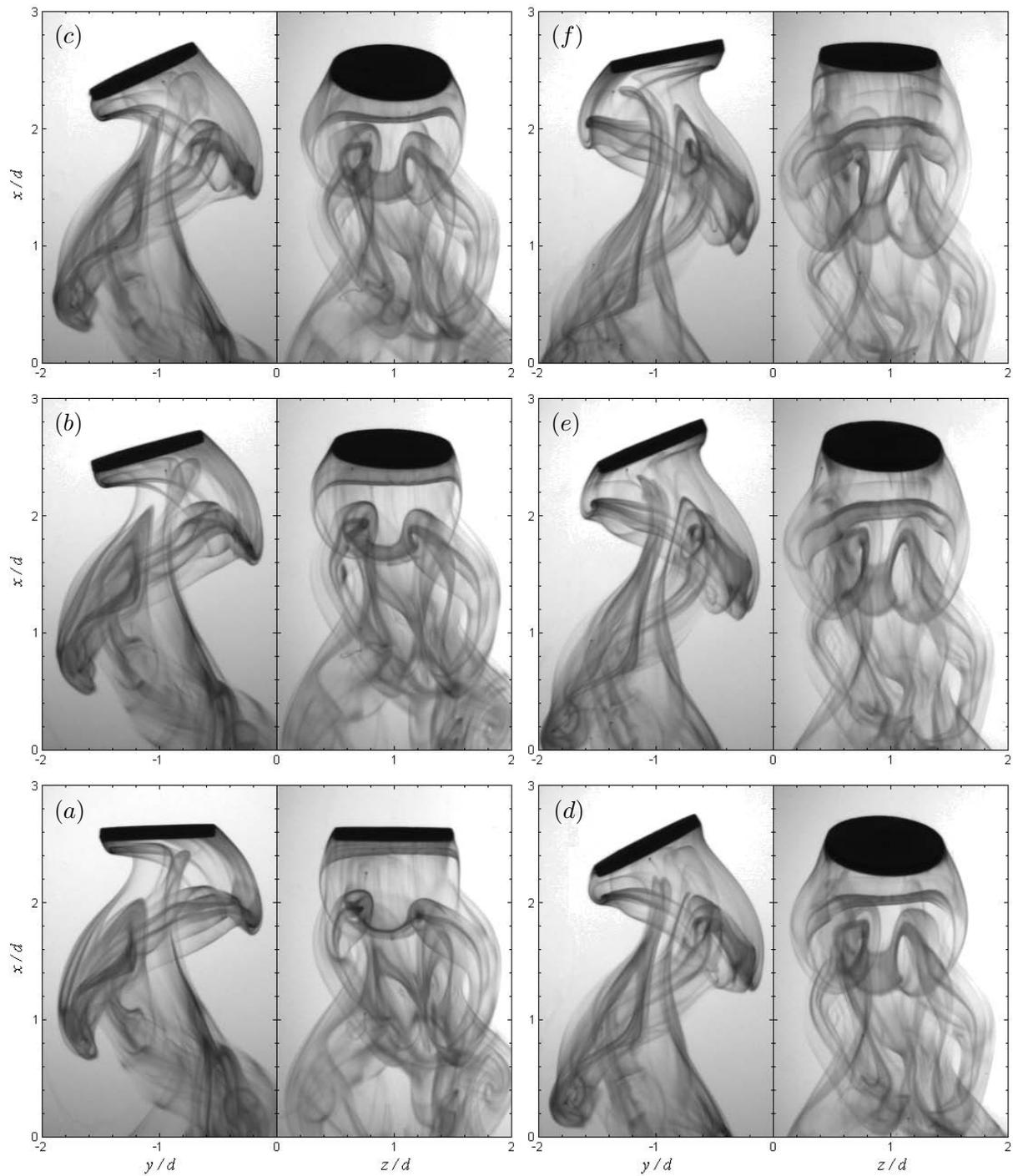


FIG. 3.13 – Séquence de visualisation à l'aide d'un colorant du sillage derrière un corps de rapport de forme  $\chi = 10$  à nombre de Reynolds  $Re = 220$  durant environ une demi-période : (a)  $t = 0$ , (b)  $t \simeq T/10$ , (c)  $t \simeq T/5$ , (d)  $t \simeq 3T/10$ , (e)  $t \simeq 2T/5$ , (f)  $t \simeq T/2$ .

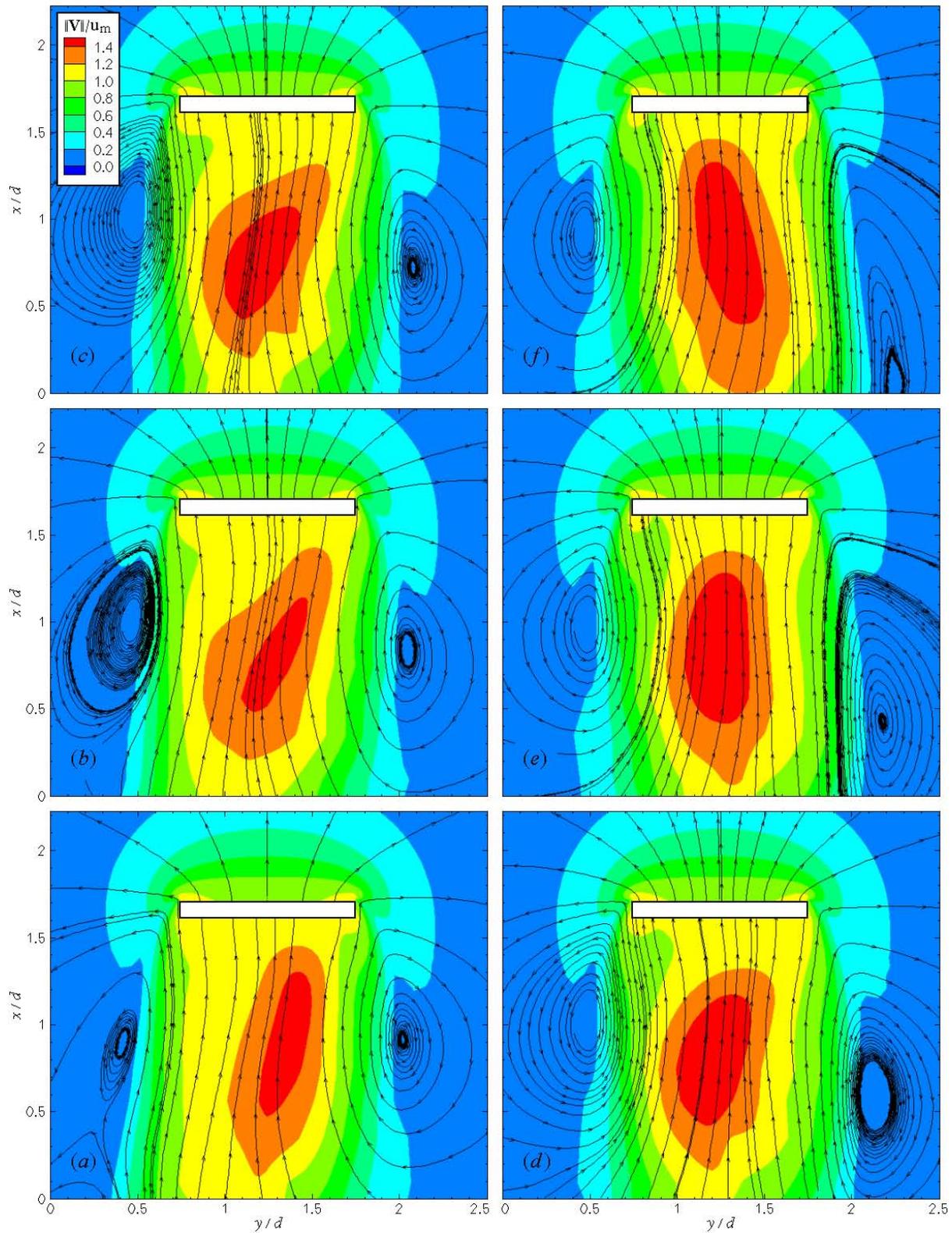


FIG. 3.14 – Évolution de la structure de l'écoulement autour d'un corps fixe de rapport de forme  $\chi = 10$  à nombre de Reynolds  $Re = 220$ .

Nous ne sommes pas parvenus à obtenir de mesure PIV du champ de vitesse dans le plan de symétrie pour un corps épais. Pour le corps mince, la principale conclusion de cette comparaison est que, même si le mécanisme de détachement tourbillonnaire semble de même nature, l'écoulement proche des corps est différent, ce qui implique des efforts hydrodynamiques exercés par le sillage instationnaire sur le corps mobile différents de ceux exercés sur le corps fixe.

### 3.5 Synthèse

Concernant le sillage de corps fixes, deux bifurcations consécutives avaient été identifiées pour la sphère et le cylindre sans épaisseur, nous les avons retrouvées, à l'aide des simulations numériques, pour les cylindres aplatis d'épaisseurs variées. À petit nombre de Reynolds, le sillage est stationnaire et axisymétrique. Après la bifurcation régulière ( $Re > Re_{c1}$ ), il est stationnaire mais n'est plus symétrique que par rapport à un plan. Après la bifurcation de Hopf ( $Re > Re_{c2}$ ), le sillage reste symétrique par rapport à un plan mais devient instationnaire. Pour les corps étudiés, les oscillations des efforts hydrodynamiques restent à peu près harmoniques jusqu'à un nombre de Reynolds compris entre 220 et 300 selon le rapport de forme. De plus, nous avons déterminé les valeurs des nombres de Reynolds critiques de ces deux bifurcations en fonction du rapport de forme. La formule empirique établie pour  $\chi$  compris entre 2 et 10 tend asymptotiquement vers la limite du disque sans épaisseur établie par [Natarajan & Acrivos \(1993\)](#) lorsque  $\chi$  tend vers l'infini. Elle s'interprète physiquement si l'on admet que l'échelle de vitesse pertinente pour définir le nombre de Reynolds est la vitesse maximale de recirculation mesurée dans le sillage.

Les propriétés des sillages des cylindres fixes ont été établies ici dans l'objectif de définir une situation de référence. Les comparaisons entre les écoulements autour des corps fixes et mobiles effectuées dans ce chapitre conduisent à deux conclusions. La première concerne les nombres de Reynolds plus petits que  $Re_{c1}$  : lorsque pour un nombre de Reynolds donné, le sillage axisymétrique du corps fixe est stable et que le mouvement du corps libre est rectiligne stationnaire, les écoulements sont semblables à un changement de repère galiléen près. La seconde conclusion concerne le régime oscillatoire : à même nombre de Reynolds, le sillage instationnaire d'un corps fixe est différent de celui d'un corps en mouvement oscillatoire. Une question importante reste cependant en suspens : les seuils d'apparition des mouvements oscillatoires des corps mobiles correspondent-ils à  $Re_{c1}(\chi)$ , à  $Re_{c2}(\chi)$ , ou bien sont-ils différents ? La réponse à cette question sera obtenue au prochain chapitre à partir de la description détaillée de la cinématique des corps mobiles.

# Chapitre 4

## Cinématique des corps mobiles

Le présent chapitre est consacré à la description des mouvements d'ascension oscillatoires de corps cylindriques aplatis en fonction du nombre d'Archimède (ou du nombre de Reynolds) et du rapport de forme. Quelques informations complémentaires concernant le mouvement d'ascension d'ellipsoïdes aplatis seront aussi présentées. Au § 4.1, nous précisons la façon dont nous avons extrait les informations pertinentes à partir des mesures expérimentales, notamment par filtrage des mouvements secondaires de dérive et de rotation. Dans les paragraphes suivants, § 4.2, § 4.3, § 4.4 et § 4.5, nous décrivons en détail les caractéristiques des mouvements des corps, dans un premier temps dans le repère fixe lié à la veine d'essai, puis dans le repère mobile lié au corps. Ensuite nous poursuivrons au § 4.6, par une tentative de rassembler les résultats correspondants aux différents rapports de forme considérés, avec l'objectif de mieux comprendre le rôle du sillage. Nous terminons au § 4.7 par une synthèse des principaux résultats.

Pour tous les rapports de forme, nous avons observé que, à petits nombres de Reynolds ( $Re \leq 100$ ), après un court transitoire le mouvement des corps est quasiment rectiligne à vitesse constante, les déplacements horizontaux étant négligeables. Les corps s'orientent de façon à aligner leur axe de révolution avec la gravité c'est-à-dire en présentant la surface la plus grande face au mouvement. Cette configuration stable correspond donc à une traînée maximale. À partir d'un certain nombre de Reynolds critique ( $Re_c$ ) les corps commencent à pivoter et à se déplacer latéralement de façon périodique, avec une fréquence bien déterminée; le mouvement rectiligne stationnaire n'est plus une solution stable du système dynamique, il cède la place à un mouvement oscillatoire. Après une période transitoire plus ou moins longue, des amplitudes d'oscillation bien définies s'établissent et les corps montent selon des trajectoires inscrites sur des hélices plus ou moins aplaties, depuis le zigzag à l'hélice circulaire.

### 4.1 Extraction des informations pertinentes à partir des mesures

La figure 4.1 montre un exemple de mouvement d'ascension oscillatoire obtenu avec un cylindre aplati de rapport de forme  $\chi = 7$ .

#### 4.1.1 Mouvements secondaires de dérive en translation et en rotation

La figure 4.1 montre que le mouvement du corps est le résultat d'un mouvement ascendant moyen caractérisé par la vitesse moyenne verticale,  $u_m$ , d'un mouvement oscillatoire et d'un

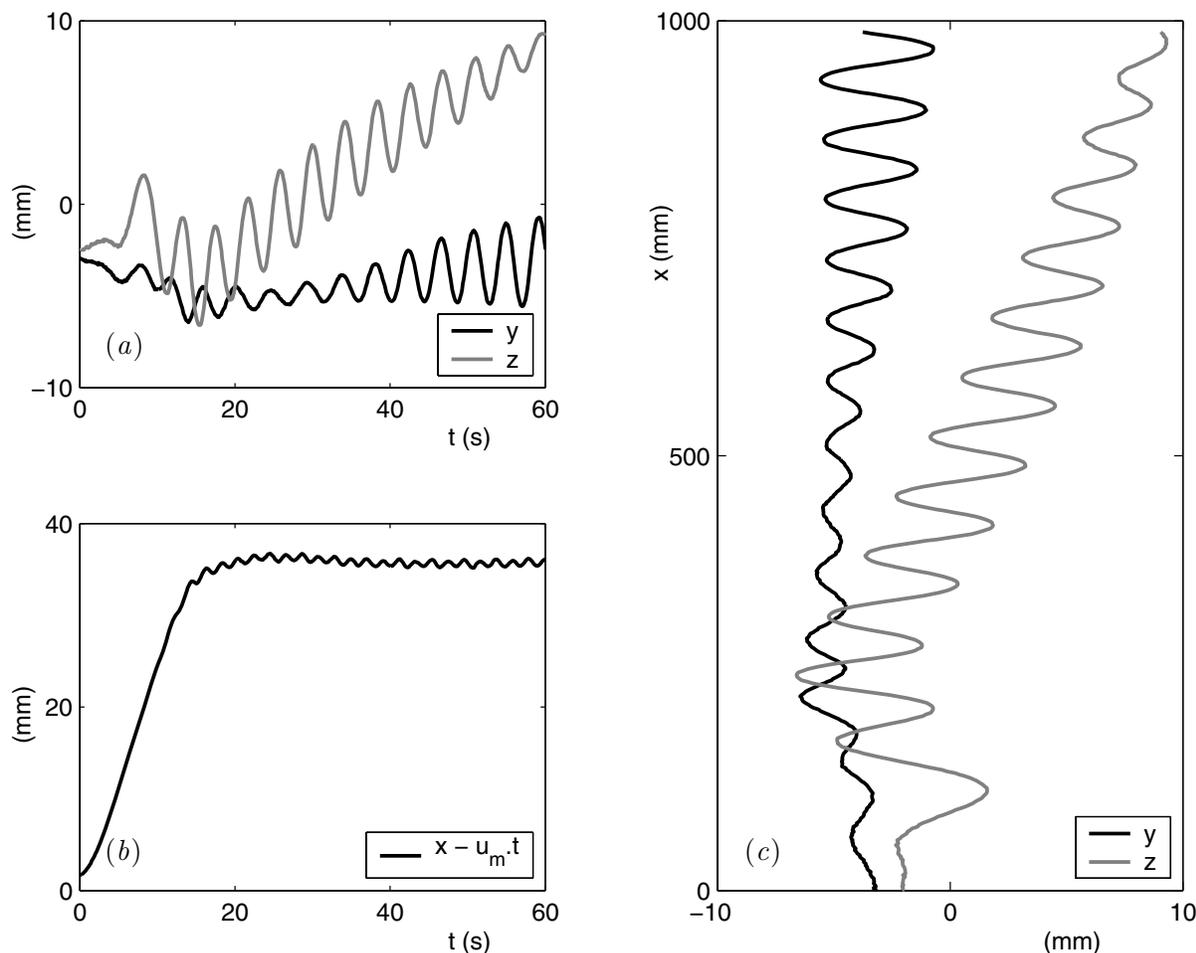


FIG. 4.1 – Exemple d'évolution temporelle des coordonnées du centre de gravité du corps ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07$  mm,  $u_m = 16,4$  mm/s) : (a) Coordonnées horizontales,  $y$  et  $z$  ; (b) Coordonnée verticale,  $x$ , dans le repère du laboratoire ; (c) Projections de la trajectoire du corps.

mouvement de dérive horizontale. Ce dernier est, dans tous les cas testés, un déplacement horizontal inférieur à 3% de la distance parcourue verticalement par le corps. Il est similaire à celui observé pour des bulles par [Ellingsen & Risso \(2001\)](#). Nous pensons qu'il est causé par de faibles mouvements résiduels du liquide dans la cuve. Cette faible dérive horizontale n'était pas reproductible entre les différents essais effectués avec le même corps, n'avait pas d'influence sur l'oscillation principale auto-entretenu et ne présentait pas de lien apparent avec les paramètres de contrôle. C'est pourquoi nous avons éliminé ce mouvement de dérive par filtrage des basses fréquences des signaux de position. La figure 4.2 a présente les oscillations dans les directions  $y$  et  $z$  après filtrage :  $y$  et  $z$  fluctuent autour de zéro car la dérive a été supprimée. Dans la direction verticale  $x$ , le filtrage supprime aussi l'accélération initiale, il ne reste que la vitesse moyenne d'ascension et de très petites fluctuations.

Cependant, après filtrage, on observe encore que les amplitudes des oscillations de  $y$  et  $z$  ne sont pas constantes. Ceci est dû à un lent mouvement de rotation, clairement visible sur la projection de la trajectoire du corps dans le plan  $yOz$  (en gris sur la figure 4.2 b). Ce mouve-

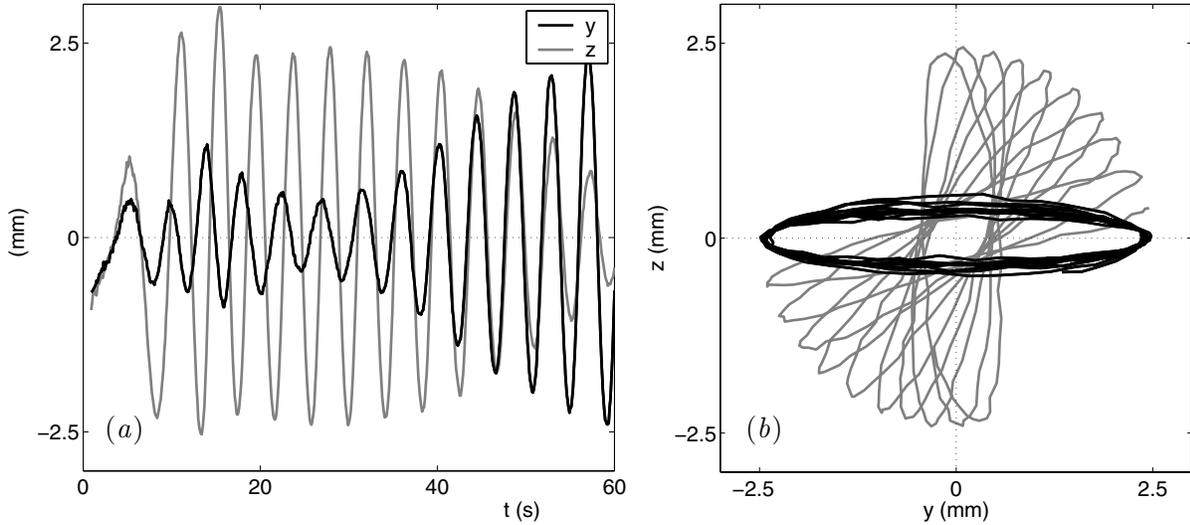


FIG. 4.2 – (a) Oscillations dans le plan horizontal après élimination de la dérive basse fréquence ; (b) Vue de dessus de la trajectoire du corps avant et après élimination du mouvement de rotation basse fréquence ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07$  mm,  $u_m = 16,4$  mm/s).

ment de dérive en rotation n'était pas non plus systématique et, lorsqu'il se produisait, était toujours faible (cinquante fois plus lent que l'oscillation principale). L'exemple de la figure 4.2 b. correspond, en fait, à un des plus grands mouvements secondaires de précession observés. La transformée de Hilbert permet d'exprimer les oscillations des positions horizontales,  $y$  et  $z$ , sous la forme d'oscillations harmoniques d'amplitudes  $A_y(t)$  et  $A_z(t)$  lentement variables dans le temps :

$$\begin{aligned} y(t) &= A_y(t) \sin(\Phi_y(t)) \\ z(t) &= A_z(t) \sin(\Phi_z(t)) \end{aligned}$$

Les phases  $\Phi_y(t)$  et  $\Phi_z(t)$  peuvent ici se mettre sous la forme  $\Phi_y(t) = \omega t + \phi_y$  et  $\Phi_z(t) = \omega t + \phi_z$  avec une pulsation  $\omega$  et des origines de phase  $\phi_y$  et  $\phi_z$  constantes. À partir de la connaissance des amplitudes et des phases relatives ( $\phi_y - \phi_z$ ) nous pouvons déterminer, pour chaque instant, les directions principales de l'oscillation et projeter les résultats expérimentaux dans le repère principal  $(x_p, y_p, z_p)$  – voir Ellingsen (1998) et Ellingsen & Risso (2001) pour une présentation détaillée de la méthode. Dans ce repère, la vue de dessus de la trajectoire est maintenant une ellipse (trait noir sur la figure 4.2 b) et les oscillations de la position du centre de gravité du corps atteignent, après le transitoire initial, une amplitude constante (figure 4.3). Après élimination des faibles mouvements secondaires de translation ou de rotation du corps, il est donc possible d'obtenir des oscillations périodiques, d'amplitude et de fréquence constantes.

Considérons maintenant l'axe du corps défini par le vecteur  $\vec{n}$ . Dans le repère du laboratoire, les angles  $(\vec{x}, \vec{n}_y)$  et  $(\vec{x}, \vec{n}_z)$  des projections,  $\vec{n}_y$  et  $\vec{n}_z$ , de  $\vec{n}$  dans les plans  $xOy$  et  $xOz$ , oscillent bien autour de 0 mais n'ont pas une amplitude constante. Après passage dans le repère principal,  $\theta_{y_p} = (\vec{x}_p, \vec{n}_{y_p})$  et  $\theta_{z_p} = (\vec{x}_p, \vec{n}_{z_p})$  sont maintenant eux aussi des fonctions harmoniques à amplitude constante (figure 4.4). Le fait que le repère principal qui a été déterminé à partir des mouvements du centre du corps soit aussi le repère principal des oscillations de l'orientation du corps conforte l'idée que les faibles mouvements secondaires de dérive en translation et rotation n'affectent pas

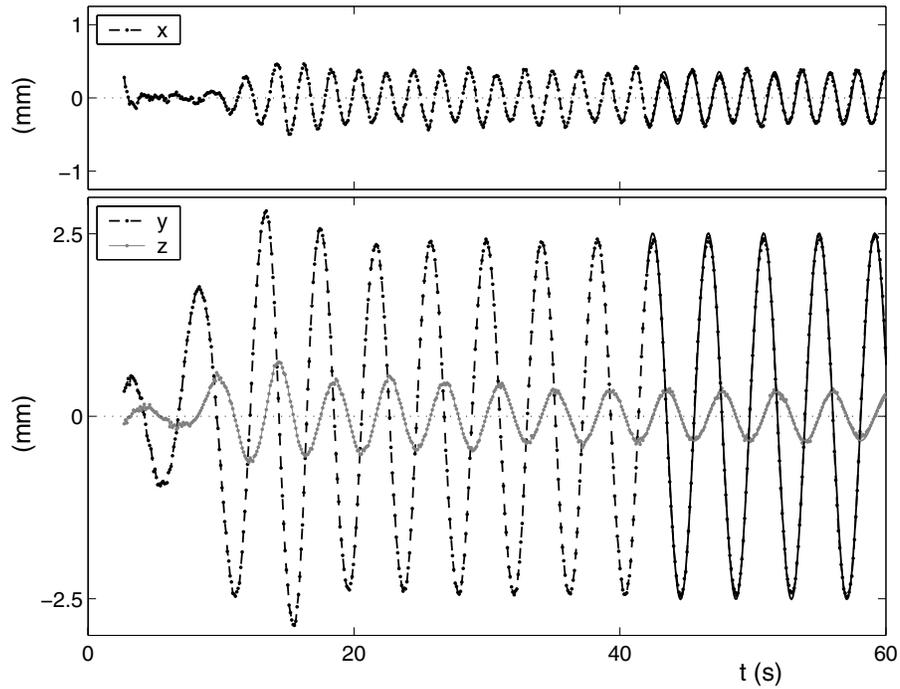


FIG. 4.3 – Oscillations auto-entretenues dans le repère principal ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07$  mm,  $u_m = 16,4$  mm/s) : déplacements du centre de gravité du corps dans la direction verticale (en haut) et dans le plan horizontal (en bas).

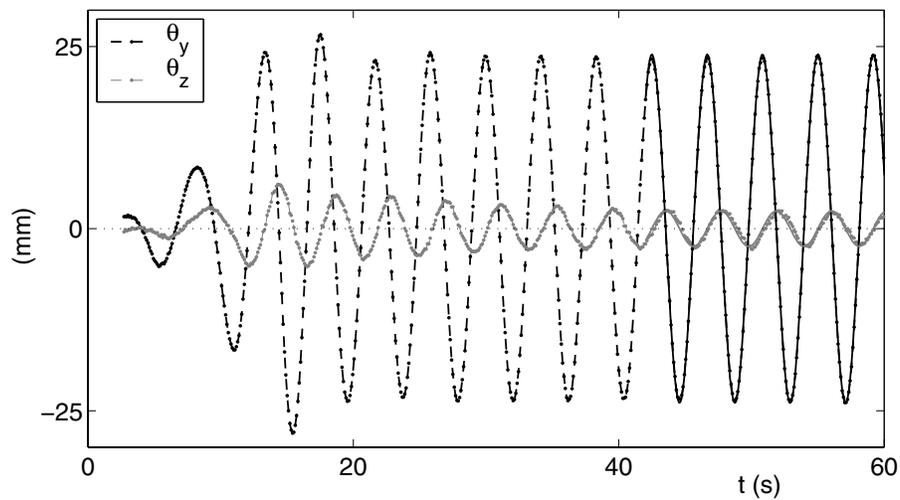


FIG. 4.4 – Oscillations auto-entretenues dans le repère principal ( $\chi = 7$ ,  $Ar = 90$ ,  $d = 15,07$  mm,  $u_m = 16,4$  mm/s) : angles d'inclinaison de l'axe de symétrie du corps par rapport à la verticale.

de manière significative la dynamique du corps et notamment le couplage entre les degrés de liberté en translation et en rotation.

Dans la suite de cet exposé, nous n'utiliserons plus le repère du laboratoire et désignerons par *repère fixe* le repère principal en omettant l'emploi de l'indice  $p$ .

### 4.1.2 Oscillations principales

Les oscillations auto-entretenues de tous les corps étudiés peuvent donc être décrites par des fonctions périodiques qui sont entièrement caractérisées par leur fréquence, leur amplitude et leur phase :

$$x(t) = \tilde{x} \sin(2\omega t + \phi_x) + u_m \cdot t \quad (4.1)$$

$$y(t) = \tilde{y} \sin(\omega t + \phi_y) \quad (4.2)$$

$$z(t) = \tilde{z} \sin(\omega t + \phi_z) \quad (4.3)$$

$$\theta_y(t) = \tilde{\theta}_y \sin(\omega t + \psi_y) \quad (4.4)$$

$$\theta_z(t) = \tilde{\theta}_z \sin(\omega t + \psi_z) \quad (4.5)$$

Dans le but d'avoir la plus grande précision possible, les paramètres  $u_m$ ,  $\tilde{x}$ ,  $\tilde{y}$ ,  $\tilde{z}$ ,  $\tilde{\theta}_y$ ,  $\tilde{\theta}_z$ ,  $\omega$ ,  $\phi_x$ ,  $\phi_y$ ,  $\phi_z$ ,  $\psi_y$  et  $\psi_z$  ont été déterminés de la façon suivante. Les signaux expérimentaux filtrés sont tout d'abord projetés dans le repère principal. Un intervalle de temps suffisamment éloigné du transitoire pour garantir que les amplitudes terminales sont bien atteintes est sélectionné. La transformation d'Hilbert est appliquée à chaque signal sur cet intervalle. La fréquence, les amplitudes et les phases de chaque grandeur sont alors déterminées par prise de moyenne sur cet intervalle. Les traits continus pour  $t > 40$  s sur les figures 4.3 et 4.4 montrent que les expressions (4.1)–(4.5) avec les paramètres déterminés de cette façon décrivent les mesures avec une très bonne précision.

Les vitesses et les accélérations linéaires et angulaires peuvent être déterminées à partir des expressions (4.1)–(4.5) par dérivation analytique. Elles sont obtenues de cette manière avec une bien meilleure précision que si la dérivation avait été réalisée numériquement à partir des données brutes.

## 4.2 Première description des mouvements

### 4.2.1 Nombre de Reynolds et coefficient de traînée

Dans la gamme de nombres d'Archimède,  $Ar$ , considérée, la vitesse moyenne verticale,  $u_m$ , varie entre 8 et 35 mm/s, tandis que le nombre de Reynolds correspondant,  $Re = u_m d / \nu$ , est compris entre 90 et 330. L'évolution de  $Re$  avec  $Ar$  est présentée sur la figure 4.5, pour les rapports de forme  $\chi = 2, 3, 6, 8$  et 10. Cette courbe représente également l'évolution de  $u_m$  en fonction de la vitesse gravitationnelle,  $u_g = \sqrt{\frac{\rho_f - \rho_s}{\rho_f} g h}$ , puisque le nombre d'Archimède est le nombre de Reynolds construit avec  $u_g$ . On constate que le nombre de Reynolds dépend presque linéairement du nombre d'Archimède et pratiquement pas du rapport de forme. Bien que  $Re$  soit un résultat du problème et ne soit pas connu *a priori*, on pourra donc caractériser l'écoulement autour des corps mobiles par le nombre de Reynolds à la place du nombre d'Archimède, ce qui

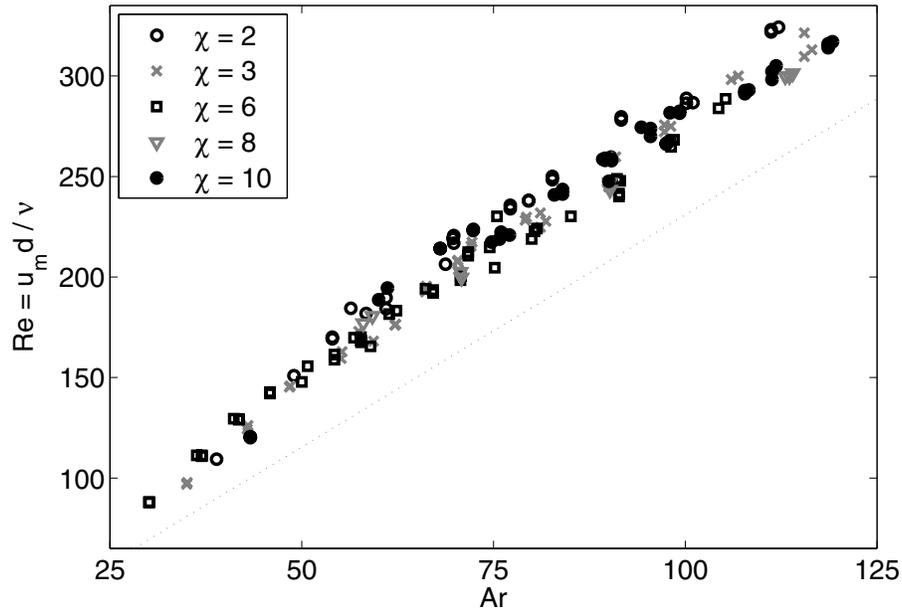


FIG. 4.5 – Nombre de Reynolds en fonction du nombre d’Archimède pour des cylindres plats de rapports de forme 2, 3, 6, 8 et 10. La ligne en pointillés correspond à  $u_m = u_g$ .

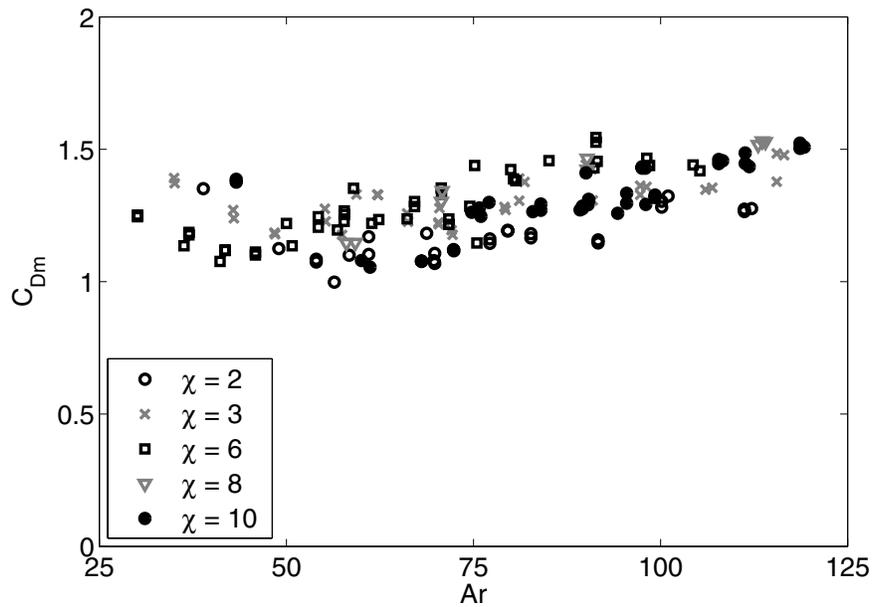


FIG. 4.6 – Coefficient de traînée moyen selon la verticale en fonction du nombre de Reynolds pour des cylindres plats de rapports de forme 2, 3, 6, 8 et 10.

aura l'avantage de permettre la comparaison avec le cas de corps fixes placés dans un écoulement (section § 4.3).

Dans la gamme de  $Ar$  pour laquelle la trajectoire est rectiligne, le rapport  $Re^2/Ar^2$  donne le coefficient de traînée du corps. Lorsque la trajectoire est oscillatoire, il fournit un coefficient de traînée moyen selon la verticale,  $C_{Dm}$ . La figure 4.6 montre l'évolution de  $C_{Dm}$  avec les paramètres. Nous notons une légère décroissance avec le nombre de Reynolds pour  $Re < 130$  et une évolution à peu près constante à partir d'un certain seuil qui dépend du rapport de forme.

#### 4.2.2 Nature des trajectoires

En général, les trajectoires instationnaires périodiques ne sont pas des zigzags plans parfaits mais plutôt des hélices elliptiques de faible excentricité, comme on le voit sur la figure 4.2 b. L'excentricité de la trajectoire peut être définie comme le rapport entre les amplitudes des composantes horizontales  $y$  and  $z$ ,  $e = \tilde{z}/\tilde{y}$ . Par définition, elle est nulle dans le cas d'un zigzag plan vertical et vaut 1 pour une trajectoire hélicoïdale parfaitement circulaire. Il est important de souligner que les mesures conduisent à la même valeur pour l'excentricité si nous la définissons à partir des amplitudes des angles d'inclinaison,  $e = \tilde{\theta}_z/\tilde{\theta}_y$ .

La figure 4.7 montre les valeurs de l'excentricité des trajectoires mesurées, en fonction du nombre de Reynolds et du rapport de forme. On observe que la majeure partie des trajectoires présente une très faible excentricité et sont donc proches du zigzag plan. Pour chaque rapport de forme, il y a un nombre de Reynolds critique,  $Re_c$ , au-delà duquel on observe les trajectoires périodiques. À rapport de forme donné, juste au-dessus de  $Re_c$ , les amplitudes des oscillations  $\tilde{y}$  et  $\tilde{z}$  sont faibles mais peu différentes, l'excentricité est donc élevée, parfois proche de 1. Lorsqu'on augmente  $Re$ , l'excentricité de la trajectoire diminue rapidement. Le comportement observé

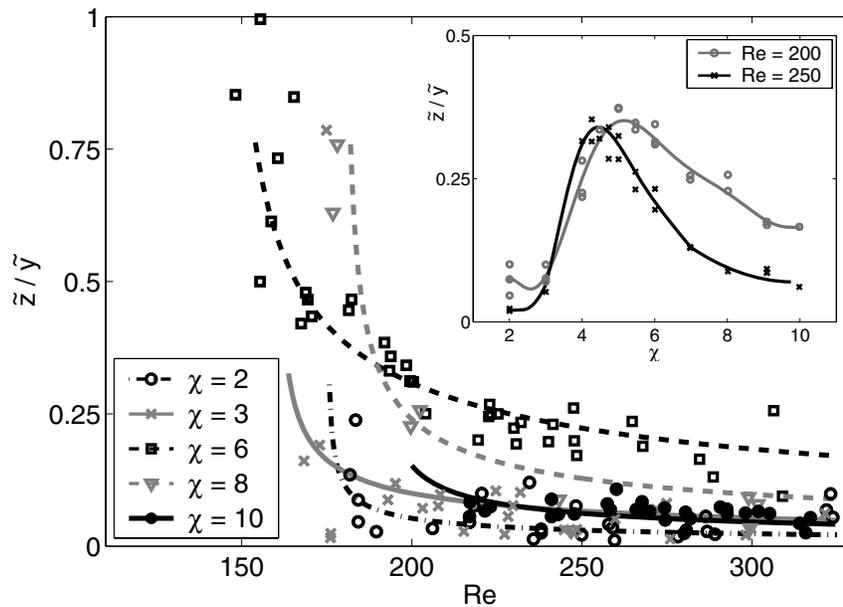


FIG. 4.7 – Excentricité des trajectoires en fonction du nombre de Reynolds, pour différents rapports de forme. La sous-figure présente l'évolution de l'excentricité avec le rapport de forme pour deux nombres de Reynolds.

près du seuil doit cependant être considéré avec précaution : les faibles valeurs des amplitudes mesurées sont proches de l'erreur expérimentale et il est aussi possible que les 1,70 m de hauteur la cuve ne soient pas suffisants pour atteindre le régime final saturé car les taux de croissance ou d'amortissement des oscillations sont nécessairement faibles si près du seuil. La sous-figure de 4.7 montre que, à  $Re$  donné, l'excentricité des trajectoires est plus grande pour les rapports de forme intermédiaires. Les corps épais ( $\chi = 2$  et 3) aussi bien que les corps minces ( $\chi = 9$  et 10) présentent des mouvements de zigzag quasiment plans ( $\tilde{z}/\tilde{y} < 0,20$ ). Pour les rapports de forme intermédiaires, la trajectoire est plus hélicoïdale, mais l'excentricité ne dépasse pas 0,35 pour des nombres de Reynolds supérieurs à 200. Dans la suite, nous simplifions le problème initial tridimensionnel en un problème bidimensionnel, pour nous concentrer sur l'étude des mouvements dans le plan principal des oscillations  $xOy$  :

$$\begin{aligned}x(t) &= \tilde{x} \sin(2\omega t + \phi_x) + u_m \cdot t \\y(t) &= \tilde{y} \sin(\omega t + \phi_y) \\\theta(t) &= \tilde{\theta} \sin(\omega t + \phi_\theta)\end{aligned}$$

où  $\theta = \theta_y(t)$  et  $\phi_\theta = \psi_y$ . Les oscillations de la position du centre de gravité du corps et de l'inclinaison de son axe de révolution par rapport à la verticale sont donc maintenant caractérisées par la fréquence, l'amplitude et les phases des trois fonctions sinusoïdales  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $\theta(t)$ . Dans les sections suivantes, nous étudions la dépendance de ces grandeurs en fonction du nombre de Reynolds et du rapport de forme.

### 4.2.3 Fréquence des oscillations

Après un court transitoire, aussi bien le déplacement horizontal  $y$  que l'angle d'inclinaison du corps  $\theta$  sont des fonctions périodiques en temps, à la même pulsation  $\omega$ . La coordonnée verticale  $x$  oscille, elle, à la pulsation double  $2\omega$ , comme on peut le voir sur la figure 4.3. Les fréquences d'oscillation mesurées s'échelonnent entre 0,10 et 0,45 Hz.

La figure 4.8 montre l'évolution du nombre de Strouhal,  $St = fd/u_m$ , qui compare la fréquence  $f = \omega/2\pi$  au temps inertiel  $d/u_m$ . À rapport de forme donné, le nombre de Strouhal dépend peu du nombre de Reynolds ; il est quasiment constant pour les corps les plus épais et son évolution avec  $Re$  rappelle celle connue du sillage bidimensionnel de cylindres fixes longs (Provansal *et al.*, 1987). Par contre,  $St$  augmente fortement avec le rapport de forme, c.-à-d. lorsque les corps deviennent plus minces. Il est intéressant de remarquer que le nombre de Strouhal correspond également au rapport entre le diamètre du corps et la longueur d'onde de la trajectoire,  $St = d/\lambda$ .

On constate aussi que la fréquence d'oscillation du mouvement des corps est voisine de celle du détachement tourbillonnaire derrière un corps fixe. Nous avons vu que les nombres de Strouhal au seuil de la bifurcation instationnaire, prédits par la simulation numérique du sillage de cylindres aplatis fixes dans un écoulement uniforme, sont proches de 0,12 pour tous les rapports de forme (paragraphe § 3.3.2). Cette valeur est très proche de celles mesurées pour l'oscillation des corps mobiles épais ( $d/h = 3$  surtout) mais s'en écarte pour les corps minces. Contrairement au cas des corps fixes, le rapport de forme joue donc un rôle déterminant dans la sélection de la fréquence d'oscillation des corps mobiles.

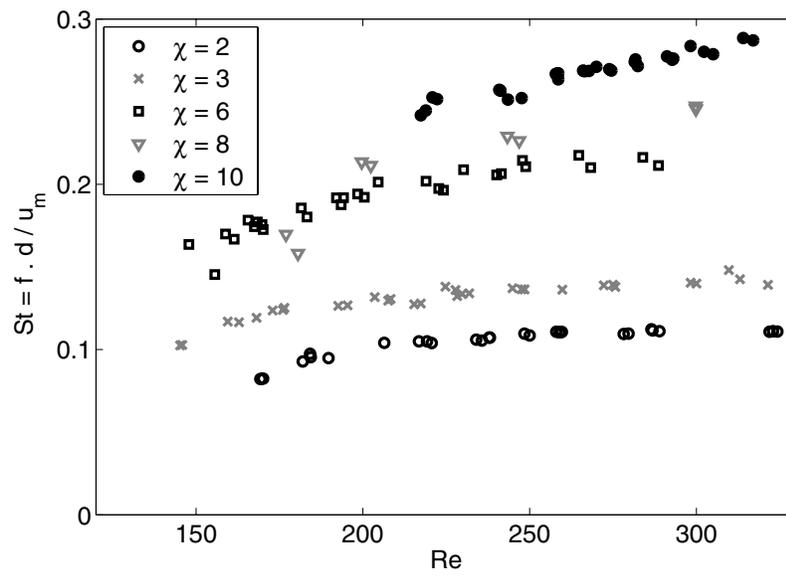


FIG. 4.8 – Fréquence adimensionnelle, donnée par le nombre de Strouhal  $St$ , en fonction du nombre de Reynolds pour des cylindres de rapport de forme  $\chi = 2, 3, 6, 8$  et  $10$ .

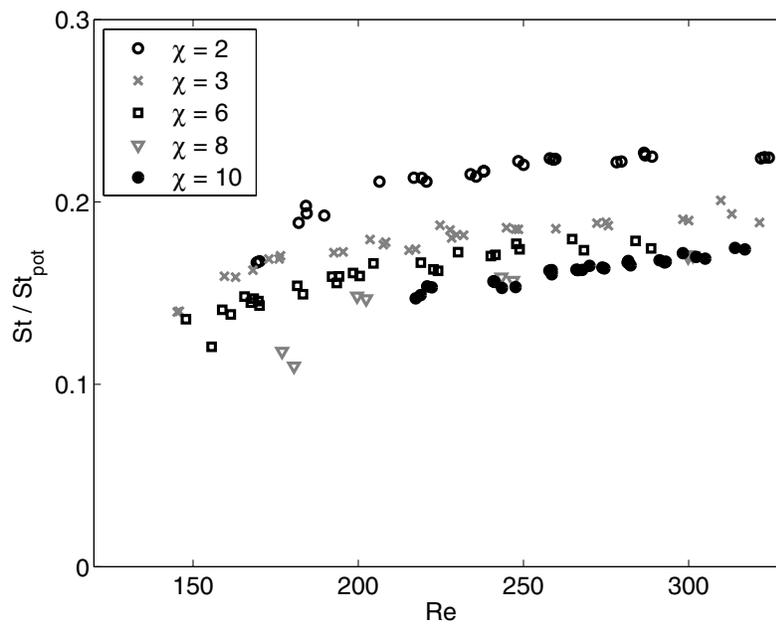


FIG. 4.9 – Fréquence de l'oscillation adimensionnée par la fréquence potentielle  $\omega_{pot}$ , en fonction du nombre de Reynolds pour des cylindres de rapports de forme différents.

Nous avons également déterminé au paragraphe § 1.3.2, la fréquence  $St_{pot}$  prédite par la théorie potentielle. Si celle-ci dépend bien du rapport de forme, elle est par contre plus élevée que celle mesurée ici (figure 4.9) : environ 7 fois pour les corps minces ( $\chi = 10$ ) et 4 fois pour les corps épais ( $\chi = 2$ ). Pour la bulle ellipsoïdale ( $\chi \simeq 2,5$ ) le facteur est de 15 environ (voir Mougin, 2002 et Ellingsen & Risso, 2001) Cette adimensionalisation par la fréquence potentielle donne encore un résultat quasiment indépendant du nombre de Reynolds, et atténue les différences entre les différents rapports de forme.

Ces résultats montrent donc que la fréquence du mouvement des corps mobiles n'est ni la fréquence de l'instabilité du sillage d'un corps fixe, ni la fréquence prédite par la théorie potentielle. Cette fréquence est vraisemblablement le résultat d'un fort couplage entre la production de vorticité à la surface du corps qui est responsable du sillage et les effets inertiels décrits par la théorie potentielle.

#### 4.2.4 Phase relative des oscillations de position et d'inclinaison du corps

Bien que la position horizontale du corps et son inclinaison oscillent à la même fréquence, elles ne sont, en général, pas en phase. Plutôt que d'examiner la différence de phase entre l'inclinaison du corps et sa position horizontale ( $\phi_\theta - \phi_y$ ), nous préférons examiner le déphasage entre l'inclinaison et la composante horizontale de vitesse

$$\Delta\phi = \phi_\theta - \phi_y - \pi/2. \quad (4.6)$$

qui décrit plus directement la façon dont le corps s'incline sur sa trajectoire. La figure 4.10 montre l'évolution de  $\Delta\phi$  avec le rapport de forme, pour plusieurs nombres de Reynolds. Pour les corps épais ( $\chi \sim 2$ ), la vitesse et l'inclinaison du corps par rapport à la verticale sont quasiment en phase. Le déphasage  $\Delta\phi$  augmente ensuite au fur et à mesure que le corps s'amincit. Pour  $\chi > 8$ ,  $\Delta\phi$  est plus grand que  $90^\circ$  et semble tendre vers une limite *corps mince* autour de  $120^\circ$ . Ainsi, au moment où la vitesse horizontale est maximale, l'inclinaison des corps épais est aussi maximale alors que celle des corps minces est presque nulle. Ceci est illustré sur la figure 4.11 qui montre, pour  $Re = 250$ , les contours d'un corps épais ( $\chi = 2$ ) et d'un corps mince ( $\chi = 10$ ) à différents instants le long d'une trajectoire en zigzag. Pour conduire le regard, l'axe de symétrie du corps et la trajectoire (dont la tangente est le vecteur vitesse) ont été tracés : alors que le corps épais a tendance à aligner son axe avec la vitesse, le corps mince préfère en quelque sorte glisser sur la trajectoire. Entre ces deux situations, nos mesures montrent qu'il existe une continuité de styles de zigzag dépendant du rapport de forme du corps. À nombre de Reynolds donné, la transition entre ces deux comportements très différents se fait de façon continue lorsque le rapport de forme change. En revanche, le déphasage  $\Delta\phi$ , dépend seulement faiblement du nombre de Reynolds, la dépendance étant plus forte aux nombres de Reynolds proches du seuil.

Nous avons vu au § 1.3.2, que dans l'approximation d'écoulement potentiel, la résolution des équations de Kirchhoff prédit un déphasage  $\Delta\phi$  de  $180^\circ$ , quelque soit le rapport de forme du corps. L'effet de l'anisotropie du corps sur les termes d'inerties propre et ajoutée ne permet donc pas d'expliquer l'évolution observée de  $\Delta\phi$  en fonction du rapport de forme. D'autre part, nous avons simulé numériquement au chapitre 3 l'écoulement autour d'un corps fixe et nous avons ainsi déterminé les efforts hydrodynamiques causés par l'instationnarité du sillage. Nous avons

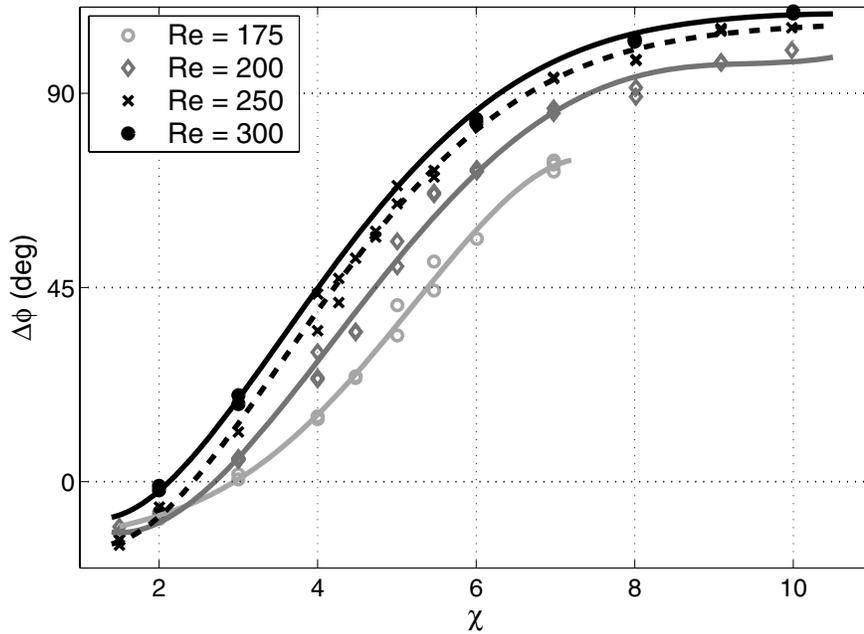


FIG. 4.10 – Différence de phase  $\Delta\phi$  entre l’oscillation de la vitesse horizontale et celle de l’axe d’inclinaison du corps en fonction du rapport de forme.

observé que le déphasage entre la force hydrodynamique et le couple était variant entre  $10^\circ$  et  $30^\circ$ , pour tous les rapports de forme. Comme pour la fréquence, le déphasage ne peut s’expliquer que par un fort couplage des effets potentiels et des effets dûs à la vorticité.

Il est intéressant de souligner que l’évolution continue du déphasage entre les oscillations de position et d’inclinaison observée entre les corps minces et les corps épais ne se réduit pas aux corps solides cylindriques. Dans le cadre du stage de Maîtrise de N. Rollin (Rollin, 2005), nous avons réalisé des expériences avec des corps de forme ellipsoïdale et nous avons mesuré pour  $Re \approx 285$  :  $\Delta\phi = -4^\circ$ ,  $15^\circ$  et  $55^\circ$  pour  $\chi = a/b = 1, 8, 3, 0$  et  $4, 8$  respectivement. Ces résultats sont très proches de ceux de la figure 4.10, ce qui permet de conclure que la forme exacte du corps – bords anguleux ou forme arrondie – n’est pas déterminante pour  $\Delta\phi$ .

Le comportement des corps épais rappelle aussi le comportement de la bulle, bien que les différences de conditions aux limites à l’interface modifient grandement la production de vorticité. En effet, pour une bulle ellipsoïdale de rapport de forme entre 2 et 2,5, les expériences (Ellingsen & Risso, 2001) comme les simulations numériques (Mougin & Magnaudet, 2002a) montrent que la vitesse et l’axe de la bulle sont en phase et même quasiment parallèles. D’autre part, le comportement des cylindres minces ( $d/h \geq 8$ ), est similaire, après inversion du sens du mouvement, aux illustrations de disques et de plaques tombants (Willmarth *et al.*, 1964, Stringham *et al.*, 1969, Field *et al.*, 1997, Belmonte *et al.*, 1998).   notre connaissance, la seule information quantitative concernant  $\Delta\phi$  pour des corps solides peut être obtenue à partir des mesures expérimentales de Belmonte *et al.* (1998) concernant une plaque mince en chute libre dans une cellule bidimensionnelle. Bien que l’oscillation de la vitesse ne soit pas harmonique, on peut néanmoins estimer  $\Delta\phi$ ,

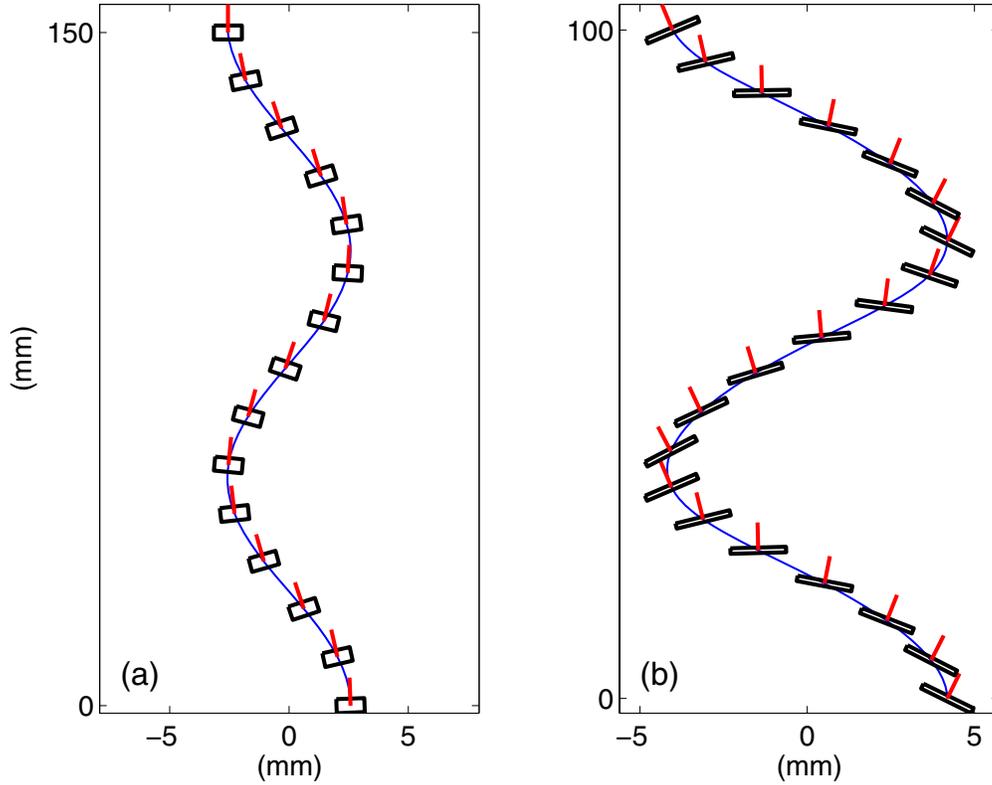


FIG. 4.11 – Contours des corps représentés le long de leur trajectoire pour  $Re = 250$  ( $Ar = 90$ ) et pour (a)  $\chi = 2$  ( $d = 10, 45$  mm,  $u_m = 24,8$  mm/s) et (b)  $\chi = 10$  ( $d = 18, 50$  mm,  $u_m = 14,3$  mm/s). Les corps ne sont pas tracés à l'échelle.

à l'aide du maximum des signaux. On trouve  $\Delta\phi \approx 110^\circ$ , ce qui est cohérent avec les résultats de la figure 4.10. Enfin, nous avons réalisé des expériences complémentaires pour des disques de rapport de forme  $\chi = 15$  et  $20$ , et nous avons obtenu  $\Delta\phi \approx 115^\circ$  à  $Re \approx 220$ , ce qui laisse penser qu'à partir de  $\chi = 8$  le comportement est proche de celui du disque mince.

#### 4.2.5 Amplitudes des oscillations angulaires

Considérons tout d'abord l'amplitude  $\tilde{\theta}$  de l'inclinaison de l'axe du corps avec la verticale. La figure 4.12 montre l'évolution de  $\tilde{\theta}$  en fonction de  $Re$  pour différentes valeurs de  $\chi$ . À petit nombre de Reynolds, la trajectoire est rectiligne et  $\theta = 0$ . Pour  $Re \geq Re_c$ , l'orientation du corps se met à évoluer de manière périodique. À rapport de forme fixé, l'amplitude des oscillations d'inclinaison augmente de façon monotone avec le nombre de Reynolds. De plus, l'inclinaison maximale est du même ordre pour toutes les valeurs du rapport de forme étudiées.

On observe par ailleurs que le nombre de Reynolds critique,  $Re_c$ , dépend de manière non-linéaire du rapport de forme (voir sous-figure de 4.12). Pour chaque rapport de forme,  $Re_c$  a été déterminé par la moyenne des valeurs du plus grand nombre de Reynolds pour lequel nous avons

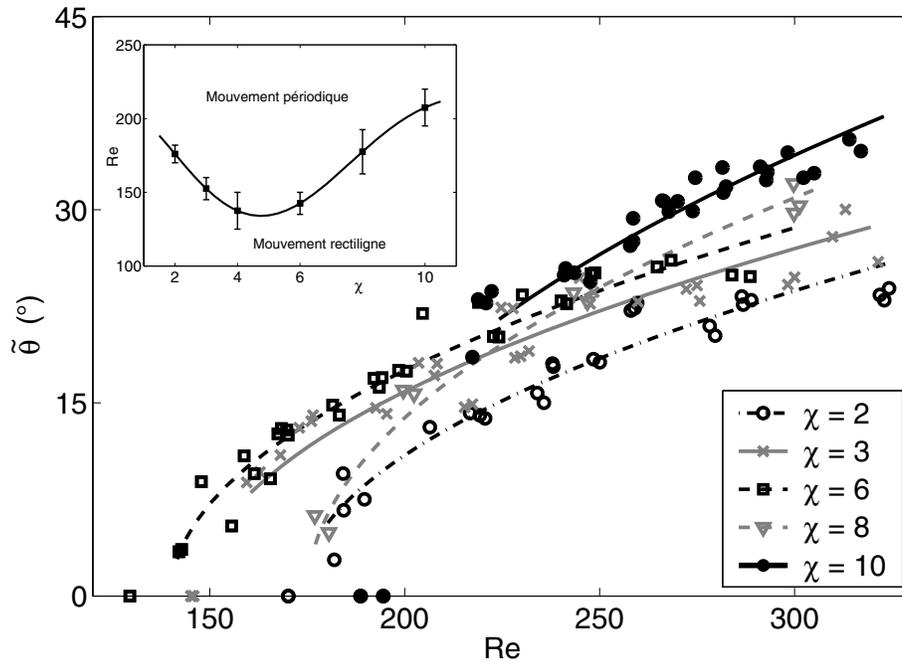


FIG. 4.12 – Évolution de l’amplitude d’oscillation de l’angle d’inclinaison du corps,  $\tilde{\theta}$ , en fonction du nombre de Reynolds, pour  $\chi = 2, 3, 6$  et  $10$ . Les lignes correspondent à des lissages en racine carrée pour chaque rapport de forme. La sous-figure montre l’évolution du seuil d’apparition des oscillations  $Re_c$  en fonction du rapport de forme.

observé une ascension rectiligne et du plus petit nombre de Reynolds pour lequel nous avons observé des oscillations établies. Pour  $\chi \simeq 4$ , la valeur de  $Re_c$  est minimale. C’est aussi pour  $\chi$  autour de 4 que nous avons observé les trajectoires présentant les excentricités les plus élevées. Il semble donc qu’il existe une zone de transition entre les corps épais et les corps minces autour de cette valeur. À faible rapport de forme ( $\chi < 4$ ), le comportement est similaire à ce que nous avons obtenu numériquement pour le seuil de bifurcation du sillage d’un corps fixe (paragraphe § 3.3.1) :  $Re_c$  est une fonction décroissante de  $\chi$ . Pour les corps minces  $\chi > 4$ , on observe le contraire :  $Re_c$  augmente avec  $\chi$  pour atteindre environ 200 à  $\chi = 10$ .

La transition du régime de mouvement rectiligne vers le régime de mouvement oscillatoire correspond vraisemblablement à une bifurcation de Hopf (Glendinning, 1994) amenant à des solutions périodiques stables. À rapport de forme donné, le paramètre de la bifurcation est l’écart au nombre de Reynolds critique  $\delta_{Re} = Re - Re_c$ , de sorte que près du seuil les évolutions de l’amplitude angulaire,  $\tilde{\theta}$ , doivent pouvoir être décrites par des fonctions en  $\sqrt{\delta_{Re}}$ . Sur la figure 4.12 nous avons proposé des lissages en  $\sqrt{\delta_{Re}}$  pour tous les rapports de forme. Ces lissages ont été déterminés en utilisant tous les points disponibles dont certains sont situés assez loin du seuil. Même s’ils semblent bien suivre les résultats expérimentaux, il faut rester prudent quand à leur réelle signification.

Nous ne connaissons pas la nature, sous-critique ou supercritique, de la bifurcation de Hopf entre les régimes de mouvement rectiligne et oscillatoire. Pour la déterminer il faudrait analyser en détail l’évolution de l’amplitude sur une région proche du seuil, raisonnablement entre  $Re_c$

et  $1,1 Re_c$ . Malheureusement, il n'a pas été possible d'obtenir des mesures précises dans cette région située très près du seuil. Pour les corps les plus épais il semble pourtant qu'il s'agisse d'une bifurcation supercritique, avec une augmentation graduelle depuis zéro de  $\tilde{\theta}$  au seuil. Pour les corps les plus minces ( $\chi = 10$ ) nous n'avons aucune mesure entre le dernier point stable situé à  $Re = 190$  et le premier point instable saturé situé à  $Re = 215$ . Dans cette région soit la croissance de l'amplitude avec le  $Re$  est très rapide soit la bifurcation est sous-critique. Dans ce cas, malgré tous les soins apportés aux expériences, nous ne sommes pas en mesure de conclure sur ce point.

#### 4.2.6 Amplitudes des oscillations de translation horizontale

Après le nombre de Reynolds critique  $Re_c$ , les corps ne font pas que tourner périodiquement, leur centre oscille aussi dans le plan horizontal. La figure 4.13 présente l'amplitude  $\tilde{y}/d$  du mouvement horizontal en fonction de l'écart au seuil  $\delta_{Re} = Re - Re_c$ . De nouveau, nous avons défini, pour chaque rapport de forme, la valeur de  $Re_c$  comme valeur médiane entre le dernier point stable et le premier point instable. Pour tout rapport de forme, les seuils  $Re_c$  d'apparition du mouvement de translation périodique coïncident avec ceux du mouvement de rotation et, comme pour l'inclinaison  $\theta$ , l'amplitude  $\tilde{y}/d$  augmente avec l'écart au seuil. L'évolution de  $\tilde{y}/d$  avec le rapport de forme n'est pas monotone : les valeurs pour  $\chi = 2$  et 10 sont quasiment identiques alors que celles pour  $\chi = 6$  sont plus faibles d'environ 50%. Comme pour l'excentricité de la trajectoire, les rapports de forme intermédiaires présentent encore un comportement singulier. Cet affaiblissement de l'amplitude des oscillations principales  $y$  pour les rapports de forme intermédiaires ne peut pourtant pas être justifié par un éventuel transfert d'énergie vers les oscillations perpendiculaires dans la direction  $z$ . L'augmentation de  $\tilde{z}$  ne compense en effet pas la diminution de  $\tilde{y}$  et donc tracer  $\sqrt{\tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}$  à la place de  $\tilde{y}$ , ne change pas significativement les évolutions des amplitudes présentées sur la figure 4.13.

#### 4.2.7 Oscillations verticales

La figure 4.14 présente les évolutions des amplitudes des oscillations de la position verticale,  $\tilde{x} = x - u_m t$ , en fonction de l'écart au seuil pour différentes valeurs du rapport de forme. L'amplitude  $\tilde{x}$  reste très faible, inférieure à 8% du diamètre, dans la gamme de paramètres étudiée. Elle est une fonction croissante de  $Re$  comme les oscillations horizontales. Par ailleurs, elle augmente fortement avec  $\chi$  : les corps épais n'oscillent quasiment pas selon la verticale alors que les corps minces présentent des oscillations significatives.

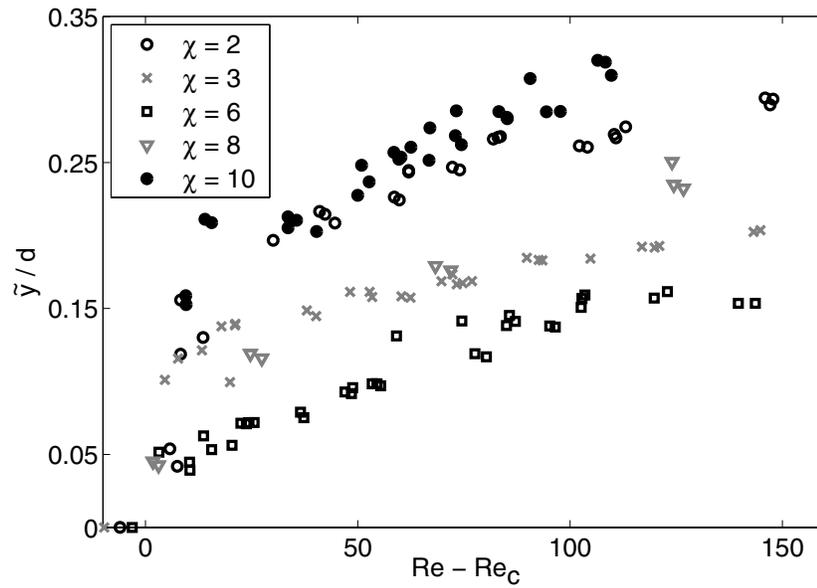


FIG. 4.13 – Évolution de l'amplitude des oscillations de la position horizontale du corps,  $\tilde{y}/d$ , en fonction de l'écart au seuil  $\delta_{Re} = Re - Re_c$ .

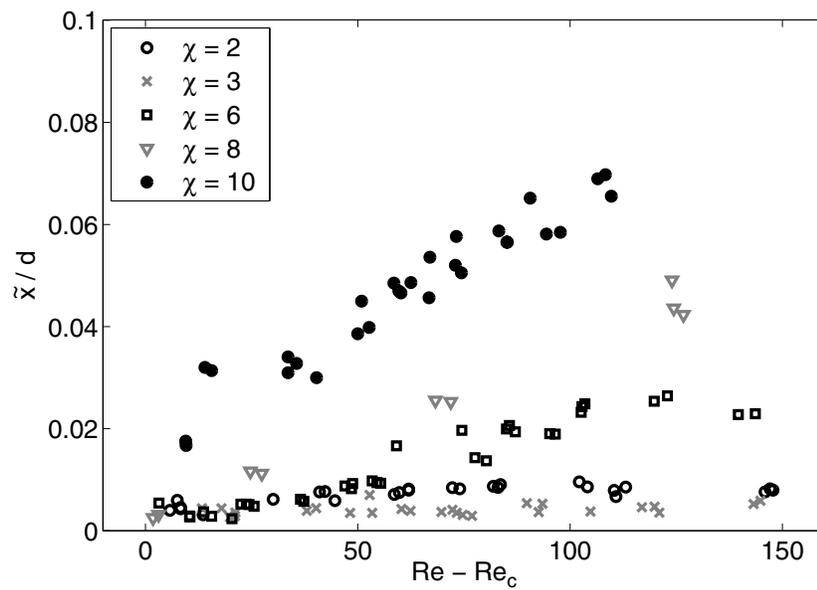


FIG. 4.14 – Évolution de l'amplitude d'oscillation de la position verticale du corps,  $\tilde{x}/d$  en fonction de l'écart au seuil  $\delta_{Re} = Re - Re_c$ , pour différents  $\chi$ .

### 4.3 Analyse de la transition entre mouvements rectilignes et oscillatoires

La figure 4.15 compare les seuils de la transition du mouvement de corps mobiles,  $Re_c$ , à ceux correspondant aux deux bifurcations successives du sillage de corps fixes :  $Re_{c1}$  pour la perte du caractère axisymétrique de l'écoulement,  $Re_{c2}$  pour la perte du caractère stationnaire. Pour les corps épais ( $1,5 < \chi < 5$ ),  $Re_c$  est égal à  $Re_{c1}$ . La perte de la symétrie axiale et l'apparition d'une force de portance et d'un couple sur le corps sont donc suffisantes pour déclencher les oscillations de la position et de l'orientation du corps. Pour  $\chi > 6$ , le comportement des corps libres se sépare de celui du sillage des corps fixes. La valeur de  $Re_c$  commence alors à augmenter avec  $\chi$ . Pour  $\chi > 7$ , elle dépasse même la valeur du seuil de la transition instationnaire du sillage derrière un corps fixe ( $Re_c > Re_{c2}$ ). Pour  $\chi = 10$ ,  $Re_c$  atteint une valeur proche de 200. Des expériences avec des corps plus minces ( $\chi = 15$  et 20) prouvent l'existence d'un plateau à  $Re \simeq 200$  correspondant vraisemblablement à la limite *corps mince*, pour laquelle  $\chi$  ne joue plus de rôle.

On peut proposer deux interprétations du comportement des corps minces. Soit le sillage du corps mobile est instationnaire mais son inertie l'empêche d'osciller de manière significative. Soit son sillage est encore stationnaire et la stabilité du système est renforcée par l'existence des degrés de liberté en translation et rotation supplémentaires par rapport au corps fixe.

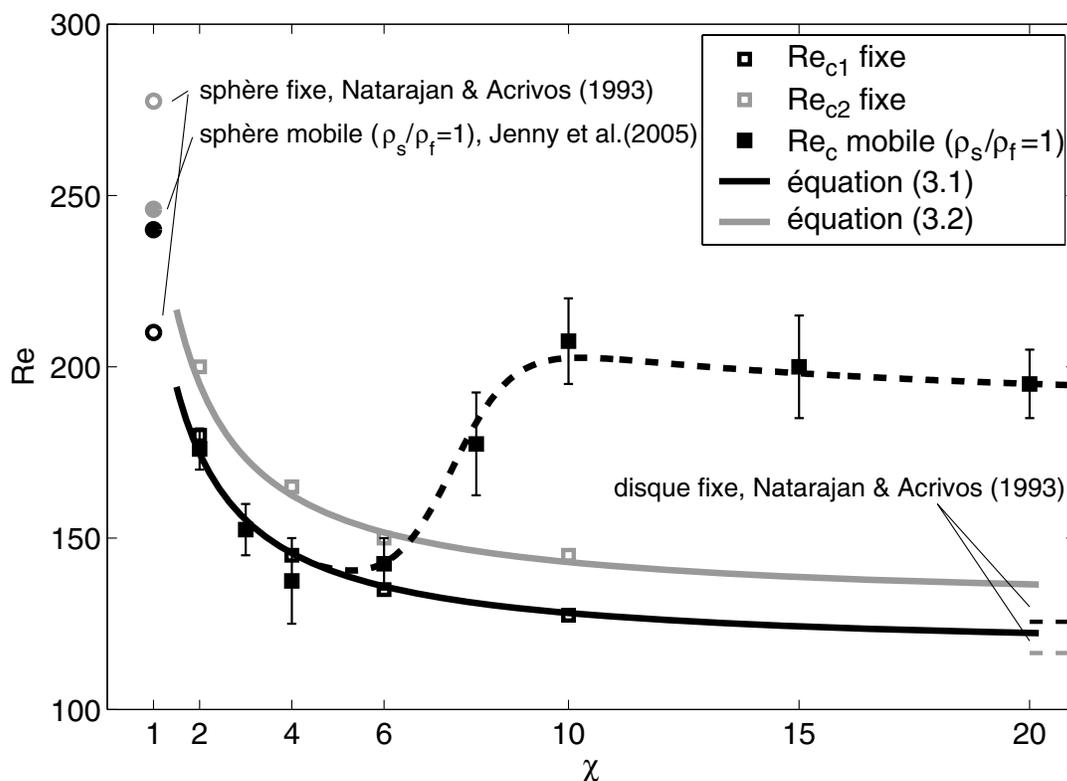


FIG. 4.15 – Diagramme de stabilité du mouvement des corps mobiles et seuils des bifurcations du sillage de corps fixes.

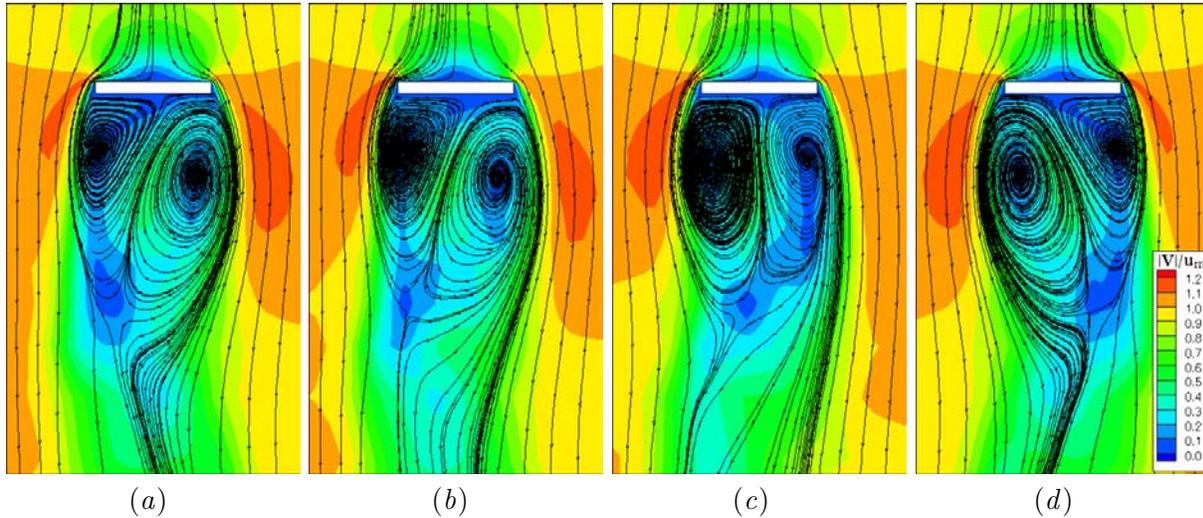


FIG. 4.16 – Évolution temporelle du sillage d'un corps fixe à  $\chi = 10$  et  $Re = 180$  pendant une demi-période  $T/2$ , obtenue par simulation numérique ; les couleurs représentent la norme de la vitesse du liquide,  $\mathbf{V}/u_m$ , et les lignes de courant permettent de mieux visualiser la zone de recirculation : (a)  $t = 0$  ; (b)  $t = T/6$  ; (c)  $t = 2T/6$  (d) ;  $t = T/2$ .

Pour trancher entre ces deux interprétations il est donc nécessaire d'observer les mouvements du liquide pour un nombre de Reynolds compris entre  $Re_{c2}$  et  $Re_c$ . Considérons un corps de rapport de forme 10. Nous avons déjà montré au paragraphe § 3.2 qu'à  $Re = 100 < Re_{c1}$ , la mesure par PIV du sillage du corps mobile et la simulation numérique du sillage du corps fixe donnaient des résultats similaires. La figure 4.16 présente le résultat de la simulation numérique pour  $Re = 180$  et  $\chi = 10$ . La séquence qui présente les lignes de courant et la norme de la vitesse en niveaux de couleurs, montre clairement que le sillage du corps fixe est instationnaire. La figure 4.17 présente une séquence similaire mesurée par PIV autour d'un corps mobile de même rapport de forme ( $\chi = 10$ ) en ascension rectiligne à  $Re = 180$ . La mesure montre clairement que le sillage est stationnaire. On observe cependant que le sillage est légèrement dissymétrique, le corps étant incliné d'environ  $2^\circ$ . Nous avons vérifié que ce petit angle n'était pas en mesure d'expliquer la stabilisation du sillage en effectuant une simulation numérique de l'écoulement autour d'un corps fixe incliné du même angle. Les résultats montrent un sillage fortement instationnaire très peu différent de celui présenté sur la figure 4.16.

Lorsque le mouvement du corps est stationnaire, le sillage est bien stationnaire. C'est donc bien l'ajout de degrés de liberté supplémentaires qui stabilise, dans la gamme  $Re_{c2} < Re < Re_c$ , le sillage d'un corps mobile très peu épais, par rapport à celui d'un corps fixe de même rapport de forme.

Les résultats expérimentaux de Lund & Trees (2001) concernant un cylindre en incidence dans une soufflerie vont dans le même sens que les nôtres. Un cylindre d'aluminium de rapport de forme  $\chi = 6$  est maintenu face à un écoulement uniforme à l'aide de deux ressorts qui servent aussi à mesurer le couple induit par l'écoulement. Il n'est donc ni complètement fixe ni totalement libre, mais le nombre de degrés de liberté du système est cependant supérieur à celui du corps

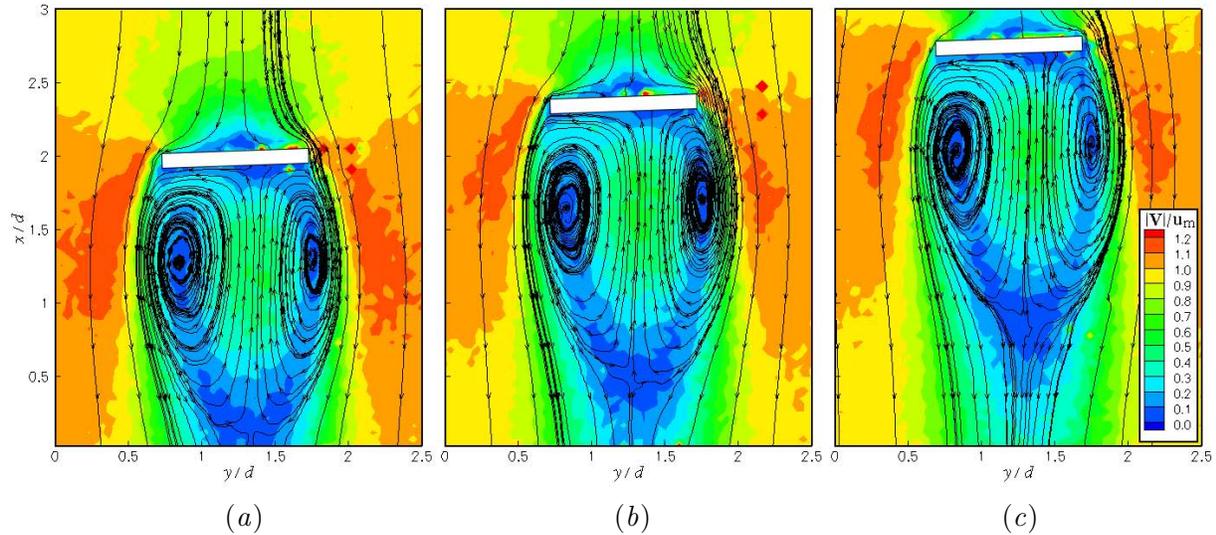


FIG. 4.17 – Évolution temporelle expérimentale du sillage d'un corps mobile à  $\chi = 10$  et  $Re = 180$  ( $d = 15, 50$  mm,  $u_m = 12,0$  mm/s) obtenue par PIV. Les couleurs représentent la norme de la vitesse du liquide,  $\mathbf{V}/u_m$ , et les lignes de courant permettent de mieux apercevoir la zone de recirculation : (a)  $t = 0$ ; (b)  $t d/u_m = 0,65$ ; (c);  $t d/u_m = 1,30$ .

fixe. Ils ont observé que le cylindre commence à osciller pour un nombre de Reynolds autour de 250, valeur plus élevée que celle correspondant au seuil d'instabilité du sillage du corps fixe.

Par ailleurs, il est important de rappeler que nos résultats ne concernent que des corps ayant une densité très proche de celle du liquide ( $\rho_s/\rho_f \simeq 1$ ). Il est difficile de les extrapoler à d'autres rapports de densité. L'étude de [Jenny et al. \(2004\)](#) concernant une sphère libre met en évidence le rôle crucial de ce paramètre. Concernant les géométries anisotropes, seules les études de corps minces ( $\chi \rightarrow \infty$ ) avaient été rapportées dans la littérature. Dans ce cas, les auteurs avaient préféré utiliser le couple de paramètres constitué du coefficient d'inertie,  $I^* = \pi \rho_s h / 64 \rho_f d$ , et du nombre de Reynolds. La figure 4.18 représente la carte de stabilité du mouvement des corps mobiles minces dans le plan ( $Re, I^*$ ). Nous y voyons rassemblés les résultats obtenus pour des disques minces par [Willmarth et al. \(1964\)](#), [Stringham et al. \(1969\)](#) et [Field et al. \(1997\)](#) et nos résultats obtenus pour des cylindres d'épaisseurs variés. On remarque tout d'abord que nos résultats ne coïncident pas avec ceux obtenus avec des corps très minces par les autres auteurs. Faire varier  $I^*$  en changeant  $\rho_s/\rho_f$  ou en changeant  $\chi$ , ce n'est donc pas la même chose. Dans le cas général, trois paramètres sont bien nécessaires pour décrire le problème. En particulier, nos études avec des corps épais ( $I^* \simeq 0,03$ ) conduisent à un régime de mouvement périodique là où [Field et al. \(1997\)](#) observent le régime chaotique. En revanche, pour les corps les plus minces la transition que nous obtenons se rapproche de celle de [Willmarth et al. \(1964\)](#). Pour des rapports de densité  $\rho_s/\rho_f > 2$  ces auteurs observent comme nous des mouvements rectilignes à des nombres de Reynolds pour lesquels le sillage du disque fixe est stationnaire.

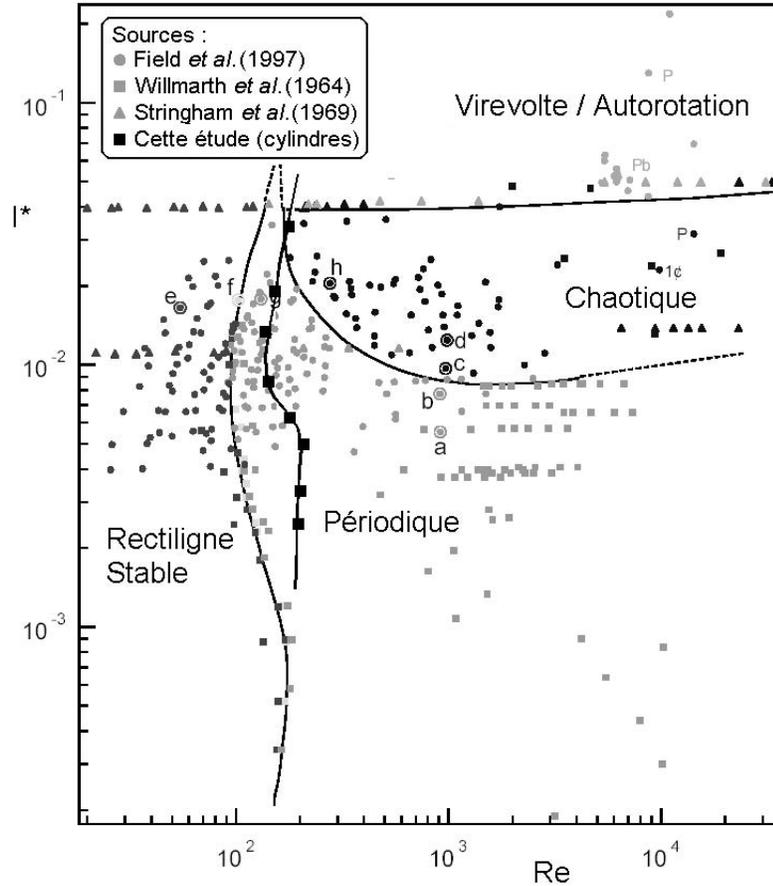


FIG. 4.18 – Carte de configuration des régimes de mouvement de corps libres dans le plan  $I^*$ ,  $Re$  : comparaison des résultats obtenus avec des corps minces par [Willmarth et al. \(1964\)](#), [Stringham et al. \(1969\)](#) et [Field et al. \(1997\)](#) avec les résultats de cette étude obtenus pour des cylindres d'épaisseur variée.

#### 4.4 Repère fixe et repère mobile lié au corps

Jusqu'à présent nous avons présenté les résultats de la cinématique des corps dans le repère fixe des oscillations principales dont l'axe  $x$  est aligné avec la gravité. Nous introduisons maintenant le repère mobile lié au corps dont l'axe  $x$  est parallèle à l'axe de révolution du cylindre (figure 4.19). L'angle d'inclinaison  $\theta$  de l'axe de révolution du corps par rapport à la verticale définit le passage d'un repère à l'autre :

$$u_{mob} = u_{fixe} \cos(\theta) + v_{fixe} \sin(\theta) \quad (4.7)$$

$$v_{mob} = -u_{fixe} \sin(\theta) + v_{fixe} \cos(\theta) \quad (4.8)$$

Dans ce nouveau repère, les forces et les moments agissant sur le corps (équations de Kirchhoff) s'écrivent plus simplement, comme nous le verrons au chapitre 5. Du point de vue de la cinématique, le repère du corps présente aussi un intérêt. Les figures 4.20 et 4.22 présentent les

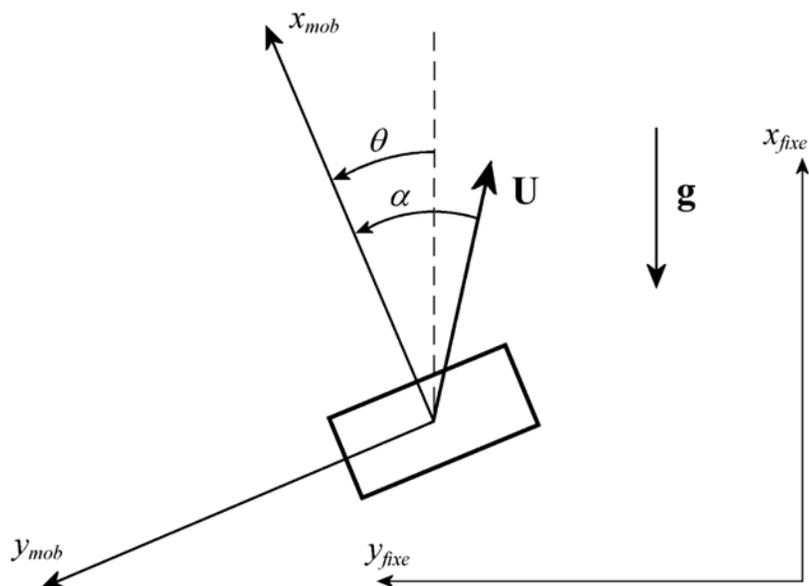


FIG. 4.19 – Repère fixe de la veine d’essai et repère mobile solide au corps.

composantes de la vitesse exprimées dans les deux repères, pour deux corps distincts à  $Re = 250$  : un cylindre très mince  $\chi = 10$  et un cylindre plutôt épais  $\chi = 2$ . Les composantes de la vitesse dans le repère fixe apparaissent dans la colonne de gauche, celles dans le repère du corps dans la colonne de droite. Dans le cas du corps mince, les figures 4.20a et 4.20b montrent que les fluctuations de la vitesse axiale (repère du corps) sont négligeables (de l’ordre de l’erreur de mesure) alors que les fluctuations de la composante verticale de la vitesse (repère fixe) ont une amplitude significative. Dans le cas du corps épais (figures 4.22a et 4.22b), ces composantes sont négligeables dans les deux repères. Dans toute la gamme de nombre de Reynolds et pour tous les rapports de forme considérés, la vitesse du corps suivant son axe de révolution est constante. Les fluctuations de vitesse verticale dans le repère fixe résultent ainsi de la rotation du corps,  $\theta$ , et des oscillations de vitesse latérale  $v_{mob}$ , qui sont plus importantes pour les corps minces que pour les corps épais. Le repère du corps est donc bien à ce titre un repère privilégié. Les fluctuations latérales,  $v_{mob}$ , y sont plus grandes que les fluctuations horizontales,  $v_{fixe}$ , et les fluctuations axiales,  $u_{mob}$ , sont négligeables. Ceci suggère aussi que la dynamique des oscillations implique essentiellement deux degrés de liberté : le déplacement latéral  $y_{mob}$  et l’inclinaison  $\theta$ .

Ce résultat a aussi une conséquence sur l’analyse harmonique des signaux. La loi de changement de repère, (4.7) – (4.8), impliquant des produits du type  $u(t) \cos \theta(t)$  n’est pas linéaire. Elle ne permet donc pas que les signaux soient rigoureusement des fonctions sinusoïdales du temps, à la fois dans le repère fixe et dans le repère du corps. L’observation des densités spectrales de puissance des signaux de vitesse (figures 4.20c et 4.20d et figures 4.22c et 4.22d) montre en effet que si un seul pic à  $\omega$  est visible dans le repère du corps, un petit pic secondaire à  $2\omega$  apparaît dans le spectre de  $u_{fixe}$  et un petit pic secondaire à  $3\omega$  apparaît dans le spectre de  $v_{fixe}$ .

Le repère du corps semble donc permettre une description plus simple de la cinématique des corps. Dans la suite, nous décrirons donc les résultats dans le repère du corps par des expressions

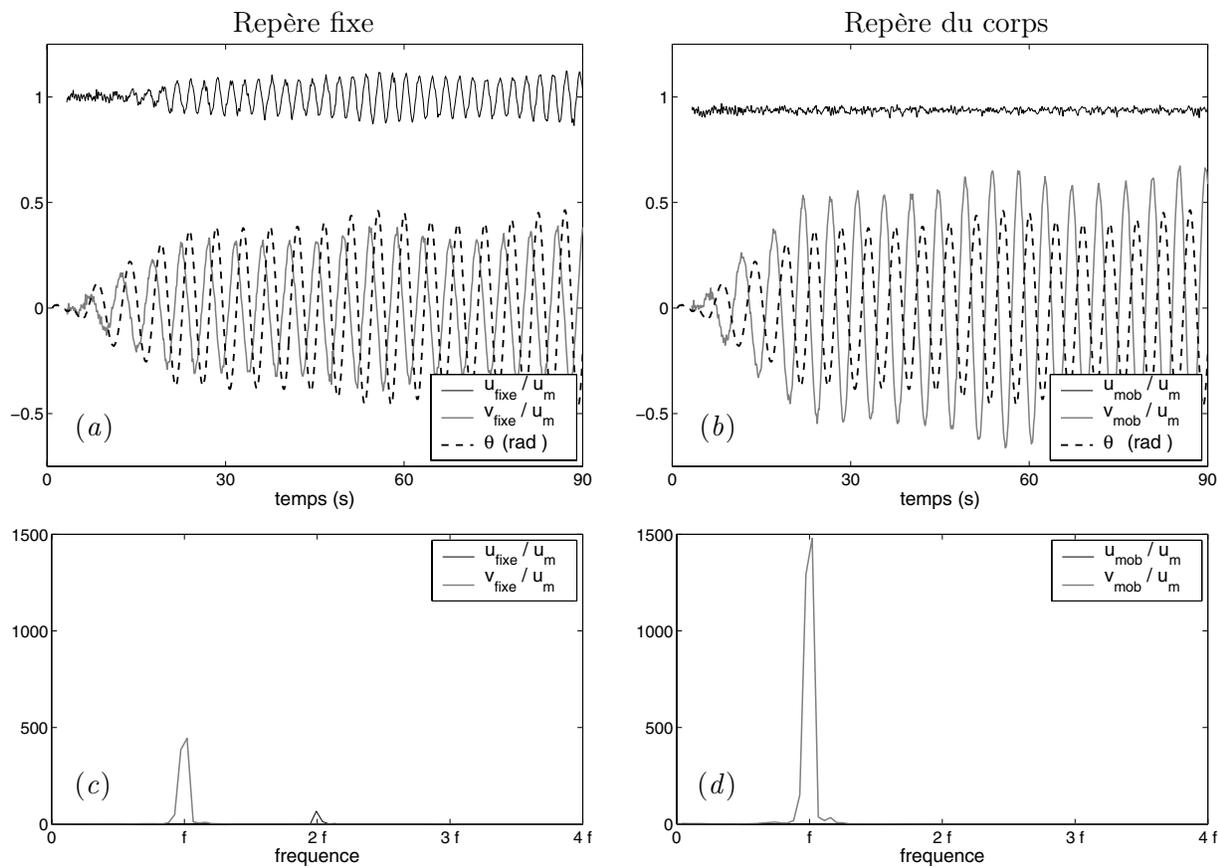


FIG. 4.20 – Vitesse et orientation d'un cylindre mince de rapport de forme  $\chi = 10$  à  $Re \simeq 250$  : (a)–(b) évolutions temporelles des composantes de la vitesse et orientation ; (c)–(d) spectres de puissance des composantes de la vitesse.

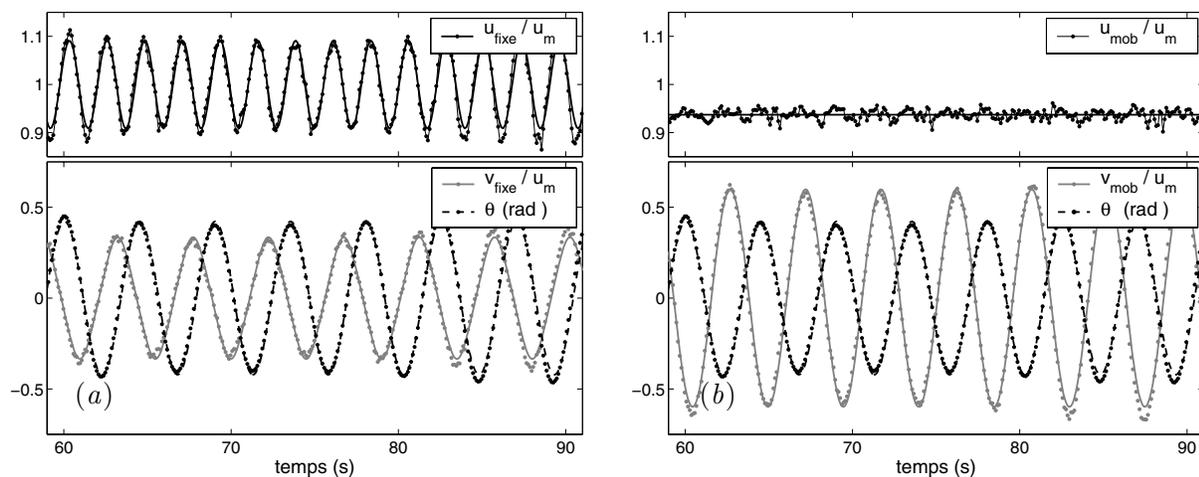


FIG. 4.21 – Lissage des composantes de la vitesse et de l'orientation pour le cas d'un cylindre mince,  $\chi = 10$ ,  $Re \simeq 250$  : (a) repère fixe ; (b) repère du corps. Les points correspondent aux signaux mesurés et les lignes aux fonctions obtenues par lissage dans le repère du corps.

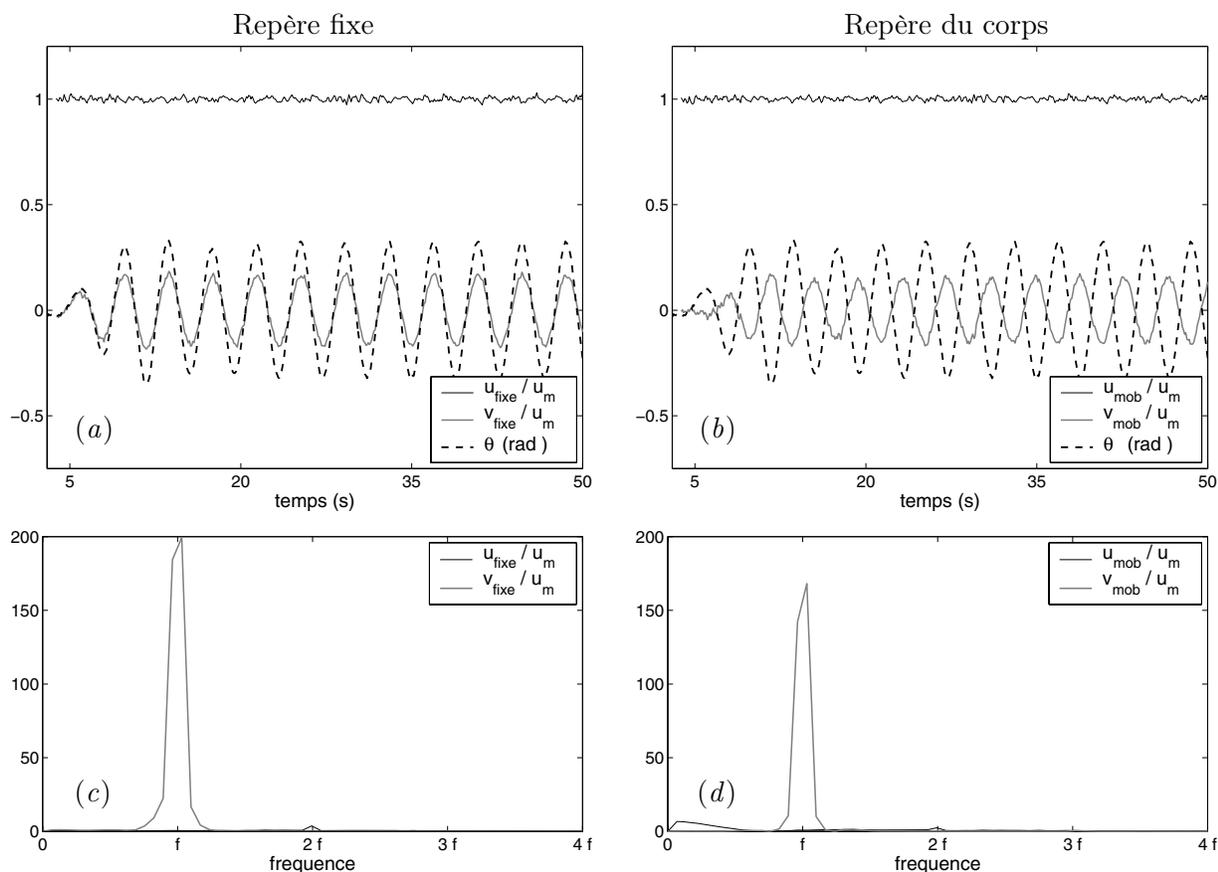


FIG. 4.22 – Vitesse et orientation d’un cylindre mobile de rapport de forme  $\chi = 2$  à  $Re \simeq 250$  : (a)–(b) évolutions temporelles des composantes de la vitesse et orientation ; (c)–(d) spectres de puissance des composantes de la vitesse.

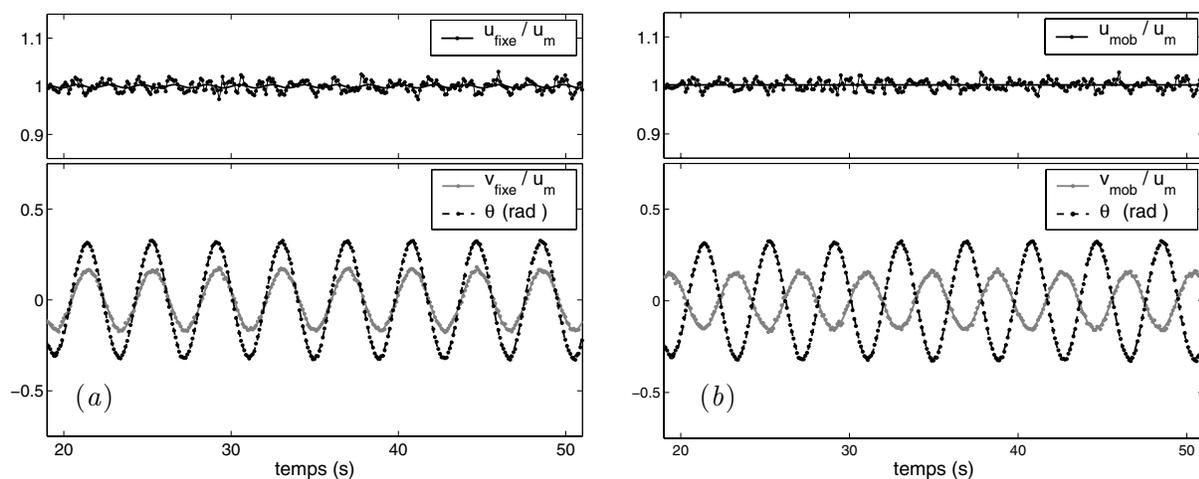


FIG. 4.23 – Lissage des composantes de la vitesse et de l’orientation pour le cas d’un cylindre épais,  $\chi = 2$ ,  $Re \simeq 250$  : (a) repère fixe ; (b) repère du corps. Les points correspondent aux signaux mesurés et les lignes aux fonctions obtenues par lissage dans le repère du corps.

de la forme (en omettant l'indice *mob*) :

$$u(t) = \bar{u} \quad (4.9)$$

$$v(t) = \tilde{v} \sin(\omega t - \Delta\Phi) \quad (4.10)$$

$$\theta(t) = \tilde{\theta} \sin(\omega t) \quad (4.11)$$

Plutôt que de déduire  $\tilde{v}$ ,  $\tilde{\theta}$  et  $\Delta\Phi$  des expressions obtenues à partir des lissages dans le repère fixe, il est plus pertinent de refaire les lissages des données mesurées dans le repère du corps. Les figures 4.21*b* et 4.23*b* montrent que les formules (4.9), (4.10) et (4.11) sont d'excellentes approximations des résultats expérimentaux. Une fois les paramètres de ces expressions analytiques (4.9), (4.10) et (4.11) obtenus dans le repère du corps, on peut reprojeter le résultat dans le repère fixe. C'est ce qui est proposé dans les figures 4.21*a* et 4.23*a*. Ceci permet de vérifier que les expressions (4.9), (4.10) et (4.11) conduisent aussi à un excellent accord dans le repère fixe principal et confirme que les oscillations de la composante verticale de la vitesse se déduisent très bien de la projection des oscillations latérales, sans avoir à prendre en compte aucune fluctuation de la vitesse axiale.

## 4.5 Description des oscillations dans le repère du corps

Nous nous intéressons maintenant aux évolutions des composantes de la vitesse dans le repère du corps. Les équations (4.9), (4.10) et (4.11) montrent qu'elles sont entièrement caractérisées par la donnée de la vitesse axiale  $\bar{u}$ , de l'amplitude des fluctuations de vitesse latérale  $\tilde{v}$  et du déphasage  $\Delta\Phi$  de la vitesse par rapport aux oscillations de l'orientation  $\theta$ . Nous ne reviendrons pas ici sur  $\tilde{\theta}$  qui est le même que dans le repère fixe.

L'évolution de la vitesse axiale,  $\bar{u}$ , avec le rapport de forme et le nombre de Reynolds est présentée sur la figure 4.24. Quand la trajectoire est rectiligne  $\bar{u}$  est égal à la vitesse de montée,  $u_m$ , qui est donnée par le coefficient de traînée dont nous avons vu qu'il est quasiment indépendant du rapport de forme. Lorsque la trajectoire devient instationnaire,  $\bar{u}$  décroît légèrement par rapport à  $u_m$  et ce d'autant plus que le corps est mince.

La figure 4.25 présente l'évolution de  $\tilde{v}/u_m$ . Plus le corps est mince, plus l'amplitude de sa vitesse transversale est grande. Par ailleurs même si la vitesse  $v$  et l'angle d'inclinaison  $\theta$  oscillent à la même fréquence, ils ne sont en général pas en phase. Le déphasage,  $\Delta\Phi$ , de  $v$  par rapport à  $\theta$  est différent du déphasage,  $\Delta\phi$ , de la composante horizontale de la vitesse (repère fixe) par rapport à  $\theta$  (figures 4.20 et 4.22). L'évolution de  $\Delta\Phi$  avec le nombre de Reynolds est présentée sur la figure 4.26 pour différentes valeurs de  $\chi$ . À rapport de forme fixé  $\Delta\Phi$  dépend faiblement du nombre de Reynolds. À  $Re$  fixé, l'évolution de  $\Delta\Phi$ , comme celle de  $\Delta\phi$ , montre une transition graduelle et continue des corps les plus épais ( $\chi = 2$ ) aux plus minces ( $\chi = 10$ ). Cependant, alors que la transition de  $\Delta\phi$  dans le repère fixe s'étend sur une gamme assez étendue, de  $-10^\circ$  à  $115^\circ$  lorsque  $\chi$  varie de 2 à 10, la transition de  $\Delta\Phi$  dans le repère du corps se fait sur une gamme plus restreinte, de  $170^\circ$  à  $225^\circ$ .

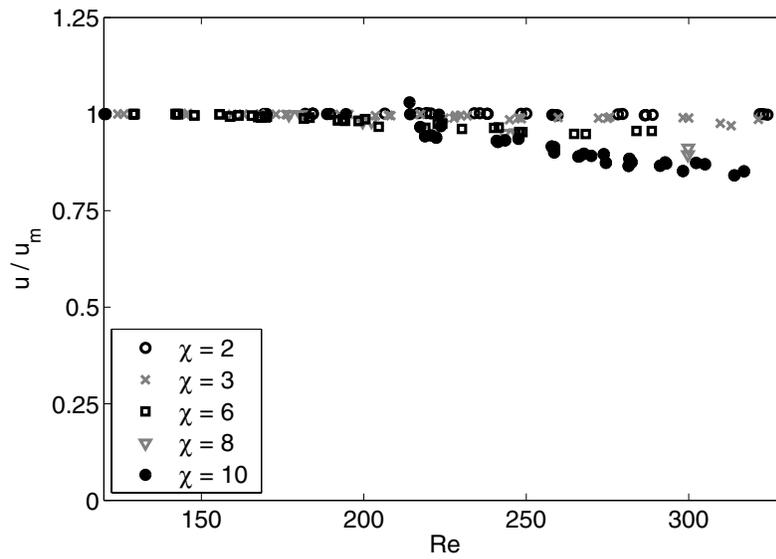


FIG. 4.24 – Vitesse moyenne axiale  $\bar{u}$  adimensionnée par la vitesse moyenne de montée  $u_m$ , en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs du rapport de forme.

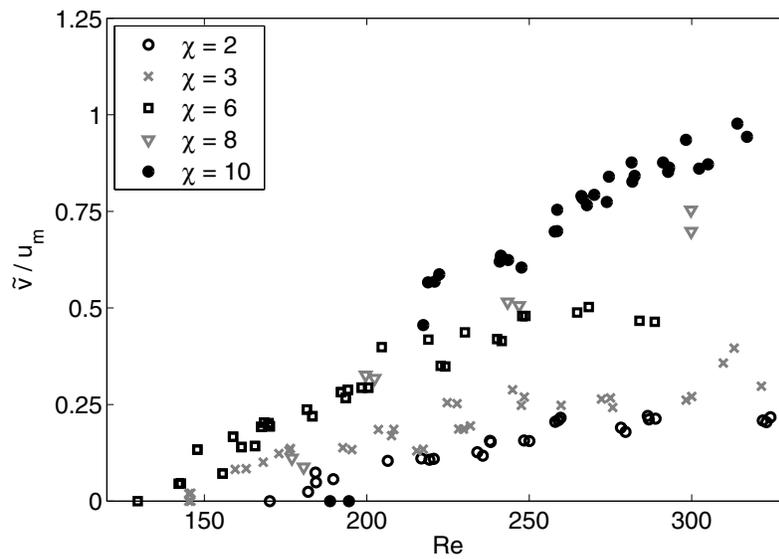


FIG. 4.25 – Amplitudes des fluctuations de la vitesse transversale  $v$  adimensionnées par la vitesse moyenne de montée  $u_m$ , en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs du rapport de forme.

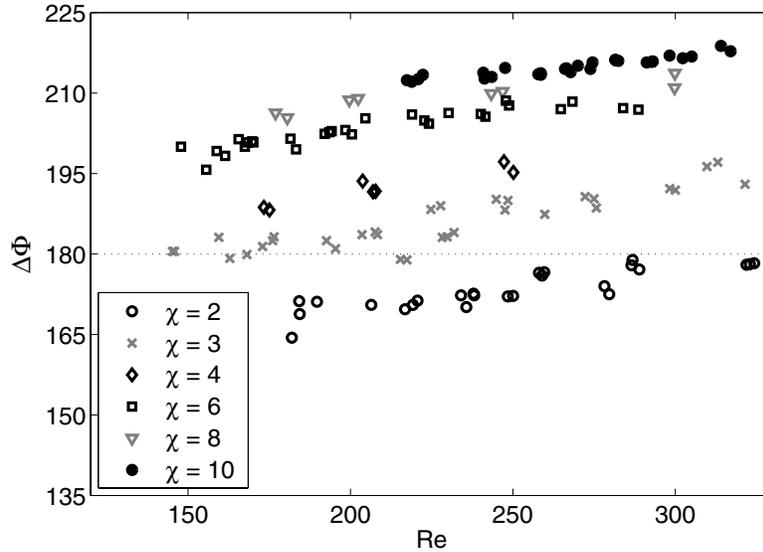


FIG. 4.26 – Déphasage  $\Delta\Phi$  entre l'orientation  $\theta$  et la vitesse transversale  $v$ , en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du rapport de forme.

## 4.6 Tentative pour rassembler les résultats

Nous présentons ici une tentative de regrouper les résultats obtenus pour les différents rapports de forme, par la recherche d'échelles de vitesse et de temps pertinentes. Nous commençons par examiner la fréquence des oscillations puis nous considérons successivement l'amplitude des oscillations de l'orientation  $\tilde{\theta}$ , de la vitesse latérale  $\tilde{v}$  et enfin la vitesse axiale constante  $\bar{u}$ .

En ce qui concerne la fréquence, nous avons observé que le nombre de Strouhal,  $St = fd/u_m$ , est une fonction fortement croissante de  $\chi$  (figure 4.8) pour toutes les valeurs du nombre de Reynolds, et une fonction croissante du nombre de Reynolds pour les corps les plus minces. En introduisant le nombre de Strouhal,  $St^* = fd/u_g$ , basé sur la vitesse gravitationnelle, on supprime presque totalement la dépendance en  $Re$  et on obtient une dépendance avec le rapport de forme en  $\chi^{1/2}$ , similaire à celle trouvée par Mahadevan *et al.* (1999) et Jones & Shelley (2005) pour des cartes en chute libre dans l'air. À rapport de densité constant,  $\rho_f/\rho_s \simeq 1$ , nous aboutissons donc à la loi d'échelle suivante :

$$\frac{fd}{u_g} \frac{1}{\chi^{1/2}} = \frac{fd}{\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho} g d}} \simeq \text{constante} \implies f \sim \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{g}{d}} \quad (4.12)$$

La figure 4.27 illustre ce résultat en présentant l'évolution de  $St^*/\chi^{1/2}$  en fonction de  $Re^*$ . On observe qu'à partir de  $Re^* = 100$ , les données se regroupent sur la corrélation empirique  $f = 0,1 \sqrt{\Delta\rho g d}/d$ . Ce résultat est proche de la relation  $f = 0,12 V_\infty/d$  que nous avons obtenue pour la fréquence d'oscillation du détachement tourbillonnaire dans le sillage de corps fixes.

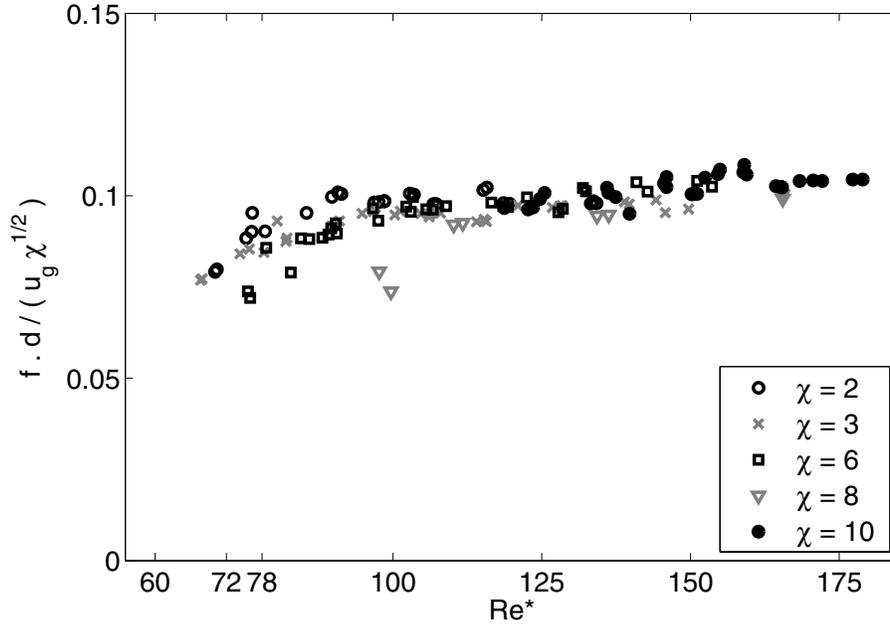


FIG. 4.27 – Fréquence des oscillations adimensionnées.

Nous considérons maintenant l'amplitude des oscillations angulaires. La figure 4.28 montre qu'il suffit de tracer  $\tilde{\theta}$  en fonction de  $Re^*$  pour regrouper les résultats de tous les rapports de forme compris entre 2 et 6 sur toute la gamme de  $Re^*$  et les résultats des corps les plus minces ( $\chi = 8$  et 10) à partir de  $Re^* = 125$ . La relation empirique correspondante s'écrit :

$$\tilde{\theta} \simeq 0,058 (Re^* - Re_{c1}^*)^{\frac{1}{2}} = f_{\theta}(Re^*) \quad (4.13)$$

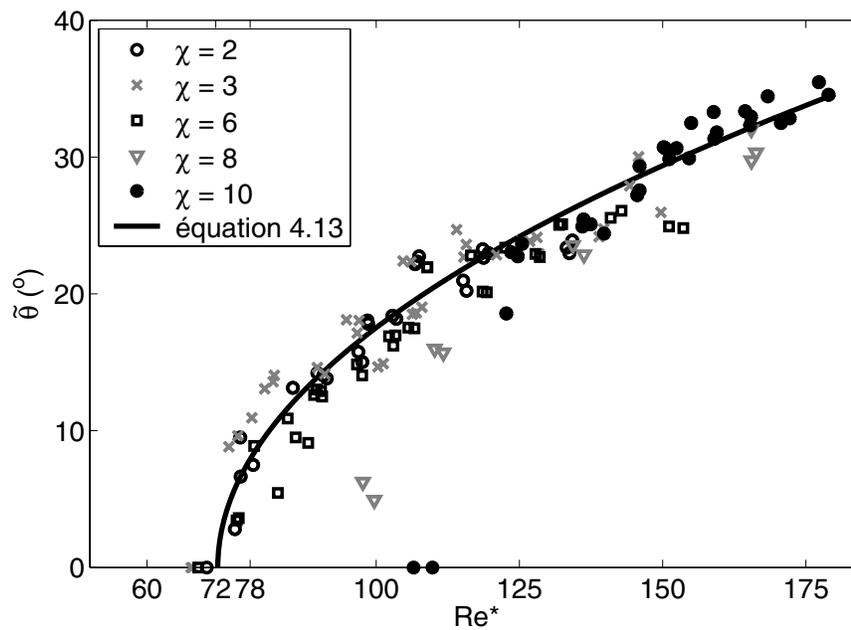
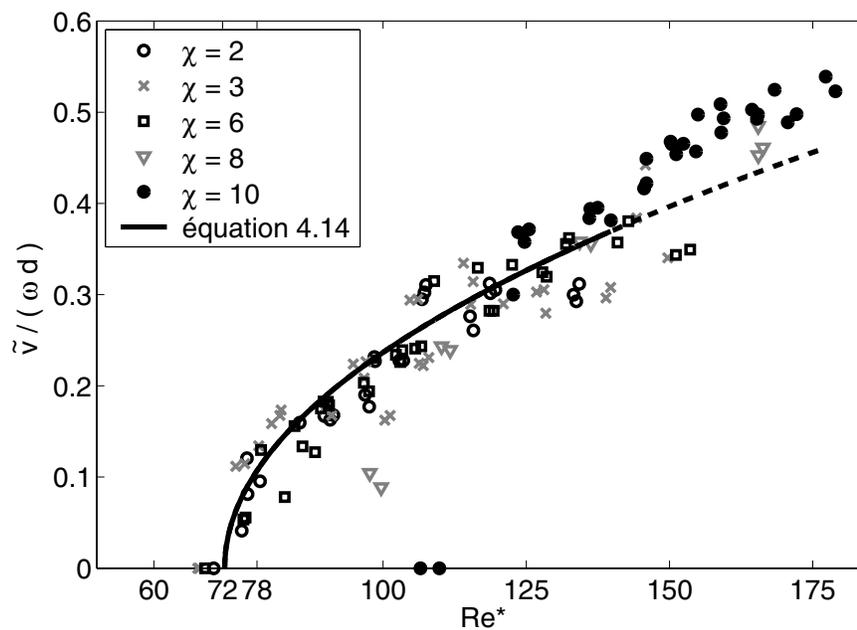
où  $Re_{c1}^* = 72,3$  est la valeur indépendante de  $\chi$  qui définit le seuil de la première bifurcation du sillage des corps fixes. Rappelons que  $Re^*$ , défini au paragraphe 3.3.1, est le nombre de Reynolds qui caractérise l'intensité de la zone de recirculation derrière un corps fixe. Il permet ici de regrouper les résultats des corps mobiles pour tous les rapports de forme sur une unique parabole. Le paramètre de la bifurcation est maintenant  $Re^* - Re_{c1}^*$ , soit l'écart au nombre de Reynolds critique correspondant à la brisure de la symétrie axiale du sillage des corps fixes.

Les résultats concernant l'amplitude des fluctuations de la vitesse transversale peuvent aussi être regroupés de cette façon. La figure 4.29 montre en effet que les résultats obtenus pour les différents rapports de forme se regroupent assez bien lorsqu'on trace  $\tilde{v}/\omega d$  en fonction de  $Re^*$ . La courbe tracé sur la figure correspond à la relation empirique :

$$\frac{\tilde{v}}{\omega d} \simeq 0,045 (Re^* - Re_{c1}^*)^{\frac{1}{2}} = f_v(Re^*) \quad (4.14)$$

On peut réécrire cette expression en introduisant le résultat obtenu pour le nombre de Strouhal  $St^*$  (figure 4.27) et on obtient :

$$\tilde{v} = f_v(Re^*) \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho} g d} \quad (4.15)$$

FIG. 4.28 – Amplitude des oscillations de l'angle d'inclinaison,  $\theta$ , en fonction de  $Re^*$ .FIG. 4.29 – Amplitudes des fluctuations de vitesse transversale par rapport à la vitesse  $\omega d$  en fonction de  $Re^*$ .

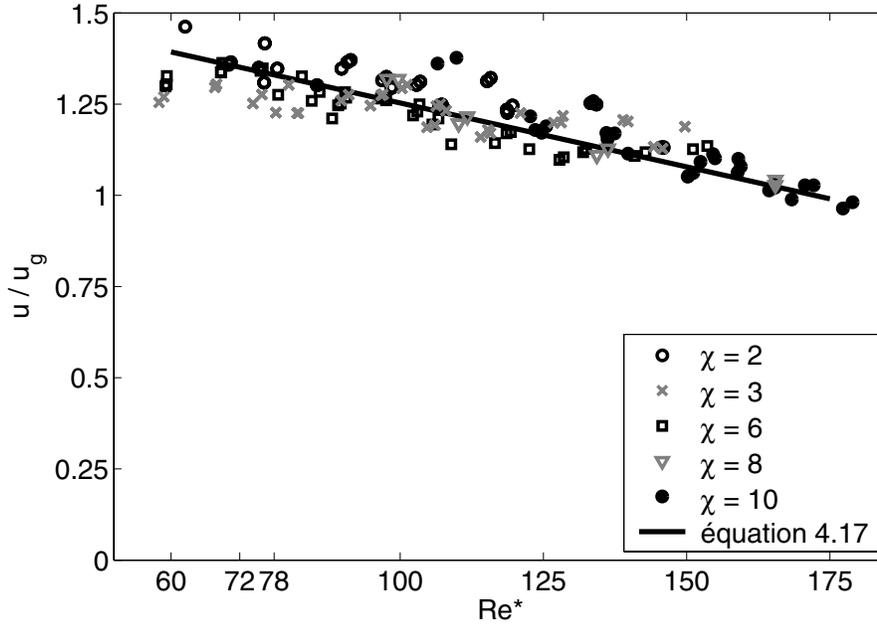


FIG. 4.30 – Composante de la vitesse suivant l’axe de révolution du corps en fonction de  $Re^*$ .

Il est aussi intéressant de constater que si l’on intègre  $v$  par rapport au temps, on obtient que l’amplitude du déplacement transversal,  $\tilde{y}$ , est, à  $Re^*$  fixé, simplement proportionnelle au diamètre du corps :

$$\frac{\tilde{v}}{\omega d} = \frac{\tilde{y}}{d} = f_v(Re^*) \quad (4.16)$$

La figure 4.30 montre la vitesse axiale  $u$  normée par la vitesse gravitationnelle,  $u_g$ , en fonction de  $Re^*$ . Ici encore, l’utilisation de  $Re^*$  permet de regrouper les résultats correspondants aux différents rapports de forme, et donc de prendre en compte le rôle de  $\chi$ . La courbe sur la figure 4.30 correspond à la relation empirique suivante :

$$\frac{u}{u_g} = 1.35 - 0,0035 (Re^* - Re_c^*) = f_u(Re^*) \quad (4.17)$$

L’échelle pertinente pour la vitesse axiale,  $u$ , est donc  $u_g = \sqrt{\Delta\rho g h/\rho}$ , alors que celle qui est pertinente pour la vitesse latérale,  $v$ , est  $u_g \chi^{1/2} = \sqrt{\Delta\rho g d/\rho}$ .

## 4.7 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales caractéristiques des mouvements mesurés de cylindres mobiles en ascension dans un fluide au repos. Nous avons notamment montré que l’apparition des mouvements périodiques coïncide, pour les corps épais ( $\chi < 4$ ), avec la brisure de symétrie axiale du sillage des corps fixes de même forme. Lorsque le corps devient plus mince ( $\chi > 4$ ), l’apparition des oscillations est retardée car le sillage se trouve stabilisé par l’existence des degrés de liberté supplémentaires des corps mobiles relativement aux corps fixes.

Néanmoins, le seuil  $Re_{c1}$  de la brisure de symétrie axiale du sillage des corps fixes reste un paramètre pertinent pour décrire l'évolution des oscillations des corps mobiles. L'utilisation de  $Re^*$ , qui est proportionnel à  $Re/Re_{c1}$ , permet en effet de rassembler l'évolution des amplitudes de l'angle d'inclinaison,  $\theta$ , et des déplacements latéraux,  $y/d$ . En ce qui concerne la fréquence des oscillations ainsi que le déphasage entre translation et rotation, nous avons observé une forte dépendance avec le rapport de forme, contrairement à ce que montrent les simulations numériques de l'écoulement autour de corps fixes. Nous en concluons que si les mouvements instationnaires des corps mobiles sont bien causés par l'instabilité du sillage, leurs propriétés sont fortement influencées par les degrés de liberté en translation et en rotation du corps et impliquent un subtil couplage entre les effets inertiels prédits par la théorie potentielle et les effets de la production de vorticité à la surface du corps.

Pour essayer de mieux comprendre les rôles joués par ces deux effets, nous allons essayer au chapitre suivant de déterminer les efforts hydrodynamiques, couples et forces, qui s'exercent sur les corps en mouvement.



# Chapitre 5

## Dynamique du mouvement des corps

Nous nous penchons maintenant sur les forces et les couples appliqués aux corps qui sont responsables de la richesse des mouvements rencontrés. Les évolutions avec les paramètres de ces forces et couples seront calculés à partir des données expérimentales de la cinématique des corps (vitesses linéaire et angulaire) dans le plan des oscillations principales.

Au paragraphe 5.1, nous présenterons le système d'équations différentielles qui caractérise les efforts subis par le corps et régit son mouvement. Au paragraphe 5.2, nous calculerons les forces et les couples agissant sur les corps et mettrons en évidence le rôle joué par le rapport de forme et le nombre de Reynolds. Enfin, le paragraphe 5.3 présentera une synthèse des effets dus à la production de vorticité et au sillage sur les mouvements des corps.

### 5.1 Les équations du mouvement

Dans le cadre général du mouvement d'un corps mobile dans un fluide peu visqueux au repos à l'infini, les équations décrivant la dynamique peuvent être obtenues par la généralisation des équations de Kirchhoff introduites au Chapitre 1. Howe (1995) a montré qu'il faut ajouter des termes dus à la vorticité aux termes d'inertie et de gravité (voir aussi Mougin & Magnaudet, 2002b). Ainsi, les équations du mouvement s'écrivent dans le repère lié au corps

$$(m\mathbb{I} + \mathbb{A}) \frac{d\mathbf{U}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times ((m\mathbb{I} + \mathbb{A})\mathbf{U}) = \mathbf{F}_\omega + \mathbf{F}_g \quad (5.1)$$

$$(\mathbb{J} + \mathbb{D}) \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times ((\mathbb{J} + \mathbb{D})\boldsymbol{\Omega}) + \mathbf{U} \times (\mathbb{A}\mathbf{U}) = \boldsymbol{\Gamma}_\omega \quad (5.2)$$

Les membres de gauche sont les termes d s aux inerties du corps et du fluide qui restent inchangés par rapport à la théorie potentielle. Les membres de droite sont la flottabilité,  $\mathbf{F}_g = (m - \rho_f \vartheta) \mathbf{g}$  et les efforts supplémentaires induits par la production de vorticité à la surface du corps,  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\boldsymbol{\Gamma}_\omega$ , responsables de la présence de la couche limite et du sillage. Il faut noter que  $\mathbf{F}_\omega$  comprend des composantes de traînée et de portance et  $\boldsymbol{\Gamma}_\omega$  contient au moins une contribution d'amortissement en rotation. Ces efforts sont instationnaires du fait du détachement tourbillonnaire alterné dans le sillage proche des corps.

Des études numériques récentes (voir Magnaudet & Eames (2000) et références incluses) ont montré que les effets d'inertie ajoutée sont toujours correctement définis dans un fluide visqueux et rotationnel, et correspondent au changement instantané des efforts hydrodynamiques produits

par l'accélération relative du corps vis-à-vis du fluide. Ces études ont également montré que les coefficients de masse et d'inertie ajoutée sont indépendants des caractéristiques de l'écoulement autour du corps ainsi que de la nature de la surface du corps : non-glissement, glissement ou situations intermédiaires. Cela veut dire notamment, qu'ils ne dépendent pas de la structure du sillage et qu'ils restent invariants avec le nombre de Reynolds. Ces résultats s'avèrent très importants car ils permettent de séparer les effets hydrodynamiques liés à la production de vorticité de ceux d s à l'inertie ajoutée.

### 5.1.1 Inertie propre et inertie ajoutée de cylindres aplatis

L'inertie d'un corps de forme cylindrique est décrite par sa masse,  $m$ , et ses moments d'inertie en rotation autour de l'axe de révolution,  $J_1$ , et autour d'un axe radial,  $J_2$  :

$$m = \rho_s \vartheta \quad (5.3)$$

$$J_1 = \frac{1}{8} \rho_s \vartheta d^2 \quad (5.4)$$

$$J_2 = \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{12} \chi^{-2} \right) \rho_s \vartheta d^2 \quad (5.5)$$

L'inertie du fluide entraînée est donnée par les tenseurs de masse et d'inertie ajoutée, qui dépendent de la densité du fluide et de la géométrie du corps solide. Dans le cas d'un corps de forme cylindrique leurs composantes n'impliquent que trois grandeurs : les masses ajoutées  $A$  et  $B$  pour la translation et le moment d'inertie ajoutée  $Q$  pour la rotation autour d'un axe radial. Nous avons trouvé des expressions de  $A$  et  $B$  de cylindres aplatis en fonction du rapport de forme à partir des données dans la littérature. En revanche, en dehors du cas du disque sans épaisseur nous n'avons trouvé nulle part une évolution de  $Q$  avec le rapport de forme.   partir des informations disponibles, nous avons proposé une expression raisonnable pour  $Q(\chi)$ . Heureusement, comme nous le verrons dans la suite, la valeur exacte de  $Q$  s'avère être d'une importance limitée dans les bilans dynamiques. Les expressions que nous avons utilisées sont les suivantes :

$$A = \frac{A}{\rho_f \vartheta} = \frac{4}{3\pi} \left( \chi + 0,5 \chi^{1/2} \right) \quad (5.6)$$

$$B = \frac{B}{\rho_f \vartheta} = \frac{4}{3\pi} \left( \frac{1,75}{\chi^{3/4}} \right) \quad (5.7)$$

$$Q = \frac{Q}{\rho_f \vartheta d^2} = \frac{4}{90\pi} \left( \chi + 0,80 \chi^{1/2} \right) \quad (5.8)$$

Les détails concernant l'obtention de ces expressions sont fournis dans l'Annexe A. La figure 5.1 présente les évolutions de ces coefficients rendus adimensionnels en utilisant le diamètre  $d$  et les masses volumiques  $\rho_s$  et  $\rho_f$ . Nous remarquons que, ainsi adimensionnalisés, ils sont tous des fonctions décroissantes du rapport de forme. Dans notre configuration où  $\rho_f/\rho_s \simeq 1$  et  $\chi > 2$ , on voit que la masse ajoutée en translation dans la direction axiale  $A$  est supérieure à la masse ajoutée en translation dans une direction radiale  $B$ , ainsi qu'à la masse propre  $m$  du corps. En ce qui concerne la rotation,  $Q$  devient plus grand que  $J_2$  lorsque le diamètre des corps dépasse à peu près 4 fois son épaisseur.

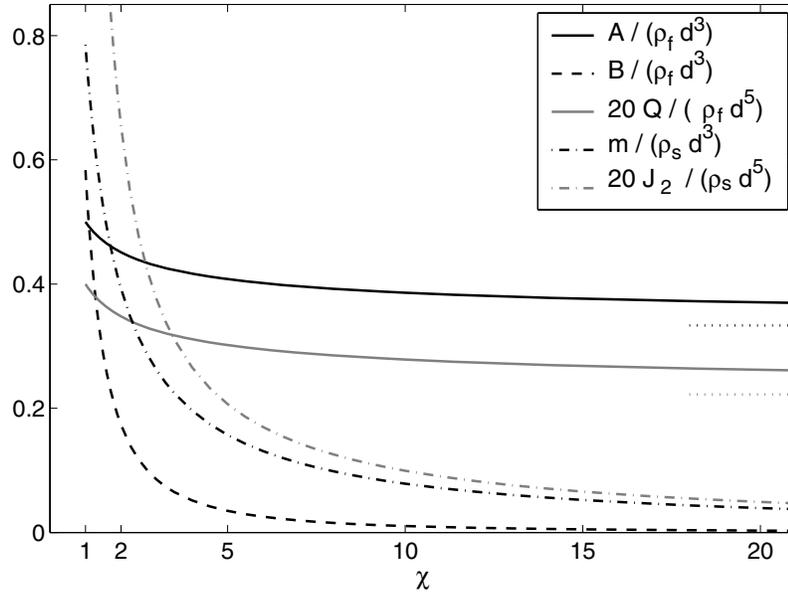


FIG. 5.1 – Évolution des masses et moments d’inertie propre et ajoutée de cylindres aplatis, avec le rapport de forme.

Les équations du mouvement (5.1) et (5.2) dans le repère des axes propres du corps s’écrivent en séparant les 6 équations d’équilibre des forces et des moments correspondant aux 6 degrés de liberté du corps :

$$(m + A) \frac{du}{dt} + (m + B)(wq - vr) = F_{\omega}^x + F_g^x \quad (5.9)$$

$$(m + B) \frac{dv}{dt} + (m + A)ur - (m + B)wp = F_{\omega}^y + F_g^y \quad (5.10)$$

$$(m + B) \frac{dw}{dt} - (m + A)uq + (m + B)vp = F_{\omega}^z + F_g^z \quad (5.11)$$

$$J_1 \frac{dp}{dt} = \Gamma_{\omega}^x \quad (5.12)$$

$$(J_2 + Q) \frac{dq}{dt} + (J_1 - J_2 - Q)pr + (A - B)uw = \Gamma_{\omega}^y \quad (5.13)$$

$$(J_2 + Q) \frac{dr}{dt} + (J_2 - J_1 + Q)pq - (A - B)uv = \Gamma_{\omega}^z \quad (5.14)$$

On distingue parmi les termes inertiels aux membres de gauche des équations, une partie correspondante à l’inertie propre du corps et une autre faisant intervenir l’inertie ajoutée. Aux seconds membres des équations se trouvent les composantes de la force de flottabilité et celles des forces et couples inconnus dus à la production de vorticité.

### 5.1.2 Choix du repère de travail

Les équations générales du mouvement (5.9 – 5.14) donnent l’équilibre des composantes des efforts dans un repère mobile, solidaire du corps. Il est bien sûr possible d’écrire ces équations dans d’autres repères. Le problème est de choisir le repère le plus approprié pour la détermination

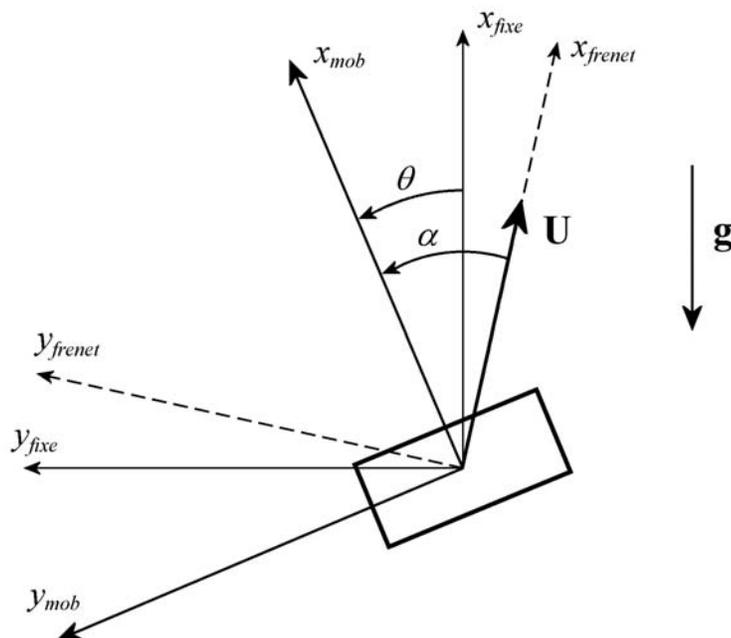


FIG. 5.2 – Repère fixe, repère du corps et repère de Frenet.

et la modélisation des forces et des moments inconnus. Trois repères particuliers sont intéressants (figure 5.2) : (i) le repère fixe de la veine d'essai, dont l'axe  $x$  est parallèle à la gravité ; (ii) le repère mobile solidaire au corps dont l'un des axes est l'axe de révolution du corps ; (iii) le repère de Frenet dont l'un des axes est aligné avec la vitesse du corps. Du point de vue de la dynamique, nous remarquons que les termes d'inertie du corps et d'inertie ajoutée s'écrivent plus facilement dans le repère lié au corps ; la gravité, elle, privilégie le repère fixe tandis que le repère de Frenet permet de distinguer traînée et portance.

Le fait de choisir le repère du corps permet d'exprimer simplement les termes d'inertie propre et ajoutée mais impose une force de flottabilité instationnaire variant avec l'angle d'inclinaison,  $\theta$ . Le changement de repère des termes d'inertie vers le repère fixe ou celui de Frenet, complique le système d'équations, par la nécessité de prendre en compte les angles d'inclinaison et de dérive via des rotations, qui font apparaître des produits de fonctions sinusoidales. Du point de vue de la cinématique, le repère du corps présente aussi des propriétés intéressantes. Premièrement, comme nous l'avons vu au Chapitre 4, la composante axiale de la vitesse,  $u$ , étant quasiment constante, les fluctuations de la vitesse dans le repère du corps concernent seulement les oscillations de la vitesse transversale  $v$ . De plus, alors que pour l'orientation  $\theta$  (adimensionnelle et indépendante du repère), nous avons tout de suite réussi un rassemblement très satisfaisant des données en introduisant le nombre de Reynolds  $Re^*$  caractéristique du sillage des corps fixes, pour les amplitudes des fluctuations de vitesse (ou de déplacements) ce rassemblement n'a été possible que dans le repère du corps (figure 4.29). L'ensemble de ces constatations concernant à la fois les résultats de la cinématique et ce qui est connu de la dynamique, nous ont conduit à choisir d'étudier la dynamique dans le repère du corps.

### 5.1.3 Description bidimensionnelle

Les mesures présentées au chapitre précédent ont permis de conclure que les mouvements instationnaires tridimensionnels des corps peuvent, dans la majeure partie des cas, être approchés par des mouvements d'ascension en zigzag dans un plan vertical. Nous adopterons donc ici une description bidimensionnelle qui a l'avantage de simplifier l'analyse des mécanismes physiques conduisant aux oscillations des corps. Le système précédent (5.9) – (5.14) se réduira donc à un système de 3 équations. Nous devons, néanmoins, tout d'abord quantifier les conséquences de cette approximation sur la détermination des forces et des moments s'exerçant sur les corps.

En premier lieu, nous n'avons pas mesuré la rotation du corps autour de son axe de révolution (vitesse angulaire  $p$ ) car la technique d'ombroscopie utilisée ne permet de déterminer que l'orientation de l'axe de révolution. Il nous semble toutefois raisonnable d'admettre que  $p$  est négligeable. D'une part, une inspection attentive des essais ne permet pas de distinguer de rotation du corps autour de son axe. D'autre part, plusieurs travaux sur les sillages de corps fixes (Mittal 1998 et Ormières & Provansal 1999 dans le cas de la sphère, nos résultats du chapitre 3 pour les cylindres aplatis) ont montré que l'écoulement garde toujours un plan de symétrie ( $xOy$ ), ce qui implique la nullité de  $\Gamma_\omega^x$  comme de  $\Gamma_\omega^y$  et  $F_\omega^z$ . L'extrapolation de ce résultat du corps fixe au corps mobile n'est pas triviale mais est cohérente avec le fait que les oscillations principales des corps mobiles sont généralement incluses dans un plan vertical.

Par ailleurs, les mesures du chapitre précédent ont permis de conclure que les fluctuations de  $w$ ,  $p$  et  $q$  sont nettement inférieures aux fluctuations  $v$ ,  $r$  ainsi qu'au mouvement moyen  $u$ , lorsque l'on s'écarte assez du seuil,  $Re_c$ . En effet, pour des nombres de Reynolds supérieurs à  $1,2 Re_c$ , nous avons :  $\tilde{w} < 0,35\tilde{v}$  et  $\tilde{q} < 0,35\tilde{r}$ . Dans l'équation (5.9), cela implique que le terme  $(m+B)wq$  est inférieur d'un ordre de grandeur au terme  $(m+B)vr$  ; dans l'équation (5.10), le terme  $(m+B)wp$  est inférieur d'au moins un ordre de grandeur au terme  $(m+A)ur$  ; dans l'équation en rotation (5.14), le terme  $(J_2 - J_1 + Q)pq$  est lui aussi inférieur d'au moins un ordre de grandeur au terme  $(A-B)uv$ , vu que  $(J_2 - J_1 + Q) < (A-B)$ . Cette analyse permet de découpler le système d'équations en deux : un premier système à 3 degrés de liberté correspondant aux oscillations principales du corps en ascension dans un plan vertical :

$$\begin{aligned} (m+A)\frac{du}{dt} - (m+B)vr &= F_\omega^x + F_g^x \\ (m+B)\frac{dv}{dt} + (m+A)ur &= F_\omega^y + F_g^y \\ (J_2+Q)\frac{dr}{dt} - (A-B)uv &= \Gamma_\omega^z \end{aligned} \quad (5.15)$$

et un deuxième système d'équations qui régit les mouvements perpendiculaires au plan des oscillations principales :

$$\begin{aligned} (m+B)\frac{dw}{dt} - (m+A)uq + (m+B)vp &= F_\omega^w + F_g^w \\ J_1\frac{dp}{dt} &= \Gamma_\omega^x \\ (J_2+Q)\frac{dq}{dt} + (J_1 - J_2 - Q)pr - (A-B)uw &= \Gamma_\omega^y \end{aligned} \quad (5.16)$$

On peut noter que le premier système d'équations (5.15) est complètement découplé du second système (5.16) mais que l'inverse n'est pas vérifié : il faut d'abord résoudre le système (5.15) avant de résoudre le système (5.16) pour les oscillations secondaires.

Nous nous concentrons sur les oscillations principales qui vérifient le système (5.15), tout en restant dans une approche bidimensionnelle. Vu les ordres de grandeur, nous notons qu'une telle approche est suffisante pour justifier toute une panoplie de comportements observés expérimentalement.

### Cas particulier de l'ascension rectiligne

Dans le cas particulier de l'ascension rectiligne du corps, nous avons vu expérimentalement qu'après un court transitoire, la vitesse verticale atteint une valeur constante,  $u_m$ , qui résulte d'un équilibre entre la force de flottabilité et la force de traînée. Le système (5.15) se réduit dans ce cas à

$$0 = F_\omega^x + F_g \quad (5.17)$$

En définissant la force de traînée stationnaire de manière classique et en posant  $S_{ref} = \pi d^2/4$ , nous trouvons l'équilibre

$$0 = -\frac{1}{2}\rho_f S_{ref} C_D u_m^2 + \Delta\rho \vartheta g \quad (5.18)$$

Cette équation permet de calculer le coefficient de traînée stationnaire,  $C_D$ , que nous pouvons écrire en fonction des vitesses gravitationnelle et d'ascension ou bien en fonction des nombres d'Archimède et de Reynolds :

$$C_D = 2 \left( \frac{u_g}{u_m} \right)^2, \quad C_D = \frac{32}{3} \left( \frac{Ar}{Re} \right)^2 \quad (5.19)$$

Lorsque des oscillations apparaissent, cette équation représente toujours l'équilibre des forces à l'ordre 0 (sans fluctuations), et permet de calculer un coefficient de traînée moyen le long de la trajectoire.

#### 5.1.4 Adimensionalisation des équations

Dans la suite, nous allons nous concentrer sur les oscillations principales vérifiant le système bidimensionnel (5.15). Ce système est tout d'abord rendu adimensionnel en prenant comme échelles caractéristiques du mouvement, les échelles de longueur, de vitesse et de force suivantes

$$l_o = d \quad (5.20)$$

$$u_o = u_g = \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_f} g h} \quad (5.21)$$

$$f_o = \Delta\rho \vartheta g \quad (5.22)$$

Le diamètre s'est déjà révélé une bonne échelle d'adimensionalisation : il a été utilisé pour définir le nombre de Reynolds  $Re$ , le nombre de Reynolds du sillage  $Re^*$ , ainsi que pour adimensionner l'amplitude des oscillations transversales (chapitre 4). La vitesse gravitationnelle  $u_g$  est proportionnelle à la vitesse d'ascension si  $C_D$  est constant et est connue *a priori* alors que les

autres vitesses caractéristiques possibles, comme la vitesse verticale moyenne  $u_m = \overline{u_x}$ , la vitesse moyenne dans la direction de l'axe du corps,  $\bar{u}$ , et la moyenne de la norme de la vitesse  $|\bar{\mathbf{U}}|$ , ne constituent pas des données primaires du problème. Ainsi, en notant  $u^* = u/u_o$ ,  $v^* = v/u_o$ ,  $r^* = r l_o/u_o$ ,  $t^* = t u_o/d$ ,  $F^* = F/(\Delta\rho\vartheta g)$  et  $\Gamma^* = \Gamma/(\Delta\rho\vartheta g d)$ , nous obtenons le système d'équations adimensionnées :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \frac{du^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) v^* r^* &= F_\omega^{x*} + \cos\theta \\ \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \frac{dv^*}{dt^*} + \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) u^* r^* &= F_\omega^{y*} - \sin\theta \\ \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right) \frac{dr^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) u^* v^* &= \Gamma_\omega^{r*} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Le terme multiplicatif,  $1/\chi$ , devant tous les termes inertiels provient du fait que  $u_o$  est définie avec l'épaisseur du corps,  $h$ , contrairement à  $l_o$  qui est le diamètre,  $d$ , et que l'échelle de force fait intervenir le volume du corps.

## 5.2 Analyse et calcul des efforts

Dans cette section, nous calculons les forces et les couples du système d'équations (5.23) et nous analysons leurs évolutions avec les paramètres, nombre de Reynolds et rapport de forme.

Afin de clarifier le rôle du rapport de forme sur les différents coefficients du membre de gauche du système (5.23), la figure 5.3 montre leur évolution avec le rapport de forme pour  $\rho_s/\rho_f = 1$ . Pour les corps solides ( $\rho_s/\rho_f \simeq 1$ ) de rapport de forme  $\chi > 1, 5$ , le terme  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right)$  est plus important que  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right)$  tandis que pour les termes de la rotation,  $\frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B})$  reste plus important que  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right)$ . Ces évolutions seront utiles par la suite pour comprendre les résultats concernant les efforts des membres de gauche de (5.23).

Ces coefficients étant connus, les données expérimentales concernant l'orientation et les composantes de la vitesse des corps permettent de calculer les évolutions temporelles des efforts inertiels et gravitationnels. D'une part, la force d'Archimède,  $\mathbf{F}_g = \Delta\rho\vartheta \mathbf{g}$ , dépend des densités du fluide et du corps ainsi que du volume du corps et de l'accélération de la gravité, et dans le repère du corps, ces composantes sont des fonctions sinusoïdales de l'angle d'inclinaison  $\theta$ . D'autre part, les termes inertiels sont calculés à partir des évolutions de  $u$ ,  $v$  et  $\theta$ . À partir des termes inertiels et gravitationnels, nous pouvons ensuite déduire, par simple bilan, les évolutions temporelles de l'ensemble des forces et couples inconnus,  $F_\omega^x$ ,  $F_\omega^y$  et  $\Gamma_\omega^r$ , dûs à la production de vorticité.

Nous avons vu, au chapitre 4, que les fluctuations de vitesse dans la direction axiale du corps sont négligeables et que les fluctuations de la vitesse transversale et de l'inclinaison sont correctement décrites par des fonctions sinusoïdales du temps. Ces grandeurs s'écrivent ainsi sous

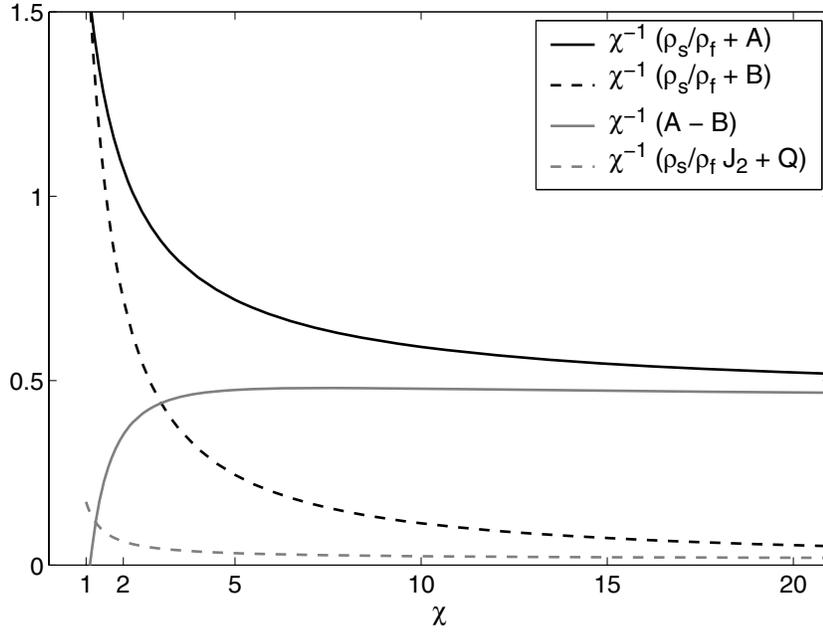


FIG. 5.3 – Comparaison des coefficients des termes d’inertie propre et ajoutée, pour des cylindres aplatis à  $\chi > 1$  et  $\rho_s/\rho_f = 1$ .

forme adimensionnelle :

$$u^*(t) = \bar{u}^* \quad (5.24)$$

$$v^*(t) = \tilde{v}^* \sin(St^* t^* - \Delta\Phi) \quad (5.25)$$

$$\theta(t) = \tilde{\theta} \sin(St^* t^*) \quad (5.26)$$

où  $\bar{u}^* = \bar{u}/u_g$ ,  $\tilde{v}^* = \tilde{v}/u_g$ ,  $St^* = \omega d/u_g$  et  $t^* = t u_g/d$ . Dans ce contexte, les termes inertiels aux membres de gauche des équations sont alors également des fonctions sinusoïdales. Les seuls termes du système (5.23) produisant des fonctions non harmoniques sont les termes non linéaires correspondant aux composantes de la force de flottabilité, données dans le repère du corps par  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$ . Étant  $\theta$  une fonction périodique bien décrite par (5.26),  $\cos \theta$  et  $\sin \theta$  ne peuvent pas rigoureusement être des fonctions harmoniques du temps. Il est possible, néanmoins, de les simplifier de façon à pouvoir mener un calcul analytique des forces. Une expression approchée du terme gravitationnel en cosinus de  $\theta$  est donnée par son développement limité à l’ordre 2 au voisinage de 0 et le terme en sinus de  $\theta$  est linéarisé, avec une correction en amplitude :

$$\cos \theta \simeq 1 - \frac{1}{2} \theta^2 \quad (5.27)$$

$$\sin \theta = \sin(\tilde{\theta} \sin(St^* t^*)) \simeq \sin(\tilde{\theta}) \sin(St^* t^*) = \frac{\sin(\tilde{\theta})}{\tilde{\theta}} \theta \quad (5.28)$$

Ces approximations s’avèrent pertinentes dans la gamme de paramètres étudiée, où l’angle d’inclinaison  $\theta$  ne dépasse pas l’amplitude maximale  $\tilde{\theta}_{max} = 35^\circ = 0,6 \text{ rad}$  (figure 4.12). La figure 5.4 montre que les termes d’ordre 4 et d’ordre supérieur du cosinus restent négligeables par rapport aux deux premiers, pour  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_{max}$ . La figure 5.5 atteste de la validité de l’approximation utilisée à la place du sinus.

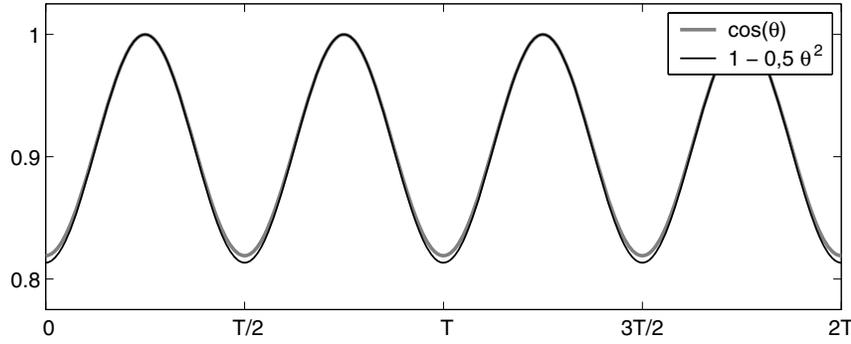


FIG. 5.4 – Approximation de  $\cos \theta$  par son développement limité d'ordre 2, pour  $\tilde{\theta}_{max} = 35^\circ$ .

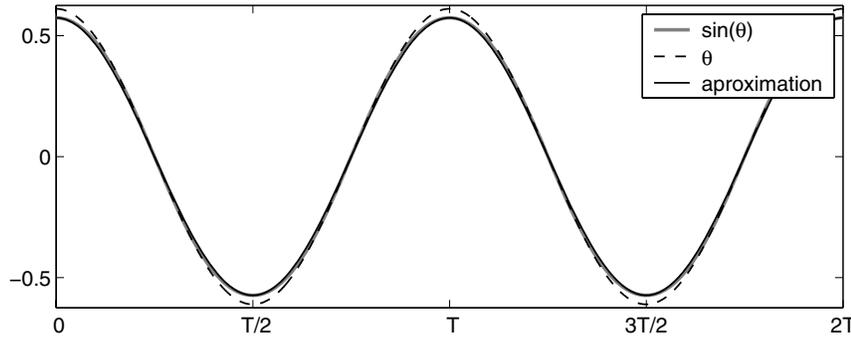


FIG. 5.5 – Qualité de la linéarisation de  $\sin \theta$  avec correction en amplitude, pour  $\tilde{\theta}_{max} = 35^\circ$ .

Le système d'équations peut donc s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \frac{du^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) v^* r^* - \left( 1 - \frac{1}{2} \theta^2 \right) &= F_\omega^{x*} \\
 \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \frac{dv^*}{dt^*} + \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) u^* r^* + \frac{\sin \tilde{\theta}}{\tilde{\theta}} \theta &= F_\omega^{y*} \quad (5.29) \\
 \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right) \frac{dr^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) u^* v^* &= \Gamma_\omega^{r*}
 \end{aligned}$$

Les termes inconnus des membres de droite des équations peuvent alors être déterminés en calculant les sommes des différents termes des membres de gauche.

Nous avons présenté au chapitre précédent les évolutions des vitesses  $u$  et  $v$  et de l'inclinaison  $\theta$  en fonction des paramètres. Elles ont mis en évidence que la vitesse axiale,  $u^* = u/u_g$ , est une grandeur à l'ordre 0 du problème, tandis que, à l'ordre 1, les oscillations de vitesse transversale,  $v^* = v/u_g$ , ainsi que de l'angle d'inclinaison,  $\theta$ , fluctuent à la fréquence  $\omega$ . À l'ordre 2, les fluctuations de la vitesse axiale  $u^* = u/u_g$ , à la fréquence  $2\omega$ , sont négligeables ( $\tilde{u} < 0,02 \bar{u}$ ). Cette hiérarchie se retrouve dans les équations du système (5.29).

L'équation d'équilibre selon  $x$  peut être décomposé en une partie à l'ordre 0, donné par le "1" provenant du terme de gravité en  $\cos \theta$  et de la traînée stationnaire comprise dans le terme  $F_\omega^{x*}$ . Quant aux termes oscillants, ils sont tous d'ordre 2.

La dynamique des oscillations principales est donnée par les équations de translation en  $y$  et de rotation autour de  $z$  dont les termes oscillants sont, au premier ordre, à la fréquence  $\omega$ . Les oscillations de  $u$  correspondent à des termes d'ordre 3 ou supérieur. Dans la suite, nous nous concentrerons sur l'équilibre des forces et des moments à l'ordre 1. Les fluctuations de la vitesse  $u$  seront donc négligées dans les deuxièmes et troisièmes équations, mais leur rôle sera discuté dans l'équilibre des efforts à l'ordre 2 dans la première équation.

Nous allons dans la suite calculer l'amplitude et la phase relative de chaque terme. La notation adoptée est la suivante : considérons un terme de force ou de couple,  $T$ , il sera défini par sa valeur moyenne  $\bar{T}$ , l'amplitude  $\tilde{T}$  de son oscillation autour de la valeur moyenne, ainsi que par sa phase relative à l'angle d'inclinaison  $\theta$ , notée  $\phi(T)$ . Nous commencerons par les équations régissant la dynamique principale de l'oscillation du corps et tout d'abord par l'équation de l'équilibre des moments qui ne contient pas de contribution due à la gravité. Nous étudierons ensuite le bilan des efforts dans la direction transversale  $y$  et finalement nous aborderons les composantes des forces selon l'axe de révolution du corps.

### 5.2.1 Les couples et la rotation du corps

L'équilibre des couples agissant sur le corps dans la direction perpendiculaire au plan des oscillations principales est décrit par la troisième équation de (5.29) que nous écrivons :

$$\underbrace{\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right) \frac{dr^*}{dt^*}}_{\Gamma_{\dot{r}}^{r*}} - \underbrace{\frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) u^* v^*}_{\Gamma_{uv}^{r*}} = \underbrace{\frac{\Gamma_{\omega}^r}{\Delta \rho \vartheta g d}}_{\Gamma_{\omega}^{r*}}$$

Les fluctuations de la vitesse  $u^*$  étant négligeables ici, la vitesse  $u^*$  peut être considérée constante ( $u^* \simeq \bar{u}^*$ ). Tous les termes de cette équation sont alors des fonctions harmoniques du temps à la fréquence  $St^*$ , ce qui nous permet d'obtenir analytiquement des expressions pour les amplitudes et les phases (par rapport à  $\theta$ ) de chacun des termes connus ainsi que de leur somme. Les termes du membre de gauche ont pour amplitudes et phases relatives :

$$\widetilde{\Gamma_{\dot{r}}^{r*}} = \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right) St^{*2} \tilde{\theta} \quad \text{et} \quad \phi(\Gamma_{\dot{r}}^{r*}) = \pi \quad (5.30)$$

$$\widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}} = \frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) \bar{u}^* \tilde{v}^* \quad \text{et} \quad \phi(\Gamma_{uv}^{r*}) = \Delta\Phi - \pi \quad (5.31)$$

où  $\Delta\Phi$  est le déphasage entre  $v^*$  et  $\theta$ . Les évolutions des amplitudes avec le nombre de Reynolds et le rapport de forme, sont données sur les figures 5.6 a et 5.6 b. Elles montrent des évolutions monotones croissantes en fonction des deux paramètres. L'évolution avec  $Re$  est entièrement liée à celles des amplitudes des fluctuations  $v^*$  et  $\theta$ . L'effet du rapport de forme est moins direct et n'est pas dû à la modification des coefficients de masse propre et ajoutée : la figure 5.3 montre que, pour  $\chi \geq 2$ ,  $\frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B})$  dépend peu de  $\chi$ , tandis que le coefficient  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right)$  est au contraire trois fois plus important dans le cas du corps plus épais. L'augmentation de l'amplitude  $\widetilde{\Gamma_{\dot{r}}^{r*}}$  est ainsi due essentiellement au  $St^{*2}$  qui inverse la tendance précédente avec un facteur 6 environ. En ce qui concerne  $\widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}}$ , c'est essentiellement l'amplitude de la fluctuation  $\tilde{v}$  qui entraîne son augmentation avec  $\chi$ . La comparaison des deux termes montre que, pour tous les rapports de forme, il y a un facteur 10 environ entre les amplitudes du couple de rappel  $\Gamma_{uv}^{r*}$  et celles du

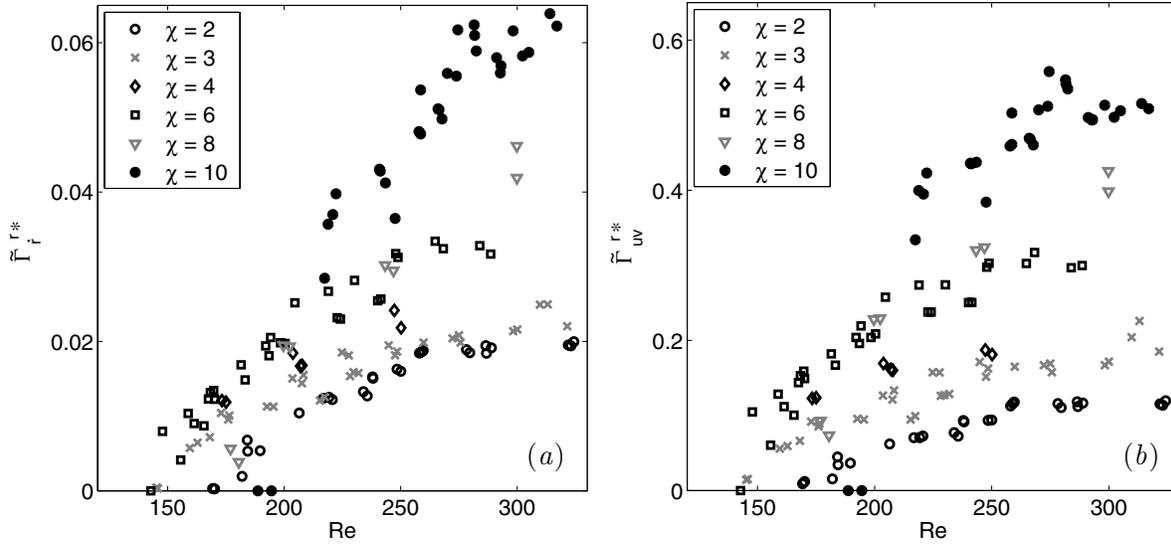


FIG. 5.6 – Amplitudes des moments  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$  et  $\Gamma_{uv}^{r*}$  en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du rapport de forme.

couple d'inertie en rotation  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$ . En ce qui concerne les phases relatives,  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$  est en opposition de phase avec  $\theta$ , car en phase avec  $\dot{r}^* = \ddot{\theta}$ , tandis que  $\Gamma_{uv}^{r*}$  est en opposition de phase par rapport à  $v^*$ .

Le couple dû à la production de vorticité et aux oscillations du sillage est la somme des deux précedents. Son amplitude et sa phase relative ont ainsi pour expressions :

$$\widetilde{\Gamma_{\omega}^{r*}}^2 = \left( \widetilde{\Gamma_{\dot{r}}^{r*}} + \widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}} \cos(\Delta\Phi) \right)^2 + \left( \widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}} \sin(\Delta\Phi) \right)^2 \quad (5.32)$$

$$\phi(\Gamma_{\omega}^{r*}) = -\arctan \frac{\widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}} \sin(\Delta\Phi)}{-\widetilde{\Gamma_{\dot{r}}^{r*}} - \widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}} \cos(\Delta\Phi)} \quad (5.33)$$

Les évolutions de  $\widetilde{\Gamma_{\omega}^{r*}}$  et de  $\phi(\Gamma_{\omega}^{r*})$  avec les paramètres sont présentées sur les figures 5.7 et 5.8 respectivement. Sans surprise, la figure 5.7 est peu différente de 5.6 b,  $\widetilde{\Gamma_{\omega}^{r*}}$  étant pratiquement égal à  $\widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}}$  qui est 10 fois plus grand que  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$ . La figure 5.8 montre aussi une forte dépendance de la phase du couple  $\Gamma_{\omega}^{r*}$  en fonction du rapport de forme (on passe de  $-15^\circ$  à  $45^\circ$  lorsqu'on amincit le corps de  $\chi = 2$  à  $\chi = 10$ ) en contraste avec sa faible dépendance avec le nombre de Reynolds. Cette évolution de la phase correspond à l'évolution de la phase de  $v$  par rapport à  $\theta$ , puisque :  $\phi(\Gamma_{\omega}^{r*}) \simeq \phi(\Gamma_{uv}^{r*})$ , soit  $\phi(\Gamma_{\omega}^{r*}) \simeq \Delta\Phi - \pi$ .

L'effet du rapport de forme est mis en évidence dans les figures 5.9 a et 5.9 b où nous présentons, pour un nombre de Reynolds de 250, les évolutions temporelles des moments pour deux rapports de forme distincts :  $\chi = 10$  et  $\chi = 2$ . Nous observons une amplitude du couple dû aux effets du sillage plus importante pour le corps mince ( $\chi = 10$ ) que pour le corps épais ( $\chi = 2$ ).

### L'incertitude sur $Q$ et ses conséquences

Nous abordons maintenant l'effet, sur le calcul des termes  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$  et  $\Gamma_{\omega}^{r*}$ , de l'incertitude concernant l'expression approchée (5.8) du coefficient d'inertie ajoutée en rotation  $Q$ .

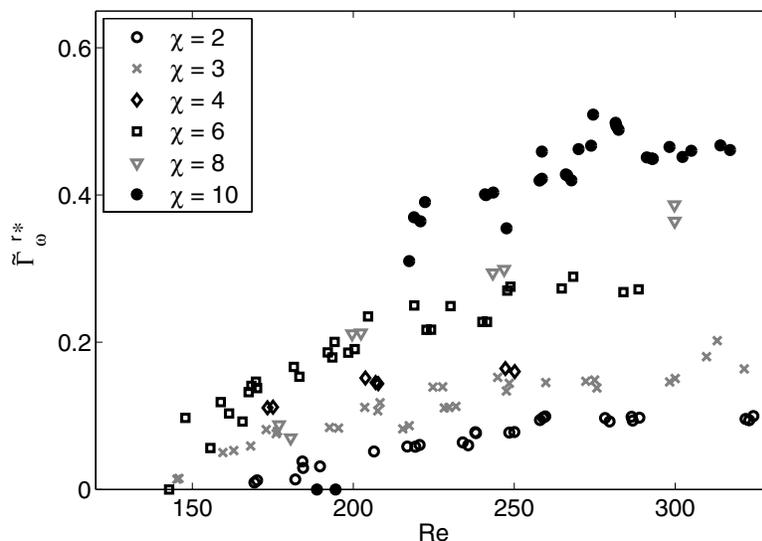


FIG. 5.7 – Amplitude du moment  $\Gamma_{\omega}^{r*}$  dû à la vorticité, en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs du rapport de forme.

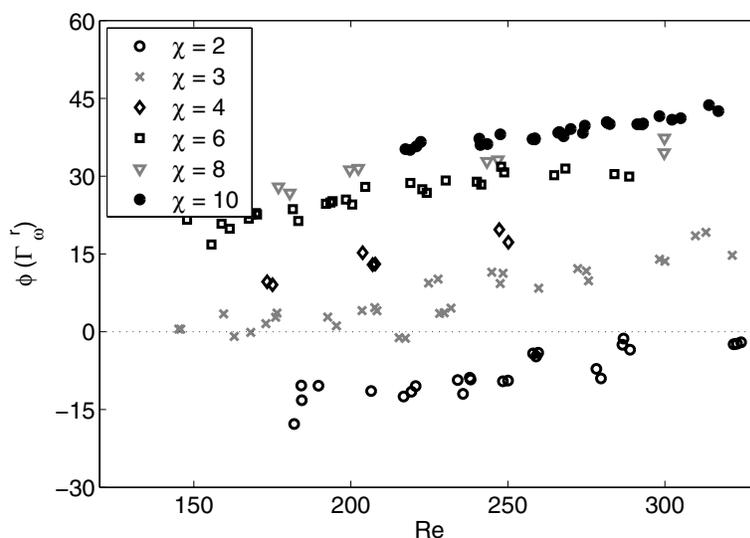


FIG. 5.8 – Phase relative du moment  $\Gamma_{\omega}^{r*}$  d  à la vorticité, par rapport à l'angle d'inclinaison  $\theta$ , en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs du rapport de forme.

L'incertitude sur la valeur de  $Q/\rho_f d^5$  est d'autant plus grande que le corps est épais puisque nous ne connaissons avec certitude que la valeur du disque infiniment mince qui est  $1/90$ . Par analogie avec le comportement du coefficient de masse ajoutée  $A/(\rho_f d^3)$ , nous nous attendons à ce que le coefficient  $Q/(\rho_f d^5)$  de cylindres aplatis croisse de façon monotone lorsqu'on diminue  $\chi$  (contrairement à ce qui se passe pour des ellipsoïdes pour lesquels il diminue). Nous ne connaissons pas la loi de croissance de  $Q/(\rho_f d^5)$  mais nous savons qu'il reste petit vraisemblablement inférieure à  $2/90$  à  $\chi = 1$  (valeur obtenue par analogie avec le cas bidimensionnel de la rotation d'un cylindre infini de section carrée). Nous avons pris une expression approchée en  $\chi^{-1/2}$  pour

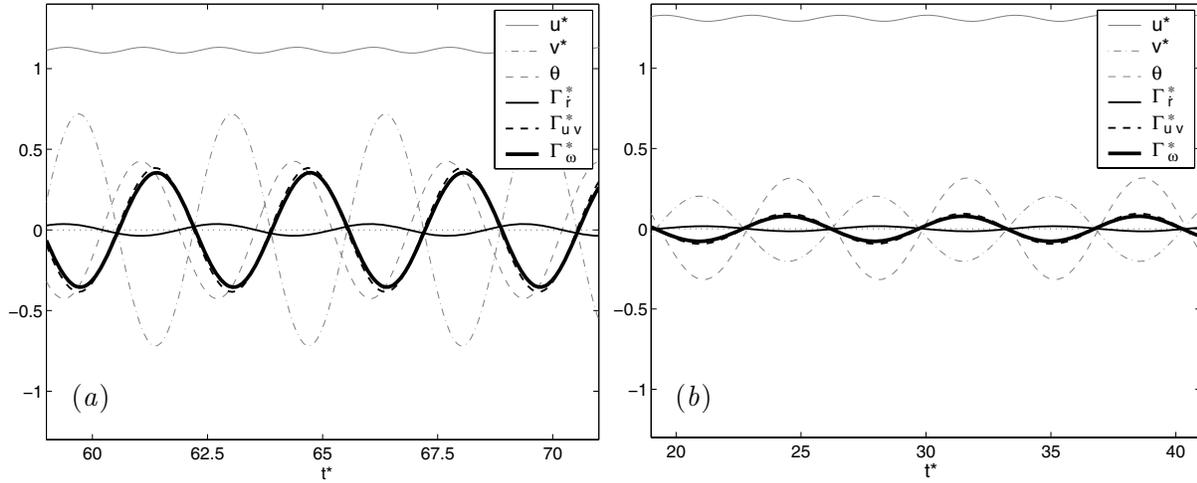


FIG. 5.9 – Évolutions temporelles des composantes de la vitesse et de l'angle d'inclinaison ainsi que des moments agissant sur un corps en ascension à nombre de Reynolds  $Re = 250$  : (a) corps mince,  $\chi = 10$  ; (b) corps épais,  $\chi = 2$ .

$Q/(\rho_f d^5)$  par analogie avec le comportement de  $A/(\rho_f d^3)$  (voir Annexe A pour plus de détails). Cette incertitude sur la valeur de  $Q$  n'a en pratique que peu d'effet sur le calcul de  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$ . En effet, elle est plus grande dans le cas des corps épais ( $\chi < 4$ ), mais dans ce cas  $J_2$  est plus important que  $Q$  (voir figure 5.1). Dans le cas des corps minces, la valeur de  $Q$  ne doit pas être très éloignée de celle donnée par la loi (5.8) qui se rapproche de la valeur connue du disque mince. Concernant le terme  $\Gamma_\omega^{r*}$  obtenu par la somme de  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$  et de  $\Gamma_{uv}^{r*}$ , l'influence de  $Q$  est encore plus négligeable (inférieure à 5 %) du fait que  $\Gamma_{uv}^{r*}$  est le terme dominant, d'un facteur d'ordre 10 par rapport à  $\Gamma_{\dot{r}}^{r*}$ .

### 5.2.2 Bilan des forces transversales

L'équilibre des forces dans la direction  $y$ , transversale à l'axe de révolution du corps, est décrit par la deuxième équation du système (5.29). À l'ordre 1, cette équation s'écrit :

$$\underbrace{\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \frac{dv^*}{dt^*}}_{F_v^{y*}} + \underbrace{\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \bar{u}^* r^*}_{F_{ur}^{y*}} + \underbrace{\sin(\tilde{\theta}) \frac{\theta}{\tilde{\theta}}}_{F_g^{y*}} = \underbrace{\frac{F_\omega^y}{\Delta \rho \vartheta g}}_{F_\omega^{y*}}$$

Tous les termes de cette équation oscillent autour d'une valeur moyenne nulle. Les amplitudes et phases des différents termes du membre de gauche de l'équation sont donnés par les expressions :

$$\widetilde{F_v^{y*}} = \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \tilde{v}^* St^* \quad \text{et} \quad \phi(F_v^{y*}) = \Delta\Phi - \pi/2 \quad (5.34)$$

$$\widetilde{F_{ur}^{y*}} = \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \bar{u}^* \tilde{\theta} St^* \quad \text{et} \quad \phi(F_{ur}^{y*}) = -\pi/2 \quad (5.35)$$

$$\widetilde{F_g^{y*}} = \sin(\tilde{\theta}) \quad \text{et} \quad \phi(F_g^{y*}) = 0 \quad (5.36)$$

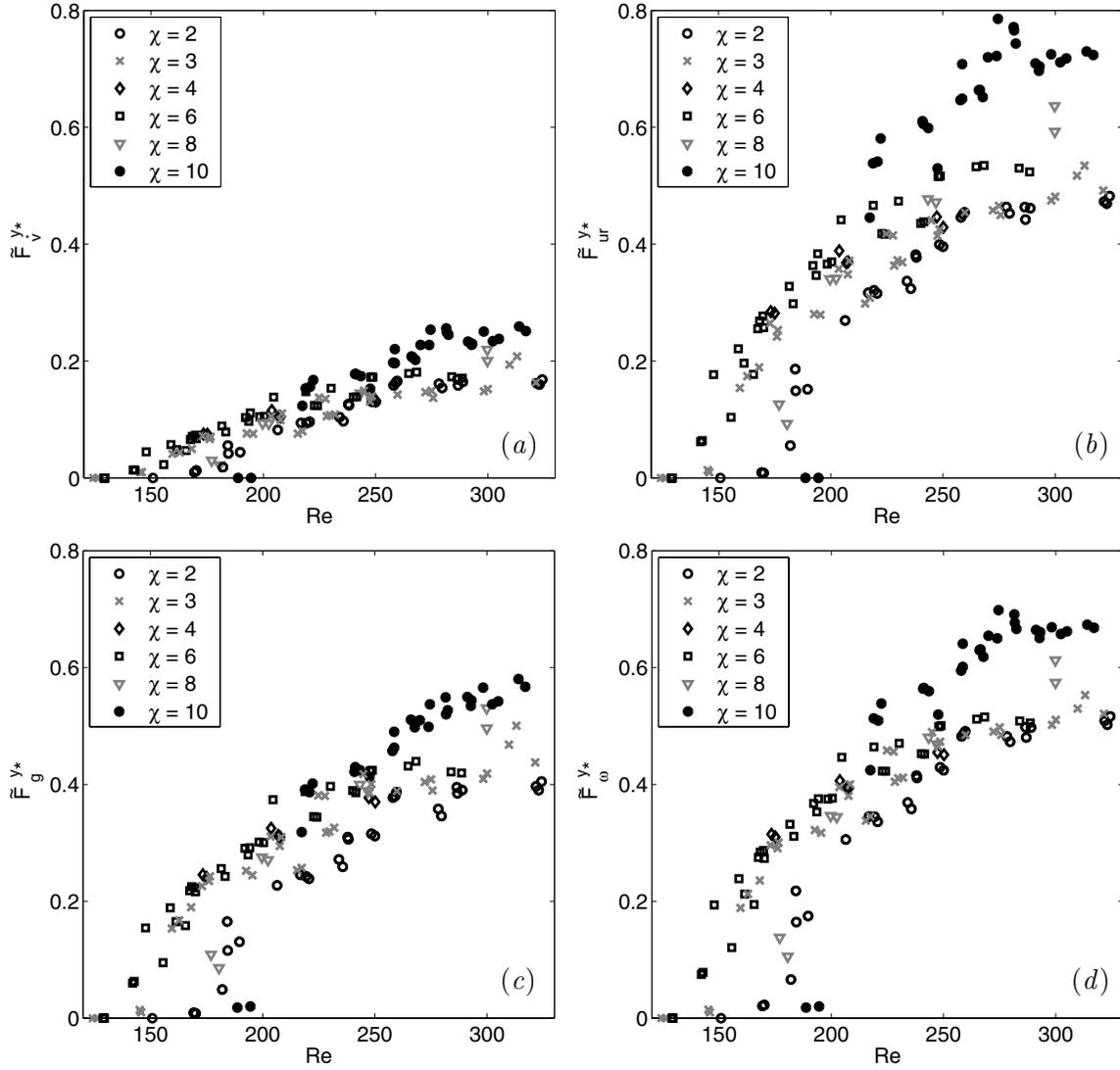


FIG. 5.10 – Amplitudes des forces transversales  $\overline{F_{\dot{v}}^{y*}}$ ,  $\overline{F_{ur}^{y*}}$ ,  $\overline{F_g^{y*}}$  et  $\overline{F_{\omega}^{y*}}$  en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du rapport de forme.

La composante transversale de la force due aux effets du sillage est calculée à partir de l'équilibre des forces. Son amplitude et phase relative sont alors donnés par :

$$\overline{F_{\omega}^{y*}}^2 = \left( \overline{F_{\dot{v}}^{y*}} \sin(\Delta\Phi) + \overline{F_g^{y*}} \right)^2 + \left( \overline{F_{\dot{v}}^{y*}} \cos(\Delta\Phi) + \overline{F_{ur}^{y*}} \right)^2 \quad (5.37)$$

$$\phi(F_{\omega}^{y*}) = -\arctan \frac{\overline{F_{\dot{v}}^{y*}} \cos(\Delta\Phi) + \overline{F_{ur}^{y*}}}{\overline{F_{\dot{v}}^{y*}} \sin(\Delta\Phi) + \overline{F_g^{y*}}} \quad (5.38)$$

Les amplitudes des 4 termes sont présentées dans la figure 5.10 en fonction du nombre de Reynolds, pour différentes valeurs du rapport de forme. Les évolutions de leurs amplitudes avec les paramètres sont assez semblables les unes aux autres : nette croissance avec le nombre de Reynolds à partir du nombre de Reynolds critique et légère croissance avec le rapport de forme. Le

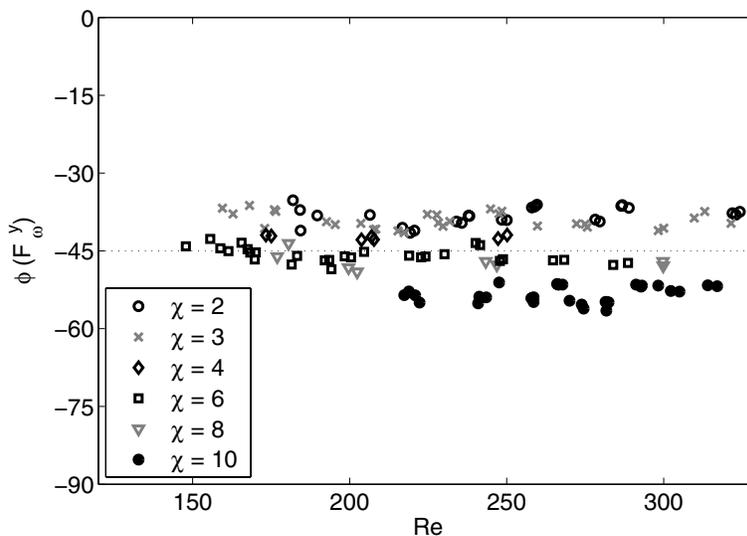


FIG. 5.11 – Phase relative de  $F_{\omega}^{y*}$  par rapport à l'angle d'inclinaison  $\theta$ , en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du rapport de forme.

terme  $F_v^{y*}$  est plus petit que les autres et son amplitude dépend peu du rapport de forme. En effet, la décroissance de  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right)$  avec  $\chi$  est compensée par la croissance de  $St^*$  et  $\tilde{v}$  avec  $\chi$ . L'amplitude de  $F_{ur}^{y*}$  augmente quant à elle plus significativement avec  $\chi$  car la croissance de l'amplitude des oscillations de la vitesse angulaire,  $\tilde{r} = \tilde{\theta} St^*$ , est plus forte que la décroissance de  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right)$ . L'amplitude de  $F_g^{y*}$  évolue avec les paramètres  $Re$  et  $\chi$  de façon similaire à l'amplitude des oscillations angulaires  $\tilde{\theta}$ , dont elle dépend uniquement. Enfin, l'amplitude de  $F_{\omega}^{y*}$  croît avec  $\chi$  et  $Re$  de façon analogue à ce nous avons constaté pour le couple.

Concernant les phases relatives par rapport à  $\theta$ ,  $\phi(F_{ur}^{y*})$  et  $\phi(F_g^{y*})$  sont indépendantes de  $\chi$  et  $Re$ , seule  $\phi(F_v^{y*})$  dépend des paramètres, par le biais de  $\Delta\Phi$ . Il en résulte que dans les gammes de paramètres considérés ici, la phase de la force transversale  $F_{\omega}^{y*}$  est peu dépendante du rapport de forme, encore moins du nombre de Reynolds. Ceci est illustré par la figure 5.11 qui montre que  $\phi(F_{\omega}^{y*})$  varie entre  $-35^\circ$  et  $-55^\circ$  lorsque  $\chi$  varie de 2 à 10.

Les figures 5.12 a et 5.12 b comparent l'évolution temporelle des différentes composantes transversales des forces pour un corps mince ( $\chi = 10$ ) et un corps épais ( $\chi = 2$ ). Nous voyons que la flottabilité est superposée à l'inclinaison  $\theta$ . Les deux cas différent surtout par l'amplitude et la phase de la vitesse transversale  $v$ , alors que les amplitudes (un peu plus faibles dans le cas du cylindre épais) et les phases des différentes forces sont assez proches. Le corps épais répond moins aux sollicitations latérales que le corps mince, vraisemblablement dû au fait d'une plus grande inertie dans cette direction.

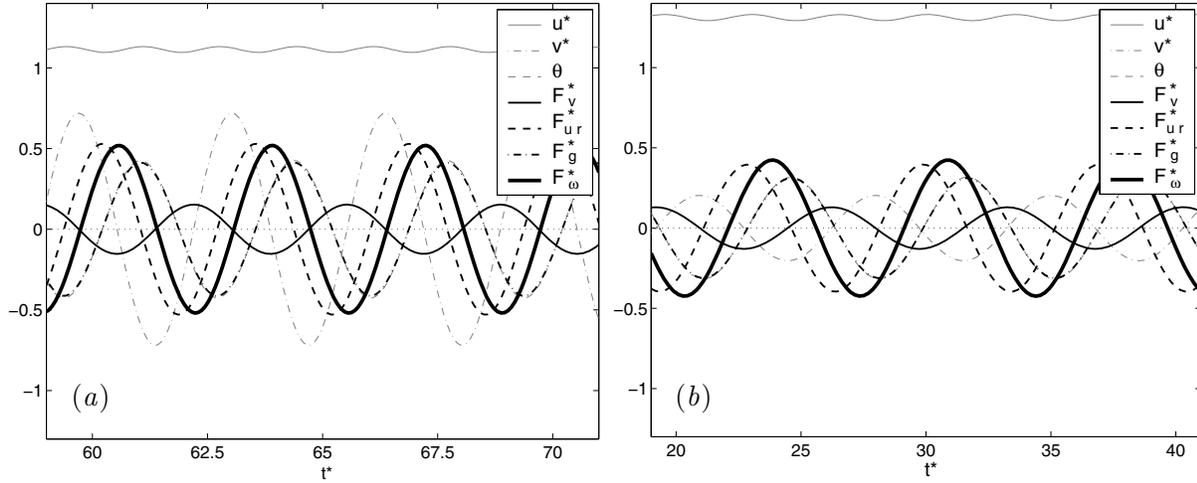


FIG. 5.12 – Évolutions temporelles des composantes de la vitesse et de l'angle d'inclinaison ainsi que des forces transversales agissant sur un corps à nombre de Reynolds  $Re = 250$  : (a) corps mince,  $\chi = 10$ ; (b) corps épais,  $\chi = 2$ .

### 5.2.3 Bilan des forces axiales

Nous nous penchons maintenant sur les composantes des forces agissant dans la direction de l'axe de révolution des corps. L'équilibre des forces est décrit par la première équation de (5.29) :

$$\underbrace{\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \frac{du^*}{dt^*}}_{F_u^{x*}} - \underbrace{\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) v^* r^*}_{F_{vr}^{x*}} - \underbrace{\left( 1 - \frac{1}{2} \theta^2 \right)}_{F_g^{x*}} = \underbrace{\frac{F_\omega^x}{\Delta \rho \vartheta g}}_{F_\omega^{x*}}$$

Le membre de gauche de cette équation présente des termes d'ordre 0 – le 1 qui provient du terme gravitationnel – et des termes d'ordre 2 provenant des fluctuations. L'équilibre des forces indique que la force  $F_\omega^{x*}$  doit aussi être composée d'un terme prépondérant à l'ordre 0 (composante moyenne de traînée) et d'un terme à l'ordre 2 (fluctuations). Concernant les fluctuations, sachant que  $u^*$  oscille à la fréquence double de  $v^*$  et  $\theta$ , tous les termes de cette équation peuvent être bien décrits par des fonctions sinusoïdales à la fréquence double de la fréquence des oscillations principales,  $2St^*$ . Ceci nous permet à nouveau d'exprimer analytiquement les amplitudes et phases relatives de chaque terme du premier membre, en fonction des caractéristiques cinématiques du mouvement, comme nous l'avons fait auparavant.

Nous allons séparer l'équation d'équilibre en deux : équilibre des parties moyennes des forces et équilibre des parties fluctuantes des forces.

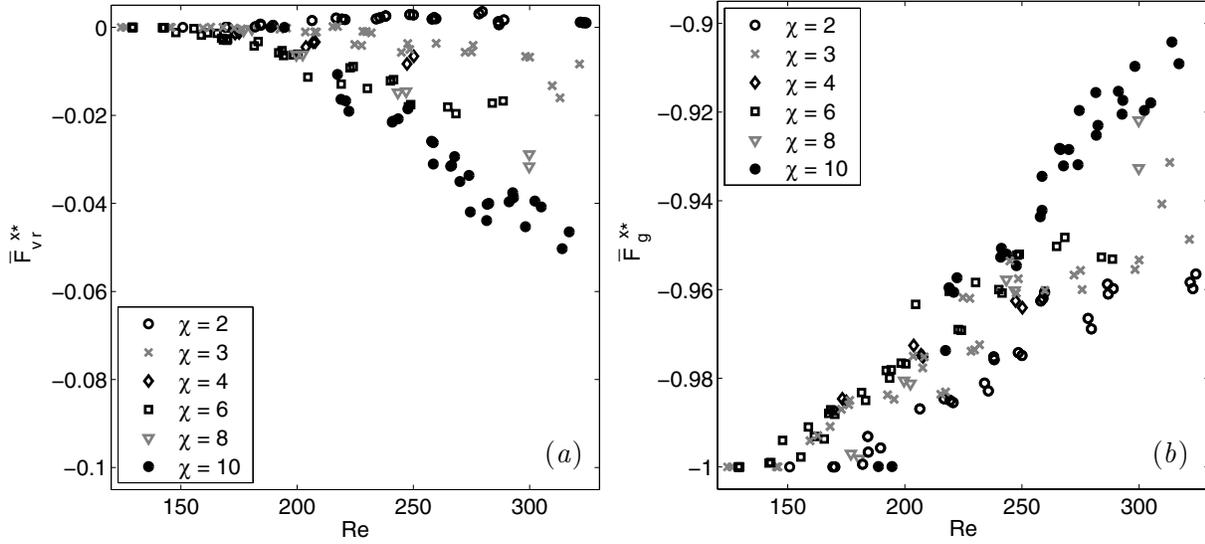


FIG. 5.13 – Valeur moyenne des forces  $F_{vr}^{x*}$  et  $F_g^{x*}$  appliquées dans la direction de l'axe de révolution du corps.

### Moyenne des forces axiales

Nous obtenons les expressions suivantes pour les valeurs moyennes des différents termes :

$$\overline{F_{\dot{u}}^{x*}} = \overline{\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \frac{du^*}{dt^*}} = 0 \quad (5.39)$$

$$\overline{F_{vr}^{x*}} = \overline{-\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) v^* r^*} = \frac{1}{2\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \tilde{v}^* \tilde{\theta} St^* \sin(\Delta\Phi) \quad (5.40)$$

$$\overline{F_g^{x*}} \simeq \overline{-\left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)} = -1 + \frac{1}{4}\tilde{\theta}^2 \quad (5.41)$$

On voit que les contributions à la valeur moyenne proviennent à la fois de l'ordre 0 mais aussi des termes fluctuants d'ordre 2.  $F_g^{x*}$  et  $F_{vr}^{x*}$  oscillent toutes les deux autour d'une valeur moyenne non nulle. La figure 5.13 a montre l'évolution de  $\overline{F_{vr}^{x*}}$  en fonction du nombre de Reynolds, pour différents rapports de forme. On voit que pour les corps les plus épais ce terme est pratiquement nul car  $\Delta\Phi$  est proche de  $\pi$ , tandis que pour les corps minces il devient plus grand en valeur absolue, favorisant le mouvement d'ascension, certes à l'ordre 2. L'évolution de  $\overline{F_g^{x*}}$  avec  $Re$  présentée sur la figure 5.13 b traduit le fait qu'en oscillant, le corps atténue l'effet moteur de la gravité dans la direction de son axe de révolution. Comme  $\overline{F_g^{x*}}$  dépend de l'amplitude des oscillations angulaires, elle est d'autant plus petite, en valeur absolue, que le corps est mince.

Pour que l'équilibre des forces soit satisfait, les moyennes des termes  $F_{vr}^{x*}$  et  $F_g^{x*}$  doivent être compensées par la valeur moyenne de  $F_{\omega}^{x*}$  qui s'oppose au mouvement :

$$\overline{F_{\omega}^{x*}} = -1 + \frac{1}{4}\tilde{\theta}^2 + \frac{1}{2\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \tilde{v}^* \tilde{\theta} St^* \sin(\Delta\Phi) \quad (5.42)$$

Son évolution avec les paramètres est donnée sur la figure 5.14. On voit qu'à partir du nombre de Reynolds critique,  $\overline{F_{\omega}^{x*}}$  diminue en valeur absolue avec le nombre de Reynolds, comme conséquence de la diminution de l'effet de la flottabilité dans la direction de l'axe de révolution. Il est

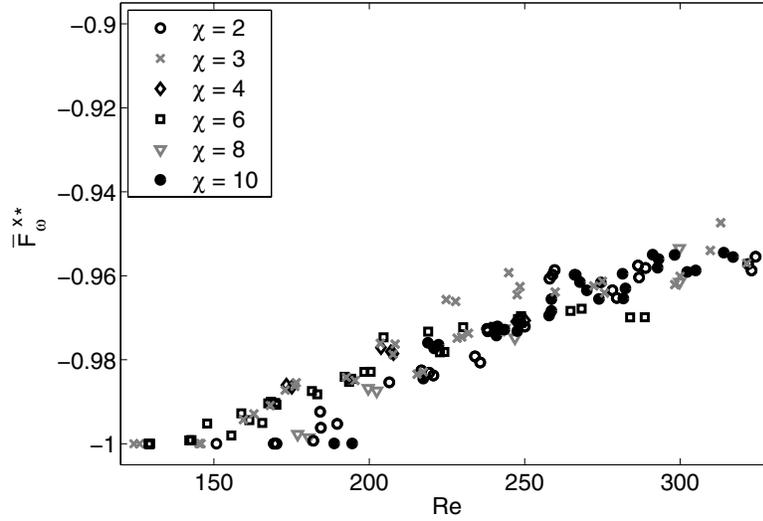


FIG. 5.14 – Valeur moyenne de la force due à la vorticité  $F_\omega^x$  appliquée dans la direction de l’axe de révolution du corps.

intéressant de remarquer que les effets du rapport de forme sur  $\overline{F_g^{x*}}$  et  $\overline{F_{vr}^x}$  se compensent, de sorte que  $\overline{F_\omega^{x*}}$  apparaît ne pas dépendre de  $\chi$ . Rappelons que  $F_\omega^{x*}$  intègre la plus grande composante de la force de traînée (d’ordre 0) qui s’oppose au mouvement et qui détermine la vitesse de montée des corps. La figure 5.14 suggère que le coefficient de traînée ne dépend que faiblement du rapport de forme, pour un nombre de Reynolds donné. Ceci est en accord avec les simulations numériques de l’écoulement autour de corps fixes qui prédisaient des évolutions similaires du coefficient de traînée indépendantes du rapport de forme, au moins jusqu’au seuil d’instabilité du sillage (figure 3.11).

### Considérations sur les fluctuations des efforts axiaux et de la vitesse $u$

Le bilan des forces axiales contient également des termes oscillants d’ordre 2, à la fréquence double de celle des oscillations des composantes des forces transversales et des moments. Considérons les deuxième et troisième termes de l’équation dont les amplitudes et les phases sont données par les expressions suivantes :

$$\widetilde{F_{vr}^{x*}} = \frac{1}{2\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \widetilde{v}^* \widetilde{\theta} St^* \quad \text{et} \quad \phi(F_{vr}^{x*}) = \Delta\Phi/2 - \pi/2 \quad (5.43)$$

$$\widetilde{F_g^{x*}} \simeq \frac{1}{4} \widetilde{\theta}^2 \quad \text{et} \quad \phi(F_g^{x*}) = \pi/4 \quad (5.44)$$

La figure 5.15 montre que l’amplitude de ces termes augmente avec le nombre de Reynolds et le rapport de forme. Elles sont plus faibles, d’un facteur 8 environ, que les amplitudes des termes oscillants dans la direction transversale. En ce qui concerne le terme  $F_u^{x*}$ , son amplitude s’exprime en fonction de l’amplitude des oscillations de vitesse axiale,  $\widetilde{u}$  :

$$\widetilde{F_u^{x*}} = \frac{2}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \widetilde{u}^* St^* \quad (5.45)$$

Il est intéressant de noter que si  $\widetilde{u}$  était de l’ordre de l’erreur de mesure,  $\widetilde{F_u^{x*}}$  serait du même ordre de grandeur des autres termes,  $\widetilde{F_{vr}^{x*}}$  et  $\widetilde{F_g^{x*}}$ . Le fait que les fluctuations de la vitesse axiale

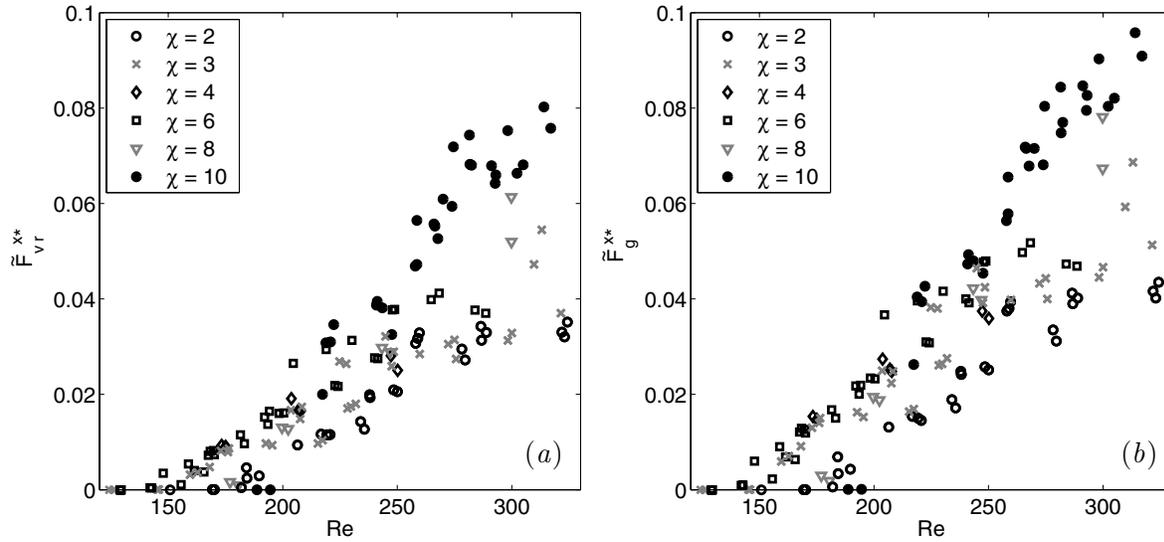


FIG. 5.15 – Amplitude des fluctuations des forces axiales  $F_{vr}^{x*}$ ,  $F_g^{x*}$ , en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs du rapport de forme.

soient très faibles ne permet donc pas de conclure que les fluctuations de  $F_u^{x*}$  sont négligeables vis-à-vis des autres termes.

Essayons de comprendre pourquoi nous obtenons, pour toute combinaison des paramètres,  $\chi$  et  $Re$ , des fluctuations de vitesse axiale très faibles. Supposons que le terme dû à la production de vorticité,  $F_\omega^{x*}$ , à l'image de ce qui se passe dans la direction transversale et pour les moments, soit du même ordre que les termes d'inertie du corps et gravitationnel,  $F_{vr}^{x*}$  et  $F_g^{x*}$ . Le terme  $F_u^{x*}$  est alors du même ordre ou d'ordre inférieur à  $F_{vr}^{x*}$ ,  $F_g^{x*}$  ou  $F_\omega^{x*}$  (notons de plus que dans les 2 autres équations du système, les termes en  $d/dt$  sont à chaque fois plus faibles que les termes restants). Nous avons alors :

$$\frac{2}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) St^* \tilde{u}^* \sim \frac{1}{2\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) St^* \tilde{v}^* \tilde{\theta} \implies \tilde{u}^* < \frac{\tilde{v}^* \tilde{\theta}}{6}$$

pour  $\chi = 2$ . Pour un corps plus mince, le coefficient de réduction est encore plus important. Comme  $\tilde{\theta}$  et  $\tilde{v}^*$  sont des fluctuations d'ordre 1, les fluctuations de vitesse axiale sont donc d'ordre 2 ou même bien plus petites. Une conclusion similaire est obtenue si l'on compare  $F_u^{x*}$     $F_g^{x*}$ . Les oscillations de  $F_u^{x*}$  peuvent être du même ordre que les autres forces alors que  $\tilde{u}$  est négligeable devant  $\tilde{v}$ , car la masse ajoutée dans la direction axiale est plus importante que dans la direction latérale, pour tout  $\chi > 1$ . Une inertie importante dans la direction axiale  $x$  conduit à ce que le corps réagisse lentement aux sollicitations hydrodynamiques dans cette direction, présentant donc des oscillations  $\tilde{u}$  très faibles. Comme il ne nous est pas possible de mesurer  $F_u^{x*}$ , nous ne pouvons pas déterminer  $F_\omega^{x*}$ . Sur la figure 5.16 nous avons néanmoins tracé les composantes connues et la somme de  $F_{vr}^{x*}$  et  $F_g^{x*}$    la place de  $F_\omega^{x*}$ , pour un corps épais et un corps mince à  $Re = 250$ .

Il est néanmoins important de souligner que la connaissance exacte de la partie oscillatoire de  $F_\omega^{x*}$  n'est pas primordiale dans la dynamique de ces corps. En effet, la connaissance de  $\widetilde{F_\omega^{x*}}$  n'est importante que pour bien décrire les oscillations (amplitudes et phases) des toutes petites

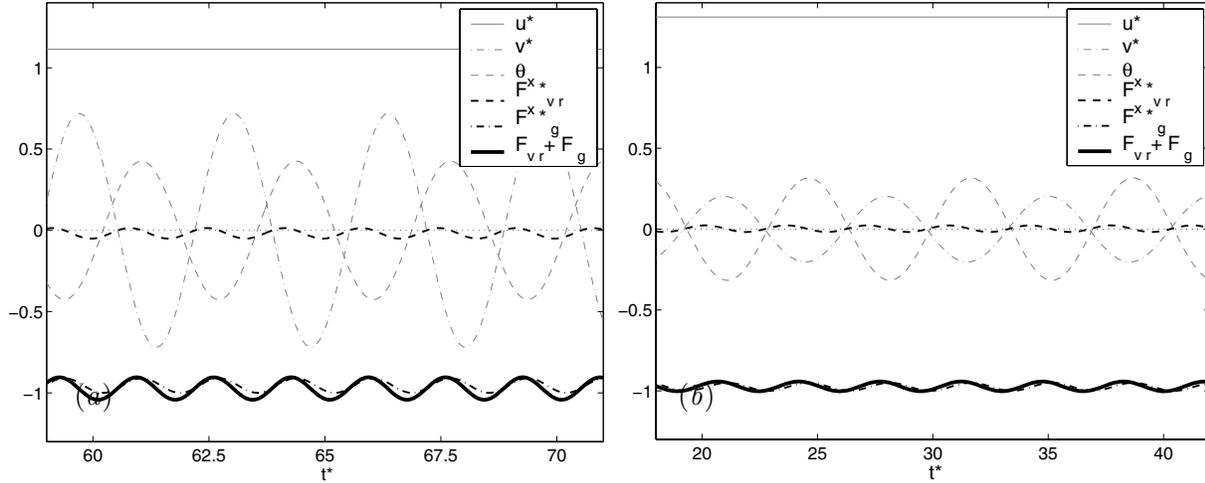


FIG. 5.16 – Évolutions des composantes de la vitesse et de l'angle d'inclinaison ainsi que des forces axiales pour un nombre de Reynolds  $Re = 250$  : (a) corps mince,  $\chi = 10$ ; (b) corps épais,  $\chi = 2$ .

fluctuations de vitesse axiale,  $\tilde{u}$ , qui sont au plus d'ordre 2. Cela signifie que, pour reproduire la cinématique principal des oscillations, il suffit de prendre en compte, dans la direction  $x$ , l'équilibre des forces moyennes qui déterminent la vitesse moyenne de montée,  $\bar{u}$ , et de ne considérer les fluctuations que pour la direction transversale et la rotation.

### 5.3 Discussion

La démarche consistant à calculer les efforts à partir de la mesure du mouvement des corps nous a permis d'accéder aux évolutions des efforts dus à la vorticité. On peut maintenant inverser le point de vue et considérer les efforts périodiques  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  comme la cause des oscillations de la vitesse et de l'orientation du corps. Ces termes dus à la production de vorticité, responsable de la couche limite sur le corps et du sillage instationnaire, restent aujourd'hui mal compris, surtout dans le cas d'inclusions se déplaçant librement dans un fluide. L'un des objectifs de ce travail est de contribuer à une meilleure compréhension de ces efforts par une investigation détaillée du rôle des paramètres de contrôle. Dans cette section, nous proposons d'analyser les évolutions des intensités et des phases de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  en fonction du nombre de Reynolds et du rapport de forme.

Nous avons vu que les amplitudes de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  sont des fonctions croissantes de  $Re$  et de  $\chi$ . Les figures 5.17 a et 5.17 b présentent les composantes de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  pour deux corps de formes très contrastées,  $\chi = 10$  et  $\chi = 2$ , en ascension à  $Re = 250$ . Dans les deux cas, la composante axiale  $F_\omega^x$  contrebalance la flottabilité, responsable du mouvement d'ascension des corps.  $\overline{F_\omega^x}$  est une fonction croissante du nombre de Reynolds mais ne dépend que faiblement du rapport de forme. Le nombre de Reynolds semble donc être un bon paramètre pour caractériser le mouvement moyen du corps. Il régit bien l'évolution de la traînée indépendamment du rapport de forme (figure 5.18).

Les composantes transversales  $F_\omega^{y*}$  sont assez similaires pour les deux rapports de forme, bien que  $F_\omega^{y*}$  soit légèrement plus forte pour le corps le plus mince ( $\chi = 10$ ). On sait qu'à nombre de

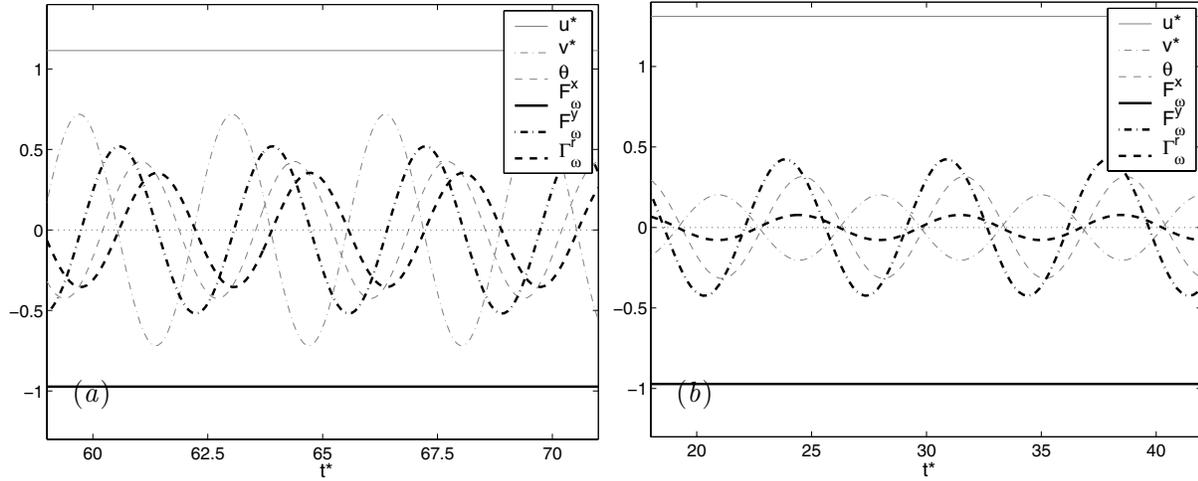


FIG. 5.17 – Évolutions temporelles des caractéristiques cinématiques et des efforts dûs à la vorticité pour : (a) un corps mince  $\chi = 10$ ; (b) un corps épais  $\chi = 2$ , pour  $Re = 250$ .

Reynolds fixé, le niveau de vorticité dans le sillage augmente avec le rapport de forme, de sorte que, lorsqu'un détachement tourbillonnaire se produit, les efforts engendrés,  $F_\omega^{y*}$  et  $\Gamma_\omega^{r*}$ , sont d'autant plus intenses que le corps est mince. Une mesure de l'intensité des tourbillons dans le sillage proche des corps est donnée par la vitesse maximale de recirculation  $V_t$ , à partir de laquelle nous avons bâti le nombre de Reynolds  $Re^*$  (chapitre 3). La figure 5.19 a montre que si l'on trace  $F_\omega^{y*}$  en fonction de  $Re^*$ , on parvient à rassembler les résultats de tous les rapports de forme. Compte-tenu du fait que la série d'opérations réalisée augmente l'erreur expérimental, ce résultat confirme ce que nous avons vu au chapitre 4 concernant la cinématique :  $Re^*$  est un paramètre pertinent pour décrire l'amplitude de  $F_\omega^{y*}$  comme celles des oscillations des mouvements,  $\tilde{\theta}$  et  $v/\omega d$ .

L'amplitude du moment  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  en fonction de  $Re^*$  est présentée sur la figure 5.19 b. Pour rendre les résultats indépendants du rapport de forme, il faut ici corriger le couple  $\Gamma_\omega^r$  par  $\chi^{-3/4}$ , ce qui revient à normaliser le couple par  $\Delta\rho\vartheta g(d\chi^{3/4})$ . Le couple  $\Gamma_\omega^{r*}$  reste donc d'autant plus élevé que le corps est mince, d'un facteur  $\chi^{3/4}$  environ. Comme ce couple est surtout compensé par le couple de rappel  $\Gamma_{uv}^{r*}$  et que  $\frac{1}{\chi}(\mathcal{A} - \mathcal{B})$  reste semblable pour tout  $\chi \geq 2$ , il produit des oscillations de vitesse transversale  $v^*$  d'autant plus importantes que le corps est mince.

Consid rions maintenant la phase de  $F_\omega^{y*}$  et de  $\Gamma_\omega^{r*}$ . La figure 5.17 montre que le maximum de  $F_\omega^{y*}$  précède celui de  $\theta$  de  $\pi/4$  quelque soit le rapport de forme, mais précède celui de  $v$  d'un intervalle qui dépend de  $\chi$ . D'autre part, le déphasage entre  $\Gamma_\omega^r$  et  $v$  est très proche de  $\pi$ , car  $\Gamma_\omega^r$  est compensé à chaque instant par le couple de rappel  $\frac{1}{\chi}(\mathcal{A} - \mathcal{B})uv$ . Les figures 5.17 a et 5.17 b montrent que, pour tout rapport de forme, la force  $F_\omega^y$  est toujours en avance par rapport au couple  $\Gamma_\omega^r$ . L'évolution du déphasage  $\Delta\Psi$  entre  $\Gamma_\omega^r$  et  $F_\omega^y$  est présentée sur la figure 5.20. Pour les corps les plus épais  $\Delta\Psi$  est proche de  $30^\circ$ . Il augmente ensuite progressivement avec  $\chi$  pour atteindre  $90^\circ$  pour les corps les plus minces. Le comportement de  $\Delta\Psi$  avec  $Re$  et  $\chi$  rappelle celui du nombre de Strouhal,  $St^*$ . Le déphasage  $\Delta\Psi$  peut être considéré comme un temps adimensionnel de retard  $t_R^* = \Delta\Psi/St^*$ . La figure 5.21 montre alors que ce retard  $t_R^*$  ne

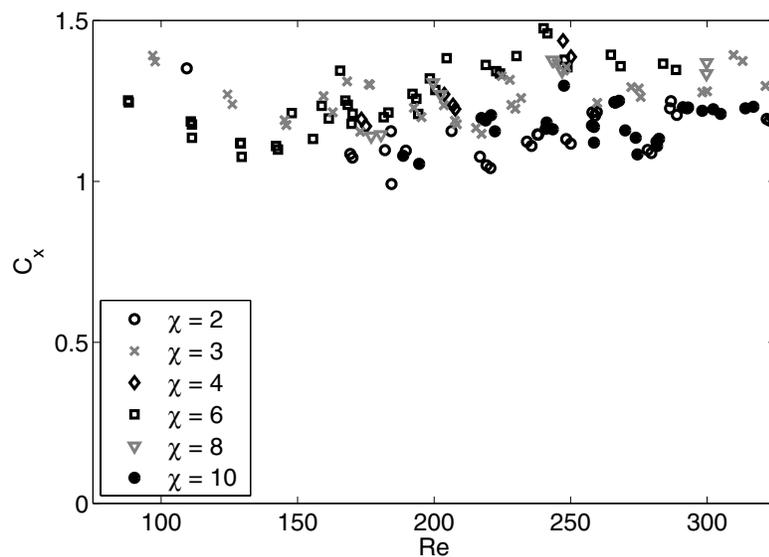


FIG. 5.18 – Coefficient de traînée,  $C_x$ , obtenu par l'équilibre des moyennes des forces axiales.

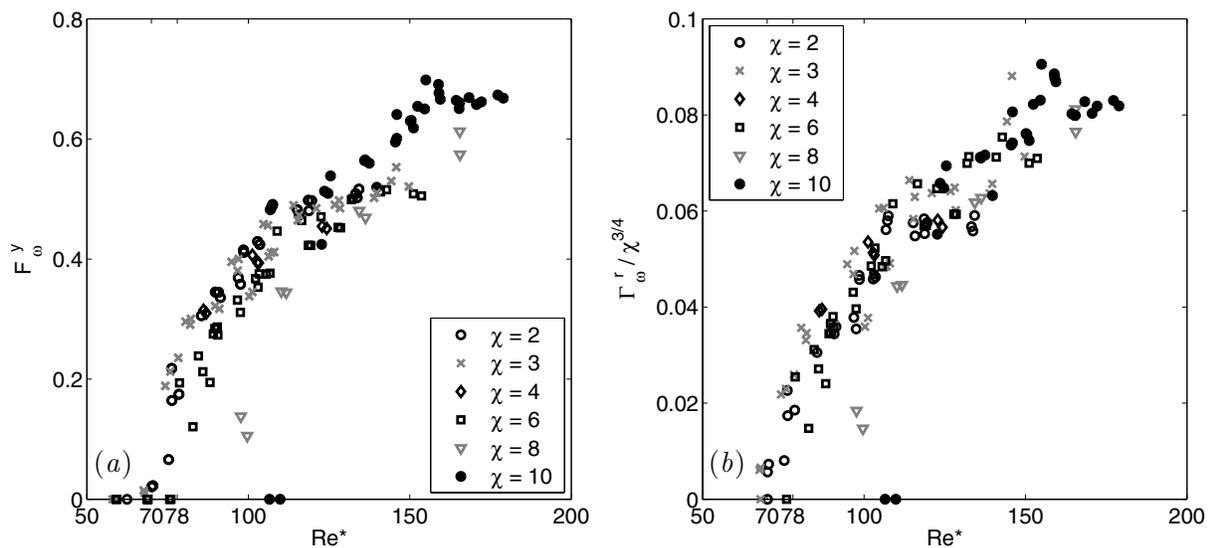


FIG. 5.19 – Évolutions avec  $Re^*$  des amplitudes de la force transversale  $F_\omega^y$  et du moment  $\Gamma_\omega^r$ .

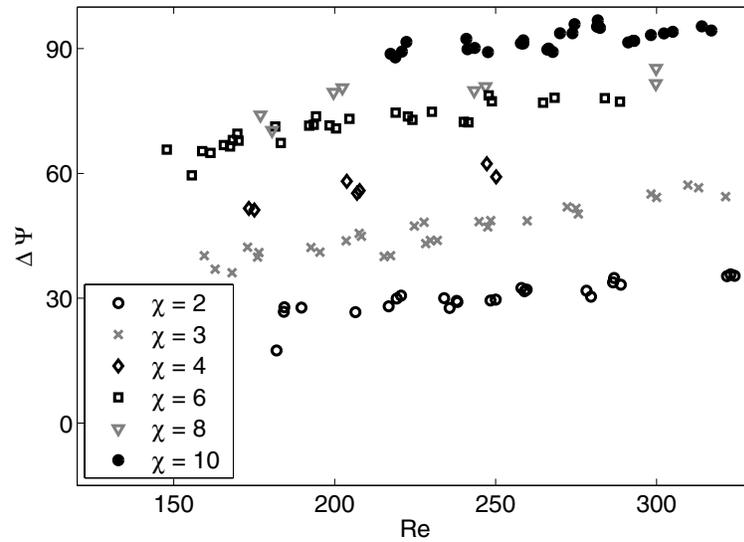


FIG. 5.20 – Déphasage entre le moment et la force transversale dus à la vorticité en fonction des paramètres  $\chi$  et  $Re$ .

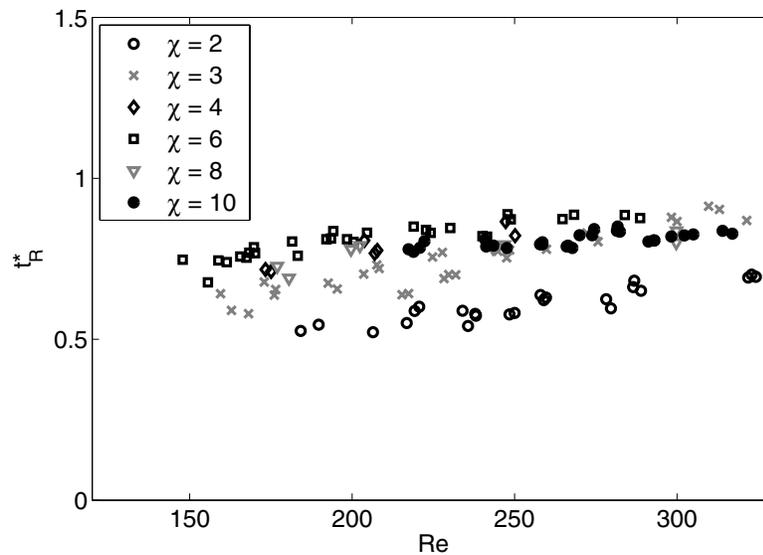


FIG. 5.21 – Temps caractéristique du déphasage entre le moment et la force transversale dus à la vorticité en fonction des paramètres  $\chi$  et  $Re$ .

dépend que très faiblement du rapport de forme et quasiment pas du nombre de Reynolds. Les différences importantes de déphasage entre  $F_\omega^y$  et  $\Gamma_\omega^r$  comme entre  $v$  et  $\theta$ , observées entre différents rapports de forme semblent donc être assujetties au mécanisme de sélection de la fréquence des oscillations du corps, par rapport au temps caractéristique du mouvement vertical  $d/u_m$ . C'est en effet cette échelle de temps liée au mouvement moyen, et non celle de l'oscillation, qui est caractéristique du retard entre  $F_\omega^y$  et  $\Gamma_\omega^r$ .

Si l'on compare nos résultats à ceux obtenus dans les simulations numériques de [Mougin \(2002\)](#) pour une bulle ellipsoïdale ( $\chi = 2, 5$ ), on constate que, dans tous les cas, l'équilibre des

	cylindre ( $\chi = 10$ )	cylindre ( $\chi = 2$ )	bulle ( $\chi = 2, 5$ )
$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right)$	0,59	1,07	0,57
$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right)$	0,11	0,72	0,10
$\frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B})$	0,48	0,35	0,46
$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right)$	0,02	0,06	0,01

TAB. 5.1 – Valeurs de différents coefficients des termes d’inertie propre et ajoutée pour trois types de corps différents.

moments est assuré principalement par  $\Gamma_\omega^{r*}$  et  $\Gamma_{uv}^{r*} = \frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) \bar{u}^* v^*$ . Les coefficients  $\frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B})$  sont proches dans tous les cas (tableau 5.1), mais la vitesse axiale  $\bar{u}^*$  est bien plus importante dans le cas de la bulle, car son coefficient de traînée est bien plus faible (environ 0,2 pour la bulle contre environ 1,2 pour les corps solides). Ainsi, la bulle a besoin d’une composante de vitesse transversale  $v^*$  moins grande que le corps solide pour équilibrer le couple  $\Gamma_\omega^{r*}$ . Les moments d’inertie propre et ajoutée  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right)$  étant très petits, l’accélération en rotation peut difficilement contribuer au bilan et c’est essentiellement la vitesse transversale  $v^*$  qui s’adapte pour compenser le couple  $\Gamma_\omega^{r*}$ . D’un autre côté, pour la bulle, comme  $v^*$  et l’inertie transversale  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right)$  sont faibles,  $F_v^{y*}$  est aussi négligeable dans le bilan des forces transversales ;  $F_\omega^{y*}$  est dans ce cas compensée par  $F_{ur}^{y*}$  et  $F_g^{y*}$  qui ne dépendent que la rotation. Par contre, pour les corps solides l’accélération de la vitesse transversale  $F_v^{y*}$  est en mesure de contribuer au bilan ; à un petit déphasage près, elle a le même signe que  $F_\omega^{y*}$  et s’oppose aux termes  $F_{ur}^{y*}$  et  $F_g^{y*}$  donnés par la rotation et qui restent prépondérants. À nombre de Reynolds fixé,  $F_v^{y*}$  augmente avec le rapport de forme alors que les coefficients d’inertie des corps  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right)$  et  $\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right)$  diminuent. Le corps mince doit donc osciller plus rapidement que le corps épais par rapport à son échelle de temps du mouvement moyen ( $St^*$  plus grand).

Nous venons de décrire la dynamique des corps mobiles en calculant, à partir des mesures, l’évolution des différents efforts agissant sur les corps. Nous avons notamment déterminé par bilan les efforts hydrodynamiques dus à la production de vorticité à la surface des corps,  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$ . Le chapitre suivant proposera une première tentative de modélisation de ces efforts.

## Chapitre 6

# Tentative de modélisation des forces et moments dus à la production de vorticité

Les efforts,  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$ , dus à la production de vorticité ont été déterminés à partir des expériences au chapitre précédent, dans la gamme  $100 < Re < 330$  et  $2 \leq \chi \leq 20$ . Nous en avons obtenu des expressions analytiques empiriques sous la forme de fonctions sinusoïdales. Dans ce chapitre, nous proposons une première tentative de modélisation de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$ , fondée sur l’analyse du rôle dynamique de chacun des efforts.

Nous commencerons au § 6.1 par essayer de forcer le système potentiel avec les fonctions sinusoïdales expérimentales  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$ . Ceci mettra en évidence la nécessité de termes supplémentaires d’amortissement pour éviter l’apparition d’harmoniques à la fréquence propre du système potentiel. Nous proposerons alors une séparation des termes  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  en deux contributions différentes. La première contribution correspond aux effets qui existent même lorsque le mouvement du corps est stationnaire. Elle assure notamment un rôle d’amortissement et sera modélisée au § 6.2 sous la forme d’un tenseur de traînée et d’un couple s’opposant à la rotation. La seconde contribution n’existe que lorsque le mouvement du corps est instationnaire. Elle rend compte des mouvements instationnaires du liquide dans le sillage du corps. Nous proposerons au § 6.3 de la modéliser sous la forme d’intégrales d’histoire de l’accélération du corps et de son angle d’incidence. Nous montrerons qu’avec un système dynamique ayant cette forme générale, il est possible de reproduire les mouvements observés expérimentalement, à condition d’introduire suffisamment de non-linéarités pour permettre aux amplitudes de saturer. Cette tentative de modélisation sera limitée au cas bidimensionnel, dans la suite de la détermination expérimentale des efforts.

### 6.1 Forçage du système potentiel par $\mathbf{F}_\omega$ et $\mathbf{\Gamma}_\omega$ empiriques

Nous allons commencer par forcer le système dynamique (5.23) constitué des termes dont les expressions sont connues (contribution potentielle et flottabilité), par les expressions empiriques de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$ .

Dans l’équation de conservation de quantité de mouvement axiale nous n’allons pas introduire de forçage sinusoïdal mais seulement une composante de traînée permettant d’équilibrer les forces

à l'ordre 0 et de fixer ainsi la vitesse moyenne  $\bar{u}^*$  :

$$F_{\omega}^x = -\frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \|\mathbf{U}\| \mathcal{C}_x u \implies F_{\omega}^{x*} = \frac{F_{\omega}^x}{\Delta\rho \vartheta g} = -\frac{1}{2} \|\mathbf{U}^*\| \mathcal{C}_x u^* \quad (6.1)$$

avec  $\|\mathbf{U}\| = \sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $S_{ref} = \pi d^2/4$  et  $\mathcal{C}_x$  donné par la figure 5.18. L'équation d'équilibre des forces dans la direction axiale s'écrit alors :

$$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \frac{du^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) v^* r^* - \cos\theta = -\frac{1}{2} \|\mathbf{U}^*\| \mathcal{C}_x u^* \quad (6.2)$$

L'équation des composantes transversales des forces et celle des couples sont elles forcées par les fonctions sinusoïdales dont la fréquence  $St^*$ , les amplitudes  $\widetilde{F}_{\omega}^{y*}$  et  $\widetilde{\Gamma}_{\omega}^{r*}$ , et le déphasage  $\Delta\Psi$  ont été déterminés expérimentalement au chapitre précédent :

$$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \frac{dv^*}{dt^*} + \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) u^* r^* + \sin\theta = \widetilde{F}_{\omega}^{y*} \sin(St^* t^*) \quad (6.3)$$

$$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right) \frac{dr^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) u^* v^* = \widetilde{\Gamma}_{\omega}^{r*} \sin(St^* t^* - \Delta\Psi) \quad (6.4)$$

Nous avons résolu numériquement le système (6.2), (6.3) et (6.4) en utilisant un algorithme Runge-Kutta d'ordre 4. La figure 6.1 présente les vitesses et l'orientation dans le repère du corps  $(u^*, v^*, \theta)$  pour  $\chi = 10$  et  $Re = 250$ . Jusqu'à  $t^* = 30$  sont tracés les résultats du modèle pour les conditions initiales  $u_i^* = u^*(t=0) = 0$ ,  $v_i^* = v^*(t=0) = 0$ ,  $\theta_i = \theta(t=0) = 1^\circ$  et  $r_i^* = r^*(t=0) = 0$ . Après  $t^* = 30$  sont représentés les résultats expérimentaux. Sur la figure 6.2, l'échelle du temps a été dilatée pour une meilleure visibilité. Quelque soit le jeu de conditions initiales choisies, la simulation prédit un mouvement d'autorotation rapide, ne reproduisant pas l'expérience (bien que le forçage imposé ait été obtenu pour équilibrer le système dynamique). Les amplitudes simulées de  $u^*$ ,  $v^*$  et  $\theta$  ne saturent pas aux bonnes valeurs et les oscillations se font à la fréquence du système potentiel  $St_{pot}$  et non pas à la fréquence du forçage  $St^*$ .

Pour éviter l'apparition de la fréquence du système potentiel, nous avons introduit dans le système dynamique (6.2 – 6.4), des termes dissipatifs supplémentaires. Dans l'équation d'équilibre des moments (6.4) nous avons ajouté un terme d'amortissement de la forme :

$$\Gamma_{\omega 1}^r = -\frac{1}{2} \rho_f \vartheta d^2 \mathcal{J}_2 |r| \mathcal{C}_r r \implies \Gamma_{\omega 1}^{r*} = \frac{\Gamma_{\omega 1}^r}{\Delta\rho \vartheta g d} = -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{J}_2}{\chi} |r^*| \mathcal{C}_r r^* \quad (6.5)$$

où  $\mathcal{C}_r$  dépend *a priori* de  $Re$  et  $\chi$ . Pour fixer  $\mathcal{C}_r$  nous n'avons pas d'autre choix que d'effectuer des essais. Pour  $\mathcal{C}_r = 5$ , l'ajout de  $\Gamma_{\omega 1}^{r*}$  dans le système dynamique (6.2 – 6.4) lui permet de converger vers la solution expérimentale. La figure 6.3 montre, en effet, qu'après un court transitoire irréaliste le système se met à osciller à la fréquence  $St^*$  du forçage ( $F_{\omega}^{y*}$ ,  $\Gamma_{\omega}^{r*}$ ), en reproduisant les amplitudes  $\tilde{v}$  et  $\tilde{\theta}$  et le déphasage,  $\Delta\Phi$ , de l'expérience. Deux points sont intéressants à signaler. Tout d'abord, la solution saturée simulée est indépendante du jeu de conditions initiales choisies. D'autre part, le choix de  $\mathcal{C}_r = 5$  garantit que l'amplitude de  $\Gamma_{\omega 1}^{r*}$  reste très petite par rapport à celle du terme prépondérant  $\Gamma_{\omega v}^{r*}$ . Elle présente donc un poids très faible dans le bilan des couples, ce qui explique que l'on puisse trouver le résultat expérimental tout en conservant les forçages sinusoïdaux calculés au chapitre 5, qui ne prennent pas en compte ce nouveau terme.

Pour un corps plus épais ( $\chi = 2$ ), l'introduction d'un terme dissipatif  $\Gamma_{\omega 1}^{r*}$  permet d'éviter que le corps entre en autorotation, mais ne suffit pas pour conduire le système dynamique à

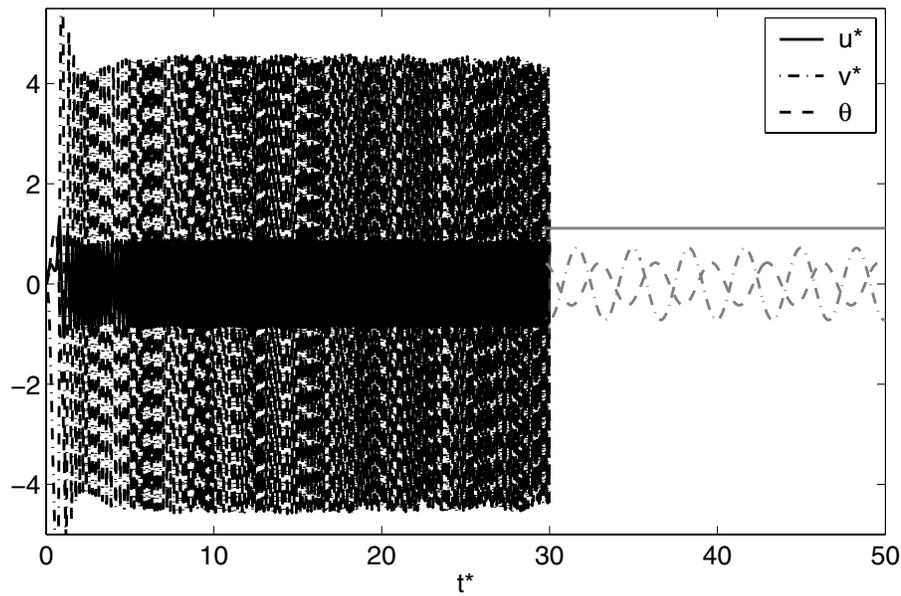


FIG. 6.1 – Comparaison entre la simulation et l'expérience pour  $\chi = 10$  et  $Re = 250$  : pour  $t^* < 30$ , la solution numérique du système non amorti (6.2 – 6.4) avec  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ ; pour  $t^* > 30$ , les résultats expérimentaux.

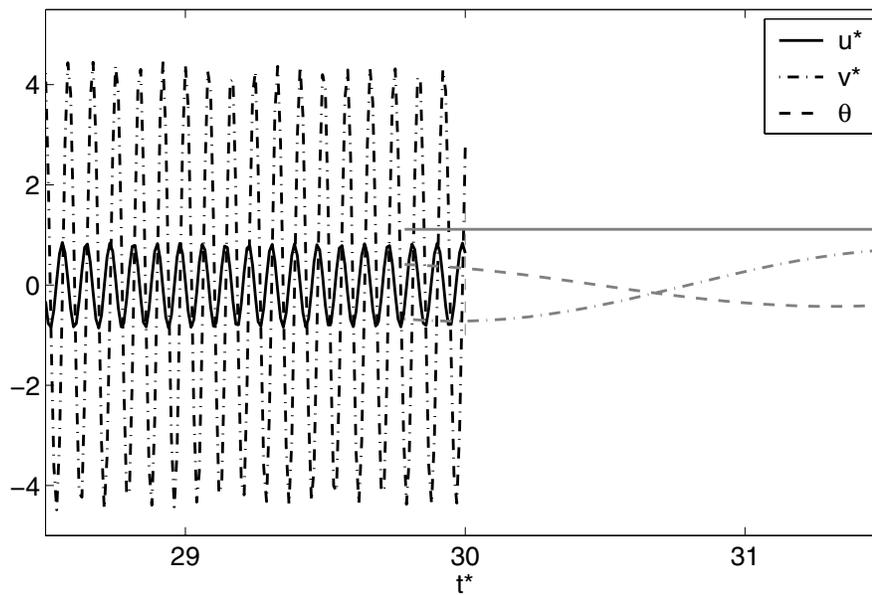


FIG. 6.2 – Détail de la figure 6.1 autour de l'instant  $t^* = 30$ .

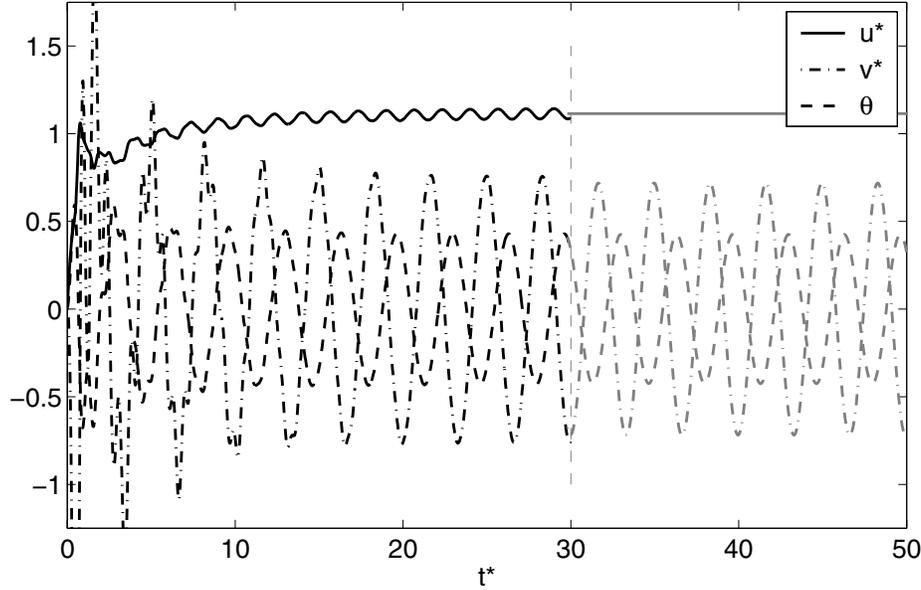


FIG. 6.3 – Comparaison entre la simulation et l’expérience pour  $\chi = 10$  et  $Re = 250$  : pour  $t^* < 30$ , la solution numérique du système (6.2 – 6.4) incluant un couple d’amortissement  $\Gamma_{\omega 1}^{y*}$  ( $C_r = 5$ ) avec  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ ; pour  $t^* > 30$ , les résultats expérimentaux, raccordés artificiellement pour faciliter la comparaison.

osciller à la fréquence,  $St^*$ , du forçage. La figure 6.4 montre en effet que l’harmonique prédominante est encore la fréquence propre,  $St_{\text{pot}}$ , du système potentiel. Nous avons d’abord tenté d’augmenter la dissipation en rotation en augmentant le coefficient  $C_r$  dans l’espoir de filtrer les harmoniques potentielles : cela n’a pas été suffisant. Nous avons alors introduit un autre terme d’amortissement,  $F_{\omega 1}^{y*}$ , dans l’équation de quantité de mouvement latérale, sous la forme :

$$\mathbf{F}_{\omega 1}^{y*} = -\frac{1}{2} \|\mathbf{U}^*\| C_y v^* \quad (6.6)$$

Comme le montre la figure 6.5, la valeur  $C_y = 0,89$  permet de supprimer, pour un corps épais ( $\chi = 2$ ) à  $Re = 250$ , l’harmonique à la fréquence  $St_{\text{pot}}$ . Le modèle dynamique reproduit ainsi assez bien les caractéristiques cinématiques mesurées dans les manipulations. Si les amplitudes des fluctuations ne sont pas tout à fait en conformité avec les données expérimentales, cela est dû au fait que le terme d’amortissement  $F_{\omega 1}^{y*}$  n’est plus négligeable vis-à-vis des autres termes. Le bilan de l’équilibre des forces latérales n’est donc plus exactement respecté pour le forçage déterminé au chapitre 5. Pour retrouver le résultat expérimental, il faudrait recalculer les caractéristiques (amplitude et phase) du forçage sinusoïdal en prenant en compte le terme d’amortissement  $F_{\omega 1}^{y*}$ .

Dans la suite, nous allons séparer les effets dûs à la vorticité en deux contributions :

$$\mathbf{F}_\omega = \mathbf{F}_{\omega 1} + \mathbf{F}_{\omega 2} \quad (6.7)$$

$$\mathbf{\Gamma}_\omega = \mathbf{\Gamma}_{\omega 1} + \mathbf{\Gamma}_{\omega 2} \quad (6.8)$$

La première,  $\mathbf{F}_{\omega 1}$  et  $\mathbf{\Gamma}_{\omega 1}$ , existe même si le mouvement du corps est stationnaire. C’est elle qui introduira l’amortissement nécessaire et nous la modéliserons à l’aide d’un tenseur de traînée et

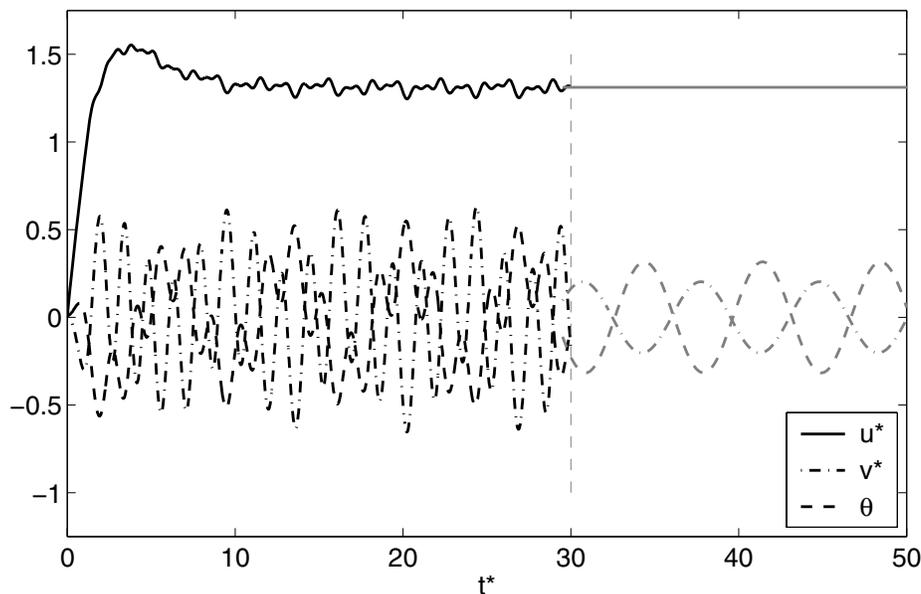


FIG. 6.4 – Comparaison entre la simulation et l'expérience pour  $\chi = 2$  et  $Re = 250$  : pour  $t^* < 30$ , la solution numérique du système (6.2 – 6.4) incluant un couple d'amortissement  $\Gamma_{\omega 1}^{r*}$  ( $C_r = 5$ ), avec  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ ; pour  $t^* > 30$ , les résultats expérimentaux.

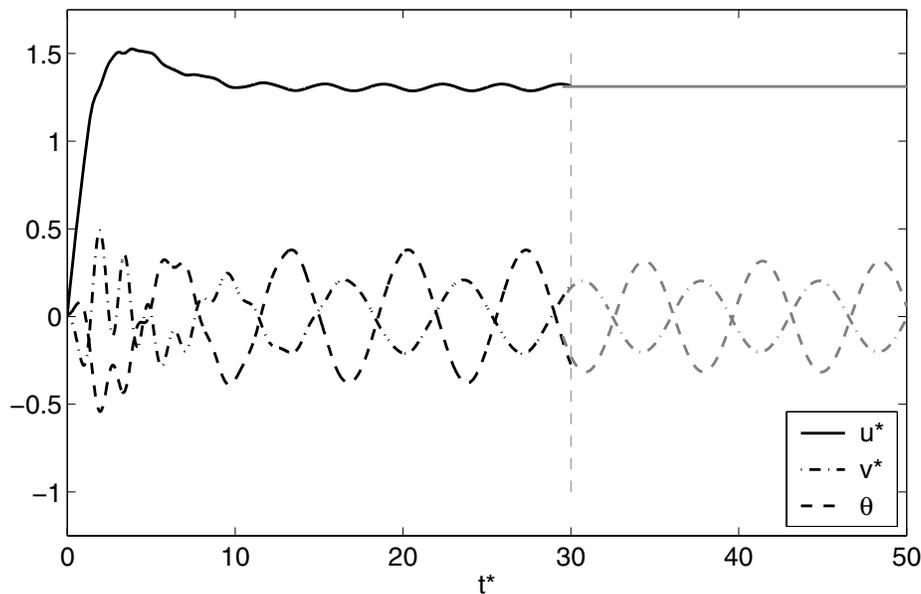


FIG. 6.5 – Comparaison entre la simulation et l'expérience pour  $\chi = 2$  et  $Re = 250$  : pour  $t^* < 30$ , la solution numérique du système (6.2 – 6.4) incluant un couple d'amortissement  $\Gamma_{\omega 1}^{r*}$  ( $C_r = 5$ ) et une force d'amortissement  $F_{\omega}^{y*}$  ( $C_y = 0,89$ ), avec  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ ; pour  $t^* > 30$ , les résultats expérimentaux.

d'un couple d'amortissement :

$$\begin{pmatrix} F_{\omega 1}^x \\ F_{\omega 1}^y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \|\mathbf{U}\| \begin{pmatrix} C_x & 0 \\ 0 & C_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

$$\Gamma_{\omega 1}^r = \frac{1}{2} \rho_f J_2 |r^*| C_r r \quad (6.10)$$

La seconde  $\mathbf{F}_{\omega 2}$  et  $\Gamma_{\omega 2}$  rendra compte de l'effet des instationnarités dans le sillage proche. Le choix des paramètres  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_r$ , auxquels nous allons consacrer le paragraphe suivant, est crucial pour déterminer le poids relatif des deux contributions.

## 6.2 Tenseur de traînée, couples d'amortissement et de rappel

Nous avons vu que nous avons besoin d'introduire des termes d'amortissement pour empêcher l'apparition des fréquences propres du système potentiel. Ces termes peuvent se mettre sous la forme tensorielle (6.9) et (6.10). Dans cette section, nous allons tenter de trouver des expressions raisonnables pour  $C_r$  puis pour  $C_x$  et  $C_y$ .

### 6.2.1 Couple d'amortissement en rotation

Il existe peu de résultats dans la littérature pouvant nous aider à modéliser  $C_r$  dans des situations où l'inertie joue un rôle prépondérant. Dennis *et al.* (1980) ont résolu le problème d'une sphère en rotation dans un fluide au repos à l'infini et ont obtenu le moment d'amortissement en rotation défini par :

$$\Gamma_{\omega 1}^r (\text{sphère}) = -\frac{1}{2} \rho_f \left(\frac{d}{2}\right)^5 |r| C_r (Re_r) r \quad (6.11)$$

pour des nombres de Reynolds de rotation,  $Re_r = \|\boldsymbol{\Omega}\| d^2/4\nu$ , allant jusqu'à 100. La figure 6.6 montre l'évolution du coefficient  $C_r$  avec  $Re_r$  obtenue par ces auteurs. Dans notre cas des cylindres mobiles,  $Re_r$  construit avec l'amplitude de la rotation,  $r$ , est compris entre 0 et 100. Même si la valeur de  $C_r$  est vraisemblablement plus grande pour un corps anisotrope, nous pensons que pour le problème qui nous intéresse le couple de rappel sur le cylindre causé par l'inertie ajoutée reste grand par rapport au couple d'amortissement. Nous utiliserons donc des valeurs de  $C_r$  assez grandes pour filtrer les oscillations rapides à la fréquence potentielle mais suffisamment petites pour que  $\Gamma_{\omega 2}^r \gg \Gamma_{\omega 1}^r$ .

### 6.2.2 Forces stationnaires sur des cylindres aplatis fixes en incidence dans un écoulement uniforme

Nous avons réalisé des simulations numériques directes de l'écoulement autour de cylindres aplatis fixes pour différents angles  $\alpha$  (incidence entre la direction de l'écoulement amont et l'axe du cylindre). Les calculs ont été effectués pour un unique nombre de Reynolds ( $Re = 100$ ) et trois rapports de forme différents ( $\chi = 2, 6$  et  $10$ ). Soit  $F_x$  la composante de la force hydrodynamique

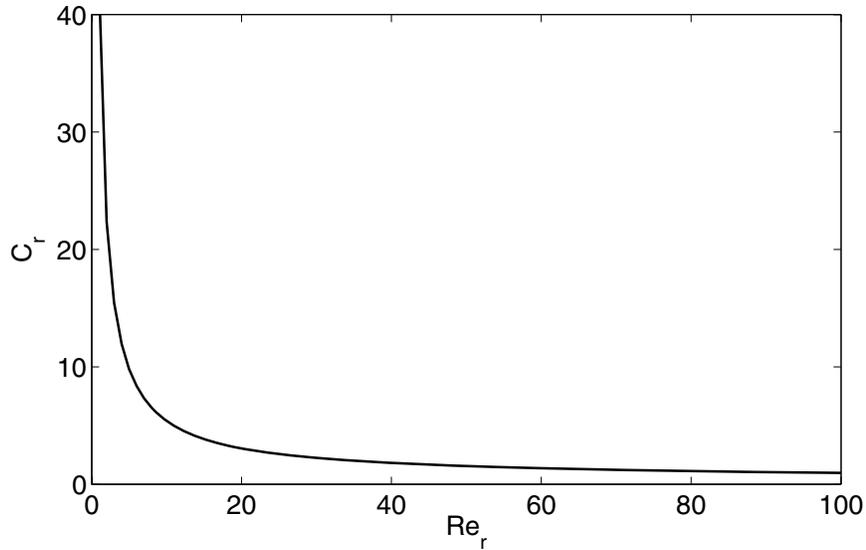


FIG. 6.6 – Évolution du coefficient  $C_r$  du moment d'amortissement avec  $Re_r$  pour une sphère en rotation, d'après [Dennis \*et al.\* \(1980\)](#).

exercée sur le corps dans la direction de son axe et  $F_y$  celle dans la direction perpendiculaire. On définit les coefficients :

$$C_x = - \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \| \mathbf{U} \|^2} \quad (6.12)$$

$$C_y = - \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \| \mathbf{U} \|^2} \quad (6.13)$$

Pour  $Re = 100$ , l'écoulement reste stationnaire,  $C_x$  et  $C_y$  ne dépendent donc pas du temps. Ils sont présentés sur la figure 6.7, en fonction de l'angle d'incidence,  $\alpha$ . Pour  $0 \leq \alpha \leq 40^\circ$ ,  $C_x$  ne dépend ni du rapport de forme ni de  $\alpha$ .  $C_y$ , au contraire, dépend à la fois de  $\alpha$  et de  $\chi$ . Pour chaque rapport de forme, nous pouvons approcher  $C_y$  par une fonction sinusoïdale de  $\alpha$  :

$$C_y = C_y \sin(\alpha) \quad (6.14)$$

Quant à  $C_y$ , c'est une fonction décroissante du rapport de forme qui est bien approchée par la relation suivante (voir figure 6.8) :

$$C_y = 2\chi^{-1} \quad (6.15)$$

Sachant que  $v = \| \mathbf{U} \| \sin \alpha$  et  $u = \| \mathbf{U} \| \cos \alpha$ , nous pouvons approcher la force qui s'exerce sur le corps fixe par l'expression :

$$\mathbf{F} \simeq \frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \| \mathbf{U} \| C_x \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1,6}{\chi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

avec  $C_x = 1,25$  pour  $Re = 100$ . Nous avons maintenant besoin d'étendre cette expression à des nombres de Reynolds supérieurs à 100 et aux corps mobiles. Lorsque  $Re > Re_c$ , les efforts deviennent instationnaires, le sillage proche d'un corps mobile devient assez différent de celui d'un

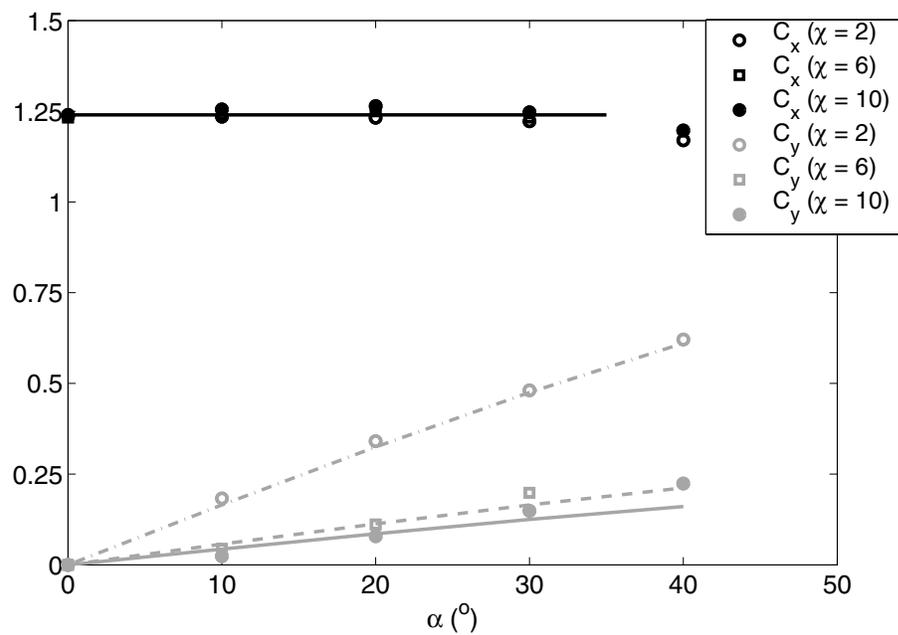


FIG. 6.7 – Composantes axiale,  $C_x$  et transversale,  $C_y$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ , pour  $Re = 100$ .

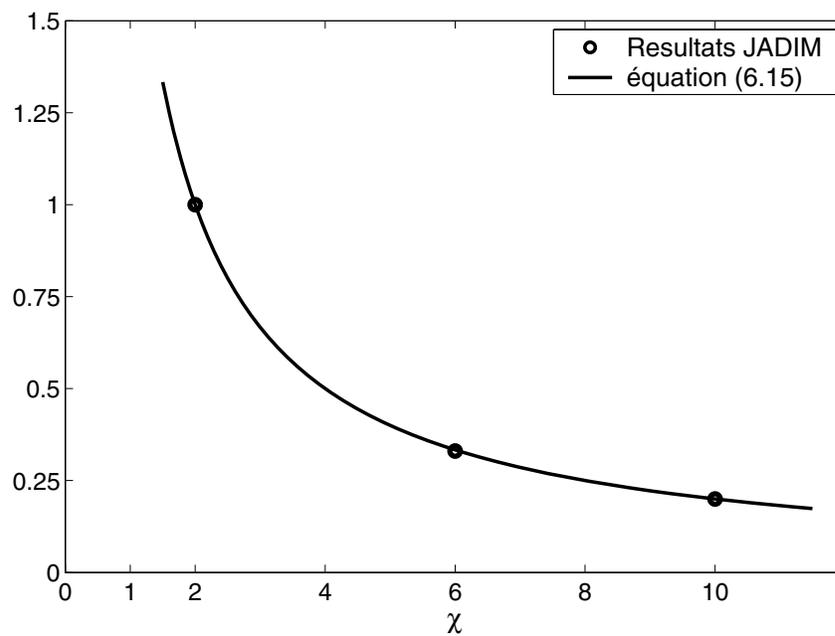


FIG. 6.8 – Coefficient de la force transversale,  $C_y$ , en fonction du rapport de forme.

corps fixe. Pourtant, si les dépendances de  $\mathcal{C}_x$  et  $\mathcal{C}_y$  avec  $\chi$  et  $Re$  sont nécessairement différentes pour les corps mobiles, il nous semble raisonnable de proposer une expression de la forme :

$$\mathbf{F}_{\omega 1} = \frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \|\mathbf{U}\| \mathcal{C}_x(Re) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & f(\chi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

Nous pouvons toujours raisonnablement déterminer  $\mathcal{C}_x$  à partir du bilan des forces dans la direction axiale à l'ordre 0, en revanche il est plus difficile de proposer une expression pour  $f(\chi)$ .

### 6.2.3 Un moment supplémentaire : le couple de rappel

Les simulations numériques de cylindres aplatis fixes en incidence dans un écoulement, mettent aussi en évidence l'existence d'un couple  $M_z^{\text{fixe}}$  autour de la direction  $z$ . Nous introduirons donc le nouveau coefficient adimensionnel  $C_{mz}^{\text{fixe}}$  :

$$C_{mz}^{\text{fixe}} = \frac{M_z^{\text{fixe}}}{\frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \|\mathbf{U}\|^2 d} \quad (6.18)$$

Ce couple a un signe tel que si le corps était libre de tourner il tendrait à ramener son axe de révolution dans la direction de l'écoulement incident : c'est donc un couple de rappel. Les résultats des simulations numériques pour  $Re = 100$  et  $\chi = 2, 6$  et  $10$  sont présentés sur la figure 6.9. On voit que  $C_{mz}^{\text{fixe}}$  ne dépend pratiquement pas du rapport de forme et que son évolution avec l'angle d'incidence est bien décrite par la loi suivante :

$$C_{mz}^{\text{fixe}} = C_{mz}^{\text{fixe}} \sin(2\alpha) \quad \text{avec} \quad C_{mz}^{\text{fixe}} = 0, 15 \quad (6.19)$$

La figure 6.9 montre aussi le coefficient,  $C_{mz}^{\text{pot}}$ , du couple de rappel  $\Gamma_{uv}^r$  prédit par la théorie potentielle :

$$C_{mz}^{\text{pot}} = \frac{(A - B) u v}{\frac{1}{2} \rho_f S_{ref} \|\mathbf{U}\|^2 d} = \frac{1}{\chi} (A - B) \sin(2\alpha) \quad (6.20)$$

D'une part,  $C_{mz}^{\text{pot}}$  est beaucoup plus grand que  $C_{mz}^{\text{fixe}}(Re = 100)$  et il dépend plus fortement du rapport de forme, essentiellement à cause des variations de  $\frac{1}{\chi}(A - B)$ . D'autre part, la dépendance de  $C_{mz}^{\text{pot}}$  avec l'angle d'incidence est donnée par  $\sin(2\alpha)$ , comme celle de  $C_{mz}^{\text{fixe}}(Re = 100)$ . Il semble bien que l'origine du couple de rappel soit la même dans les deux cas. Dans le cas potentiel, le couple est dû au fait que le fluide contourne le corps de manière dissymétrique. Dans le cas à  $Re = 100$ , il existe une zone décollée dans le sillage du corps dont l'extension dépend peu de  $\chi$ . Le contournement de l'écoulement de l'ensemble constitué par le corps et la zone décollée est encore à l'origine d'un couple de rappel, mais celui-ci est moins important et dépend moins du rapport de forme. Ces résultats de simulations de l'écoulement autour de corps fixes en incidence sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux de Lund & Trees (2001) qui sont représentés sur la figure 6.9 pour  $\chi = 6$  et  $Re = 100$ . Il est à noter que ces auteurs ont aussi observé une légère décroissance de  $C_{mz}$  lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds.

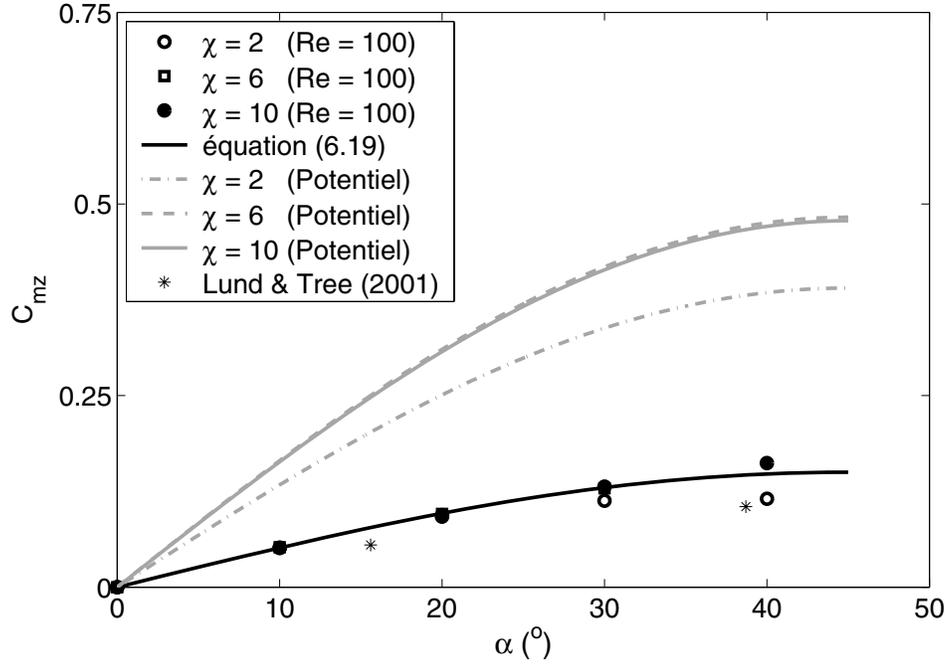


FIG. 6.9 – Coefficient du couple restaurateur en fonction de l’angle d’incidence de l’écoulement,  $\alpha$ , pour  $Re = 100$  et  $Re = \infty$ .

Nous nous attendons donc à ce qu’il existe un couple de rappel inférieur à celui prédit par la théorie potentielle, pour laquelle il n’existe pas de zone décollée derrière le corps, mais supérieur au résultat de la simulation du corps fixe où cette zone est stationnaire. Nous proposons donc d’écrire le couple de rappel s’exerçant sur les corps mobiles sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) uv - \mathcal{C}_m uv \quad (6.21)$$

$\mathcal{C}_m$  est un coefficient à caler de telle manière que la norme du couple de rappel soit comprise entre la valeur du corps fixe à nombre de Reynolds fini et celle du corps en écoulement potentiel.

#### 6.2.4 Système dynamique incluant $\mathbf{F}_{\omega 1}$ et $\Gamma_{\omega 1}$

En intégrant au système dynamique général notre modèle pour  $\mathbf{F}_{\omega 1}$  et  $\Gamma_{\omega 1}$ , on obtient :

$$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \frac{du^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) v^* r^* = \cos \theta - \frac{1}{2} \|\mathbf{U}^*\| \mathcal{C}_x u^* + F_{\omega 2}^{x*} \quad (6.22)$$

$$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \frac{dv^*}{dt^*} + \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) u^* r^* = -\sin \theta - \frac{1}{2} \|\mathbf{U}^*\| \mathcal{C}_y v^* + F_{\omega 2}^{y*} \quad (6.23)$$

$$\frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right) \frac{dr^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) u^* v^* = \mathcal{C}_m \sin(2\alpha) - \frac{1}{2} \frac{\mathcal{J}_2}{\chi} |r^*| \mathcal{C}_r r^* + \Gamma_{\omega 2}^{r*} \quad (6.24)$$

Comme nous l'avons fait pour  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$ , nous pouvons maintenant utiliser les résultats expérimentaux du mouvement des corps mobiles pour déterminer  $\mathbf{F}_{\omega 2}$  et  $\mathbf{\Gamma}_{\omega 2}$  comme résultats des bilans des équations (6.22 – 6.24). On obtient alors des expressions empiriques de  $\mathbf{F}_{\omega 2}$  et  $\mathbf{\Gamma}_{\omega 2}$  sous la forme de fonctions sinusoïdales définies par leurs amplitudes et leurs phases.

Il est possible de résoudre numériquement le système dynamique (6.22 – 6.24) en imposant le forçage sinusoïdal donné par les expressions empiriques de  $F_{\omega 2}^{y*}$  et  $\Gamma_{\omega 2}^{r*}$  (comme précédemment  $F_{\omega 2}^{x*}$  est pris égal à zéro). Bien sûr, ceci nécessite d'avoir assigné au préalable les valeurs numériques aux coefficients  $\mathcal{C}_y$ ,  $\mathcal{C}_r$  et  $\mathcal{C}_m$ .

La figure 6.10 ( $t^* < 30$ ) présente le résultat de la simulation du mouvement d'un corps mince ( $\chi = 10$ ) avec  $\mathcal{C}_y = 0,21$ ,  $\mathcal{C}_r = 4$  et  $\mathcal{C}_m = 0$ . La figure 6.11 ( $t^* < 30$ ) présente le résultat obtenu pour un corps épais ( $\chi = 2$ ) avec  $\mathcal{C}_y = 0,89$ ,  $\mathcal{C}_r = 4$  et  $\mathcal{C}_m = 0$ . Les comparaisons avec les expériences (représentées pour  $t^* > 30$ ) montrent que le modèle peut reproduire très fidèlement la réalité. À ce stade, il est important de signaler qu'on peut obtenir un aussi bon accord avec des valeurs très différentes de  $\mathcal{C}_y$ ,  $\mathcal{C}_r$  et  $\mathcal{C}_m$ , et quelque soient les conditions initiales de la simulation. Le point crucial est que les termes d'amortissement filtrent bien la fréquence potentielle.

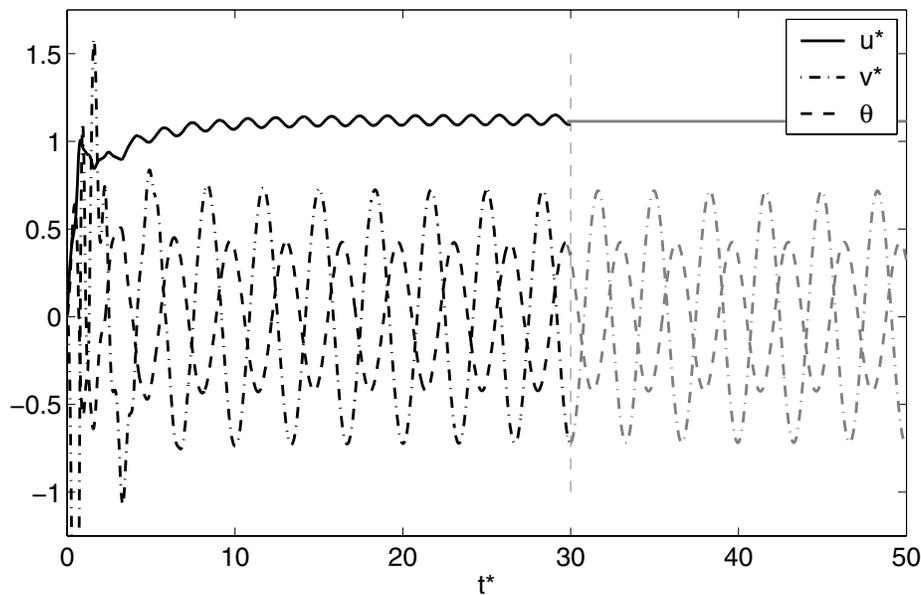


FIG. 6.10 – Comparaison entre la simulation et l'expérience pour  $\chi = 10$  et  $Re = 250$  : pour  $t^* < 30$ , la solution numérique du système (6.22 – 6.24) avec  $\mathcal{C}_y = 0,21$ ,  $\mathcal{C}_r = 4$  et  $\mathcal{C}_m = 0$ , forcé par les fonctions sinusoïdales empiriques  $F_{\omega 2}^{y*}$  et  $\Gamma_{\omega 2}^{r*}$ , pour  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ ; pour  $t^* > 30$ , les résultats expérimentaux.

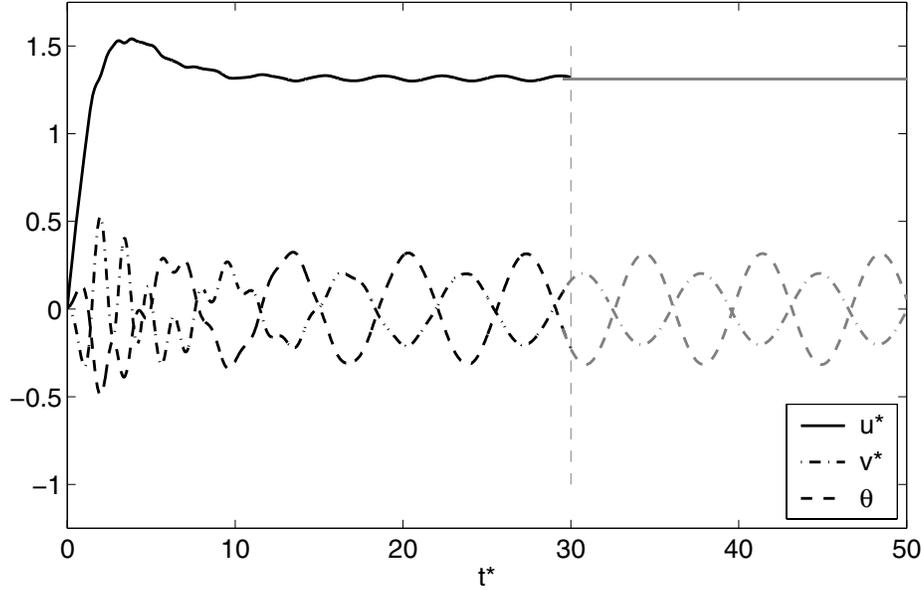


FIG. 6.11 – Comparaison entre la simulation et l'expérience pour  $\chi = 2$  et  $Re = 250$  : pour  $t^* < 30$ , la solution numérique du système (6.22 – 6.24) avec  $C_y = 0,89$ ,  $C_r = 4$  et  $C_m = 0$ , forcé par les fonctions sinusoïdales empiriques  $F_{\omega_2}^{y*}$  et  $\Gamma_{\omega_2}^{r*}$ , pour  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ ; pour  $t^* > 30$ , les résultats expérimentaux.

### 6.3 Modélisation des efforts instationnaires dus au détachement tourbillonnaire

Nous nous intéressons maintenant à la modélisation des termes  $\mathbf{F}_{\omega_2}$  et  $\mathbf{\Gamma}_{\omega_2}$  que nous avons jusqu'à présent décrits par des forçages harmoniques empiriques. Il faut rappeler que ces termes doivent rendre compte des efforts hydrodynamiques induits par les instationnarités de l'écoulement dans le sillage proche.

Au final, notre but est d'obtenir un système dynamique tensoriel ne faisant intervenir aucune fonction dépendant explicitement du temps. Comme nous voulons, d'une part, que les efforts  $\mathbf{F}_{\omega_2}$  et  $\mathbf{\Gamma}_{\omega_2}$  soient nuls dans le cas d'un mouvement stationnaire et comme, d'autre part, les seuls termes proportionnels aux dérivés secondes du mouvement sont les termes d'inertie propre et ajoutée, nous avons pensé à des intégrales d'histoire.

Pour la force, nous introduisons l'expression suivante, analogue à ce qui avait déjà été proposé pour des bulles (Risso, 2003) :

$$F_{\omega_2}^x = f_\omega \int_0^t e^{-\sigma(t-\tau)} \frac{du}{d\tau} d\tau \quad (6.25)$$

$$F_{\omega_2}^y = f_\omega \int_0^t e^{-\sigma(t-\tau)} \frac{dv}{d\tau} d\tau \quad (6.26)$$

Pour le couple, nous proposons une expression similaire sous la forme d'une intégrale de l'angle d'inclinaison  $\theta$ , utilisant le même noyau d'histoire :

$$\Gamma_{\omega_2}^r = \gamma_\omega \int_0^t e^{-\sigma(t-\tau)} \frac{d\theta}{d\tau} d\tau \quad (6.27)$$

Les coefficients  $f_\omega$  et  $\gamma_\omega$  déterminent l'amplitude des efforts alors que  $\sigma$  caractérise l'échelle de temps de la mémoire de l'écoulement instationnaire. Le choix d'un noyau exponentiel est suggéré par la nature sinusoïdale des solutions recherchées. Supposons par exemple que la vitesse latérale  $v$  soit une fonction sinusoïdale de pulsation  $\omega$  ( $\ddot{v} = -\omega^2 v$ ). En intégrant (6.26) par parties on obtient :

$$F_{\omega 2}^y = \frac{f_\omega}{\sigma^2 + \omega^2} (\omega^2 v(t) + \sigma^2 \dot{v}(t)) - \frac{f_\omega}{\sigma^2 + \omega^2} e^{-\sigma t} (\omega^2 v(t_0) + \sigma^2 \dot{v}(t_0)) \quad (6.28)$$

qui, après un transitoire initial, tend vers une fonction sinusoïdale dont l'amplitude et la phase peuvent être ajustées par le choix des valeurs de  $f_\omega$  et  $\sigma$ . Il est ainsi possible de déterminer les valeurs des paramètres  $f_\omega$ ,  $\gamma_\omega$  et  $\sigma$  à partir des fonctions sinusoïdales empiriques obtenues par bilan, en injectant les résultats expérimentaux dans le système (6.22 – 6.24).

Ces paramètres étant connus, il est possible de résoudre le système (6.22 – 6.24) dans lequel  $F_{\omega 2}^x$ ,  $F_{\omega 2}^y$  et  $\Gamma_{\omega 2}^r$  ont été modélisés par les expressions (6.25), (6.26) et (6.27), respectivement. Un exemple de résultat obtenu est présenté sur la figure 6.12 pour un corps mince ( $\chi = 10$ ) avec  $C_y = -1$ ,  $C_r = 4$ ,  $C_m = 0,3$ ,  $f_\omega^* = 1,35$ ,  $\gamma_\omega^* = 0,18$  et  $\sigma^* = St^*$ , pour la condition initiale  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 10^\circ$  et  $r_i^* = 0$ . On voit que si au début le corps présente bien des mouvements oscillatoires à la bonne fréquence, celles-ci s'atténuent progressivement et le système tend vers un mouvement d'ascension rectiligne. Il semble que le système propre ne possède pas les non-linéarités nécessaires pour le faire converger vers la solution oscillatoire saturée recherchée.

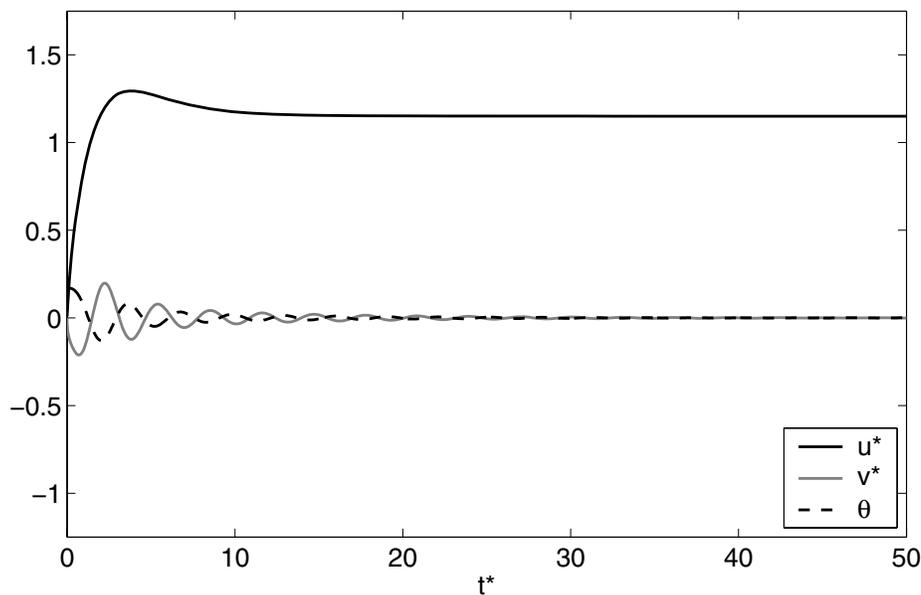


FIG. 6.12 – Solution numérique du système (6.22 – 6.24) avec  $C_y = -1$ ,  $C_r = 4$ ,  $C_m = 0,3$  et les termes  $F_{\omega 2}^{x*}$ ,  $F_{\omega 2}^{y*}$  et  $\Gamma_{\omega 2}^{r*}$  sous les formes intégrales (6.25), (6.26) et (6.27) avec  $f_\omega^* = 1,35$ ,  $\gamma_\omega^* = 0,18$  et  $\sigma^* = St^*$ , pour  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 10^\circ$  et  $r_i^* = 0$ .

## 6.4 Proposition d'un système dynamique empirique capable de reproduire les expériences

Le modèle que nous avons proposé pour prendre en compte les termes dus à la production de vortacité à la surface du corps prédit à tort que la solution stationnaire est stable. S'il nous semble vraisemblablement qu'il manque un terme non-linéaire pour permettre aux oscillations de croître jusqu'à une amplitude de saturation finie, nous n'avons aucun argument physique pour nous guider dans la modélisation d'un tel terme. À titre d'expérimentation et en ne se basant que sur des considérations mathématiques de système dynamique nous avons introduit le couple non-linéaire

$$\Gamma_{\text{non-lin}}^{r*} = k_1 v^* (k_2 - v^{*2}) \quad (6.29)$$

dans l'équation du moment cinétique. On obtient donc au final le système dynamique suivant :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) \frac{du^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) v^* r^* - \cos \theta &= - \frac{1}{2} \| \mathbf{U}^* \| \mathcal{C}_x u^* + \\ &+ f_\omega^* \int_{-\infty}^{t^*} e^{-\sigma^*(t^*-\tau^*)} \frac{du^*}{d\tau^*} d\tau^* \\ \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{B} \right) \frac{dv^*}{dt^*} + \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} + \mathcal{A} \right) u^* r^* + \sin \theta &= - \frac{1}{2} \| \mathbf{U}^* \| \mathcal{C}_y v^* + \\ &+ f_\omega^* \int_{-\infty}^{t^*} e^{-\sigma^*(t^*-\tau^*)} \frac{dv^*}{d\tau^*} d\tau^* \\ \frac{1}{\chi} \left( \frac{\rho_s}{\rho_f} \mathcal{J}_2 + \mathcal{Q} \right) \frac{dr^*}{dt^*} - \frac{1}{\chi} (\mathcal{A} - \mathcal{B}) u^* v^* - \mathcal{C}_m \sin(2\alpha) &= - \frac{1}{2} \frac{\mathcal{J}_2}{\chi} |r^*| \mathcal{C}_r r^* + \\ &+ k_1 v^* (k_2 - v^{*2}) + \gamma_\omega \int_{-\infty}^{t^*} e^{-\sigma^*(t^*-\tau^*)} \frac{d\theta}{d\tau^*} d\tau^* \end{aligned}$$

En ajustant les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  il est possible de faire converger le système vers une solution réaliste. La figure 6.13 montre la solution du modèle pour  $\chi = 10$  et  $Re = 250$ , avec  $\mathcal{C}_y = -1$ ,  $\mathcal{C}_r = 4$ ,  $\mathcal{C}_m = 0,3$ ,  $f_\omega^* = 1,35$ ,  $\gamma_\omega^* = 0,18$ ,  $\sigma^* = St^*$ ,  $k_1 = 0,15$  et  $k_2 = 0,75$ , pour la condition initiale  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ . La figure 6.14 montre le même résultat dans le repère fixe et la figure 6.15 est le résultat expérimental correspondant. On voit qu'en ajustant les paramètres du modèle, on peut reproduire quantitativement la solution saturée et même un transitoire satisfaisant. Remarquons que le couple  $\Gamma_{\text{non-lin}}^{r*}$  reste très faible lorsqu'on atteint la bonne solution ( $\widetilde{\Gamma_{\text{non-lin}}^{r*}} \simeq 0,10 \widetilde{\Gamma_{uv}^{r*}}$ ), devenant plus prépondérant lorsque la système dynamique en s'éloigne. Par manque de temps, nous n'avons pas exploré la gamme des paramètres  $(\chi, Re)$ .

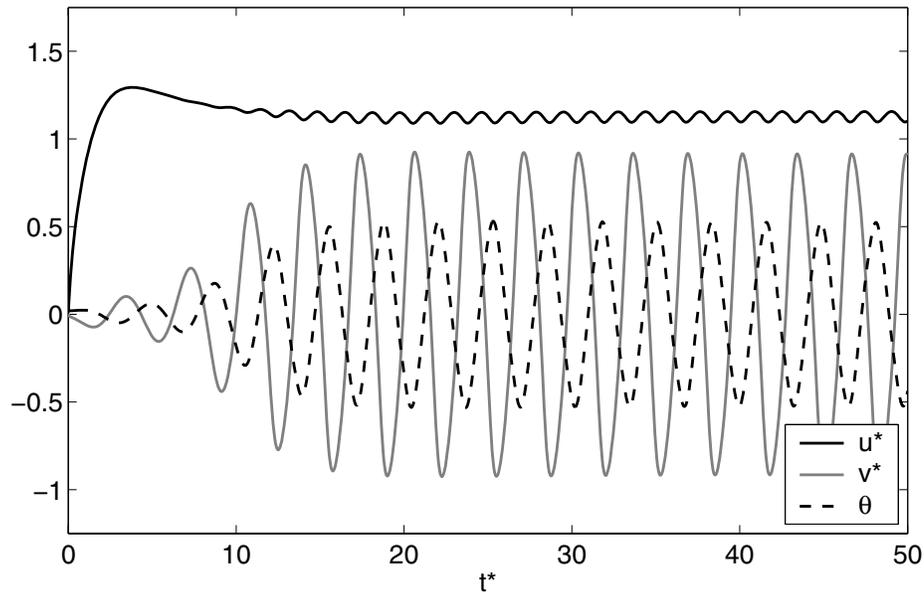


FIG. 6.13 – Solution numérique du système,  $u^*$ ,  $v^*$  et  $\theta$  dans le repère du corps, avec  $C_y = -1$ ,  $C_r = 4$ ,  $C_m = 0,3$ ,  $f_\omega^* = 1,35$ ,  $\gamma_\omega^* = 0,18$ ,  $\sigma^* = St^*$ ,  $k_1 = 0,15$  et  $k_2 = 0,75$ , pour  $u_i^* = 0$ ,  $v_i^* = 0$ ,  $\theta_i = 1^\circ$  et  $r_i^* = 0$ .

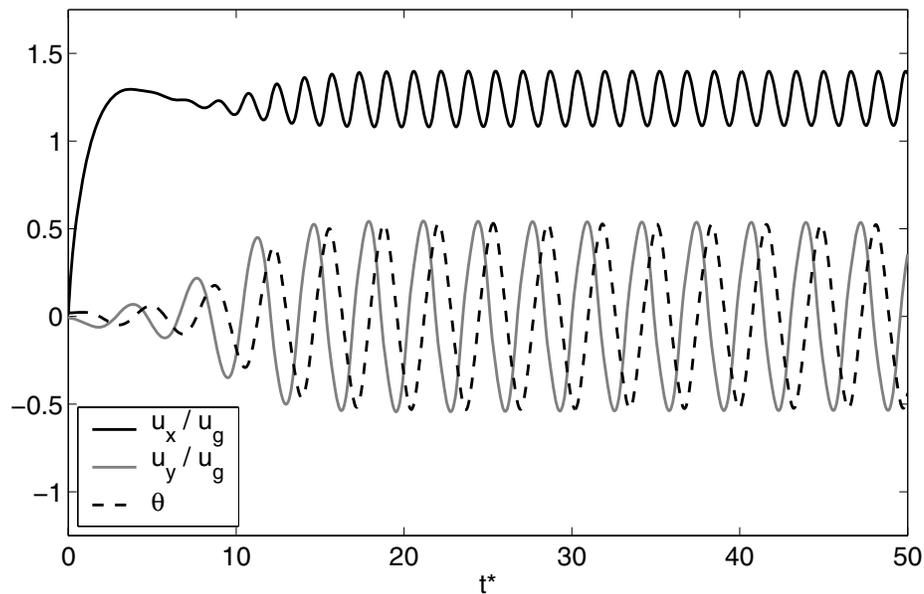


FIG. 6.14 – Résultats de la figure 6.13 transposés dans le repère fixe :  $u_x/u_g$  et  $u_y/u_g$  sont les composantes de vitesse verticale et horizontale adimensionnées.

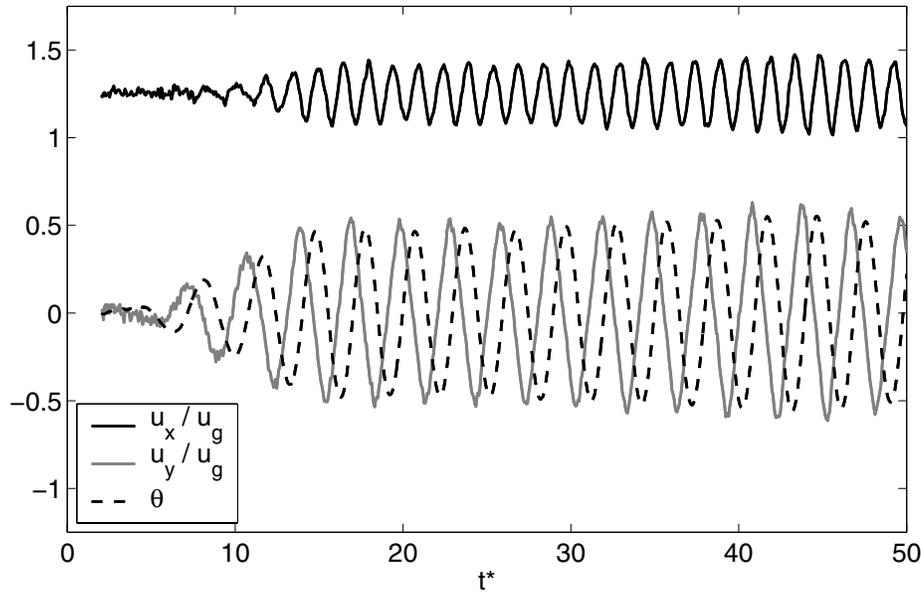


FIG. 6.15 – Résultats expérimentaux pour  $\chi = 10$  et  $Re = 250$  dans le repère fixe :  $u_x/u_g$  et  $u_y/u_g$  sont les composantes de vitesse verticale et horizontal adimensionnées.

## 6.5 Conclusion

Comment étudier la dynamique de corps mobiles alors que l'on ne sait pas mesurer les efforts hydrodynamiques qui s'exercent sur les corps ? Au chapitre 4, nous avons présenté une étude détaillée de la cinématique. Au chapitre 5, nous avons déterminé les efforts dont les expressions analytiques en fonction du mouvement des corps sont connus théoriquement : force de flottabilité, forces et couples d'inertie propre et ajoutée. Par bilan des équations de conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique, nous avons déduit les efforts hydrodynamiques  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  dus à la production de vorticité à la surface du corps. Nous aurions pu nous arrêter là et nous aurions même dû si nous avions refusé d'introduire toute part d'arbitraire dans notre démarche. Cependant, il nous a paru intéressant d'essayer de voir s'il était possible de proposer une expression de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  sous la forme d'opérateurs intégro-différentiels de la vitesse et de l'orientation du corps, même si rien ne prouve que le problème du couplage entre le corps solide et le fluide accepte une solution de cette forme. Au final, nous sommes arrivés à une expression de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  capable de reproduire quantitativement les résultats expérimentaux testés. Mais cette expression fait intervenir un grand nombre de paramètres pour lesquels nous n'avons pas de modèle physique et que nous avons donc dû caler afin de reproduire les résultats expérimentaux. Même si ce modèle empirique peut éventuellement avoir des applications pratiques, nous ne pensons pas qu'il constitue lui même un résultat significatif. Nous ne regrettons cependant pas cette tentative car plus que son résultat, les différentes étapes de la démarche entreprise dans ce chapitre apportent quelques éléments d'information sur la nature et la structure de  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$ . Premièrement, l'échec à reproduire les résultats expérimentaux en forçant de manière périodique le système potentiel a mis en évidence de mécanismes d'amortissement qui sont responsables du fait que la fréquence potentielle ne soit pas visible dans le mouvement des corps. Deuxième-

ment, la comparaison entre la solution potentielle et la simulation numérique de l'écoulement autour de cylindres aplatis fixes en incidence, a montré que le couple de rappel tendant à aligner l'axe du corps avec l'écoulement était réduit en présence d'un décollement derrière le corps, mais restait proportionnel au sinus du double de l'angle d'incidence. Enfin, nous avons montré que l'introduction d'une intégrale d'histoire de noyau exponentiel pouvait être un moyen d'introduire une nouvelle fréquence propre dans le système et de rendre ainsi compte de l'écoulement instationnaire dans le sillage proche.

Il est clair que l'on peut bâtir une infinité de systèmes dynamiques capables de reproduire les solutions périodiques saturées observées. Celui que nous proposons semble également bien se débrouiller durant le transitoire. Il reste beaucoup de travail à faire pour comprendre la dynamique des corps mobiles dont le sillage est instationnaire. Les simulations numériques devraient notamment permettre des progrès significatifs grâce à la description de l'écoulement autour des corps et la mesure directe des efforts subis. Cependant, seule la compréhension fine des mécanismes physiques conduira à l'expression juste des efforts hydrodynamiques.

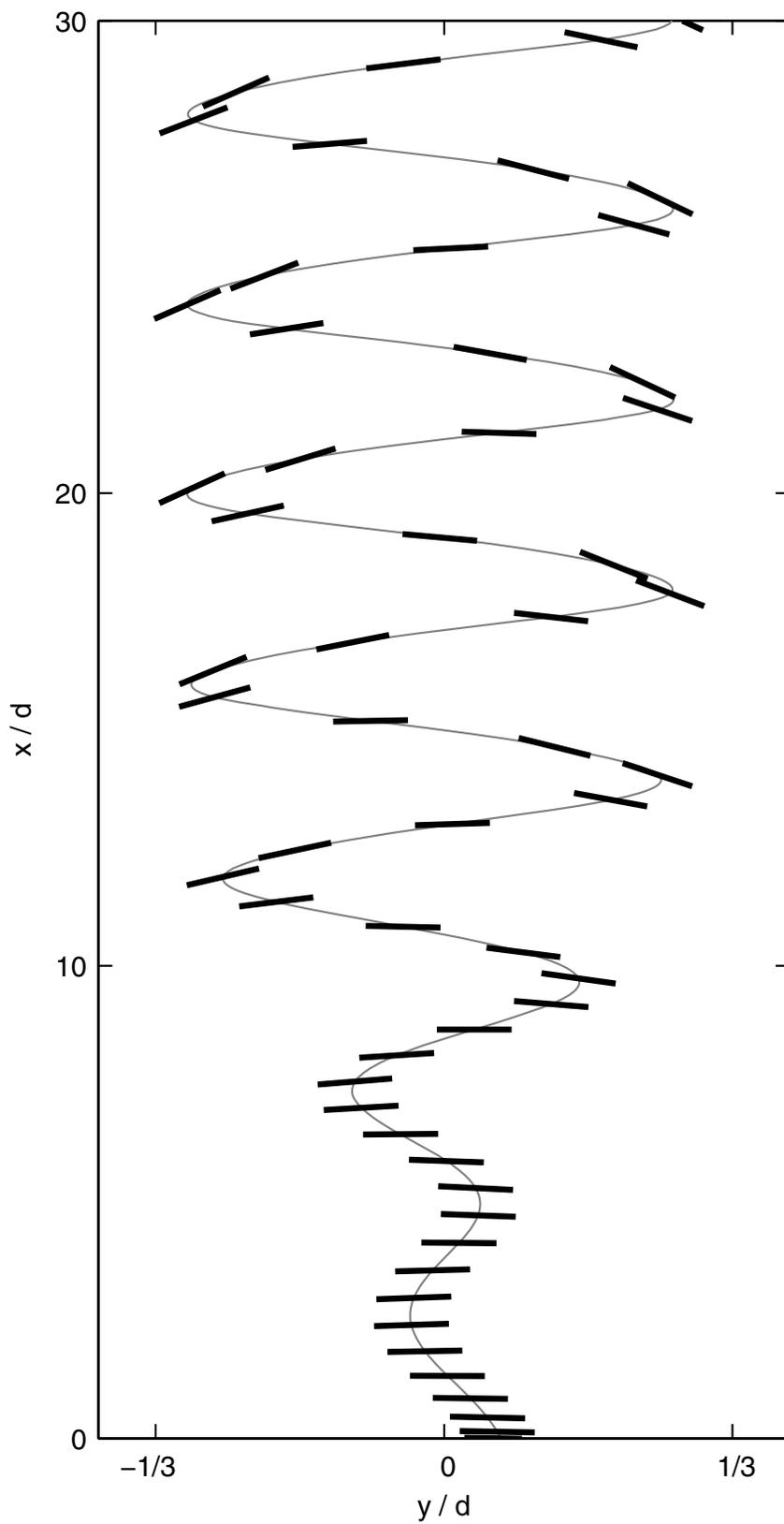


FIG. 6.16 – Mouvement prédit par le modèle empirique proposé en § 6.4, pour  $\chi = 10$  et  $Re=250$ .

# Conclusions et perspectives

Nous avons conduit une étude détaillée du mouvement de corps mobiles légers en ascension, sous l'effet de la gravité, dans un fluide peu visqueux au repos. Une technique de trajectographie a été mise en œuvre pour permettre une caractérisation des mouvements, en translation et rotation, de cylindres solides aplatis de densité proche de la densité du fluide, dans une gamme assez étendue du nombre de Reynolds,  $Re$ , et du rapport de forme,  $\chi$ . Après les travaux pionniers de [Willmarth \*et al.\* \(1964\)](#) et [Stringham \*et al.\* \(1969\)](#) avec des disques minces et les travaux de [Karamanev \(2001\)](#) et de [Jenny \*et al.\* \(2004\)](#) avec des sphères, l'originalité de cette étude est d'avoir considéré l'effet du rapport de forme sur le comportement des corps.

Nous avons étudié la transition du régime de mouvement rectiligne vers le régime oscillatoire et avons conclu au rôle fondamental du sillage, étant donné que l'apparition des mouvements périodiques des corps est associée à la destabilisation de leur sillage. Nous avons observé une évolution non monotone du nombre de Reynolds critique  $Re_c$  de la transition avec le rapport de forme, en contraste avec les évolutions décroissantes des nombres de Reynolds  $Re_{c1}$  et  $Re_{c2}$  des bifurcations successives du sillage de corps fixes ( $Re_{c1}$  correspond à la brisure de la symétrie axiale et  $Re_{c2}$  à la perte du caractère stationnaire du sillage). Nous avons introduit le nombre de Reynolds  $Re^*$  bâti avec le maximum de vitesse dans la zone de recirculation, qui permet d'obtenir des seuils de bifurcation indépendants de  $\chi$ . Pour les corps mobiles, l'apparition de mouvements périodiques correspond à  $Re_c^* = Re_{c1}^*$  tant que  $\chi \leq 4$ , puis nous observons une augmentation de  $Re_c^*$  avec  $\chi$  jusqu'à un nouveau plateau à partir de  $\chi = 10$ . Le paramètre  $Re^*$  semble rester dans tous les cas pertinent pour caractériser la dynamique des corps mobiles, puisque nous avons montré qu'il permet de décrire les amplitudes des oscillations (en translation et en rotation) par des fonctions indépendantes de  $\chi$ .

Après filtrage des lents mouvements secondaires de dérive et de précession, les mouvements des corps mobiles sont approximativement des zigzags inscrits dans un plan vertical. Le caractère fondamentalement bidimensionnel de la dynamique des corps mobiles constitue un résultat important de cette étude en accord avec le fait que les sillages de corps fixes gardent une symétrie par rapport à un plan ([Mittal, 1998](#) et [Ormières & Provansal, 1999](#)). Ces mouvements bidimensionnels relèvent néanmoins d'une dynamique assez compliquée. Sa forte dépendance avec le rapport de forme a été mise en évidence par les évolutions de la fréquence des oscillations et du déphasage entre translation et rotation. Tandis que  $Re^*$  joue un rôle majeur dans les amplitudes des oscillations, il ne joue pas un rôle significatif ni sur le nombre de Strouhal  $St$  ni sur le déphasage  $\Delta\phi$  qui dépendent en revanche du rapport de forme. La valeur de  $St$ , qui est proche de celle de l'instabilité du sillage de corps fixes pour  $\chi \simeq 3$ , évolue selon une loi d'échelle en  $\chi^{1/2}$ , conforme aux résultats de [Mahadevan \*et al.\* \(1999\)](#) et [Jones & Shelley \(2005\)](#) concernant la chute de cartes minces. Le déphasage  $\Delta\phi$  caractérisant le retard de l'orientation par rapport

à la vitesse, augmente continûment depuis zéro pour les corps épais ( $\chi = 2$  et  $3$ ), jusqu'à plus de  $\frac{\pi}{2}$  pour les corps minces. De manière imagée, on pourrait dire que l'on passe ainsi continûment du comportement d'une bulle à celui d'une feuille.

Ces résultats originaux nous ont permis de conclure à l'incapacité de l'approximation potentielle à prédire les caractéristiques quantitatives et qualitatives des mouvements réels des corps. Aussi, nous nous sommes penchés sur les effets de la production de vorticité à la surface du corps, essentiels pour expliquer les phénomènes observés. Nous avons déterminé les contributions  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  dues à la production de vorticité dans les bilans des forces et des couples régissant la dynamique des corps. Nous avons conclu que  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  étaient d'autant plus intenses que le corps est mince et, d'autre part, que le déphasage  $\Delta\phi$  est dû à un retard de  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  par rapport à  $\mathbf{F}_\omega$ . Le mécanisme de selection de la fréquence des oscillations reste encore mal compris, mais il semble être le résultat d'un fort couplage entre les effets de la vorticité et de l'inertie ajoutée.

Nous avons ensuite essayé de modéliser  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  par des fonctions intégro-différentielles de la vitesse et de l'orientation. Nous avons abouti à un modèle empirique aussi simple que possible capable de reproduire les mouvements des corps. Ce n'est qu'un premier pas et il reste bien des choses à comprendre concernant la nature de ces efforts.

Comme perspectives, nous soulignons la nécessité à court terme d'une mesure directe des efforts appliqués au corps, que vraisemblablement seule la simulation numérique sera capable de fournir. Cette information doit permettre une meilleure connaissance des différentes contributions contenues dans  $\mathbf{F}_\omega$  et  $\mathbf{\Gamma}_\omega$  et au final d'aboutir à des expressions physiquement fondées pour ces termes. Par ailleurs, la voie expérimentale peut aussi contribuer significativement à la compréhension des phénomènes présents dans le sillage. Notamment, une étude approfondie de la stabilité du sillage pourrait être envisagée dans le but de mieux comprendre le processus physique conduisant au détachement tourbillonnaire. Pour cela, une étude comparative approfondie de différentes configurations, le corps fixe et le corps libre seulement en rotation pourrait permettre d'éclairer la façon dont les différents degrés de liberté du corps influencent la stabilité de l'ensemble corps+fluide. Par ailleurs, une étude du rôle du rapport des densités  $\rho_s/\rho_f$  serait utile pour faire le lien entre les corps légers étudiés dans cette thèse ( $\rho_s/\rho_f \simeq 1$ ) et les corps fixes, constituant la limite  $\rho_s/\rho_f \longrightarrow \infty$ . Ces études devraient permettre de mieux comprendre le couplage entre les effets du sillage et d'inertie propre et ajoutée.

En revanche, poursuivre cette étude par l'étude d'autres géométries ne semble pas judicieux puisque les quelques résultats obtenus ici avec des ellipsoïdes sont semblables à ceux des cylindres aplatis. Par contre, il serait intéressant d'étudier les comportements de corps de rapport de forme variable à des nombres de Reynolds plus grands pour aborder le passage des oscillations périodiques vers d'autres régimes (autorotation ou chaos).

  tant donné que nous avons considéré des corps solides, nous envisageons comme perspectives à plus long terme, une investigation de l'influence de la nature de l'interface de l'inclusion (glissement partiel ou total), qui est prépondérante pour la production de vorticité et donc pour la nature du sillage. Pour cela, l'étude du mouvement de gouttes de viscosité variable serait particulièrement intéressant. Les études concernant des bulles ou des gouttes introduiront des effets de déformation de l'interface qui peuvent jouer un rôle prépondérant dans la dynamique du mouvement lorsque la tension interfaciale est faible.

# Références bibliographiques

- AYBERS, N. M. & TAPUCU, A. 1969 The motion of gas bubbles rising through stagnant liquid. *Warme- und Stoffübertragung* **2**, 118–128.
- BELMONTE, A., EISENBERG, H. & MOSES, E. 1998 From flutter to tumble : inertial drag and froude similarity in falling paper. *Phys. Rev. Lett.* **81(2)**, 345–348.
- BLANCO, A. & MAGNAUDET, J. 1995 The structure of the axisymmetric high-Reynolds number flow around an ellipsoidal bubble of fixed shape. *Phys. Fluids* **7**, 1265–1274.
- BRENNEN, C. E. 1982 A review of added mass and fluid inertial forces. *Technical Report. Department of the Navy, Port Hueneme, CA, USA* .
- CID, E. & GARDELLE, F. 2005 *Manuel d'utilisation du logiciel PIVIS*. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- CLIFT, R., GRACE, J. R. & WEBER, M. E. 1978 *Bubbles drops and particles*. Academic Press, New-York.
- DENNIS, S. C. R., SINGH, S. N. & INGHAM, D. B. 1980 The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers. *J. Fluid. Mech.* **101**, 257–279.
- EIFFEL, G. 1912 Sur la résistance de sphères dans l'air en mouvement. *C. R. Acad. Sci.* **t. 155, vol. 27**, 1597–1602.
- ELLINGSEN, K. 1998 Hydrodynamique des écoulements pilotés par l'ascension de bulles d'air virevoltantes. PhD thesis, Inst. Nat. Polytechnique de Toulouse.
- ELLINGSEN, K. & RISSO, F. 2001 On the rise of an ellipsoidal bubble in water : oscillatory paths and liquid-induced velocity. *J. Fluid. Mech.* **440**, 235–268.
- FIELD, S., KLAUS, M., MOORE, M. & NORI, F. 1997 Chaotic dynamics of falling disks. *Nature* **388**, 252–254.
- GLENDINNING, P. 1994 *Stability, instability and chaos : an introduction to the theory of nonlinear differential equations*, 6th edn. Cambridge University Press.
- HOWE, M. S. 1995 On the force and moment on a body in an incompressible fluid, with application to rigid bodies and bubbles at low and high Reynolds numbers. *Q. J. Mech. Appl. Math.* **48**, 401–426.

- ISAACS, J. L. & THODOS, G. 1967 The free-settling of solid cylindrical particles in the turbulent regime. *Can. Journal of Chem. Eng.* **45**, 150–155.
- JAYAWEERA, K. O. L. F. & MASON, B. J. 1965 The behavior of freely falling cylinders and cones in a viscous fluid. *J. Fluid. Mech.* **33**, 709–720.
- JENNY, M., DUSEK, J. & BOUCHET, G. 2004 Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a newtonian fluid. *J. Fluid. Mech.* **508**, 201–239.
- JOHARI, H. & STEIN, K. 2002 Near wake of an impulsively started disk. *Phys. Fluids* **14(10)**, 3459–3474.
- JOHNSON, T. A. & PATEL, V. C. 1999 Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300. *J. Fluid. Mech.* **378**, 19–70.
- JONES, M. & SHELLEY, M. J. 2005 Falling cards. *J. Fluid. Mech.* **540**, 393–425.
- KARAMANEV, D. G. 2001 The study of free rise of buoyant spheres in gas reveals the universal behavior of free rigid spheres in fluid in general. *Int. J. Mult. Flow.* **27**, 1479–1486.
- KRY, P. R. & LIST, R. 1974*a* Aerodynamic torques on rotating oblate spheroids. *Phys. Fluids* **17(6)**, 1087–1092.
- KRY, P. R. & LIST, R. 1974*b* Angular motions of freely falling spheroidal hailstone models. *Phys. Fluids* **17(6)**, 1093–1102.
- LAMB, H. 1932 *Hydrodynamics*, 6th edn. Cambridge University Press.
- LOEWENBERG, M. 1993*a* Stokes resistance, added mass, and Basset force for arbitrarily oriented finite-length cylinders. *Phys. Fluids A* **5(3)**, 765–767.
- LOEWENBERG, M. 1993*b* The unsteady Stokes resistance of arbitrarily oriented, finite-length cylinders. *Phys. Fluids A* **5(11)**, 3004–3006.
- LOEWENBERG, M. 1994 Asymmetric, oscillatory motion of a finite-length cylinder : the macroscopic effect of particle edges. *Phys. Fluids* **6(3)**, 1095–1017.
- LUND, K. O. & TREES, D. 2001 Low Reynolds number moment on asymmetric bodies. *Exp. Thermal and Fluid Sci.* **24**, 61–66.
- LUNDE, K. & PERKINS, R. J. 1997 Observations on wakes behind spheroidal bubbles and particles. *ASME Fluids Eng. Division Summer Meeting paper* **97-3530**.
- MAGARVEY, R. H. & BISHOP, R. L. 1961 Wakes in liquid-liquid systems. *Phys. Fluids* **4(7)**, 800–805.
- MAGNAUDET, J. & EAMES, I. 2000 The motion of high-Reynolds-number bubbles in inhomogeneous flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **32**, 659–708.
- MAHADEVAN, L. 1996 Tumbling of a falling card. *C. R. Acad. Sci., Ser. IIb, Mec., Phys., Chim., Astron.*, **323**, 729–736.

- MAHADEVAN, L., RYU, W. S. & SAMUEL, A. D. T. 1999 Tumbling cards. *Phys. Fluids* **11**(1), 1–3.
- MITTAL, R. 1998 Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere. *AIAA Journal* **37**(3), 388–390.
- MOUGIN, G. 2002 Interaction entre la dynamique d’une bulle et les instabilités de son sillage. PhD thesis, INP Toulouse.
- MOUGIN, G. & MAGNAUDET, J. 2002a Path instability of a rising bubble. *Phys. Rev. Lett.* **88**(1), 14502.
- MOUGIN, G. & MAGNAUDET, J. 2002b The generalized Kirchhoff equations and their application to the interaction between a rigid body and an arbitrary time-dependent viscous flow. *Int. J. Multiphase Flow* **28**, 1837–1851.
- NATARAJAN, R. & ACRIVOS, A. 1993 The instability of the steady flow past spheres and disks. *J. Fluid. Mech.* **254**, 323–344.
- NEWMAN, J. 1989 *Marine hydrodynamics*. MIT Press, Cambridge Massachusetts USA.
- ORMIÈRES, D. & PROVANSAL, M. 1999 Vortex dynamics in the wake of a sphere. *Phys. Fluids* **11**(9), 12.
- PESAVENTO, U. & WANG, Z. J. 2004 Falling paper : Navier-Stokes solutions, model of fluid forces, and center of mass elevation. *Phys. Rev. Lett.* **93**(14), 144501.
- PROVANSAL, M., MATHIS, C. & BOYER, L. 1987 Bénard-von Kármán instability : transient and forced regimes. *J. Fluid. Mech.* **182**, 11–22.
- PROVANSAL, M. & ORMIÈRES, D. 1998 Étude expérimentale de l’instabilité du sillage d’une sphère. *C. R. Acad. Sci., Ser. IIb, Mec., Phys., Chim., Astron.*, **326**, 489–494.
- RAFFEL, M., WILLERT, C. E. & KOMPEHANS, J. 1998 *Particle Image Velocimetry – a practical guide*. Springer Verlag.
- RISSE, F. 2003 Étude de quelques situations fondamentales en mécanique des fluides : turbulence, bulles, capsules. *Habilitation à Diriger des Recherches, Institut National Polytechnique de Toulouse* .
- ROLLIN, N. 2005 Disques minces et ellipsoïdes en ascension dans un fluide peu visqueux : l’effet du rapport de forme. *Rapport de stage D.E.A.* .
- SAFFMAN, P. G. 1956 On the rise of small air bubbles in water. *J. Fluid. Mech.* **1**, 249–275.
- SAHIN, I., CRANE, J. & WATSON, K. 1993 Added mass coefficients for submerged bodies by a low order panel method. *J. Fluids Eng.* **115**, 452–456.
- SCHOUVEILER, L. & PROVANSAL, M. 2002 Self-sustained oscillations in the wake of a sphere. *Phys. Fluids* **14**(11), 3846.

- STEWART, R. E. & LIST, R. 1983 Gyrationnal motion of disks during free fall. *Phys. Fluids* **26(4)**, 920–927.
- STRINGHAM, G. E., SIMONS, D. B. & GUY, H. P. 1969 The behavior of large particles falling in quiescent liquids. *US Geol. Surv. Prof. Pap.* **562-C**.
- TANABE, Y. & KANEKO, K. 1994 Behavior of a falling paper. *Phys. Rev. Lett.* **73(10)**, 1372–1375.
- WILLMARTH, W., HAWK, N. & HARVEY, R. 1964 Steady and unsteady motions and wakes of freely falling disks. *Phys. Fluids* **7(2)**, 197–208.
- WOLF, A. V., BROWN, M. G. & PRENTISS, P. G. 1981 Concentrative properties of aqueous solutions : conversion tables. in *CRC Handbook of chemistry and physics, 61<sup>th</sup> edition* CRS Press pp. D–227.

## Annexe A

# Inertie propre et inertie ajoutée

Dans cette annexe, nous donnons les expressions des inerties propre et ajoutée de corps de révolution aplatis cylindriques et ellipsoïdaux, associées à des accélérations en translation dans les directions axiale,  $x$ , et radiales,  $y$  et  $z$ , ainsi qu'en rotation autour d'un axe radial,  $y$  ou  $z$  (figure A.1). Ces expressions seront données en fonction du volume  $\vartheta$  du corps, de la masse volumique du solide,  $\rho_s$ , ou de celle du fluide,  $\rho_f$ , et du rapport de forme,  $\chi = d/h$  pour un cylindre et  $\chi = b/a$  pour un ellipsoïde.

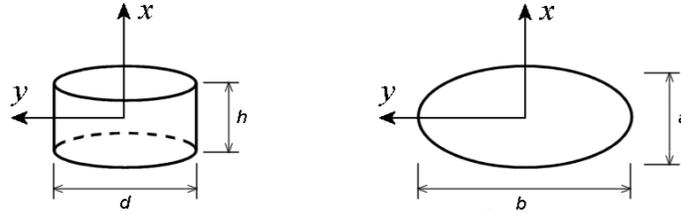


FIG. A.1 – Corps de révolution utilisés : cylindres et ellipsoïdes.

Pour la translation, l'inertie du corps est scalaire et correspond à sa masse,  $m$ , tandis que la masse ajoutée est tensorielle, avec une composante  $A$  pour la direction  $x$  et deux composantes égales à  $B$  dans les directions  $y$  et  $z$ . Pour la rotation autour de  $x$ , l'inertie du corps solide est notée  $J_1$ . Dans cette direction, l'inertie ajoutée d'un corps de révolution est nulle car il n'y a pas d'entraînement du fluide en l'absence de viscosité. Autour des axes radiaux  $y$  et  $z$ , l'inertie propre au corps est notée  $J_2$  et l'inertie du fluide entraîné est notée  $Q$ . Avec ces notations, l'inertie propre s'écrit :

$$\text{– ellipsoïdes :} \quad m = \rho_s \vartheta = \frac{\pi}{6} \chi^{-1} \rho_s b^3 \quad (\text{A.1})$$

$$J_1 = \frac{1}{10} \rho_s \vartheta b^2 = \frac{\pi}{60} \chi^{-1} \rho_s b^5 \quad (\text{A.2})$$

$$J_2 = \frac{1}{20} (1 + \chi^{-2}) \rho_s \vartheta b^2 = \frac{\pi}{120} (\chi^{-1} + \chi^{-3}) \rho_s b^5 \quad (\text{A.3})$$

$$\text{– cylindres :} \quad m = \rho_s \vartheta = \frac{\pi}{4} \chi^{-1} \rho_s d^3 \quad (\text{A.4})$$

$$J_1 = \frac{1}{8} \rho_s \vartheta d^2 = \frac{\pi}{32} \chi^{-1} \rho_s d^5 \quad (\text{A.5})$$

$$J_2 = \frac{1}{16} \left(1 + \frac{4}{3} \chi^{-2}\right) \rho_s \vartheta d^2 = \frac{\pi}{64} \left(\chi^{-1} + \frac{4}{3} \chi^{-3}\right) \rho_s d^5 \quad (\text{A.6})$$

Pour les ellipsoïdes, les expressions analytiques exactes des termes d'inertie ajoutée,  $A$ ,  $B$  et  $Q$ , sont connus (Lamb, 1932) :

$$A = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0} \rho_f \vartheta \quad (\text{A.7})$$

$$B = \frac{\beta_0}{2 - \beta_0} \rho_f \vartheta \quad (\text{A.8})$$

$$Q = \frac{1}{5} \frac{(1 - \chi^2)^2 (\beta_0 - \alpha_0) \chi^2}{2(1 - \chi^2) + (1 + \chi^2)(\alpha_0 - \beta_0)} \rho_f \vartheta b^2 \quad (\text{A.9})$$

avec

$$\alpha_0 = 2(\xi^2 + 1)(1 - \xi \cot^{-1} \xi) \quad (\text{A.10})$$

$$\beta_0 = (\xi^2 + 1)\xi \cot^{-1} \xi - \xi^2 \quad (\text{A.11})$$

$$\xi = (\chi^2 - 1)^{-1/2} \quad (\text{A.12})$$

Le cas de la sphère correspond à la limite des expressions pour  $\chi = 1$ , celui du disque mince est obtenu comme la limite pour  $\chi \rightarrow \infty$  :

$$\text{sphère : } A = B = \frac{1}{2} \rho_f \vartheta \quad \text{et} \quad Q = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\text{disque mince : } A = \frac{1}{3} \rho_f d^3 \quad ; \quad B = 0 \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{90} \rho_f d^5 \quad (\text{A.14})$$

Concernant les cylindres aplatis, nous ne disposons pas des expressions analytiques des coefficients d'inertie ajoutée. Cependant, Loewenberg (1993a, 1993b et 1994) a déterminé numériquement les coefficients de masse ajoutée  $A$  et  $B$  pour une gamme assez étendue du rapport de forme,  $1 < \chi < 50$ .

La figure A.3 présente, en fonction de  $\chi$ , les valeurs de la masse ajoutée  $A$  de cylindres obtenues par Loewenberg, celles d'ellipsoïdes connues analytiquement, ainsi que les valeurs des masses propres de cylindres et d'ellipsoïdes. Dans cette figure nous proposons aussi un lissage des résultats numériques pour la masse ajoutée axiale  $A$  du cylindre. Pour l'obtenir nous sommes partis de l'expression de la masse ajoutée linéique,  $A_{2D}$ , d'un cylindre infini de section rectangulaire en translation dans la direction perpendiculaire à sa plus grande face (figure A.2). Les valeurs de  $A_{2D}$  ont été tabulés par Brennen (1982) et par Sahin *et al.* (1993). En notant  $\chi$  le rapport entre la longueur  $l_1$  et la largeur  $l_2$  du rectangle,  $A_{2D}$  est bien décrite par la relation empirique :

$$\frac{A_{2D}}{\rho_f \pi \frac{d^2}{4}} = 1 + 0,5 \chi^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{A.15})$$

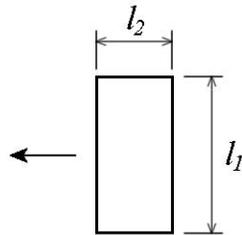


FIG. A.2 – Cylindre infini de section rectangulaire.

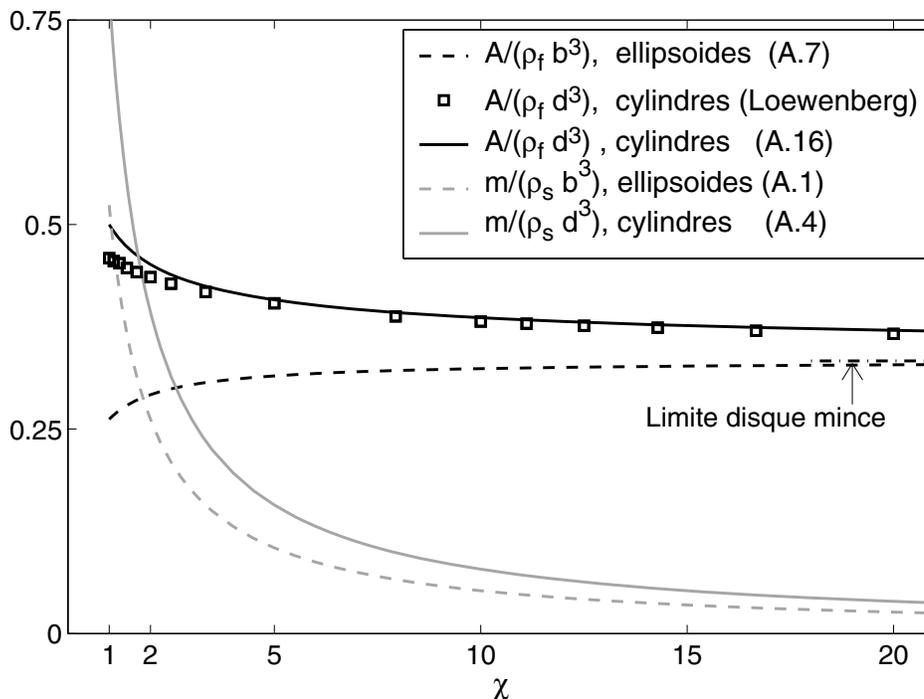


FIG. A.3 – Masse ajoutée axiale  $A$  adimensionnée par  $\rho_f d^3$  en fonction du rapport de forme.

En supposant que, pour tout rapport de forme, le rapport  $A(\chi)/A_{2D}(\chi)$ , entre la masse ajoutée d'un cylindre aplati tridimensionnel et celle du cylindre bidimensionnel à section rectangulaire, est égal au rapport des valeurs correspondant aux cas du disque et de la plaque sans épaisseur,  $A(\chi \rightarrow \infty)/A_{2D}(\chi \rightarrow \infty) = \frac{4}{3\pi} d$ , nous obtenons l'expression suivante :

$$\frac{A}{\rho_f d^3} = \frac{1}{3} \left( 1 + 0,5 \chi^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{A.16})$$

La figure A.3 montre aussi que le coefficient de masse ajoutée  $\frac{A}{\rho_f d^3}$  d'un cylindre aplati tend en décroissant vers la limite  $\frac{1}{3}$  correspondant au disque sans épaisseur, lorsque  $\chi \rightarrow \infty$ . Celui de l'ellipsoïde tend vers la même limite par valeurs croissantes. Enfin, on peut noter que pour des cylindres ou ellipsoïdes pour lesquels  $\rho_s/\rho_f \simeq 1$ , la masse ajoutée  $A$  devient supérieure à la masse propre dès que  $\chi$  devient supérieur à 2.

La figure A.4 présente les résultats pour la masse ajoutée,  $B$ , dans la direction radiale. L'expression analytique de  $B$  a été obtenue par analogie avec le cas du rectangle de la même façon que pour  $A$ . Elle s'écrit :

$$\frac{B}{\rho_f d^3} = \frac{1}{3} \left( \frac{1,75}{\chi^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (\text{A.17})$$

On voit qu'elle constitue une très bonne approximation des valeurs calculés par **Loewenberg** pour  $\chi > 1$ . Enfin, il est intéressant de noter que contrairement à ce que l'on observe dans la direction axiale, la masse propre du corps (pour  $\rho_s/\rho_f \simeq 1$ ) reste supérieure à la masse ajoutée pour tout  $\chi$  supérieur à 1.

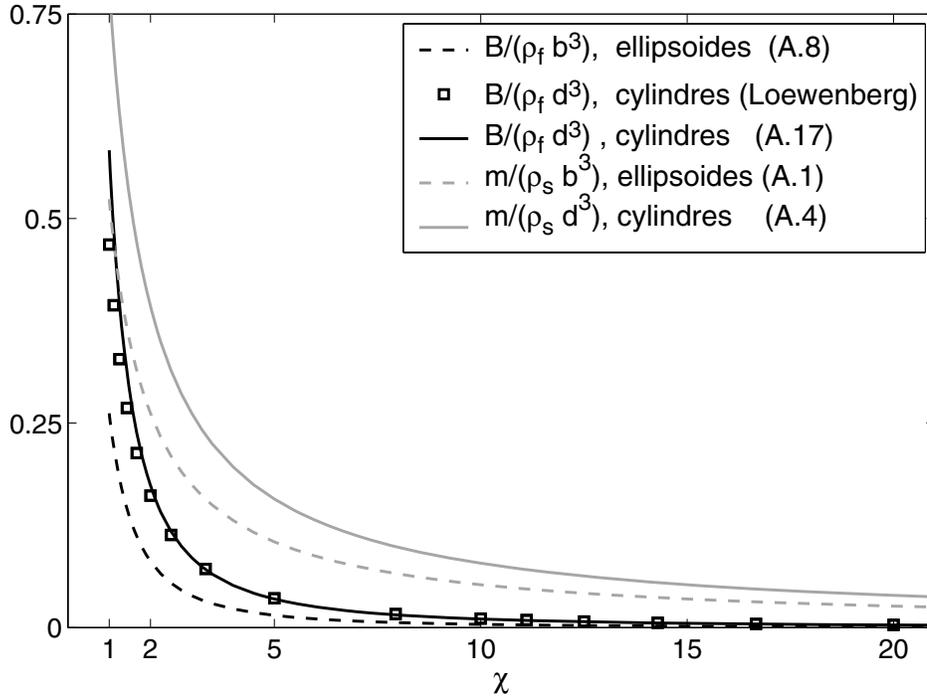


FIG. A.4 – Masse ajoutée transversale  $B$  adimensionnée par  $\rho_f d^3$  en fonction du rapport de forme.

Pour l'inertie en rotation  $Q$  de cylindres aplatis, nous ne disposons malheureusement ni d'une expression analytique ni de résultats de simulations numériques. La seule valeur connue est celle du disque mince  $Q/(\rho_f d^5) = 1/90$ . Concernant le cas bidimensionnel correspondant à un cylindre infini de section rectangulaire, seule le cas du carré ( $\chi = 1$ ) et de la plaque sans épaisseur ( $\chi \rightarrow \infty$ ) sont connus (Newman, 1989) :

$$\frac{Q_{2D}}{\rho_f \frac{d^4}{16}}(\chi = 1) = 0,725 \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{Q_{2D}}{\rho_f \frac{d^4}{16}}(\chi \rightarrow \infty) = \frac{\pi}{8} \quad (\text{A.19})$$

La connaissance de ces deux seules valeurs ne permet pas de déterminer l'évolution de  $Q_{2D}$  avec  $\chi$ . En supposant que cette évolution était identique à celle de  $A_{2D}$  nous avons obtenu :

$$\frac{Q_{2D}(\chi)}{\rho_f \pi \frac{d^4}{16}} = \frac{\pi}{8} \left( 1 + 0,80 \chi^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{A.20})$$

Enfin, nous avons supposé, comme c'est le cas pour  $A$  et  $B$ , que le rapport des inerties des cylindres aplatis tridimensionnels et des cylindres infinis bidimensionnels étaient indépendant de  $\chi$  :  $Q(\chi)/Q_{2D}(\chi) = Q(\chi \rightarrow \infty)/Q_{2D}(\chi \rightarrow \infty) = \frac{128}{90\pi} d$ . Ceci nous a conduit à proposer l'expression suivante :

$$\frac{Q}{\rho_f d^5} = \frac{1}{90} \left( 1 + 0,80 \chi^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (\text{A.21})$$

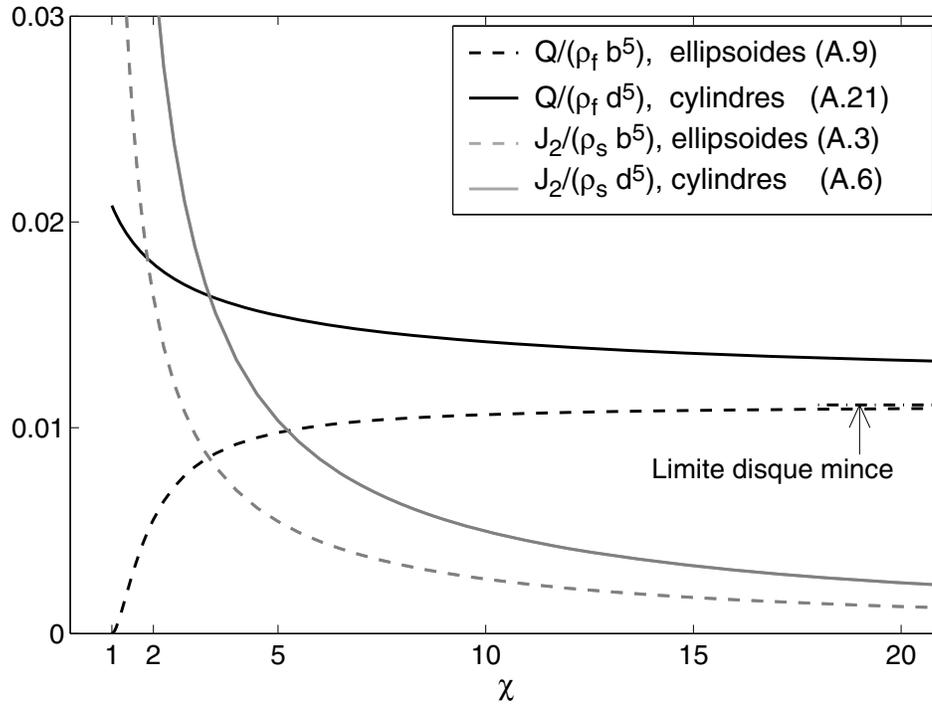


FIG. A.5 – Inertie ajoutée en rotation  $Q$  adimensionnée par  $\rho_f d^5$  en fonction du rapport de forme.

Avec cette expression,  $Q/(\rho_f d^5)$  tend vers la limite exacte du disque mince  $1/90$  lorsque  $\chi \rightarrow \infty$ , suivant une décroissance analogue à celle de  $A/(\rho_f d^3)$ . La figure A.5 montre que, pour  $\rho_s/\rho_f \simeq 1$ , l'inertie propre  $J_2$  des cylindres et des ellipsoïdes est supérieure à l'inertie ajoutée  $Q$ , tant que  $\chi < 4$  et inférieure au-delà.

Ce sont les relations (A.16), (A.17) et (A.21) qui ont été utilisées aux chapitres 1, 5 et 6 pour calculer les termes d'inertie ajoutée. Il faut remarquer que  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  sont les coefficients de masse ajoutée rendus adimensionnels en utilisant le volume  $\vartheta$  à la place de  $d^3$ ;  $\mathcal{Q}$  le coefficient d'inertie ajoutée rendu adimensionnel avec  $\vartheta d^2$  à la place de  $d^5$  et de même pour  $\mathcal{J}_2$ . Pour les cylindres  $\vartheta/d^3$  vaut  $\frac{\pi}{4} \chi^{-1}$ , tandis que pour les ellipsoïdes,  $\vartheta/b^3 = \frac{\pi}{6} \chi^{-1}$ .



## Annexe B

### On the zigzag dynamics of freely-moving axisymmetric bodies

*Physics of Fluids*, 17, 098107 (2005)

## On the zigzag dynamics of freely moving axisymmetric bodies

P. C. Fernandes,<sup>a)</sup> P. Ern,<sup>b)</sup> F. Risso,<sup>c)</sup> and J. Magnaudet<sup>d)</sup>

*Institut de Mécanique des Fluides, UMR 5502 CNRS-INP-UPS Allée du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France*

(Received 11 July 2005; accepted 22 July 2005; published online 28 September 2005)

The zigzag path of light flat cylinders rising freely in water at rest is investigated experimentally. The body dynamics are described in terms of the orientation of the cylinder axis relative to its path as a function of its aspect ratio and Reynolds number. We show that for thick bodies the inclinations of both the axis and the velocity oscillate almost in phase, whereas for thin bodies they are rather in quadrature. Most notably, for bodies of intermediate aspect ratio, the phase difference evolves continuously between these two limits when the body flatness changes. In contrast, this phase difference is nearly independent of the Reynolds number. Comparison with potential flow theory shows that these features can only be explained by taking into account vortical effects.

© 2005 American Institute of Physics. [DOI: 10.1063/1.2061609]

Bubbles rising in water and leaves falling in air are classical examples of freely moving bodies exhibiting periodic motions, either zigzag or helical. Besides these natural situations, nonrectilinear trajectories of particles (solid particles, bubbles, or drops) in motion in a fluid under the action of buoyancy have been a subject of interest in many domains: in meteorology (hailstone growth<sup>1</sup>), sedimentology (suspension time of a sedimenting particle and its consequences on bed erodibility and roughness<sup>2</sup>), as well as in the biomechanics of plants and of insect flight (seeds spreading out from trees<sup>3</sup> and insect hovering<sup>4</sup>). They are also widely encountered in chemical engineering processes and are strongly related to several fundamental problems in aerodynamics.<sup>5</sup>

The self-sustained oscillatory paths of particles buoying in a fluid otherwise at rest result from a subtle balance between two major effects: wake instability and added-mass effects. Consider a three-dimensional spheroidal body (with characteristic diameter  $d$ ) held fixed in a uniform flow of velocity  $V$  in a fluid of kinematic viscosity  $\nu$ . It is known that beyond a critical Reynolds number (the Reynolds number is defined as  $Re = Vd/\nu$ ), the body wake experiences a first regular bifurcation which makes it lose its axial symmetry, resulting in additional lift force and torque on the body. At higher  $Re$ , vortex shedding occurs and unsteady forces and torques act on the body (see, for instance, Ref. 6, for the wake instability of a thin disk and a sphere). For a freely moving buoyant body, these forces and torques represent a first possible cause of path oscillations. For a freely rising spheroidal bubble with an aspect ratio about 2.5, it has recently been shown<sup>7</sup> that the successive transitions from one path to another (rectilinear, then zigzag, and eventually helical) are indeed related to modifications in the structure of the bubble wake. For a nonspherical axisymmetric body, it is well known that the anisotropy of the translational and rota-

tional added-mass tensors couples the translational and rotational degrees of freedom of the body. This coupling can also produce path oscillations provided the velocity is not aligned with the body axis. Moreover, the viscous drag also depends on the direction of the velocity with respect to the body axis. This angular drift is therefore expected to be a crucial element of the path dynamics and the body shape to be a parameter of major importance in the general problem of freely moving bodies. However, until now, most studies dealt specifically either with thick bodies (spheres, bubbles) or with bodies of negligible thickness (flat disks, plates). The latter geometry received particular attention since the two-dimensional case—the infinitely long plate—is particularly amenable to theory. In this limit, different dynamical models were proposed in order to capture the transitions between steady, periodic, and chaotic paths. These models differ in the representation of the unsteady drag, lift and torque (see Refs. 4,8 and references therein). A specific model was also proposed to deal with the angular motions of heavy oblate spheroids falling at high Reynolds number.<sup>1</sup> In parallel, experimental and, more recently, numerical studies were devoted to the identification of the different possible paths of a buoyant body of given shape. The case of disks with negligible thickness was extensively investigated:<sup>2,9,10</sup> the evolution of the mean drag coefficient with the Reynolds number  $Re$  was obtained and the different paths observed experimentally were mapped out in the parameter plane defined by  $Re$  and  $I^*$ , the ratio of the body-to-fluid moments of inertia. In the case of spheroidal bubbles<sup>7</sup> and solid buoyant spheres,<sup>11</sup> numerical simulations recently established the regions where the different path regimes are observed. Since past studies mainly focused on the transition between the various regimes, a quantitative characterization of the path dynamics within the periodic regimes is still lacking for solid particles. In this paper, we present experimental results concerning the body orientation relative to the path in the zigzag regime. We specifically focus on the influence of the body shape on the way the body oscillates. Comparison with predictions of the

<sup>a)</sup>Electronic mail: cordeiro@imft.fr

<sup>b)</sup>Electronic mail: ern@imft.fr

<sup>c)</sup>Electronic mail: risso@imft.fr

<sup>d)</sup>Electronic mail: magnau@imft.fr

potential flow theory is performed as a way to emphasize indirectly the role of the wake.

We carried out an experimental study on the free rise of flat cylinders. The physical parameters governing the problem are the gravity  $g$ , the fluid density  $\rho_f$  and kinematic viscosity  $\nu$ , the body density  $\rho_b$ , the diameter  $d$ , and thickness  $h$ . The problem is then entirely characterized by three dimensionless parameters, namely the aspect ratio  $d/h$ , the body-to-fluid density ratio  $\rho_b/\rho_f$ , and the Archimedes number, which may be thought of as a Reynolds number based on a gravitational velocity scale,  $Ar = d/\nu\sqrt{3/16[(\rho_f - \rho_b)/\rho_f]gh}$ . Note that for bodies with negligible thickness ( $d/h \rightarrow \infty$ ) the nondimensional parameter  $I^*$  proportional to  $\rho_b/\rho_f h/d$  is commonly used. It is clearly important to introduce a nondimensional parameter involving the density difference and another one involving the density ratio, but we know no physical argument to prefer  $I^*$  to  $\rho_b/\rho_f$ . For practical reasons the density ratio  $\rho_b/\rho_f$  is fixed close to unity in the present experiments, and we focus on the role of the aspect ratio and Archimedes number. The aspect ratio  $d/h$  is varied from 1.5 to 10 in order to investigate the major kinematic differences occurring when the body anisotropy is significantly changed. The cylinders are made of a nylon of density close to  $1.02 \text{ g/cm}^3$  and their diameters range from 1 to 1.8 cm. They are released at the bottom of a tank 1.70 m high, having a square section of 40 cm side width, filled up with saltwater. We used very small body-to-fluid density differences,  $\rho_f - \rho_b/\rho_f \approx 10^{-2}$ , resulting in moderate Archimedes numbers,  $70 < Ar < 120$ , for which harmonic oscillations of the bodies are observed. For this purpose the densities of both the bodies and the fluid were determined with an accuracy of  $5 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$ . The homogeneity of the solution within the tank was also checked to make sure that no stratification occurred. The cylinders were released at the bottom of the tank using an original shutter consisting of two horizontal plates that slide in opposite directions. We checked that the initial conditions of release (inclination and velocity perturbation) had no influence on the periodic motion. Nevertheless, the cylinders were released gently and face-up (with an inclination less than  $10^\circ$ ). The rise of the cylinders was then followed by two perpendicular travelling cameras whose position was recorded by a high-accuracy magnetic encoder. Image processing allowed the determination of the body translation and orientation via contour detection with an accuracy of  $\pm 0.15 \text{ mm}$ .

In the range of  $Ar$  considered here, after the initial transient, the periodic trajectory of the body lies within a nearly vertical plane: the horizontal drift is less than  $2^\circ$  and the angular velocity of the possible rotation of the zigzag plane is more than 50 times smaller than the principal oscillation frequency. Figure 1 shows two instantaneous pictures of a body and its wake during the final periodic motion for aspect ratios of 2 and 10, respectively, and  $Ar$  about 85. In this figure, the bodies have been covered with dye in order to visualize the unsteadiness of the wake. Since the use of dye does not allow us to maintain the required accuracy on the density difference, the quantitative results on the body motion discussed below were obtained without dye.

Within the chosen range of Archimedes number, the ver-

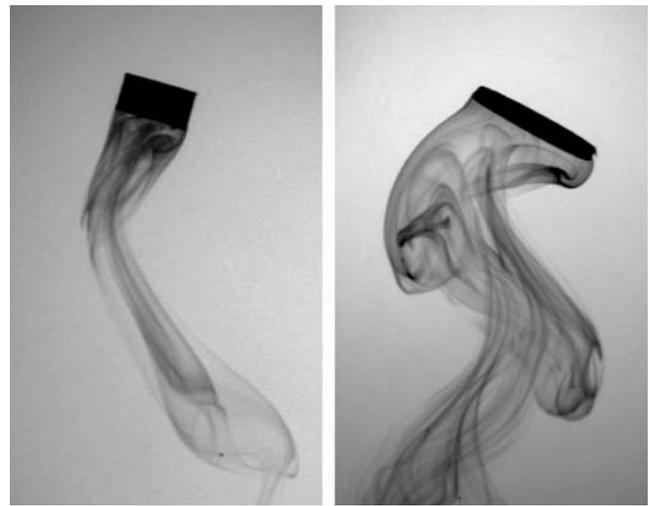


FIG. 1. Visualization of the wake behind two freely rising cylinders,  $Ar = 85$  ( $Re \approx 240$ ). Left:  $d/h = 2$ ; right:  $d/h = 10$ .

tical mean velocity ( $V_z$ ) varies between 10 and 35 mm/s, and the corresponding Reynolds number,  $Re = V_z d/\nu$ , varies between 200 and 320. The evolution of  $Re$  with  $Ar$  is given in Fig. 2 for different values of the aspect ratio. The Reynolds number is seen to be linearly dependent on the Archimedes number and to depend only weakly on the aspect ratio. This allows us to characterize the flow around both fixed and freely moving bodies through  $Re$ , instead of using  $Ar$  for the latter.

The two-dimensional oscillatory motion of the body may be characterized by a two-component velocity vector and a one-component rotation rate. In all cases, the horizontal velocity component and the rotation rate are found to experience harmonic oscillations at the same frequency (Fig. 3). The amplitude of the horizontal velocity component lies between 1 and 10 mm/s, which corresponds to displacements of the body center ranging from 1.5 to 6 mm. The amplitude of the vertical velocity oscillation is considerably smaller. As already reported for rising bubbles<sup>7,12</sup> and falling thin strips,<sup>13</sup> the vertical velocity oscillates with a frequency that

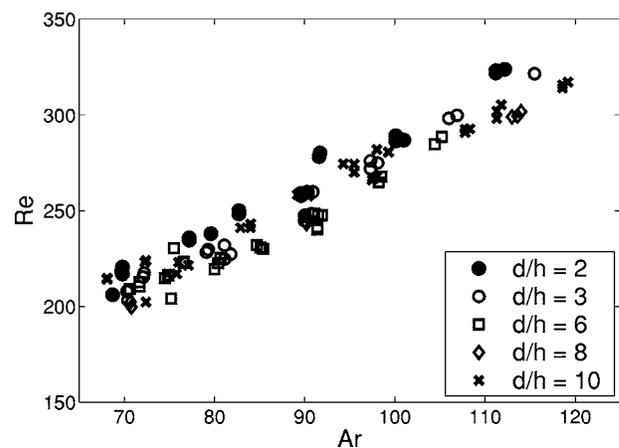


FIG. 2. Reynolds number as a function of the Archimedes number for various aspect ratios.

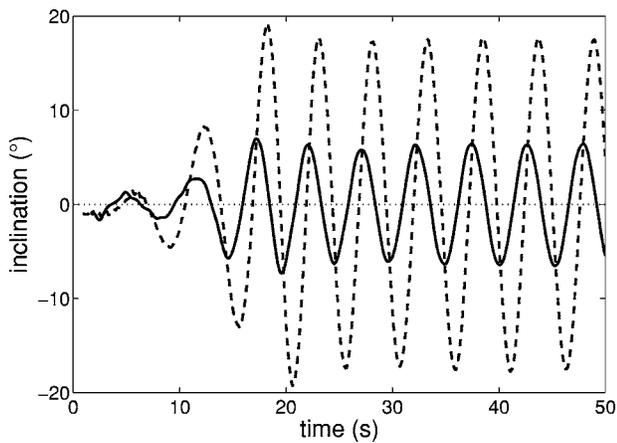


FIG. 3. Temporal evolutions of the inclination angles with respect to the vertical: —body velocity; - - body axis; for  $d/h=6$  and  $Re=210$  ( $Ar=70$ ).

is twice that of the oscillations of the horizontal velocity, owing to the symmetry of the system about the vertical axis.

Analyzing the coupling between the body translation and rotation requires the comparison of their time evolutions. Figure 3 shows typical evolutions of the angles made by the body axis of revolution and the instantaneous velocity with the vertical. The instantaneous velocity is clearly not parallel to the body axis: not only are the magnitudes of the two angles different but they are also out of phase. Most notably, Fig. 4 shows that this phase difference,  $\Delta\phi$ , strongly depends on the aspect ratio for a given  $Re$ , whereas it depends only weakly on  $Re$  for a given  $d/h$ . For a thick body of aspect ratio  $d/h=2$ , the oscillations of the body axis and those of the velocity direction are almost in phase. The phase difference then increases when the flatness  $d/h$  of the body increases. For  $d/h \geq 8$ , they are more than  $90^\circ$  out of phase. As a consequence, the angular velocity is maximum when the horizontal velocity is zero for a thick body and when it is maximum for a thin body. The signature of this phase lag is visible in the way the body evolves along its zigzag path. Figures 5(a) and 5(b) show the body contour at different

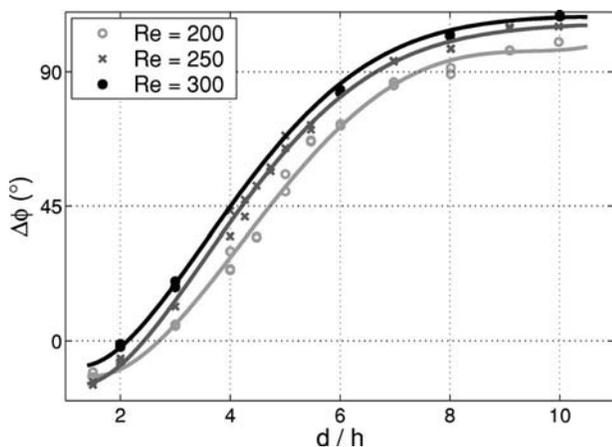


FIG. 4. The phase difference ( $\Delta\phi$ ) between the oscillations of the velocity inclination and those of the axis inclination as a function of the aspect ratio for different Reynolds numbers. Additional results for  $d/h=15$  and  $20$  are  $\Delta\phi=115^\circ$  for  $Re \approx 220$ .

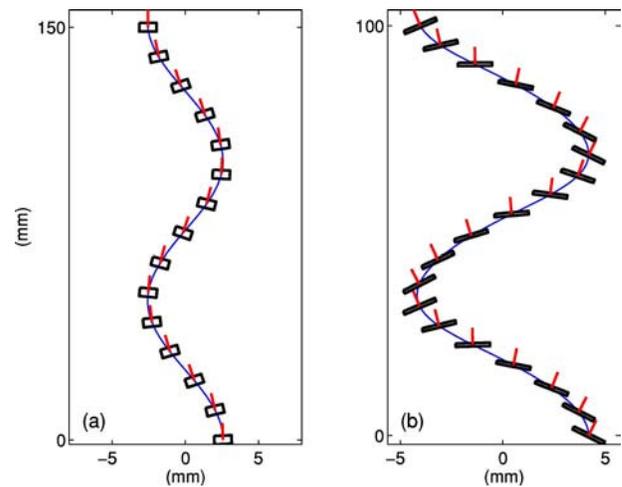


FIG. 5. Body contours and trajectories for  $Re=250$  ( $Ar=90$ ) showing distinct rising motions along a zigzag path (a short tick indicates the direction of the revolution axis of the body): (a)  $d/h=2$ ; (b)  $d/h=10$ . Note that the bodies are drawn with a different scale.

positions along the path for a thick body with  $d/h=2$  and a thin body with  $d/h=10$ , both cases corresponding to  $Re=250$ . It can be seen that the thick body tends to align its axis with the path, facing the flow broadside on; instead the thin body prefers to align its midplane with the path, sliding along. The way a body inclines itself along the path evolves continuously between these two limits when the aspect ratio  $d/h$  changes, displaying a variety of zigzagging styles.

It is worth pointing out that the continuous evolution of the transition from thick to thin bodies, which is the main result of this paper, is not restricted to solid cylinders. The behavior of the thick body is reminiscent of that of a rising bubble, even though the difference in the boundary condition (no-slip instead of shear-free) modifies deeply the strength of vortical effects. In the experiments of Ref. 12 and the numerical simulations of Ref. 7 for spheroidal bubbles with aspect ratios of 2–2.5, the velocity and the minor axis of the bubble were found to be in phase and even almost parallel. We also performed complementary experiments with solid spheroids and found for  $Re \approx 285$ :  $\Delta\phi = -4^\circ$ ,  $15^\circ$  and  $55^\circ$  for aspect ratios of 1.8, 3.0, and 4.8, respectively. These results for spheroids are consistent with those displayed in Fig. 4, which supports the idea that the presence of sharp edges on the cylinders has no significant influence on  $\Delta\phi$ . The behavior of the thinnest cylinders ( $d/h \geq 8$ ) also reminds us, after reversing the direction of motion, of illustrations of falling disks and plates.<sup>2,9,10,13</sup> To our knowledge, the only other available quantitative information concerning  $\Delta\phi$  was provided by the experiments of Ref. 13 for thin plates falling in a two-dimensional cell. Even though the temporal evolution of the velocity is not harmonic in this case, it is periodic and the phase difference can be estimated, using the signal maxima, to about  $110^\circ$  for an aspect ratio larger than 15. This is clearly consistent with the results reported in Fig. 4. Thus, the available information for bubbles, solid spheroids, and thin plates supports the generality of the present result.

Changing the body aspect ratio modifies both the relative strength of the proper inertia of the body with respect to that

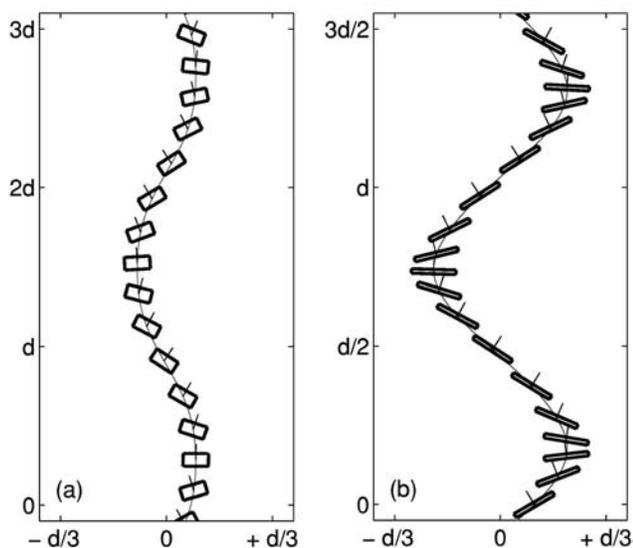


FIG. 6. Body contours and trajectories calculated from potential flow theory. The phase difference  $\Delta\phi$  equals  $180^\circ$  for both  $d/h=2$  and  $10$ .

induced by the fluid (the so-called added-mass effects) and the anisotropy of the corresponding inertia tensors. In the potential flow approximation, oscillatory motions can be obtained by solving Kirchhoff's equations for nonisotropic bodies (see Ref. 14). Even though the geometrical anisotropy of the body affects the frequency and the amplitude of the oscillation, it has no effect on  $\Delta\phi$ , which in all cases equals  $180^\circ$ . The irrotational theory prediction is therefore contradicted by the experimental results of Fig. 4. Figure 6 displays the oscillatory motions obtained through this classical approach for cylinders of the same aspect ratios as in Figs. 5(a) and 5(b). The comparison of the two figures enlightens the fact that irrotational effects alone are unable to explain the observed behaviors. Indeed, the large wake visible in Fig. 1 suggests that vortical effects also play a crucial role. The two pictures correspond to a thick and a thin body, respectively, and they were taken at the time where the inclination of the body axis is maximum. In both cases the wake is separated and vortices are periodically shed with a frequency equal to that of the body oscillation. However, the wake appears to be different in the two cases, illustrating the influence of the body aspect ratio on the near-wake structure.

This leads us to the conclusion that the observed evolu-

tion of  $\Delta\phi$  with the aspect ratio can only be explained by taking into account vortical effects. For a freely moving body, the wake characteristics (especially how and when vortex shedding occurs) are not well known. In Ref. 8, a dynamical model for the motion of a two-dimensional body was built by adding an inviscid lift force and a viscous drag force to Kirchhoff's equations. However, Fig. 2 of this paper shows in-phase oscillations for a heavy thin body ( $\Delta\phi \approx 0^\circ$ ), which is not supported by our experimental results (see our Fig. 5). This suggests that deriving theoretical models capable of reproducing realistically the evolution of the phase difference with the aspect ratio remains a challenge. For this purpose, the results summarized in Fig. 4 can be used as a discriminating test.

We especially thank H. Ayroles, S. Cazin, C. Trupin, J.-J. Huc, and J.-P. Escafit for technical assistance, N. Rollin for his help in measurements, and P. Lascoumes and P. Lagarrigue for kindly providing us with spheroids.

- <sup>1</sup>P. Kry and R. List, "Angular motions of freely falling spheroidal hailstone models," *Phys. Fluids* **17**, 1093 (1974).
- <sup>2</sup>G. E. Stringham, D. B. Simons, and H. P. Guy, "The behavior of large particles falling in quiescent liquids," *U.S. Geol. Surv. Prof. Pap.* **562-C**, 1 (1969).
- <sup>3</sup>C. W. McCutchen, "The spinning rotation of ash and tulip tree samaras," *Science* **197**, 691 (1977).
- <sup>4</sup>U. Pesavento and Z. J. Wang, "Falling paper: Navier-Stokes solutions, model of fluid forces and center of mass elevation," *Phys. Rev. Lett.* **93**, 144501 (2004).
- <sup>5</sup>H. J. Lugt, "Autorotation," *Annu. Rev. Fluid Mech.* **15**, 123 (1983).
- <sup>6</sup>R. Natarajan and A. Acrivos, "The instability of the steady flow past spheres and disks," *J. Fluid Mech.* **254**, 323 (1993).
- <sup>7</sup>G. Mougin and J. Magnaudet, "Path instability of a rising bubble," *Phys. Rev. Lett.* **88**, 014502 (2002).
- <sup>8</sup>L. Mahadevan, "Tumbling of a falling card," *C. R. Acad. Sci., Ser. IIb: Mec., Phys., Chim., Astron.* **323**, 729 (1996).
- <sup>9</sup>W. Willmarth, N. Hawk and R. Harvey, "Steady and unsteady motions and wakes of freely falling disks," *Phys. Fluids* **7**, 197 (1964).
- <sup>10</sup>S. Field, M. Klaus, M. Moore, and F. Nori, "Chaotic dynamics of falling disks," *Nature* **388**, 252 (1997).
- <sup>11</sup>M. Jenny, J. Dusek, and G. Bouchet, "Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a Newtonian fluid," *J. Fluid Mech.* **508**, 201 (2004).
- <sup>12</sup>K. Ellingsen and F. Risso, "On the rise of ellipsoidal bubble in water: oscillatory paths and liquid-induced velocity," *J. Fluid Mech.* **440**, 235 (2001).
- <sup>13</sup>A. Belmonte, H. Eisenberg, and E. Moses, "From flutter to tumble: inertial drag and froude similarity in falling paper," *Phys. Rev. Lett.* **81**, 345 (1998).
- <sup>14</sup>H. Lamb, *Hydrodynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1932).



## Annexe C

Mouvements oscillatoires de corps en  
ascension dans un fluide peu visqueux :  
l'effet du rapport de forme

*Mécanique & Industries, 6, 279-283 (2005)*

# Mouvements oscillatoires de corps en ascension dans un fluide peu visqueux : l'effet du rapport de forme

PEDRO C. FERNANDES<sup>a</sup>, PATRICIA ERN, FRÉDÉRIC RISSO ET JACQUES MAGNAUDET

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, UMR 5502 CNRS-INP-UPS, Allée du Prof. Camille Soula, 31400 Toulouse, France

Reçu le 25 février 2005, accepté le 21 mars 2005

**Résumé** – On observe souvent dans la nature que l'ascension ou la chute d'un corps peut présenter des mouvements oscillatoires (spirale, zigzag) ou plus désordonnés. Nous nous sommes penchés sur les causes des instabilités du mouvement d'un corps en ascension sous l'effet de la gravité, dans un fluide au repos. Nous avons conduit une étude expérimentale des mouvements oscillatoires de corps légers montant librement dans un fluide peu visqueux. Des résultats originaux concernant la cinématique de cylindres minces sont présentés ici pour une large gamme de nombres d'Archimède (flottabilité sur effets visqueux) et du rapport de forme (diamètre sur épaisseur). Nous avons analysé les oscillations de la vitesse et de l'orientation des cylindres (fréquences, amplitudes et différences de phases), ce qui a mis en évidence l'effet crucial du rapport de forme dans le couplage entre la translation et la rotation.

**Mots clés** : Corps mobile / oscillations auto-entretenues / instabilité de trajectoire / sillage

**Abstract** – **Oscillatory motions of freely-moving bodies rising in a low-viscous fluid: the role of the aspect ratio.** In many situations, freely falling or rising particles exhibit oscillatory motions: spiral, zigzag or tumbling. We are concerned with the causes of these path instabilities for particles moving under the effect of buoyancy in a fluid otherwise at rest. The oscillatory motion of light particles rising freely in a slightly viscous fluid was investigated experimentally. Original results concerning the kinematics of flat cylinders are reported for a wide range of the Archimedes number (buoyancy vs. viscous effects) and aspect ratio (diameter-to-height ratio). In this paper, we focus on the particle velocity and orientation oscillations (frequencies, amplitudes and phase differences), underlining the crucial effect of the body aspect ratio on the complex coupling between translation and rotation.

**Key words**: Freely-moving body / self-sustained oscillations / trajectory instability / wake

## 1 Introduction

Les trajectoires en spirale ou zigzag de corps en mouvement dans un fluide sont souvent observées dans la nature : l'ascension de bulles dans l'eau ou la chute de feuilles dans l'air en sont des exemples classiques. Ces mouvements de chute ou d'ascension non rectilignes ont attiré, au cours de l'histoire, l'attention de grands savants comme Léonard de Vinci [1], Newton [2] et Maxwell [3]. Mais, ce n'est que maintenant que les moyens de mesure sophistiqués permettent une description précise de ces mouvements.

Dans ce travail, nous avons étudié expérimentalement le processus de déstabilisation du mouvement d'un corps

montant dans un fluide au repos en utilisant une technique de trajectographie 3D. Le mouvement d'un corps mobile se déplaçant sous l'effet de la gravité dépend de trois paramètres : le nombre d'Archimède, le rapport de forme et le rapport des densités du solide et du fluide. Si l'on considère par exemple le cas d'une sphère libre [4, 5], on sait qu'au-delà d'un certain nombre d'Archimède son sillage devient instable et les forces de traînée et de portance instationnaires peuvent engendrer les mouvements oscillatoires observés. Ces oscillations sont d'autant plus marquées que le corps est léger c'est-à-dire quand le rapport des densités du solide et du fluide ( $\rho_s/\rho_f$ ) est petit, comme dans le cas d'une bulle [6, 7]. De plus, pour un corps qui n'est pas sphérique, on sait que l'anisotropie du tenseur d'inertie ajoutée peut aussi créer des oscillations auto-entretenues en couplant les équations de translation

<sup>a</sup> Auteur correspondant : cordeiro@imft.fr

## Nomenclature

$d$	diamètre du corps (m)
$h$	hauteur du corps (m)
$d/h$	rapport de forme du corps
$r_{\text{eq}}$	rayon équivalent du corps (m)
$\rho_s$	densité du corps solide ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$\rho_f$	densité du fluide ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$\Delta\rho$	différence des densités du fluide et du corps solide ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$\nu_f$	viscosité cinématique du fluide ( $\text{m}^2.\text{s}^{-1}$ )
$g$	accélération de la gravité ( $\text{m.s}^{-2}$ )
$Ar$	nombre d'Archimède
$t$	temps (s)
$x, y$ et $z$	coordonnées du centre de gravité du corps (m)
$uz$	vitesse d'ascension moyenne du corps ( $\text{m.s}^{-1}$ )
$Re$	nombre de Reynolds
$Re_{\text{ct}}$	nombre de Reynolds critique d'instabilité du mouvement du corps
$Re_{\text{cs}}$	nombre de Reynolds critique d'instabilité du sillage
$\omega$	pulsation caractéristique des oscillations ( $\text{rad.s}^{-1}$ )
$St$	nombre de Strouhal

et de rotation [8, 9]. La forme du corps est donc un paramètre crucial car elle influence les forces d'inertie propre et ajoutée ainsi que les forces de traînée et de portance.

Aussi avons nous concentré notre étude sur le rôle joué par le rapport de forme  $d/h$  (diamètre sur épaisseur) dans la cinématique du corps. Pour ce faire, nous avons utilisé des cylindres de rapports de forme variés ( $1,5 < d/h < 10$ ). Pour chaque rapport de forme, nous avons étudié différents nombres d'Archimède :

$$Ar = \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho} g r_{\text{eq}}} \frac{r_{\text{eq}}}{\nu} \quad \text{avec} \quad \frac{4}{3}\pi r_{\text{eq}}^3 = \frac{\pi d^2}{4} h$$

Quant au rapport des densités ( $\rho_s/\rho_f$ ), il a été fixé pour tous les cas à une valeur proche de l'unité.

## 2 Démarche expérimentale

### 2.1 Le dispositif expérimental

La veine d'étude est constituée d'un canal vertical (1,60 m de haut, section carrée de 40 cm de côté) fixé sur une structure supportant un chariot mobile verticalement. Le chariot transporte deux caméras perpendiculaires et deux éclairages leur faisant face. Sa position verticale est mesurée à l'aide d'une règle magnétique de haute précision. Deux ordinateurs font l'acquisition, l'un des images prises par les caméras et l'autre de la position verticale du chariot. En bas du canal est disposé un système de lâcher des corps qui est constitué de deux trappes coulissantes commandées de l'extérieur par une molette.

Les cylindres utilisés ont été usinés au laboratoire à partir de barres d'un nylon dont la densité est proche de celle de l'eau ( $\rho_s \approx 1,020 \text{ g.cm}^{-3}$ ). Ils ont des diamètres compris entre 5 et 25 mm.

La cuve est remplie d'eau salée avec une concentration ajustée de façon à produire une gamme de nombres

d'Archimède entre 40 et 120, comprenant le seuil d'apparition des instabilités. Cela impose une très faible différence de densité entre le corps et le fluide, entre  $5 \times 10^{-3} \text{ g.cm}^{-3}$  et  $10^{-2} \text{ g.cm}^{-3}$ .

### 2.2 Le traitement des données

Les images et la position verticale des caméras sont acquises à une fréquence de 10 Hz, ce qui garantit au moins 25 points de mesure par période d'oscillation. Le traitement numérique des images permet la détection du contour du corps, puis la détermination de son centre de gravité et de son orientation. Notez que la coordonnée verticale  $z$  du centre de gravité est obtenue en ajoutant la position verticale du chariot à la mesure obtenue par le traitement d'image. On a ainsi accès à l'évolution tridimensionnelle du centre de gravité (Fig. 1a) et de l'inclinaison de l'axe du corps au cours du temps. Nous avons observé à chaque fois un mouvement de dérive horizontale, toujours inférieur à 2 % de la distance parcourue verticalement et qui semblait ne pas être corrélé aux paramètres physiques. Il est vraisemblablement dû aux inévitables mouvements résiduels du liquide dans la cuve. Nous avons donc décidé de l'éliminer, en filtrant les basses fréquences des signaux mesurés. Les oscillations de la position obtenues après ce traitement (Fig. 1b) sont alors à moyenne nulle.

Même ainsi, leurs amplitudes évoluent encore de manière complexe. Cependant, si on regarde la trajectoire de dessus (Fig. 2a) on peut distinguer un mouvement de précession typiquement 50 fois plus lent que les oscillations principales. Il est possible de déterminer à chaque instant les directions principales d'oscillation dans le plan horizontal à l'aide de la transformée de Hilbert [6]. Une fois projetée dans ce repère principal, l'amplitude des oscillations est maintenant constante, après un court transitoire (Fig. 2b). Il est important de signaler que les oscillations de vitesse horizontale ainsi que celles de l'inclinaison

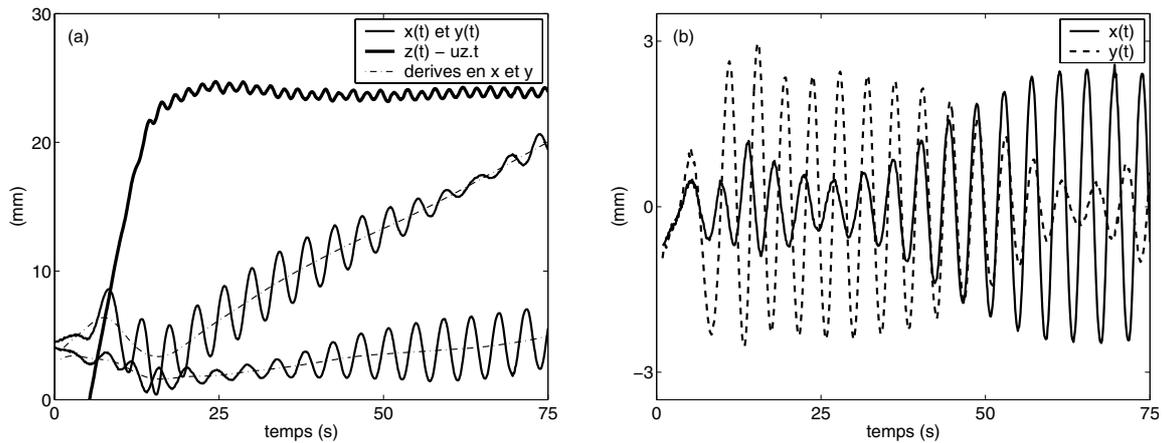


Fig. 1. (a) Positions mesurées ; (b) oscillations horizontales sans dérive ( $d/h = 7$ ,  $Ar = 90$ ).

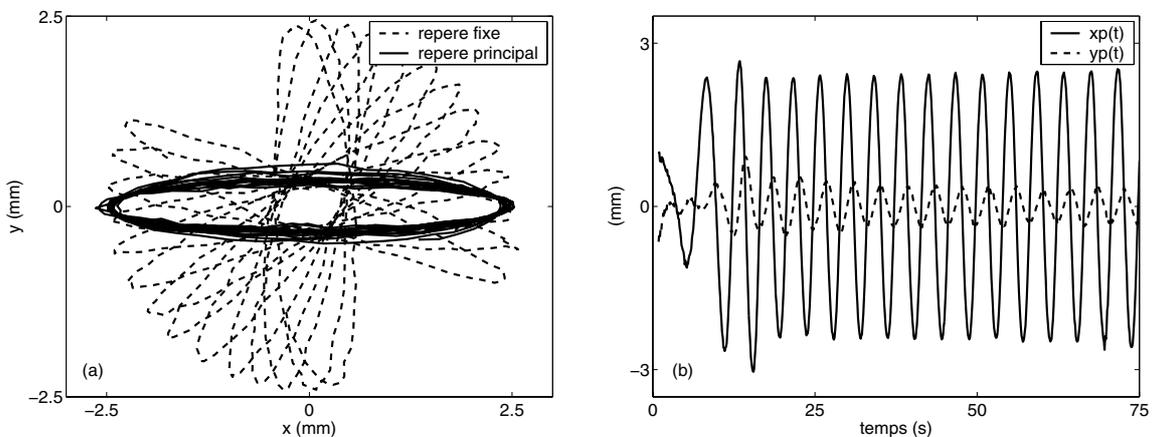


Fig. 2. (a) Trajectoire vue de dessus ; (b) oscillations dans le repere principal ( $d/h = 7$ ,  $Ar = 90$ ).

sont harmoniques à la même pulsation  $\omega$ , alors que la vitesse verticale oscille à la fréquence  $2\omega$ .

Nous avons appliqué ce traitement à tous les essais, ce qui nous a permis de déterminer les amplitudes et les phases des oscillations des trois composantes de la vitesse du corps et des deux angles définissant l'orientation de son axe.

### 3 Résultats expérimentaux

Nous nous intéressons d'abord à la vitesse moyenne d'ascension adimensionnée sous la forme d'un nombre de Reynolds. La figure 3a montre que son évolution avec le nombre d'Archimède, pour les différentes valeurs du rapport de forme, se regroupe presque sur une courbe unique. Cela signifie que le coefficient de traînée moyen le long de l'ascension est presque indépendant du nombre de Reynolds et du rapport de forme (Fig. 3b). Le nombre de Reynolds étant mieux adapté à la description hydrodynamique, nous allons désormais l'utiliser, plutôt que le nombre d'Archimède.

À rapport de forme donné, les oscillations apparaissent au-delà d'un certain nombre de Reynolds critique. La figure 4a présente l'évolution de l'amplitude des oscillations

de la vitesse transversale<sup>1</sup> du centre de gravité en fonction du nombre de Reynolds et pour différentes valeurs du rapport de forme. On peut voir que pour un rapport de forme donné il existe un nombre de Reynolds critique ( $Re_{ct}$ ) à partir duquel des oscillations auto-entretenues apparaissent.

La figure 4b montre comment  $Re_{ct}$  dépend du rapport de forme. On observe deux comportements distincts selon que le rapport de forme est plus grand ou plus petit que 4. Pour  $d/h < 4$ ,  $Re_{ct}$  diminue lorsque le corps devient de plus en plus mince. Cette évolution est similaire à celle du nombre de Reynolds critique de déclenchement de l'instabilité du sillage ( $Re_{cs}$ ) d'un corps fixe. En effet,  $Re_{cs}$  est plus grand pour une sphère que pour un disque infiniment mince [10]. On remarque aussi que le nombre de Reynolds critique pour un disque fixe est à peu près atteint pour  $d/h \approx 4$ . Pour  $d/h > 4$ , on retrouve la tendance observée par Willmarth et al. [11] pour des disques très minces ( $d/h \gg 1$ ) tombant dans un fluide :  $Re_{ct}$  devient une fonction croissante du rapport de forme, s'éloignant du  $Re_{cs}$  du disque mince fixe ( $Re_{cs} \approx 125$ ). Cependant, même s'il faut un nombre de Reynolds plus grand pour

<sup>1</sup> Dans la direction perpendiculaire à la direction de l'axe du corps.

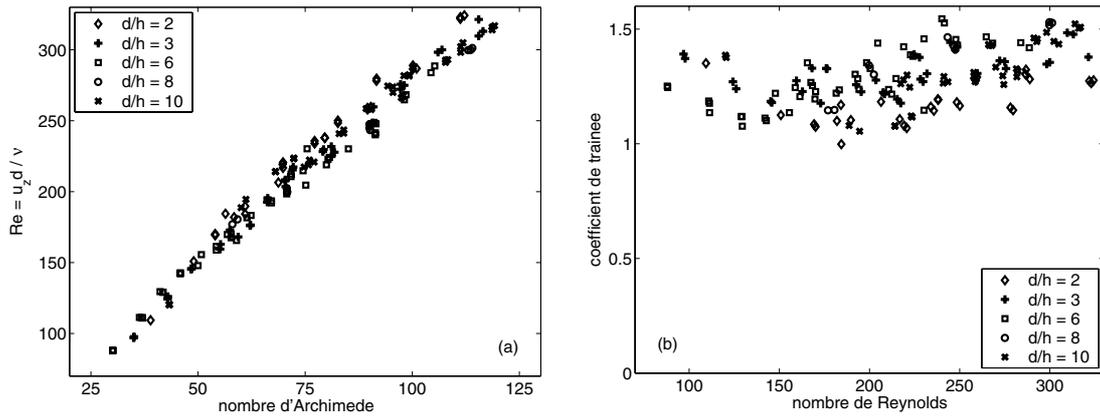


Fig. 3. (a) Nombre de Reynolds; (b) coefficient de traînée moyen.

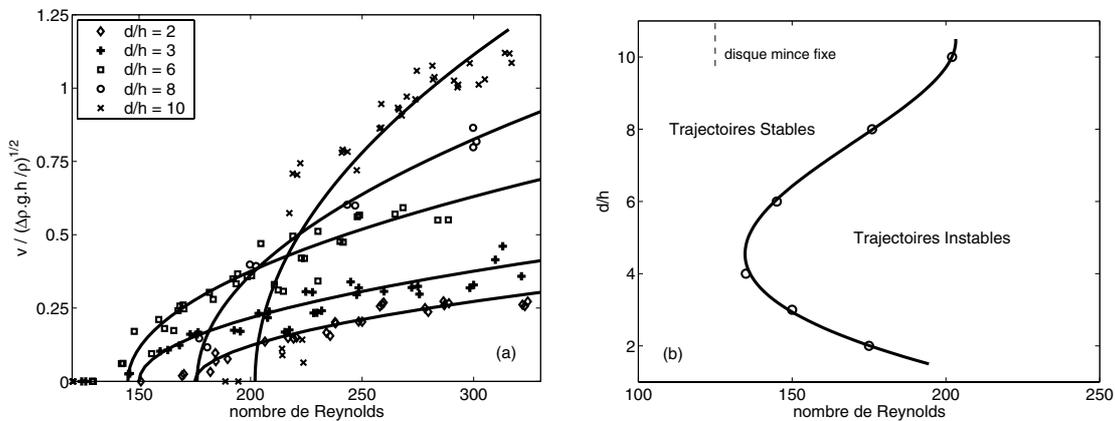


Fig. 4. (a) Amplitudes des oscillations de vitesse transversale; (b) diagramme de stabilité.

déclencher l'instabilité du mouvement du corps le plus mince, une fois le seuil franchi, les amplitudes de ces oscillations croissent très rapidement, pour atteindre des valeurs beaucoup plus grandes que celles observées pour les corps plus épais.

Nous nous intéressons maintenant à la fréquence du mouvement adimensionnée sous la forme d'un nombre de Strouhal,  $St = \omega d / u_z$ ,  $u_z$  étant la vitesse moyenne d'ascension. La figure 5 montre l'évolution du  $St$  en fonction du nombre de Reynolds pour différents rapports de forme.

À rapport de forme donné, le nombre de Strouhal varie peu avec le nombre de Reynolds, mais croît rapidement en fonction du rapport de forme. Les nombres de Strouhal mesurés ici pour des corps mobiles sont proches de ceux correspondant au détachement tourbillonnaire dans le sillage derrière les corps fixes :  $St = 0,70$  pour une sphère fixe à  $Re_{cs} \simeq 270$  et  $St = 0,79$  pour un disque mince fixe à  $Re_{cs} \simeq 125$ .

Même si elles se font à la même fréquence, les oscillations de la vitesse horizontale et de l'orientation du corps ne sont pas, en général, en phase. La figure 6a montre qu'un corps épais a tendance à aligner son axe de révolution avec la vitesse. Au contraire, le corps mince a plutôt tendance à glisser le long de sa trajectoire (Fig. 6b).

La figure 6c montre qu'entre ces deux comportements opposés, ce déphasage évolue continûment d'une

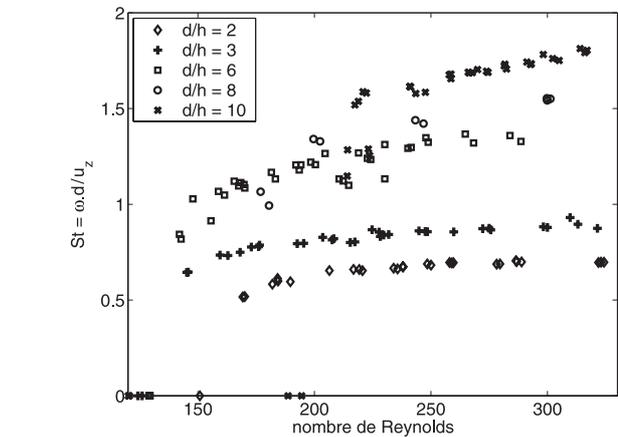
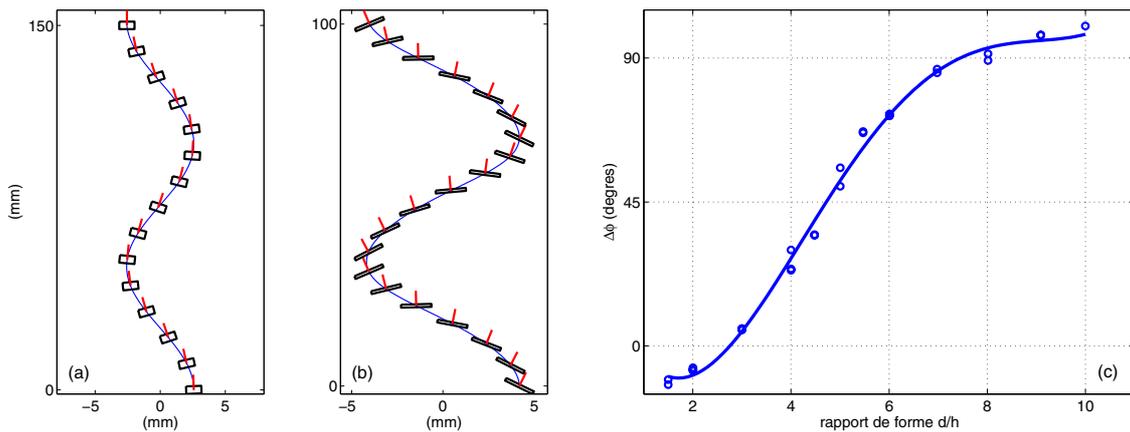


Fig. 5. Nombre de Strouhal fonction du nombre de Reynolds.

valeur légèrement négative jusqu'à une valeur légèrement supérieure à 90 degrés pour  $d/h = 10$ . En revanche, ce déphasage ne dépend presque pas du nombre de Reynolds.

Nous travaillons actuellement sur la dynamique de ces mouvements en essayant de modéliser les forces principales en jeu, afin d'obtenir un système dynamique capable de reproduire le comportement des corps.



**Fig. 6.** (a) Mouvement d'un corps épais ( $d/h = 2$ ); (b) mouvement d'un corps mince ( $d/h = 8$ ); (c) évolution du déphasage vitesse/orientation en fonction de  $d/h$  pour  $Re = 250$ .

*Remerciements.* Nous remercions J.-J. Huc et J.-P. Escafit pour la construction du dispositif expérimental, H. Ayroles et S. Cazin pour leur aide concernant la métrologie et C. Trupin pour son soutien technique au quotidien.

## Références

- [1] L. De Vinci, Manuscript F, fol. 37r
- [2] I. Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, 1687
- [3] J.C. Maxwell, The scientific papers of James Clerk Maxwell, Dover, New York, 1890, pp. 115–118
- [4] D.G. Karamanev, The study of free rise of buoyant spheres in gas reveals the universal behaviour of free rising rigid spheres in fluid in general, *Int. J. Multiphase flow* 27 (2001) 1479–1486
- [5] M. Jenny, J. Dusek, G. Bouchet, Instabilities and transition of a sphere falling or ascending in a Newtonian fluid, *J. Fluid Mech.* 508 (2004) 201–239
- [6] K. Ellingsen, F. Risso, On the rise of an ellipsoidal bubble in water: oscillatory paths and liquid-induced vorticity, *J. Fluid Mech.* 440 (2001) 235–268
- [7] G. Mougin, J. Magnaudet, Path instability of a rising bubble, *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002) 1–4
- [8] H. Lamb, Hydrodynamics, 6th ed. Cambridge University Press, Cambridge, 1932
- [9] G. Mougin, J. Magnaudet, The generalized kirchhoff equations and their application to the interaction between a rigid body and an arbitrary time dependent viscow flow, *Int. J. Multiphase flow* 28 (2002) 1837–1851
- [10] R. Natarajan, A. Acrivos, The instability of steady flow past spheres and disks, *J. Fluid Mech.* 254 (1993) 323–344
- [11] W.W. Willmarth, N.E. Hawk, R.L. Harvey, Steady and unsteady motions and wakes of freely falling disks, *Phys. Fluids* 7 (1964) 197–209



**Étude expérimentale de la dynamique de corps mobiles en ascension  
dans un fluide peu visqueux**

**Résumé**

On observe souvent dans la nature que l'ascension ou la chute d'un corps peut présenter des mouvements oscillatoires (hélice, zigzag) ou plus désordonnés. Nous nous sommes penchés sur les causes des instabilités du mouvement de corps légers en ascension sous l'effet de la gravité, dans un fluide peu visqueux au repos. Des résultats originaux concernant la cinématique de cylindres et ellipsoïdes aplatis ont été obtenus par trajectographie, pour une large gamme du nombre d'Archimède (flottabilité sur effets visqueux) et du rapport de forme (diamètre sur épaisseur). Nous avons analysé les oscillations de la vitesse et de l'orientation des corps (fréquences, amplitudes et phases relatives) et mis en évidence l'effet crucial du rapport de forme dans le couplage entre la translation et la rotation. À partir de ces mesures, nous avons également déterminé les forces et les couples s'exerçant sur les corps. Des visualisations et des mesures PIV du sillage de corps mobiles, ainsi que des simulations numériques de l'écoulement autour de corps fixes, ont permis de mieux comprendre le rôle du sillage dans les mouvements rencontrés.

**Mots-Clés**

Corps mobile, instabilité de trajectoire, oscillations auto-entretenues, rapport de forme, sillage de corps tridimensionnels.

---

**On the rise of freely moving solid bodies in a low viscous fluid**

**Abstract**

In many natural and industrial situations, freely moving particles can exhibit periodic motions, either zigzag or helical. We have investigated the causes of the oscillatory motions of solid bodies rising in a low-viscous fluid otherwise at rest. Original results concerning the kinematics of flat cylinders and ellipsoids were obtained over a large range of the Archimedes number (buoyancy over viscous effects) and of the aspect ratio (diameter to thickness ratio). We have analysed the velocity and orientation oscillations (frequency, amplitudes and relative phases) and we have concluded on the crucial effect of the body aspect ratio on the coupling between translation and rotation. From these measurements, we have also calculated the different contributions for the forces and torques acting on the bodies. Freely-moving bodies wake visualisations and PIV measurements as well as numerical simulations of the flow around fixed bodies were also performed, allowing a better understanding of the wake's role in the oscillatory motions.

**Key-Words**

Freely moving body, path instability, self-sustained oscillations, aspect ratio, body wake.