



*Thèse*  
*Présentée pour obtenir le titre de Docteur de*  
*l'Institut National Polytechnique de Toulouse*  
*Spécialité : Dynamique des fluides*

---

# Contribution à l'étude des forces hydrodynamiques agissant sur une bulle en régime faiblement inertiel

Yann Juaneda

Soutenue le 24 Mai 2006 devant le jury composé de :

M.M.	Michel	Lance	Rapporteur
	François	Feuillebois	Rapporteur
	Leen	Van Wijngaarden	Président du Jury
	Jacques	Magnaudet	Membre
	Jean	Fabre	Membre
	Catherine	Colin	Directrice des travaux de recherche

N° d'ordre : 2341



# Remerciements

Pour beaucoup de personnes, faire une thèse équivaut à coincer la bulle pendant trois ans. Je peux dire que dans mon cas, je l'ai fait au sens propre du terme.

Ce mémoire est le condensé du travail de thèse réalisé au sein de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse sous la direction du Professeur Catherine Colin que je remercie en tout premier lieu de m'avoir encadré et surtout de m'avoir donné les moyens de réaliser cette étude expérimentale.

Je remercie également les membres de mon jury et plus particulièrement mes rapporteurs, messieurs Michel Lance et François Feuillebois ainsi que Leen Van Wijngaarden pour avoir accepté de le présider.

Ces années au sein du groupe Interface auront été réellement formatrices grâce à la qualité des personnes qui en font partie, et je tiens ici à les remercier et plus particulièrement Jacques Magnaudet pour son apport scientifique et pour avoir accepté de faire partie du jury.

La genèse de cette aventure vient d'une discussion avec Jean Fabre et il me paraît donc naturel de le remercier d'avoir été à l'origine mais aussi à la conclusion, en tant que membre du jury, de cette thèse.

Comme pour toute thèse expérimentale, nous nous sommes souvent retrouvés face à des difficultés de conception, de montage ou de mesure insurmontables. Cependant, grâce à la compétence, la pugnacité et surtout l'amitié de trois personnes exceptionnelles, nous avons su ne pas nous décourager et finalement aboutir. Cédric, Jean-Pierre et Sébastien, je vous dois plus que des remerciements et j'espère avoir un jour la chance de vous rendre la pareille.

Si ce manuscrit est aujourd'hui entre vos mains, c'est grâce au soutien indéfectible de ma famille et de mes amis, qui m'ont toujours encouragé. Je me permets de les citer ici de façon non exhaustive afin de leur exprimer une nouvelle fois toute ma reconnaissance :

Ma maman Annick et mon papa Jean, c'est vous qui avez fait de moi ce que je suis et j'essaie chaque jour d'être digne de votre éducation, de votre amour et de votre confiance.

Tous les membres de ma famille : Sylvie et Aurélien ; Papylou et Nanou ; Pépé et Mémé ; Nénette et Raymond ; Mamie, Milo, Loïc, Emilie, Jean-Luc, Sacha et Louisa, tous mes autres cousins et leurs parents ; Gisèle et Papou ; Barry. Merci pour votre affection

passée, présente et future.

Ma belle famille qui par son accueil fait que tous les matins je me sens un peu plus Toulousain : Josette, Gérard et Denise.

Huit ans maintenant que j'ai eu la chance de vous rencontrer et que nous devenions amis : Juju et Emilie ; Jérôme, Carole et Quentin ; Seb ; Vincent ; J. C. ; Guillaume et Adeline ; merci pour toutes ces bonnes années, en espérant qu'il y en ait beaucoup d'autres.

Une thèse, c'est une aventure scientifique mais surtout humaine. Parfois, on a, comme moi, la chance d'y croiser des gens exceptionnels qui vous accompagnent dans ses péripéties.

Xavier, depuis ce premier jour dans notre bureau 312, tu as fait preuve d'une générosité et d'une moralité à toute épreuve. Tu resteras mon photophore favori. Avec Mélanie, Hugo et ma Loulou d'amour, les Riou, merci d'être vous, tout simplement.

Cléo et Ilona, dites bien à vos parents, Jérôme et Cécile, la chance que nous avons de les avoir pour amis, eux qui nous soutiennent et nous encouragent dans tous les moments de notre vie professionnelle et personnelle.

Merci aussi à vous tous que j'ai rencontrés au cours de ces années : nos « vrais amis », Olivier, Fabienne, Avril et Benoît ; Laurette, Kiki et Eléa. Pedro et Sara ; Axel et Hélène, je regretterai les discussions au troisième. Mais aussi, Marie, Sébastien et Elora ; Célia, Jean-Mi, Guénola et Lilian ; Zinédine ; Franc, Géraldine et Esther ; Moïse ; Maryse ; Anne-Sophie, Stéphane et Louise ; et tous les autres...

Le destin a voulu que 18 mois après notre première rencontre, je me retrouve dans son bureau. Nous nous sommes rapprochés, puis aimés. Personne ne m'a plus soutenu et supporté pendant tous ces soirs et ces dimanches où je travaillais que toi, Géraldine. J'étais venu pour découvrir la recherche, et c'est l'amour que j'ai trouvé. J'ai la chance aujourd'hui que tu partages ma vie, et, si tu le veux, je suis prêt à continuer encore 50 ans...

# Table des matières

Nomenclature	9
Introduction	13
<b>I Bibliographie et étude théorique</b>	<b>15</b>
<b>1 Dynamique d'une bulle dans un écoulement de Couette</b>	<b>17</b>
1.1 Écoulement de Couette cylindrique . . . . .	17
1.1.1 Choix du type d'écoulement . . . . .	17
1.1.2 Calcul du champ de vitesses . . . . .	17
1.1.3 Particularités de l'écoulement . . . . .	18
1.2 Dynamique de bulles . . . . .	21
1.3 Hydrodynamique d'une bulle isolée . . . . .	25
1.3.1 Equations du mouvement d'une bulle . . . . .	26
<b>2 Positions d'équilibre d'une bulle soumise à un champ de gravité dans un écoulement de Couette</b>	<b>29</b>
2.1 Positions d'équilibre . . . . .	29
2.1.1 Hypothèses et mise en équation . . . . .	29
2.1.2 Correction de la force de portance à petit nombre de Reynolds . . . . .	31
2.2 Etude de stabilité linéaire . . . . .	32
2.2.1 Détermination des positions d'équilibre . . . . .	33
2.2.2 Étude de stabilité linéaire . . . . .	38
<b>3 Hydrodynamique d'une bulle isolée en milieu confiné. Influence de la paroi.</b>	<b>47</b>
3.1 Introduction . . . . .	47
3.2 Expression des forces . . . . .	48
3.3 Raccordement des comportements asymptotiques de la force de migration inertielle $\vec{F}_{LG}$ . . . . .	50

3.4	Conclusion . . . . .	53
<b>II Dispositif expérimental, mesures et traitement de données 55</b>		
<b>4</b>	<b>Présentation du dispositif expérimental</b>	<b>57</b>
4.1	Le dispositif . . . . .	57
4.2	Techniques de mesures . . . . .	62
4.2.1	Trajectoires de bulles . . . . .	62
4.2.2	Positions d'équilibre . . . . .	63
4.2.3	Mesures en conditions de microgravité . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Mesures de vitesses dans l'écoulement</b>	<b>71</b>
5.1	Étude de la stabilité de l'écoulement . . . . .	71
5.2	Mesures PIV de vitesses 2D . . . . .	73
5.2.1	Principe et mise en oeuvre de la mesure . . . . .	73
5.2.2	Résultats . . . . .	78
5.2.3	Influence du capillaire . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Traitement des images</b>	<b>85</b>
6.1	Extraction de contour de bulles . . . . .	85
6.2	Traitement des données géométriques et cinématiques . . . . .	89
6.3	Validation du traitement avec le cas de la sphère solide . . . . .	94
<b>III Présentation et analyse des résultats 97</b>		
<b>7</b>	<b>Migration de bulles en écoulement cisailé</b>	<b>99</b>
7.1	Migration de bulles en condition de gravité terrestre . . . . .	99
7.1.1	Paramètres expérimentaux . . . . .	99
7.1.2	Trajectoire et cinématique des bulles . . . . .	100
7.1.3	Dynamique des bulles observées . . . . .	106
7.1.4	Comparaison des trajectoires théoriques et mesurées . . . . .	114
7.1.5	Coefficients dynamiques $C_D$ et $C_L$ . . . . .	117
7.1.6	Conclusion sur l'étude de bulles en migration dans un champ de gravité terrestre . . . . .	127
7.2	Migration de bulles en microgravité . . . . .	128
7.2.1	Conditions et paramètres expérimentaux . . . . .	128
7.2.2	Résultats expérimentaux . . . . .	130
7.2.3	Dynamique des bulles . . . . .	135
7.2.4	Conclusion sur les mesures en microgravité . . . . .	143

<b>8</b>	<b>Positions d'équilibre en gravité normale</b>	<b>145</b>
8.1	Cas de la sphère solide . . . . .	145
8.1.1	Positions d'équilibre . . . . .	145
8.1.2	Coefficients hydrodynamiques . . . . .	147
8.2	Positions d'équilibre stables de bulles dans l'entrefer . . . . .	150
8.2.1	Existence des positions d'équilibre . . . . .	150
8.2.2	Positions d'équilibre mesurées en fonction du nombre de Reynolds $Re_2$ . . . . .	154
8.2.3	Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques du cha- pitre 2 . . . . .	162
8.3	Coefficients dynamiques mesurés . . . . .	163
8.3.1	Déformation de bulles et coefficients de masse ajoutée . . . . .	164
8.3.2	Coefficients de traînée . . . . .	168
8.3.3	Coefficients de portance . . . . .	173
8.3.4	Influence des erreurs commises sur les mesures des coefficients dy- namiques $C_D$ et $C_L$ . . . . .	179
8.4	Équilibre des forces et influence de la paroi . . . . .	181
8.4.1	Bilan dynamique . . . . .	181
8.4.2	Distance adimensionnelle à la paroi $\kappa^{-1}$ . . . . .	184
8.4.3	Comparaison avec le modèle analytique du chapitre 3 . . . . .	188
8.4.4	Loi d'évolution de $C_L$ en fonction de $\kappa$ . . . . .	198
8.4.5	Écoulements rotationnels purs . . . . .	201
8.5	Conclusion . . . . .	204
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>207</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>211</b>
<b>A</b>	<b>Résultats PIV</b>	<b>217</b>
A.1	Répétitivité des mesures . . . . .	217
A.2	Cas particulier $Re_1 = Re_2$ . . . . .	219
A.3	Influence des gradients de vitesse . . . . .	220
A.4	Étude d'un cas instable . . . . .	223
<b>B</b>	<b>Calculs d'incertitude</b>	<b>227</b>
B.1	Erreurs de mesure . . . . .	227
B.2	Calculs d'incertitude . . . . .	229
	<b>Table des figures</b>	<b>233</b>

Liste des tableaux

240



# Nomenclature

## Scalaires

$\alpha$	$s^{-1}$	Taux de cisaillement de l'écoulement
$\mu$	$m^2 \cdot s^{-1}$	Viscosité dynamique de la phase fluide
$\mu_B$	$m^2 \cdot s^{-1}$	Viscosité dynamique de la bulle
$\nu$	$m^2 \cdot s^{-1}$	Viscosité cinématique de la phase fluide
$\nu_B$	$m^2 \cdot s^{-1}$	Viscosité cinématique de la bulle
$\omega$	$s^{-1}$	Vitesse de rotation
$\rho$	$kg \cdot m^{-3}$	Masse volumique de la phase fluide
$\rho_B$	$kg \cdot m^{-3}$	Masse volumique de la bulle
$\sigma$	$N \cdot m^{-1}$	Tension interfaciale
$\theta$	$rad$	Position orthoradiale
$A$	$s^{-1}$	Composante linéaire du champ de vitesse du fluide
$B$	$m^2 \cdot s^{-1}$	Composante hyperbolique du champ de vitesse du fluide
$a$	$m$	Demi-axe principal de la bulle
$c$	$m$	Demi-axe secondaire de la bulle
$d = r_2 - r_1$	$m$	Dimension de l'entrefer entre les cylindres
$d_B = 2R$	$m$	Diamètre de la bulle
$d_c$	$m$	Diamètre du capillaire d'injection
$l$	$m$	Distance à la paroi
$m$	$kg$	Masse du fluide ayant le même volume que la bulle
$m_B$	$kg$	Masse de la bulle
$R$	$m$	Rayon de la bulle
$r$	$m$	Position radiale
$r_i$	$m$	Rayon du cylindre d'indice $i$
$V_T$	$m \cdot s^{-1}$	Vitesse terminale de la bulle

## Vecteurs

$\vec{\Gamma}$	$m \cdot s^{-2}$	Accélération de la bulle
$\vec{\Omega}$	$s^{-1}$	Champ de vorticité
$\vec{F}$	$N$	Résultante des forces
$\vec{F}_D$	$N$	Force de traînée
$\vec{F}_G$	$N$	Force d'Archimède
$\vec{F}_H$	$N$	Force d'Histoire
$\vec{F}_I$	$N$	Force inertielle
$\vec{F}_L$	$N$	Force de portance
$\vec{F}_M$	$N$	Force de masse ajoutée
$\vec{F}_T$	$N$	Force de Tchen
$\vec{g}$	$m \cdot s^{-2}$	Vecteur accélération lié à la pesanteur
$\vec{U}$	$m \cdot s^{-1}$	Champ de vitesse du fluide
$\vec{V}$	$m \cdot s^{-1}$	Vitesse de la bulle

## Tenseur d'ordre 2

$S$	$s^{-1}$	Tenseur des taux de déformations
-----	----------	----------------------------------

## Repères utilisés

$(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$	Repère cartésien
$(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$	Repère cylindrique

## Notations

$f_1$	=	Grandeur $f$ relative au cylindre intérieur
$f_2$	=	Grandeur $f$ relative au cylindre extérieur
$x_0$	=	Position d'équilibre de la bulle dans la direction $x$
$A_i$	=	Composante du vecteur $\vec{A}$ dans la direction $i$

## Nombres adimensionnels

$\chi = \frac{a}{c}$	Déformation de la bulle
$\kappa^{-1} = \frac{l}{R}$	Distance adimensionnelle à la paroi
$Bo = \frac{\rho g (2R)^2}{\sigma}$	Nombre de Bond
$Ca = \frac{\mu  \vec{U} - \vec{V} }{\sigma}$	Nombre capillaire
$C_D$	Coefficient de traînée
$C_L$	Coefficient de portance
$C_{LA}$	Coefficient de portance de Auton
$C_{LS}$	Coefficient de portance lié à la déformation
$C_{L\Omega}$	Coefficient de portance lié à la vorticité
$C_M$	Coefficient de masse ajoutée
$Fr = \frac{ \vec{U} - \vec{V} ^2}{2Rg}$	Nombre de Froude
$Mo = \frac{\rho^3 g \nu^4}{\sigma^3}$	Nombre de Morton
$Oh = \frac{Re}{Ca} = \frac{2R\sigma}{\rho\nu^2}$	Nombre d'Ohnesorge
$Re = \frac{2R  \vec{U} - \vec{V} }{\nu}$	Nombre de Reynolds particulière
$Re_i = \frac{\omega_i r_i d}{\nu}$	Nombre de Reynolds basé sur le cylindre d'indice $i$
$Sr = \frac{4RA}{ \vec{U} - \vec{V} }$	Vorticité adimensionnelle
$Ta = \frac{\omega_1^2 r_1 d^3}{\nu^2}$	Nombre de Taylor
$We = \frac{\rho 2R  \vec{U} - \vec{V} ^2}{\sigma}$	Nombre de Weber



# Introduction

Dans la vie quotidienne, en faisant bouillir de l'eau, en soufflant au moyen d'une paille dans un verre d'eau, ou par l'observation des phénomènes naturels tels que le déferlement ou les ressauts hydrauliques, tout le monde peut observer la création et le mouvement de bulles de gaz dans un liquide. Cependant, les écoulements gaz-liquide à bulles sont également présents dans de nombreuses situations industrielles. Dans l'industrie pétrolière, des bulles de gaz sont injectées dans les gisements ou en fond de puits pour réduire le gradient de pression hydrostatique et favoriser l'ascension des hydrocarbures par procédé de « gaz-lift ». Dans l'industrie chimique, de nombreux contacteurs gaz-liquide sont utilisés pour favoriser des réactions de transfert entre un gaz et un liquide. Enfin, dans le domaine énergétique, l'ébullition nucléée permet d'accroître les échanges thermiques de manière significative par rapport à la convection monophasique.

Malgré l'importance des enjeux industriels, la modélisation de tels écoulements est encore mal maîtrisée, même à l'échelle de la bulle. Des études spécifiques sont encore nécessaires sur des sujets tels que les mécanismes de rupture, de coalescence, les interactions entre les bulles et avec les parois, voire même sur la dynamique des bulles isolées dans certains régimes.

Dans le cadre d'un cofinancement par le Centre National d'Etudes Spatial, l'objectif de cette étude était d'étudier expérimentalement et de modéliser la dynamique de bulles en régime faiblement inertiel. En condition de micropesanteur, les bulles créées par injection ou par ébullition sont généralement de taille importante mais leur vitesse de glissement par rapport au fluide porteur étant très faible, les nombres de Reynolds de bulle caractéristiques sont toujours petits. Dans ce type de régime faiblement inertiel, il est important de connaître l'influence de la forme de l'écoulement et de la proximité des parois sur les forces hydrodynamiques agissant sur les bulles afin de pouvoir prédire leur trajectoire et prévenir les éventuels phénomènes d'accumulation près des parois problématiques en situation d'ébullition. On s'intéressera donc dans le cadre de cette étude à la dynamique d'une bulle isolée dans un écoulement cisailé de fluide à distance variable des parois et sous différents champs de gravité.

Ce document présente la méthodologie générale et les principaux résultats obtenus dans le cadre de cette étude. Il est composé de trois parties principales :

- Une première partie, théorique, est tout d'abord consacrée à la présentation de

l'écoulement choisi pour cette étude. Dans un second temps, les forces hydrodynamiques agissant sur une bulle isolée sont présentées puis calculées pour un écoulement de Couette cylindrique. L'existence et la stabilité de positions d'équilibre pour une bulle dans cet écoulement sont ensuite discutées. Enfin, un modèle théorique de la force de portance agissant sur une bulle à proximité d'une paroi est établi.

- La seconde partie, présente le dispositif expérimental créé spécifiquement pour cette étude. L'écoulement est caractérisé précisément par mesures de vitesses avec la technique de la Vélocimétrie par Imagerie de Particules. Les trajectoires et positions d'équilibre des bulles sont filmées à l'aide d'une caméra. Les différentes étapes de prise d'images et de traitement de données mis en place afin d'obtenir des données quantitatives sur la géométrie, la cinématique et la dynamique de la bulle sont décrites en détail.
- La troisième partie est consacrée à la présentation et à l'analyse des résultats expérimentaux. A partir de l'étude des trajectoires des bulles une première estimation des coefficients de traînée et de portance est fournie. Ces résultats complétés par des mesures plus précises obtenues à partir des positions d'équilibre sont discutés et comparés aux résultats bibliographiques et théoriques de la première partie. Les effets de proximité de paroi sont étudiés plus particulièrement.

# Première partie

## Bibliographie et étude théorique





# Chapitre 1

## Dynamique d'une bulle dans un écoulement de Couette

Dans ce chapitre sont présentés l'écoulement choisi dans cette étude ainsi que ces particularités. Une présentation des forces agissant sur une bulle et de certains modèles théoriques connus vient ensuite. Enfin, les équations de la dynamique de la bulle dans cet écoulement sont établies.

### 1.1 Écoulement de Couette cylindrique

#### 1.1.1 Choix du type d'écoulement

Afin d'étudier de façon simple les forces de traînée et de portance, il est nécessaire de choisir un dispositif expérimental qui permet de les découpler. Un cylindre horizontal, ou légèrement incliné, permettant de créer un écoulement de rotation solide, a déjà été utilisé par Naciri (1992), Roberts *et al.* (1991), ou plus récemment par van Nierop (2003). Ici nous avons opté pour une géométrie différente en utilisant deux cylindres concentriques horizontaux, ce qui permet d'avoir non plus un écoulement purement rotationnel, mais de jouer sur les deux paramètres cisaillement-vorticité sachant qu'ils peuvent être découplés. Nous commencerons par rappeler les spécificités d'un tel écoulement de type Couette cylindrique (Couette, 1888) avant de revenir en détail sur l'hydrodynamique de la bulle proprement dite dans un écoulement soumis à un champ de gravité « terrestre » ou en microgravité.

#### 1.1.2 Calcul du champ de vitesses

On considère un écoulement permanent de fluide incompressible compris entre deux cylindres de rayons respectifs  $r_1$  et  $r_2$ , ( $r_2 > r_1$ ), qui ont des vitesses de rotations respectives  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Il est alors commode de choisir le système de coordonnées cylindriques

$(r, \theta, z)$ . Selon Guyon *et al.* (2001), les composantes du champ de vitesse  $\vec{U}$  sont alors :

$$U_r = 0 \quad (1.1a)$$

$$U_\theta(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (1.1b)$$

$$U_z = 0 \quad (1.1c)$$

avec pour conditions aux limites  $U_\theta(r_1) = \omega_1 r_1$  et  $U_\theta(r_2) = \omega_2 r_2$  (cf 1.7). On obtient alors :

$$A = \frac{\omega_2 r_2^2 - \omega_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (1.2a)$$

$$B = \frac{(\omega_1 - \omega_2) r_2^2 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (1.2b)$$

Des exemples de profils de vitesses sont présentés sur la figure 1.1. Les cas  $A = 0$ ,  $B = 0$ ,  $\omega_1 = 0$ ,  $\omega_2 = 0$  et  $\omega_1 = -\omega_2$  sont représentés avec les paramètres :  $\nu = 10^{-4} m^2 s^{-1}$ ,  $r_1 = 0.06 m$  et  $r_2 = 0.1 m$ . On constate sur cette figure que les profils sont plus ou moins linéaires en fonction de l'influence du paramètre  $B$ . Par ailleurs, on peut vérifier que lorsque les deux cylindres tournent en sens opposé, il existe une position radiale de vitesse nulle,  $r_{U_\theta=0} = \sqrt{\frac{-B}{A}}$ .

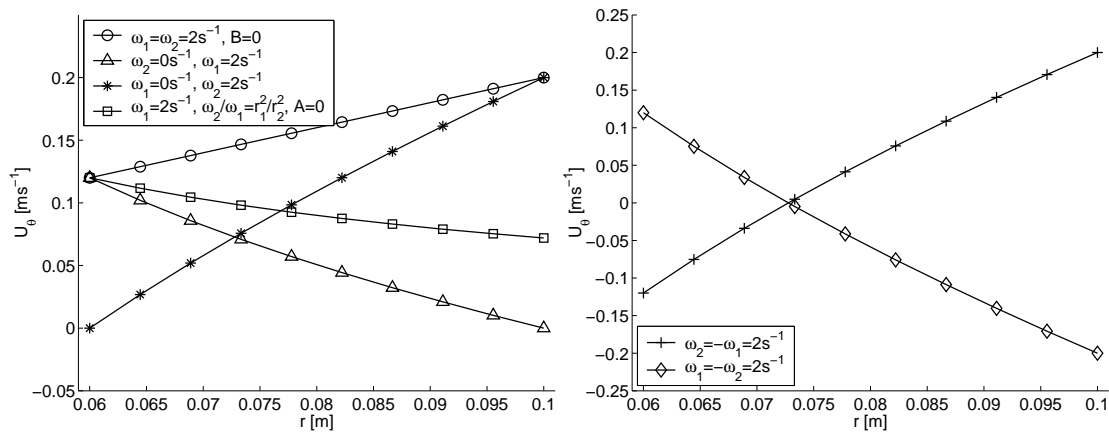


FIG. 1.1 – Exemples de profils de vitesse dans l'entrefer pour  $\nu = 10^{-4} m^2 s^{-1}$ ,  $r_1 = 0.06 m$  et  $r_2 = 0.1 m$

### 1.1.3 Particularités de l'écoulement

Discutons des spécificités de cet écoulement. Le rotationnel de cet écoulement vaut :

$$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{U} = r \vec{\omega} \left( \vec{U} \right) = 2A \vec{e}_z \quad (1.3)$$

alors que tous les termes du tenseur des vitesses de déformation  $\underline{\underline{S}}$  sont nuls sauf deux :

$$S_{r\theta} = S_{\theta r} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} \right) = -\frac{B}{r^2} \quad (1.4)$$

Cet écoulement est donc à la fois rotationnel et cisailé. Cependant il est possible en jouant sur les différents paramètres d'obtenir un écoulement rotationnel pur ou de déformation angulaire pur en annulant  $B$  et  $A$  respectivement.

Pour annuler  $B$ , il suffit de créer une rotation solide ou en bloc du fluide,  $\omega_1 = \omega_2$ , alors  $U = \omega r$ . C'est la configuration utilisée par Naciri pour un seul cylindre.

Pour annuler  $A$ , il faut satisfaire la condition  $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ .

Pour la suite, on notera plus simplement  $U(r) = U_\theta(r)$  qui correspond à la vitesse locale de l'écoulement.

Enfin, dans le cas où seul le cylindre intérieur est en rotation, lorsque  $\omega_1$  atteint une valeur critique  $\omega_c$  l'écoulement strictement azimuthal devient instable et des rouleaux annulaires se forment (Taylor, 1923; Andereck *et al.*, 1986). Ces rouleaux dont la dimension est de l'ordre de celle de l'entrefer tournent de façon alternée sur toute la longueur du cylindre. La figure 1.2 présente un schéma de principe de l'arrangement de ces rouleaux entre les cylindres.

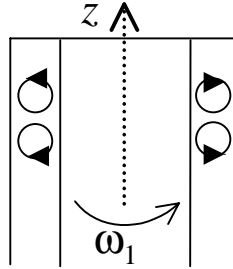


FIG. 1.2 – Schéma de principe des rouleaux dans l'instabilité de Taylor-Couette

Le moteur de cette instabilité dite de Taylor-Couette est le gradient radial de pression auquel s'oppose des phénomènes diffusifs. Le nombre caractéristique dit nombre de Taylor contrôlant cette instabilité s'écrit (Guyon *et al.*, 2001) :

$$Ta = \frac{\omega_1^2 r_1 d^3}{\nu^2} \quad (1.5)$$

où  $d = r_2 - r_1$  est la dimension de l'entrefer entre les deux cylindres. La valeur critique théorique de ce nombre est de 1712. Cette instabilité peut aussi apparaître lorsque les deux cylindres sont en rotation.

Cette instabilité est à caractère non visqueux, la viscosité n'y jouant qu'un rôle dissipatif. Cependant outre qu'elle fasse diminuer le taux de croissance, la viscosité masque

l'instabilité lorsque la différence de vitesse est trop faible, l'instabilité de Taylor-Couette est une instabilité à seuil. Rayleigh (1916) a trouvé une condition d'apparition théorique en fluide parfait dans le cas où les deux cylindres tournent dans le même sens :  $\omega_1 r_1^2 > \omega_2 r_2^2$ , ou encore  $A < 0$ . Taylor (1923) avait déjà noté cette limite asymptotique dans ses travaux (cf figure 1.3).

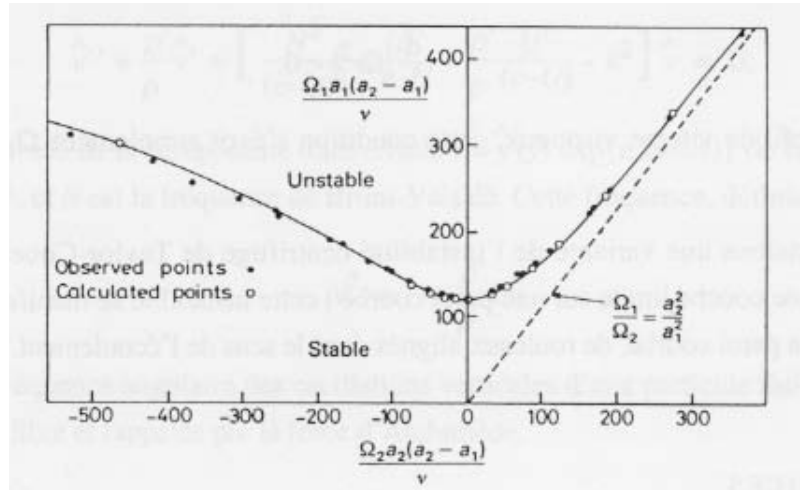


FIG. 1.3 – Courbe de stabilité marginale dans le plan des nombres de Reynolds d'après Taylor (1923)

Enfin, si le cylindre intérieur est maintenu fixe et le cylindre extérieur est mis en rotation, l'écoulement est stable jusqu'à une certaine valeur de  $\omega_2$  où il devient turbulent. On ne voit pas apparaître de structures particulières dans l'entrefer avant ce seuil. Afin d'étudier l'écoulement dans la suite de ce document, il est ici pratique d'introduire les nombres de Reynolds  $Re_1$  et  $Re_2$  basés respectivement sur les vitesses des cylindres intérieur et extérieur :

$$Re_1 = \frac{\omega_1 r_1 d}{\nu} \quad (1.6a)$$

$$Re_2 = \frac{\omega_2 r_2 d}{\nu} \quad (1.6b)$$

Taylor (1923) a effectué une étude de stabilité linéaire et a pu tracer la courbe de stabilité marginale de la figure 1.3 dans le plan des nombres  $Re_1$  et  $Re_2$ . Il a comparé ses résultats avec ses observations pour des cylindres possédant un rapport de dégagement  $\eta = \frac{r_2}{r_1} = 1.14$ . On peut observer sur la figure 1.3 que ces résultats sont en bon accord.

Notre étude se placera dans le cas d'un écoulement laminaire stable, l'apparition des instabilité changeant drastiquement l'hydrodynamique de la bulle (Wereley & Lueptow, 1999; Djeridi *et al.*, 2004). Nous chercherons donc à nous placer sous la courbe de stabilité marginale de notre dispositif (cf 5.2).

## 1.2 Dynamique de bulles

Une bulle isolée dans un écoulement est soumise à plusieurs forces dont les origines sont diverses. La nature des fluides en présence, celle de l'écoulement, les variations temporelles ou encore la présence de forces volumiques sont autant de causes possibles du mouvement d'une bulle. Cette section est donc consacrée à la présentation de différentes forces pouvant être à l'origine du mouvement d'une bulle en milieu infini dans le cas qui nous intéresse.

Soit donc un écoulement d'un fluide de viscosité cinématique  $\nu$  et de masse volumique  $\rho$  dont le champ de vitesse est  $\vec{U}$ , et une bulle de masse volumique  $\rho_B$  et de rayon  $R$  dont la vitesse est  $\vec{V}$ . On peut alors définir la vitesse de glissement  $\vec{V} - \vec{U}$  comme la vitesse relative de la bulle par rapport à l'écoulement, ainsi qu'un nombre de Reynolds  $Re = \frac{2R|\vec{U}-\vec{V}|}{\nu}$  basé sur cette échelle de vitesse.

Lorsque la bulle et la phase fluide sont soumises à l'action d'un champ de gravité  $\vec{g}$ , la force de flottabilité, égale au poids moins la poussée d'Archimède qui s'exerce sur la bulle est :

$$\vec{F}_G = (\rho_B - \rho) \frac{4}{3} \pi R^3 \vec{g} \quad (1.7)$$

En présence d'un écoulement de la phase fluide, la force de traînée visqueuse s'oppose au mouvement relatif de la bulle :

$$\vec{F}_D = \rho C_D \frac{\pi R^2}{2} |\vec{U} - \vec{V}| (\vec{U} - \vec{V}) \quad (1.8)$$

Une expression du coefficient de traînée, en fonction du nombre de Reynolds, est donnée pour une bulle sphérique propre en milieu infini par Mei *et al.* (1994) .

$$C_D = \frac{16}{Re} \left[ 1 + \left[ \frac{8}{Re} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3.315}{Re^{\frac{1}{2}}} \right) \right]^{-1} \right] \quad (1.9)$$

Cette relation est valable dans une large gamme de nombre de Reynolds,  $1 \leq Re \leq 300$ , et elle tend bien vers les résultats connus :  $C_D \xrightarrow{Re \rightarrow 0} \frac{16}{Re}$  et  $C_D \xrightarrow{Re \rightarrow \infty} \frac{48}{Re}$  pour une bulle sphérique propre.

Une bulle déformée voit son coefficient de traînée modifié (Naciri, 1992) et se rapprocher de celui d'une sphère solide (Duineveld, 1995) qui est plus important. Une corrélation de  $C_D$  en fonction de  $Re$  pour une telle sphère est donnée par Clift *et al.* (1978) :

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) \quad (1.10)$$

Considérons que le mouvement du fluide n'est pas perturbé par la présence de la bulle. Alors la force exercée par cet écoulement non-perturbé sur un volume sphérique fluide équivalent à celui de la bulle serait :

$$\vec{F}_T = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{D\vec{U}}{Dt} \quad (1.11)$$

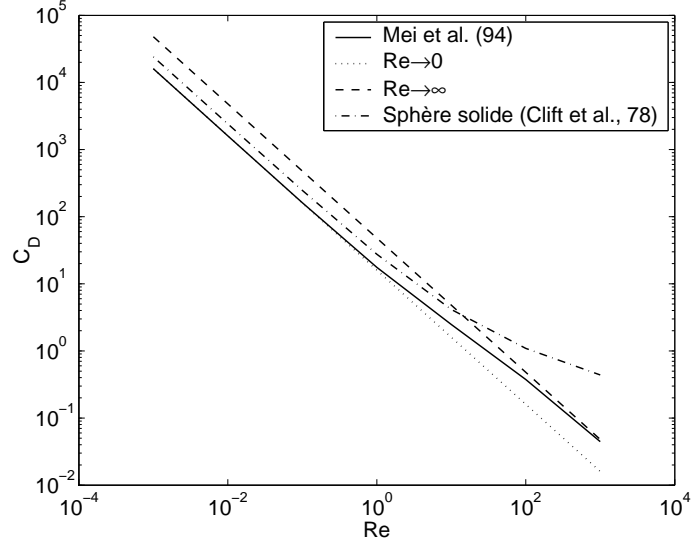


FIG. 1.4 – Évolution de  $C_D$  en fonction de  $Re$

où  $\frac{D\vec{U}}{Dt} = \frac{\partial\vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla\vec{U}$  est la dérivée particulaire, calculée au centre de la sphère. C'est la force de Tchen qui s'exerce sur la bulle et qui représente la force de pression que subirait le même volume de fluide en l'absence de la particule. La dérivée particulaire est alors calculée au centre de la bulle pour un écoulement considéré en son absence.

Lorsqu'un corps se déplace, il met en mouvement autour de lui un certain volume de fluide. Lorsque le mouvement de la bulle est instationnaire, une force dite de masse ajoutée résulte de l'accélération transmise à ce volume de fluide. Une certaine masse de fluide est accélérée avec celle de la particule. L'écoulement du fluide supposé uniforme et stationnaire est alors perturbé. Cette force d'inertie s'écrit après introduction du coefficient de masse ajoutée  $C_M$  :

$$\vec{F}_I = -\rho \frac{4}{3} \pi R^3 C_M \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (1.12)$$

Lorsque l'écoulement du fluide est irrotationnel, non visqueux, non uniforme et instationnaire, la force de masse ajoutée qui résulte de l'accélération transmise à ce volume s'écrit (Auton, 1983; Auton *et al.*, 1988) :

$$\vec{F}_M = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \left[ C_M \frac{D\vec{U}}{Dt} - C_M \frac{d\vec{V}}{dt} \right] \quad (1.13)$$

Finalement dans le cas d'un écoulement stationnaire irrotationnel, la force d'inertie totale qui s'exerce sur la bulle est :

$$\vec{F}_I = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \left[ (1 + C_M) \vec{U} \cdot \nabla\vec{U} - C_M \frac{d\vec{V}}{dt} \right] \quad (1.14)$$

L'expression de cette force reste valable dans le cas des écoulements visqueux, comme l'ont montré les simulations numériques de Magnaudet *et al.* (1995) ou les expériences de

Naciri (1992). Par ailleurs dans le cas de bulles sphériques, le coefficient de masse ajoutée prend la valeur  $C_M = 0.5$ . Cependant,  $C_M$  varie avec l'excentricité  $e$  de la bulle et la proximité d'une paroi (Lamb, 1932). Ainsi, l'effet de cette déformation sur le coefficient de masse ajoutée varie de façon disymétrique selon que l'on s'intéresse au bilan dynamique orthogonalement (1.15) ou parallèlement (1.16) aux lignes de courants de l'écoulement :

$$C_M = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0} \quad (1.15)$$

$$C_M = \frac{\gamma_0}{2 - \gamma_0} \quad (1.16)$$

avec,

$$\alpha_0 = (\xi^2 + 1) \xi \cot^{-1} \xi - \xi^2 \quad (1.17a)$$

$$\gamma_0 = 2(\xi^2 + 1)(1 - \xi \cot^{-1} \xi) \quad (1.17b)$$

$$\xi = (\chi^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \quad (\chi \geq 1) \quad (1.17c)$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{1}{\chi^2}} \quad (1.17d)$$

où  $a$  et  $c$  sont respectivement le demi axe principal et secondaire d'une bulle ellipsoïdale. Lorsque  $a = c$ , l'excentricité  $e$  est nulle,  $\alpha_0 = \gamma_0 = \frac{2}{3}$  et  $C_M = 0.5$ . La figure suivante représente la variation du coefficient de masse ajoutée  $C_M$  en fonction de la déformation de la bulle,  $\chi = \frac{a}{c}$ .

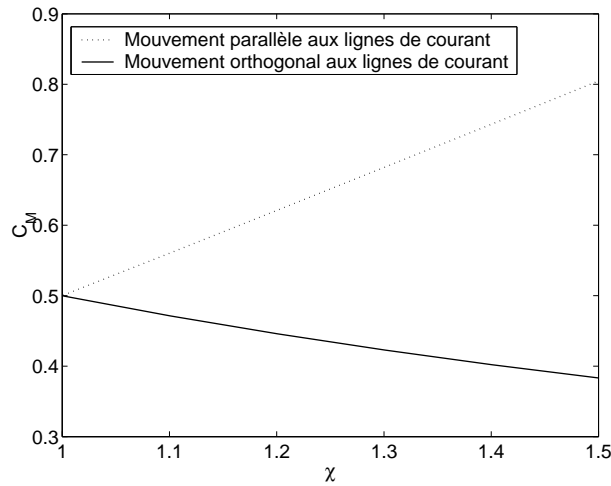


FIG. 1.5 – Evolution du coefficient de masse ajoutée  $C_M$  en fonction du rapport d'aspect  $\chi = \frac{a}{c}$  de la bulle

On constate clairement sur cette figure, que l'effet de la déformation sur la valeur du coefficient de masse ajoutée est bien totalement opposé selon qu'il est étudié parallèlement ( $C_M \geq 0.5$ ) ou orthogonalement ( $C_M \leq 0.5$ ) aux lignes de courant.

En présence d'un écoulement rotationnel, lorsque la vorticité  $\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{U}$  est non nulle, la non uniformité de l'écoulement est la cause d'une force de migration de type inertiel. Cette force dite de portance s'écrit sous sa forme générale donn e par Auton (1987) :

$$\vec{F}_L = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 C_L (\vec{U} - \vec{V}) \wedge \vec{\Omega} \quad (1.18)$$

Dans ce cas le coefficient de portance prend la valeur  $C_L = 0.5$ .

Cependant, à grand nombre de Reynolds, pour des particules dont la viscosité est faible devant celle du fluide, le coefficient de portance varie faiblement avec l'intensité du cisaillement et n'est fonction que du nombre de Reynolds. Legendre & Magnaudet (1998) montrent que pour  $Re \geq 50$  :

$$C_L^{Re \geq 50} = \frac{1}{2} \frac{1 + 16Re^{-1}}{1 + 29Re^{-1}} \quad (1.19)$$

avec une valeur asymptotique de 0.5 quand le nombre de Reynolds devient très grand (Auton).

Lorsque le nombre de Reynolds de bulle est inférieur à l'unité, Legendre & Magnaudet (1997) ont montré que l'on pouvait utiliser la relation suivante :

$$C_L^{Re \leq 1} = \frac{6}{\pi^2} \frac{2.255}{(ReSr)^{\frac{1}{2}} (1 + 0.2\frac{Re}{Sr})^{\frac{3}{2}}} \quad (1.20)$$

où  $Sr = \frac{4RA}{|\vec{U} - \vec{V}|}$  représente la vorticité adimensionnelle de l'écoulement à l'échelle de la bulle.

Dans le cas intermédiaire où  $1 \leq Re \leq 50$ , on peut utiliser la relation suivante de Legendre & Magnaudet (1998) :

$$C_L = \left[ (C_L^{Re \leq 1})^2 + (C_L^{Re \geq 50})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.21)$$

Cependant, lorsque le mouvement relatif entre le fluide et la bulle est instationnaire, les effets d'inertie ne sont pas les seuls à devoir être pris en compte, des effets visqueux interviennent aussi. Cette force est appel e force d'histoire  $\vec{F}_H$  et s'écrit au moyen d'une intégrale caractéristique de l'évolution temporelle des accélérations relatives entre la bulle et le fluide. Cette force a tout d'abord été  tudi e par Boussinesq (1885) puis Basset (1888) qui ont calculé son expression pour une sphère solide. L'expression du noyau  $K(t - \tau)$  pour une particule fluide a été exprim e analytiquement par Yang & Leal (1991) dans le plan de Fourier.

$$\vec{F}_H = 6\pi\rho\nu R \int_0^t K(t - \tau) \left( \frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau} - \frac{\partial \vec{V}}{\partial \tau} \right) d\tau \quad (1.22)$$

avec pour une bulle de gaz dans un liquide :

$$K(t - \tau) = \frac{4}{3} \exp\left(\frac{9\nu(t - \tau)}{R^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{9\nu(t - \tau)}{R^2}}\right) \quad (1.23)$$



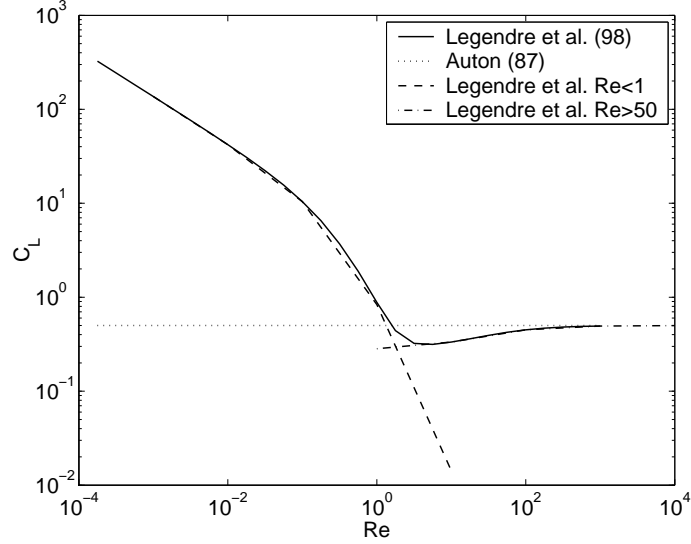


FIG. 1.6 – Évolution de  $C_L$  en fonction de  $Re$  pour  $Sr = 0.1$

Le terme  $\frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau}$  peut être remplacé par  $\frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau} + \vec{V} \nabla \vec{U}$  qui est la dérivée de la vitesse du fluide  $\vec{U}$  en suivant la bulle (Magnaudet *et al.*, 1995).

Enfin Magnaudet *et al.* (1995) ont montré que dans une large gamme de nombre de Reynolds, les effets visqueux de la force d'histoire  $\vec{F}_H$  pouvaient être négligés pour des bulles sphériques de volume constant dans le cas d'accélération modérées.

En définitive la résultante des forces  $\vec{F}$  agissant sur une bulle s'écrit :

$$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_D + \vec{F}_I + \vec{F}_L + \vec{F}_H \quad (1.24)$$

Ce bilan théorique étant posé, ce sont les coefficients de traînée de masse ajoutée et de portance dans différents régimes de nombre de Reynolds qui restent les principales inconnues dans des situations réelles particulières. Notamment, l'interaction des parois avec les bulles sera discutée plus loin. Dans le cas d'un écoulement potentiel, ce problème se ramène à celui de l'interaction de deux bulles ayant des vitesses symétriques par rapport à la paroi. Les modifications induites sur les expressions des forces, dans la limite des petits nombres de Reynolds, ont notamment été étudiées récemment par Magnaudet *et al.* (2003) et Magnaudet (2003).

Nous verrons par la suite plus précisément quelles forces doivent être réellement prises en compte au cas par cas dans nos différentes expériences, et quelles sont leurs expressions.

### 1.3 Hydrodynamique d'une bulle isolée

Intéressons nous à présent à l'hydrodynamique d'une bulle soumise au champ de gravité terrestre  $\vec{g}$ , dans un écoulement de type Couette cylindrique horizontal comme celui

présenté dans la section 1.1.

### 1.3.1 Equations du mouvement d'une bulle

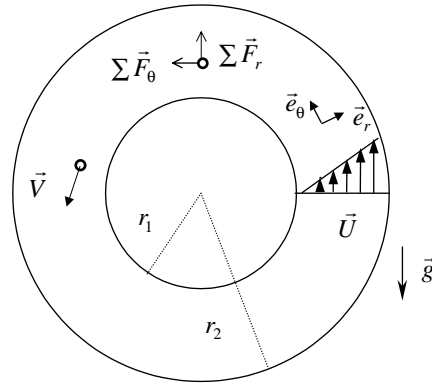


FIG. 1.7 – Schéma du problème

Ainsi que nous l'avons rappelé dans le paragraphe 1.2 le bilan des forces est donné par l'équation (1.24). Cependant, en présence de la force d'Archimède  $\vec{F}_G$  et pour des bulles d'une certaine taille, le nombre de Reynolds est suffisamment important pour négliger les effets d'histoire (Magnaudet *et al.*, 1995). Dans un souci de simplification des équations, nous négligerons dans un premier temps ces effets instationnaires. Introduisant la masse de la bulle  $m_B = \rho_B \frac{4}{3} \pi R^3$  et celle du fluide de volume équivalent  $m = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$ , la résultante  $\vec{F}$  des forces agissant sur la bulle se réduit alors à :

$$\begin{aligned} \vec{F} = & m \frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| (\vec{U} - \vec{V}) + m (1 + C_M) \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} - m C_M \frac{d\vec{V}}{dt} \\ & + m C_L (\vec{U} - \vec{V}) \wedge \vec{\Omega} + (m_B - m) \vec{g} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Le rapport des masses volumiques de la bulle et du fluide étant supposé quasi-nul,  $\frac{\rho_B}{\rho} \ll 1$ , on a  $m_B \ll m$ , donc  $m_B - m \equiv -m$  et la résultante des forces  $\vec{F} = m_B \frac{d\vec{V}}{dt} \equiv \vec{0}$ .

Par ailleurs, le produit contracté dans la force de masse ajoutée se réduit pour l'écoulement de Couette (1.1b) à :

$$\vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{U}{r} & 0 \\ \frac{dU}{dr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & U & 0 \end{bmatrix} = -\frac{U^2}{r} \vec{e}_r \quad (1.26)$$

Enfin, le produit vectoriel dans la force de portance devient :

$$(\vec{U} - \vec{V}) \wedge \vec{\Omega} = \begin{bmatrix} -V_r \\ U - V_\theta \\ -V_z \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2A(U - V_\theta) \\ 2AV_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

où  $(V_r, V_\theta, V_z)$  sont les composantes de la vitesse  $\vec{V}$  de la bulle dans le repère cylindrique.

L'équation (1.25) peut alors se réécrire projetée dans la base orthonormée  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  sous la forme du système :

$$C_M \left( \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{e}_r \right) = \frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| (-V_r) - (1 + C_M) \frac{U^2}{r} + 2AC_L (U - V_\theta) - (\vec{g} \cdot \vec{e}_r) \quad (1.28a)$$

$$C_M \left( \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{e}_\theta \right) = \frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| (U - V_\theta) + 2AC_L V_r - (\vec{g} \cdot \vec{e}_\theta) \quad (1.28b)$$

$$C_M \left( \frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{e}_z \right) = \frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| (-V_z) - (\vec{g} \cdot \vec{e}_z) \quad (1.28c)$$

Rappelons à ce stade qu'en coordonnées cylindriques, les vitesses et les accélérations se décomposent sous la forme :

$$\vec{V} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + \dot{z}\vec{e}_z \quad (1.29a)$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{\Gamma} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) \vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z \quad (1.29b)$$

Dans notre expérience, les cylindres sont horizontaux et la projection du champ  $\vec{g}$  se décompose sous la forme :

$$\vec{g} \cdot \vec{e}_r = g_r = -|g| \sin \theta \quad (1.30a)$$

$$\vec{g} \cdot \vec{e}_\theta = g_\theta = -|g| \cos \theta \quad (1.30b)$$

$$\vec{g} \cdot \vec{e}_z = 0 \quad (1.30c)$$

où la position angulaire  $\theta$  est celle obtenue grâce au repère cylindrique de la figure 1.7.

Si l'on suppose que la bulle est injectée dans l'entrefer entre les deux cylindres sans vitesse et sans accélération initiale selon l'axe  $z$  dans l'équation (1.28c), on peut réduire l'étude au plan  $(r, \theta)$  et les deux équations (1.28a) et (1.28b) deviennent :

$$C_M \left( \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \right) = - \frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| \dot{r} - (1 + C_M) \frac{\left( Ar + \frac{B}{r} \right)^2}{r} + 2AC_L \left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right) + |g| \sin \theta \quad (1.31a)$$

$$C_M \left( 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \right) = \frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| \left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right) + 2AC_L \dot{r} + |g| \cos \theta \quad (1.31b)$$

où l'on rappelle que  $|\vec{U} - \vec{V}| = \left( \left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right)^2 + \dot{r}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ .

A partir de l'analyse effectuée dans ce chapitre de l'écoulement dans lequel la bulle sera plongée expérimentalement ainsi que des forces résultantes associées, nous pouvons à présent nous intéresser à des cas particuliers du mouvement des bulles. Plus précisément, le chapitre suivant est consacré à l'étude de l'existence de positions d'équilibre théoriques pour une bulle isolée dans un écoulement de Couette.

# Chapitre 2

## Positions d'équilibre d'une bulle soumise à un champ de gravité dans un écoulement de Couette

Ce chapitre présente l'analyse et le calcul analytique de l'existence, de la détermination et de la stabilité de positions d'équilibres pour une bulle isolée en milieu infini dans l'écoulement de Couette cylindrique présenté au chapitre 1.

### 2.1 Positions d'équilibre

A partir des équations hydrodynamiques écrites dans le chapitre précédent pour une bulle, nous pouvons chercher analytiquement s'il existe des positions d'équilibre pour la bulle dans l'entrefer. De telles positions ont été trouvées expérimentalement par Naciri (1992) et van Nierop (2003).

#### 2.1.1 Hypothèses et mise en équation

Pour qu'une bulle ait atteint une position d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$ , il faut que sa vitesse et son accélération soient nulles,  $\dot{r} = \dot{\theta} = \ddot{r} = \ddot{\theta} = 0$ , le système des équations (1.31a) et (1.31b) devient alors :

$$0 = -(1 + C_M) \frac{\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)^2}{r_0} + 2AC_L \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) + |g| \sin \theta_0 \quad (2.1a)$$

$$0 = \frac{3}{8R} C_D \left|Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right| \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) + |g| \cos \theta_0 \quad (2.1b)$$

L'intérêt d'une telle géométrie d'écoulement et d'existence de telles positions d'équilibre apparaît à présent clairement. On peut, à partir de mesures précises d'une position

d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$  et des paramètres  $R, \omega_1, \omega_2, r_1$  et  $r_2$ , évaluer directement le coefficient de traînée  $C_D$  grâce à l'équation (2.1b) ainsi que l'intensité des forces d'inertie au travers des coefficients  $C_M$  et  $C_L$ . Notamment, connaissant  $C_M$  pour une bulle sphérique, on peut déterminer  $C_L$  grâce à l'équation (2.1a). Ainsi à partir des équations (2.1a) et (2.1b), on obtient :

$$C_D = \frac{-8R |g| \cos \theta_0}{3 \left| Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right| \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right)} \quad (2.2a)$$

$$2AC_L - (1 + C_M) \frac{\left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right)}{r_0} = \frac{-|g| \sin \theta_0}{\left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right)} \quad (2.2b)$$

Cependant ces positions d'équilibre théoriques ne sont pas forcément des positions d'équilibre stables, une étude de stabilité doit donc être effectuée afin de vérifier qu'une bulle peut réellement atteindre une position d'équilibre et y rester, au moins théoriquement (cf section 2.2). Si tel est le cas, notons que dans une telle position pour un écoulement permanent, la force d'histoire serait nulle, au moins au bout d'un certain temps.

### Existence des positions d'équilibre

Discutons de l'existence de ces positions d'équilibre en fonction de la nature de l'écoulement. Plaçons nous tout d'abord dans un croissant défini par  $r_1 \leq r_0 \leq r_2$  et  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_0 \leq +\frac{\pi}{2}$ . Par symétrie, les phénomènes seront les mêmes dans le demi-croissant opposé, seuls les signes de  $U$  et du terme  $\cos \theta_0$  étant opposés pour avoir l'équilibre dans l'équation (2.1b). Dans l'équation (2.1a), le terme d'inertie est toujours strictement négatif. Afin de l'équilibrer, il faut donc des termes positifs par ailleurs.

Si l'on choisit un écoulement irrotationnel,  $A = 0$ , seule la force d'Archimède projetée sur  $r$  peut agir en ce sens, ce qui signifie que l'on doit avoir  $\theta_0 \geq 0$  pour avoir une position d'équilibre. Par ailleurs, pour satisfaire aux conditions de l'équation (2.1b), il faut nécessairement que  $B \leq 0$ , ce qui signifie  $\omega_1 \leq \omega_2$ , or puisque  $A = 0$ ,  $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \leq 1$ , donc  $\omega_1 = \omega_2 = 0$ . Il ne peut pas exister de position d'équilibre pour le cas d'un écoulement irrotationnel.

Examinons à présent le cas d'un écoulement rotationnel pur,  $B = 0$ , soit  $\omega_1 = \omega_2$ . Dans ce cas,  $U = \omega r$ , avec nécessairement  $\omega \leq 0$  pour satisfaire à l'équilibre dans l'équation (2.1b). Dans ce cas la force de portance radiale est positive, ou nulle, et l'angle d'équilibre  $\theta_0$  peut être positif, négatif ou nul. Il peut donc y avoir des positions d'équilibre pour un écoulement purement rotationnel comme l'ont observé Naciri (1992) et van Nierop (2003). Étudions à présent les cas particuliers où seulement un des deux cylindres est en rotation. Soit  $\omega_2 = 0$ , alors  $A$  et  $B$  sont de signes opposés, or pour satisfaire l'équilibre azimutal,  $U$  doit être négatif, soit en remplaçant dans (1.1b) les expressions de  $A$  et  $B$ , (1.2a) et

(1.2b) respectivement, on a la condition  $\omega_1 (r_2^2 - r_0^2) \leq 0$ . Donc, forcément,  $\omega_1 < 0$ , alors  $A > 0$ , les forces de portance et de masse ajoutée ont le même signe dans la direction radiale. Alors pour avoir une position d'équilibre, il faut nécessairement que  $\theta_0 > 0$ , la force d'Archimède est la seule à écarter la bulle du centre des cylindres. Donc lorsque le cylindre extérieur est fixe les bulles en position d'équilibre ont nécessairement un angle azimutal positif.

Dans le cas où  $\omega_1 = 0$ , on trouve la condition  $\omega_2 (r_0^2 - r_1^2) \leq 0$ , donc nécessairement  $\omega_2 < 0$ , alors  $A < 0$ , les forces de portance et de masse ajoutée sont opposées dans la direction radiale. Les positions d'équilibre peuvent donc exister et  $\theta_0$  peut dans ce cas être positif, négatif ou nul. L'ensemble de ces résultats est synthétisé dans le tableau 2.1.

$\omega_1$	$\omega_2$	équilibre possible	$\theta_0$
$\omega$	$\omega$	oui	/
$\omega$	$\omega \frac{r_1^2}{r_2^2}$	non	/
$\omega$	0	oui	$> 0$
0	$\omega$	oui	/

TAB. 2.1 – Tableau récapitulatif des positions d'équilibre en fonction des paramètres  $\omega_1 \leq 0$  et  $\omega_2 \leq 0$

## 2.1.2 Correction de la force de portance à petit nombre de Reynolds

Ces positions d'équilibre permettent de déterminer les coefficients dynamiques sur une large plage de nombres de Reynolds. Cependant, lorsque le nombre de Reynolds est faible  $Re \ll 1$  l'expression classique de la force de portance de type Auton (1987) n'est pas suffisante pour prendre en compte tous les effets inertiels agissant sur la dynamique de la bulle. Les simulations numériques de Legendre (1996) a montré qu'il existe des corrections dues à la vorticité  $\vec{\Omega}$  de l'écoulement et à sa déformation  $\underline{\underline{S}}$  à la surface de la bulle. La force de portance doit alors s'écrire sous la forme :

$$\vec{F}_L = m (C_{LA} + C_{L\Omega}) (\vec{U} - \vec{V}) \wedge \vec{\Omega} + m C_{LS} (\vec{U} - \vec{V}) \odot \underline{\underline{S}} \quad (2.3)$$

où  $C_{LA}$  représente le coefficient de portance de Auton,  $C_{L\Omega}$  le coefficient dû aux corrections de vorticité et  $C_{LS}$  celui dû aux corrections de déformation. Dans notre écoulement, le produit contracté avec le tenseur des vitesses de déformation se réduit à :

$$(\vec{U} - \vec{V}) \odot \underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} -V_r & U - V_\theta & -V_z \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 0 & -\frac{B}{r^2} & 0 \\ -\frac{B}{r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B}{r^2} (U - V_\theta) \\ \frac{B}{r^2} V_r \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

La force de portance s'écrit alors dans le plan  $(r, \theta)$  :

$$\vec{F}_L = m_f \begin{bmatrix} \left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right) \left( 2A(C_{LA} + C_{L\Omega}) - \frac{B}{r^2}C_{LS} \right) \\ \dot{r} \left( 2A(C_{LA} + C_{L\Omega}) + \frac{B}{r^2}C_{LS} \right) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Soit en reprenant la démarche du paragraphe 2.1.1, les positions d'équilibre sont :

$$0 = -(1 + C_M) \frac{\left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right)^2}{r_0} + \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right) \left( 2A(C_{LA} + C_{L\Omega}) - \frac{B}{r_0^2}C_{LS} \right) + |g| \sin \theta_0 \quad (2.6a)$$

$$0 = \frac{3}{8R} C_D \left| Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right| \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right) + |g| \cos \theta_0 \quad (2.6b)$$

On voit grâce aux deux équations précédentes l'intérêt que l'on peut avoir à séparer les écoulements rotationnels purs et de déformation pure pour déterminer respectivement  $C_{LA} + C_{L\Omega}$  et  $C_{LS}$ , en mesurant des positions d'équilibre éventuelles. Or on a vu au paragraphe précédent qu'en écoulement rotationnel pur, de telles positions pouvaient exister. Ce n'était pas le cas en revanche pour les écoulements de déformation, puisque la portance y était identiquement nulle. A petit nombre de Reynolds ce n'est plus vrai, intéressons nous donc aux positions d'équilibre éventuelles pour  $A = 0$  dans les mêmes conditions que le paragraphe précédent.

Dans l'équation (2.6a), la force de portance est du signe du terme  $-\frac{B^2}{r_0^3}C_{LS}$ , donc dépend du signe du coefficient correcteur  $C_{LS}$ . Si ce dernier est positif, alors les forces de portance et de masse ajoutée sont du même signe et seule la force d'Archimède peut être positive radialement dans le cas où  $\theta_0 > 0$ , alors une position d'équilibre est possible. En revanche si le coefficient correcteur  $C_{LS}$  est négatif, il peut théoriquement exister des positions d'équilibre indépendamment du signe de  $\theta_0$ , les forces de portance et de masse ajoutée étant de signes opposées.

## 2.2 Etude de stabilité linéaire

Nous allons présenter dans cette section l'étude réalisée afin de prédire de façon analytique les positions d'équilibre de bulles injectées dans l'entrefer. Ces positions calculées, une étude de stabilité linéaire est ensuite entreprise afin de déterminer dans quelles conditions ces positions sont des points « attracteurs » du mouvement de la bulle. Nous entreprenons cette étude dans le cas général d'une particule de masse volumique  $\rho_B$  quelconque.



## 2.2.1 Détermination des positions d'équilibre

### Mise en équation

Partant de l'équation (1.25) projetée dans le plan  $(r, \theta)$  le système d'équations contrôlant la dynamique d'une inclusion s'écrit :

$$(\rho_B + C_M \rho) (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = \frac{-3}{8R} \rho C_D |\vec{U} - \vec{V}| \dot{r} - (1 + C_M) \rho \frac{(Ar + \frac{B}{r})^2}{r} + 2AC_L \rho \left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right) - (\rho_B - \rho) |g| \sin \theta \quad (2.7a)$$

$$(\rho_B + C_M \rho) (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = \frac{3}{8R} \rho C_D |\vec{U} - \vec{V}| \left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right) + 2AC_L \rho \dot{r} - (\rho_B - \rho) |g| \cos \theta \quad (2.7b)$$

avec  $\rho_B$ , la masse volumique de l'inclusion.

Or pour calculer une position d'équilibre potentielle, nous allons choisir de considérer les coefficients  $C_L$ ,  $C_M$  et  $C_D Re$  comme des conditions initiales, puis de les recalculer à chaque itération grâce au calcul de  $Re$  et de  $Sr$ . La partie du terme de traînée visqueuse :

$$\frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| \quad (2.8)$$

se réécrit

$$\frac{3}{8R} C_D |\vec{U} - \vec{V}| Re \frac{\nu}{2R |\vec{U} - \vec{V}|} \quad (2.9)$$

soit donc d'après la considération précédente :

$$D = \frac{3\nu}{16R^2} C_D Re = cte [s^{-1}] \quad (2.10)$$

La position d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$  satisfait aux conditions  $\dot{r} = \dot{\theta} = \ddot{r} = \ddot{\theta} = 0$  et on obtient alors :

$$0 = -(1 + C_M) \frac{(Ar_0 + \frac{B}{r_0})^2}{r_0} + 2AC_L \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right) + \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho} \right) |g| \sin \theta_0 \quad (2.11a)$$

$$0 = D \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right) + \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho} \right) |g| \cos \theta_0 \quad (2.11b)$$

L'objectif est donc de résoudre ce système de deux équations à deux inconnues  $(r_0, \theta_0)$ . Pour ce faire nous allons découpler les deux variables. En effet, on obtient très facilement la relation :

$$\tan \theta_0 = \frac{A(2C_L - (1 + C_M)) - (1 + C_M) \frac{B}{r_0^2}}{D} \quad (2.12)$$

qui est indépendante du paramètre  $\rho^* = \frac{\rho_B}{\rho}$ . Il nous reste donc à déterminer  $r_0$ . On utilise alors la relation  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ , soit en posant  $C = 2C_L - (1 + C_M)$  :

$$[(1 - \rho^*) |g|]^2 = \frac{(Ar_0^2 + B)^2}{r_0^2} \left[ D^2 + \frac{(ACr_0^2 - (1 + C_M)B)^2}{r_0^4} \right] \quad (2.13)$$

Soit après multiplication de chaque côté de l'équation (2.13) par  $r_0^6$  et développement, on obtient l'équation de degré huit en  $r_0$  suivante :

$$\begin{aligned} A^2 (D^2 + A^2 C^2) r_0^8 + [2AB (A^2 C^2 + D^2 - C (1 + C_M) A^2) - (1 - \rho^*)^2 g^2] r_0^6 \\ + B^2 [D^2 + A^2 ((1 + C_M)^2 + C^2 - 4C (1 + C_M))] r_0^4 \\ + 2AB^3 (1 + C_M) (1 + C_M - C) r_0^2 + (1 + C_M)^2 B^4 = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Reste alors à résoudre cette équation pour prédire les rayons d'équilibre possibles, c'est l'objet de la section suivante.

### Résolution numérique

L'équation (2.14) précédente est une équation de degré huit en  $r_0$ , mais de degré quatre en  $x_0 = r_0^2$ . Le problème est donc de chercher les racines positives réelles de cette équation en  $x_0$  telles que  $r_1 < \sqrt{x_0} < r_2$ . Nous avons donc écrit un algorithme sous Matlab permettant, à partir des données d'entrée  $(r_1, r_2, \omega_1, \omega_2, R, \rho_B, \rho, \nu, g)$  de calculer les solutions de cette équation. Cependant, il est nécessaire de fixer des valeurs initiales aux coefficients dynamiques adimensionnels  $C_L$ ,  $C_M$  et  $C_D$ . Dans un premier temps, c'est à dire pour la première itération, on fixe :

$$\begin{aligned} C_L &= 0.5 \\ C_M &= 0.5 \\ C_D &= \frac{16}{Re} \end{aligned} \quad (2.15)$$

En effet, on supposera dans tout le calcul que la bulle est non déformée, donc  $C_M = 0.5$ . Par ailleurs, dans la gamme des tailles de particules étudiées et des vitesses de rotation imposées, le nombre de Reynolds de bulle est généralement faible,  $Re < 60$  et même  $Re = O(1)$ , nous avons choisi un coefficient de traînée initial de type écoulement de Stokes  $C_D = \frac{16}{Re}$ . Enfin le but de l'étude étant de déterminer la variation du coefficient de portance à partir de la valeur de Auton, on choisit de fixer  $C_L = 0.5$  comme valeur initiale.

Si le polynôme possède des racines  $r_0$  dont la valeur est proche des rayons compris dans l'entrefer, on peut alors calculer  $\theta_0$  à l'aide de l'équation (2.12). On calcule alors le nombre de Reynolds  $Re = \frac{2R|Ar_0 + \frac{B}{r_0}|}{\nu}$  au point  $(r_0, \theta_0)$  et ainsi les coefficients dynamiques  $C_D$  et  $C_L$  en utilisant les relations (1.9) de Mei *et al.* (1994) pour une bulle ou (1.10)

de Clift *et al.* (1978) pour une sphère solide et (1.21) de Legendre & Magnaudet (1998). Avec ces nouvelles valeurs, on réitère le calcul de résolution de l'équation (2.14) puis de l'équation (2.12) et enfin à nouveau  $Re$ ,  $C_L$  et  $C_D$  jusqu'à convergence. Le résultat de ce programme est donc, si elle existe, une position d'équilibre calculée pour le cas d'une inclusion sphérique propre non déformée.

Plusieurs cas particuliers peuvent servir de tests à cette méthode. Commençons par le cas particulier d'une bulle dans un écoulement rotationnel pur, étudié par van Nierop (2003) notamment. Dans ce cas, en prenant les mêmes conditions initiales que celles de l'équation (2.15), on peut directement obtenir de façon analytique  $\theta_0$  et  $r_0$  au moyen des relations :

$$\theta_0 = \arctan\left(A\frac{C}{D}\right) \quad (2.16a)$$

$$r_0 = \frac{-(1-\rho^*)|g|\sin\theta_0}{A^2C} \quad (2.16b)$$

La figure 2.1 présente la convergence de  $(r_0, \theta_0)$  en fonction du nombre d'itérations pour le cas d'une bulle en écoulement rotationnel pur. On constate sur cette figure que la convergence est très rapidement réalisée, au bout de quatre itérations environ. Par ailleurs, les valeurs de  $Re$ ,  $C_D$  et  $C_L$  finales sont différentes de valeurs initiales fixées. Comparons les résultats de la première itération au résultat des relations (2.16a) et (2.16b). On trouve pour les deux méthodes exactement les mêmes valeurs, à savoir  $\theta_0 = 0.0099 \text{ rad}$  et  $r_0 = 0.0871 \text{ m}$ . Cependant, le nombre de Reynolds de la bulle est alors de  $Re = 5.22$ , il faut alors faire varier les valeurs des coefficients de portance et de traînée pour obtenir finalement avec les deux méthodes  $r_0 = 0.0669 \text{ m}$  et  $\theta_0 = 0.0133 \text{ rad}$ , avec  $Re = 4.016$ ,  $C_D = 5.184$ ,  $C_L = 0.317$  et  $Sr = \frac{2R\Omega}{|\vec{U}-\vec{V}|} = \frac{4RA}{Ar_0} = 0.119$ .

Un autre cas de validation peut être celui où l'on force  $g = 0 \text{ m.s}^{-2}$ . Dans ce cas la seule position d'équilibre possible est celle qui satisfait à la condition  $U = 0 \text{ m.s}^{-1}$ , soit  $r_0 = \sqrt{\frac{-B}{A}}$ . Avec les paramètres d'entrée précédents, en modifiant juste  $\omega_1 = -\omega_2$ , on trouve alors  $r_0 = 0.0728 \text{ m}$  de façon analytique. De même, on trouve que  $\sqrt{\frac{-B}{A}}$  est une racine de l'équation (2.14) lorsque  $g = 0 \text{ m.s}^{-2}$ . Enfin le calcul numérique donne deux racines réelles  $r_1 = 0.0746 \text{ m}$  et  $r_2 = 0.0709 \text{ m}$  qui sont de part et d'autre du point d'équilibre théorique, et  $\frac{r_1+r_2}{2} = r_0 = 0.0728 \text{ m}$ . La cause de l'apparition de deux racines proches de  $\sqrt{\frac{-B}{A}}$  au lieu d'une racine double de la même valeur est la divergence du coefficient de traînée  $C_D$  lorsque  $U$ , donc  $Re$  tend vers 0. Le programme de résolution ne peut plus alors résoudre l'équation (2.14) à proximité de  $\sqrt{\frac{-B}{A}}$ . Nous allons maintenant utiliser ce programme pour prédire des positions d'équilibre en gravité terrestre. Ainsi si l'on place une bulle dans un écoulement cisailé comme c'est le cas pour la figure 2.2, on peut prédire sa position d'équilibre lorsqu'elle existe en utilisant les relations sur  $C_L$  et  $C_D$  connues. Dans le cas présenté on trouve  $r_0 = 0.0828 \text{ m}$  et  $\theta_0 = -0.0066 \text{ rad}$  pour  $Sr = 0.04832$ .

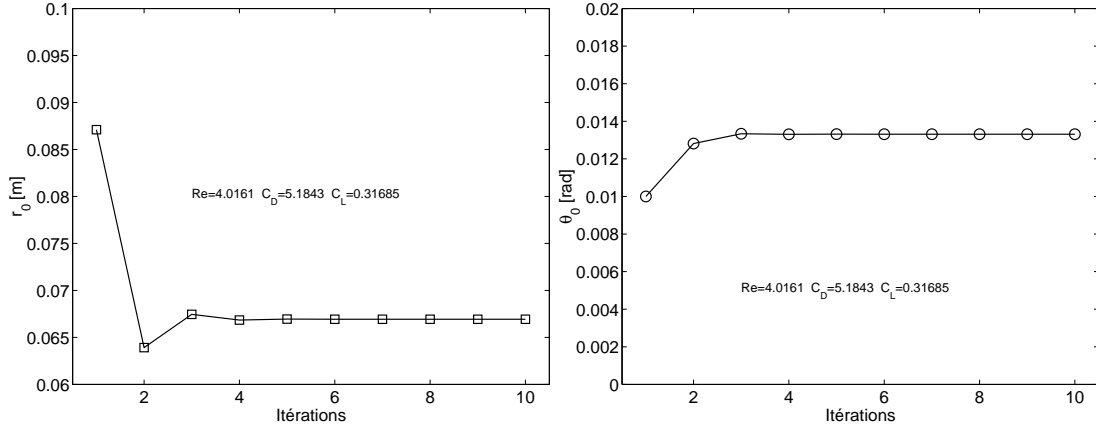


FIG. 2.1 – Exemple de position d'équilibre calculée pour une bulle dans un écoulement rotationnel pur avec les paramètres :  $r_1 = 0.06 m$ ,  $r_2 = 0.1 m$ ,  $\omega_1 = -1.5 rad.s^{-1}$ ,  $\omega_2 = -1.5 rad.s^{-1}$ ,  $R = 2.10^{-3} m$ ,  $\rho_B = 1 kg.m^{-3}$ ,  $\rho = 965 kg.m^{-3}$ ,  $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ ,  $g = 9.81 m.s^{-2}$

On remarque notamment en utilisant cet algorithme que, comme le prévoit la théorie, on diminue le rayon d'équilibre en augmentant la vitesse  $\omega_2$  toutes choses égales par ailleurs. En effet, lorsque c'est le cas, la résultante des forces de flottabilité varie peu dans le bilan dynamique orthoradial, et la bulle doit donc se déplacer sur un rayon plus faible pour retrouver une force de traînée lui permettant de l'équilibrer. On remarquera par ailleurs qu'en jouant sur la taille de l'inclusion, il est aisé de faire varier le nombre de Reynolds de bulle et ainsi de mettre en évidence les variations des coefficients hydrodynamiques avec  $Re$ .

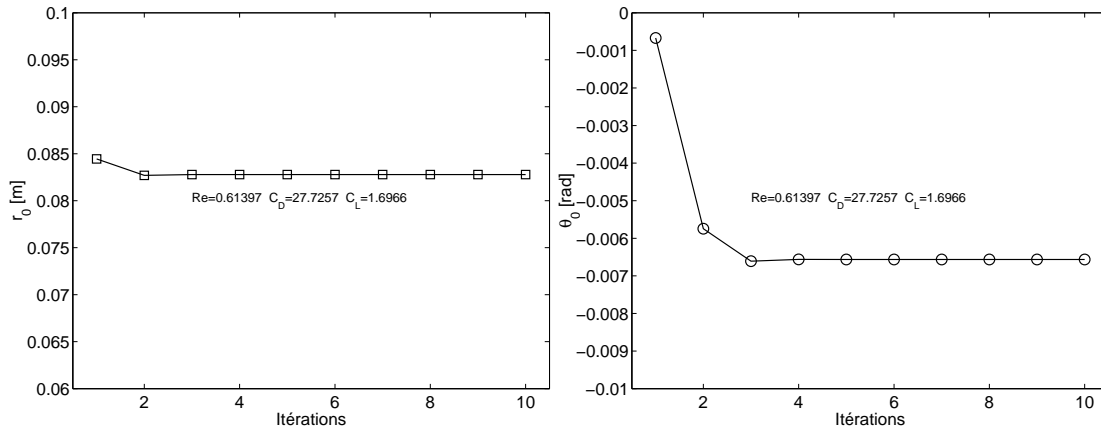


FIG. 2.2 – Exemple de position d'équilibre calculée pour une bulle dans un écoulement cisailé avec les paramètres :  $r_1 = 0.06 m$ ,  $r_2 = 0.1 m$ ,  $\omega_1 = 0 rad.s^{-1}$ ,  $\omega_2 = -0.5 rad.s^{-1}$ ,  $R = 1.10^{-3} m$ ,  $\rho_B = 1 kg.m^{-3}$ ,  $\rho = 965 kg.m^{-3}$ ,  $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ ,  $g = 9.81 m.s^{-2}$

Il est aussi possible de prédire des positions d'équilibre pour des sphères solides, c'est

le cas traité sur la figure 2.3. Dans cet exemple nous nous sommes intéressés à une sphère de densité un peu inférieure à celle du fluide environnant dans le cas d'un écoulement rotationnel pur. En raison du faible écart de densité, l'équilibre orthoradial n'est assuré que lorsque les forces de traînée sont faibles, la vitesse de rotation  $\omega$  de l'écoulement est donc petite. De fait, le nombre de Reynolds  $Re = \frac{2R|\omega|r_0}{\nu}$  sera lui aussi faible,  $Re < 1$ . Dans ce cas on peut admettre pour le coefficient de portance  $C_L$  la relation de Legendre & Magnaudet (2000) :

$$C_L^{Re < 1} = \frac{6}{\pi^2} \frac{R_\mu 2.255}{(ReSr)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 0.2 \frac{Re}{Sr}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.17)$$

où  $R_\mu = \frac{2+3\phi_\mu}{2(1+\phi_\mu)}$  avec  $\phi_\mu = \frac{\mu_B}{\mu}$  le rapport des viscosités dynamiques de l'inclusion et du fluide environnant. Dans la cas d'une bulle dans du liquide on retrouve bien pour  $\phi_\mu \ll 1$  et  $R_\mu = 1$  la relation (1.20). Pour une sphère solide dans du liquide on considère que  $\phi_\mu \gg 1$ , et donc  $R_\mu = \frac{3}{2}$ . On trouve alors  $r_0 = 0.0725 m$  et  $\theta_0 = -0.0038 rad$  avec  $Sr = 0.0552$ , avec effectivement un nombre de Reynolds petit devant un. Remarquons par ailleurs que dans le cas d'une sphère de très grande densité, en raison de la variation de signe de  $1 - \rho^*$ , la sphère n'atteint une position d'équilibre dans le même espace  $-\frac{\pi}{2} < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$  qu'en changeant aussi le signe de  $\omega$ .

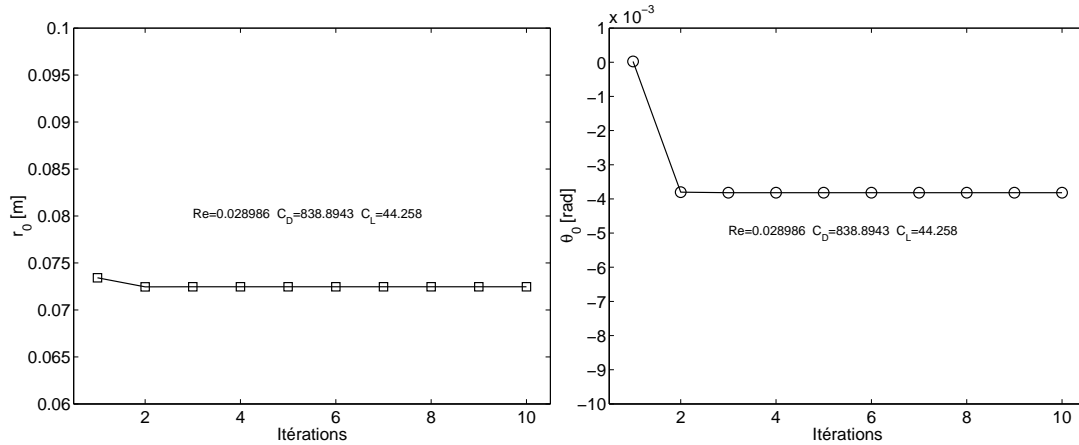


FIG. 2.3 – Exemple de position d'équilibre calculée pour une sphère solide dans un écoulement rotationnel pur avec les paramètres :  $r_1 = 0.06 m$ ,  $r_2 = 0.1 m$ ,  $\omega_1 = -0.02 rad.s^{-1}$ ,  $\omega_2 = -0.02 rad.s^{-1}$ ,  $R = 1.10^{-3} m$ ,  $\rho_B = 900 kg.m^{-3}$ ,  $\rho = 965 kg.m^{-3}$ ,  $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ ,  $g = 9.81 m.s^{-2}$

Enfin, intéressons nous au cas d'un écoulement irrotationnel pour une sphère solide, pour lequel  $A = 0$ , soit  $\omega_2 = \omega_1 \frac{r_1^2}{r_2^2}$ . L'équation (2.14) se simplifie pour s'écrire :

$$-(1 - \rho^*)^2 g^2 r_0^6 + B^2 D^2 r_0^4 + (1 + C_M)^2 B^4 = 0 \quad (2.18)$$

dans laquelle les trois effets de flottabilité, de viscosité et d'inertie sont responsables

de l'équilibre en l'absence de portance. On peut déduire l'angle d'équilibre de la relation :

$$\theta_0 = \arcsin \left( (1 + C_M) \frac{B^2}{r_0^3 (1 - \rho^*) |g|} \right) \quad (2.19)$$

Nous avons montré dans le paragraphe 2.1.1 qu'il existait théoriquement des positions d'équilibre pour des bulles pour de tels écoulements de déformation. La figure 2.4 présente une position d'équilibre calculée pour une bulle dans un écoulement irrotationnel.

On constate premièrement qu'il existe bien des positions d'équilibre pour les écoulements de déformation pure. En l'absence de rotationnel dans l'écoulement, on suppose les effets de portance nuls dans le bilan radial. Cependant le résultat présenté montre que les effets inertiels de masse ajoutée et de gravité peuvent se compenser. Par ailleurs, on retrouve le résultat de la discussion du paragraphe 2.1.1 à savoir que l'angle d'équilibre  $\theta_0$  est positif, ce qui est évident au vu de l'équation (2.19).

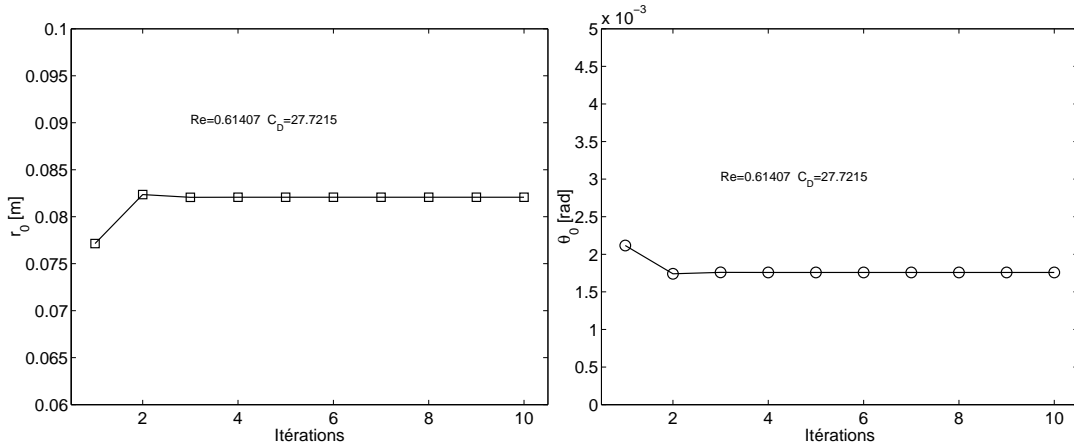


FIG. 2.4 – Exemple de position d'équilibre calculée pour une bulle dans un écoulement irrotationnel avec les paramètres :  $r_1 = 0.06 m$ ,  $r_2 = 0.1 m$ ,  $\omega_1 = -0.7 rad.s^{-1}$ ,  $\omega_2 = -0.252 rad.s^{-1}$ ,  $R = 1.10^{-3} m$ ,  $\rho_B = 1 kg.m^{-3}$ ,  $\rho = 965 kg.m^{-3}$ ,  $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ ,  $g = 9.81 m.s^{-2}$

## 2.2.2 Étude de stabilité linéaire

A présent que l'on peut calculer théoriquement les positions d'équilibre, il faut vérifier si celles-ci sont stables. Cela revient à déterminer si lorsque l'on écarte légèrement la bulle de sa position elle a tendance à revenir ou non vers cette position. En d'autres termes, il faut déterminer quels sont les critères qui font de ces positions des points attracteurs du mouvement de la bulle.

## Mise en équation

Dans cette section on considérera toujours les coefficients  $C_L$ ,  $C_M$  et  $C_D Re$  comme des constantes, et l'on gardera les notations de la section 2.2.1.

Partant des équations (2.7a) et (2.7b), on écrit à proximité du point d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$  que :

$$r = r_0 + \delta r \quad (2.20a)$$

$$\theta = \theta_0 + \delta \theta \quad (2.20b)$$

que l'on remplace dans ces deux équations de bilan selon  $r$  et  $\theta$  et où  $\delta r$  et  $\delta \theta$  représentent les petites perturbations à la position d'équilibre . On a alors :

$$\dot{r} = \dot{\delta r} \quad (2.21a)$$

$$\dot{\theta} = \dot{\delta \theta} \quad (2.21b)$$

et :

$$\ddot{r} = \ddot{\delta r} \quad (2.22a)$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\delta \theta} \quad (2.22b)$$

Le principe de l'étude stabilité linéaire consiste à développer à l'ordre un en  $\delta r$  et  $\delta \theta$  les équations obtenues et à étudier le comportement de  $\delta r$  et  $\delta \theta$  en fonction du temps. Après développement, et substitution des équations d'équilibre (2.11a) et (2.11b), on obtient :

$$\begin{aligned} (\rho^* + C_M) \ddot{\delta r} = & -D\dot{\delta r} - (1 + C_M) \frac{\delta r}{r_0} \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right) \left( A - 3\frac{B}{r_0^2} \right) \\ & + 2AC_L \left( \delta r \left( A - \frac{B}{r_0^2} \right) - r_0 \dot{\delta \theta} \right) + (1 - \rho^*) |g| \delta \theta \cos \theta_0 \end{aligned} \quad (2.23a)$$

$$\begin{aligned} (\rho^* + C_M) r_0 \ddot{\delta \theta} = & D \left( \delta r \left( A - \frac{B}{r_0^2} \right) - r_0 \dot{\delta \theta} \right) + 2AC_L \dot{\delta r} \\ & - (1 - \rho^*) |g| \delta \theta \sin \theta_0 \end{aligned} \quad (2.23b)$$

Afin d'étudier l'évolution temporelle de  $\delta r$  et  $\delta \theta$ , on pose alors :

$$\delta r = r_p e^{\lambda t} \quad (2.24a)$$

$$\delta \theta = \theta_p e^{\lambda t} \quad (2.24b)$$

où  $r_p$  et  $\theta_p$  sont respectivement les amplitudes initiales des perturbations radiales et orthoradiales et où  $\lambda$  est une valeur propre complexe. Le système dynamique se réécrit, après simplification par le terme  $e^{\lambda t}$ , sous la forme :

$$\begin{aligned} 0 = & r_0 \theta_p [2AC_L \lambda + (\rho^* - 1) |g| \cos \theta_0] \\ & + r_p \left[ (\rho^* + C_M) \lambda^2 + D\lambda - 2AC_L \left( A - \frac{B}{r_0^2} \right) + \frac{(1 + C_M)}{r_0} \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right) \left( A - 3\frac{B}{r_0^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.25a)$$

$$\begin{aligned} 0 = & r_p \left[ -2AC_L \lambda - D \left( A - \frac{B}{r_0^2} \right) \right] \\ & + r_0 \theta_p [(\rho^* + C_M) \lambda^2 + D\lambda + (1 - \rho^*) |g| \sin \theta_0] \end{aligned} \quad (2.25b)$$

On cherche alors le déterminant de ce système en  $(r_p, \theta_p)$  qui s'écrit sous la forme d'un polynôme de degré quatre en  $\lambda$ . Notant  $E = \frac{(1+C_M)}{r_0} \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right) \left( A - 3\frac{B}{r_0^2} \right)$ , le polynôme s'écrit finalement :

$$\begin{aligned}
0 = & (\rho^* + C_M)^2 \lambda^4 + 2D(\rho^* + C_M) \lambda^3 & (2.26) \\
& + \left[ D^2 + 4A^2 C_L^2 + (\rho^* + C_M) \left( (1 - \rho^*) \frac{|g|}{r_0} \sin \theta_0 + E - 2AC_L \left( A - \frac{B}{r_0^2} \right) \right) \right] \lambda^2 \\
& + \left[ (1 - \rho^*) \frac{|g|}{r_0} (D \sin \theta_0 - 2AC_L \cos \theta_0) + ED \right] \lambda \\
& + (\rho^* - 1) \frac{|g|}{r_0} \left( D \left( A - \frac{B}{r_0^2} \right) \cos \theta_0 + \left( 2AC_L \left( A - \frac{B}{r_0^2} \right) - E \right) \sin \theta_0 \right)
\end{aligned}$$

Les racines complexes de ce polynôme sont indépendantes de  $(r_p, \theta_p)$ , c'est à dire de la perturbation initiale. L'objectif est donc d'étudier les variations des parties réelles et imaginaires des racines  $\lambda_0$  de ce polynôme en fonction des différents paramètres d'étude pour les positions d'équilibre déterminées dans la section précédente. En effet, le signe de la partie réelle de  $\lambda_0$  sera caractéristique de la croissance ou de la décroissance de  $\delta r$  et/ou  $\delta \theta$ , donc de l'amplification de la perturbation. Si  $\lambda_0$  est à partie réelle négative, on dira que la position d'équilibre est stable. La partie imaginaire de  $\lambda_0$  est quant à elle représentative de la pulsation à laquelle la bulle se déplacerait, dans un mouvement en spirale, pour se rapprocher ou s'éloigner de la position d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$ .

Afin de chercher les racines de ce polynôme, nous avons utilisé une résolution numérique en utilisant le logiciel Matlab. Les résultats de ces calculs sont présentés dans la section suivante.

### Résolution numérique

Lorsque le système des équations (2.14) et (2.12) admet une solution  $(r_0, \theta_0)$  grâce à la méthode présentée dans la section 2.2.1, tous les coefficients de l'équation (2.26) peuvent être calculés. Les racines de ce polynôme sont alors calculées numériquement. Ce polynôme étant de degré quatre, il admet quatre racines complexes. Ce sont soit des racines réelles, soit des racines complexes conjuguées. Afin de déterminer la stabilité de la position d'équilibre calculée, on s'intéresse alors à la partie réelle de ces racines  $\lambda_0$ . On trace alors généralement ces racines dans le plan  $(Re(\lambda), Im(\lambda))$ , c'est ce qui a été effectué pour les quatre exemples de la section 2.2.1 dans la figure 2.5.

Pour les trois premiers cas où  $A \neq 0$ , les quatre racines se sont présentées sous la forme de deux racines complexes conjuguées. Ces racines ayant des parties réelles négatives, on peut affirmer que les trois positions d'équilibre sont stables. Cependant, on notera que dans tous les cas, la valeur absolue de la partie réelle de l'une des racines est très proche de zéro, mais non nulle. En conséquence, une bulle, ou une sphère solide ( $\rho^* < 1$ ), ayant été déplacée de la position d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$  de  $\delta r$  et/ou  $\delta \theta$  aura tendance à y revenir avec une pulsation  $Im(\lambda)$  mais, l'amplitude de l'écart à la position d'équilibre ne faiblira



que lentement. Par conséquent, un observateur du phénomène aurait plutôt tendance à parler de trajectoire d'équilibre.

Dans le dernier cas, celui d'un écoulement de déformation pure, les quatre racines sont strictement réelles. Trois sont négatives, mais la quatrième est strictement positive. La position d'équilibre trouvée dans le paragraphe 2.2.1 est donc instable. C'est un résultat général retrouvé pour plusieurs simulations, en écrivant la portance comme une force d'inertie due aux effets de vorticité, il n'existe pas de positions d'equilibres stables pour les écoulements irrotationnels. On en déduit que les effets de portance sont des effets stabilisants dans l'écoulement étudié.

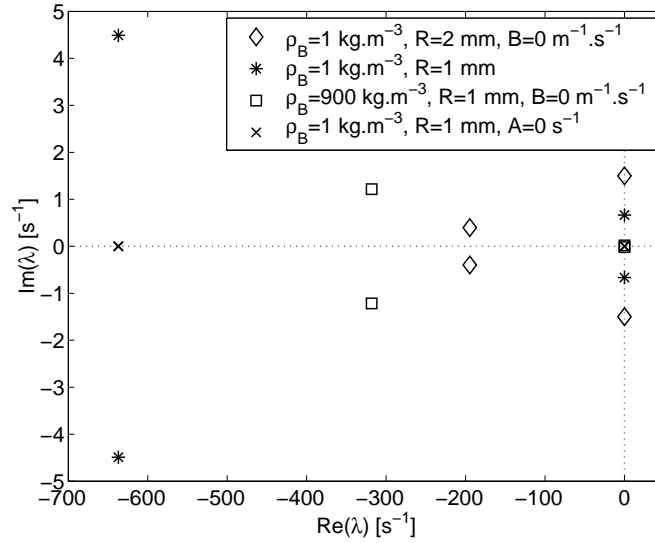


FIG. 2.5 – Racines de l'équation (2.26) dans le plan complexe  $(Re(\lambda), Im(\lambda))$  pour les quatre cas traités dans la section 2.2.1 avec les paramètres :  $r_1 = 0.06 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0.1 \text{ m}$ ,  $\rho = 965 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\nu = 1.10^{-4} \text{ m}^2.s^{-1}$ ,  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$

Le fait que dans les trois cas rotationnels précédents, la condition de stabilité soit respectée pourrait laisser à penser que les positions d'equilibre des équations (2.11a) et (2.11b) sont inconditionnellement stables pour  $A \neq 0$ . Cependant, le signe de  $(1 - \rho^*)$ , qui est celui du terme en  $\lambda^0$  dans l'équation (2.26)  tait dans ces trois cas positif. Or van Nierop (2003) a montré que dans le cas d'un écoulement rotationnel pur, lorsque le signe de  $(1 - \rho^*)$  est négatif, c'est à dire lorsque la masse volumique de la particule est supérieure à celle du fluide environnant, il apparaît une bifurcation dans le diagramme de stabilité. Nous avons donc tracé dans la figure 2.6 les racines de plusieurs points d'equilibre calculés en faisant varier la densité de particules sphériques de même taille entre 0 et 2 pour des écoulements rotationnels purs. Le résultat montre que, quelle que soit  $\rho_B$ , pour les positions d'equilibre calcul es, on trouve toujours deux racines à valeurs réelles négatives. Les autres racines ont des valeurs absolues très faibles, nous avons donc effectué un zoom sur ces dernières racines. On constate alors que lorsque  $(1 - \rho^*)$  est positif, les racines sont

complexes conjuguées à parties réelles négatives. Au contraire, lorsque  $(1 - \rho^*)$  est négatif, on obtient deux racines réelles pures, l'une positive, l'autre négative. Dans ce dernier cas, les positions d'équilibre sont donc instables, le signe de  $(1 - \rho^*)$  est donc caractéristique d'une bifurcation dans la stabilité des positions d'équilibre. Par ailleurs, si l'on s'intéresse au cas  $\rho_B = \rho$ , les positions d'équilibre sont les mêmes que celles trouvées dans la section 2.2.1 pour le cas  $g = 0$ . L'équation (2.26) se simplifie alors grandement et possède une racine réelle double  $\lambda = 0$ . On retrouve bien la bifurcation évoquée.

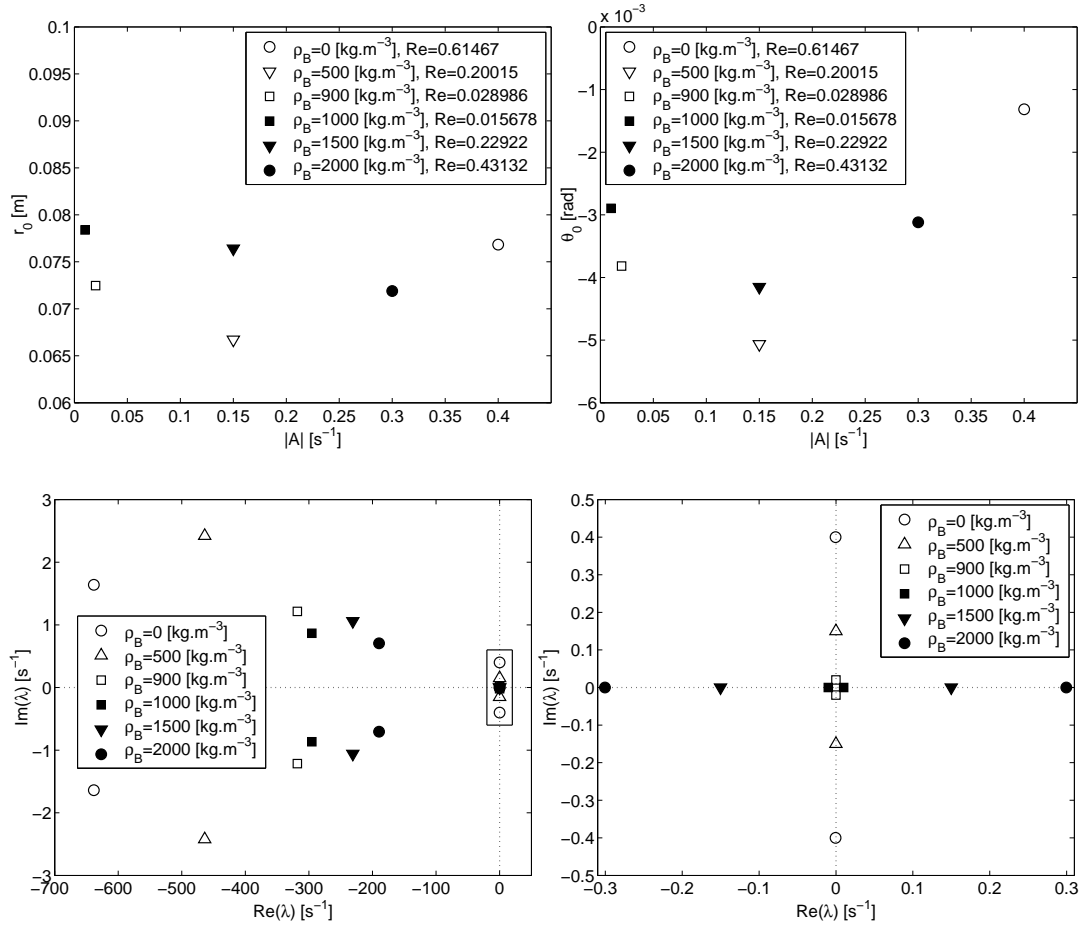


FIG. 2.6 – Positions d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$  et racines de l'équation (2.26) dans le plan complexe  $(Re(\lambda), Im(\lambda))$  pour plusieurs valeurs de  $\rho_B$  dans un écoulement rotationnel pur avec les paramètres :  $r_1 = 0.06$  m,  $r_2 = 0.1$  m,  $R = 1.10^{-3}$  m,  $\rho = 965$  kg.m<sup>-3</sup>,  $\nu = 1.10^{-4}$  m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>,  $g = 9.81$  m.s<sup>-2</sup>

Une première conclusion tendrait donc à montrer que les conditions nécessaires à la stabilité des positions d'équilibre du mouvement de la particule, lorsqu'elles existent, sont  $A \neq 0$  et  $\rho_B < \rho$ . Cependant, si l'on s'intéresse à un cas  $\rho^* = cte$  et que l'on fait varier les paramètres de rotation  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , comme nous le présentons pour une bulle dans la figure 2.8, on se rend compte que le domaine de stabilité des positions d'équilibre trouvées est relativement vaste et complexe.

En effet, quelque soit le cas étudié il est très facile à partir de l'équation 2.11b de trouver la vitesse de rotation  $\omega_2$  à imposer pour obtenir une position d'équilibre lorsque l'on connaît le fluide utilisé et les dimensions des cylindres et de la particule. En supposant  $D = cte$  et  $\cos \theta_0 \approx 1$  et prenant comme approximation  $D \approx \frac{3\nu}{R^2}$  avec  $C_D \approx \frac{16}{Re}$ , on peut écrire :

$$\omega_2 \approx \frac{(\rho^* - 1)g}{D \left( \frac{r_1 + r_2}{2} \right)} \quad (2.27)$$

Ainsi on trouve les résultats présentés dans le tableau 2.2. Ces valeurs sont proches de celles trouvées numériquement pour assurer une position d'équilibre.

$\omega_2 [rad.s^{-1}]$	$\rho_B = 1 kg.m^{-3}$	$\rho_B = 500 kg.m^{-3}$	$\rho_B = 900 kg.m^{-3}$
$R = 1 mm$	-0.408	-0.197	-0.028
$R = 2 mm$	-1.633	-0.788	-0.110

TAB. 2.2 – Valeurs approximatives de  $\omega_2$  nécessaires pour obtenir une position d'équilibre pour une particule de rayon  $R$  connu avec les paramètres :  $r_1 = 0.06 m$ ,  $r_2 = 0.1 m$ ,  $\rho = 965 kg.m^{-3}$ ,  $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ ,  $g = 9.81 m.s^{-2}$

Rappelons ici que des études expérimentales précédentes (van Nierop, 2003; Naciri, 1992) ont montré l'existence et la stabilité de positions d'équilibre pour des bulles dans des écoulements rotationnels purs. Nous avons rapporté sur la figure 2.7 des trajectoires de bulles observées expérimentalement par van Nierop pour différents paramètres expérimentaux. On peut remarquer que les bulles tendent bien vers une trajectoire d'équilibre de faible amplitude voire en fonction des cas vers une position d'équilibre stable.

Nous nous sommes finalement intéressés à la stabilité des positions d'équilibre en fonction des vitesses de rotation des cylindres pour une bulle de diamètre constant (figure 2.8). En d'autres termes la stabilité des positions d'équilibre est étudiée vis à vis des caractéristiques de l'écoulement, déformation et rotation. Nous sommes partis de la valeur trouvée dans le tableau 2.2 pour ce cas avec  $\omega_1 = 0 s^{-1}$ . On constate qu'en faisant varier  $\omega_1$  dans un premier temps, puis  $\omega_2$ , il est possible de trouver une infinité de positions d'équilibre. Il est même possible pour un doublet  $(\omega_1, \omega_2)$  donné de trouver deux positions d'équilibre telles que  $r_1 < r_0 < r_2$ . Cependant, toutes les positions d'équilibre trouvées ne sont pas forcément stables. Ainsi tant que  $|\omega_1| \leq |\omega_2|$  l'unique position d'équilibre trouvée est toujours stable. En revanche lorsque les deux sens de rotation sont opposés et que la vitesse du cylindre intérieur est supérieure à celle du cylindre extérieur  $\omega_1 r_1 \geq |\omega_2 r_2|$  l'une des deux positions d'équilibre est stable et l'autre instable. En augmentant encore la vitesse de rotation du cylindre extérieur, ces deux positions se rapprochent, et il finit par n'en rester qu'une, instable. Au contraire lorsque les deux cylindres tournent dans le même

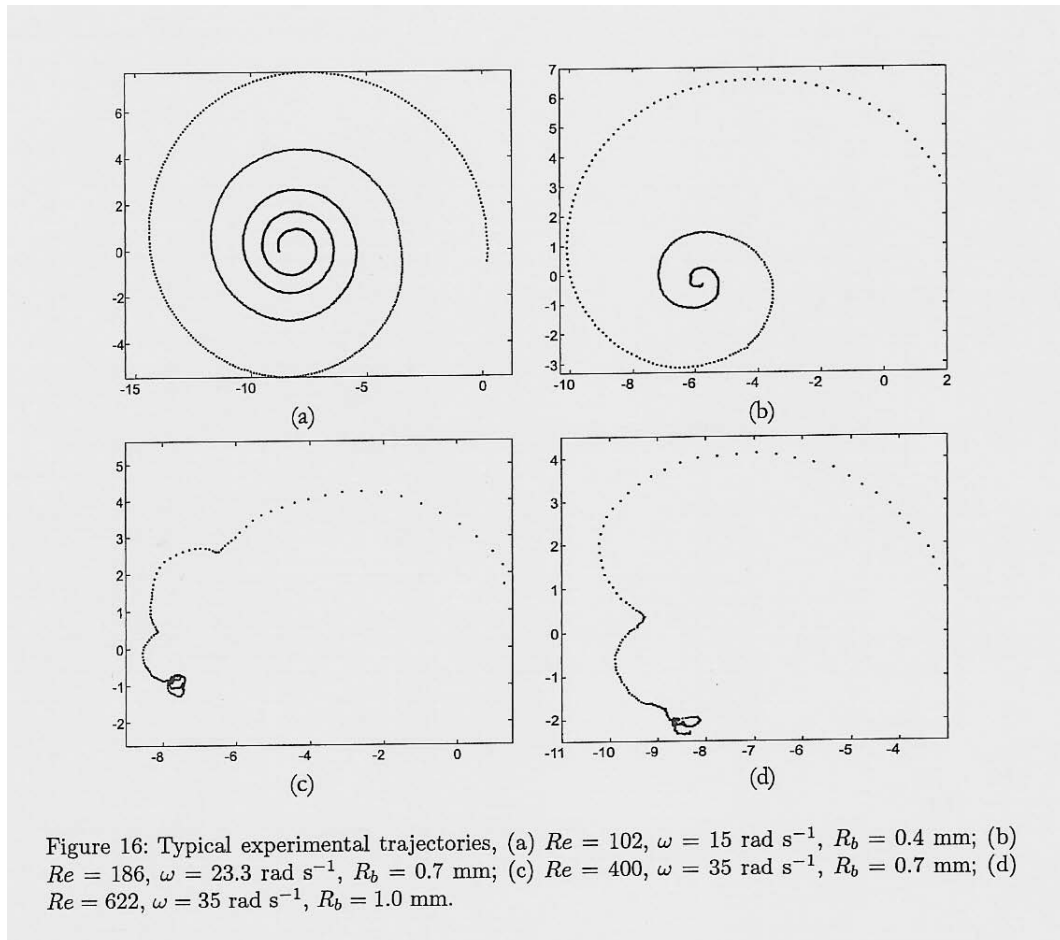


FIG. 2.7 – Exemples de trajectoires expérimentales observées par van Nierop dans un écoulement rotationnel pur, tiré de la figure 16 de van Nierop (2003).  $R_b$  est le rayon de la bulle observée. Les abscisses et les ordonnées sont en  $mm$  et le point  $(0; 0)$  correspond au centre du cylindre horizontal unique.

sens, il est nécessaire d'augmenter  $\omega_2$  afin de trouver une position d'équilibre pour laquelle les vitesses des deux cylindres sont égales  $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$ . Dans ce cas la vitesse du fluide dans l'écoulement est quasiment constante et il existe deux positions d'équilibre l'une stable et l'autre non. En augmentant toujours  $\omega_2$ , on peut trouver une position d'équilibre unique pour le cas  $\omega_1 r_1^2 = \omega_2 r_2^2$  qui est instable comme nous l'avons vu précédemment. Enfin, lorsque  $\omega_2 = 0$ , la position d'équilibre unique est elle aussi instable.

Ce comportement général a été retrouvé pour les six cas du tableau 2.2 avec les valeurs de  $\omega_2$  théoriques présentées. Seules les limites des comportements varient. Ainsi même si pour la bulle, il existe des positions uniques d'équilibre stables de surcroît pour  $|\omega_1| > |\omega_2|$ , ce n'est pas le cas pour les sphères solides telles que  $\rho^* > 0.5$ .

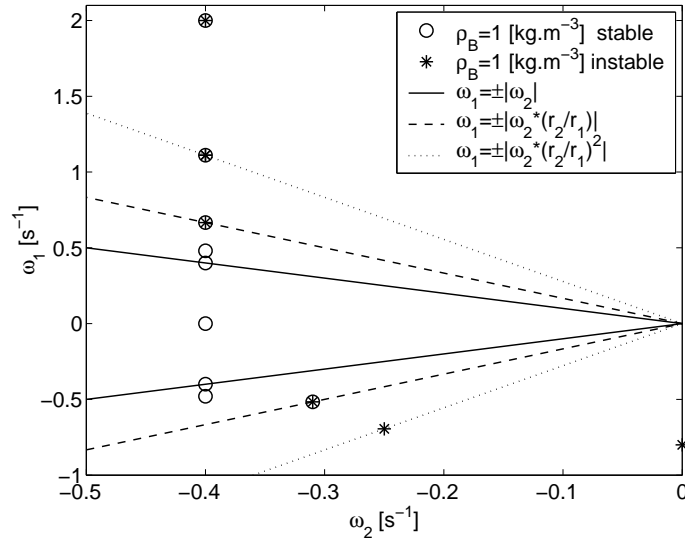


FIG. 2.8 – Stabilité des positions d'équilibre d'une bulle en fonction des vitesses de rotation  $\omega_1$  et  $\omega_2$  des cylindres avec les paramètres :  $r_1 = 0.06 \text{ m}$ ,  $r_2 = 0.1 \text{ m}$ ,  $R = 1.10^{-3} \text{ m}$ ,  $\rho = 965 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\nu = 1.10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ,  $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$

Afin d'expliquer physiquement ces critères de stabilité, ramenons les en termes de déformation et de rotationnel à l'aide des termes  $B$  et  $A$  qui les caractérisent. Nous avons déjà vu les cas d'écoulements de déformation pure,  $A = 0$ , et rotationnels purs,  $B = 0$ , qui sont respectivement instables et stables pour toutes les particules telles que  $\rho^* < 1$ . Le critère  $\omega_1 > \omega_2$  lorsque les deux cylindres ont le même sens de rotation n'est autre que  $B > 0$ , autrement dit que le terme de déformation angulaire est négatif, de sorte que le gradient de vitesse  $\frac{dU}{dr} = A - \frac{B}{r^2}$  décroît dans l'entrefer. Cependant lorsque les deux cylindres tournent en sens opposé, une condition permettant d'assurer l'existence d'une position d'équilibre stable est  $\omega_1 + \omega_2 \leq 0$ , donc la condition générale assurant l'existence d'une position d'équilibre stable peut s'écrire  $\omega_1^2 - \omega_2^2 \leq 0$ , avec dans le cas que nous étudions  $\omega_2 < 0$ . Cette condition peut aussi s'écrire  $|\omega_1| \leq |\omega_2|$ , la vitesse de rotation, en valeur absolue, du cylindre extérieur doit être plus grande que celle du cylindre intérieur.

On peut agrandir ce domaine, pour assurer l'existence d'une position d'équilibre stable et d'une autre instable, avec la condition  $\omega_1 r_1 > \omega_2 r_2$ , c'est à dire que la vitesse du cylindre intérieur est plus grande que celle du cylindre extérieur. Cependant ce domaine de stabilité est limité à une valeur  $\omega_1$  qui dépend de  $\rho^*$ .

En conclusion à cette étude de stabilité linéaire, on peut considérer que les conditions observées décrivant l'existence d'une position d'équilibre stable du mouvement de la particule lorsque  $\omega_2 < 0$  sont  $\rho_B < \rho$  et  $\omega_1^2 - \omega_2^2 \leq 0$ . Dans nos expérience dont les résultats sont présentés au chapitre 8, nous nous placerons dans ces conditions.

# Chapitre 3

## Hydrodynamique d'une bulle isolée en milieu confiné. Influence de la paroi.

Ce chapitre est dédié à l'étude analytique et théorique de l'influence d'une paroi sur la dynamique d'une bulle isolée. Plus particulièrement, l'intérêt est d'établir les bilans dynamiques radiaux et orthoradiaux dans la géométrie cylindrique spécifique étudiée et dans les régimes inertiels appropriés. En effet, dans l'étude expérimentale du chapitre 8, l'étude des positions d'équilibre des bulles permettent de déterminer l'influence de la proximité d'une paroi sur les coefficients hydrodynamiques.

Les résultats de ce chapitre sont largement inspirés de Juaneda & Colin (2004).

### 3.1 Introduction

Dans le cas d'un régime hydrodynamique faiblement inertiel, le nombre de Reynolds  $Re$  caractéristique de ce régime est faible mais non nul,  $Re \ll 1$ . La région de l'écoulement perturbée par la présence de la bulle est caractérisée par la longueur de Stokes  $L_S = \frac{R}{Re}$ . Dans le cas d'un régime à faible nombre de Reynolds, cette longueur devient alors très importante et même supérieure à la distance à la paroi la plus proche dans certains cas. De fait l'influence de la proximité des parois ne peut alors plus être négligée dans la solution des équations de Stokes. Magnaudet *et al.* (2003) ont étudié l'effet de la proximité d'une paroi sur le bilan dynamique d'une inclusion de densité et de viscosité arbitraires, bulle, goutte ou sphère solide. Ils ont établi les expressions de ces forces pour des distances à la paroi, notée  $l$ , de l'ordre de quelques rayons de bulles. Introduisant la longueur adimensionnelle  $\frac{1}{\kappa} = \frac{l}{R}$ , ces forces sont valables dans l'hypothèse où  $\kappa < 0.5$ .

Introduisons à présent le nombre d'Ohnesorge  $Oh = \frac{Re}{Ca} = \frac{2R\sigma}{\rho\nu^2}$  comparant les effets inertiels et de déformation. Pour le cas d'un écoulement avec une phase continue de forte viscosité, ce nombre peut être d'ordre 1,  $Oh = \mathcal{O}(1)$ , les corrections à la solution de Stokes dues aux effets d'inertie et de déformation sont alors du même ordre de grandeur (Magnaudet *et al.*, 2003). Dans ce cas, une force de migration induite par la déformation

de la particule intervient dans le bilan dynamique. Cette force a été identifiée par Chan & Leal (1979) notamment pour des écoulements tels que  $Oh = o(1)$  où elle est prédominante.

Dans ces conditions, les différentes forces agissant sur une bulle à proximité d'une paroi sont la force de traînée incluant une correction de Fåxen, la force de migration due aux effets inertiels et la force de migration due à la déformation de la bulle (Magnaudet *et al.*, 2003).

## 3.2 Expression des forces

Partant du bilan général établi par Magnaudet *et al.*, le cas d'une bulle dans un fluide très visqueux à proximité d'une paroi dans la configuration cylindrique de notre expérience va être étudié.

### La force de traînée de Stokes

Cette force quasi stationnaire notée  $F_{DS}^{\vec{}}$  s'écrit pour une bulle sous la forme d'un développement à l'ordre 3 en  $\kappa$  :

$$F_{DS}^{\vec{}} = 4\pi\mu R \left\{ \left( 1 + \frac{3}{8}\kappa + \frac{9}{64}\kappa^2 + \frac{27}{512}\kappa^3 \right) (\vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta) + \left( 1 + \frac{3}{4}\kappa + \frac{9}{16}\kappa^2 + \frac{27}{64}\kappa^3 \right) (\vec{U}_r - \vec{V}_r) \right\} + \mathcal{O}(\kappa^4) \quad (3.1)$$

Expression qui dégénère bien vers l'expression connue pour une bulle en milieu infini ( $\kappa \rightarrow 0$ ). Notons ici que les parois sont dans notre cas de figure toujours orthogonales à  $\vec{e}_r$  et parallèles à  $\vec{e}_\theta$ . Le signe de cette force dépend des signes des composantes de la vitesse de glissement  $(\vec{U} - \vec{V})$ . De l'expression de ces forces on peut en déduire que la force de traînée visqueuse que subit une bulle dans son mouvement par rapport à la phase fluide tend à augmenter avec la proximité de la paroi.

### La force de Fåxen

En raison de l'interaction du gradient de vitesse avec la paroi, une correction de type Fåxen (Fåxen, 1921), notée  $F_F^{\vec{}}$ , doit être prise en compte :

$$\vec{F}_F = -\frac{\pi}{2}\mu R^2 \alpha \left( 1 + \frac{3}{8}\kappa \right) \kappa^2 \vec{e}_\theta + \mathcal{O}(\kappa^4) \quad (3.2)$$

Le terme  $\alpha$  correspond ici au cisaillement local responsable de cette force. On constate que cette force est exclusivement orthoradiale et que son signe dépend du signe de  $\alpha$ , à savoir du signe du gradient de vitesse par rapport à la paroi. Cette force voit sa valeur absolue augmenter avec la proximité de la paroi et, en fonction du signe de  $\alpha$  qui est le taux de cisaillement de l'écoulement, la bulle peut avoir tendance à aller plus vite que la phase fluide dans son mouvement orthoradial.



### La force de migration inertielle

L'expression de cette force de migration due au cisaillement, à la vitesse de glissement de la bulle et à leur interaction est notée  $F_{LG}^{\vec{}}$  et n'est valable dans l'étude de Magnaudet *et al.* que pour des faibles valeurs de  $l^* = \frac{l}{L_G}$ , où  $L_G = \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{1/2}$  est la longueur de Saffman caractéristique de la région sensible aux perturbations inertielles induites par la bulle (Magnaudet *et al.*, 2003). A partir de leur expression de la correction inertielle il est possible d'écrire cette force à l'ordre 1 en  $\kappa$  en la multipliant par le nombre de Reynolds  $Re$  :

$$F_{LG}^{\vec{}} = \rho R^2 \frac{\pi}{4} \left[ \frac{11}{6} R\alpha \left( \vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta \right) (\kappa^{-1} + 1.125 + 1.023\kappa) + \frac{11}{18} R^2 \alpha^2 (1 + 0.375\kappa) + \left( \vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta \right)^2 (1 + 0.125\kappa) \right] \vec{e}_r + \mathcal{O}(\kappa^2) \quad (3.3)$$

Cette force de portance radiale comprend un premier terme dû à l'interaction du cisaillement et de la vitesse de glissement orthoradial de la bulle, le signe de ce terme varie avec les signes de  $\alpha$  et de  $(\vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta)$ . Ce terme est dominant lorsque la bulle s'éloigne de la paroi et diverge totalement en milieu infini. Les deux autres termes proviennent respectivement des interactions du cisaillement et du glissement avec la paroi et sont toujours positifs. En réalité, ils ont toujours tendance à écarter la bulle de la paroi. L'expression de la force telle qu'elle est présentée correspond donc au cas d'une bulle à proximité du cylindre intérieur, et pour le cas opposé d'une bulle à proximité du cylindre extérieur, il faudrait multiplier ces deux termes par  $-1$ . Notons enfin que l'influence relative de ces deux derniers termes grandit avec la proximité de la paroi.

### La force de migration due à la déformation de la bulle

Dans le cas où les valeurs du nombre d'Ohnesorge  $Oh$  ne sont pas trop grandes,  $Oh \simeq 1$ , les effets de la déformation de la bulle sur sa dynamique doivent être pris en compte. Magnaudet *et al.* donnent une expression de la force de migration  $F_{L\delta}^{\vec{}}$  due à cette déformation pour une inclusion de viscosité et de masse volumique arbitraires. Pour le cas particulier d'une goutte en flottaison neutre dans un écoulement cisailé linéaire vérifiant  $\frac{R\alpha}{|\vec{U}-\vec{V}|} = 1$ , ils retrouvent ainsi le résultat établi par Chan & Leal (1979) que les mêmes auteurs ont validé expérimentalement (Chan & Leal, 1980). Dans le cas présent, c'est le résultat obtenu par Magnaudet *et al.*, qui a apporté une correction sur l'un des facteurs, qui est présenté. Notons que dans le cas de cette force de migration induite par la déformation, la correction calculée par Magnaudet *et al.* est multipliée par le nombre capillaire  $Ca = \frac{\mu|\vec{U}-\vec{V}|}{\sigma}$  pour obtenir la force résultante :

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{L\delta} = & \frac{\mu^2 R \pi}{\sigma} \frac{\pi}{20} \left[ 2 \left[ -8R\alpha \left( \vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta \right) \left( 1 + \frac{3}{8}\kappa + \frac{9}{64}\kappa^2 \right) + 3 \left( \vec{U}_r - \vec{V}_r \right)^2 \kappa^2 \right] \right. \\
& \left. + \frac{338}{7} R^2 \alpha^2 \kappa^2 \right] \vec{e}_r + \mathcal{O}(\kappa^3)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Cette force radiale comprend un premier terme dont le signe dépend des signes respectifs de la vitesse de glissement orthoradiale et du cisaillement. Les deux autres termes sont responsables d'une migration toujours opposée à la paroi donc doivent être multipliés par un signe négatif ou positif suivant la valeur du produit scalaire de  $\vec{e}_r$  et de la normale à la paroi étudiée. Notons enfin que ces deux derniers termes en  $\mathcal{O}(\kappa^2)$  n'agissent qu'en très proche paroi.

### 3.3 Raccordement des comportements asymptotiques de la force de migration inertielle $\vec{F}_{LG}$

Le cas d'une bulle en très proche paroi ( $\kappa < 0.5$ ) est différent du cas asymptotique d'une bulle en milieu infini de Saffman (1965) où  $l^*$  est grand. Il est par ailleurs possible de se trouver dans une situation intermédiaire entre ces deux cas. Ce type de cas intermédiaire a été étudié pour une sphère solide par McLaughlin (1993). Il a raccordé les deux comportements lorsque la particule suit les lignes de courant et est soumise à une force de portance, orthogonale à celles-ci, dans le sens du gradient de cisaillement.

Ce raccordement se fait au moyen d'un coefficient  $J(l^*, \varepsilon)$  calculé numériquement et tabulé. Dans ce cas, le rapport  $\varepsilon = \frac{(\alpha\nu)^{1/2}}{|\vec{U} - \vec{V}|}$  des longueurs de Stokes  $L_S = \frac{\nu}{|\vec{U} - \vec{V}|}$  et de Saffman  $L_G$  tend vers l'infini, de sorte que la force de migration inertielle équivalente s'écrive pour une sphère solide (McLaughlin, 1993) :

$$F_{LG} = \frac{9}{\pi} \mu R^2 \left| \vec{U} - \vec{V} \right| \left( \frac{\alpha}{\nu} \right)^{1/2} J(l^*, \varepsilon) \tag{3.5}$$

On reconnaît alors en utilisant l'équation (4.18) de McLaughlin le coefficient  $J = \frac{\pi^2}{16} \left( \frac{1}{\varepsilon} + \frac{11}{6} l^* \right)$  provenant de la théorie de Cox & Hsu (1977) et dont le terme dominant en  $l^* = \frac{R\kappa^{-1}}{L_G}$  s'accorde avec celui en  $\kappa^{-1}$  de l'équation (47b) de Magnaudet *et al.* (2003) écrit pour une sphère solide et multiplié par le nombre de Reynolds  $Re = \frac{2R|\vec{U} - \vec{V}|}{\nu}$  caractérisant la correction de type inertielle :

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{LG} = & \rho R^2 \frac{9\pi}{16} \left[ \frac{11}{6} R\alpha \left( \vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta \right) \left( \kappa^{-1} + 0.839 + 0.945\kappa \right) \right. \\
& \left. + \frac{55}{54} R^2 \alpha^2 \left( 1 + 0.5625\kappa \right) + \left( \vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta \right)^2 \left( 1 + 0.1875\kappa \right) \right] \vec{e}_r + \mathcal{O}(\kappa^2)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Les autres termes de la force de migration inertielle de Magnaudet *et al.* utilisés ici sont à des ordres inférieurs en  $\mathcal{O}(\kappa^0)$ . On retrouve cependant que le terme en  $\frac{1}{\varepsilon}$  de McLaughlin s'accorde avec celui d'ordre  $\mathcal{O}(\kappa^0)$  en  $(\vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta)^2$  de l'équation (3.6). C'est donc bien le coefficient  $J$  qui peut permettre le raccordement entre les cas asymptotiques en proche paroi et en milieu infini.

Par ailleurs, il est aussi possible de raccorder de la même façon les comportements linéarisés en proche paroi et asymptotique en milieu infini pour une vitesse de glissement de la bulle selon le gradient de vitesse de l'écoulement et entraînant une force de portance dans la direction des lignes de courant. Plus simplement, dans notre cas cela revient à exprimer une force de migration orthoradiale due à un glissement radial.

La partie linéarisée de ce cas a été établie par Magnaudet *et al.* (2003), et la partie asymptotique par Harper & Chang (1968) pour sphère solide. A partir de ces expressions, Juaneda & Colin (2004) ont proposé un raccordement de type logarithmique pour les deux cas valable dans la limite où  $l^* < 10$  et  $\varepsilon \rightarrow \infty$  pour une sphère solide :

$$J_\theta(l^*, \infty) = 0.99 \ln(l^*) + 1.7889 \quad (3.7a)$$

$$J_r(l^*, \infty) = 0.5312 \ln(l^*) + 1.0385 \quad (3.7b)$$

Cependant, ce raccordement logarithmique est limité au domaine intermédiaire puisque le logarithme diverge à la fois lorsque  $l^* \rightarrow 0$  et  $l^* \rightarrow +\infty$ . Ces expressions ne sont valables que dans le domaine  $\kappa < 0.5$ , soit  $l > 2R$  donc  $l^* > 2R\sqrt{\frac{\alpha}{\nu}}$ . Un nouveau raccordement exponentiel est proposé ici :

$$J_r(l^*, \infty) = 2.255 (1 - \exp(-0.5l^*)) \quad (3.8a)$$

$$J_\theta(l^*, \infty) = 4.08 (1 - \exp(-0.5l^*)) \quad (3.8b)$$

Les équations (3.8a) et (3.8b) sont basées sur les valeurs asymptotiques de  $J$  calculées avec les expressions des forces de portance de Saffman, 2.255, et de Harper & Chang, 4.08 dans la direction orthogonale. L'avantage de cette nouvelle expression est que les conditions limites sont parfaitement respectées, en effet on a :

$$J_r(l^*, \infty) \xrightarrow{l^* \rightarrow +\infty} 2.255 \quad \text{et} \quad J_r(l^*, \infty) \xrightarrow{l^* \rightarrow 0} 0 \quad (3.9a)$$

$$J_\theta(l^*, \infty) \xrightarrow{l^* \rightarrow +\infty} 4.08 \quad \text{et} \quad J_\theta(l^*, \infty) \xrightarrow{l^* \rightarrow 0} 0 \quad (3.9b)$$

Nous avons comparé ces deux raccordements aux résultats de Magnaudet *et al.*, de Cox & Hsu et de McLaughlin en ne conservant que les termes divergents d'ordre  $\mathcal{O}(l)$  dans les forces radiales et orthoradiales tracées respectivement sur les figures 3.1 et 3.2.

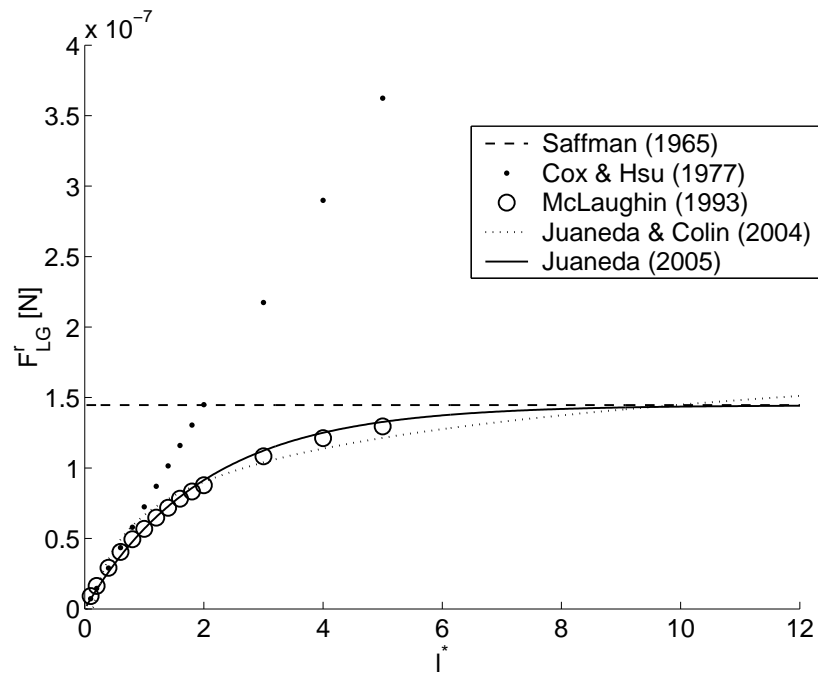


FIG. 3.1 – Exemple de raccordements des forces de migrations inertielles radiales pour une sphère solide.

$\alpha = 5.4 \text{ s}^{-1}$ ,  $\nu = 10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ,  $\rho = 965 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $|\vec{U} - \vec{V}| = 1 \text{ mm.s}^{-1}$ ,  $R = 1 \text{ mm}$ .

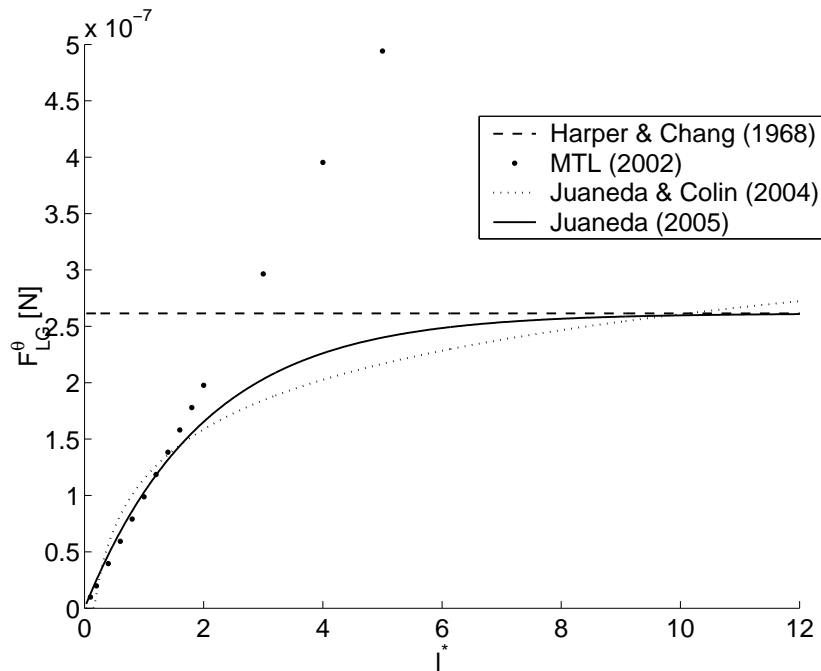


FIG. 3.2 – Exemple de raccordements des forces de migrations inertielles orthoradiales pour une sphère solide.

$\alpha = 5.4 \text{ s}^{-1}$ ,  $\nu = 10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ,  $\rho = 965 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $|\vec{U} - \vec{V}| = 1 \text{ mm.s}^{-1}$ ,  $R = 1 \text{ mm}$ .

Les résultats présentés ici ont été établis dans un cas particulier, mais les raccordements se font de la même façon quelque soient les valeurs utilisées dans la limite du domaine d'utilisation de ces expressions.

On constate sur ces figures que les résultats de Magnaudet *et al.* et de Cox & Hsu sont semblables et utilisables uniquement en proche paroi, ceux de Saffman et Harper & Chang sont des limites asymptotiques lorsque  $l \rightarrow +\infty$ . Les résultats de McLaughlin proviennent d'un calcul numérique de  $J(l^*, \varepsilon = \infty)$ , pour  $0.1 < l^* < 5$ . Ils sont cependant valables à la fois en proche paroi et dans un écoulement sans paroi de type Saffman puisque  $J_{McLaughlin}(l^*, \infty) \xrightarrow{l^* \rightarrow +\infty} J_{Saffman} = 2.255$ .

On peut remarquer sur ces figures que le raccordement proposé par les équations (3.8a) et (3.8b) donne des résultats nettement meilleurs que le raccordement logarithmique qui lui ne donne qu'un accord qualitatif dans une gamme de valeurs de  $l^*$  limitée. Ainsi, les deux figures 3.1 et 3.2 montrent bien le très bon accord qualitatif et quantitatif de ce raccordement et son intérêt afin de n'écrire qu'une expression de  $J$  par direction de l'espace quelque soit la distance de la bulle à la paroi.

Ce raccordement étant validé pour une sphère solide, rappelons ici que Legendre & Magnaudet (2000) ont montré qu'il était possible de transposer les forces de traînée et de portance obtenues pour une sphère solide au cas d'une bulle en multipliant les expressions obtenues par  $\frac{4}{9}R_\mu^2$ , avec  $R_\mu = \frac{2+3\lambda}{2(1+\lambda)}$  et  $\lambda = \frac{\mu_B}{\mu} \rightarrow 0$  pour des bulles dans de l'huile.

En conclusion, séparant comme Magnaudet *et al.* les effets de glissement des effets de cisaillement nous pouvons à présent écrire les forces de migration dues aux effets inertiels,  $F_{LS}$  pour le glissement et  $F_{LG}$  par extension pour le cisaillement :

$$\vec{F}_{LS} = \rho R^2 \frac{\pi}{4} (\vec{U}_\theta - \vec{V}_\theta)^2 (1 + 0.125\kappa) \vec{e}_r + \mathcal{O}(\kappa^2) \quad (3.10)$$

et :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{LG} = & \frac{4}{\pi} R^2 \rho \sqrt{\alpha\nu} \{ (U_\theta - V_\theta) J_r(l^*, \infty) \vec{e}_r + (U_r - V_r) J_\theta(l^*, \infty) \vec{e}_\theta \} \\ & + \frac{\pi}{8} \alpha R^3 \rho \left\{ \frac{11}{3} (1.125 + 1.023\kappa) (U_\theta - V_\theta) \vec{e}_r - 5 \frac{121}{120} (U_r - V_r) \vec{e}_\theta \right\} \\ & + \frac{\pi}{4} \frac{11}{18} \rho \alpha^2 R^4 (1 + 0.375\kappa) \vec{e}_r + \mathcal{O}(\kappa^2) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Cette expression contenant à la fois les termes radiaux et orthoradiaux, et les directions de certains termes dépendant toujours du produit scalaire de  $\vec{e}_r$  avec la normale à la paroi étudiée.

### 3.4 Conclusion

A partir des résultats de Magnaudet *et al.* (2003), un bilan dynamique pour des bulles en proche paroi a pu être effectué et étendu par un raccordement original au cas d'écou-

lement en milieu infini pour les forces de migration inertielle. Ces résultats analytiques seront comparés à des résultats expérimentaux dans la partie III de ce document.

## Deuxième partie

### Dispositif expérimental, mesures et traitement de données





# Chapitre 4

## Présentation du dispositif expérimental

L'écoulement de Couette-cylindrique présenté dans la section 1.1 a été réalisé grâce à un dispositif expérimental créé spécifiquement pour cette étude. Dans le paragraphe suivant nous présenterons ce dispositif avant d'aborder les techniques de mesures employées pour la visualisation des bulles, notamment sous la contrainte des vols paraboliques.

### 4.1 Le dispositif

Un schéma de principe de l'ensemble du dispositif est présenté sur la figure 4.1.

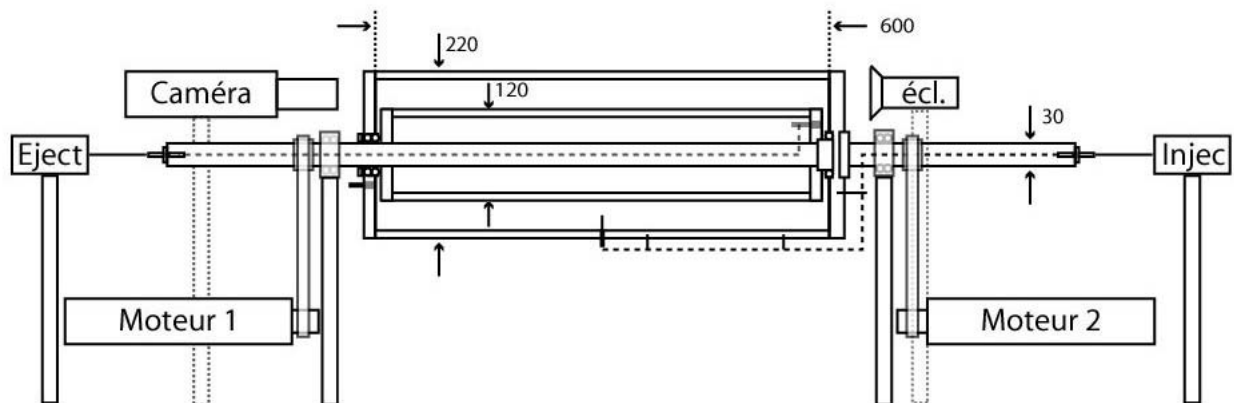


FIG. 4.1 – Schéma de principe du dispositif (côtes en  $mm$ )

Du côté noté « Injec », l'air est injecté au moyen d'un raccord tournant. Du côté noté « Eject », c'est l'huile qui est injectée ou éjectée selon les phases de l'expérience.

#### Les cylindres

Deux cylindres en plexiglas de longueur  $H = 600\text{ mm}$  d'épaisseur  $e = 10\text{ mm}$  et de diamètres extérieurs respectifs  $d_1 = 120\text{ mm}$  et  $d_2 = 220\text{ mm}$  ont été moulés. L'entrefer

est donc compris entre les rayons :

$$r_1 = 60 \text{ mm et } r_2 = 100 \text{ mm} \quad (4.1)$$

et sa dimension est  $d = 40 \text{ mm}$ .

Ces dimensions nous donnent un rapport d'aspect  $\gamma = \frac{H}{d} = 15$ , un rapport des rayons  $\eta = \frac{r_2}{r_1} = 1.67$  et un rapport de « dégagement » de  $c = \frac{d}{r_1} = 0.67$ . Au vu des valeurs de  $\eta$  et de  $c$  nous n'avons pas opté pour un entrefer mince. Les dimensions ont été choisies de manière à limiter les effets de paroi. Nous avons choisi d'avoir un cylindre de grande longueur par rapport à l'entrefer, ce qui nous permet de retarder l'apparition de l'instabilité de Taylor. Cependant des zones de recirculation de dimensions  $z_c = 2d$  apparaissent aux extrémités des cylindres pour certaines vitesses de rotation, même lorsque l'écoulement est stable. Leurs dimensions sont trop faibles pour modifier l'écoulement dans la partie à mi-hauteur des cylindres, ou les bulles seront étudiées. Enfin, notons que ces deux cylindres bien que les plus circulaires possible possèdent en réalité des balourds inhérents à leur fabrication et à leur utilisation en charge, ce qui a une influence non négligeable sur le déclenchement et l'apparition des instabilités de Taylor.

## Les moteurs

Les deux cylindres sont entraînés au moyen de deux moteurs brushless Parvex NX420EAP équipés de deux réducteurs, MRP 90 rapport 1/5 pour le cylindre extérieur et MRP 120 rapport 1/35 pour l'intérieur. Ces moteurs sont commandés par un servoamplificateur Digivex Little Drive 4/8 m qui associé à un PC permet de contrôler instantanément les vitesses et les sens de rotation des deux cylindres. Les deux cylindres peuvent tourner indépendamment l'un de l'autre, en effet le cylindre intérieur est entraîné par un axe en inox creux relié au flasques du cylindre extérieur au moyen de roulements à billes. Le cylindre extérieur est lui aussi entraîné au moyen d'un axe en inox fixé sur une flasque (cf figure 4.1). Ces deux axes sont mis en rotation au moyen de moyeux et de courroies dentées reliées aux deux moteurs (cf figures 4.1 et 4.2).

Les vitesses de rotation maximales des cylindres sont respectivement  $\omega_1 \approx \pm 65 \text{ tr.min}^{-1}$  et  $\omega_2 \approx \pm 120 \text{ tr.min}^{-1}$  pour les cylindres intérieur et extérieur. Les cylindres mis en rotation suivent parfaitement les valeurs de consigne imposées, comme le prouve la figure 4.3, où les fréquences de passage mesurées  $f_m$  du photo réflecteur sur les deux cylindres,  $f_1$  et  $f_2$  respectivement sont tracées en fonction des consignes  $f_c$ . Précisons que ces mesures ont été réalisées à l'aide d'un tachymètre industriel Chauvin-Arnoux dont la précision est de 0.01%.

## Le fluide

Le fluide choisi est de l'huile silicone 47V100 dont les caractéristiques à  $25^\circ\text{C}$  fournies par Rhodorsil sont :

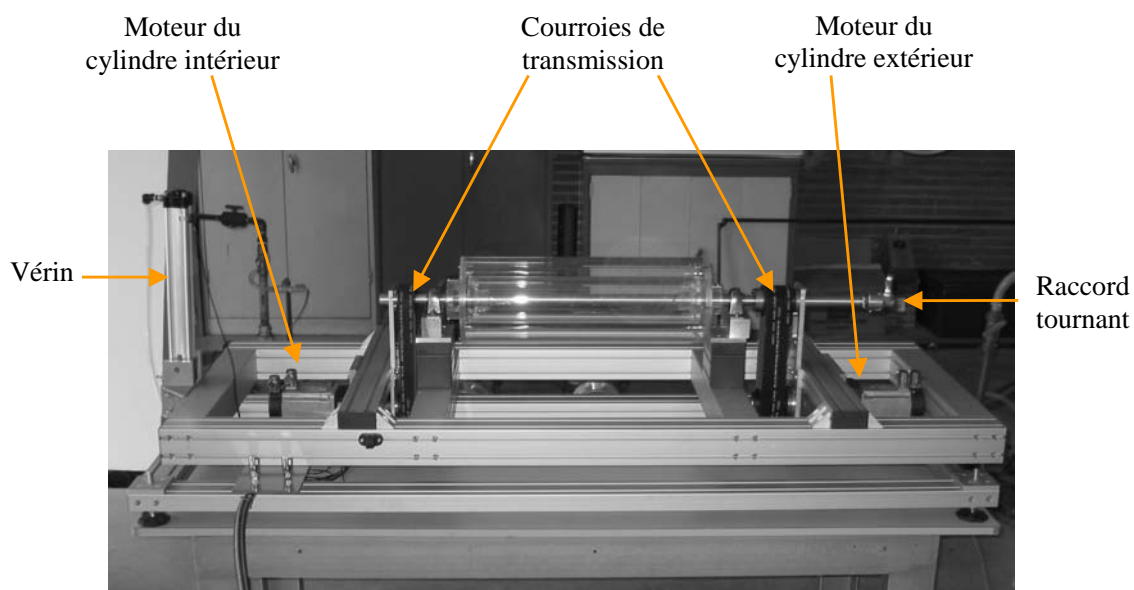
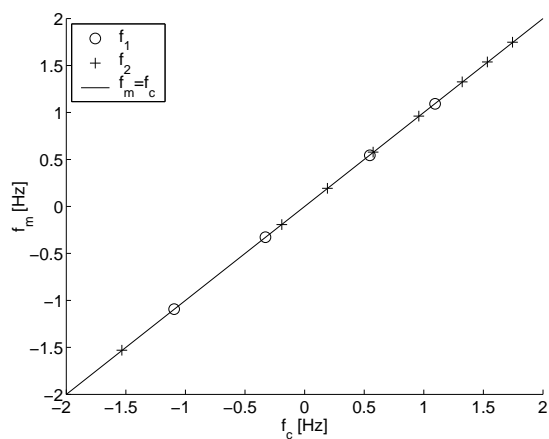


FIG. 4.2 – Photo du dispositif sans les instruments de mesure

FIG. 4.3 – Fréquences de consignes  $f_c$  et mesurées  $f_m$  par tachéométrie pour les deux cylindres

$$\begin{aligned}
 \nu &= 10^{-4} m^2 s^{-1} \\
 \rho &= 965 kg.m^{-3} \\
 \sigma &= 20.9 \cdot 10^{-3} N.m^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Nous avons donc choisi une huile cent fois plus visqueuse que l'eau et dont la densité est plus petite que un. Grâce à un viscosimètre Bohlin, nous avons pu obtenir les valeurs réelles de la viscosité pour une large plage de température et vérifier la décroissance de la viscosité avec l'augmentation de température. De même, nous avons vérifié à l'aide d'une balance capillaire la valeur de la tension de surface, et notamment, son évolution en fonction de la température  $-\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dT} = 0.01$  (Guyon *et al.*, 2001). Ces résultats sont présentés sur la figure 4.4. Un thermocouple installé sur la ligne d'éjection d'huile (cf paragraphe suivant) permet de mesurer la température du fluide à chaque expérience. La viscosité a été choisie importante afin de diminuer le nombre de Reynolds  $Re_1$  à vitesse de rotation égale, et donc d'augmenter la valeur  $\omega_c$  pour laquelle les rouleaux de Taylor apparaissent. Le volume total d'huile compris dans l'entrefer entre les deux cylindres est d'environ  $\vartheta = 13l$ .

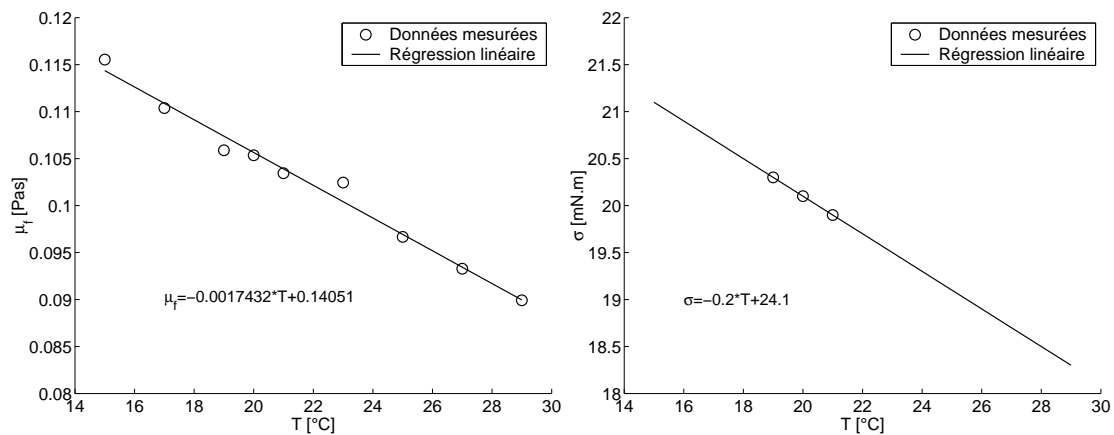


FIG. 4.4 – Évolution de la viscosité dynamique et de la tension superficielle de l'huile silicone 47V100 en fonction de sa température

### Les systèmes d'injection-éjection

Les bulles d'air sont injectées au milieu des cylindres à mi-hauteur au moyen de capillaires de diamètres intérieurs  $d_c = 0.4, 0.66$  et  $0.85 mm$  et de longueur  $8 mm$ . Ces capillaires traversent la paroi circulaire du cylindre extérieur à travers un presse-étoupe étanche. Le mélange d'alpha-Air fourni par l'Air Liquide est contenu dans une bouteille de type B11. Des vannes et des détendeurs sont montés en série sur le circuit afin de le

détendre. Entre chaque expérience, le capillaire est amovible, c'est à dire que l'utilisateur peut choisir son rayon d'injection  $r_i$  dans l'entrefer  $r_1 \leq r_i \leq r_2$ . L'air peut être injecté lorsque le cylindre extérieur est en rotation grâce à l'utilisation d'un raccord tournant Deublin monté sur l'axe d'entraînement du cylindre (cf figures 4.1 et 4.2). L'éjection de l'air se fait au moyen d'une purge montée sur le cylindre extérieur.

De même, le système d'injection-éjection d'huile est raccordé au fluide dans l'entrefer par un autre raccord tournant placé sur l'axe d'entraînement du cylindre intérieur. Ce raccord est relié à un clapet de surpression taré à  $0.04\text{bar}$ , qui permet d'éjecter l'huile lors de l'injection d'air. L'injection d'huile entre chaque expérience est réalisé au moyen d'une seringue montée sur une vanne trois voies et reliée à la fois au raccord tournant et à un réservoir dans lequel l'huile éjectée est envoyée. Cette seringue d'un volume de  $50\text{ml}$  suffit à compenser le volume de liquide éjecté par le clapet (cf fig 4.5 et fig 4.12). Cependant, pour le remplissage en huile du dispositif un raccord rapide de plus gros diamètre a été installé sur une flasque du cylindre extérieur.

La vidange de l'air et le remplissage d'huile se font par surpression au moyen d'une seringue et en utilisant l'inclinaison du châssis (cf paragraphe suivant).

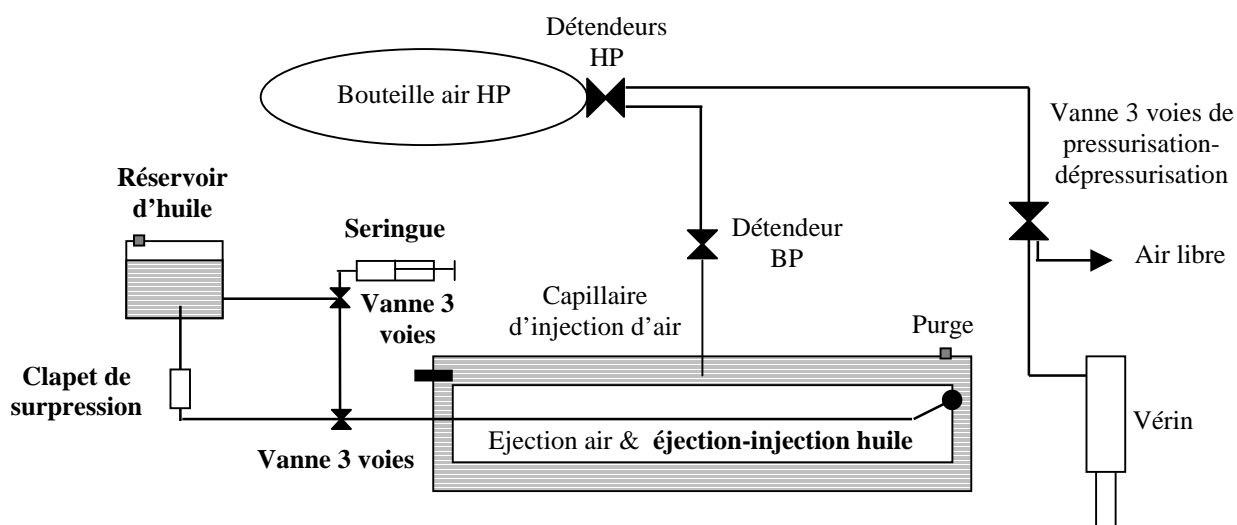


FIG. 4.5 – Schéma des circuits hydrauliques et pneumatiques

### Le châssis et le confinement

Le dispositif expérimental est placé sur un châssis en aluminium Norcan. Ce châssis est constitué de deux étages reliés d'un côté par un vérin pneumatique et de l'autre par trois liaisons pivots qui permettent de surélever un côté de l'étage supérieur de près de  $500\text{mm}$ . C'est cette inclinaison qui permet de « décanter » les bulles injectées vers la purge entre chaque expérience.

En raison des consignes de sécurité inhérentes aux vols paraboliques, le dispositif expérimental a été enfermé dans un double confinement étanche en Lexan. Des plaques d'aluminium ont aussi été rajoutées afin de fixer le châssis au plancher de l'avion. En configuration définitive le dispositif expérimental se présentait comme sur la figure 4.6.

Enfin, un autre châssis en aluminium a dû être spécialement conçu afin d'embarquer tous les instruments de mesure à bord de l'avion. Ce châssis que nous ne détaillerons pas est représenté sur la figure 4.7.

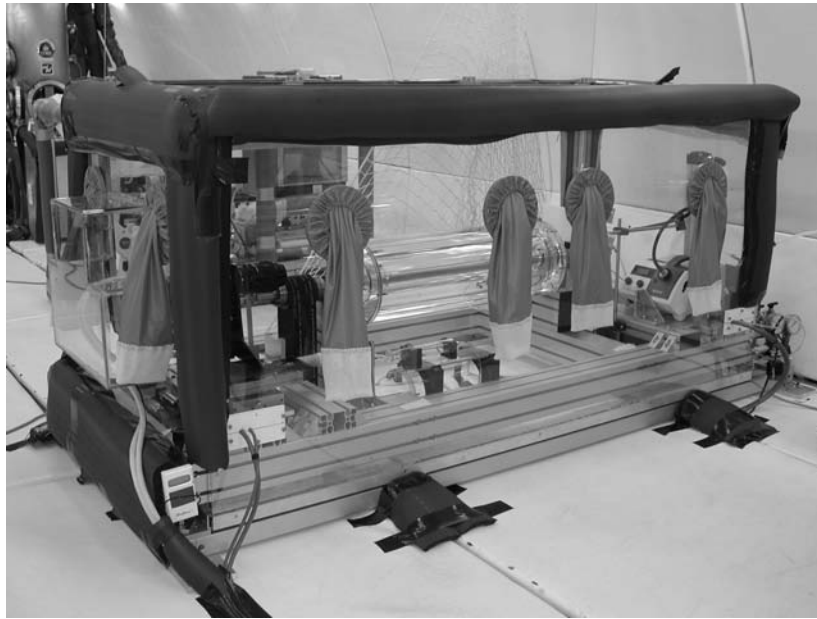


FIG. 4.6 – Photo du dispositif expérimental monté à bord de l'A300-Zero-g

## 4.2 Techniques de mesures

Les données nécessaires à l'obtention des forces présentées au chapitre 2 sont géométriques et cinématiques. Nous avons donc utilisé des systèmes d'acquisition vidéo par ombroscopie afin d'obtenir ces données. Les bulles injectées au milieu des cylindres sont éclairées d'un côté par une lampe halogène utilisant une fibre optique afin de régler la position du halo traversant un diffuseur. De l'autre côté des cylindres, on place une caméra afin d'enregistrer les images des bulles. Toutes les expériences seront menées de telle sorte que l'écoulement reste stable (cf section 5.1)

### 4.2.1 Trajectoires de bulles

Le principe de cette mesure est d'injecter des bulles isolées dans l'entrefer entre les cylindres dans des conditions de gravité terrestre. Seul le cylindre intérieur est mis en

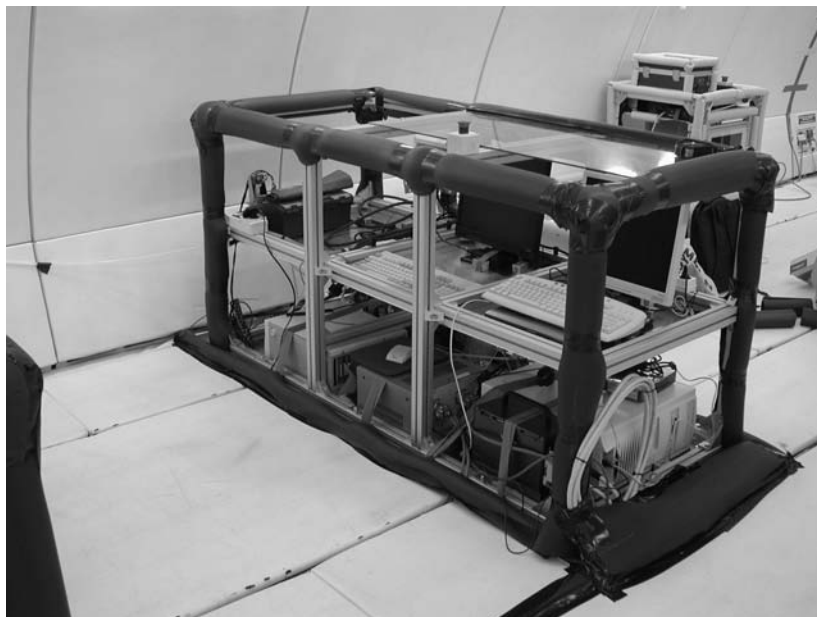


FIG. 4.7 – Photo du châssis des instruments monté à bord de l’A300-Zero-g

rotation et le sens et la vitesse de rotation sont utilisés afin de contrôler à la fois le détachement puis le mouvement de la bulle. En fonction de sa position d’injection avale ou amont de la fenêtre de mesure par rapport à l’écoulement et du sens de l’écoulement vis à vis de la gravité, des trajectoires ascendantes ou descendantes sont observables. La position radiale moyenne de la bulle dans l’entrefer est régulée à l’aide de sa position d’injection radiale et orthoradiale en déplaçant le capillaire. Les temps d’observation des bulles dépendent des paramètres expérimentaux et varient de une à plusieurs secondes. L’enregistrement du mouvement de la bulle se fait au moyen d’une caméra PCO 1200 HS ayant un capteur de  $1024 \times 1280$  pixels et permettant de prendre jusqu’à 600 images par seconde. La fréquence d’acquisition utilisée en laboratoire était de 25 images par seconde.

#### 4.2.2 Positions d’équilibre

Afin d’enregistrer des images de bulles en position d’équilibre, les mesures sont réalisées en laboratoire avec des conditions de gravité terrestre. Une bulle est injectée dans l’entrefer. En fonction des paramètres  $Re_1$  et  $Re_2$  fixés par l’expérimentateur et du rayon de la bulle  $R$ , la bulle atteint ou non une position d’équilibre (cf section 2.1.1). Le temps mis par une bulle pour atteindre cette position dépend des paramètres précédemment cités ainsi que de son rayon d’injection dans l’entrefer  $r_i$ . Ce temps peut varier de quelques secondes à plusieurs minutes. Dans toutes les expériences réalisées, nous avons choisi  $r_i \geq 0.095 m$ . Les bulles sont injectées près du cylindre extérieur, et il est alors aisé pour l’expérimentateur d’augmenter la vitesse  $U$  du fluide afin de la faire migrer vers le cylindre intérieur par l’effet de la force de masse ajoutée. En raison de la non parfaite circularité

des cylindres, l'expérimentateur observe des trajectoires d'équilibres de très faible rayon, plutôt que des positions d'équilibre. Lorsqu'il estime que cette trajectoire est atteinte, il déclenche l'enregistrement au moyen d'une caméra PCO 1200 HS ayant un capteur de  $1024 \times 1280$  pixels et permettant de prendre jusqu'à 600 images par seconde. La fréquence d'acquisition utilisée en laboratoire était de 25 images par seconde.

Pour une bulle d'un diamètre donné, plusieurs expériences peuvent être réalisées successivement. En effet malgré l'apparition d'une migration axiale  $\dot{z}$ , résultante d'une dissymétrie du tenseur de masse ajoutée (Bluemink *et al.*, 2005; van Nierop, 2003), l'expérimentateur peut jouer sur l'inclinaison des cylindres entre chaque expérience afin de ramener la bulle dans le plan de focalisation. Les positions d'équilibre ainsi obtenues ne sont donc en réalité que des trajectoires d'équilibres en spirale. Un exemple d'une position d'équilibre est visible sur la figure 4.8. Pendant les quatre secondes de la prise de vue, on peut constater que la bulle n'a pas bougé.

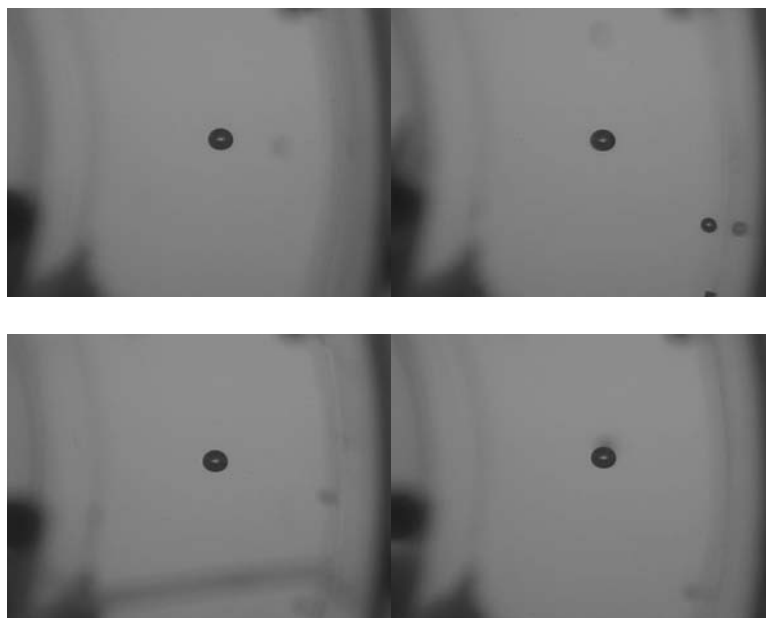


FIG. 4.8 – Exemple de position d'équilibre d'une bulle obtenue dans un écoulement rotationnel pur. Respectivement de gauche à droite et de bas en haut,  $t = 0s, 1s, 2s, 3s$ .

### 4.2.3 Mesures en conditions de microgravité

« L'état d'impesanteur est celui où tout corps n'est plus soumis qu'à l'action son propre poids »

Cette définition de l'astronaute français Jean François Clervoy montre bien tout l'intérêt de placer une bulle en conditions de microgravité. Dans le cas particulier de l'état d'impesanteur, un corps n'est soumis à aucune autre force de volume que celle d'Archimède



et la résultante des forces de surface est nulle. La norme de la force d'Archimède est alors divisée de près d'un facteur cent et les effets hydrodynamiques des autres forces peuvent alors être mis en évidence dans une gamme de nombre de Reynolds différente.

Dans cette section nous présenterons brièvement ces expériences, en commençant par un court rappel de ce qu'est le vol parabolique.

### Le vol parabolique

Nous avons eu l'opportunité de participer aux campagnes de vols paraboliques CNES VP40 et ESA VP41 en 2004. L'expérience ainsi installée dans l'avion A300-Zero-g se nommait BECCAM (Bulles en Ecoulement de Couette Cylindrique sous l'Action de la Micropesanteur).



FIG. 4.9 – Photo de l'A300-Zero-g pendant une parabole (photo Airbus Industrie)

Un vol est composé de 31 paraboles, chacune de ces paraboles étant d'une durée d'environ 1'05'', l'avion suit une trajectoire balistique (chute libre) pendant une durée de 20 à 25 secondes créant ainsi des conditions de micropesanteur. Les niveaux de gravité résiduels sont de l'ordre de  $10^{-2}g$ , on parle donc de micropesanteur et non d'impesanteur. Entre la sortie d'une parabole et l'entrée dans la suivante, environ 2' s'écoulent, laissant aux expérimentateurs la possibilité de modifier leurs paramètres.

### Les mesures en vol

Trois personnes ont été nécessaires afin de réaliser des mesures en micropesanteur. La difficulté principale étant de pouvoir injecter puis purger les bulles dans le temps imparti entre chaque parabole. Des modifications ont du être apportées au dispositif expérimental pour ces campagnes. Ainsi le double confinement évoqué précédemment, mais aussi des gants pour éviter de l'ouvrir ou encore des cylindres blocs sous la caméra afin d'atténuer les vibrations (cf chapitre 6). En effet l'avion vibre légèrement pendant la phase de micropesanteur, le châssis étant fixé au plancher de l'avion, ces vibrations se sont transmises et leur amplitude s'est vu augmentée jusqu'à la caméra et aux cylindres.

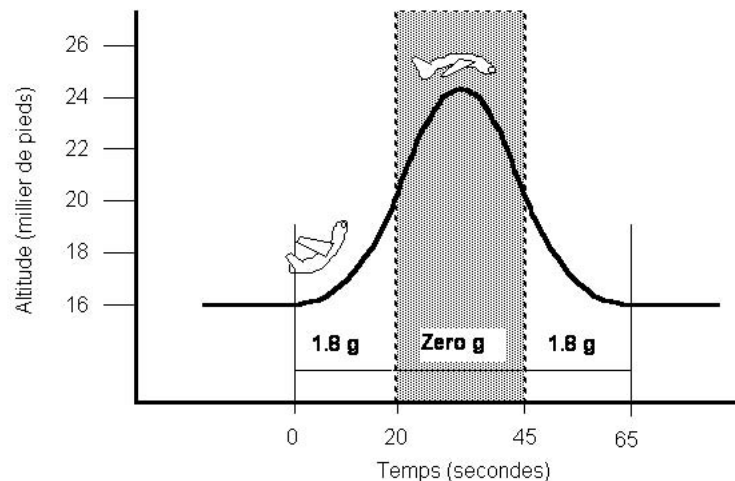


FIG. 4.10 – Schéma de principe d'une parabole (source Novespace)

Durant ces vols, les phénomènes de détachement à la paroi, ou en bout de capillaire ainsi que la migration de bulles ont été étudiés. En raison de la rapidité de ceux-ci, une caméra rapide APX Photron La Vision a été utilisée pouvant prendre jusqu'à deux mille images par seconde en pleine résolution ( $1024 \times 1024$  pixels). La majeure partie des enregistrements a été effectuée avec une fréquence d'acquisition de 60 images par seconde. Les images ont été stockées par blocs de 720 images par parabole dans la mémoire de la caméra avant d'être transférées vers une unité centrale entre chaque parabole. Un exemple d'images obtenues en condition de micropesanteur est présenté sur la figure 4.11. Cet exemple est celui de la migration d'une bulle de diamètre important ( $\approx 5 \text{ mm}$ ) à proximité de la paroi du cylindre extérieur, celui étant fixe.

Un système de déplacement micrométrique Microcontrol a été conçu spécialement afin de pouvoir déplacer avec précision la caméra dans les trois directions de l'espace. Ce système a permis de réduire le champ de prise de vue à une dimension inférieure à celle de l'entrefer, et donc de diminuer la taille des images, donc de pouvoir augmenter la cadence d'acquisition et la résolution. En effet le taux de transfert des images entre chaque parabole était le facteur limitant de la taille et du nombre des images. Une photographie de ce système est représentée sur la figure 4.12.

Les niveaux de pesanteur instantanés ont été mesurés et enregistrés à l'aide de trois accéléromètres fournis et étalonnés par le CEV (Centre d'Essais en Vol). Leur gamme est  $\pm 5 \text{ m.s}^{-2}$ , avec une fréquence d'acquisition de  $7 \text{ Hz}$  et une tension de sortie  $0 - 5 \text{ V}$ . Ces accéléromètres ont été fixés sur le châssis expérimental afin de refléter au mieux les conditions de microgravité agissant sur les bulles.

Les axes des accéléromètres sont les mêmes que ceux de l'avion, c'est à dire un trièdre direct avec l'axe  $z$  dirigé vers le haut et l'axe  $x$  vers l'avant de l'avion.

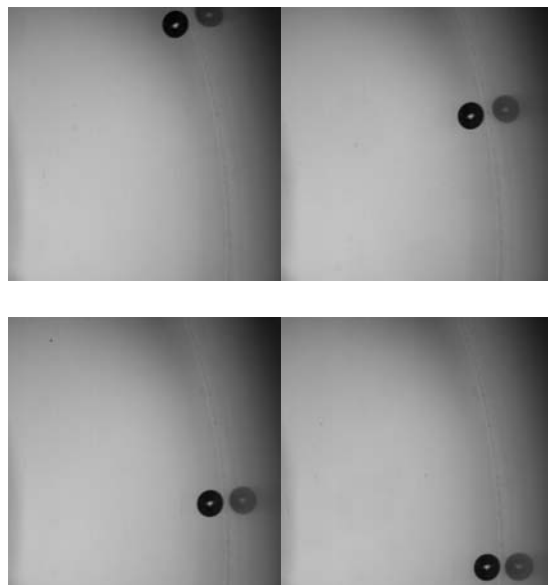


FIG. 4.11 – Exemple d'images obtenues en vol parabolique, VP41, vol  $n^{\circ}3$ , parabole  $n^{\circ}7$ ,  $Re_1 = -50$ ,  $Re_2 = 0$ ,  $f_a = 60 \text{ images.s}^{-1}$ . Respectivement de gauche à droite et de bas en haut,  $t = 0s, 2s, 4s, 6s$ .

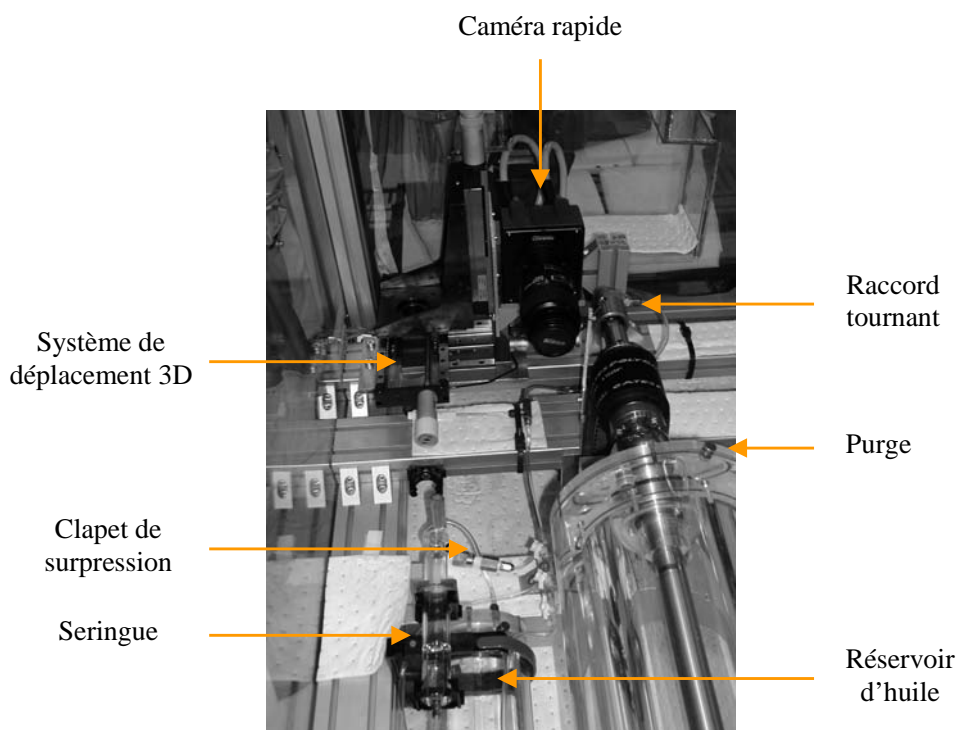


FIG. 4.12 – Système de prise de vue par caméra rapide à bord de l'avion A300-Zero-g

Par ailleurs une synchronisation a été réalisée sur la même carte d'acquisition pour l'information d'enregistrement caméra. Cette dernière tourne en boucle sur 720 images, on peut donc démarrer l'acquisition avant le début de la parabole. Lorsque le phénomène voulu a été observé on stoppe l'acquisition et ce sont alors les 720 dernières images enregistrées qui sont conservées. L'information de tension pour la caméra est  $E_{camera} = 0 V$  et  $E_{camera} = 5 V$  pendant l'enregistrement.

La figure 4.13 représente les tensions mesurées pendant une parabole. Elle permet de comprendre le déroulement d'une parabole pour l'expérimentateur. Pendant la première phase représentée, l'avion est dans la phase ascendante de sa parabole, le niveau de gravité s'approche alors de  $1.8g$ . L'accéléromètre placé sur l'axe des  $z$  sature alors à  $8.5 V$  alors que sur les autres axes, la tension est proche de  $2.5 V$  équivalent à une accélération nulle. En fait sur l'axe  $x$ , l'avion subit une accélération non nulle en entrée de parabole, visible sur la figure. A cet instant, l'expérimentateur déclenche l'enregistrement par la caméra, son signal passe alors de  $0$  à  $5 V$ . Au moment où l'avion rentre en phase de microgravité, les trois tensions représentant les niveaux de gravité se retrouvent proches de  $2.5 V$ , et ce pendant  $20 s$ . Durant cette période l'expérimentateur peut visualiser le phénomène de la figure 4.11 et lorsqu'il est satisfait, il stoppe l'acquisition des images pour lancer leur transfert. La tension du signal de la caméra retourne alors à  $0 V$ . Enfin, en sortie de parabole, l'avion subit une deuxième phase à  $1.8g$  et l'accéléromètre placé selon  $z$  recommence à saturer.

En réalité l'ensemble de ces données acquises à une fréquence de  $500 Hz$  n'est pas intéressant pour l'étude du mouvement de la bulle. Seules sont conservées les données correspondantes aux 720 images enregistrées. Le nombre de mesures de gravité conservées est obtenu au travers du simple rapport entre la fréquence d'acquisition de la caméra  $f_a$  et celui de la carte d'acquisition des signaux de tension caméra et accéléromètres  $f_g$ .

Utilisant alors l'étalonnage des accéléromètres, on obtient les accélérations instantanées représentées sur la figure 4.14. On constate sur cette figure que les accélérations résiduelles sont 50 fois plus faibles que  $g$  selon  $z$  et presque 100 fois plus faibles selon  $x$  et  $y$ . De plus, on peut remarquer que ces signaux oscillent autour de  $0$  avec le temps, donc que l'accélération subie par la bulle change de signe au cours du temps.

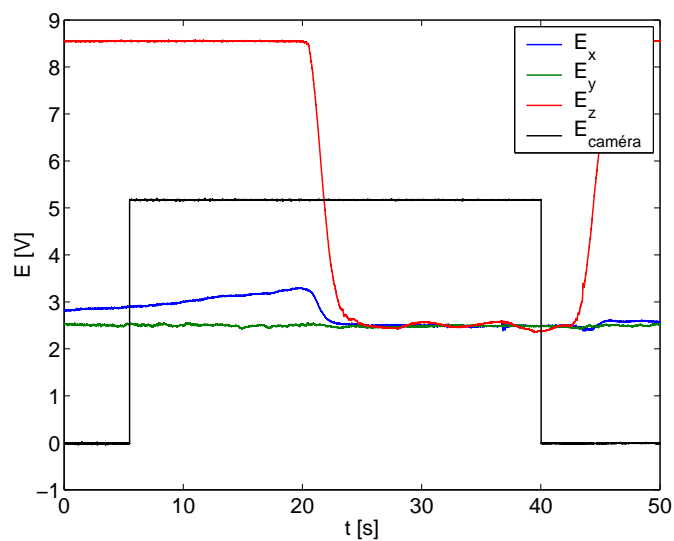


FIG. 4.13 – Tensions mesurées par les accéléromètres et la synchronisation caméra lors de la parabole  $n^{\circ}7$ , vol  $n^{\circ}3$  de la campagne VP41.

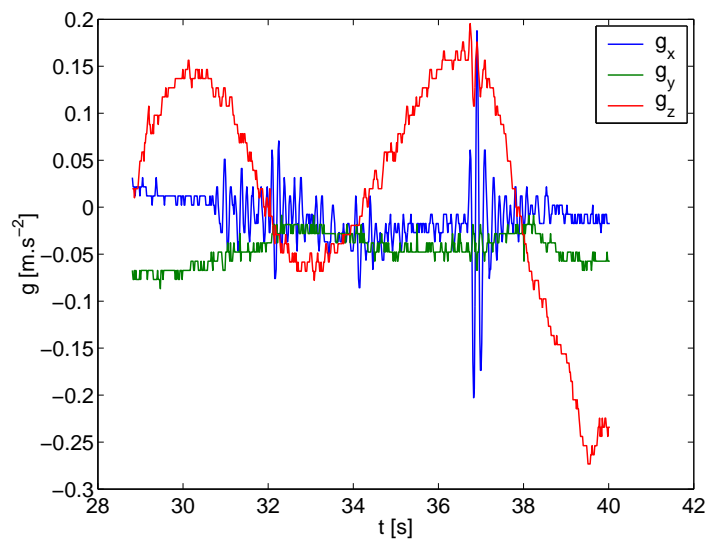


FIG. 4.14 – Niveaux de gravité mesurés pendant l'enregistrement des images sauvegardées lors de la parabole  $n^{\circ}7$ , vol  $n^{\circ}3$  de la campagne VP41.



# Chapitre 5

## Mesures de vitesses dans l'écoulement

Avant d'injecter des bulles dans l'entrefer il est nécessaire de connaître précisément les caractéristiques de l'écoulement et notamment de vérifier dans quel domaine il reste stable. La détermination de la courbe de stabilité marginale et les mesures du champ de vitesse de l'écoulement ont donc été entreprises et sont présentées dans ce chapitre.

### 5.1 Étude de la stabilité de l'écoulement

L'objectif de cette étude est d'établir une courbe équivalente à celle de Taylor (fig 1.3) afin de déterminer les limites hydrodynamiques supérieures de fonctionnement correspondant à un écoulement stable purement azimutal. Pour cela nous avons saturé l'huile silicone de micro particules de verre utilisées normalement pour la PIV et nous avons fortement éclairé le dispositif.

Pour chaque mesure dans ce chapitre, la viscosité cinématique de l'huile  $\nu$  est calculée d'après les mesures de température effectuées, et en utilisant la regression linéaire de la figure 4.4.

La méthode utilisée est la même que celle de Andereck *et al.* (1986), une vitesse de rotation du cylindre extérieur  $\omega_2$  est fixée et celle du cylindre intérieur  $\omega_1$  est augmentée petit à petit. Il est alors possible de mesurer les vitesses de rotation  $\omega_1$  et  $\omega_2$  au dessus desquelles on voit apparaître successivement les rouleaux de Taylor se créant d'abord près des flasques puis se multipliant vers le milieu des cylindres. L'écoulement a été considéré comme instable dès l'apparition des deux premiers rouleaux aux extrémités des cylindres. C'est à dire qu'à mi-hauteur des cylindres, l'écoulement pouvait toujours être considéré comme azimutal. Il est important de remarquer que l'expérimentateur cherchant le point de la courbe de stabilité pour  $\omega_2 = 0$ , trouve un critère  $Re_{1c} = \frac{\omega_1 d}{\nu} \simeq 82$  en partant de  $\omega_1 = 0$  et en faisant croître  $\omega_1$ . Ce critère devient  $Re_{1c} \simeq 67$  en partant de  $Re_1 = 100$ , lorsque l'instabilité est déjà développée, et en faisant décroître  $\omega_1$ . Ce phénomène d'hystérésis est propre aux instabilités.

Les zones de recirculation observées pour tout écoulement sont de dimensions variables

avec les vitesses de rotation des cylindres, alors que comme le prévoit la théorie (Andereck *et al.*, 1986) les diamètres des rouleaux observés sont  $D_{Roul} \approx d$ . Un exemple de répartition des rouleaux observée dans un cas d'instabilité pleinement développée est présenté sur la figure 5.1.

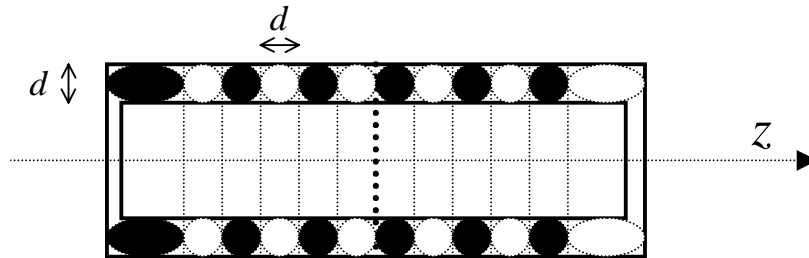


FIG. 5.1 – Exemple de répartition des rouleaux de Taylor dans le cas d'une instabilité pleinement développée.

Les tores sont alternativement représentés en noir ou en blanc en fonction de leur sens de rotation. Nous avons représenté sur cette figure les deux zones de recirculation à proximité de l'extrémité des cylindres. Généralement les recirculations observées étaient de tailles supérieures aux rouleaux. Les dix tores représentés peuvent être séparés en deux zones de cinq de part et d'autre du milieu des cylindres. Ce nombre de tores est caractéristique du mode qui a été le plus généralement observé dans le cas de l'instabilité pleinement développée. La courbe de stabilité obtenue est représentée sur la figure 5.2 où sont portées les valeurs de  $Re_1$  en fonction de celles de  $Re_2$ . Nous faisons dans ce document le choix d'utiliser, par abus de langage, de nombres de Reynolds de l'écoulement algébriques, donc potentiellement négatifs lorsque la vitesse de rotation du cylindre associé est négative.

On peut observer que la forme de la courbe est la même que celle de Taylor (1923) représentée sur la figure 1.3. Elle présente un minimum pour  $Re_2 = 0$ , et sa pente est plus importante pour  $Re_2 > 0$ . Cela signifie que comme le prévoit la théorie de Rayleigh (1916) pour un fluide non visqueux, étendue au fluide visqueux par Taylor (1923), la rotation du cylindre extérieur permet de diminuer la décroissance de la circulation dans l'entrefer, régie par  $\frac{d}{dr} |\omega r^2|$ , et donc s'oppose à l'apparition de l'instabilité centrifuge. Ce critère sur la circulation  $|\omega r^2|$  se vérifie du fait que la droite  $\frac{Re_1}{Re_2} = \frac{r_2}{r_1}$ , équivalente à  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$ , est bien une asymptote de la zone d'instabilité pour le cas où les deux cylindres tournent dans le même sens. Enfin on remarquera que pour deux points, ce ne sont pas de simples rouleaux qui ont été observés mais une instabilité présentant des rouleaux ondulants, dite instabilité à vagues. Ces points sont caractéristiques d'une vitesse de rotation du cylindre extérieur plus importante, en effet Andereck *et al.* (1986) ont montré que plusieurs régimes d'instabilité pouvaient apparaître lorsque l'on balaie largement la gamme des nombres de



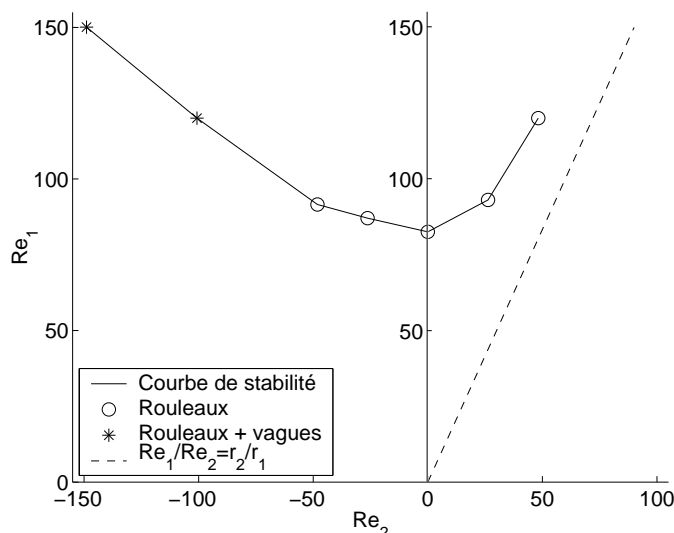


FIG. 5.2 – Courbe de stabilité expérimentale

Reynolds ( $Re_1, Re_2$ ).

## 5.2 Mesures PIV de vitesses 2D

Une campagne de mesures PIV (Particle Image Velocimetry) a été effectuée dans le but de vérifier que le profil de vitesse dans l'entrefer est orthoradial et vérifie l'équation (1.1b). Ces résultats permettront de connaître qualitativement et quantitativement l'écoulement du fluide entre les deux cylindres.

### 5.2.1 Principe et mise en oeuvre de la mesure

Le principe d'une mesure de vélocimétrie par images de particules est d'ensemencer un écoulement avec des particules photo-réfléchissantes, puis de les éclairer et de les photographier afin d'obtenir leur positions instantanées lors de deux instants successifs. En utilisant des algorithmes spécifiques et après découpage de l'image en mailles, il est alors possible de calculer l'intercorrélacion par maille, donc de déterminer le déplacement le plus probable des particules de cette maille pendant l'intervalle de temps entre les deux images, donc leur vitesse. Lorsque l'écoulement est correctement ensemencé il est ainsi possible d'obtenir un champ de vitesses instantané en deux dimensions. Si l'écoulement est par ailleurs permanent, la multiplication de ces champs permet à partir de méthodes de corrélacions d'obtenir un champ moyen beaucoup plus précis.

Dans notre cas, nous avons utilisé des particules de verre Dantec de diamètre moyen  $\delta_p = 10 \mu m$ ,  $2 < \delta_p < 20 \mu m$ , et de densité  $d_p = 1.1$ . L'éclairage de ces particules doit

se faire avec une source très puissante, nous avons donc utilisé un laser Quantel à deux cavité de type Yag d'énergie  $2 * 30 mJ$  synchronisé avec une caméra CCD Sensicam.

Le plan laser a été placé à mi-longueur des cylindres, où les bulles seront injectées. La nappe laser ainsi créée est perpendiculaire à l'axe principal des cylindres, elle est visualisée par la caméra au travers de l'une des flasques du cylindre extérieur. Le champ de prise de vue a été choisi de sorte que l'on ait un rayon de longueur  $d = 4 cm$  en diagonale de l'image. La figure 5.3 présente un schéma de l'installation de la mesure PIV avec le Laser et la caméra.

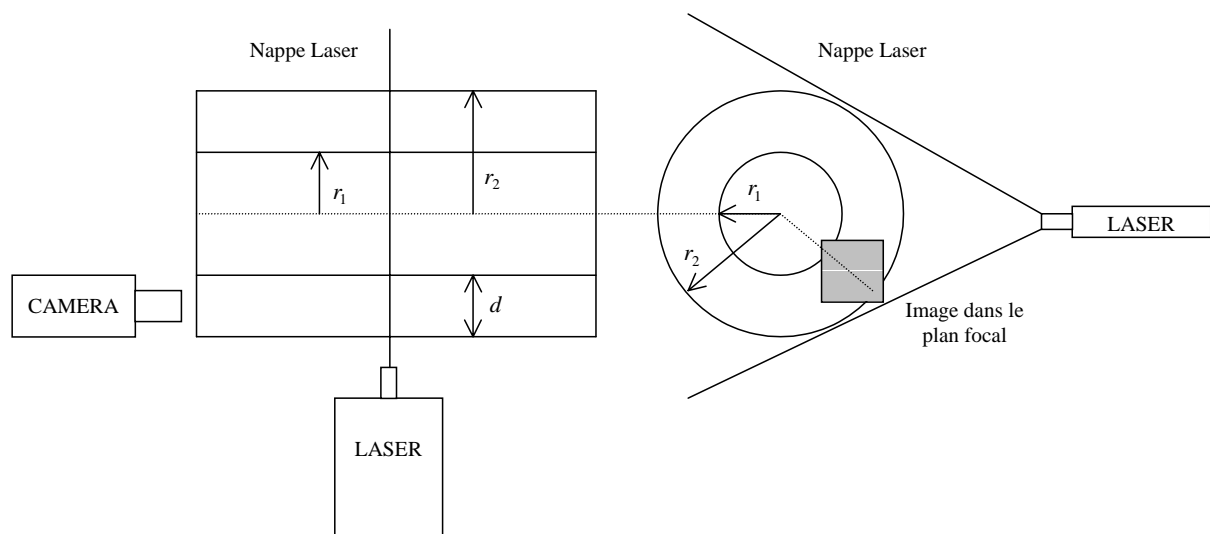


FIG. 5.3 – Schéma de l'installation de la mesure PIV

Les deux images successives sont filmées avec des intervalles de temps variables,  $\Delta t = 200 - 1000 \mu s$ , en fonction de la vitesse de l'écoulement donc du déplacement des particules. En effet si le déplacement des particules est trop important entre les deux images, les particules vont sortir des mailles dans lesquelles est calculée l'intercorrélacion et le déplacement le plus probable sera faussé. Un exemple de doublet d'images est présenté sur la figure 5.4. L'intérêt d'une telle image est de se rendre compte de la qualité de l'ensemencement effectué, l'objectif étant d'arriver à un effet de « ciel étoilé ». On remarquera que le bord du cylindre extérieur est visible dans le coin inférieur droit de l'image en raison des effets de réflexion de la paroi et de l'accumulation de particules sur celle-ci.

L'ensemble des séries de mesure de vitesses en fonction des nombres de Reynolds  $Re_1$  et  $Re_2$  est récapitulé dans le tableau 5.1.

Deux séries de 100 doublets d'images ont été prises pour chaque cas. A partir des images obtenues, un rapide traitement par le logiciel Adobe Photoshop 7.0, permet de recentrer les niveaux de gris sur ceux obtenus grâce à la caméra. En effet cette dernière ne possède que  $16 * 256$  niveaux. Par ailleurs, ce traitement a permis de visualiser les

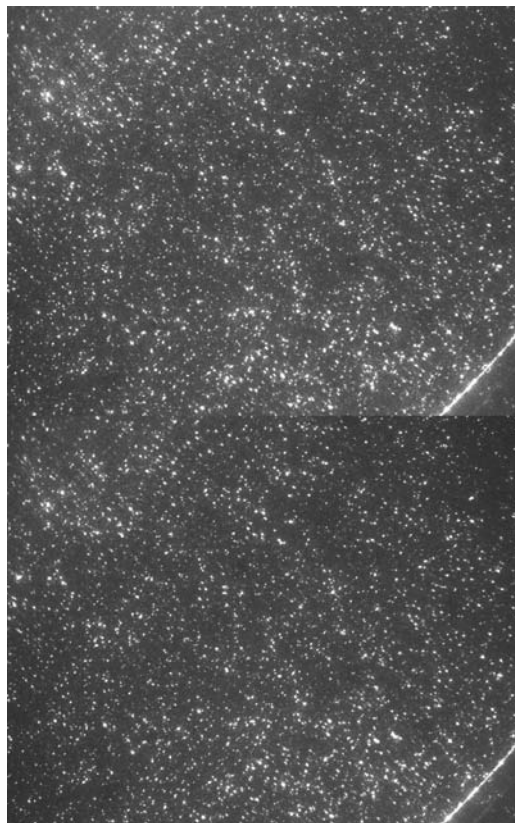


FIG. 5.4 – Images PIV pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 50$

$Re_1/Re_2$	0	50	100	150	200	250	300	350	400
-150		x	x	x	x	x	x		
-100		x	x	x	x	x	x		
-50		x	x	x	x	x	x		
0		x	x	x	x	x	x	x	x
50	x	x	x	x	x	x	x		
100	x	x	x	x	x	x	x		
150	x	x	x	x	x	x	x		

TAB. 5.1 – Tableau récapitulatif des cas traités par mesure PIV en fonction de  $Re_1$  et  $Re_2$

images, et de se rendre compte d'une panne sur une des deux cavités du Laser. En effet, plus les expériences avançaient et plus la puissance lumineuse fournie par la deuxième cavité diminuait, créant ainsi une différence sur les pics de niveaux entre les deux images. Heureusement, ce problème n'est apparu que sur les cas où le nombre de Reynolds  $Re_2$  était très élevé, conditions peu utilisées pour la suite des mesures. Lorsque ce problème apparaissait, le nombre d'images disponibles pour la corrélation diminuait, cependant la convergence du calcul restait tout à fait correcte.

L'étape suivante consiste à utiliser le logiciel PIVIS (Cid & Gardelle, 2004) créé et développé à l'IMFT pour corréler les champs de vitesse dans l'image. La taille de l'image est de  $1280 * 1024$  pixels. Nous avons choisi une taille de maille de calcul de  $32 * 32$  pixels. Ce choix de résolution spatiale du calcul statistique permet de conserver un nombre de particules suffisant à l'intérieur d'une maille de calcul. Nous avons choisi de ne pas sur-échantillonner l'image en effectuant le calcul sans recouvrement entre les mailles. L'objectif du calcul dans une maille est d'obtenir, avec une transformée de Fourier rapide  $2D$ , un pic de corrélation des vitesses dans la maille. Le calcul est de type itératif « sub-pixel » (Maurel, 2000), c'est à dire que l'on cherche à garder le maximum de particules communes aux mailles des deux images, quitte à les déplacer itérativement de façon infinitésimale, l'objectif étant de centrer le pic de corrélation. Nous n'avons pas utilisé de calcul avec déformation en raison de la taille trop importante de nos mailles et de l'absence de gradient de vitesses très importants.

Une fois ces calculs effectués sur l'ensemble des images, on obtient 200 champs de vecteurs du type de la figure 5.5. On peut alors avoir une idée qualitative de l'écoulement dans l'entrefer. On remarquera notamment sur cette figure la présence d'un vecteur de norme et de direction complètement différentes du reste des données. Un tel vecteur est filtré dans l'étape suivante utilisant un programme d'exploitation Matlab.

Au cours de cette étape, tous les champs sont rassemblés afin de faire un calcul de moyenne et de statistiques sur le champ de vitesses. Notamment, l'utilisateur introduit la calibration spatiale correspondant à la taille réelle d'un pixel dans les deux directions de l'espace. Cette calibration a été réalisée en plaçant sur le cylindre extérieur un canal rectangulaire en plexiglas de même épaisseur que celle des flasques et rempli d'huile silicone. Au point de mesure de la nappe laser, une feuille de papier millimétré a été placée afin d'obtenir la calibration suivante :  $Calib_x = Calib_y = 0.0313 \text{ mm.pixel}^{-1}$ . L'intervalle de temps  $\Delta t$  entre les deux images est aussi utilisé à ce point du traitement, permettant d'obtenir les vitesses réelles dans le champ de mesure. Ces vitesses sont enregistrées en sortie dans un fichier de type ASCII. A partir de ces résultats ce programme nous permet d'obtenir les lignes de courant de l'écoulement, comme le montre la figure 5.6. Dans ce cas elles sont toutes parallèles et sont circulaires. On remarquera notamment qu'elles divergent dans les parties où les rayons ne sont pas compris dans les dimensions de l'entrefer

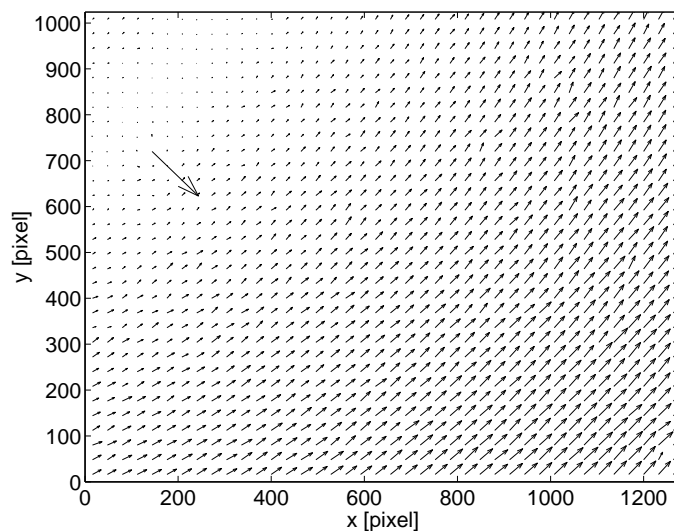


FIG. 5.5 – Exemple de champ de vecteurs vitesses obtenus pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 50$

( $r < r_1$ ).

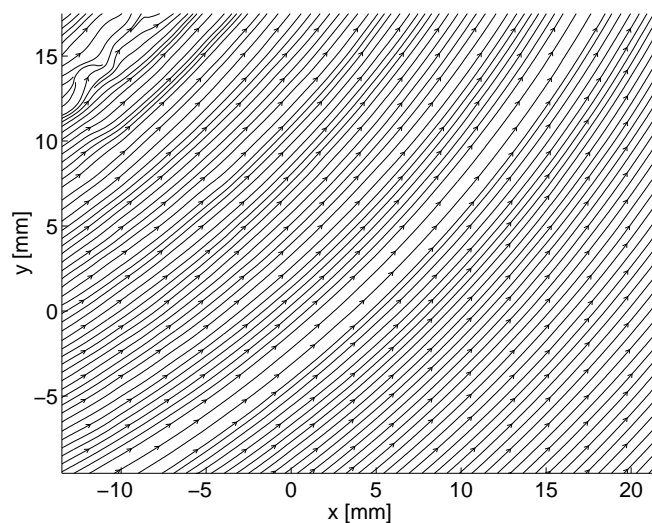


FIG. 5.6 – Lignes de courant de l'écoulement pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 50$

A partir de ce programme il est aussi possible de quantifier la convergence des résultats. Pour cela nous avons systématiquement tracé les écarts types maximums des vitesses en  $x$  et  $y$  dans le champ. La figure 5.7 montre que le nombre d'images utilisé ici, 200, peut être considéré comme suffisant pour assurer la convergence des moments d'ordre 2 de la vitesse en tout point du champ de mesure et donc obtenir des résultats quantitativement acceptables.

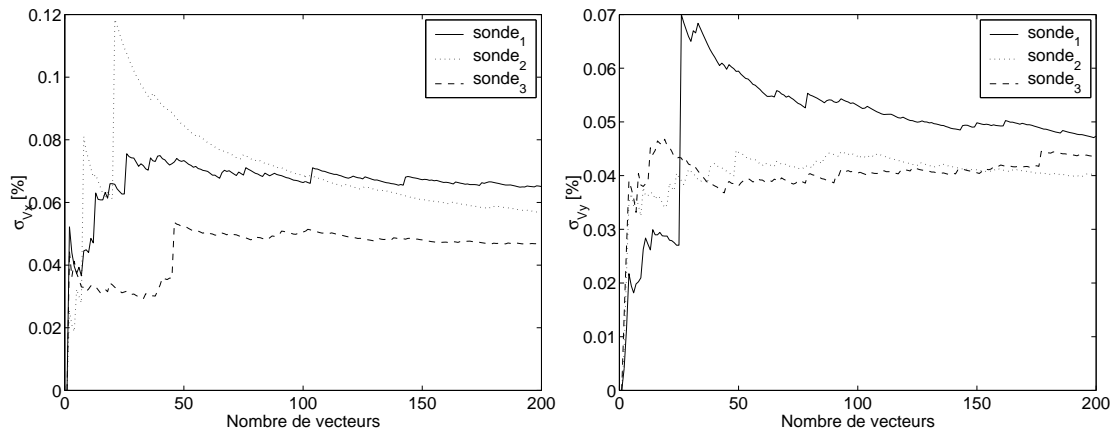


FIG. 5.7 – Évolution des écarts types maximums sur les vitesses  $V_x$  et  $V_y$  pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 50$

## 5.2.2 Résultats

Une fois tous les cas du tableau 5.1 traités, les résultats ont été regroupés dans un même fichier data exploitable sous Tecplot 9.2. Le passage en coordonnées polaires a alors été réalisé afin de connaître en tout point les données  $(r, \theta, U_r, U_\theta)$ . Il est alors possible d'afficher pour chaque cas le champ de vitesse dans la fenêtre de mesure. C'est le cas pour la figure 5.8, avec en prime le champ de vecteur le long d'un rayon des cylindres. Pour le cas présenté, la composante de la vitesse selon  $r$  est nulle comme le prévoit la théorie et la variation de la vitesse orthoradiale ne dépend que de  $r$ . Les données obtenues pour  $r < r_1$  et  $r > r_2$  qui n'ont pas d'existence physique sont masquées. On constate que la vitesse à la paroi du cylindre intérieur, immobile, est nulle et qu'elle croît lorsque  $r$  augmente jusqu'à atteindre un maximum à la paroi du cylindre extérieur en rotation.

A partir de ce champ, on peut extraire un rayon  $\theta = cte$  allant du bord du cylindre intérieur à celui du cylindre extérieur. L'évolution de la vitesse  $U$  selon  $r$  de ce champ mesuré peut alors être comparée à l'évolution théorique de l'équation (1.1b). Le résultat est présenté sur la figure 5.9. On remarque sur cette figure que les formes des deux profils sont très similaires, et que les normes des vitesses le sont aussi. On en conclut que, hormis en très proche paroi, où des phénomènes de réflexion ont pollué les mesures, les vitesses mesurées grâce à la technique PIV sont qualitativement et quantitativement similaires à celles prévues par la théorie.

Cependant, le cas présenté tout au long de ce chapitre n'est pas totalement représentatif de tous les résultats obtenus. En effet, si l'identification au profil théorique est acceptable pour la majorité des cas, il apparaît inadapté lorsque l'écoulement devient instable où que le nombre de Reynolds  $Re_2$  devient trop important (cf Annexe A). Ce-

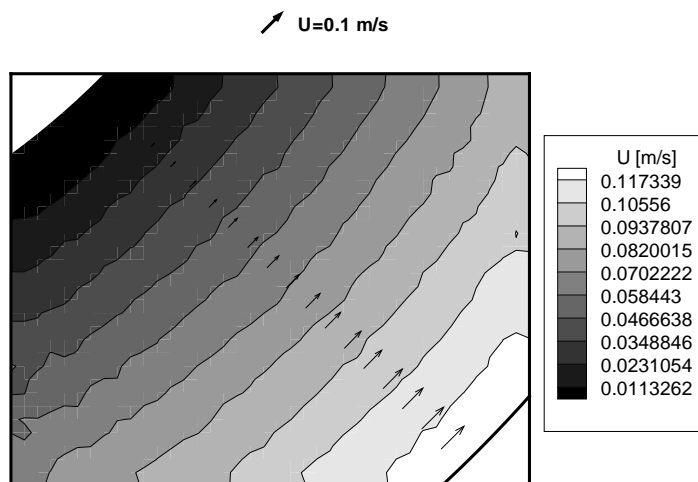


FIG. 5.8 – Champ de vitesse PIV mesuré pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 50$

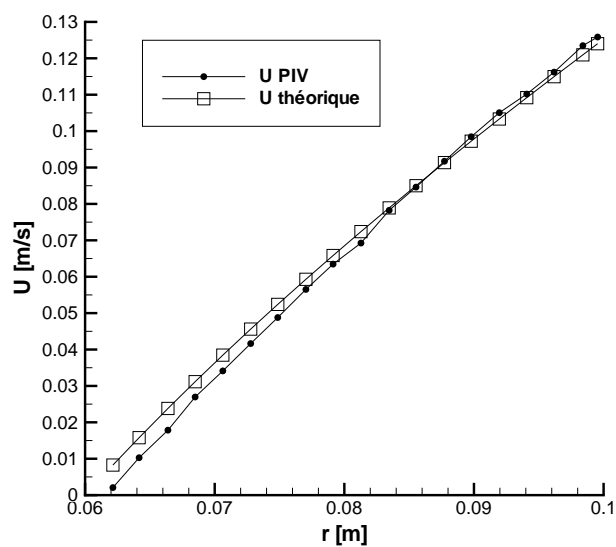


FIG. 5.9 – Comparaison des champs de vitesse mesuré par PIV et théorique pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 50$

pendant, dans ces deux cas, aucune étude sur l'hydrodynamique de bulles n'a été effectuée.

Nous considérerons donc par la suite que le profil de vitesse  $U(r)$  dans l'entrefer est le profil théorique de l'équation (1.1b).

### 5.2.3 Influence du capillaire

Lors des expériences sur les bulles, un tube capillaire permettant d'injecter l'air dans l'entrefer a été utilisé (4). On peut donc se poser la question de son influence sur le champ de vitesse de l'écoulement du fluide dans l'entrefer en fonction de sa position radiale et orthoradiale. En effet, le capillaire étant amovible, il a pu être plus ou moins introduit dans l'entrefer. Par ailleurs, étant solidaire du cylindre extérieur, il tourne avec ce dernier. De fait, pour les expériences de position d'équilibre en gravité terrestre, il était en rotation, mais peu introduit, alors que pour les expériences de migration, il était fixe, mais pouvait être introduit.

L'influence du capillaire sur l'écoulement peut être de deux natures. Premièrement, il peut créer une modification de la forme du profil de vitesse dans son sillage. Les bulles ne sont alors pas soumises au profil théorique connu. Deuxièmement, cette modification du champ de vitesse est une perturbation susceptible de déclencher l'apparition des rouleaux de Taylor pour des nombres de Reynolds  $Re_1$  plus faibles que ceux déterminés précédemment (cf 5.2).

Afin de quantifier l'influence de la présence du capillaire sur l'écoulement, des mesures PIV ont été entreprises dans les mêmes conditions que celles des mesures de migration. La figure 5.10 suivante présente les positions respectives du capillaire et de la fenêtre de mesure pour les mesures PIV.

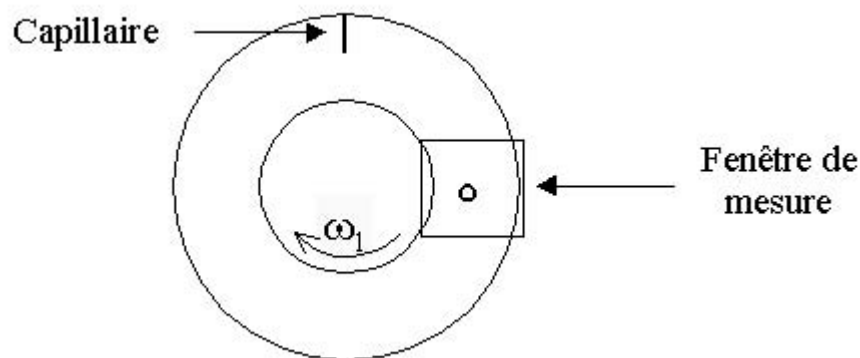


FIG. 5.10 – Position du capillaire vis à vis de la fenêtre de mesure PIV

Sur cette figure, on constate que le capillaire est placé en position verticale, en amont de la fenêtre de mesure. C'est cette position qu'il occupait réellement pendant les mesures



de migration sur les bulles en microgravité notamment.

Ces mesures ont été réalisées aux vitesses de rotation du cylindre intérieur correspondant aux mesures de migration de bulles, soit  $Re_1 = -25$ ,  $Re_1 = -50$ , et  $Re_1 = -75$ . Pour ces trois cas, le capillaire a été plus ou moins introduit dans l'entrefer. Trois positions de l'extrémité du capillaire ont été étudiées : l'extrémité à la paroi du cylindre extérieur, correspondant au cas sans capillaire, l'extrémité au milieu de l'entrefer, l'extrémité à la surface du cylindre intérieur, le capillaire étant alors totalement introduit. Ces trois positions correspondent réellement aux positions utilisées lors de l'injection de bulles en migration.

Les mesures ont été effectuées sur l'ensemble de la fenêtre mais les figures ci-après représentent les vitesses dans l'entrefer extraites sur l'horizontale  $\theta = 0$ .

Pour cette étude les moyennes de vitesses ont été calculées à partir de 350 images pour chaque cas. Ceci afin d'assurer une meilleure précision des résultats.

### Cas $Re_1 = -25$

La figure 5.11 présente les vitesses radiales et orthoradiales mesurées dans l'entrefer. On peut constater que pour ces vitesses de rotation du cylindre intérieur, la position du capillaire n'a que peu d'influence quantitativement. En effet, les profils des vitesses radiales et orthoradiales sont très similaires et leurs valeurs varient peu en fonction de cette position. La présence du capillaire en amont de l'écoulement n'est donc pas sensible pour ce cas particulier. Les vitesses étant faibles, la longueur de sillage est plus faible et, le capillaire étant placé à un angle de  $\frac{\pi}{2}$  en amont de la fenêtre de mesure, la modification du champ de vitesse qu'il entraîne est négligeable dans la fenêtre de mesure.

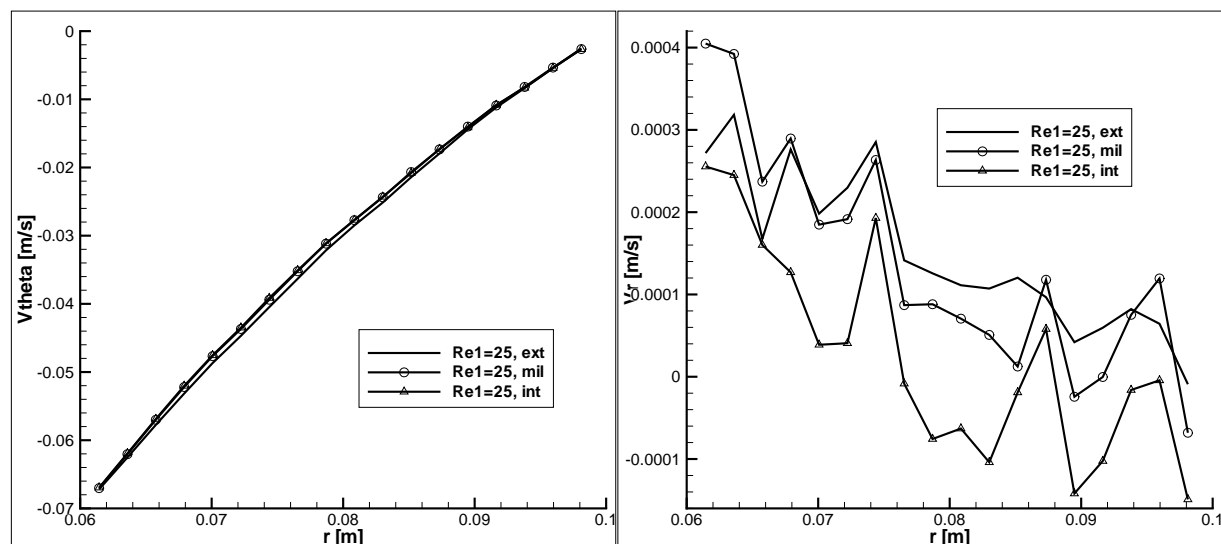


FIG. 5.11 – Vitesses radiales et orthoradiales mesurées en fonction de la position du capillaire pour les cas  $Re_1 = -25$

### Cas $Re_1 = -50$

La figure 5.12 présente les vitesses radiales et orthoradiales mesurées dans l'entrefer pour ce cas. La vitesse de rotation du cylindre intérieur ayant été multipliée par deux par rapport au cas précédent, celle du fluide l'est d'autant dans l'entrefer, de sorte que la longueur du sillage en aval du capillaire l'est aussi. En conséquence, on constate sur la figure 5.12 que la présence du capillaire et la position de son extrémité dans l'entrefer engendrent des modifications sur la forme des profils de vitesses et sur les valeurs de ces profils.

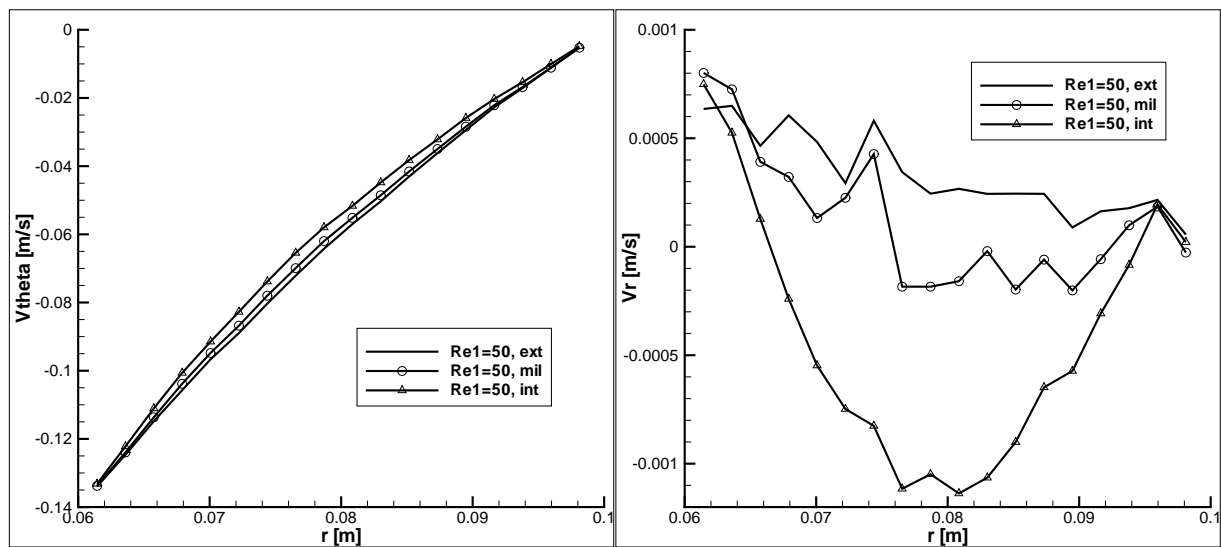


FIG. 5.12 – Vitesses radiales et orthoradiales mesurées en fonction de la position du capillaire pour le cas  $Re_1 = -50$

Ainsi, plus le capillaire est introduit dans l'entrefer, et plus on constate un déficit de vitesse orthoradiale au centre de l'entrefer, les vitesses aux extrémités restant égales. Ce déficit de vitesse orthoradiale est compensé par un changement de signe et une augmentation de la valeur absolue de la vitesse radiale dans cette même zone, les vitesses aux extrémités restant égales. la vitesse radiale maximale atteint alors une valeur maximale  $U_r \approx -1 \text{ mm.s}^{-1}$ .

Les lignes de courant de la vitesse restent dans ce cas circulaires, les valeurs de la vitesse radiale étant faibles par rapport à celles de la vitesse orthoradiale, l'instabilité n'a pas été déclenchée. Cependant, l'écart aux valeurs du profil théorique étant significatif, ce sont les valeurs réelles de la vitesse qui seront utilisées dans la partie dynamique en fonction de la position du capillaire.

### Cas $Re_1 = -75$

La figure 5.13 présente les vitesses radiales et orthoradiales mesurées dans l'entrefer pour ce cas. On constate à nouveau et de manière toujours plus significative que la présence du capillaire et la position de son extrémité influent sur la forme des profils de vitesses. Une nouvelle fois, la présence du capillaire entraîne un déficit de vitesse orthoradiale au centre de l'entrefer. En effet, le sillage est plus important dans ce cas. Ce déficit de vitesse est compensé par un changement de signe et une augmentation de la vitesse radiale, avec un maximum  $U_r \approx -1 \text{ cm.s}^{-1}$ .

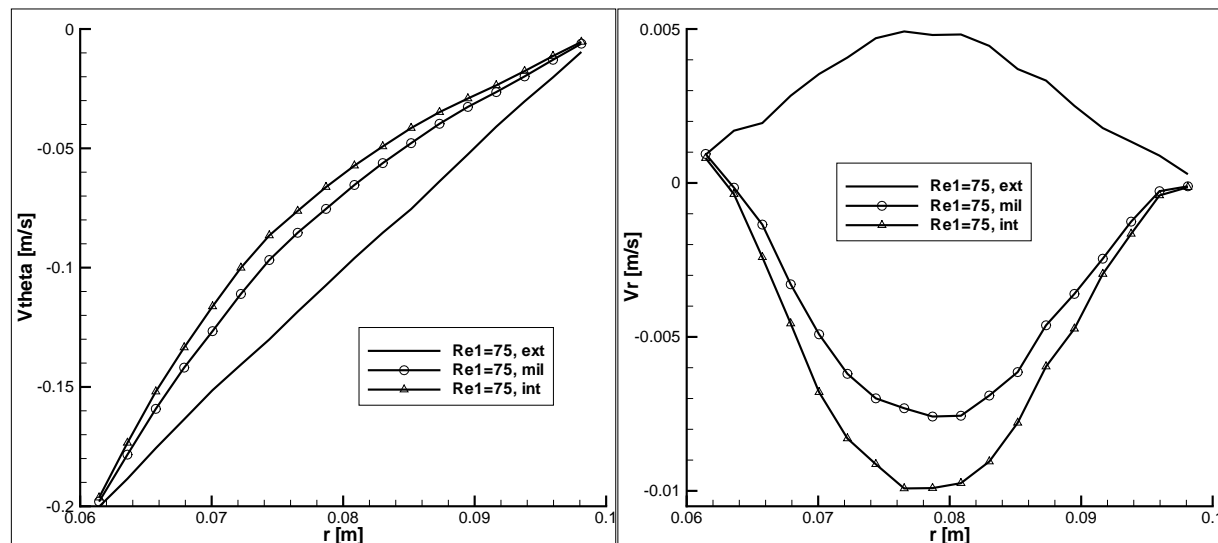


FIG. 5.13 – Vitesses radiales et orthoradiales mesurées en fonction de la position du capillaire pour les cas  $Re_1 = -75$

Le rapport des ordres de grandeur des vitesses radiales et orthoradiales étant toujours de l'ordre de dix, les lignes de courant du champ de vitesse sont décalées mais gardent leur forme quasi-circulaire. Le profil théorique n'est plus utilisable pour caractériser ces vitesses, mais l'instabilité n'a pas été déclenchée pour autant.

En conclusion, la présence du capillaire influe sur le profil des champs de vitesses et crée un transfert de quantité de mouvement. En tout point de l'entrefer, hormis aux parois où les vitesses sont imposées, la présence du capillaire engendre un déficit de vitesse orthoradiale et entraîne la présence d'une sur-vitesse radiale négative. Ce phénomène s'accroît avec l'augmentation de la vitesse du cylindre intérieur, donc de la longueur de sillage en aval du capillaire. Enfin, la proximité de l'extrémité du capillaire avec le cylindre intérieur tend aussi à augmenter ces phénomènes.

Dans les cas d'études de la migration des bulles dans l'entrefer et en présence du capillaire en position horizontale haute, il sera donc nécessaire d'utiliser le profil de vitesse réel afin de caractériser les vitesses de glissement des bulles, et donc les forces hydrodynamiques résultantes.



# Chapitre 6

## Traitement des images

Les bulles étudiées ont été filmées à l'aide de caméras permettant d'obtenir directement des séries d'images numériques. Dans ce chapitre sont présentés les méthodes et les outils permettant d'extraire de ces images des informations géométriques ou cinématiques sur les bulles.

### 6.1 Extraction de contour de bulles

Les deux caméras utilisées permettent quant à elle d'obtenir directement des séries d'images stockées sous format tiff. Ces images obtenues peuvent être traitées afin d'en extraire les coordonnées géométriques des contours des bulles à chaque image. Pour ce faire c'est le logiciel Optimas qui a été utilisé. Plusieurs étapes sont possibles et nécessaires dans le traitement de l'image. Le principe du traitement est d'isoler dans l'image la bulle du reste des informations. Du fait de la prise de vue par ombroscopie, la bulle est plus sombre que la majorité des autres éléments de l'image. Le logiciel Optimas donne accès au niveau de gris de chaque pixel compris entre 0, pour le noir, et 255 pour le blanc. La bulle peut facilement être isolée du reste de l'image à partir d'un seuillage sur les niveaux de gris.

#### Détermination de la région d'intérêt

Afin de raccourcir le temps de traitement et d'éviter de détecter des objets non souhaités, le traitement est restreint à une zone de l'image définie par l'utilisateur, on l'appelle la ROI (Region Of Interest). En réalité elle correspond à la trajectoire de la bulle étudiée pendant une séquence. La figure 6.1 présente un exemple de ROI choisie pour une bulle à proximité de la paroi du cylindre extérieur en microgravité. Dans ce cas la réflexion de la bulle sur la paroi peut s'avérer problématique, la bulle réfléchie pouvant être détectée lors de l'analyse de l'image complète. Une zone entourant la bulle est donc définie afin d'exclure l'image de la bulle réfléchie.

## Division par une image de fond

Pour chaque expérience, une image du champ de prise de vue sans objet (bulle, capillaire) a été effectuée dans des conditions identiques. Cette image est appelée image de fond. A l'aide du logiciel Optimas, il est possible de diviser l'image ou la ROI que l'on souhaite traiter par cette image de fond, le résultat en est une image plus contrastée. Ainsi pour l'exemple précédent, l'absence de bulle dans l'image de fond fait ressortir sa présence dans la ROI comme le montre la figure 6.1.

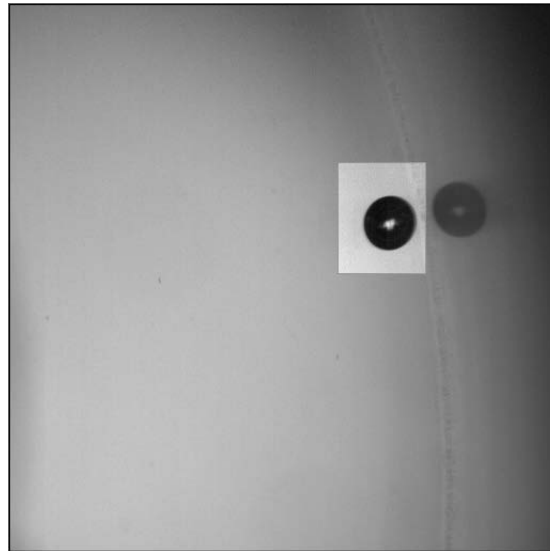


FIG. 6.1 – Exemple de détermination d'une région d'intérêt pour une bulle à proximité d'une paroi (ROI) et division par image de fond.

## Utilisation d'un filtre

L'utilisation d'un filtre sur l'image ou la ROI permet de supprimer des bruits dans l'image. De fait, pour augmenter la netteté du contour on peut appliquer un filtre médian  $5 \times 5$  pixels qui lisse le contour dès la première itération en supprimant les bruits ponctuels. Le principe de ce filtre est d'appliquer à tout pixel la valeur médiane des pixels alentours. Pour l'exemple que nous étudions, la figure 6.2 présente la ROI après utilisation du filtre médian.

Comme on peut le voir sur la figure 6.2, le lissage du contour n'est pas visible à l'oeil nu. Qualitativement et quantitativement, il n'est en fait d'un grand intérêt que lorsque les images de bulles sont floues. En raison de la qualité des images obtenues et de leur netteté, ainsi que des contrastes obtenus, les étapes de division par image de fond et d'utilisation d'un filtre n'ont donc pas été utilisées dans la majorité des images traitées.

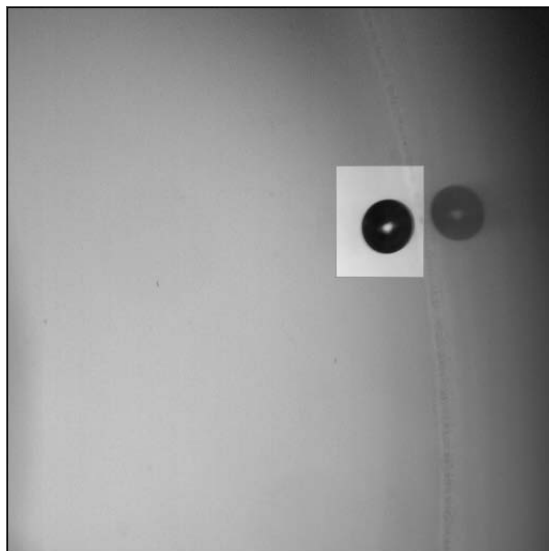


FIG. 6.2 – Exemple d'utilisation d'un filtre médian  $5 \times 5$  pixels.

### Choix du seuil, binarisation et détection du contour

Comme nous l'avons expliqué précédemment, à ce stade du traitement, la bulle présente idéalement un niveau de gris très différent de celui du fond. Cependant le gradient de niveau de gris peut s'effectuer sur plusieurs pixels, du centre de la bulle à sa surface. En conséquence, la détermination et l'extraction du contour de la bulle sera très sensible au choix du seuil effectué pour séparer le fond de l'image de la bulle. Ainsi une fois le seuil  $T_i$  défini, on peut binariser l'image, tout pixel ayant une valeur inférieure ou égale à  $T_i$ , donc plus foncé, prend alors la valeur 0 et devient noir, tandis que les autres prennent la valeur 1 et deviennent blanc. Le résultat de l'opération est donc une bulle noire sur un fond blanc. Après une opération d'inversion, on obtient une bulle blanche sur fond noir. Notons ici qu'une fraction des rayons incidents est refractée et qu'un halot blanc apparaît donc au centre de la bulle (cf 6.1), un remplissage de la zone détectée est alors effectué.

Une fois cette image binaire obtenue, la frontière entre les pixels blancs et noirs est assimilée au contour de la bulle. Cette frontière a donc nécessairement une épaisseur d'un pixel.

Le choix du seuil et le contour extrait qui en résulte est donc l'étape critique du traitement comme le montre la figure 6.3 où sont présentes deux images de contours extraits pour des valeurs de seuils de 130 et 30 respectivement.

On voit clairement sur la figure précédente que les aires détectées et en conséquence les contours sont très différents dans les deux cas. Lorsque le seuil de binarisation choisi est trop faible, on minimise l'aire de la bulle, alors qu'au contraire lorsqu'il est trop grand, on prend le risque de détecter dans la ROI des objets non souhaités. En conclusion c'est au prix de plusieurs itérations sur le choix des ROI et des seuils que le traitement s'avère

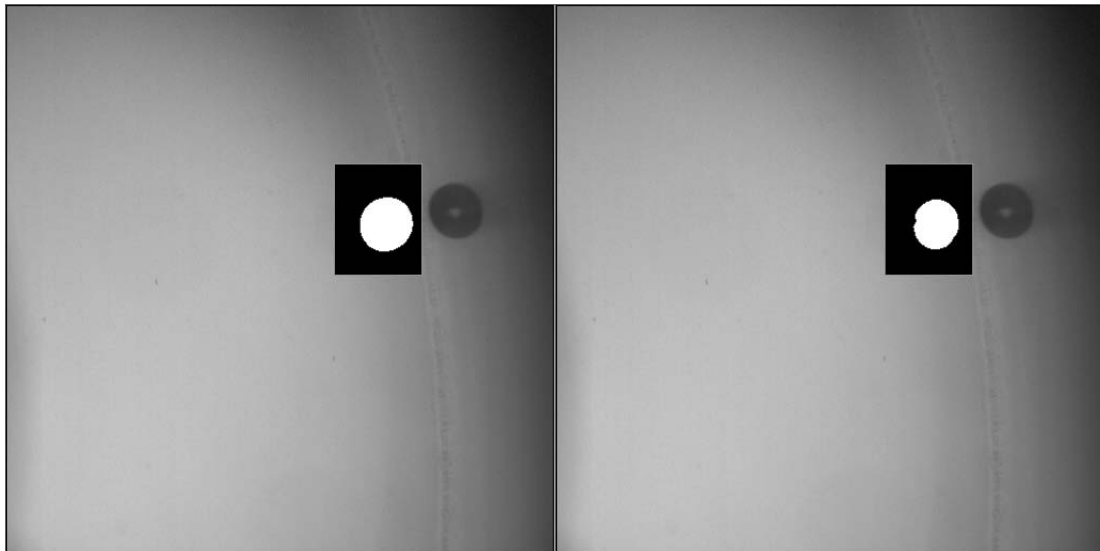


FIG. 6.3 – Exemples de contours de bulles détectés par binarisation après deux choix de seuils différents.

optimal.

### Extraction du contour

Une fois le contour détecté, il est discrétisé en un certain nombre de points grâce au logiciel Optimas. Les coordonnées en pixels de ces points sont stockées dans un fichier afin d'être utilisées pour le post-traitement sous Matlab. Après plusieurs essais, il a été constaté que le choix de 200 points pour discrétiser le contour offrait un bon compromis entre le temps de traitement et la qualité de la description du contour. Pour certaines grosses bulles, ce nombre est monté à 250. La figure 6.4 présente les 200 points extraits du contour de la bulle étudiée en exemple. On constate que la forme, et l'orientation des axes principaux sont bien respectés.

Enfin, la vérification du choix du seuil de binarisation est possible en réalisant la superposition du contour extrait sur l'image brute de la bulle.

### Mise en oeuvre

En réalité, plusieurs bulles peuvent parfois être présentes sur une même image et traitées en même temps. Le choix de la ROI et du seuil sont faits de telle sorte que les aires détectées soient maximales. Grâce au logiciel Optimas, on exporte les coordonnées des points des différents contours détectés ainsi que le nombre de contours détectés. Par ailleurs, il est possible d'automatiser le traitement à une séquence d'images à l'aide de macros.

Les résultats pour le post-traitement se présentent sous la forme de quatre fichiers



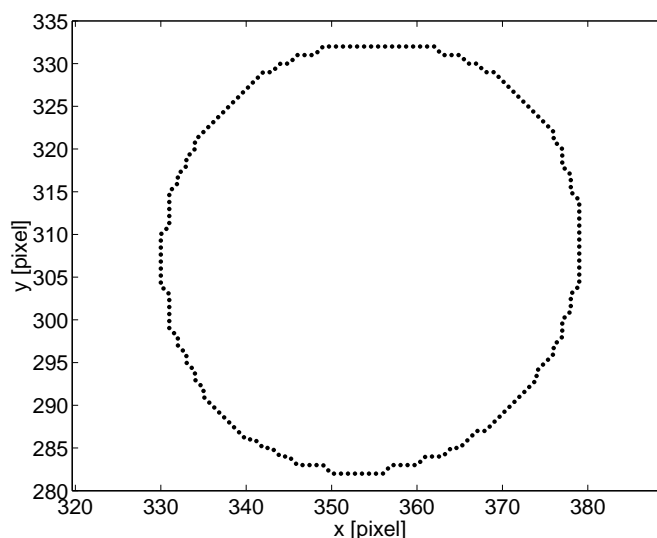


FIG. 6.4 – Exemple de points extraits du contour d’une bulle

distincts. Le premier représente le nombre de bulles détectées pour chaque image. Le second représente les coordonnées des contours de ces bulles en pixels. Les deux autres fichiers permettent de valider la suite du post-traitement et représentent les coordonnées du centre de gravité de chaque bulle détectée calculées à partir de la surface détectée et le diamètre équivalent de ces bulles en pixel.

## 6.2 Traitement des données géométriques et cinématiques

A partir des données extraites du logiciel Optimas, des programmes Matlab ont été écrits afin d’obtenir les informations géométriques sur chaque bulle étudiée. Notamment, il est important de connaître la position du centre de gravité de la bulle, son diamètre équivalent, ses axes principaux et son éventuelle déformation. Pour des séquences de plusieurs images, ces données permettent d’obtenir des informations cinématiques sur chaque bulle. Les différentes étapes du post-traitement sont présentées dans les paragraphes suivants.

### Calibration de l’image

Les informations obtenues grâce au logiciel Optimas sont exprimées en pixels. La connaissance de la taille du champ de la caméra et l’utilisation d’images de mire permettent d’effectuer une calibration de ces images afin d’obtenir les dimensions réelles des objets, ainsi que leurs positions. Pour ce faire, ce sont les dimensions du capillaire et des rayons des cylindres intérieur et extérieur dans le plan focal qui ont été utilisés.

Les cas des expériences en laboratoire et en microgravité sont à distinguer. Dans le

premier cas, le champ de prise de vue était toujours supérieur aux dimensions de l'entrefer. Par conséquent, il était possible de prendre une image du capillaire en contact avec les deux cylindres avec des angles différents. La longueur mesurée est alors toujours de  $40\text{mm}$ . En plaçant un canal rectangulaire en plexiglas de même épaisseur que les flasques des cylindres et de même longueur que les cylindres, en le remplissant d'huile silicone, puis en fixant une mire millimétrée en son centre, il a été montré que la calibration était la même, validant ainsi la méthode utilisant le capillaire. Dans le cas des expériences en microgravité, les champs sont restreints afin de diminuer la taille des images, donc leur temps de transfert entre deux paraboles. Cependant pour chaque position de la caméra, des images de mire du capillaire en pleine résolution, donc avec un champ contenant les deux cylindres ont été prises avant et après les enregistrements.

En conclusion, pour chaque essai, la calibration spatiale représentant la taille réelle d'un pixel est connue précisément.

La figure 6.5 présente la mire utilisée pour l'exemple présenté dans ce chapitre. On constate que l'on a élargi le champ de prise de vue pour l'obtenir. Le capillaire est en contact avec les deux cylindres, et à partir de la largeur de l'entrefer, on trouve un rapport  $Calib_x = Calib_y = 12.9\text{ px.mm}^{-1}$ .

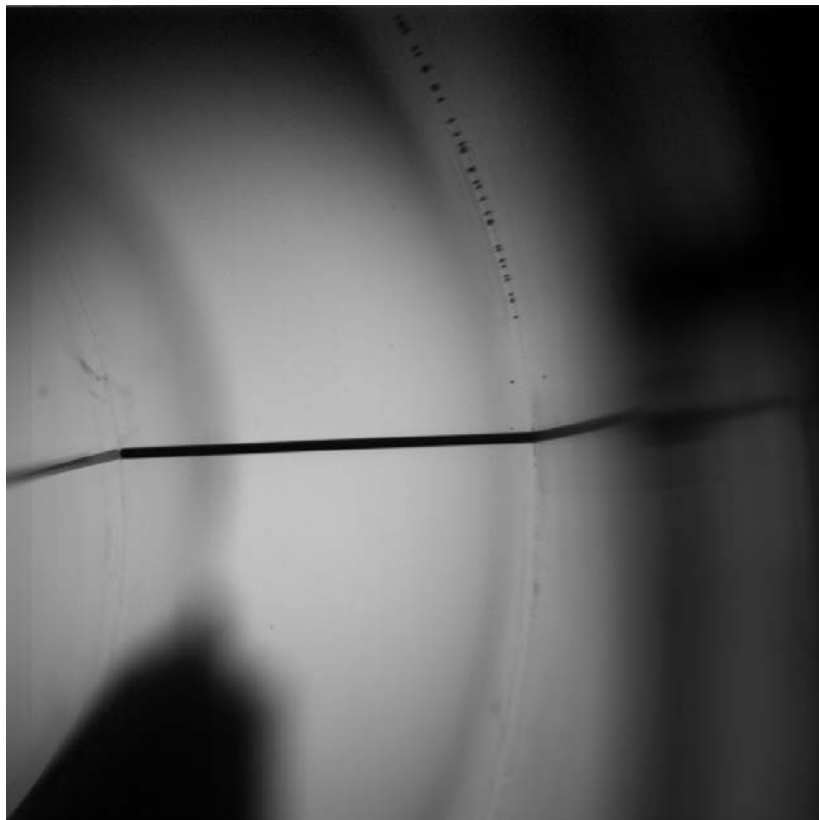


FIG. 6.5 – Exemple de mire utilisée pour le cas d'essai présenté.

## Centre de gravité et diamètre équivalent

Dans une première étape, les coordonnées des points du contour de la bulle sont rééchantillonnés régulièrement grâce à un programme Matlab. Cet algorithme très simple que nous ne représentons pas, est identique à celui utilisé dans la thèse de Duhar (2003). A partir de cette discrétisation, il est très simple de calculer l'aire  $A_B$  et le volume  $V_B$  de la bulle comme la somme des aires et des volumes élémentaires de chaque intervalle. On suppose alors que la bulle est de forme axisymétrique. La position du centre de gravité de la bulle  $(x_G, y_G)$  peut alors être calculée indifféremment à partir de ces deux dernières grandeurs. De même, on peut en déduire le diamètre équivalent de la bulle à partir des relations :

$$d_{eq} = \left( \frac{4A_B}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.1a)$$

$$d_{eq} = \left( \frac{6V_B}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6.1b)$$

Ces deux valeurs présentant des différences inférieures à 0.5 %.

La figure 6.6 présente le contour de la bulle après calibration. Les dimensions de la bulle sont calculables et le diamètre équivalent de la bulle est présenté ainsi que la position de son centre de gravité dans le repère lié à l'image.

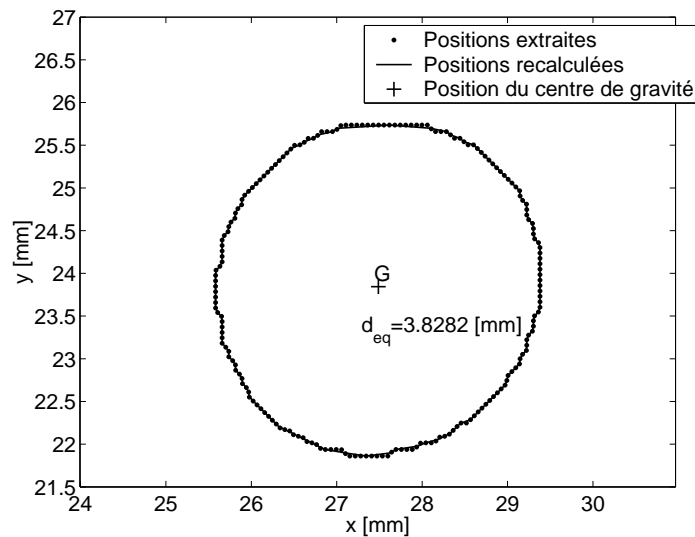


FIG. 6.6 – Comparaison des positions des points du contour d'une bulle avant et après interpolation et position du centre de gravité calculé

## Moments d'inertie et déformation de la bulle

Pour chaque bulle, les moments d'inertie sont calculés dans le repère  $(x, y)$  afin d'estimer la déformation et l'orientation de la bulle. A partir des valeurs propres et des vecteurs propres de la matrice d'inertie de la bulle, on obtient les longueurs des deux axes principaux de la bulle ainsi que leurs angles propres dans le repère  $(x, y)$  (Duhar, 2003).

Ainsi, pour une séquence d'images on peut caractériser et quantifier dans le temps la rotation de la bulle ainsi que sa déformation.

## Passage en coordonnées polaires

Nous connaissons à présent la position dans l'image de la bulle et notamment son centre de gravité. Cependant, il faut replacer ces données dans le repère des cylindres avant toute interprétation physique ou dynamique. Pour ce faire, il est nécessaire de faire un changement de repère. Les coordonnées cartésiennes sont transformées en coordonnées polaires, le centre du repère devenant le centre des cylindres.

La position du cylindre extérieur est repérée grâce à l'enregistrement de plusieurs positions successives du capillaire lorsque ce dernier est affleurant à la paroi du cylindre. A partir de deux positions extrêmes du capillaire, il est aisé de calculer le centre du cylindre dont on connaît le rayon  $r_2$ . Les autres positions permettent d'ajuster ce calcul. Au final la position du centre du cylindre est connue avec une précision d'un pixel.

La figure 6.7 présente un exemple d'images utilisées pour calculer le centre du cylindre pour le cas suivi dans ce chapitre.

Finalement, il est possible de replacer la bulle dans l'entrefer avec l'ensemble des informations traitées. C'est ce qui a été effectué sur la figure 6.8. La bulle est bien placée à proximité de la paroi du cylindre extérieur et son inclinaison est respectée.

## Cinématique et conclusion

Lorsque le changement de repère a été effectué, il est possible pour une séquence d'images de calculer les vitesses et les accélérations radiales et orthoradiales. L'ensemble de ces données est sauvegardé dans des matrices pour chaque bulle de chaque séquence. L'analyse des résultats et le calcul des bilans hydrodynamiques peut alors être entrepris.

Afin de vérifier la qualité du traitement des images, nous proposons deux méthodes de validation. D'une part un calcul d'incertitude en annexe B pour l'ensemble du traitement, et d'autre part une validation avec l'utilisation en laboratoire d'une sphère solide de diamètre connu.

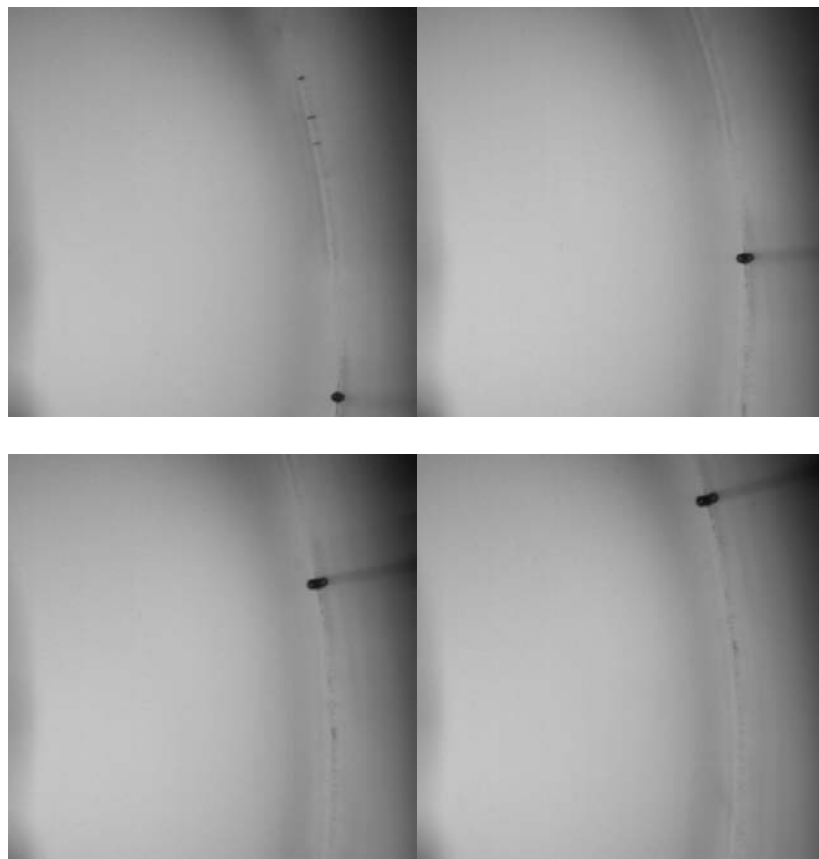


FIG. 6.7 – Exemple d’images de références permettant de calculer la position du centre des cylindres

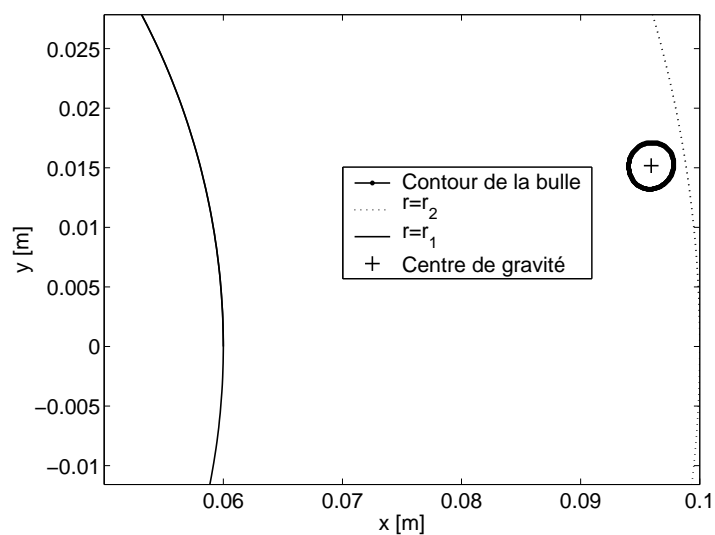


FIG. 6.8 – Position finale de la bulle après traitement pour l’exemple étudié

## 6.3 Validation du traitement avec le cas de la sphère solide

### Image de référence

Une sphère solide en polypropylène a été introduite dans le dispositif expérimental. En raison de sa densité inférieure à celle de l'huile silicone, cette sphère atteint une position d'équilibre présentée sur la figure 6.9. A partir de cette image, un traitement d'image équivalent à celui présenté dans les paragraphes précédents a été entrepris. Les étapes de division par une image de fond et d'utilisation d'un filtre n'ont pas été utilisées et le seuil de niveau de gris choisi pour la binarisation est égal à 130.



FIG. 6.9 – Image de la sphère solide en position d'équilibre

### Méthode de vérification de l'horizontalité

La position orthoradiale d'une particule en équilibre est souvent très proche de  $\theta_0 = 0$  [rad]. Or dans l'annexe B, on peut constater que les incertitudes sur le coefficient de portance sont en inversement proportionnelles à  $\sin \theta \approx \theta$ . Il est donc nécessaire de connaître très précisément l'angle d'équilibre. Pour ce faire, outre l'utilisation des différentes positions du pied du capillaire à la paroi du cylindre extérieur, un calcul de concentricité des deux cylindres a été effectué à partir de leurs images dans le plan focal de la bulle. L'objectif est double : premièrement vérifier que l'axe optique de la caméra est bien aligné avec l'axe principal des cylindres, puis que le centre du cylindre calculé est bien placé sur cette horizontale.

La calibration spatiale est réalisée grâce à l'utilisation d'un capillaire et comparée à la mesure en pixels du diamètre de la sphère qui est connu. Le résultat de cette comparaison valide la méthode d'utilisation du capillaire, puisque les deux calibrations trouvées sont quasiment identiques,  $Calib \approx 13 px.mm^{-1}$ .

## Résultats géométriques

Les points du contour extraits sont exportés vers le programme Matlab de post-traitement. Les résultats géométriques sont présentés sur la figure 6.10. Le diamètre de la sphère mesuré avec une lentille binoculaire était  $2R = 2.06 mm$  avec une précision de  $\Delta 2R = 0.05 mm$ . Le diamètre obtenu après traitement,  $2R = 2.0495 mm$  est aux erreurs d'incertitude près (cf B) du même ordre de grandeur puisque  $1.97367 mm < 2R < 2.12533 mm$ . La méthode de traitement est donc de fait validée pour l'obtention des caractéristiques géométriques des bulles.

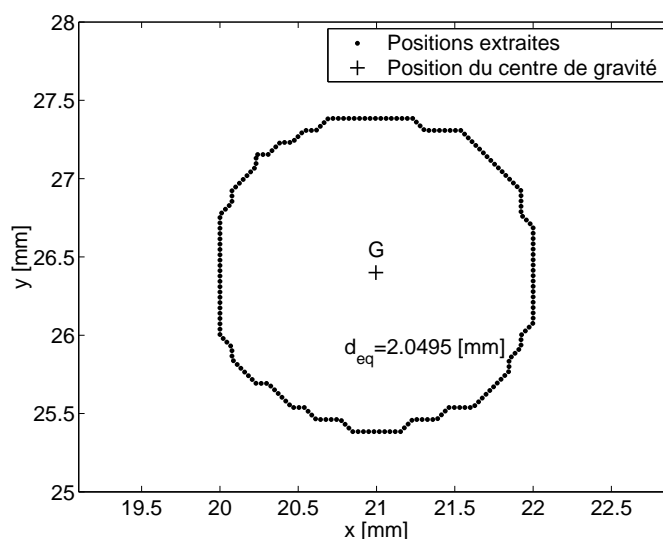


FIG. 6.10 – Contour extrait, position du centre de gravité et diamètre équivalent de la sphère après traitement

## Changement de repère

En utilisant la méthode de détection du pied du capillaire à la paroi du cylindre extérieur, le passage du repère cartésien lié à l'image à celui cylindrique lié aux deux cylindres a été réalisé. Le résultat est présenté sur la figure 6.11. La position du centre de gravité de la sphère dans le nouveau repère  $y$  est présentée. En comparant l'image 6.9 de référence et cette dernière figure, la sphère est correctement replacée. L'étape suivante est de réaliser le bilan dynamique des équations (2.11a) et (2.11b) avec les deux valeurs  $(r_0, \theta_0)$  obtenues, et de comparer les valeurs des coefficients hydrodynamiques  $C_D$  et  $C_L$

qui en résultent avec ceux bien connus pour une sphère solide de Clift *et al.* (1978) et Legendre & Magnaudet (2000). Cette comparaison est présentée dans le chapitre 8.

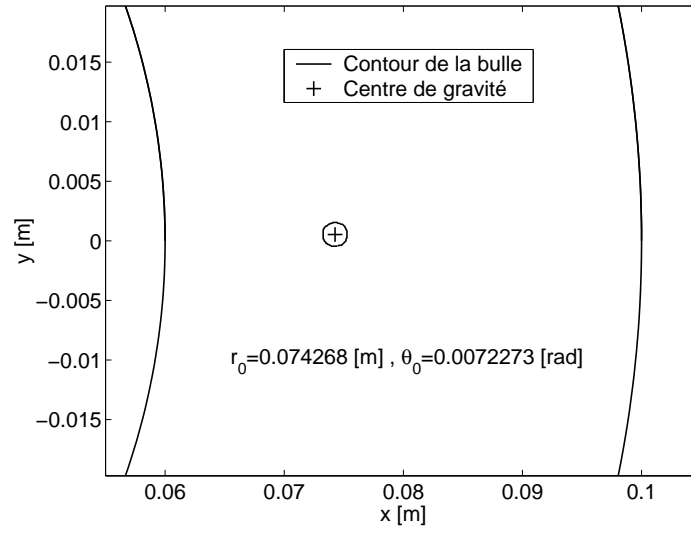


FIG. 6.11 – Positions de l'interface et du centre de gravité de la sphère dans l'entrefer



## Troisième partie

### Présentation et analyse des résultats



# Chapitre 7

## Migration de bulles en écoulement cisailé

Ce chapitre est consacré à la présentation et à l'analyse des résultats expérimentaux obtenus à partir de l'étude des migrations de bulles dans des conditions de gravité terrestre puis de microgravité. Dans ces deux cas, seul le cylindre intérieur sera mis en rotation.

### 7.1 Migration de bulles en condition de gravité terrestre

#### 7.1.1 Paramètres expérimentaux

Pour cette étude en laboratoire, les bulles ont été injectées à l'aide du capillaire à différents rayons de l'entrefer et à plusieurs positions orthoradiales aval ou amont de la fenêtre de mesure vis à vis de l'écoulement. Les bulles observées sont toujours loin de la paroi dans cette section. La vitesse de l'écoulement  $U$  a été créée par l'intermédiaire du cylindre intérieur uniquement au travers de six vitesses de rotations  $\omega_1$  :

$Re_1$	$\omega_1$ [ $rad.s^{-1}$ ]	$\Omega = 2A$ [ $s^{-1}$ ]	$S_{r\theta} = \frac{-B}{r^2}$ [ $s^{-1}$ ]
-25	-1.14	1.29	1.00
-50	-2.28	2.57	2.00
-75	-3.28	3.69	2.89
25	1.14	-1.29	-1.00
50	2.28	-2.57	-2.00
75	3.28	-3.69	-2.89

TAB. 7.1 – Paramètres expérimentaux pour les cas de migration étudiés. La déformation est calculée au centre de l'entrefer ( $r = 0.08$  m)

Comme présenté sur la figure 1.7,  $\omega_1 \geq 0$  correspond au sens trigonométrique et  $\omega_1 \leq 0$  au sens rétrograde. Comme cela a déjà été notifié dans la section 5.1, il a été ici délibérément choisi d'utiliser des nombres de Reynolds négatifs afin de qualifier le sens de rotation des cylindres. Au total, les trajectoires de 103 bulles ont été étudiées dans ces conditions expérimentales.

### 7.1.2 Trajectoire et cinématique des bulles

Afin de faciliter la lecture de ce manuscrit, nous avons choisi de nous limiter à la présentation détaillée de trois cas représentatifs. En effet, trois comportements « type » ont pu être observés :

- Celui d'une bulle avec une vitesse orthoradiale  $V_\theta$  positive dans un champ de vitesse  $U$  positif.
- Celui d'une bulle avec une vitesse orthoradiale  $V_\theta$  négative dans un champ de vitesse  $U$  négatif.
- Celui d'une bulle avec une vitesse orthoradiale  $V_\theta$  positive dans un champ de vitesse  $U$  négatif.

Par amalgame, et étant donné la position de la fenêtre de mesure ( $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ), nous appellerons bulle ascendante, une bulle avec une vitesse  $V_\theta \geq 0$ , et descendante, une bulle avec une vitesse  $V_\theta \leq 0$ .

#### $Re_1 = 50$ , bulle ascendante

Dans ce cas, la bulle est injectée dans la partie inférieure des cylindres, et suivant le sens de l'écoulement positif, elle passe de bas en haut dans la fenêtre de mesure. Les positions successives de la bulle sont présentées sur la figure 7.1. Pour cette bulle d'un diamètre  $2R = 1.93 \text{ mm}$ , on constate que la trajectoire observée s'écarte faiblement d'une trajectoire circulaire. Notamment, près de l'horizontale,  $\theta = 0$ , le rayon du centre de gravité de la bulle est légèrement inférieur à son rayon quelques instants auparavant.

Sur la figure 7.2, nous avons tracé les évolutions temporelles de la position de la bulle  $(r, \theta)$ , ainsi que ses vitesses  $(V_r, V_\theta)$ . En raison de sa forte vitesse orthoradiale, cette bulle n'est restée dans la fenêtre de mesure qu'un temps très court,  $0.4 \text{ s}$ , ce qui explique le faible nombre de points de mesure. L'évolution temporelle du rayon du centre de gravité de la bulle confirme nos observations précédentes, il diminue pour  $\theta \leq 0$ , puis ré-augmente lorsque  $\theta \geq 0$ . Dans la totalité des cas étudiés, cette évolution a pu être lissée par un polynôme de degré deux,  $P_r$ . L'évolution temporelle de  $\theta$  est presque linéaire dans ce cas. Afin de simplifier le traitement des données, et après observation de certaines évolutions non linéaires (figure 7.6), les évolutions temporelles de  $\theta$  ont été lissées par un polynôme de degré trois,  $P_\theta$ .

A partir de ces lissages, les vitesses radiales et orthoradiales de la bulle ont pu être obtenues très simplement. Ainsi, la vitesse radiale est linéaire et change de signe lorsque

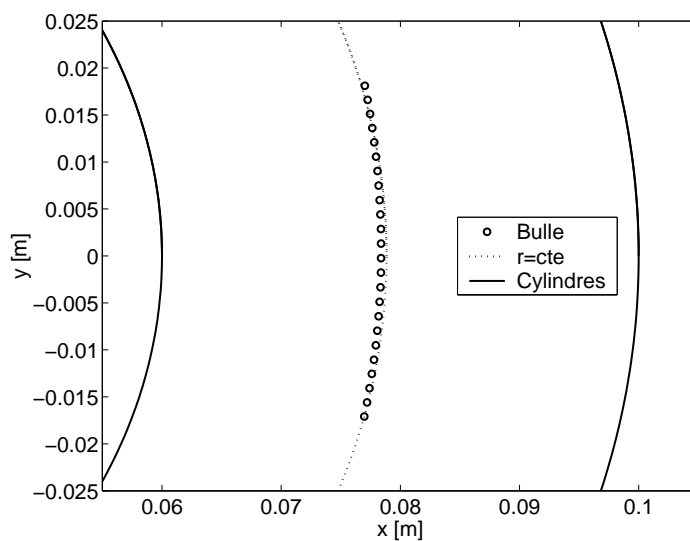


FIG. 7.1 – Exemple de trajectoire d'une bulle ascendante pour  $Re_1 = 50$

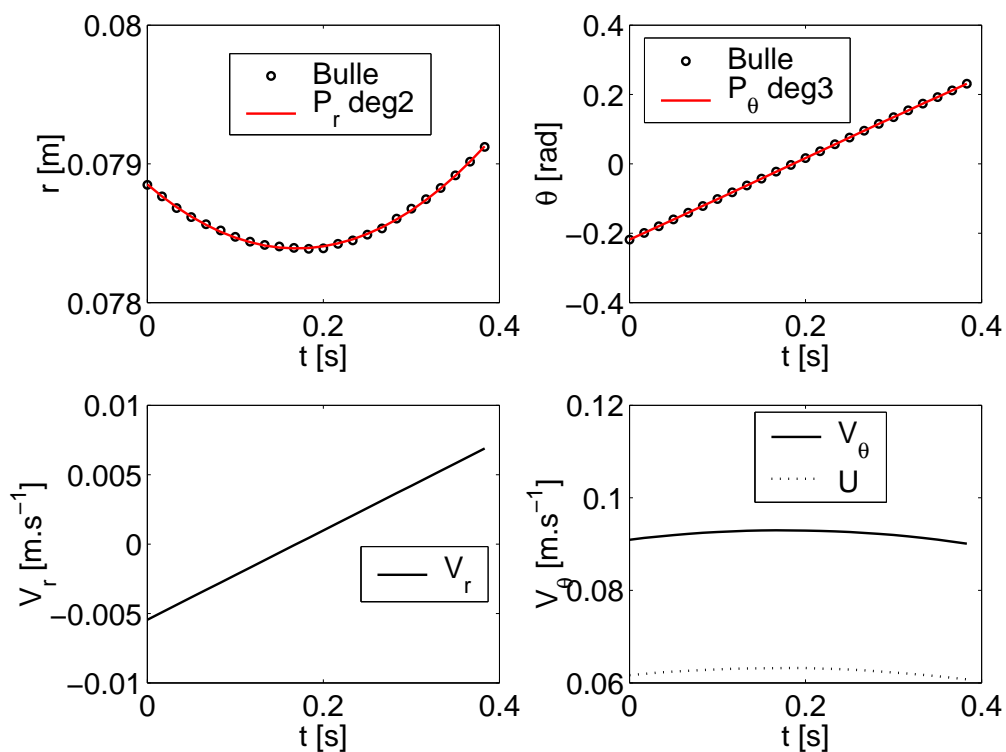


FIG. 7.2 – Exemple d'évolution temporelle des données cinématiques,  $(r, \theta, V_r = \dot{r}, V_\theta = r\dot{\theta})$  d'une bulle ascendante pour  $Re_1 = 50$

$\theta = 0$ . De même, la vitesse orthoradiale,  $V_\theta$ , est positive et prend la forme paraboïde de l'évolution de  $r$  avec un maximum,  $V_\theta \simeq 0.09 \text{ m.s}^{-1}$ , à l'instant où  $\theta = 0$ . Enfin, on peut constater que l'écart entre cette vitesse orthoradiale et la vitesse  $U$  de l'écoulement vu par la bulle à chaque instant est positif, la bulle va donc plus vite que l'écoulement, et qu'il est quasiment constant, de l'ordre de  $0.03 \text{ m.s}^{-1}$ . Par comparaison, notons que la vitesse radiale de la bulle atteint un maximum absolu  $|\dot{r}| \simeq 0.005 \text{ m.s}^{-1}$  pendant la même période.

### $Re_1 = -50$ , bulle descendante

Dans ce cas, la vitesse du liquide étant négative, la bulle est injectée dans la partie supérieure des cylindres en amont de la fenêtre de mesure. La bulle traverse cette dernière de haut en bas. Les positions successives de la bulle sont présentées sur la figure 7.3 . Pour cette bulle d'un diamètre  $2R = 1.18 \text{ mm}$ , on constate que la trajectoire observée s'écarte à nouveau d'une trajectoire circulaire. Dans ce cas, la rayon  $r$  augmente puis diminue lorsque la bulle est passée sous l'horizon,  $\theta = 0$ . On peut constater que le nombre de positions successives mesurées avec une même fréquence d'acquisition est bien plus important dans ce cas.

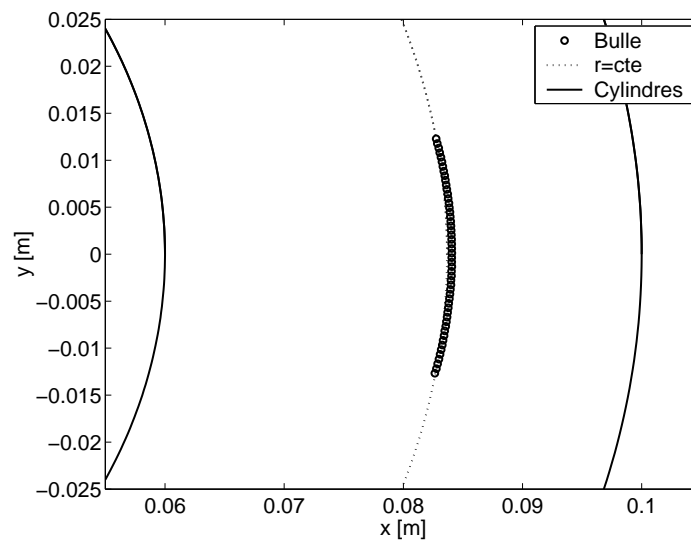


FIG. 7.3 – Exemple de trajectoire d'une bulle descendante pour  $Re_1 = -50$

La figure 7.4 présente les évolutions temporelles mesurées et lissées des paramètres de position et de vitesse de cette bulle. Pendant le temps de séjour de la bulle dans la fenêtre,  $t = 0.87 \text{ s}$ , sa position radiale a augmenté jusqu'à un maximum qui correspond à l'instant de son passage à l'horizon. Cette évolution radiale est toujours de forme paraboïde et correspond à une vitesse linéaire positive puis négative avec un maximum absolu de l'ordre de  $|\dot{r}| \simeq 0.002 \text{ m.s}^{-1}$ .

Dans le même temps, l'évolution de  $\theta$  est quasi linéaire, et la vitesse orthoradiale de la

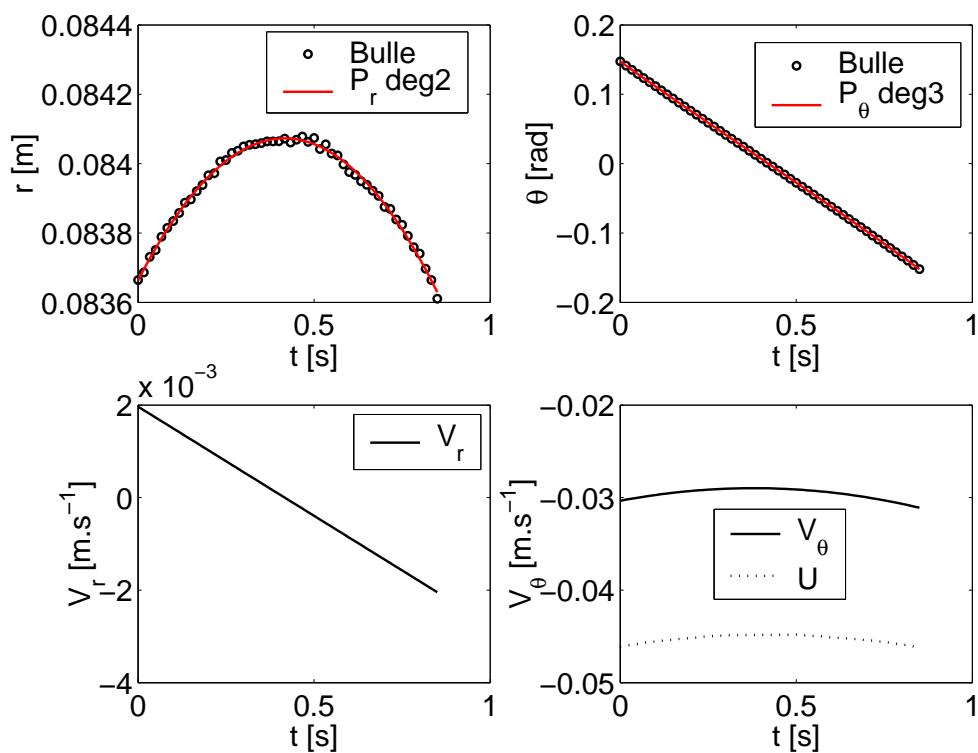


FIG. 7.4 – Exemple d'évolution temporelle des données cinématiques,  $(r, \theta, V_r = \dot{r}, V_\theta = r\dot{\theta})$  d'une bulle descendante pour  $Re_1 = -50$

bulle est parabolöide avec un maximum sur l'horizontale,  $V_\theta \simeq 0.03 \text{ m.s}^{-1}$ . Ici, la bulle va moins vite que le fluide, le glissement restant toujours constant de l'ordre de  $0.016 \text{ m.s}^{-1}$ .

### $Re_1 = -50$ , bulle ascendante

Pour ce type de trajectoire, la bulle est injectée dans la partie inférieure des cylindres et son mouvement ascensionnel s'oppose au mouvement du fluide. Les positions successives de la bulle sont présentées sur la figure 7.5. Pour cette bulle d'un diamètre  $2R = 2.68 \text{ mm}$ , on constate que la trajectoire observée s'écarte très fortement de la trajectoire circulaire. La courbure est opposée à celle de la trajectoire circulaire, la bulle voit sa position radiale légèrement diminuer puis ré-augmenter après passage à  $\theta = 0$ . Cette trajectoire est presque verticale en réalité. Le nombre de positions successives mesurées est plus important que dans le cas de l'écoulement ascendant.

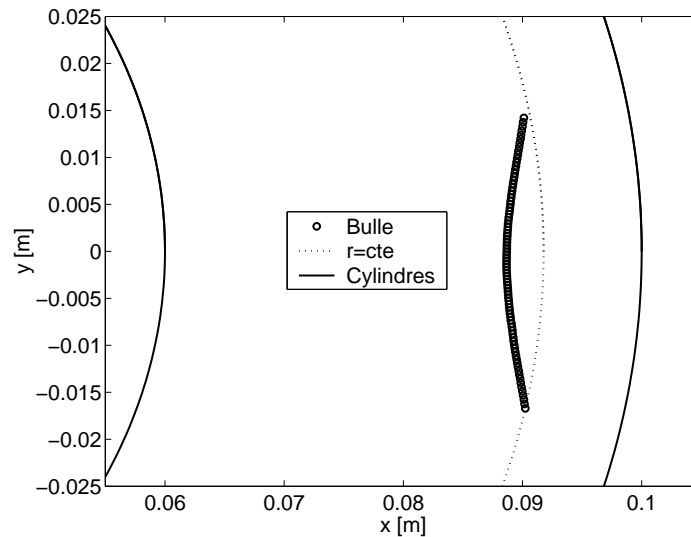


FIG. 7.5 – Exemple de trajectoire d'une bulle ascendante pour  $Re_1 = -50$

Sur la figure 7.6 sont présentées les évolutions temporelles mesurées et lissées des paramètres de position et de vitesse de cette bulle. Le temps de séjour de la bulle dans la fenêtre est  $t = 1.4 \text{ s}$ . Sa position radiale, de forme parabolöide, présente un minimum à l'instant où  $\theta = 0$ . La vitesse radiale maximale absolue pendant cette mesure est  $|\dot{r}| \simeq 0.008 \text{ m.s}^{-1}$ .

Dans ce cas, l'évolution de  $\theta$  n'est pas linéaire, mais peut être lissée par un polynôme de degré trois. La vitesse orthoradiale de la bulle garde une forme proche d'un parabolöide avec un minimum sur l'horizontale,  $V_\theta \simeq 0.02 \text{ m.s}^{-1}$ . Ici, les vitesses de la bulle et du fluide, n'ont pas le même signe, mais le glissement reste constant, de l'ordre de  $0.05 \text{ m.s}^{-1}$ .

Notons que les tailles de bulles diffèrent d'un essai à l'autre. La force d'Archimède tend toujours à détacher la bulle alors que la force de traînée exercée par le fluide favorise ou retarde le détachement selon les essais.



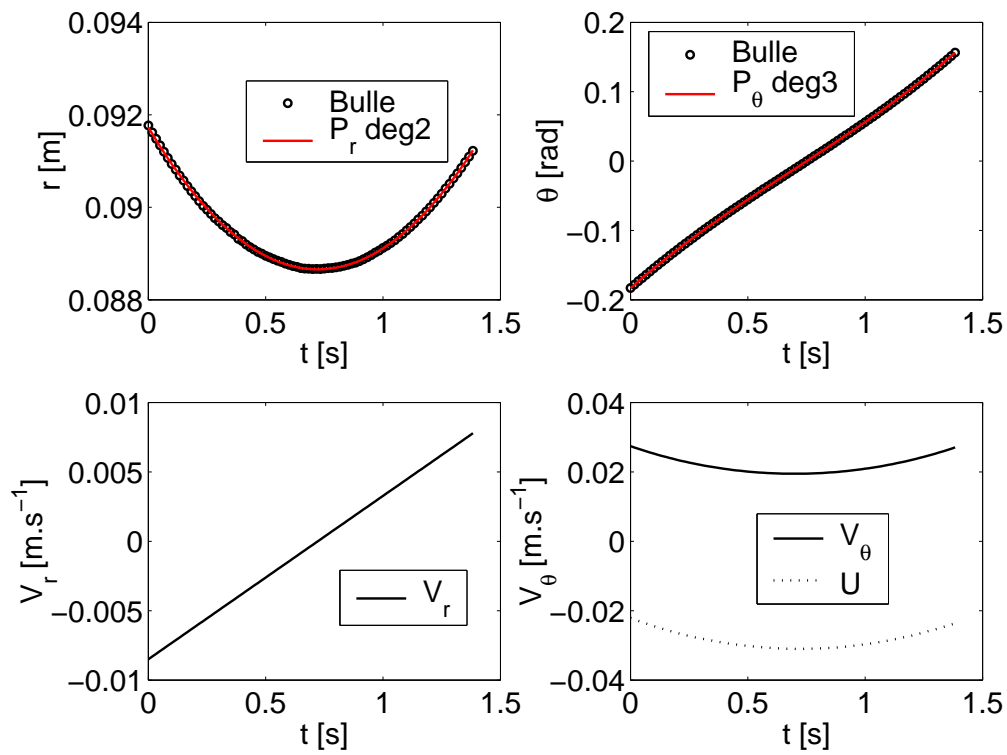


FIG. 7.6 – Exemple d'évolution temporelle des données cinématiques,  $(r, \theta, V_r = \dot{r}, V_\theta = r\dot{\theta})$  d'une bulle ascendante pour  $Re_1 = -50$

## Conclusions

A partir de ces observations des trajectoires types observées, on peut tirer quelques conclusions très simples :

- Les trajectoires des bulles ne sont pas des portions de cercle
- L'évolution temporelle du rayon est une portion de parabole, avec un minimum lorsque la bulle monte et avec un maximum lorsqu'elle descend
- Ces maxima correspondent au moment où le centre de gravité de la bulle est sur l'horizontale  $\theta = 0$
- De fait, la vitesse radiale de la bulle s'annule et change de signe à cet instant
- Les vitesses orthoradiales de la bulle et de l'écoulement peuvent être de signes opposés dans la fenêtre de mesure lorsque  $U \leq 0$
- Les vitesses radiales de la bulle sont de l'ordre de dix fois inférieures à celles orthoradiales, et même des vitesses de glissement orthoradiales

### 7.1.3 Dynamique des bulles observées

Les forces radiales et orthoradiales agissant sur les bulles observées sont présentées dans cette section. Les différentes forces susceptibles de jouer dans ce bilan ont été présentées au chapitre 1. Rappelons que les bulles observées sont toujours à une distance adimensionnelle de la paroi  $\kappa = \frac{R}{l} \leq 0.25$ . Dans ce cas, on supposera ici que l'influence de la paroi est négligeable.

Le rapport des viscosité  $\lambda = \frac{\mu_B}{\mu}$  étant nul dans nos expériences, et les accélérations radiales et orthoradiales subies par les bulles étant faibles et d'au moins un ordre inférieur devant  $\frac{|\vec{U} - \vec{V}|^2}{R}$ , on peut négliger par ailleurs l'influence de la force d'histoire  $F_H$  sur la dynamique de la bulle. On obtient alors le bilan dynamique des équations (1.31a) et (1.31b) présentées au chapitre 1.

Les forces en présence selon  $r$  se réduisent donc à une force de traînée  $F_{Dr}$ , une force inertielle liée aux forces de masse ajoutée et de Tchen  $F_{Ir}$ , une force de portance  $F_{Lr}$  et une force de flottabilité  $F_{Gr}$ . On notera  $F_r$  la somme des forces selon  $r$  :

$$F_{Dr} = -\frac{3}{8R} m_f C_D \left| \vec{U} - \vec{V} \right| \dot{r} \quad (7.1a)$$

$$F_{Ir} = -m_f (1 + C_M) \frac{\left( Ar + \frac{B}{r} \right)^2}{r} - C_M m_f \left( \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 \right) \quad (7.1b)$$

$$F_{Lr} = 2AC_L m_f \left( Ar + \frac{B}{r} - r \dot{\theta} \right) \quad (7.1c)$$

$$F_{Gr} = m_f |g| \sin \theta \quad (7.1d)$$

$$F_r = F_{Dr} + F_{Lr} + F_{Ir} + F_{Gr} \quad (7.1e)$$

où l'on rappelle que  $\left| \vec{U} - \vec{V} \right| = \left( \left( Ar + \frac{B}{r} - r \dot{\theta} \right)^2 + \dot{r}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$  et que  $m_f = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$ .

De même, selon  $\theta$ , les forces prises en compte sont la force de traînée  $F_{D\theta}$ , la force inertielle de masse ajoutée  $F_{I\theta}$ , la force de portance  $F_{L\theta}$  et la force de flottabilité  $F_{G\theta}$ . On notera  $F_\theta$  la somme des forces selon  $\theta$  :

$$F_{D\theta} = \frac{3}{8R} m_f C_D |\vec{U} - \vec{V}| \left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right) \quad (7.2a)$$

$$F_{I\theta} = -C_M m_f (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) \quad (7.2b)$$

$$F_{L\theta} = 2AC_L m_f \dot{r} \quad (7.2c)$$

$$F_{G\theta} = m_f |g| \cos \theta \quad (7.2d)$$

$$F_\theta = F_{D\theta} + F_{I\theta} + F_{L\theta} + F_{G\theta} \quad (7.2e)$$

Ces différentes forces et leurs évolutions temporelles sont présentées ci-après pour les trois exemples choisis précédemment pour la présentation des trajectoires.

Ces forces ont été tracées en utilisant les hypothèses suivantes :

- $C_M = 0.5$ , les bulles étant très faiblement déformées, leur coefficient de masse ajoutée ne varie pas
- $C_D = C_D(Re)$ , et le coefficient de traînée utilisé est celui de l'expression de Mei *et al.* (1994)
- $C_L = C_L(Re, Sr)$ , et le coefficient de portance utilisé est celui de l'expression de Legendre & Magnaudet (1998)

et le nombre de Reynolds  $Re = \frac{2R|\vec{U}-\vec{V}|}{\nu}$  a été mesuré instantanément.

### $Re_1 = 50$ , bulle ascendante

La figure 7.7 présente l'évolution temporelle des forces orthoradiales pour le cas d'une bulle ascendante en écoulement ascendant. Deux forces sont prédominantes face à toutes les autres, les forces de traînée et de flottabilité. Cette dernière est bien entendue strictement positive, c'est un moteur de l'ascension de la bulle. La première est quant à elle strictement négative, en effet la bulle ayant une vitesse plus importante que le fluide, le terme  $\left( Ar + \frac{B}{r} - r\dot{\theta} \right)$  est dans ce cas négatif. La force de traînée s'oppose donc à l'augmentation de ce glissement. Ces forces ont des ordres de grandeur similaires, de l'ordre de  $40 \mu N$  et elles sont quasiment constantes dans le temps. En effet, la faible variation de  $\theta$  sur la hauteur de la fenêtre de mesure induit une faible variation de  $F_{G\theta}$ . Par ailleurs, comme nous l'avons vu dans la section précédente, la vitesse de glissement orthoradiale varie peu au cours du temps. Seule la vitesse radiale de la bulle varie mais avec un ordre de grandeur beaucoup plus faible n'influençant pas dramatiquement la force de traînée  $F_{D\theta}$ .

La force de portance dépendant essentiellement de la vitesse radiale, change de signe et s'annule avec  $\dot{r}$  et est positive puis négative. Sa valeur maximale absolue est  $|F_{L\theta}| \simeq 0.12 \mu N$ . La force d'inertie quant à elle change aussi de signe au même instant que la

vitesse radiale s'annule. Elle est positive puis négative et sa valeur maximale absolue est  $|F_{I\theta}| \simeq 0.04 \mu N$ . Ces deux forces sont donc négligeables et leurs normes suffisamment proches de zéro de sorte que les points représentant  $F_{I\theta}$  sont cachés par les croix de  $F_{L\theta}$  sur la figure 7.7.

La somme des forces orthoradiales  $F_\theta$  est donc en réalité la somme des forces de traînée et de flottabilité. Tout comme elles, cette force est constante au cours du temps, et  $F_\theta \simeq -8.5 \mu N$ . Cette force totale n'est donc pas nulle. Partant du postulat que la force de flottabilité est parfaitement connue et que ne dépendant que de  $\cos \theta$  et  $R$ , elle varie peu. Cela signifie que la force de traînée telle qu'elle est exprimée ici n'est pas celle véritablement exercée sur la bulle à chaque instant.

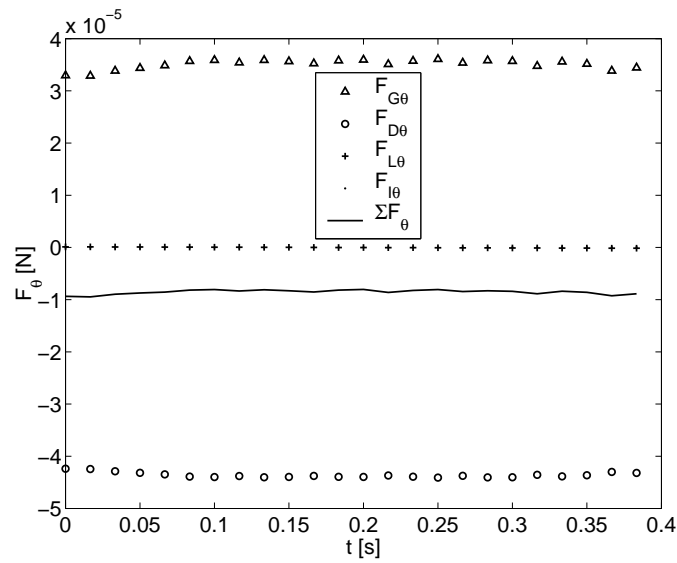


FIG. 7.7 – Exemple d'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur une bulle pour  $Re_1 = 50$

Intéressons nous à présent aux forces radiales agissant sur cette bulle et à leur évolution temporelle. Sur la figure 7.8 sont tracées l'évolution de ces forces radiales ainsi que leur somme au cours du temps.

Les deux forces prédominantes sont là aussi les forces de traînée et de flottabilité. Elles sont de signes opposés et s'annulent et changent de signe à des instants similaires qui correspondent à l'annulation de la vitesse radiale  $\dot{r}$ . En effet, la force de traînée  $F_{Dr}$  dépend directement de cette vitesse avec un signe opposé. Elle est donc positive puis négative avec une valeur qui varie de  $7.9 \mu N$  à  $-10 \mu N$ . La force de flottabilité varie elle comme  $\sin \theta$ , elle est donc négative puis positive une fois que la bulle a passé l'horizontale et que  $\theta \geq 0$ . Elle s'annule donc lorsque  $\theta = 0$ , or comme nous l'avons vu précédemment c'est à cet instant que la vitesse radiale s'annule aussi. Cette force varie de  $-7.3 \mu N$  à  $8.1 \mu N$  au cours du temps, elle est le moteur de la migration radiale. Ces deux forces ont donc des normes plus faibles que les valeurs quasi-constantes mesurées selon  $\theta$ .

La force de portance selon  $r$ , d'un ordre supérieur à celle selon  $\theta$ , n'est plus totalement négligeable dans cette direction, en effet, tout comme le glissement orthoradial, elle varie peu mais garde une norme de l'ordre de  $F_{Lr} \simeq 0.5 \mu N$ . Enfin, la force inertielle est négative avec un ordre de grandeur  $F_{I_r} \simeq -0.013 \mu N$ .

La somme des forces radiales  $F_r$  peut donc être considérée comme la somme des forces de traînée et de flottabilité radiales hormis lorsque  $\theta \simeq 0$ , où ces deux forces s'annulent. C'est alors la force de portance, et à un degré moindre la force d'inertie qui sont prépondérantes. Cette somme des forces change de signe comme  $F_{Dr}$ , variant de  $1 \mu N$  à  $-1.5 \mu N$  au cours de l'évolution de la bulle. On retrouve donc l'interrogation soulevée dans la direction orthoradiale, à savoir que supposant que la force de flottabilité est parfaitement connue, le fait que la somme des forces ne soit pas nulle provient de l'expression ou de la mesure de la force de traînée et à un degré moindre de la force de portance dans cette direction.

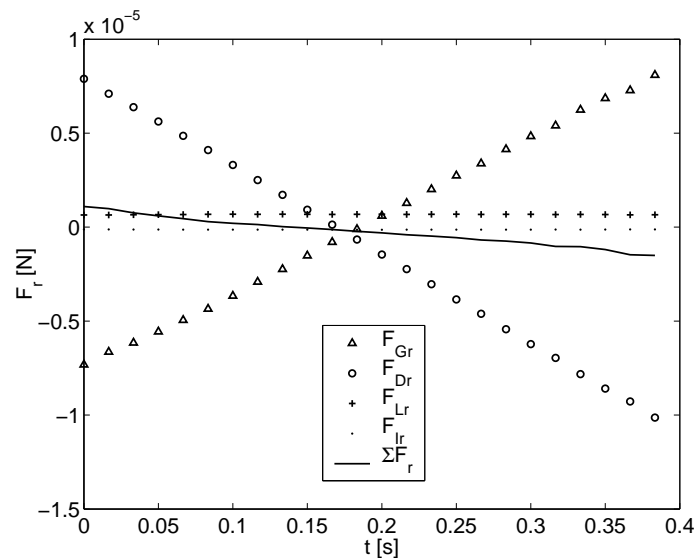


FIG. 7.8 – Exemple d'évolution temporelle des forces radiales agissant sur une bulle pour  $Re_1 = 50$

A partir de l'ensemble de ces observations, il est possible d'expliquer la forme de la trajectoire de la bulle et les évolutions temporelles de ses positions radiales et orthoradiales. Ainsi, dans son mouvement principal selon  $\theta$ , la bulle est entraînée par la force motrice due à la gravité  $F_{G\theta}$ , cette force restant constante, car fonction de  $\cos \theta$ , la vitesse  $\dot{\theta}$  de la bulle est constante. L'écoulement du fluide étant dans la même sens que cette force motrice, la bulle va plus vite que le fluide et est freinée par la force de traînée visqueuse  $F_{D\theta}$ , elle aussi constante car dépendant essentiellement de  $r$  qui varie peu. Dans son mouvement radial, la bulle est tout d'abord soumise à une force  $F_{Gr}$  qui est négative car proportionnelle à  $\sin \theta$ . Lorsque la bulle est sous l'horizon,  $\theta \leq 0$ , elle est attirée vers le cylindre intérieur sous l'effet de la gravité, cette force décroît puis s'annule à proximité

de l'horizontale. A travers son mouvement principal, la bulle continue alors à « monter » et  $\theta$  devient positif, la bulle subit alors une force radiale positive qui la fait se déplacer vers le cylindre extérieur. Du fait de ce mouvement, le fluide exerce sur la bulle une force de traînée visqueuse  $F_{Dr}$  proportionnelle à sa vitesse radiale  $\dot{r}$ , qui change de signe avec  $\theta$ .

### $Re_1 = -50$ , bulle descendante

La figure 7.9 présente l'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur la bulle descendante dans un écoulement descendant dont la trajectoire a été présentée dans la section précédente. On peut observer que similairement au cas précédent les deux forces prédominantes sont liées à la gravité et aux effets visqueux. La force de flottabilité positive s'oppose cette fois au mouvement du fluide, bien que légèrement décroissante, elle varie peu,  $F_{G\theta} \simeq 8.5 \mu N$ . Cette bulle avec un diamètre de seulement  $2R = 1.18 \text{ mm}$  subit donc une force de flottabilité beaucoup plus faible que le cas précédent, où l'on avait  $2R = 1.93 \text{ mm}$ . Le rapport des normes des forces de flottabilité entre ces deux cas est bien celui du cube de leurs diamètres. Comme nous l'avions constaté sur la figure 7.4, dans ce cas la vitesse de glissement est négative, la vitesse du fluide, négative, étant plus grande que celle de la bulle. La force de traînée est donc elle aussi négative et opposée à la force de flottabilité. Elle augmente légèrement au cours de la mesure, mais  $F_{D\theta} \simeq -13 \mu N$ . La force de portance est négligeable et décroît avec  $\dot{r}$  de  $0.025 \mu N$  à  $-0.0025 \mu N$ . La force inertielle est négligeable et croît de  $-0.003 \mu N$  à  $0.003 \mu N$ .

En conséquence, la somme des forces orthoradiales est négative et constante,  $F_\theta \simeq -5 \mu N$ .

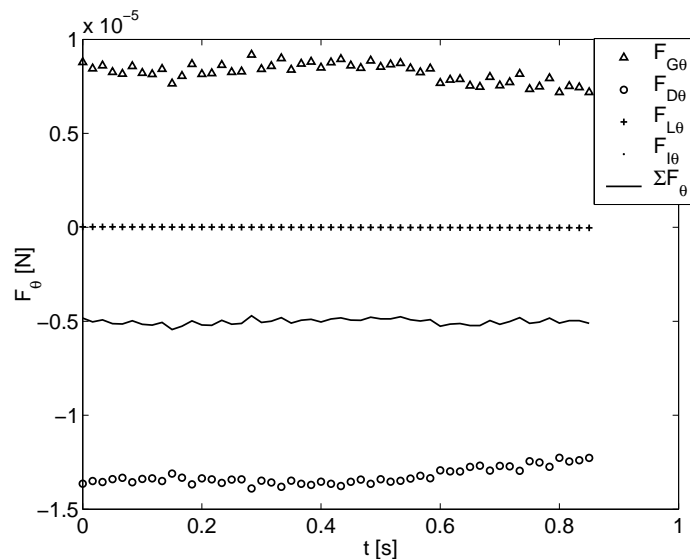


FIG. 7.9 – Exemple d'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur une bulle descendante pour  $Re_1 = -50$

Sur la figure 7.10 sont représentées les évolutions temporelles des forces radiales agis-

sant sur cette bulle. Les effets de gravité et de viscosité sont prépondérants et s'opposent lorsque la bulle est éloignée de l'horizontale. Elles s'annulent toutes les deux lorsque la bulle passe cette droite  $\theta = 0$ . La force de portance radiale n'est pas négligeable dans ce cas, notamment à proximité de cette ligne horizontale. La bulle ayant une trajectoire descendante, la force de gravité radiale  $F_{Gr}$  décroît de  $1.3 \mu N$  à  $-1.1 \mu N$ . La force de traînée augmente elle avec  $-\dot{r}$  de  $-1.7 \mu N$  à  $1.7 \mu N$ . La force de portance est constante et négative comme la vitesse de glissement orthoradiale et vaut  $F_{Lr} \simeq -0.2 \mu N$ . Enfin, la force inertielle est négligeable et négative,  $F_{Ir} \simeq -0.025 \mu N$ .

Les effets visqueux étant supérieurs aux effets de flottabilité, la force radiale résultante est négative à l'entrée de la bulle dans la fenêtre,  $F_r \simeq -0.65 \mu N$  et croît comme  $F_{Dr}$ , mais ne s'annule pas au même instant du fait de la portance. Lorsque la bulle sort de la fenêtre,  $F_r \simeq 0.35 \mu N$ .

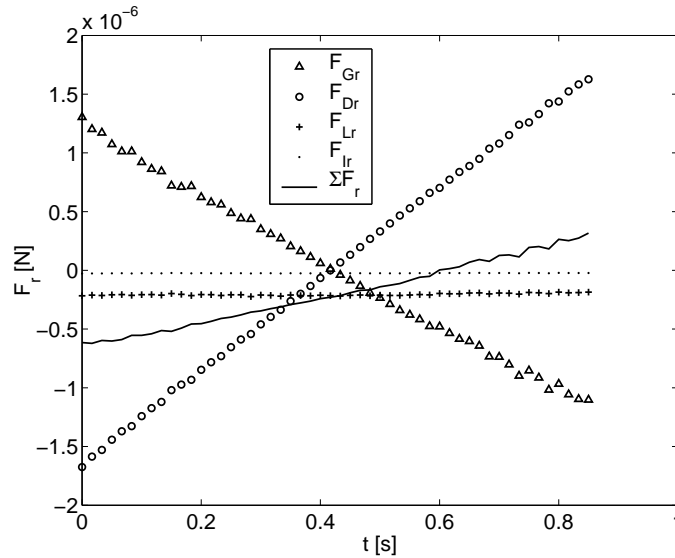


FIG. 7.10 – Exemple d'évolution temporelle des forces radiales agissant sur une bulle descendante pour  $Re_1 = -50$

Dans ce cas, les effets de gravité s'opposent au mouvement du fluide, ce qui crée la différence de vitesse orthoradiale entre les deux phases. La gravité n'est pas le moteur du mouvement orthoradial, ce sont les effets visqueux. En revanche, dans la direction radiale, la gravité joue encore un rôle moteur fonction du signe de  $\theta$  pour l'augmentation puis la diminution de  $r$ . La viscosité du fluide s'oppose à ce mouvement en réduisant la vitesse qui en résulte  $\dot{r}$ . Enfin, le glissement orthoradial de la bulle dans le champ de vorticité de l'écoulement donne naissance à une force de portance radiale négative du fait du signe de  $2A$ . Comme dans le cas précédent, la vitesse de glissement est négative, mais cette vorticité ayant changé de signe, le signe de la force résultante change aussi, avec un ordre de grandeur similaire.

**$Re_1 = -50$ , bulle ascendante**

La figure 7.11 présente l'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur la bulle en ascension dans un écoulement descendant. A nouveau, les forces principales sont les forces de flottabilité et de traînée. La bulle ayant un diamètre beaucoup plus important que la précédente,  $2R = 2.68 \text{ mm}$ , la force motrice due à la gravité est très importante  $F_{G\theta} \simeq 95 \mu\text{N}$  avec un maximum lorsque  $\theta = 0$ . La force de traînée est une fois de plus négative tout comme la vitesse de glissement, puisque  $U$  est négative et que  $V_\theta$  est positive. Cette force présente un minimum en  $\theta = 0$  et  $F_{D\theta} \simeq -102 \mu\text{N}$ . Devant la norme de ces forces, les forces de portance et d'inertie sont très négligeables.  $F_{L\theta}$  croît comme  $\dot{r}$  de  $-0.16 \mu\text{N}$  à  $0.14 \mu\text{N}$ , elle est donc d'un ordre supérieur au cas précédent. La force d'inertie  $F_{I\theta}$  est quant à elle décroissante de  $0.12 \mu\text{N}$  à  $-0.12 \mu\text{N}$ , ce qui n'indique pas pour autant que les accélérations subies dans ce cas sont plus importantes, la durée de séjour dans la fenêtre de mesure étant grande. La force résultante  $F_\theta$ , est encore une fois négative a une norme  $F_\theta \simeq -9 \mu\text{N}$  avec un maximum en  $\theta = 0$ .

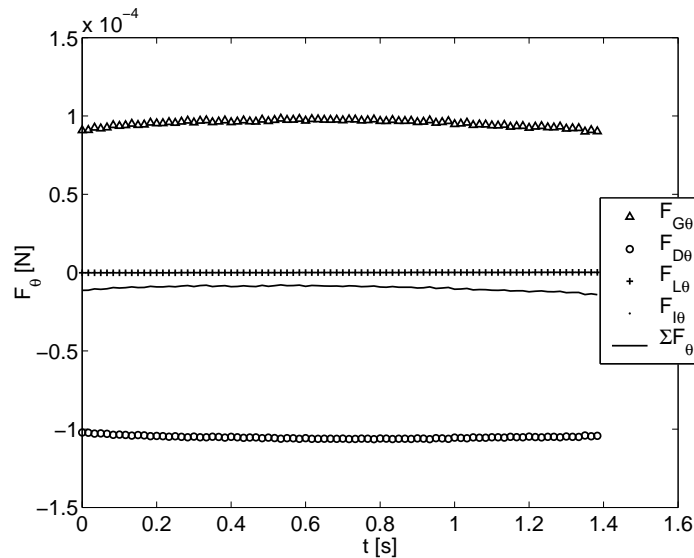


FIG. 7.11 – Exemple d'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur une bulle ascendante pour  $Re_1 = -50$

La figure 7.12 présente l'évolution temporelle des forces radiales agissant sur cette bulle. La force de flottabilité est croissante comme  $\theta$  de  $-17 \mu\text{N}$  à  $14 \mu\text{N}$ . La force de traînée lui est opposée et décroissante de  $17 \mu\text{N}$  à  $-16 \mu\text{N}$ . Les deux forces s'annulent au même instant lorsque  $\theta = 0$ . Ces forces ont des maxima beaucoup plus importants que les cas précédents du fait de la dimension de la bulle et donc de son volume pour la première et de sa surface pour la seconde. La force de portance radiale est toujours négative, puisque la vitesse de glissement est négative dans un champ de vorticité positive. Cette force est quasi-constante, non négligeable à proximité de l'horizontale et  $F_{Lr} \simeq -0.94 \mu\text{N}$ . La force inertielle, négligeable, est négative et vaut  $F_{Ir} \simeq -0.1 \mu\text{N}$ . La force radiale résultante,



$F_r$ , est négative et décroissante. Elle est presque nulle lors de l'entrée de la bulle dans la fenêtre, et décroît avec la traînée de  $-0.5 \mu N$  à  $-2.6 \mu N$ . Dans ce cas, elle ne s'annule jamais.

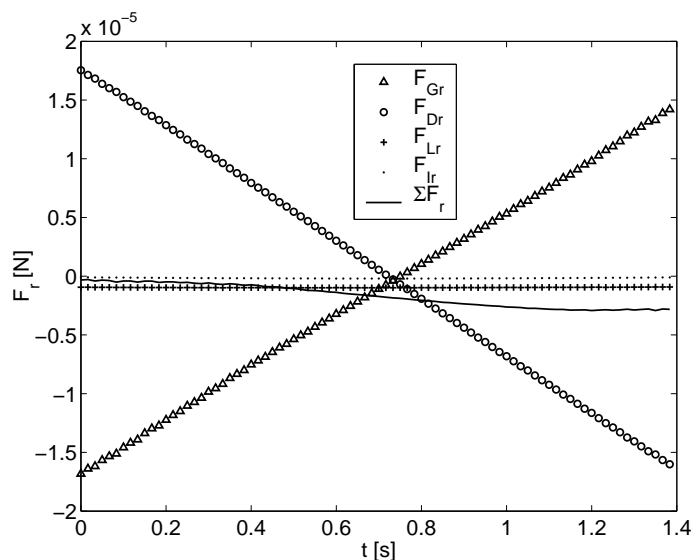


FIG. 7.12 – Exemple d'évolution temporelle des forces radiales agissant sur une bulle ascendante pour  $Re_1 = -50$

Cette bulle a une dimension importante, ce qui explique la valeur importante des différentes forces malgré des vitesses et des accélérations qui ne sont pas supérieures aux deux précédents cas. Du fait de cette taille et de son rayon d'injection important,  $r \simeq 0.09 m$ , donc de la faible vitesse  $U$ , la force de gravité est suffisamment forte pour s'opposer à la force de traînée induite par l'écoulement visqueux. La gravité est ici motrice dans les deux directions du mouvement de la bulle.

## Conclusions

A partir de ces trois cas types, nous pouvons tirer plusieurs conclusions quant à la dynamique des bulles étudiées en migration :

- Les forces prédominantes sont les forces de flottabilité et de traînée
- Suivant les cas elle peuvent être toutes deux moteurs du mouvement orthoradial mais elles sont toujours opposées
- Les forces orthoradiales de portance et d'inertie sont toujours négligeables
- La force de flottabilité est la force motrice du mouvement radial
- La force de traînée radiale lui est toujours opposée. Ces deux forces changent de signe sur l'horizontale et s'annulent en même temps
- La force de portance radiale est faible mais non négligeable, surtout à proximité de l'horizontale où les autres forces s'annulent

- La force d’inertie radiale est toujours négligeable
- Les résultantes radiales et orthoradiales ne sont pas nulles car les forces de traînée radiales et orthoradiales sont plus importantes que les forces de flottabilité.
- Les comportements de ces forces expliquent parfaitement les trajectoires observées

### 7.1.4 Comparaison des trajectoires théoriques et mesurées

Dans la section précédente, nous avons vu que le bilan dynamique tel que nous l’avons écrit, à savoir les forces en présence, leur expression et les valeurs des coefficients dynamiques  $C_M$ ,  $C_D$  et  $C_L$  ne permettent pas de fermer les équations en  $r$  et en  $\theta$  à chaque instant. Cependant, les bilans dynamiques présentés montrent que les forces résultantes non nulles sont d’un ordre de grandeur inférieur aux forces dominantes, à savoir les forces de flottabilité et de traînée. Dans cette section, les trajectoires théoriques sont donc comparées aux trajectoires mesurées pour le cas des bulles présentées plus haut.

#### Méthode numérique

Afin de simuler les trajectoires théoriques des bulles, certaines hypothèses ont été conservées. Ainsi, les forces d’histoire et l’influence de la paroi sur le comportement dynamique de la bulle sont toujours négligées. De plus, les bulles étudiées étant peu déformées, le coefficient de masse ajoutée  $C_M$  est conservé égal à 0.5.

Les forces calculées sont donc les mêmes que celles présentées dans la section précédente. Les conditions initiales sont extraites de la mesure, à savoir le rayon de la bulle,  $R$ , sa position initiale  $(r_0, \theta_0)$ , ses vitesses initiales  $(\dot{r}_0, r_0\dot{\theta}_0)$ , le nombre de Reynolds  $Re_0$  initial calculé à partir de ces grandeurs et de la viscosité mesurée du fluide.

L’algorithme utilisé est de type Runge-Kutta prédicteur-correcteur. A chaque pas de temps, les vitesses puis la position de la bulle sont recalculées. A partir de ces informations un nouveau nombre de Reynolds est calculé, et ce nombre est utilisé pour obtenir les coefficients dynamiques  $(C_D(Re), C_L(Re))$  à partir des expressions de Mei *et al.* et de Legendre & Magnaudet présentés au chapitre 1. Ces valeurs sont ensuite utilisées lors du pas de temps suivant. Le calcul simule la même durée que celle observée. Le pas de temps utilisé pour avoir des résultats robustes pour tous les cas est de 0.2 ms.

#### $Re_1 = 50$ , bulle ascendante

Sur la figure 7.13 sont tracées les trajectoires théoriques et mesurées de la bulle ascendante dans un écoulement ascendant. On peut constater qu’à partir du même point initial, la trajectoire théorique est similaire. En effet, on retrouve une trajectoire non circulaire avec diminution puis augmentation du rayon. La position orthoradiale théorique finale est cependant légèrement inférieure à celle mesurée pour le même laps de temps. Cela signifie que la vitesse orthoradiale théorique est plus faible que la vitesse réelle. Dans ce cas, la vitesse de glissement réelle est donc plus grande que la vitesse théorique.

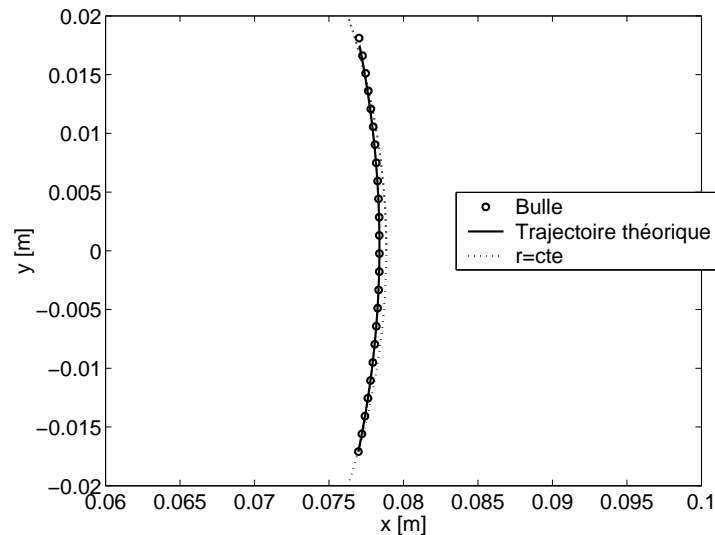


FIG. 7.13 – Exemple de comparaison des trajectoires mesurées et théoriques pour une bulle ascendante pour  $Re_1 = 50$

#### $Re_1 = -50$ , bulle descendante

La figure 7.14 représente les trajectoires théoriques et mesurées dans le cas d'une bulle descendant dans un écoulement descendant. Dans ce cas, tout comme nous avons pu constater des forces résultantes importantes, on remarque que la différence entre les trajectoires est significative. En effet, malgré une forme similaire, à savoir une vitesse orthoradiale négative et une augmentation puis une diminution du rayon, il apparaît que quantitativement les comportements sont différents. Théoriquement, la bulle a moins tendance à migrer vers le cylindre extérieur, mais surtout il apparaît qu'elle a parcouru une plus grande distance curviligne pendant le même intervalle de temps. La vitesse radiale théorique de la bulle est donc plus faible que celle mesurée, donc son glissement radial est aussi plus faible. De même, sa vitesse orthoradiale est plus grande et plus proche de la vitesse de l'écoulement, donc dans les deux directions, la vitesse de glissement théorique est plus faible que la vitesse réelle.

#### $Re_1 = -50$ , bulle ascendante

Le dernier cas d'une bulle ascendante dans un écoulement descendant est présenté sur la figure 7.15. Malgré un comportement qualitatif similaire, ascension de la bulle et migration vers le cylindre intérieur avant l'horizontale, les différences entre les deux trajectoires apparaissent ici très nettement. La migration radiale théorique est beaucoup plus importante que celle observée. De même, la migration orthoradiale est plus faible. Théoriquement, la vitesse de glissement radiale est plus grande alors que celle orthoradiale est plus faible.

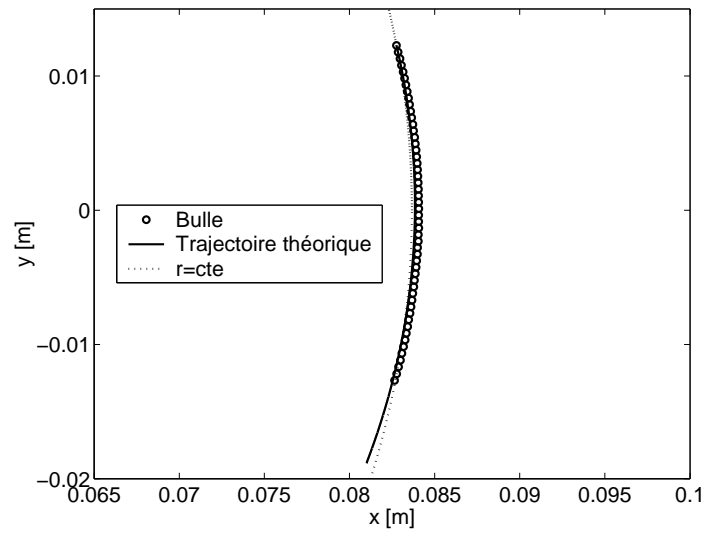


FIG. 7.14 – Exemple de comparaison des trajectoires mesurées et théoriques pour une bulle descendante pour  $Re_1 = -50$

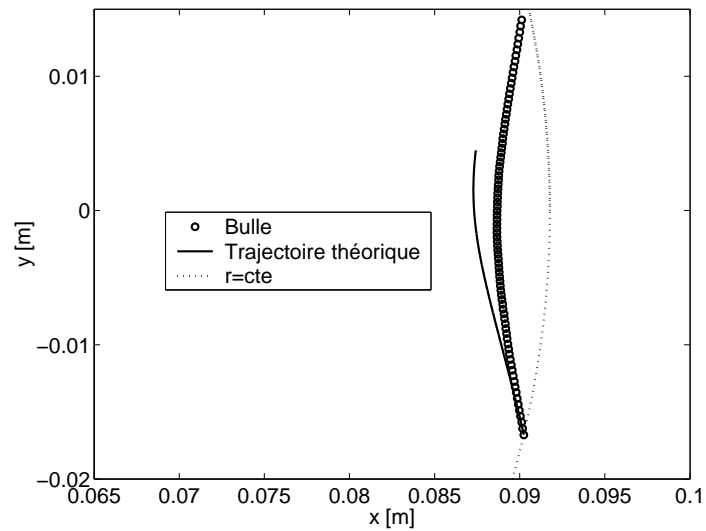


FIG. 7.15 – Exemple de comparaison des trajectoires mesurées et théoriques pour une bulle ascendante pour  $Re_1 = -50$

## Conclusions

A partir de ces observations sur ces trois cas particuliers qui sont significatifs du comportement général des bulles et des forces qui agissent sur elles, nous pouvons donc en conclure que la vitesse de glissement orthoradiale théorique est plus faible que la vitesse de glissement mesurée. Si l'on part alors du postulat que les mesures de vitesse de la bulle et du fluide sont correctes, et que les forces de flottabilité sont parfaitement connues car mesurables au coefficient  $g$  près, il s'avère donc que les forces de traînée radiales et orthoradiales et dans une moindre mesure la force de portance radiale théoriques ne sont pas le reflet de la réalité. Or, ces forces utilisent des grandeurs instantanées mesurées ou lissées, hormis les coefficients dynamiques ( $C_D(Re), C_L(Re)$ ). Le nombre de Reynolds étant lui aussi calculé à partir des grandeurs mesurées, il est intéressant de s'interroger sur l'expression de ces coefficients.

### 7.1.5 Coefficients dynamiques $C_D$ et $C_L$

A partir des résultats des sections précédentes, et en conservant les expressions des forces présentées, les coefficients dynamiques de traînée et de portance permettant de fermer les bilans orthoradiaux et radiaux ont été calculés.

#### Coefficients de traînée $C_{D\theta}$ et $C_{Dr}$

Les bilans dynamiques radiaux et orthoradiaux dépendent essentiellement des forces de traînée et de flottabilité. Or, la somme des forces dans ces deux directions n'est pas nulle, ou uniquement de façon instantanée. Par ailleurs nous avons vu que les vitesses de glissement théoriques et réelles étaient différentes. Les figures suivantes ont donc été construites avec l'hypothèse que les bilans pouvaient être fermés, soit  $F_r = F_\theta = 0$  dans les équations (7.1e) et (7.2e), en modifiant uniquement la valeur du coefficient de traînée  $C_D$ , toutes choses égales par ailleurs. Ces coefficients peuvent être calculés de façon instantanée sur chacune des deux directions en utilisant la valeur théorique de  $C_L$  de Legendre & Magnaudet (1998). On constate alors sur la figure 7.16 que ces coefficients ont un comportement différent dans le temps. Ainsi, le coefficient  $C_{D\theta}$  varie peu, tout comme la force  $F_\theta$  comme nous l'avons vu dans les sections précédentes. En revanche, le coefficient  $C_{Dr}$  varie lui de façon significative, avec notamment certains points très éloignés des valeurs moyennes. En effet, la vitesse radiale étant nulle lorsque  $\theta \rightarrow 0$ , les valeurs du coefficient divergent fortement et symétriquement de façon positive et négative selon si l'on se trouve d'une part ou de l'autre de cette ligne horizontale. Dans les deux cas,  $C_{Dr}$  et  $C_{D\theta}$  mais pour des raisons différentes, il s'avère donc préférable d'utiliser des valeurs moyennées dans le temps de ces coefficients mesurés sur les portions de trajectoires étudiées. Ce sont donc ces valeurs moyennées qui seront présentées par la suite.

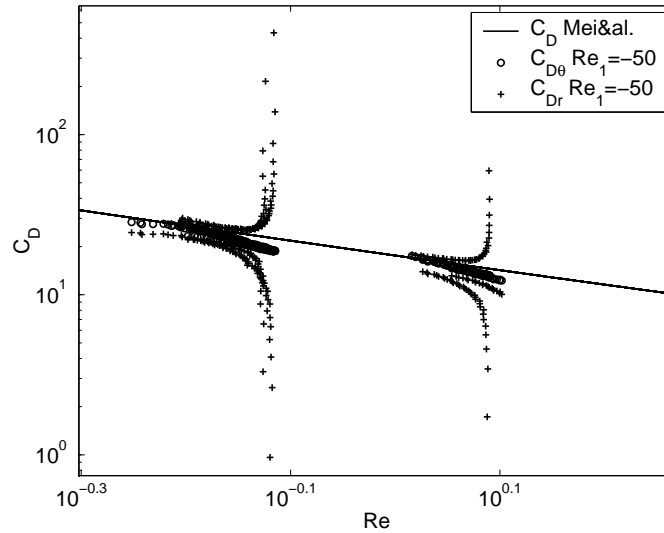


FIG. 7.16 – Exemple de coefficients de traînée instantanés selon  $r$  et  $\theta$  mesurés pour deux bulles pour  $Re_1 = -50$

$Re_1 = -75$

Sur la figure 7.17 sont tracées les valeurs de ces deux coefficients en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  pour toutes les bulles étudiées dans le cas  $Re_1 = -75$ . Sur la même figure est représentée la courbe  $C_D(Re)$  théorique provenant de l'expression de Mei *et al.*. On constate que le nombre de Reynolds des bulles étudiées dans ce cas varie de deux ordres de grandeur,  $0.01 \leq Re \leq 1$  avec un nombre important de bulles pour lesquelles  $Re \simeq 0.2$ . L'accord des coefficients  $C_{D\theta}$  recalculés avec la théorie est plutôt bon. Cela signifie que dans ces cas, le bilan est quasiment fermé selon  $\theta$  et que ce coefficient théorique est vérifié dans le cadre de ces mesures. Au contraire, le coefficient radial  $C_{Dr}$  présente des valeurs dispersées autour des valeurs théoriques. Cette dispersion peut s'expliquer par la qualité de la moyenne effectuée qui intègre des valeurs instantanées divergentes ; par le fait que la force de portance radiale ne soit pas négligeable et que donc il faille prendre en compte une correction de  $C_{Lr}$  ; par la sensibilité plus grande de la mesure de la force de flottabilité projetée selon  $\theta$  du fait du coefficient  $\sin \theta$  ; ou bien encore par le fait que les forces radiales étant plus faibles, le calcul de ce coefficient est plus sensible.

$Re_1 = -50$

La figure 7.18 présente les valeurs des coefficients de traînée radiaux et orthoradiaux pour le cas d'écoulements où  $Re_1 = -50$ . Dans ce cas, le Reynolds de bulle varie sur une plage similaire,  $0.04 \leq Re \leq 2$  avec notamment un nombre important de points où  $Re \simeq 0.05$ . Comme précédemment on retrouve un bon accord du coefficient orthoradial recalculé avec la théorie. Cependant, ses valeurs sont systématiquement inférieures à celle de l'expression de Mei *et al.*. Les valeurs du coefficient radial sont dispersées, mais

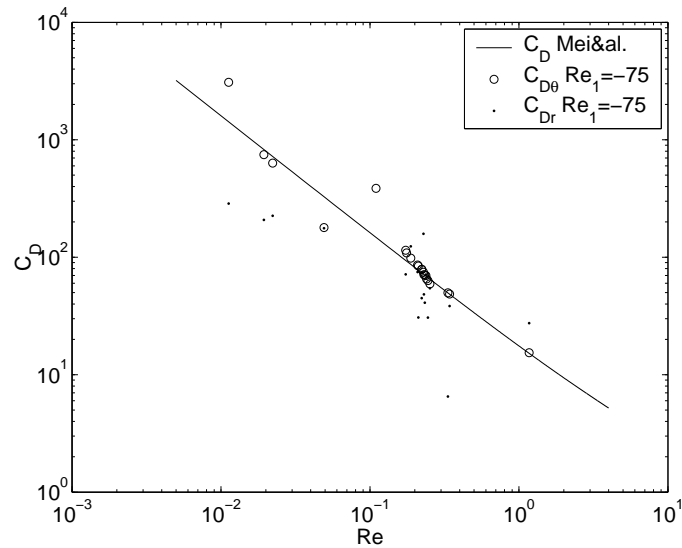


FIG. 7.17 – Coefficients de traînée mesurés selon  $r$  et  $\theta$  pour  $Re_1 = -75$

néanmoins, une grande partie est proche de la courbe théorique.

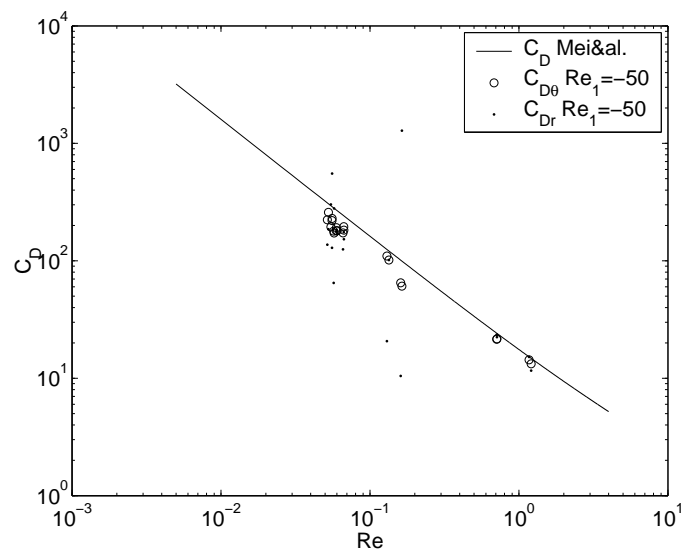


FIG. 7.18 – Coefficients de traînée mesurés selon  $r$  et  $\theta$  pour  $Re_1 = -50$

$Re_1 = -25$

Sur la figure 7.19, pour on observe une confirmation des résultats précédents, à savoir un meilleur accord avec la théorie des coefficients orthoradiaux pour  $0.01 \leq Re \leq 1$ , mais des valeurs inférieures à cette courbe théorique, notamment pour les plus faibles nombres de Reynolds,  $Re \simeq 0.02$ . A partir des observations de sections précédentes, il est logique de trouver des coefficients inférieurs, la force de traînée devant être généralement réduite

afin de fermer le bilan dynamique.

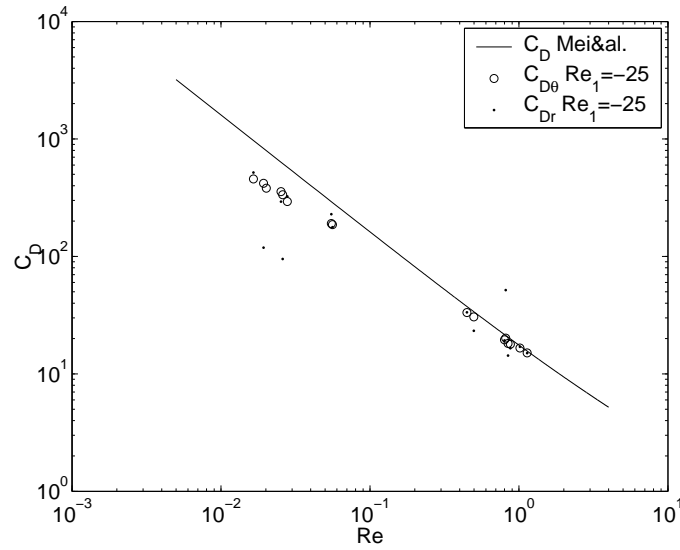


FIG. 7.19 – Coefficients de traînée mesurés selon  $r$  et  $\theta$  pour  $Re_1 = -25$

$Re_1 = 25$

Sur la figure 7.20, le sens de rotation du cylindre intérieur a été inversé, mais les constatations restent les mêmes pour  $0.02 \leq Re \leq 1$ . Plus le nombre de Reynolds diminue et plus les valeurs recalculées selon  $r$  et  $\theta$  s'écartent des valeurs théoriques en leur étant inférieures.

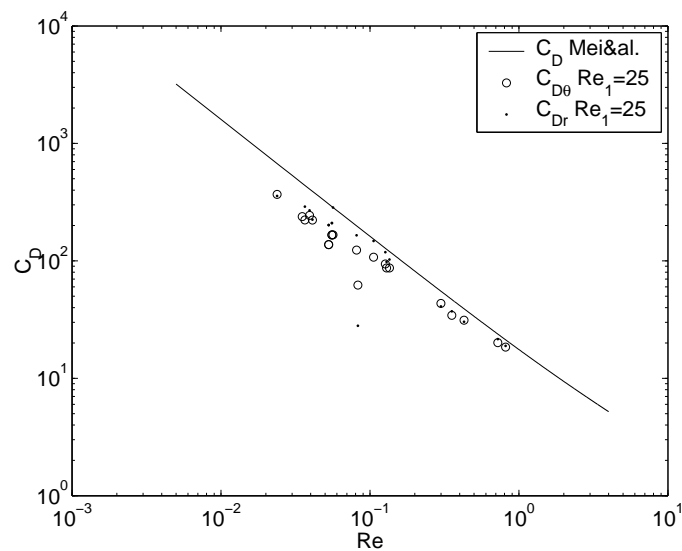


FIG. 7.20 – Coefficients de traînée mesurés selon  $r$  et  $\theta$  pour  $Re_1 = 25$



$Re_1 = 50$

La figure 7.21 présente les évolutions des coefficients de traînée radiaux et orthoradiaux pour  $0.02 \leq Re \leq 0.6$ . Notons ici, que comme dans les cas précédents, lorsque les valeurs du coefficients  $C_{Dr}$  ne divergent pas elle sont très semblables pour une même bulle à celles du coefficient  $C_{D\theta}$ .

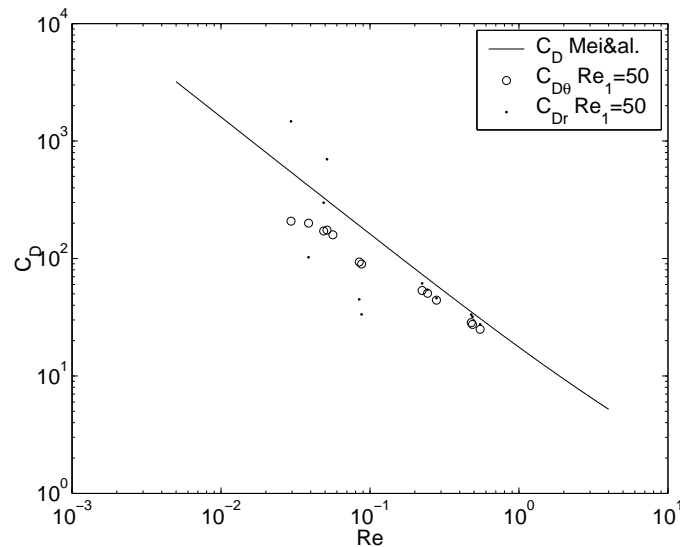


FIG. 7.21 – Coefficients de traînée mesurés selon  $r$  et  $\theta$  pour  $Re_1 = 50$

$Re_1 = 75$

Enfin, la figure 7.22 présente ces coefficients pour le cas  $Re_1 = 75$ . Le nombre de bulles est ici limité, tout comme la plage de variation du nombre de Reynolds,  $0.1 \leq Re \leq 1$ . Cependant, on retrouve ici les tendances constatées précédemment, avec par ailleurs des valeurs de  $C_{Dr}$  supérieures à celles de  $C_{D\theta}$ , ce qui pourrait s'expliquer par l'influence du coefficient de portance dans ce bilan radial comme nous le verrons plus loin.

### Bilan global selon $\theta$

Sur la figure 7.23 est rapporté l'ensemble des coefficients de traînée orthoradiaux  $C_{D\theta}$  calculés. Sur cette même figure sont tracées les courbes théoriques des expressions de Mei *et al.* pour une bulle et de Clift *et al.* pour une sphère. Les valeurs calculées sont légèrement inférieures mais très proches des valeurs théoriques de Mei *et al.* pour les plus grands nombres de Reynolds,  $0.5 \leq Re \leq 2$ . En revanche, plus ce nombre de Reynolds diminue et plus les valeurs calculées ont tendance à se disperser, mais aussi à s'éloigner de cette courbe théorique en lui étant inférieures. Cette constatation étant indépendante des conditions de l'écoulement comme nous venons de le voir, une loi d'évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds est donc proposée ici :

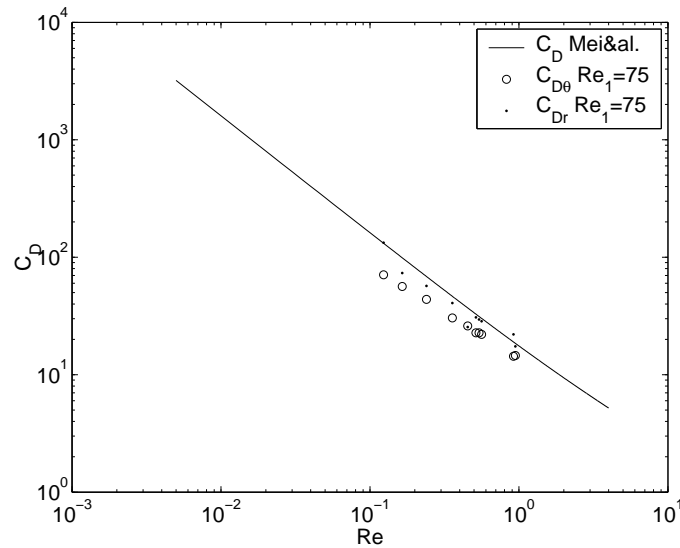


FIG. 7.22 – Coefficients de traînée mesurés selon  $r$  et  $\theta$  pour  $Re_1 = 75$

$$C_{D\theta} = \frac{16}{Re^{0.85}} \quad (7.3)$$

Ce modèle, valable dans la gamme  $0.01 \leq Re \leq 1$  est à rapprocher de la valeur bien connue du coefficient de traînée en écoulement de Stokes  $C_D = \frac{16}{Re}$  vers lequel tend l'expression de Mei *et al.* dans cette gamme de nombres de Reynolds.

### Bilan global selon $r$

La figure 7.24 présente de la même façon l'ensemble des coefficients calculés selon la direction  $r$ . On constate que la dispersion des résultats est importante et que le lissage par une loi est impossible. Cependant, les valeurs obtenues de  $C_{Dr}$  sont globalement inférieures aux valeurs théoriques, et l'augmentation de cet écart avec la diminution de  $Re$  est qualitativement bien représenté par le modèle proposé dans l'équation (7.3).

Pour conclure cette analyse des coefficients de traînée nécessaires pour fermer les bilans dynamiques radiaux et orthoradiaux, il s'avère que les valeurs mesurées selon  $\theta$  sont bien plus consistantes que celles selon  $r$ . Par ailleurs, nous avons vu plus haut que le poids de la traînée dans le bilan orthoradial était vraiment le plus important et qu'il était surtout quasi-constant. Par ailleurs, les valeurs calculées selon cette direction présentent un bon accord avec la théorie pour les nombres de Reynolds les plus grands,  $Re \simeq 1$ , mais sont plus faibles lorsque ce nombre diminue. Par conséquent, le modèle proposé à partir des résultats orthoradiaux semble cohérent et représente bien l'évolution constatée des coefficients  $C_D$  avec  $Re$ .

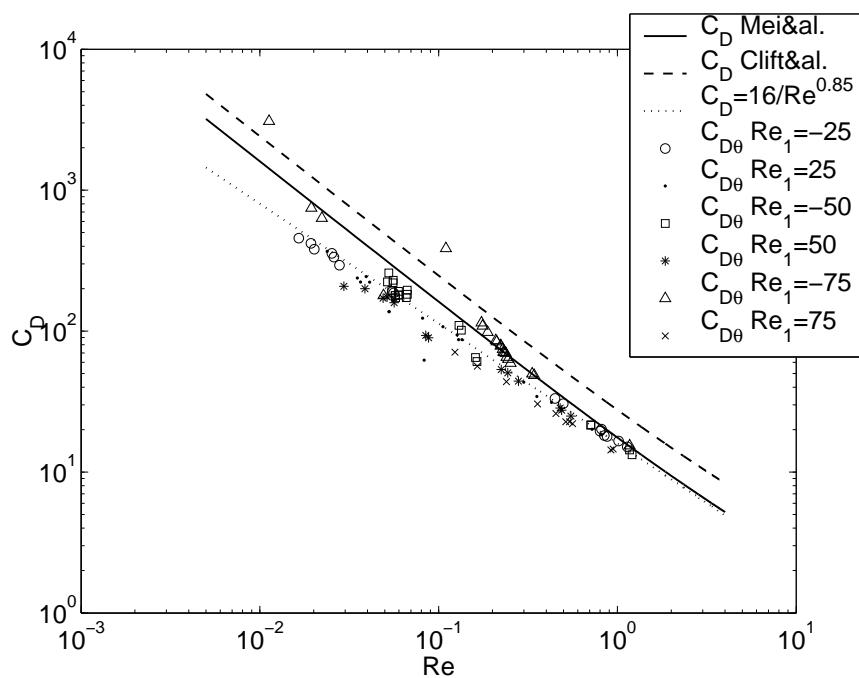


FIG. 7.23 – Coefficients de traînée  $C_{D\theta}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$

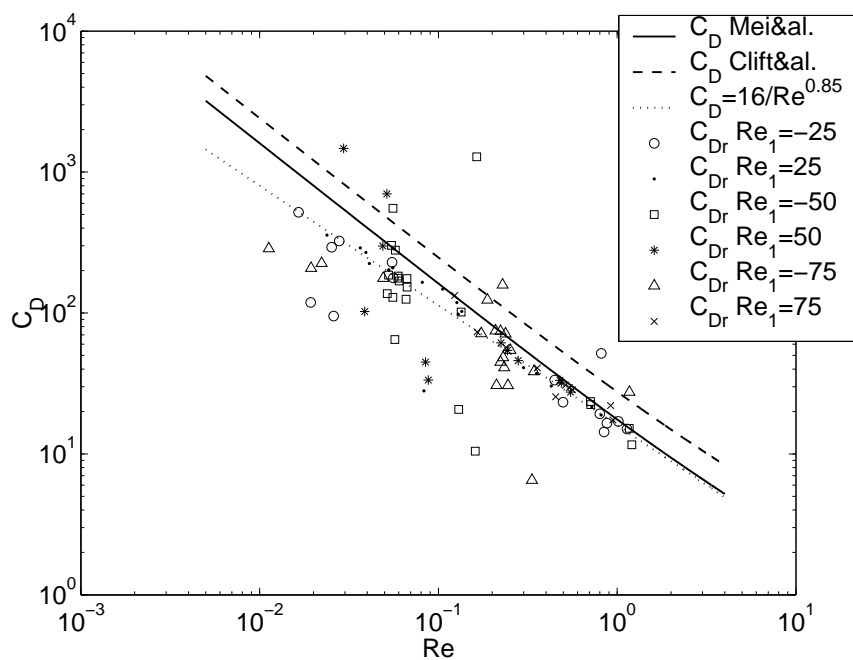


FIG. 7.24 – Coefficients de traînée  $C_{Dr}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$

### Coefficient de portance $C_{Lr}$

La force de portance orthoradiale est réellement négligeable, il est donc très difficile de calculer un coefficient de portance dans cette direction. En revanche, dans la direction radiale, la force de portance n'est pas négligeable et elle a un rôle dans le bilan global, notamment à proximité de l'horizontale  $\theta = 0$ . Considérons donc à présent que le bilan dynamique selon  $\theta$  est fermé grâce à l'équation (7.3). Alors, on peut réinjecter cette expression de  $C_D$  dans  $F_{Dr}$  afin de calculer l'équation radiale, et la nouvelle force résultante  $F_r$ . Le coefficient de portance radial  $C_{Lr}$  est alors calculé de telle sorte que la force de portance radiale  $F_{Lr}$  annule cette force résultante. Cette méthode n'est concluante que pour les écoulements ascendants lorsque  $Re_1 \geq 0$ . En effet, lorsque la vitesse de l'écoulement est négative, les valeurs obtenues par calcul sont négatives et fortement dispersées.

$Re_1 = 25$

La figure 7.25 présente les coefficients de portance radiaux  $C_{Lr}$  recalculés et moyennés dans le temps pour le cas  $Re_1 = 25$ . Ces coefficients sont tracés en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  de la bulle,  $0.02 \leq Re \leq 1$ . La courbe théorique de Legendre & Magnaudet,  $C_L(Re, Sr)$ , est tracée sur la même figure pour comparaison. Dans ce cas, la vorticité adimensionnelle  $Sr$  utilis e est la vorticité moyenne mesur e pour l'ensemble des bulles de ce cas d'écoulement. Un comportement qualitatif d'augmentation de  $C_{Lr}$  avec la diminution de  $Re$  est observable. Ce comportement est similaire à celui de la théorie, cependant l'écart quantitatif avec la courbe théorique est réel, les valeurs calcul es sont globalement plus grandes que les valeurs théoriques.

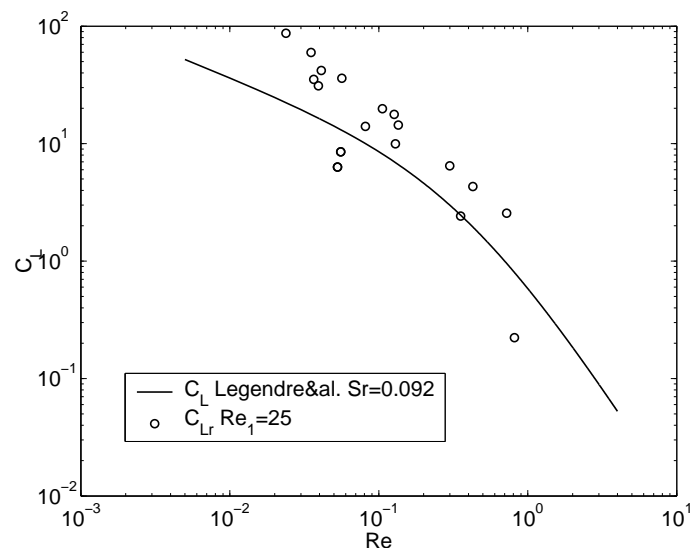


FIG. 7.25 – Coefficients de portance mesur es selon  $r$  pour  $Re_1 = 25$

$Re_1 = 50$

Sur la figure 7.26 sont tracées les valeurs recalculées du coefficient de portance radial pour le cas  $Re_1 = 50$ . Les valeurs théoriques de  $C_L$  ont été tracées avec la vorticité adimensionnelle moyenne des bulles dans ce cas et  $0.03 \leq Re \leq 0.6$ . A la fois qualitativement et quantitativement, les valeurs calcul es présentent un bon accord avec la courbe théorique, bien qu'elles soient généralement supérieures à celle-ci. L'écart augmente notamment pour les plus faibles nombres de Reynolds,  $Re \leq 0.1$ .

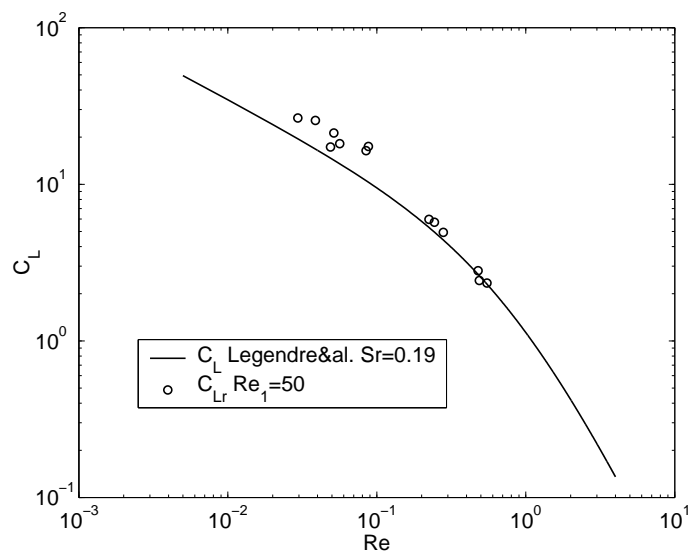


FIG. 7.26 – Coefficients de portance mesur es selon  $r$  pour  $Re_1 = 50$

$Re_1 = 75$

Sur la figure 7.27 sont trac es les valeurs recalcul es du coefficient de portance radial pour le cas  $Re_1 = 75$ . la vorticité adimensionnelle moyenne  $Sr$  est similaire au cas précédent, et  $0.1 \leq Re \leq 1$ . L'accord à la théorie est qualitativement bon, mais on observe des valeurs plus faibles que les valeurs théoriques pour les plus grands nombres de Reynolds, l'écart augmentant avec l'augmentation de  $Re$ .

### Bilan global sur $C_{Lr}$

La figure 7.28 présente l'ensemble des coefficients de portance radiaux recalcul es en fonction du nombre de Reynolds de bulle mesuré. Sur cette figure est tracée la courbe théorique de Legendre & Magnaudet pour une vorticité adimensionnelle moyenne  $Sr = 0.15$  qui est la moyenne des  $Sr$  pour l'ensemble des bulles présentées. On peut constater que les observations effectuées au cas par cas se généralisent ici. En effet, la diminution de  $C_L$  avec l'augmentation de  $Re$  est très nette. Par ailleurs les résultats obtenus sont consistants entre eux. Cependant, les valeurs de  $C_{Lr}$  sont plus importantes que les valeurs

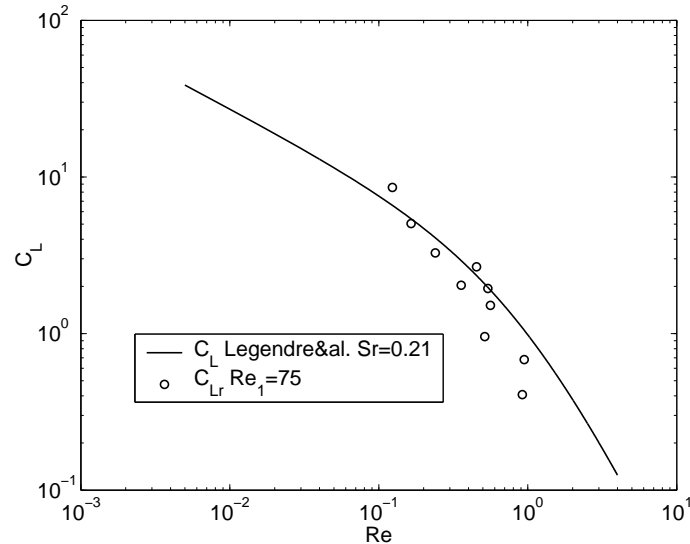


FIG. 7.27 – Coefficients de portance mesurés selon  $r$  pour  $Re_1 = 75$

théoriques pour les faibles nombres de Reynolds,  $Re \leq 0.1$ , et plus faibles pour les plus grands nombres,  $Re \geq 0.1$ , et l'écart à la théorie augmente aux limites du domaine.

Nous proposons donc ici un modèle de coefficient de portance basé sur celui de l'équation (1.20) du modèle de Legendre & Magnaudet (1998) pour  $Re \leq 1$ . Dans ce modèle  $C_L(Re, Sr)$ , nous avons choisi de modifier deux constantes. La première au numérateur,  $2.255 \rightarrow 6$ , calculée par Saffman (1965) pour une sphère solide, afin d'augmenter les valeurs de  $C_{Lr}$  pour les faibles nombres de Reynolds. La seconde au numérateur,  $0.2 \rightarrow 0.9$ , définie par Legendre & Magnaudet (1998), afin d'augmenter la pente de la courbe pour les plus grands nombres de Reynolds :

$$C_{Lr}^{Re \leq 1} = \frac{6}{\pi^2} \frac{6}{(ReSr)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 0.9 \frac{Re}{Sr}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (7.4)$$

Les valeurs théoriques calculées à partir du modèle de l'équation (7.4) ont été tracées sur la figure 7.28. On peut observer un bon accord entre les coefficients  $C_{Lr}$  des bulles étudiées et le modèle.

## Conclusions

En conclusion de cette section, nous avons pu constater qu'il était possible de calculer des coefficients dynamiques  $C_{Dr}$ ,  $C_{D\theta}$  et  $C_{Lr}$  à partir des mesures effectuées sur des bulles en migration. Les résultats obtenus sont qualitativement en accord avec les modèles théoriques connus. Cependant les coefficients de traînée calculés dans la direction radiale présentent une forte dispersion. De même, la méthode de calcul des coefficients de portance dans la direction orthoradiale et radiale, pour des écoulements descendants,

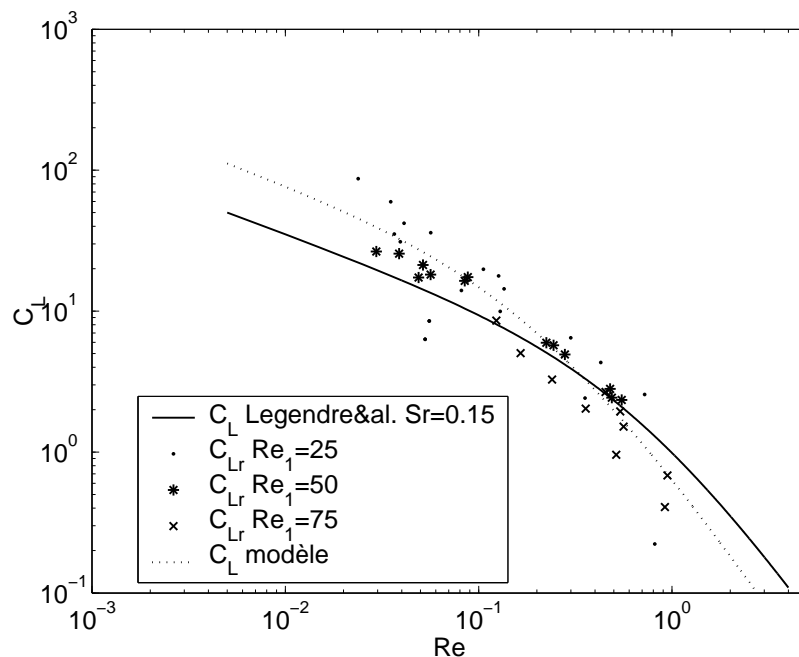


FIG. 7.28 – Coefficients de portance  $C_{Lr}$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$

n'est pas du tout satisfaisante. A partir des résultats obtenus, deux modèles ont été établis afin de calculer les valeurs des coefficients de portance et de traînée dans la gamme  $0.01 \leq Re \leq 1$ .

### 7.1.6 Conclusion sur l'étude de bulles en migration dans un champ de gravité terrestre

A partir des observations effectuées, nous pouvons conclure que, dans cette étude, ce sont essentiellement les forces de flottabilité et de traînée qui sont prédominantes et qu'elles masquent les autres forces. Les trajectoires observées sont explicables grâce à l'analyse de l'évolution temporelle des forces réalisée et notamment de l'évolution des forces de flottabilité radiales et orthoradiales en fonction de la position orthoradiale  $\theta$ . Cependant, afin d'obtenir des coefficients dynamiques de portance et de traînée mesurés, il est nécessaire dans ce cas de se limiter au bilan radial pour les premiers et au bilan orthoradial pour le second. Les valeurs obtenues montrent des écarts par rapport aux valeurs théoriques connues. De fait, des modèles de coefficients dynamiques ont du être établis afin de représenter les phénomènes observés. Sur la figure 7.29, les trajectoires théoriques calculées grâce à ces modèles ont été tracées avec les trajectoires mesurées pour les trois cas types étudiés dans cette section 7.1. En comparant ces trajectoires à celles obtenues avec les valeurs théoriques classiques des figures 7.13, 7.14 et 7.15 on constate une nette amélioration de l'accord entre les trajectoires calculées et observées, notamment pour le cas des écoulements descendants.

Cependant, comme nous l'avons souligné, la prédominance des effets de gravité masque de nombreux effets dynamiques et les résultats présentés s'en ressentent au travers des hypothèses nécessaires à leur obtention. Il apparaît donc intéressant de se débarrasser de cette prédominance des forces de flottabilité au travers de mesures en conditions de microgravité. Les résultats des migrations des bulles dans ces conditions sont donc présentées dans la section suivante 7.2.

## 7.2 Migration de bulles en microgravité

Nous allons présenter dans cette section les résultats obtenus sur des bulles injectées dans l'entrefer entre les cylindres en condition de micro-pesanteur. Nous commencerons par présenter les mesures réalisées avant de passer aux résultats sur la cinématique puis la dynamique des bulles.

### 7.2.1 Conditions et paramètres expérimentaux

Lors de ces expériences, les bulles étudiées sont filmées sur une portion de trajectoire. Cependant, il existerait théoriquement des positions d'équilibre pour des bulles en apesanteur parfaite, en effet dans ce cas les équations (2.11a) et (2.11b) se réduiraient à :

$$0 = -(1 + C_M) \frac{\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)^2}{r_0} + 2AC_L \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) \quad (7.5a)$$

$$0 = D \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) \quad (7.5b)$$

Par conséquent la seule position d'équilibre possible serait alors  $r_0 = \sqrt{\frac{-B}{A}}$ , soit  $U = 0 \text{ m.s}^{-1}$ , comme nous l'avons présenté dans le chapitre 2.2. Dans ce cas, le seul moyen de satisfaire la condition  $r_1 < r_0 < r_2$  est que les deux cylindres tournent dans des sens opposés. Quelques paraboles ont été réalisées dans le but d'obtenir un tel phénomène et il a été possible d'observer des bulles quasi-immobiles pendant de très courts instants. Cependant, ces cas ne sont pas les plus intéressants au niveau dynamique, toutes les forces étant nulles. D'autre part, l'accélération résiduelle fluctuant autour de la valeur zéro, les bulles sont rarement immobiles. Nous avons donc choisi d'étudier des bulles en mouvement sur une portion de trajectoire.

Par ailleurs, en raison de la position du capillaire sur le cylindre extérieur et de la présence de vannes sur le circuit d'air à proximité, les visualisations les plus propres ont été obtenues lorsque le cylindre extérieur était fixe, afin d'injecter un minimum de bulles et d'éviter les interactions.



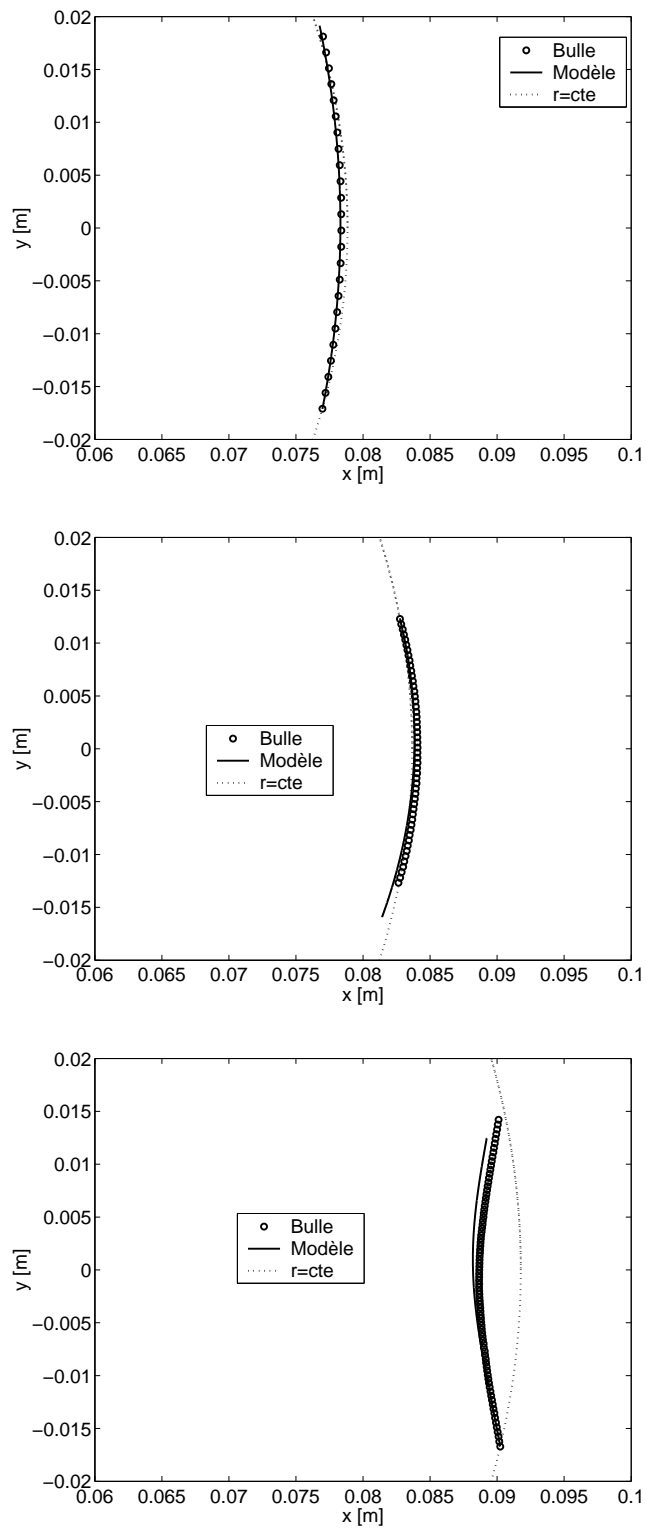


FIG. 7.29 – Trajectoires mesurées et calculées à l'aide des modèles des équations (7.3) et (7.4) pour les trois cas types étudiés.

De fait, pour les cas présentés ici, seul le cylindre intérieur était en mouvement et trois vitesses de rotation du cylindre ont été étudiées, conformément au tableau 7.2 :

$Re_1$	$\omega_1$ [ $rad.s^{-1}$ ]	$\Omega = 2A$ [ $s^{-1}$ ]	$S_{r\theta} = \frac{-B}{r^2}$ [ $s^{-1}$ ]
-25	-1.14	1.29	1.00
-50	-2.28	2.57	2.00
-75	-3.28	3.69	2.89

TAB. 7.2 – Paramètres expérimentaux pour les cas de migration étudiés. La déformation est calculée au centre de l’entrefer ( $r = 0.08$  m)

Les données du tableau 7.2 permettent de montrer que dans ces types d’écoulements, la déformation et le rotationnel sont du même ordre de grandeur. Par conséquent, le profil de la vitesse dans l’entrefer est proche de celui d’un écoulement cisailé,  $U = \alpha(r_2 - r)$ , où  $\alpha$  représente le cisaillement.

Le capillaire de dimension intérieure  $d_c = 0.85$  mm est placé en amont de la fenêtre de prise de vue, de sorte que les bulles injectées au centre de l’entrefer aient déjà parcouru une distance d’un quart de cercle environ. L’injection d’air se fait pendant la période de microgravité. L’injection d’une bulle par parabole étant expérimentalement impossible, ce sont des trains de bulles qui ont été injectés puis observés. Pour les bulles présentées ici, nous nous sommes limités à des bulles distantes entre elles de cinq diamètres au minimum. Cette distance étant en réalité réglée par le taux d’injection de gaz dans le capillaire (Tsuge *et al.*, 1997) et par les forces de détachement (Thorncroft *et al.*, 2001), notamment la force de traînée en microgravité (Kim *et al.*, 1994), générées par l’écoulement du fluide.

Toutes les mesures ont été effectuées avec une fréquence d’acquisition de 60 images par seconde.

Nous avons étudié au total 289 bulles provenant de 19 paraboles différentes effectuées lors des second et troisième vols de la campagne ESA VP41.

## 7.2.2 Résultats expérimentaux

### Géométrie et positions moyennes des bulles

Les bulles étudiées présentent la particularité d’être très peu déformées, on peut les considérer comme sphériques.

Sur la figure 7.30, on constate qu’elles sont de tailles millimétriques pour les trois paramètres de rotation étudiés. Les valeurs moyennes par paramètres sont présentées dans le tableau 7.3. On retrouve bien dans ce tableau l’ordre de grandeur de la taille des inclusions. En revanche on ne trouve pas de relation entre les tailles de bulles et les vitesses de rotations, donc les forces de détachement du capillaire (Thorncroft *et al.*, 2001). Les bulles étudiées pour le cas  $Re_1 = -50$  soient plus petites que celles du cas

$Re_1 = -25$ , mais plus grandes que celles du cas  $Re_1 = -75$ . Cependant, la dimension des bulles étudiées dépend de plusieurs paramètres qui expliquent qu'il n'y ait pas de lien immédiat entre  $Re_1$  et  $2R$ . Tout d'abord, la modification de la position de l'injecteur dans l'entrefer entre les paraboles, ce dernier n'étant pas toujours parfaitement centré. Or, les forces de détachement dépendent de la vitesse du fluide, donc du rayon de l'injection. La deuxième explication est liée à la qualité des niveaux de gravité lors des différentes paraboles, cependant en moyenne ces différences devraient s'atténuer sur l'ensemble des paraboles. Enfin, dernière explication, cet écart est lié la qualité de l'injection. En effet, le débit de gaz injecté ajusté manuellement n'est pas égal entre les paraboles. Par ailleurs, le fait d'étudier toutes les bulles injectées, ou non, crée un disparité entre les tailles de bulles calculées pour la moyenne.

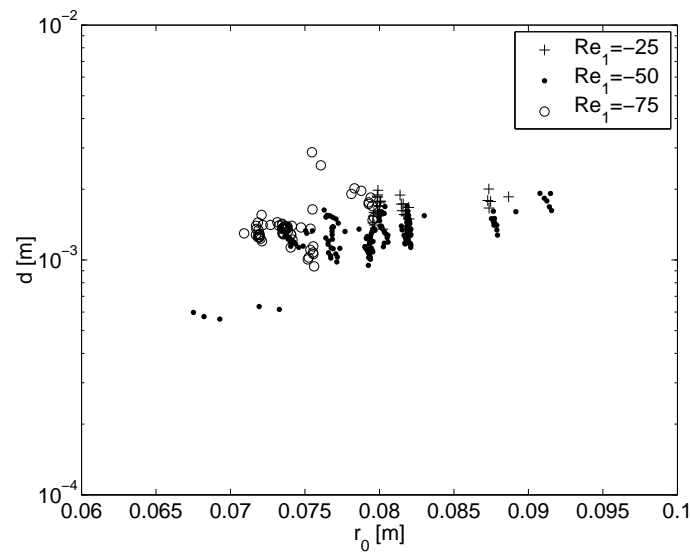


FIG. 7.30 – Positions moyennes et dimension des bulles étudiées

En ce qui concerne les positions moyennes des bulles dans l'entrefer, la figure 7.30 montre que les bulles étudiées étaient plutôt au centre de l'entrefer, afin d'éviter les interactions avec les parois des cylindres. Les bulles les plus proches des parois se trouvent à une distance minimale de 5 mm. Le tableau 7.3 avec les positions moyennes radiales des bulles montre que plus la vitesse du cylindre intérieur est grande et plus les bulles se retrouvent proches du cylindre intérieur, les positions d'injection étant les mêmes.

$Re_1$	-25	-50	-75
$d [mm]$	1.677	1.287	1.409
$r_0 [m]$	0.0816	0.0797	0.0742

TAB. 7.3 – Position radiale et diamètre moyen des bulles étudiées

## Cinématique des bulles et trajectographie

Après traitement des images, on peut constater que les trajectoires des bulles ne sont pas des portions de cercle. Les bulles se déplacent dans le même sens que le fluide, mais pour 275 des 289 bulles étudiées, on constate une migration radiale vers le cylindre intérieur.

Afin de synthétiser les résultats cinématiques observés, nous avons tracé sur la figure 7.31 les vitesses radiales  $V_r$  en fonction des vitesses orthoradiales  $V_\theta$  pour les trois cas d'étude dans un repère logarithmique. Nous avons aussi calculé les moyennes de ces vitesses pour l'ensemble des cas étudiés et les avons rapportées dans le tableau 7.4.

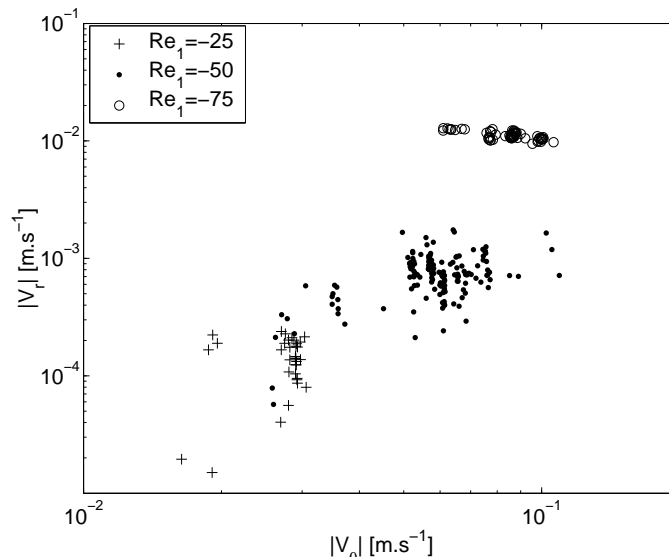


FIG. 7.31 – Corrélation entre les vitesses radiales et orthoradiales mesurées ( $V_r = \dot{r}$ ,  $V_\theta = r\dot{\theta}$ )

Il apparaît alors que chacun des trois cas étudiés présente des gammes de doublets de vitesse ( $V_r$ ,  $V_\theta$ ) différentes. Plus la vitesse de rotation  $\omega_1$  du cylindre intérieur est grande et plus les valeurs moyennes des vitesses sont importantes en valeur absolue. Pour les vitesses radiales, elles sont multipliées d'un rapport de l'ordre de dix entre chaque cas, alors que les valeurs moyennes des vitesses orthoradiales augmentent comme la vitesse du cylindre intérieur  $\omega_1 r_1$ , ou comme  $Re_1$ .

$Re_1$	-25	-50	-75
$\dot{r}$ [ $mm.s^{-1}$ ]	-0.145	-0.759	-11.1
$r\dot{\theta}$ [ $mm.s^{-1}$ ]	-27.2	-59.1	-85.3
$\omega_1 r_1$ [ $mm.s^{-1}$ ]	-68.5	-137.1	-196.9

TAB. 7.4 – Valeurs moyennes des vitesses radiales et orthoradiales des bulles étudiées

Nous avons représenté sur les figures 7.32, 7.33 et 7.34 des trajectoires de bulles représentatives des phénomènes observés lorsque l'on fait varier la vitesse du cylindre intérieur  $\omega_1$ . On remarque tout d'abord que comme le montre le tableau 7.4, les bulles suivent des trajectoires dont le rayon diminue au cours du temps. L'observation de ces figures confirme que plus la valeur de  $\omega_1$  est grande et plus les bulles ont tendance à migrer vers le cylindre intérieur et donc à s'éloigner d'une trajectoire circulaire.

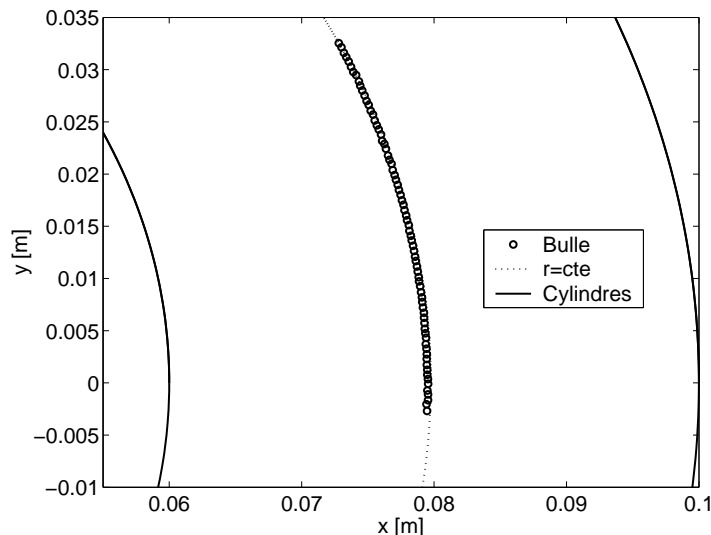


FIG. 7.32 – Exemple de trajectoire de bulle dans l'entrefer lorsque  $Re_1 = -25$

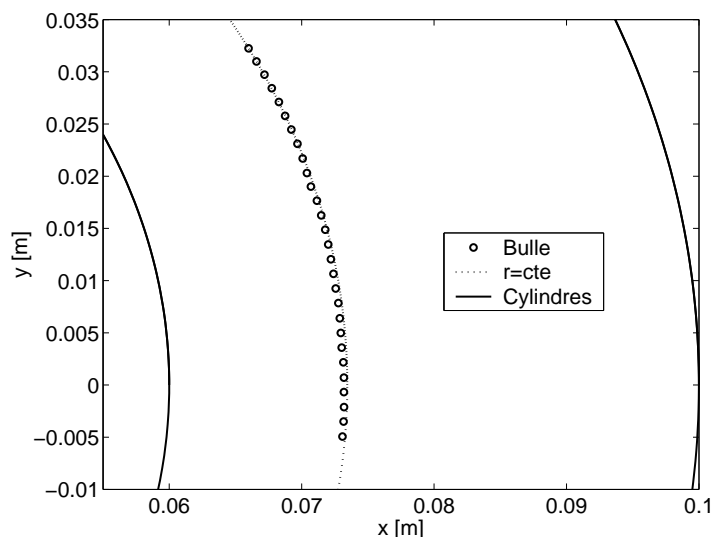


FIG. 7.33 – Exemple de trajectoire de bulle dans l'entrefer lorsque  $Re_1 = -50$

Pour ces trois cas particuliers, les évolutions temporelles du rayon  $r$  et de l'azimut  $\theta$  du centre de la bulle, des projections radiales  $g_r$  et orthoradiales  $g_\theta$  de la gravité résiduelle et des vitesses orthoradiales de l'écoulement  $U$  et de la bulle  $V_\theta$  sont présentées

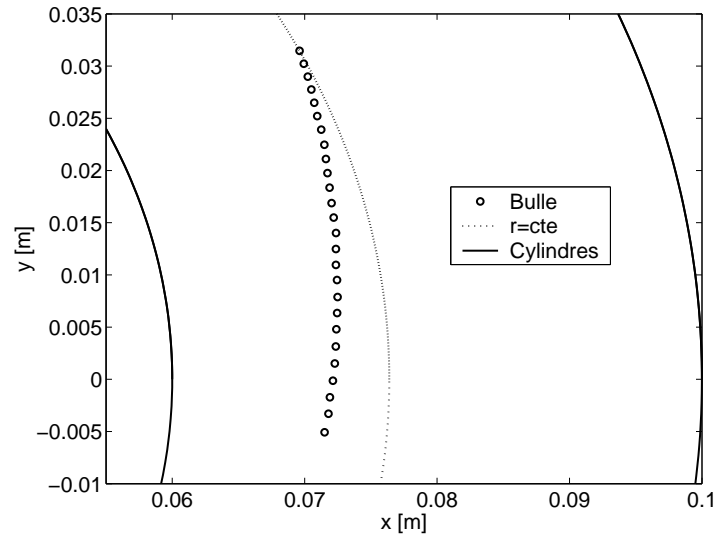


FIG. 7.34 – Exemple de trajectoire de bulle dans l’entrefer lorsque  $Re_1 = -75$

respectivement sur les figures 7.35, 7.36 et 7.37. Précisons ici comment sont obtenues les accélérations de gravité résiduelle radiales et orthoradiales agissant sur la bulle de position  $(r, \theta)$  à partir des composantes axiales et verticales mesurées dans le repère de l’avion :

$$g_r = g_z \cos \theta - g_x \sin \theta \quad (7.6a)$$

$$g_\theta = g_z \sin \theta + g_x \cos \theta \quad (7.6b)$$

Le premier constat est que l’évolution de la position radiale de ces bulles peut être lissée grossièrement par un polynôme de degré un. Les fluctuations étant dues aux vibrations tout autant qu’aux fluctuations de la microgravité. Concernant l’évolution de  $\theta$ , elle peut être approximée par un polynôme de degré un dans les deux premiers cas et par un polynôme de degré trois pour le cas  $Re_1 = -75$ . En effet, la variation radiale étant importante,  $\dot{\theta}$  n’est pas constant dans ce cas. Les valeurs des niveaux de gravité sont plus importants dans le premier cas, et ces accélérations sont positives. Enfin, en utilisant les vitesses de fluide corrigées suite à la présence du capillaire (cf chapitre 5) dans tous les cas, on constate des comportements différents pour les trois cas. Ainsi, lorsque  $Re_1 = -25$ , la bulle va plus vite que le fluide au début de la mesure puis la vitesse de glissement change de signe. L’ordre de grandeur de ces vitesses de glissement est au maximum de  $0.4 \text{ mm.s}^{-1}$ . En revanche dans les deux autres cas, la bulle va plus vite que le fluide et les vitesses de glissement restent constantes, de l’ordre de  $4 \text{ mm.s}^{-1}$  pour  $Re_1 = -50$  et de  $10 \text{ mm.s}^{-1}$  pour  $Re_1 = -75$ . Étant donné les signes et les évolutions des accélérations  $g_\theta$ , ces comportements peuvent paraître logiques. En effet, dans le premier cas, cette accélération est positive, donc la bulle subit une force négative selon  $\theta$  qui accélère son mouvement par rapport à celui du fluide l’environnant. Dans les autres cas

c'est le contraire,  $g_\theta < 0$ , la bulle est ralentie par rapport au fluide.

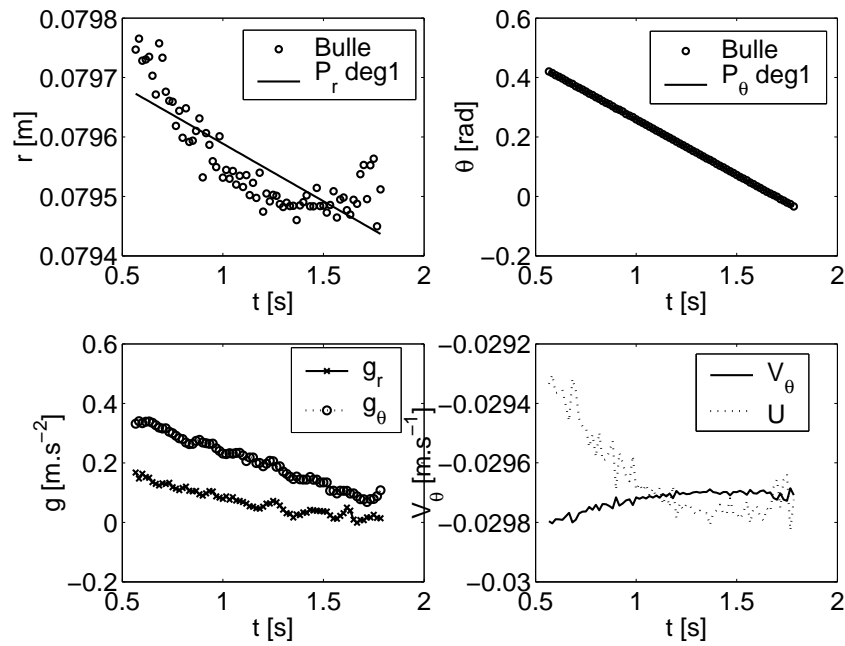


FIG. 7.35 – Exemple d'évolution temporelle des positions radiales et orthoradiales, de la gravité et de la vitesse de glissement orthoradial d'une bulle lorsque  $Re_1 = -25$

### 7.2.3 Dynamique des bulles

Connaissant à présent le comportement des bulles étudiées, nous allons présenter dans cette section quelques résultats dynamiques pour des cas particuliers.

$$Re_1 = -75$$

Ce cas étant le plus spectaculaire pour les migrations radiales constatées, les bilans dynamiques radiaux et orthoradiaux de la bulle sont présentés sur la figure 7.38. Les bilans théoriques sont les mêmes que ceux présentés dans la section 7.1.3, hormis que les forces de flottabilité s'écrivent à présent :

$$F_{Gr} = - m_f g_r \quad (7.7a)$$

$$F_{G\theta} = - m_f g_\theta \quad (7.7b)$$

La bulle étudiée a ici un diamètre  $2R = 1.33 \text{ mm}$  et le nombre de Reynolds de bulle mesuré est  $Re = 0.23$ . Ces trajectoires et ces caractéristiques cinématiques sont celles présentées sur les figures 7.34 et 7.37. Il apparaît très clairement sur la figure 7.38 que dans les deux directions de l'écoulement les bilans ne sont pas fermés et que  $F_r$  et  $F_\theta$  sont

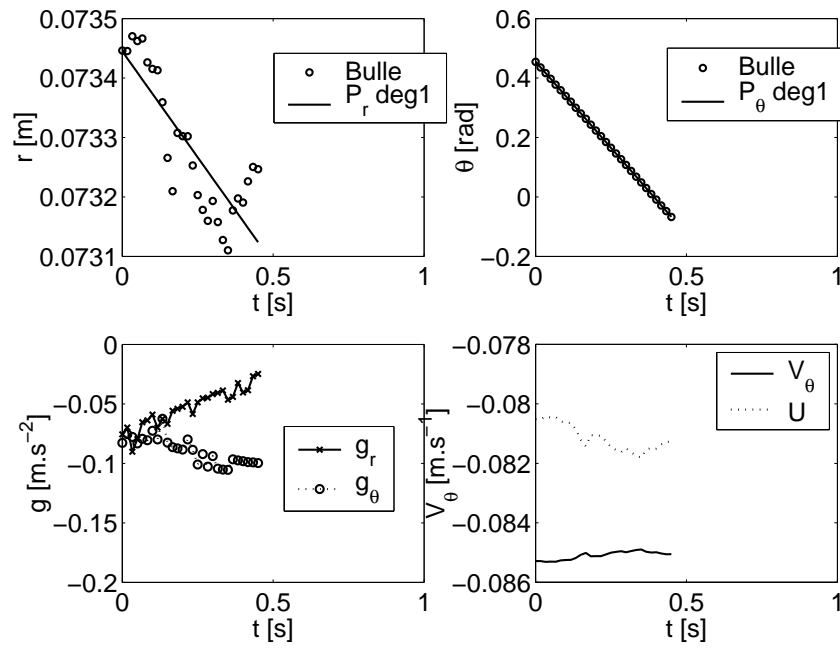


FIG. 7.36 – Exemple d'évolution temporelle des positions radiales et orthoradiales, de la gravité et de la vitesse de glissement orthoradial d'une bulle lorsque  $Re_1 = -50$

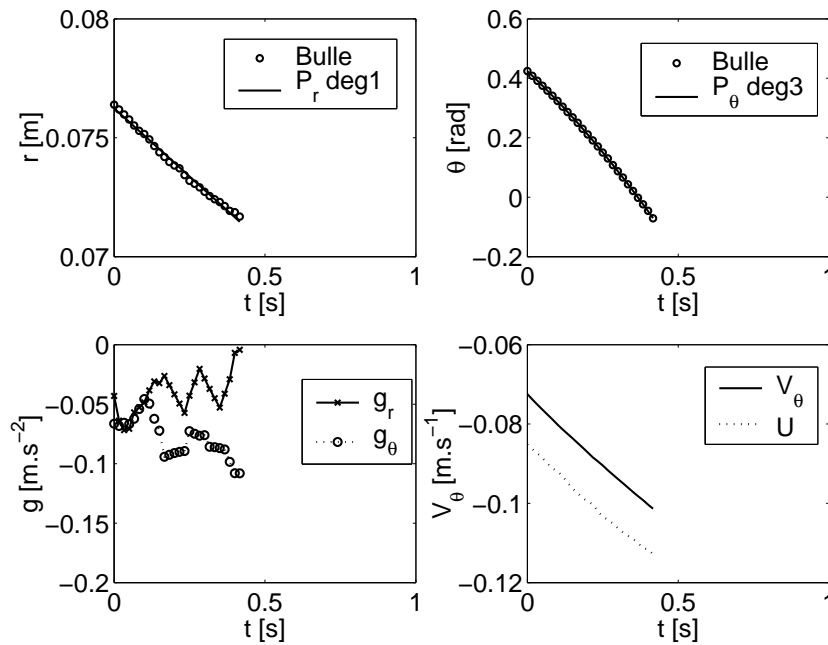


FIG. 7.37 – Exemple d'évolution temporelle des positions radiales et orthoradiales, de la gravité et de la vitesse de glissement orthoradial d'une bulle lorsque  $Re_1 = -75$



respectivement égales à  $F_{Dr}$  et  $F_{D\theta}$ . En effet, ces forces sont de l'ordre de  $10 \mu N$ , alors que toutes les autres forces sont de l'ordre de  $0.1 \mu N$ , soit un rapport de cent. Expliquer cet écart par une modification du coefficient de traînée n'est ici pas possible. En revanche, La question de la mesure des vitesses de glissement radiales et orthoradiales se pose. En effet, en faisant un calcul rapide en utilisant une approximation d'un régime de Stokes, on trouve qu'avec une vitesse de glissement centimétrique dans les deux directions et une accélération résiduelle de  $0.1 m.s^{-2}$  :

$$F_D = -4\pi\mu R \left| \vec{U} - \vec{V} \right| \simeq 8 \mu N \quad (7.8a)$$

$$F_G = m_f g \simeq 0.1 \mu N \quad (7.8b)$$

Avec de telles vitesses de glissement il est donc impossible de fermer le bilan dynamique. Par ailleurs, que l'on utilise les vitesses de l'écoulement  $U$  théoriques ou bien mesurées par PIV dans le sillage du capillaire, ces ordres de grandeur varient peu. Cependant, comme le montrait la figure 5.2, le cas  $Re_1 = -75$  est un cas limite pour l'apparition de l'instabilité de Taylor. Les variations importantes de gravité et les arrêts-démarrages des cylindres entre les paraboles, peuvent donc être responsables de l'apparition de ce phénomène. Dans ce cas, la vitesse orthoradiale de l'écoulement est plus faible au centre de l'entrefer et une vitesse radiale se crée. Ce phénomène pourrait expliquer les valeurs des forces mesurées au travers des vitesses de glissement qui seraient fortement diminuées.

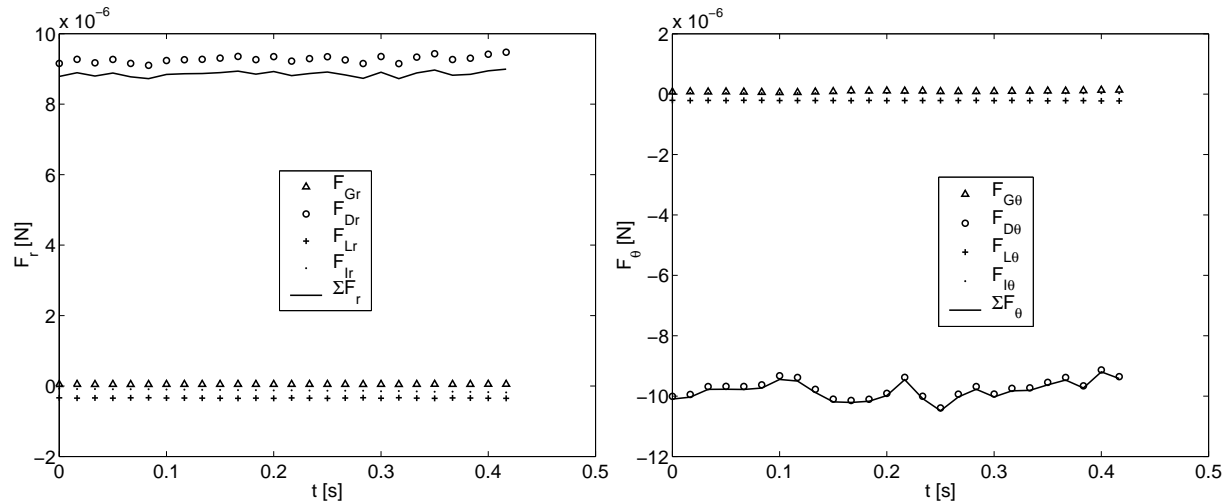


FIG. 7.38 – Exemple d'évolution temporelle des forces radiales et orthoradiales agissant sur une bulle lorsque  $Re_1 = -75$

L'ensemble des bulles étudiées pour le cas  $Re_1 = -75$  étant similaire à celui présenté ici, il est donc impossible de les utiliser afin d'obtenir des informations sur la dynamique des bulles dans ces conditions.

$$Re_1 = -50$$

Sur la figure 7.39 sont présentés les bilans radiaux et orthoradiaux mesurés dans le cas d'une bulle dans un champ de vitesse avec  $Re_1 = -50$ . Cette bulle dont la trajectoire et les caractéristiques cinématiques ont été présentées sur les figures 7.33 et 7.36 est d'un diamètre de  $2R = 0.6 \text{ mm}$  avec un Reynolds de bulle mesuré de  $Re = 0.025$ . A nouveau, on constate que les forces de traînée sont prédominantes dans les bilans. En effet, avec des vitesses de glissement mesurées de l'ordre de  $0.7 \text{ mm.s}^{-1}$  selon  $r$  et de  $4 \text{ mm.s}^{-1}$  selon  $\theta$  et des niveaux d'accélération de  $0.1 \text{ m.s}^{-2}$ , et avec l'approximation de Stokes, l'ordre de grandeur des forces est :

$$F_{Dr} = -4\pi\mu R V_r \simeq 0.25 \mu N \quad (7.9a)$$

$$F_{D\theta} = -4\pi\mu R (U - V_\theta) \simeq 1.5 \mu N \quad (7.9b)$$

$$F_G = m_f g \simeq 0.01 \mu N \quad (7.9c)$$

Et les autres forces mesurées étant bien de l'ordre de  $0.01 \mu N$ , la mesure des vitesses de glissement peut donc être à nouveau mise en cause ici. Malgré l'utilisation des mesures PIV pour simuler le déficit de vitesse orthoradiale, cette dernière est toujours trop importante. Dans ce cas, l'instabilité n'est théoriquement pas apparue, l'influence de la présence des bulles et du capillaire sur l'écoulement est donc à mettre en cause pour la connaissance de  $U$ .

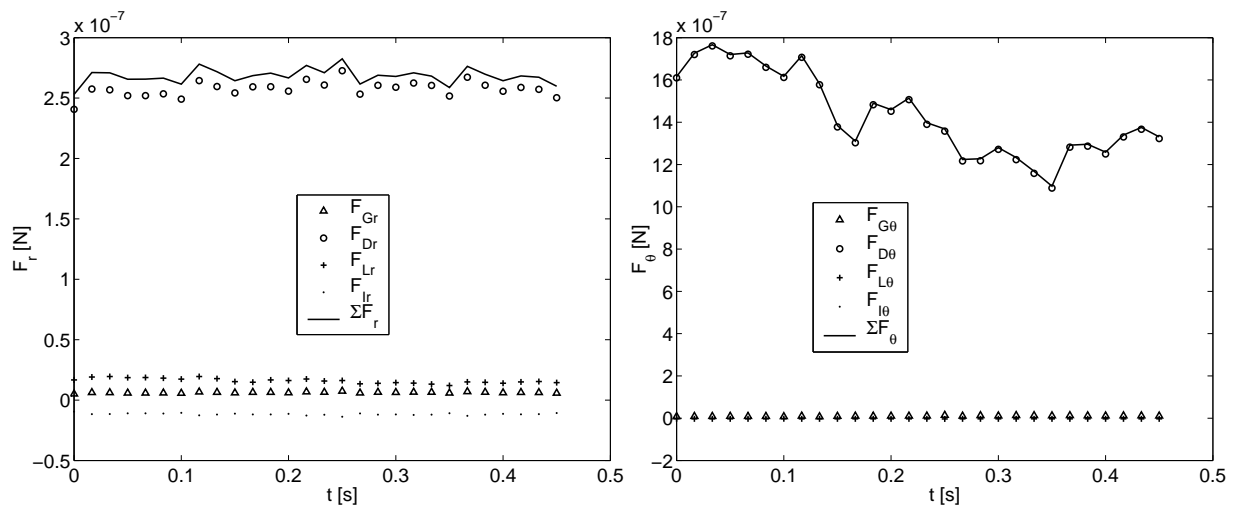


FIG. 7.39 – Exemple d'évolution temporelle des forces radiales et orthoradiales agissant sur une bulle lorsque  $Re_1 = -50$

L'ensemble des mesures effectuées pour  $Re_1 = -50$  sont similaires à celle présentée ici, il est donc impossible de les utiliser afin d'obtenir des informations dynamiques sur les bulles.

$$Re_1 = -25$$

Dans ce cas de figure, et comme nous l'avons vu dans le chapitre 5, la perturbation de l'écoulement par la présence du capillaire ou des bulles est beaucoup moins importante.

Sur la figure 7.40 sont tracés les bilans radiaux et orthoradiaux dans le cas présenté sur les figures 7.32 et 7.35. Le diamètre de la bulle est  $2R = 1.4 \text{ mm}$  et le nombre de Reynolds mesuré est  $Re = 0.003$ . Dans ce cas, on constate que les forces de flottabilité et de traînée sont du même ordre de grandeur,  $0.1 \mu\text{N}$  dans la direction orthoradiale et qu'elles sont prédominantes face aux forces de portance et d'inertie. Ceci est dû au fait que les accélérations résiduelles sont d'un ordre de grandeur supérieur aux cas précédents  $g \simeq 0.1 \text{ m.s}^{-2}$ , mais aussi que les vitesses de glissement ont elles diminué d'un ordre de grandeur  $|\vec{U} - \vec{V}| \simeq 0.1 \text{ mm.s}^{-1}$ . Cependant le bilan orthoradial n'est pas pour autant fermé  $F_r$  étant du même ordre de grandeur que ces forces dominantes et il est donc impossible de mesurer ici un coefficient de traînée. Ici, l'évolution temporelle et les signes des forces de flottabilité et de traînée expliquent qualitativement le comportement orthoradial de la bulle mais une fois de plus elles sont très sensibles aux mesures des vitesses de glissement et ne peuvent donc pas être utilisées de façon quantitative.

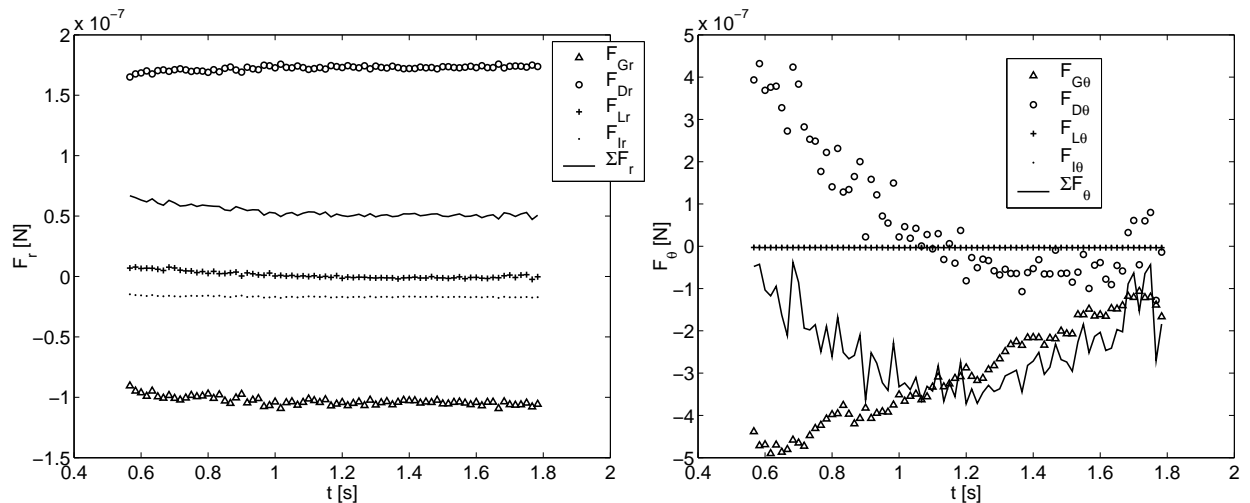


FIG. 7.40 – Exemple d'évolution temporelle des forces radiales et orthoradiales agissant sur une bulle lorsque  $Re_1 = -25$

Selon  $r$ , on constate aussi une prépondérance des effets de flottabilité et de traînée sur les effets de portance et d'inertie. Cependant,  $g_r$  étant quasi-constant au cours du temps, la force  $F_r$  l'est aussi et il est possible de calculer un coefficient de traînée radial qui permettrait de l'annuler,  $C_{Dr} \simeq 3400$ , alors que le coefficient théorique de Mei *et al.* pour ce nombre de Reynolds de bulle est  $C_D \simeq 4800$ . L'ordre de grandeur est donc bon, malgré un écart de 30%.

Intéressons nous à présent à un second exemple pour  $Re_1 = -25$ , sur la figure 7.41 sont

présentées la trajectoire, les données cinématiques et de gravité et les bilans dynamiques mesurés pour cette bulle de diamètre  $2R = 1.7 \text{ mm}$  pour un nombre de Reynolds  $Re = 0.03$ . Dans ce cas, la bulle va plus vite que l'écoulement avec des vitesses de glissement millimétriques et les niveaux de gravité sont plus faibles que dans le cas précédent et quasi-constants. On constate alors sur les bilans dynamiques que les forces  $F_r$  et  $F_\theta$  ne sont pas nulles et qu'elles sont du même ordre de grandeur que les forces de traînée. En effet, selon  $r$ , les forces de traînée et de flottabilité sont du même ordre de grandeur  $0.1 \mu N$ , mais surtout du même signe. Selon  $\theta$ , la force de traînée est de l'ordre de  $1.5 \mu N$  donc d'un ordre supérieur à la force de flottabilité. On constate donc ici, qu'il n'est pas possible de mesurer des coefficients dynamiques pour toutes les bulles mesurées lorsque  $Re_1 = -25$ .

Sur la figure 7.42 est présentée l'étude d'une troisième bulle pour le cas  $Re_1 = -25$ . Celle-ci a un diamètre  $2R = 1.7 \text{ mm}$  et  $Re = 0.017$ . Dans ce cas les niveaux de gravité mesurés sont importants  $g \simeq 0.3 \text{ m.s}^{-2}$  et varient peu au cours du temps alors que les vitesses de glissement sont millimétriques. Alors, on peut observer dans les bilans radiaux et orthoradiaux des forces  $F_r$  et  $F_\theta$  quasi-constants avec des forces de flottabilité et de traînée qui s'opposent et qui sont de l'ordre de  $1 \mu N$  selon  $\theta$  et de  $0.1 \mu N$  selon  $r$ . Dans cette direction les forces de portance et d'inertie ne sont pas négligeables dans ce cas et elles s'opposent avec des valeurs de  $0.025 \mu N$ . Dans ce cas particulier, il est possible de calculer des coefficients de traînée selon les deux directions et :

$$C_{Dr} = 1400 \quad (7.10a)$$

$$C_{D\theta} = 670 \quad (7.10b)$$

$$C_D(Re) = 940 \quad (7.10c)$$

Il est donc possible d'obtenir dans ce cas particulier des valeurs mesurées du coefficient de traînée qui sont du même ordre de grandeur que le coefficient théorique de Mei *et al.*. Cependant, on constate que même dans ce cas très favorable, l'ordre de grandeur des écarts est encore de 30%.

Par ailleurs si l'on veut mesurer le coefficient de portance dans la direction radiale, on trouve :

$$C_{Lr} = 24 \quad (7.11a)$$

$$C_L(Re, Sr) = 7 \quad (7.11b)$$

Dans ce cas, le coefficient obtenu est nettement plus important que le coefficient théorique, et s'il est calculé en injectant  $C_{D\theta}$  dans le bilan radial comme il a été fait en conditions de gravité terrestre, ce coefficient de portance radial se voit même augmenter de 30%.

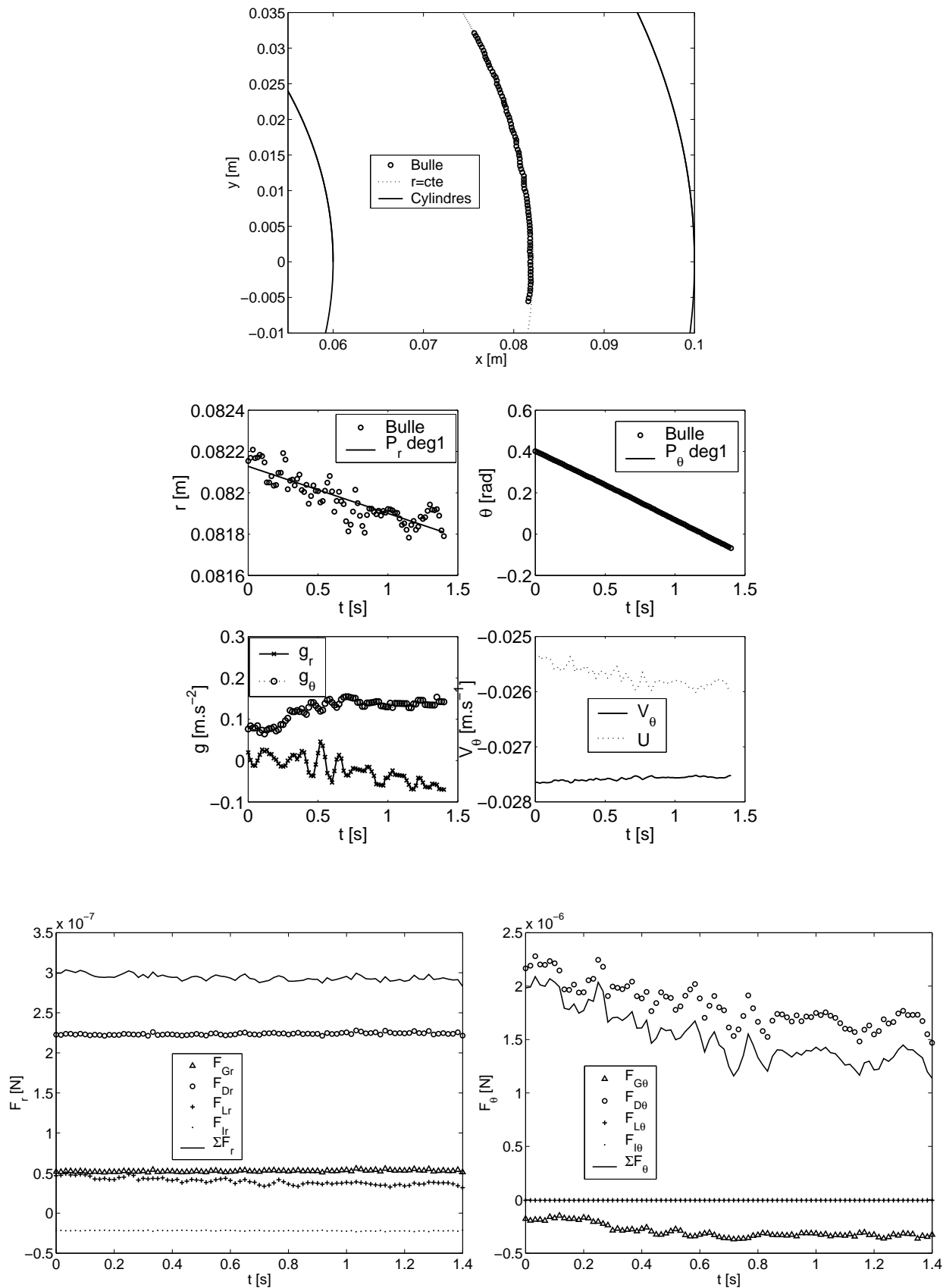


FIG. 7.41 – Second exemple de bulle pour  $Re_1 = -25$

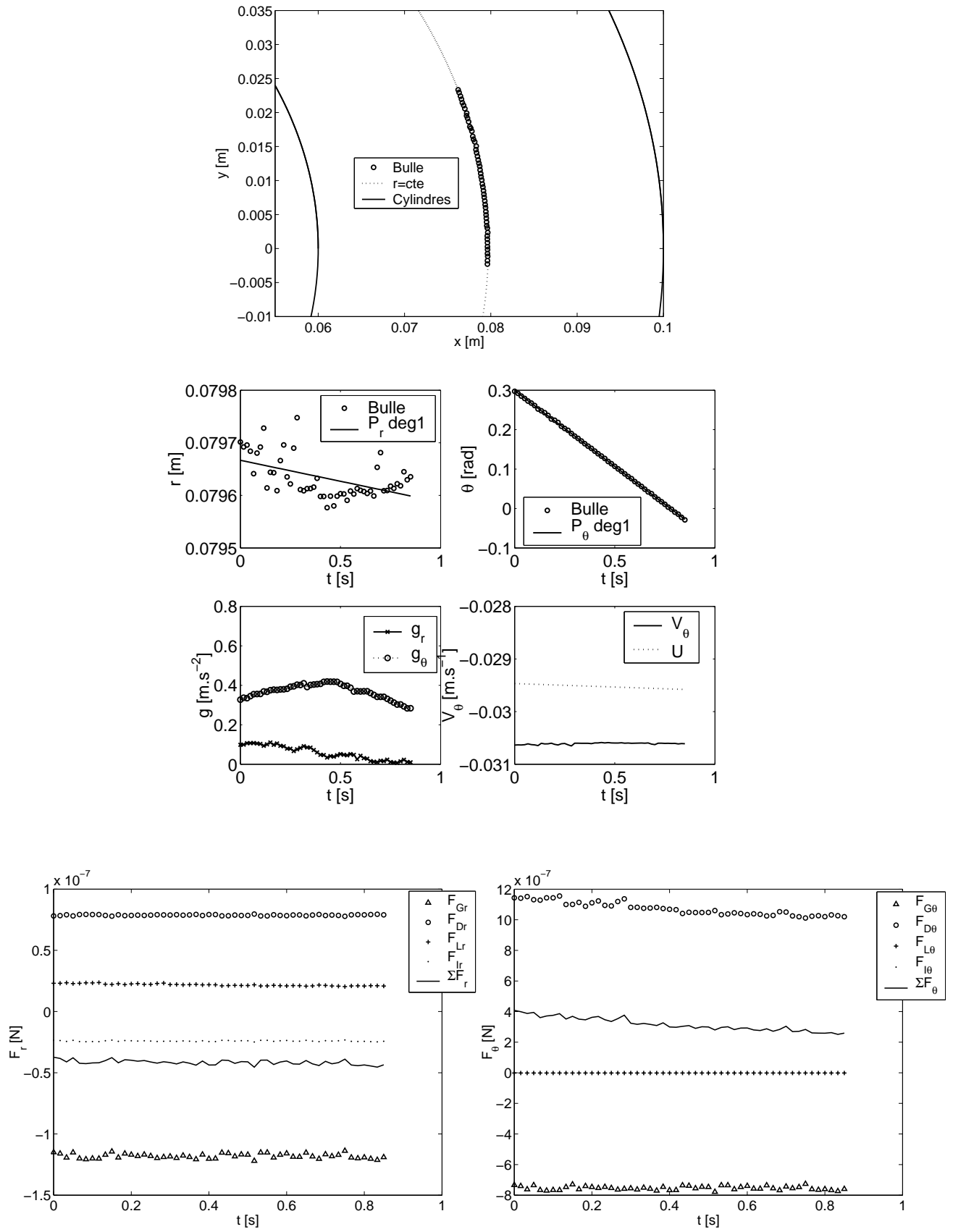


FIG. 7.42 – Troisième exemple de bulle pour  $Re_1 = -25$

### 7.2.4 Conclusion sur les mesures en microgravité

A partir des exemples présentés précédemment et de leur analyse, on peut donc conclure qu'il est possible de mesurer des coefficients dynamiques uniquement pour les cas  $Re_1 = -25$  et sous certaines conditions expérimentales très précises. En effet, les erreurs de mesures effectuées sur les vitesses de glissement faussent les bilans dynamiques obtenus. Ces erreurs sont de deux origines, perturbations de l'écoulement non mesurables pour les plus grandes vitesses,  $Re_1 = -50$  et  $Re_1 = -75$ , et précision nécessaire trop importante pour les vitesses les plus faibles  $Re_1 = -25$ . Le premier type d'erreur n'est pas solvable malgré la campagne de mesure PIV effectuée afin d'évaluer l'influence de la perturbation de l'écoulement par le capillaire, et donc ces mesures sont inexploitable. Dans le second cas, il est possible d'extraire des coefficients de traînée des mesures effectuées lorsque les vitesses de glissements sont suffisamment importantes pour ne pas être sensibles aux perturbations. Ces cas sont synonymes de niveaux de gravité résiduelle importants et fournissent des valeurs intéressantes mais quantitativement éloignées de valeurs théoriques attendues. Finalement ces cas sont des cas de migrations sous gravité restreinte mais non nulle, donc où les effets de flottabilité restent dominants, et ne permettent pas de faire apparaître de façon plus importante les effets de portance notamment. En conclusion, ces mesures en microgravité n'apportent pas d'éléments quantitatifs décisifs face aux résultats des migrations de bulles sous champ de gravité terrestre étudiés précédemment. Un autre type de mesure doit donc être envisagé afin d'améliorer la qualité des mesures des forces hydrodynamiques agissant sur les bulles dans ces régimes faiblement inertiels.





# Chapitre 8

## Positions d'équilibre en gravité normale

Dans ce chapitre nous allons présenter les résultats obtenus en laboratoire. Dans ce cas, nous avons montré dans le chapitre 2 qu'il est possible d'obtenir des positions d'équilibre dans l'entrefer pour des particules de masse volumique inférieure à celle du fluide,  $\rho_B < \rho$ . Dans un premier temps, afin de présenter la méthode d'analyse et de la valider avec des résultats connus, nous nous intéresserons à une sphère solide placée dans l'écoulement. La suite de ce chapitre sera consacrée aux bulles dans différentes configurations.

### 8.1 Cas de la sphère solide

#### 8.1.1 Positions d'équilibre

La sphère solide est la même que celle utilisée dans le chapitre 6 dans le paragraphe traitant de la méthode de validation du traitement. Rappelons ses caractéristiques :

$$2R = 2.05 - 2.07 \text{ mm} \quad (8.1a)$$

$$\rho_B = 900 \text{ kg.m}^{-3} \quad (8.1b)$$

Comme présenté dans la section 2.2, il est possible à partir des équations (2.11a) et (2.11b) de prédire l'existence d'une position d'équilibre stable. En raison de la faible différence de masses volumiques entre la sphère et le fluide, les forces de traînée et de flottabilité s'opposant dans l'équation (2.11b) sont petites, et l'écoulement de liquide est nécessairement faible pour obtenir une position d'équilibre. Typiquement  $\omega_2 \approx 0.025 \text{ rad.s}^{-1}$  ici. Le rayon d'équilibre qui en découle est le rayon pour lequel la vitesse de l'écoulement est proche de la vitesse terminale  $V_T$  de la sphère. L'équation (8.2) est une équation d'équilibre entre la force d'Archimède et la force de traînée.

$$0 = DU_0 + \left(1 - \frac{\rho_B}{\rho}\right) |g| \cos \theta_0 \quad (8.2)$$

avec comme au chapitre 2,  $D = \frac{3\nu}{16R^2} C_D Re$ .

La vitesse du fluide  $U_0$  est comparable à la vitesse d'une bulle dans un fluide au repos. En considérant une expression linéaire pour la traînée, l'équation (8.2) permet de retrouver la vitesse terminale de la particule :

$$V_T = \frac{2(\rho_B - \rho)}{9} \frac{3 + 3\phi_\mu}{\rho} \frac{R^2}{2 + 3\phi_\mu} \frac{g}{\nu} \quad (8.3)$$

Ici, la vitesse de l'écoulement est non nulle, mais la vitesse de la sphère l'est et pour la sphère solide,  $\phi_\mu \gg 1$ . En conséquence, pour la position d'équilibre stationnaire, la vitesse de l'écoulement vue par la sphère  $U_0 = Ar_0 + \frac{B}{r_0}$  doit être égale à :

$$U_0 = V_T \cos \theta_0 \quad (8.4)$$

Grâce à cette relation très simple, il est possible de déterminer par avance un domaine de vitesses de rotations  $(\omega_1, \omega_2)$  permettant d'obtenir dans l'entrefer cette vitesse  $U_0$ .

Cependant, pour une sphère donnée, on constate aisément que le nombre de cas à traiter est limité. En effet, les coefficients hydrodynamiques dépendent du nombre de Reynolds  $Re = \frac{2R|U_0|}{\nu}$ . Soit, pour une sphère donnée, dans un fluide donné, la possibilité de faire varier uniquement  $U_0$ , donc  $\theta_0$ , puisque  $V_T$  ne dépend que des caractéristiques propres à la sphère. Or, nous avons pu constater expérimentalement que pour une sphère solide, en l'absence de déformation, cet angle d'équilibre varie peu autour de  $\theta_0 = 0$  [rad].

Par ailleurs, pour le cas d'une sphère solide, nous avons pu également constater dans la section 2.2 que la partie imaginaire de  $\lambda$  est très faible, induisant ainsi une période de rotation autour de la position d'équilibre importante. Par conséquent, l'obtention d'une position d'équilibre stable requiert expérimentalement de nombreuses expériences et beaucoup de temps. En conséquence, seuls deux cas ont été étudiés ici. Le premier est celui d'un écoulement rotationnel pur,  $B = 0 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ , et le second celui du cylindre intérieur fixe,  $\omega_1 = 0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Notons enfin que nous n'avons pas pu trouver de position d'équilibre stable pour un écoulement de déformation pur,  $A = 0 \text{ s}^{-1}$ , on retrouve là un résultat de l'étude analytique de la section 2.2.

Les images successives des différentes positions de la sphère en équilibre ont été obtenues avec une fréquence de 25 Hz et traitées. En raison des faibles vitesses, de nombreuses images sont nécessaires à l'obtention de trajectoires fermées de faibles amplitudes. Ainsi pour un écoulement rotationnel pur, ce sont plus de 6000 images qui ont été traitées, et plus de 700 dans le second cas. La figure 8.1 représente les positions successives du centre de gravité de la sphère pour ce dernier cas. On peut constater que l'amplitude de l'oscillation autour d'une position moyenne est inférieure à 0.5 mm. On peut donc légitimement considérer cette position moyenne comme la position d'équilibre stable  $(r_0, \theta_0)$  du mouvement de la sphère. La première conclusion de cette étude est donc, qu'il existe des positions d'équilibre stables pour des particules dans un écoulement de Couette cylindrique avec une partie rotationnelle. Ce résultat expérimental avait déjà été présenté par

Naciri (1992) puis van Nierop (2003) pour un écoulement rotationnel pur, mais jamais encore pour un écoulement avec déformation.

Par ailleurs, il est possible lors du post traitement de lisser la trajectoire du centre de gravité de la sphère à l'aide de polynômes. Ici, un polynôme d'ordre 4 a été utilisé. On constate qu'il permet d'obtenir une bonne approximation du mouvement de la sphère.

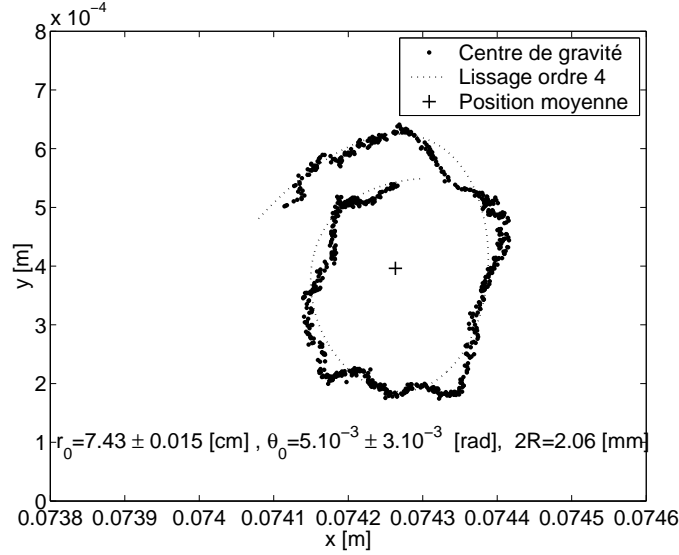


FIG. 8.1 – Positions successives et moyenne du centre de gravité de la sphère pour le cas  $\omega_1 = 0 \text{ rad.s}^{-1}$ .

### 8.1.2 Coefficients hydrodynamiques

Une fois les positions d'équilibre obtenues, il est possible d'en déduire les valeurs des coefficients hydrodynamiques  $C_D$  et  $C_L$  à partir des équations (2.2a) et (2.2b) généralisées au cas d'une sphère solide et en prenant l'hypothèse pour une sphère solide que  $C_M = 0.5$  (Magnaudet *et al.*, 1995) :

$$C_D = \frac{8R \left( \frac{\rho_B}{\rho} - 1 \right) |g| \cos \theta_0}{3 \left| Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right| \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right)} \quad (8.5a)$$

$$C_L = \frac{\left( \frac{\rho_B}{\rho} - 1 \right) |g| \sin \theta_0 + (1 + 0.5) \frac{\left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right)^2}{r_0}}{2A \left( Ar_0 + \frac{B}{r_0} \right)} \quad (8.5b)$$

Les coefficients de traînée calculés par cette méthode sont tracés en fonction du nombre de Reynolds sur la figure 8.2. On constate que, comme évoqué précédemment, les deux nombres de Reynolds étant quasi-similaires, les deux points sont très proches. Les incertitudes sont faibles pour cette mesure, elles sont comprises dans la taille du symbole. On

a tracé sur cette même figure la loi  $C_D(Re)$  de Clift *et al.* (1978) pour une sphère solide. On constate que l'écart à cette loi est faible, on retrouve bien les coefficients de traînée bien connus pour une sphère, ce qui valide la méthode de mesure.

Par ailleurs, nous avons reporté sur cette même figure deux points obtenus, à partir des valeurs des nombres de Reynolds  $Re = \frac{2RV_T}{\nu}$  construits directement en faisant l'approximation  $U_0 = V_T$ , et en utilisant la loi de Clift *et al.* pour calculer  $C_{Dapprox}$ . On remarque alors que ces points sont proches des points expérimentaux, et qu'ils peuvent être vus comme de bonnes approximations des résultats dans le bilan orthoradial.

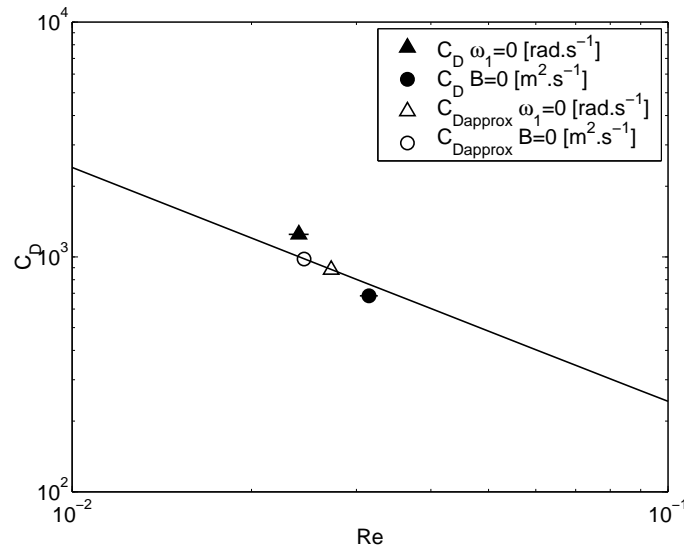


FIG. 8.2 – Coefficients de traînée mesurés et approchés pour la sphère solide

Discutons à présent des coefficients de portance obtenus grâce à cette méthode. Les coefficients de portance mesurés sont présentés sur la figure 8.3, avec les incertitudes calculées avec les méthodes de l'annexe B pour les coefficients de portance et les nombres de Reynolds. Sur cette même figure sont tracées les valeurs théoriques de Legendre & Magnaudet pour les deux vorticités adimensionnelles  $Sr = \frac{4RA}{|\vec{U}-\vec{V}|}$  mesurées. On constate que les valeurs mesurées sont très proches des valeurs théoriques, et que l'influence de la vorticité adimensionnelle est bien représentée à faible nombre de Reynolds. Dans ce cas, on peut constater que l'incertitude en  $\frac{1}{\sin\theta_0}$  pour le coefficient de portance n'est pas négligeable pour les cas présentés ici où  $\theta_0 \approx 0 \text{ rad}$ . A nouveau, cette mesure des coefficients de portance d'une sphère solide permet de valider la méthode avant de l'étendre au cas des bulles dans des écoulements avec ou sans déformation.

Nous avons présenté dans le paragraphe 2.2, une méthode analytique permettant de prédire les positions d'équilibre stables des particules et d'en déduire à partir des relations théoriques les coefficients de portance et de traînée qui s'appliquent dans ces cas. Le tableau 8.1 synthétise les résultats expérimentaux précédents et les compare à des simulations analytiques obtenues grâce aux méthodes présentées dans la section 2.2.

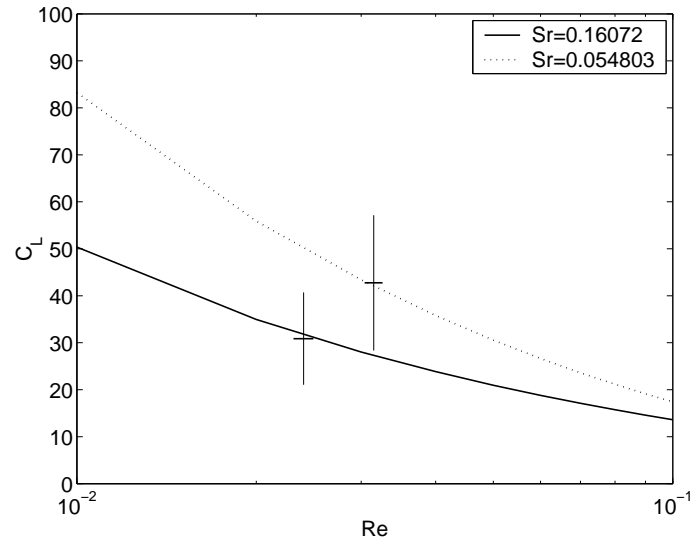


FIG. 8.3 – Coefficients de portance mesurés pour la sphère

Cas	$\omega_1 [s^{-1}]$	$\omega_2 [s^{-1}]$	$r_0 [m]$	$\theta_0 [rad]$	$Re$	$C_D$	$C_L$	$Sr$	$S_{r\theta} [s^{-1}]$
A	-0.022	-0.022	0.0753	-0.0045	0.0315	683	42.8	0.055	$8.34e^{-5}$
B	-0.022	-0.022	0.0645	-0.0038	0.0265	917	42	0.064	$1.14e^{-4}$
C	0	-0.03	0.0743	0.0053	0.024	1247	30.9	0.161	0.031
D	0	-0.03	0.0778	-0.0063	0.029	827	30.4	0.13	0.028

TAB. 8.1 – Comparaison des résultats analytiques et expérimentaux pour le cas de la sphère solide. (A : Cas rotationnel pur expérimental, B : Cas rotationnel pur analytique, C : Cas  $\omega_1 = 0 s^{-1}$  expérimental, D : Cas  $\omega_1 = 0 s^{-1}$  analytique)

Grâce aux valeurs des termes de vorticité adimensionnelle  $Sr$  et de déformation  $S_{r\theta}$ , on constate que les deux cas sont très différents. Le premier étant bien rotationnel pur, alors que le second présente un terme de déformation non nul et une vorticité adimensionnelle plus importante. De fait, l'écoulement autour de la bulle s'en trouve modifié, ce qui explique les différences des valeurs des coefficients de portance mesurés notamment.

On remarque immédiatement dans ce tableau que les positions d'équilibre mesur es et prédites sont fortement différentes. Les valeurs de l'angle d'équilibre sont du même ordre de grandeur,  $\theta_0 \approx 0$ , en revanche, les rayons d'équilibre  $r_0$  sont différents, notamment pour le cas rotationnel pur. En réalité cette différence engendre une erreur de l'ordre de 15% sur la vitesse d'équilibre  $U_0$ . Par conséquent, les coefficients de traînée expérimentaux et analytiques sont différents avec des erreurs de l'ordre de 30%, alors qu'au contraire les coefficients de portance sont très proches.  tudiant les valeurs des différentes forces agissant dans le bilan dynamique de la sphère dans les deux cas, nous avons cependant constaté qu'elles étaient semblables. Dans le bilan orthoradial de ces deux cas, les forces de traînée et de flottabilité s'opposent et s'annulent, les différences de coefficient de traînée  $C_D$  étant compens es par les différences de vitesse  $U_0$ . Dans le bilan radial, la force de masse ajoutée est, dans tous les cas, négligeable devant les forces de portance et de flottabilité et ces deux dernières sont de signes opposés et s'annulent.

En conclusion, les mesures effectu es sur une sphère solide permettent de valider la technique de mesure des coefficients de portance et de traînée dans des écoulements comprenant des termes rotationnels ou de déformation. De plus, bien que l'on puisse prédire pour des conditions équivalentes, l'existence ou non de positions d'équilibres stables de façon analytique, les résultats obtenus analytiquement ne sont probants qu'en matière d'ordre de grandeur des forces et de valeurs du coefficient de portance si ce dernier suit la loi  $C_L(Re, Sr)$  de Legendre & Magnaudet. Par conséquent, la mise en oeuvre de mesures des coefficients dynamiques sur des bulles dans plusieurs types d'écoulement s'avère nécessaire et justifi e.

## 8.2 Positions d'équilibre stables de bulles dans l'entrefer

Intéressons nous à présent au cas des bulles d'air inject es dans l'entrefer. Les méthodes de mesures utilis es ont été pr sent es dans le chapitre 4.

### 8.2.1 Existence des positions d'équilibre

Comme prédit de façon analytique et théorique dans le chapitre 2, nous avons pu observer l'existence de positions d'équilibre stables de bulles pour certains types d'écoule-

ments du fluide. Ainsi, nous avons pu constater qu'il n'existait pas de positions d'équilibre stables pour des écoulements de déformation pure  $A = 0 \text{ s}^{-1}$ . Cela confirme les calculs analytiques du chapitre 2. Les valeurs imaginaires des valeurs propres étant toujours positives dans ce cas, les éventuelles positions d'équilibre pouvant exister, positions solutions des équations (2.11a) et (2.11b), ne sont pas des points attracteurs du système.

Au contraire, lorsque l'écoulement n'est pas irrotationnel,  $A \neq 0 \text{ s}^{-1}$ , des positions d'équilibre stables ont pu être observées dans l'entrefer. Les conditions expérimentales de ces mesures sont résumées dans le tableau 8.2. Ce tableau permet de rendre compte de la gamme de vitesses de rotation nécessaires à l'obtention de position d'équilibre pour des bulles de dimension très variables. En conséquence, les valeurs des paramètres  $A$  et  $S_{r\theta}$  varient eux aussi sur des échelles très importantes.

Paramètre	$d$ [mm]	$\omega_1$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$\omega_2$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$A$ [s <sup>-1</sup> ]	$S_{r\theta}$ [s <sup>-1</sup> ]
Valeur minimale	0.53	-0.69	-2.57	-4.02	0.01
Valeur maximale	6.1	0	-0.07	-0.07	0.43

TAB. 8.2 – Domaines de variation des paramètres expérimentaux des mesures en positions d'équilibres

L'ensemble des positions d'équilibre mesurées pour l'ensemble des bulles étudiées est représenté sur la figure 8.4. Au total ce sont 123 positions qui sont représentées. Seulement dix d'entre elles ont été observées dans le cas d'un écoulement rotationnel pur. Ces cas particuliers sont représentés par des cercles sur la figure, alors que les autres cas pour lesquels  $\omega_1 = 0 \text{ rad.s}^{-1}$  sont représentés par des points. Remarquons qu'en fonction de notre choix d'étude  $\omega_2 < 0 \text{ rad.s}^{-1}$ , ces positions se trouvent toutes à proximité de la position horizontale  $\theta = 0$ . Dans le cas de rotations positives ces positions seraient à proximité de l'angle  $\theta = \pi$ . A proximité de la paroi du cylindre extérieur, on observe cependant une augmentation de l'angle d'équilibre  $\theta_0$ , on peut y voir l'influence de la paroi qui sera discutée dans la section 8.4.

### Cas des écoulements rotationnels purs

Seulement une dizaine de bulles en position d'équilibre stable ont pu être observées dans le cas d'écoulements rotationnels purs. Cela est dû à la difficulté expérimentale de contrôler parfaitement les vitesses de rotation des moteurs, et d'avoir la relation  $\omega_1 = \omega_2$  très exactement vérifiée. Or, lorsque la vitesse de rotation du cylindre intérieur est plus grande que celle du cylindre extérieur, on a tendance à sortir de l'enveloppe de stabilité présentée sur la figure 2.8. On se trouve dans ce cas à la limite de la stabilité, et une perturbation de trop grande importance, comme la présence d'autres bulles ou du capillaire entraîne le déplacement de la bulle. Par ailleurs, ces quelques positions observées l'ont toutes été à proximité de la paroi extérieure, qui semble donc avoir un effet stabilisant.

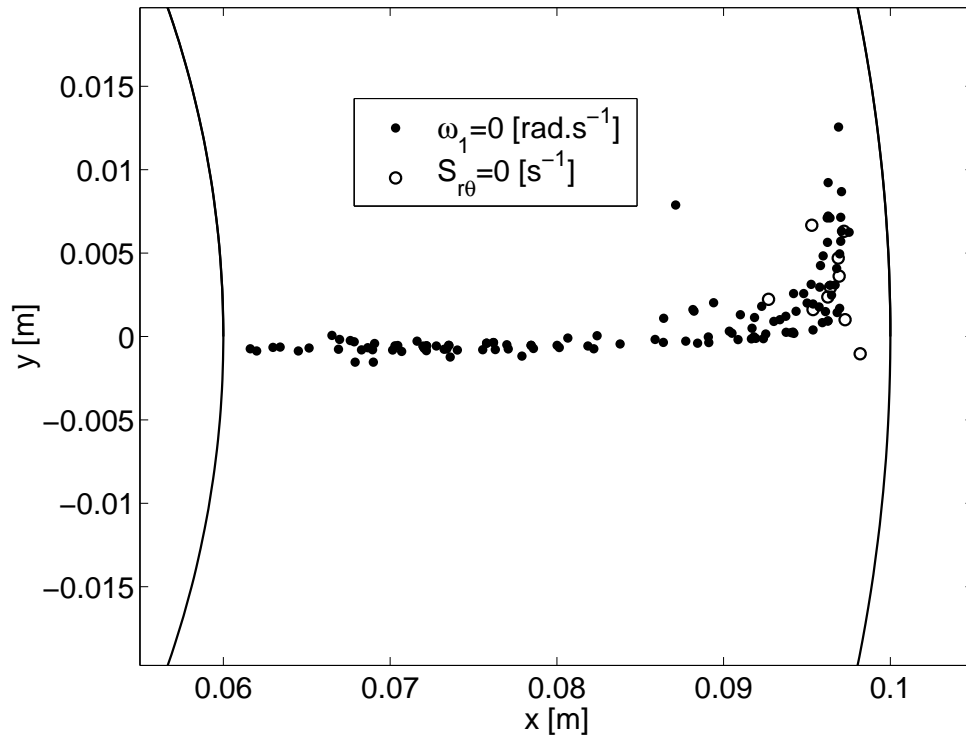


FIG. 8.4 – Ensemble des positions d'équilibre de bulles mesurées dans l'entrefer

Naciri et van Nierop ont réalisé leurs expériences dans le cas d'écoulement rotationnels purs. Leurs résultats montrent qu'en l'absence d'un cylindre intérieur, ils ont pu obtenir des positions d'équilibre stables pour des bulles de différentes tailles à des distances plus importantes de la paroi extérieure. Cependant, si on examine les trajectoires de leurs bulles avant de rejoindre leurs positions d'équilibre, ces dernières passent pas des positions à rayon très faibles, de sorte que dans le cas présenté ici, la présence du cylindre intérieur perturbe la dynamique des bulles. Reproduire leurs expériences ne nous est donc pas possible, l'égalité des vitesses de rotation des cylindres n'étant pas suffisante à masquer la présence d'un second cylindre dans notre cas.

Nous concluons donc ici sur le fait qu'en raison des conditions expérimentales il n'a pas été possible d'observer des bulles en position d'équilibre stables en écoulement rotationnel pur hormis en proche paroi du cylindre extérieur. La recreation artificielle des expériences de van Nierop et de Naciri n'est pas concluante. En revanche, l'influence de la paroi comme élément stabilisateur et son effet sur la dynamique des bulles permet de compléter leurs études et sera présentée dans le cas des écoulements rotationnels purs dans la section 8.4.

#### Cas des écoulements cisailés $\omega_1 = 0 \text{ rad.s}^{-1}$

On constate que des positions d'équilibre stables ont pu être observées sur toute la largeur de l'entrefer,  $6.16 < r_0 < 9.77 \text{ cm}$ , les bulles étant dans certains cas quasiment en contact avec les parois des cylindres. Hormis à proximité de la paroi extérieure, les



bulles sont en équilibre à l'horizontale des cylindres,  $\theta_0 \approx 0$ . Cependant, leur azimut  $\theta_0$  a tendance à augmenter lorsque  $r_0$  augmente. Notamment, cette tendance est très importante à proximité du cylindre extérieur en rotation. A nouveau, l'influence de la paroi sur la dynamique des bulles sera discutée dans la section 8.4.

Afin de particulariser chacun des essais réalisés, il est possible de les classer par la valeur du nombre de Reynolds du cylindre extérieur  $Re_2 = \frac{|\omega_2|r_2(r_2-r_1)}{\nu}$ . Cette valeur est proportionnelle à la vitesse de rotation du cylindre extérieur  $\omega_2$  donc à la vitesse du fluide en tout point de l'entrefer  $U(r) = \omega_2 \frac{r_2^2}{r_2^2-r_1^2} \left( r - \frac{r_1^2}{r} \right)$  et des gradients de vitesse local,  $\frac{dU}{dr}(r) = A - \frac{B}{r^2} = \omega_2 \frac{r_2^2}{r_2^2-r_1^2} \left( 1 + \frac{r_1^2}{r^2} \right)$ , et global,  $\alpha = \frac{U(r_2)-U(r_1)}{r_2-r_1} = |\omega_2| \frac{r_2}{r_2-r_1}$  dans l'entrefer, ainsi que du rotationnel  $A = \omega_2 \frac{r_2^2}{r_2^2-r_1^2}$ . Le tableau suivant récapitule l'ensemble des valeurs de  $Re_2$  pour les expériences réalisées ainsi que les vitesses de rotation  $\omega_2$  le rotationnel  $A$  et le cisaillement global  $\alpha$  correspondants.

$Re_2$	$\omega_2$ [rad.s <sup>-1</sup> ]	$A$ [s <sup>-1</sup> ]	$\alpha$ [s <sup>-1</sup> ]	Nombre de bulles étudiées
10	-0.272	-0.426	0.681	28
15	-0.406	-0.634	1.01	7
17	-0.464	-0.725	1.16	2
17.5	-0.475	-0.743	1.19	28
20	-0.545	-0.851	1.36	20
25	-0.678	-1.06	1.70	5
30	-0.812	-1.27	2.03	6
35	-0.951	-1.49	2.38	2
40	-1.08	-1.69	2.71	2
45	-1.22	-1.90	3.04	2
50	-1.36	-2.12	3.39	2
55	-1.49	-2.33	3.72	2
65	-1.76	-2.75	4.41	2
75	-2.03	-3.18	5.09	1
85	-2.31	-3.61	5.77	1
95	-2.57	-4.02	6.43	1

TAB. 8.3 – Valeurs du nombre de Reynolds  $Re_2$  utilisé comme paramètre de mesure et paramètres en découlant et nombre de bulles étudiées pour chaque cas.

## 8.2.2 Positions d'équilibre mesurées en fonction du nombre de Reynolds $Re_2$

Nous allons ici présenter séparément les différentes positions d'équilibre obtenues pour ces différents paramètres de façon séparées ou regroupées en fonction des méthodes de mesure et afin d'analyser ces positions.

**Cas  $Re_2 = 10$**  Pour ce cas particulier deux séries de mesures ont été étudiées, le diamètre des bulles, donc les positions d'équilibre, étant le paramètre expérimental qui varie. Ces positions successives sont reportées sur la figure 8.5. Les positions successives de ces bulles pour des diamètres variables et différents sont très proches. La dimension exacte d'une bulle étant difficile à imposer et la position d'équilibre d'une bulle étant très sensible à son diamètre (ici  $0.54 \text{ mm} < d_B < 2.3 \text{ mm}$ ), la proximité de ces positions permet de conclure positivement quant à la reproductibilité du phénomène.

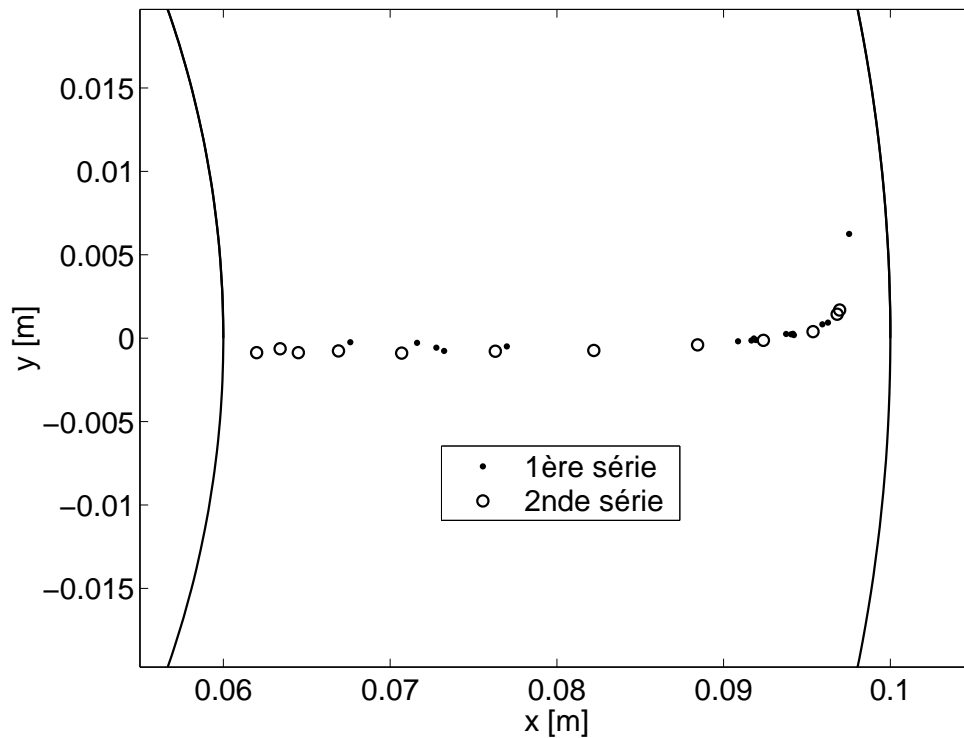


FIG. 8.5 – Positions d'équilibre mesurées pour  $Re_2 = 10$

La figure 8.6 montre que la position radiale et l'azimut des bulles en position d'équilibre sont directement liés à leur diamètre, mais aussi à leur proximité à une paroi. Les positions radiales et orthoradiales sont des fonctions strictement croissantes du diamètre des bulles en équilibre. La faible dispersion des données pour des diamètres de bulles proches est due aux incertitudes expérimentales et confirme la reproductibilité des expériences.

On constate que la variation de  $r_0$  en fonction de  $d_B$  présente trois zones. La première,

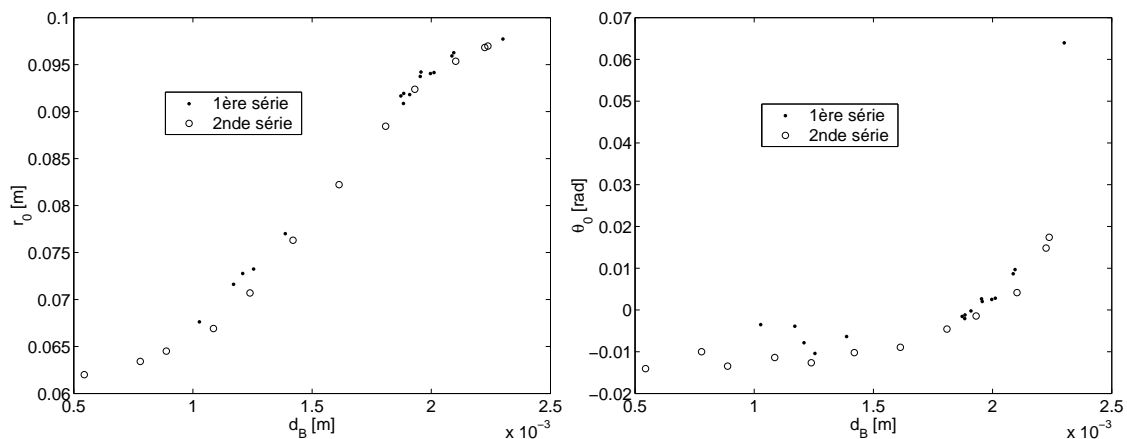


FIG. 8.6 – Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour  $Re_2 = 10$

pour les bulles de faible diamètre et à proximité de la paroi du cylindre intérieur,  $d_B < 1 \text{ mm}$  et  $r_0 < 6.5 \text{ cm}$ . Dans cette zone, la croissance de  $r_0$  en fonction de  $d_B$  est visible mais faible. Dans la seconde zone pour des valeurs intermédiaires de ces deux grandeurs,  $1 \text{ mm} < d_B < 2 \text{ mm}$  et  $6.5 \text{ cm} < r_0 < 9.2 \text{ cm}$ , cette croissance augmente. Enfin dans la dernière, lorsque  $d_B > 2 \text{ mm}$  et  $r_0 > 9.2 \text{ cm}$ , pour des plus grosses bulles à proximité de la paroi extérieure, la croissance diminue. Ce comportement laisse présumer d'un effet des parois sur la dynamique, donc la position des bulles.

Concernant, l'évolution de  $\theta_0$  avec  $d_B$ , elle présente une forme plus exponentielle, la croissance ne cessant d'augmenter avec la taille des bulles, notamment à proximité du cylindre extérieur. Ainsi, l'azimut d'équilibre est proche de l'horizontale  $\theta = 0$  sur une majeure partie de l'entrefer, partant de valeurs négatives, passant par l'horizontale puis augmentant à proximité de cette paroi. A nouveau cette attitude permet de conclure à une influence non négligeable de la paroi sur les positions d'équilibre des bulles.

**Cas  $Re_2 = 15$  et  $Re_2 = 17$**  En raison du faible nombre de bulles étudiées pour ces deux valeurs proches du nombre Reynolds  $Re_2$ , les positions d'équilibre mesurées ont été rapportées sur une même figure 8.7. On retrouve les tendances similaires au cas précédent, à savoir que plus les bulles sont grandes et plus leurs positions d'équilibres ont des rayons et des azimuts importants. L'influence de la paroi extérieure se fait à nouveau sentir sur la valeur de l'angle  $\theta_0$ . Cependant, les valeurs des diamètres des bulles étudiées sont ici plus importantes, en effet,  $1.3 \text{ mm} < d_B < 2.9 \text{ mm}$ .

**Cas  $Re_2 = 17.5$**  Dans ce cas, deux séries de bulles ont été étudiées. Une première série sur l'ensemble de l'entrefer et une seconde pour des bulles à proximité du centre de l'entrefer. Les positions d'équilibre mesurées sont rapportées sur la figure 8.8. On constate

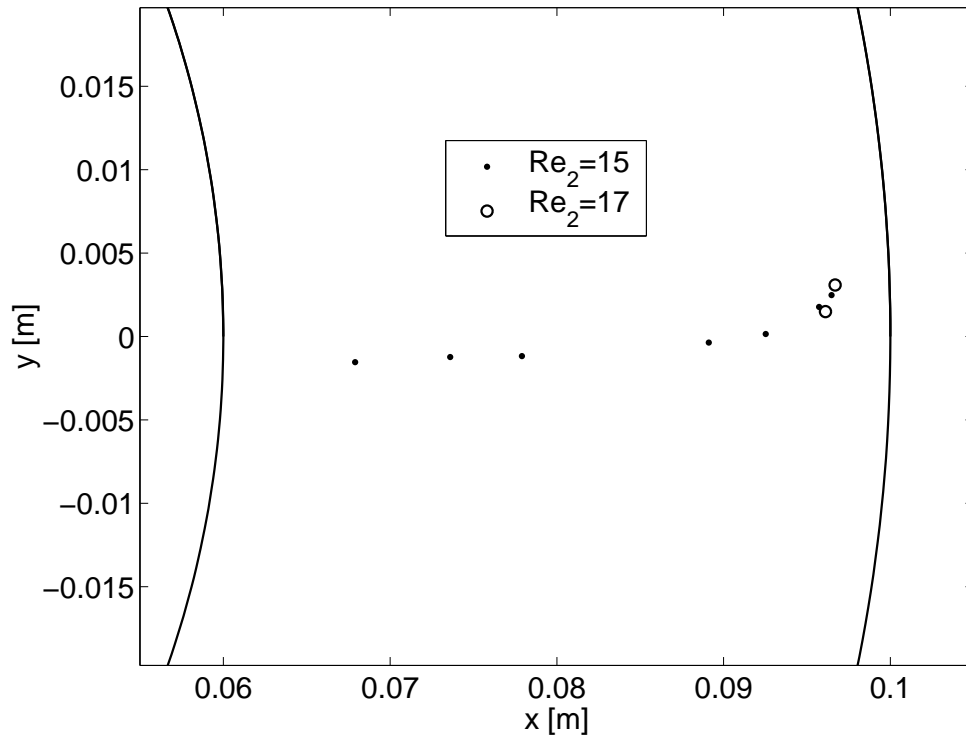


FIG. 8.7 – Positions d'équilibre mesurées pour  $Re_2 = 15$  et  $Re_2 = 17$

que les positions d'équilibre entre les deux séries sont très proches et que à proximité du cylindre extérieur, l'angle d'équilibre augmente fortement au delà de l'horizontale.

Sur la figure 8.9 sont représentées les positions d'équilibre radiales et orthoradiales mesurées en fonction du diamètre des bulles étudiées. Les bulles pour lesquelles des positions d'équilibre ont été mesurées ont des diamètres supérieurs à ceux du cas  $Re_2 = 10$ ,  $0.53 \text{ mm} < d_B < 3.19 \text{ mm}$ . La forme générale des courbes est la même que celle évoquée dans le cas précédent et permet d'arriver aux mêmes conclusions. Ainsi, on constate que les positions radiales et orthoradiales d'équilibre augmentent avec le diamètre des bulles, que la proximité des parois et notamment celle du cylindre extérieur influe sur la forme des courbes et enfin que les phénomènes observés sont reproductibles.

Sur la figure 8.10 sont rapportées les évolutions radiales et orthoradiales des positions d'équilibre pour les deux cas  $Re_2 = 10$  et  $Re_2 = 17.5$  en fonction du diamètre des bulles étudiées. On note, que pour un même diamètre de bulle, la position d'équilibre radiale  $r_0$  est inférieure lorsque le nombre de Reynolds  $Re_2$  grandit. Par exemple pour  $d_B \approx 2 \text{ mm}$  on trouve  $r_0 \approx 8 \text{ cm}$  pour  $Re_2 = 17.5$  et  $r_0 \approx 9.4 \text{ cm}$  pour  $Re_2 = 10$ . En revanche, pour les bulles à distance des parois des cylindres, les angles d'équilibre ont des valeurs similaires. Les bulles du cas à plus faible Reynolds  $Re_2$  étant pour un même diamètre plus proche du cylindre extérieur, leur angle d'équilibre augmente pour des diamètres plus faibles. Ainsi on trouve que les bulles en équilibre à la position orthoradiale  $\theta_0 = 0$  ont des diamètres respectifs de  $d_B \approx 1.95 \text{ mm}$  pour  $Re_2 = 10$  et  $d_B \approx 2.4 \text{ mm}$  pour  $Re_2 = 17.5$ .

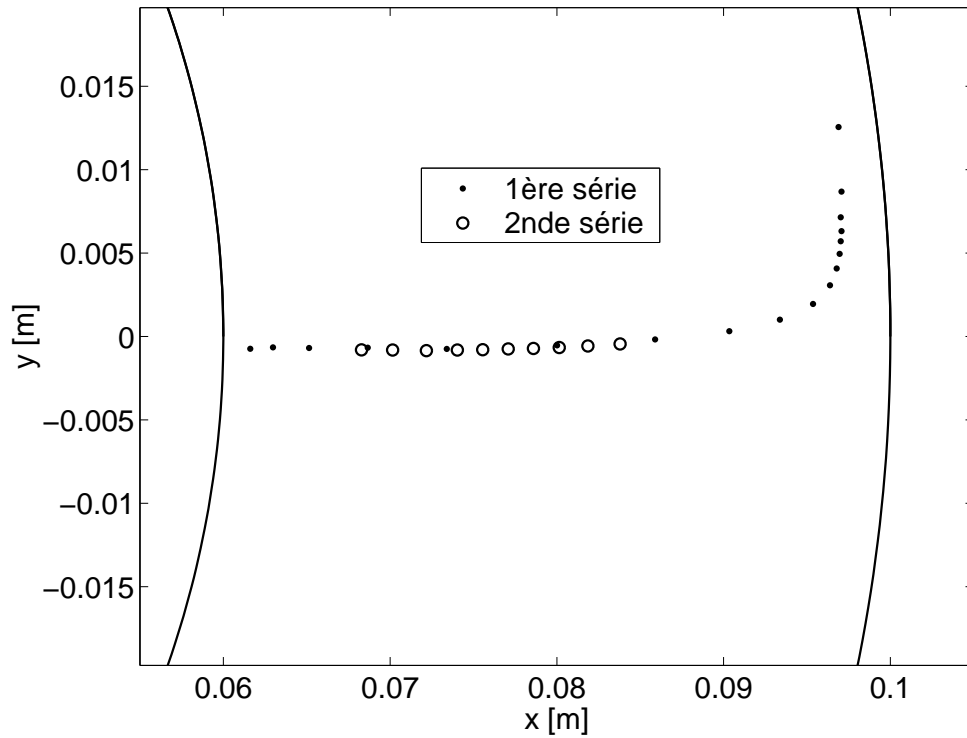


FIG. 8.8 – Positions d'équilibre mesurées pour  $Re_2 = 17.5$

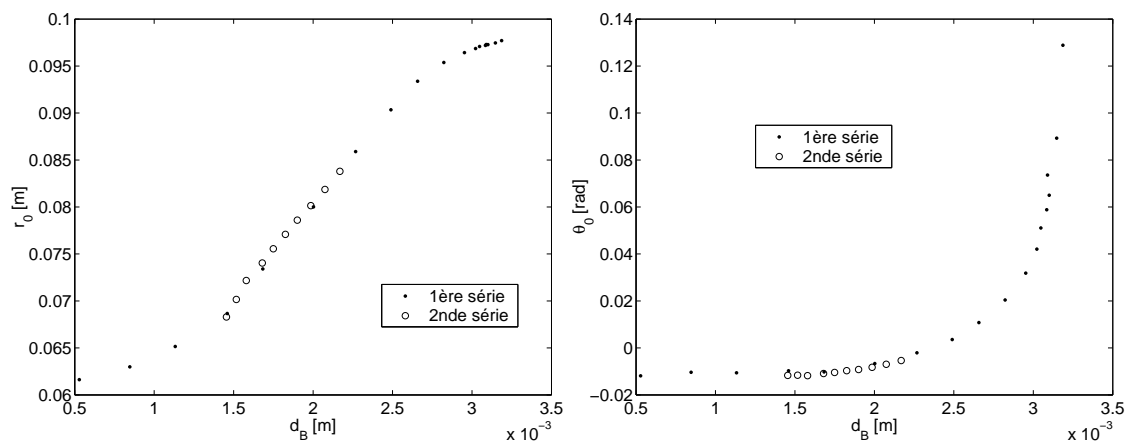


FIG. 8.9 – Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour  $Re_2 = 17.5$

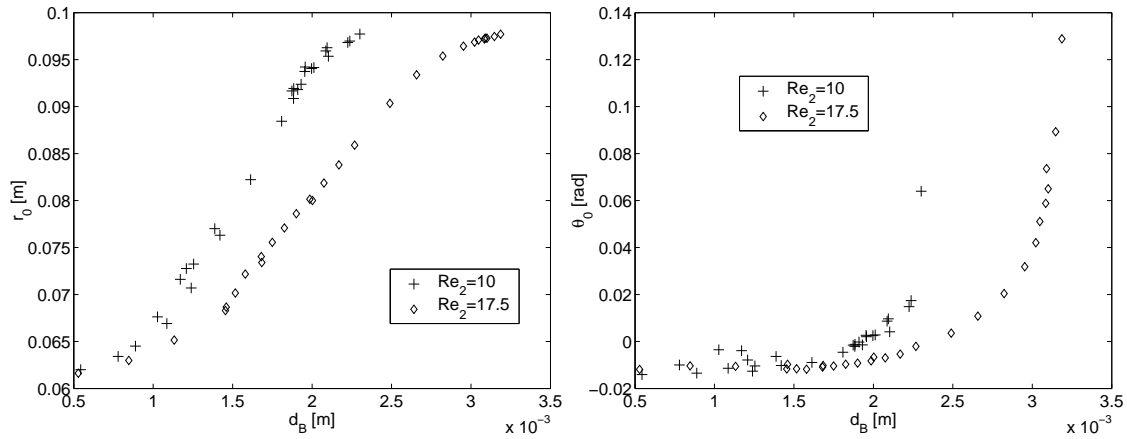


FIG. 8.10 – Comparaison de l'évolution des rayons d'équilibre et des angles d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour  $Re_2 = 10$  et  $Re_2 = 17.5$

**Cas  $Re_2 = 20$**  Pour ce cas, deux séries de bulles ont été étudiées avec des bulles à proximité de la paroi du cylindre extérieur. Ainsi on peut constater sur la figure 8.11 que les positions d'équilibre mesurées sont dans la partie extérieure de l'entrefer,  $7.85 \text{ cm} < r_0 < 9.67 \text{ cm}$ . Les deux séries présentent un raccordement des résultats à proximité du rayon  $r = 9.5 \text{ cm}$  qui permet de conclure à la reproductibilité des résultats.

Sur la figure 8.12, on peut constater que les diamètres des bulles étudiées sont importants,  $2.07 \text{ mm} < d_B < 3.26 \text{ mm}$  pour ces bulles à proximité de la paroi extérieure. On retrouve les formes des courbes constatées précédemment pour des bulles à proximité de la paroi. Ainsi, la croissance du rayon d'équilibre diminue avec le diamètre des bulles, alors qu'au contraire celle de l'angle d'équilibre augmente.

**Cas  $Re_2 = 25$  et  $Re_2 = 35$**  Étant donné le faible nombre de bulles étudiés pour ces deux cas, les positions d'équilibre mesurées ont été rapportées sur le même graphe 8.13. On y constate la tendance générale d'augmentation de l'angle d'équilibre avec le rayon d'équilibre pour des bulles de dimensions respectives suivantes :  $2.59 \text{ mm} < d_B < 3.80 \text{ mm}$  pour  $Re_2 = 35$  et  $1.72 \text{ mm} < d_B < 3.30 \text{ mm}$  pour  $Re_2 = 25$ .

**Cas d'un nombre de Reynolds  $Re_2$  variable** Dans ces cas, nous avons décidé d'étudier l'influence de la vitesse de rotation  $\omega_2$ , donc du nombre de Reynolds  $Re_2$  sur les positions d'équilibre de bulles de diamètre très semblables. Ainsi, dans le premier cas,  $30 < Re_2 < 95$  et dans le second,  $10 < Re_2 < 40$  avec des bulles de diamètres moyens respectifs  $d_B \approx 2.72 \text{ mm}$  ( $2.58 \text{ mm} < d_B < 2.97 \text{ mm}$ ) et  $d_B \approx 2.09 \text{ mm}$  ( $2.07 \text{ mm} < d_B < 2.12 \text{ mm}$ ). Les positions d'équilibre mesurées des bulles étudiées sont représentées sur la figure 8.14. On y constate que les positions d'équilibre trouvées varient en fonction de l'écoulement induit par la vitesse de rotation du cylindre.

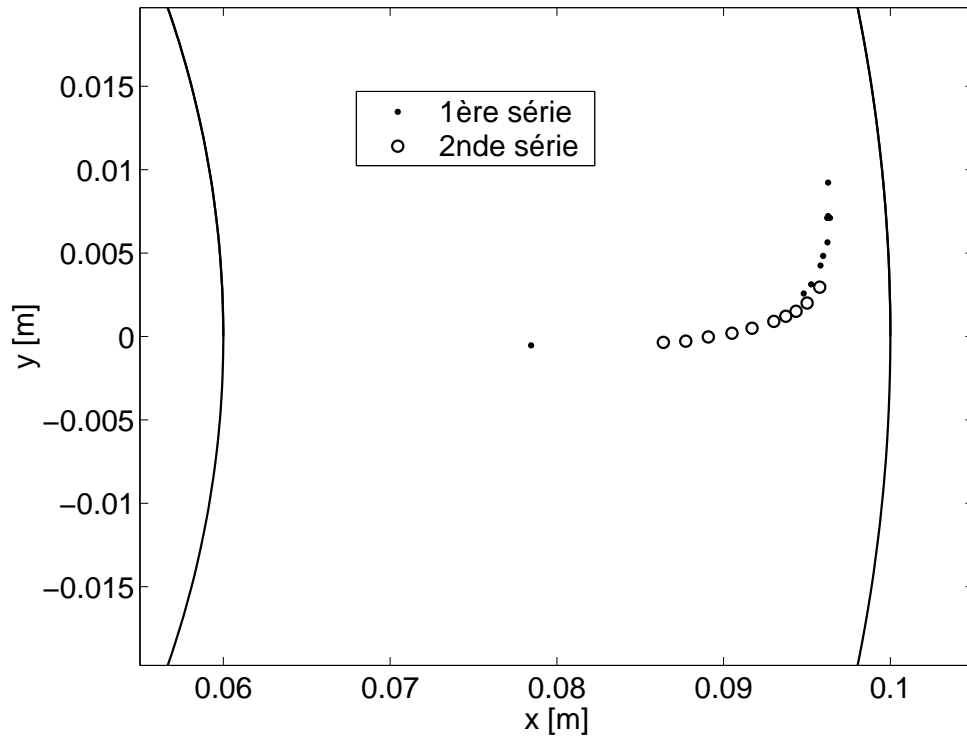


FIG. 8.11 – Positions d'équilibre mesurées pour  $Re_2 = 20$

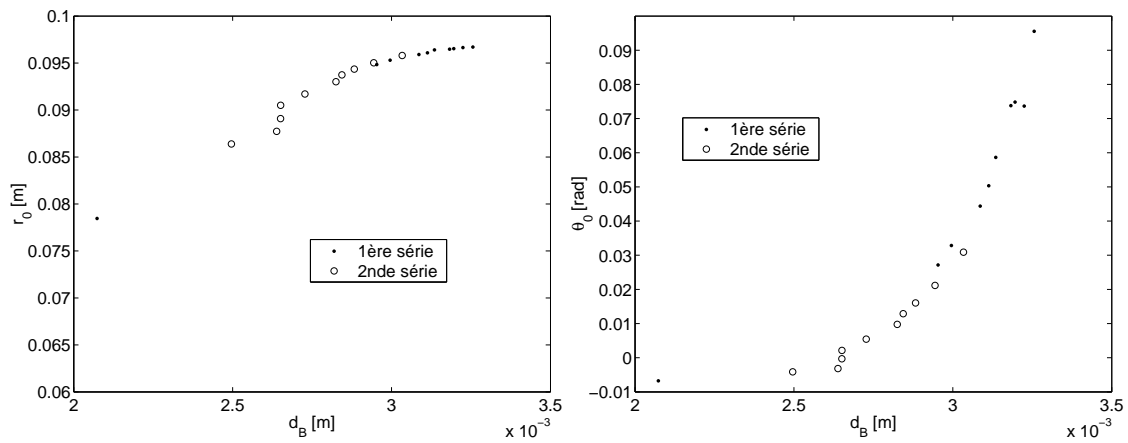


FIG. 8.12 – Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour  $Re_2 = 20$

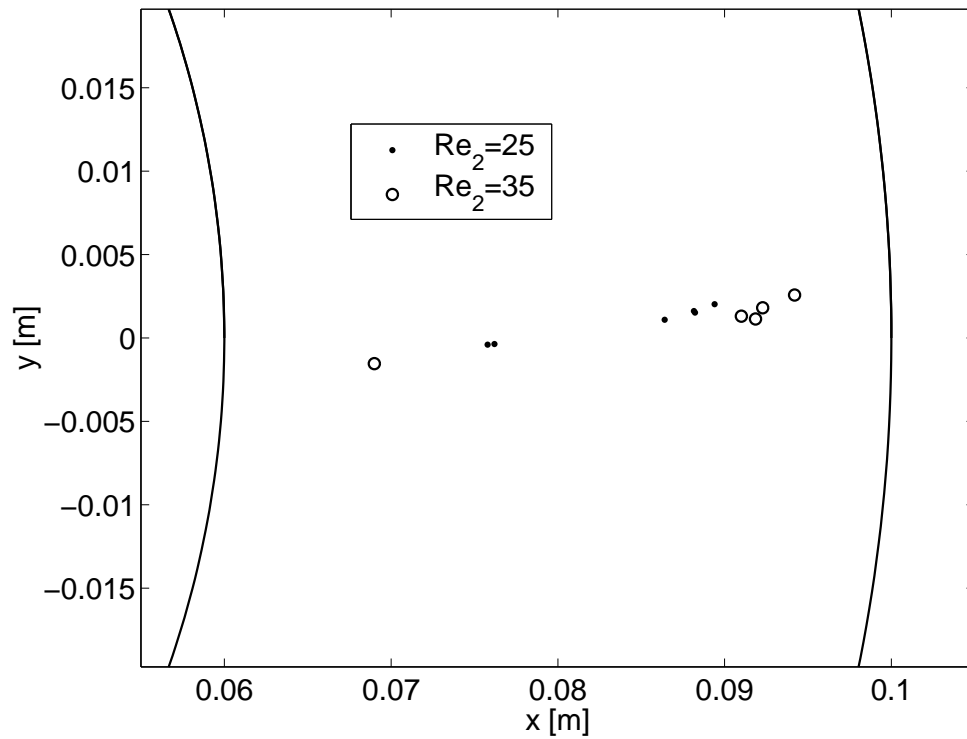


FIG. 8.13 – Positions d'équilibre mesurées pour  $Re_2 = 25$  et  $Re_2 = 35$

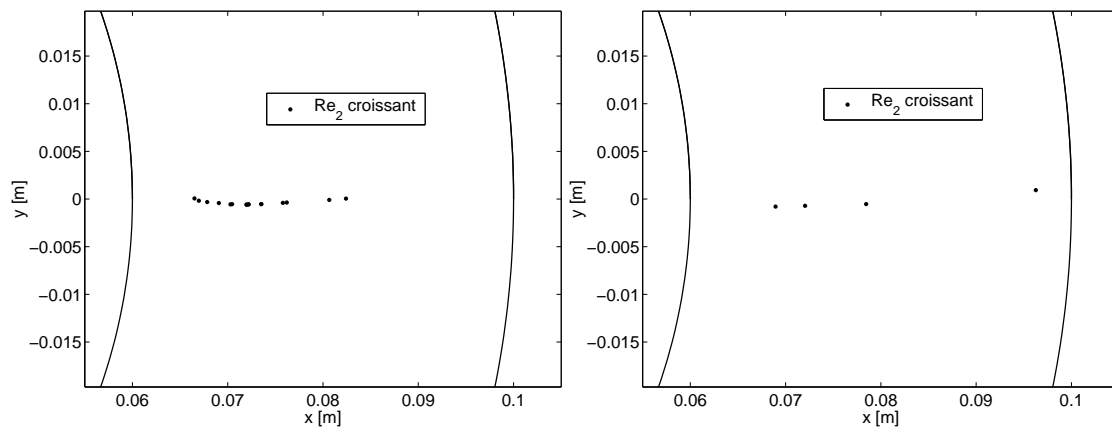


FIG. 8.14 – Positions d'équilibre mesurées pour des nombres de Reynolds croissants,  $30 < Re_2 < 95$  à gauche et  $10 < Re_2 < 40$  à droite.



L'effet de l'augmentation de la vitesse de rotation  $\omega_2$  apparaît clairement sur la figure 8.15 où sont tracées les évolutions des rayons et des angles d'équilibre pour les deux diamètres de bulles étudiées. Ainsi on constate que plus le nombre de Reynolds  $Re_2$  est important et plus la valeur du rayon d'équilibre  $r_0$  est faible dans les deux cas étudiés, pour des diamètres de bulles et des gammes de variations de  $Re_2$  différents. En revanche, l'effet de la variation de  $\omega_2$  sur l'angle d'équilibre  $\theta_0$  est différent dans les deux cas. Ainsi si pour la plus petite bulle, cet angle diminue avec l'accélération du cylindre, pour la plus grosse bulle le profil présente un minimum. L'explication de cette forme plus parabolicoïde est double, tout d'abord la proximité de la paroi peut expliquer ce phénomène. Ensuite, les valeurs importantes des vitesses de rotation étudiées entraînent une forte déformation des bulles selon le cisaillement de l'écoulement qui peuvent modifier la dynamique, donc la position des bulles en équilibre.

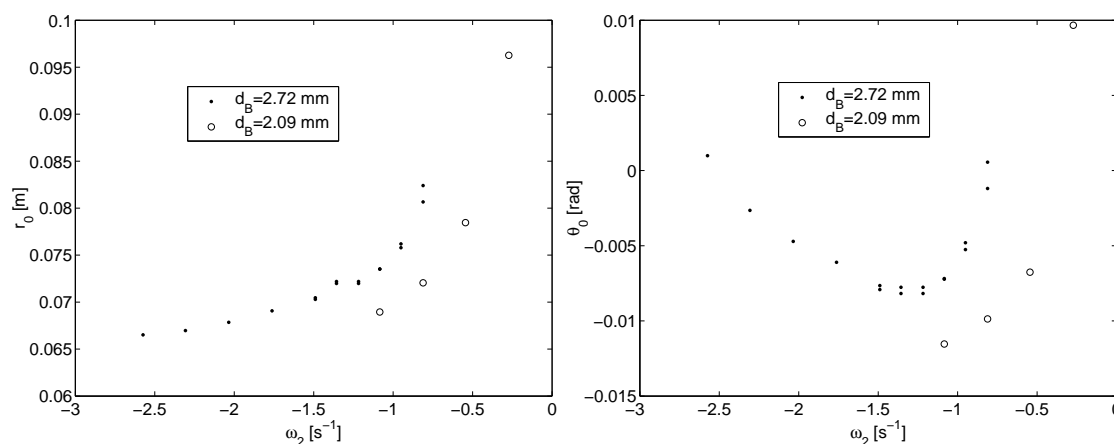


FIG. 8.15 – Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction de la vitesse de rotation  $\omega_2$  pour des bulles de diamètres semblables

**Conclusion** En conclusion de cette section, nous pouvons dire :

- les positions d'équilibre des bulles sont reproductibles
- les dimensions des bulles pour lesquelles on peut obtenir des positions d'équilibre dépendent de la vitesse de rotation du cylindre extérieur
- les valeurs des rayons d'équilibre augmentent avec le diamètre de la bulle et diminuent lorsque la vitesse de rotation du cylindre extérieur augmente
- les valeurs de l'angle d'équilibre augmentent avec le diamètre de la bulle
- la présence des parois, notamment l'extérieure, influe sur les positions d'équilibre

### 8.2.3 Comparaison des résultats expérimentaux et analytiques du chapitre 2

Afin de conclure cette section, nous avons voulu présenter ci-dessous la comparaison de positions d'équilibre mesurées et des positions calculées théoriquement avec la méthode du chapitre 2 pour des bulles de même diamètre plongées dans un écoulement identique.

Pour faire cette comparaison nous avons choisis deux cas d'écoulement particuliers,  $Re_2 = 10$  et  $Re_2 = 17.5$ . La figure 8.16 présente les rayons et les azimuts d'équilibre mesurés pour le premier cas d'écoulement, ainsi que les courbes calculées pour des bulles de diamètres équivalents à partir de la méthode du chapitre 2. La figure 8.17 présente cette même comparaison pour le second cas d'écoulement.

Notons tout d'abord, que pour l'ensemble des bulles étudiées ci-dessous avec leurs caractéristiques, celles de l'écoulement et celles du fluide ( $d_B, Re_1, Re_2, \rho_B, \rho, \nu$ ), le calcul analytique nous a donné des positions d'équilibre stables.

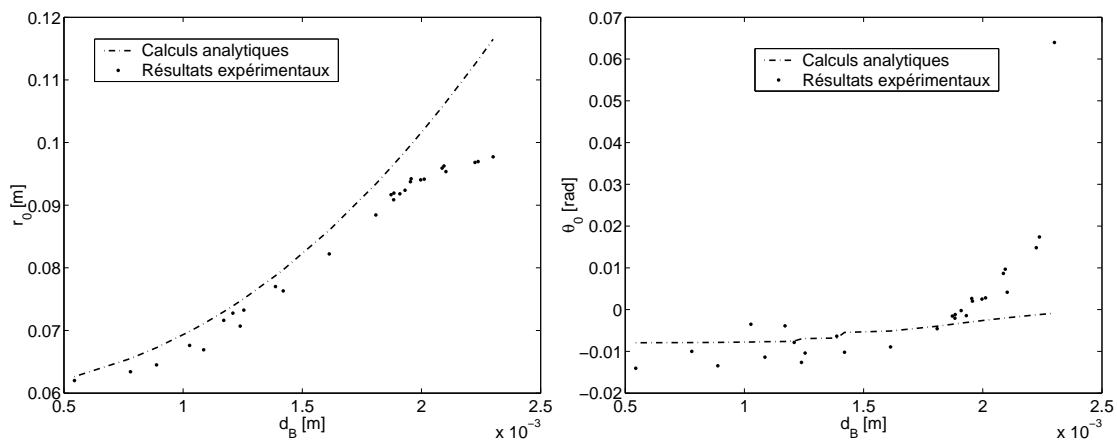


FIG. 8.16 – Comparaison des rayons et des azimuts d'équilibre mesurés et calculés grâce à la technique analytique du chapitre 2 pour le cas  $Re_2 = 10$

A partir de ces deux figures, on peut faire des observations similaires. La méthode analytique présente des rayons d'équilibre légèrement supérieurs aux rayons mesurés. La tendance de croissance de  $r_0$  avec  $d_B$  est bien respectée par le calcul. Cette méthode permet de très bien prédire les rayons les plus faibles, donc pour les bulles les plus petites, mais un écart aux résultats calculés est notable pour les bulles les plus grosses. Cet écart augmente avec le diamètre des bulles, donc leur proximité à la paroi. Notamment, pour les plus grosses bulles, les calculs donnent des rayons d'équilibre supérieurs au rayon de la paroi intérieure du cylindre extérieur.

Dans la seconde direction, orthoradiale, les constatations sont semblables, à savoir une bonne concordance des valeurs pour les bulles de petit et moyens diamètres, mais un écart qui tend à augmenter à proximité du cylindre extérieur. Les tendances sont en revanche similaires,  $\theta_0$  croît avec  $d_B$ .

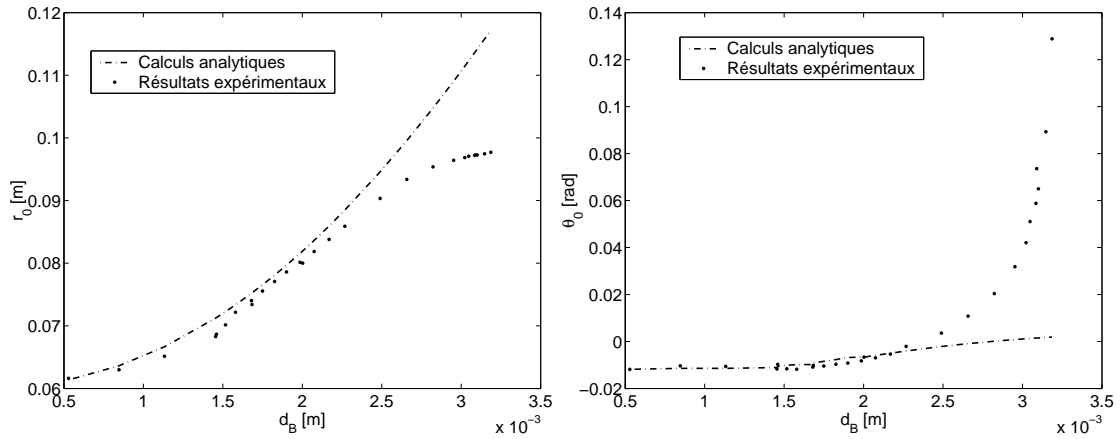


FIG. 8.17 – Comparaison des rayons et des azimuts d’équilibre mesurés et calculés grâce à la technique analytique du chapitre 2 pour le cas  $Re_2 = 17.5$

Les résultats précédents tendent donc à prouver que les approximations faites dans le chapitre 2 afin d’obtenir la forme des équations sont correctes puisqu’elles permettent de prédire certains points de façon relativement précise. En revanche, ces approximations et les formules théoriques utilisées pour les coefficients dynamiques qui les composent ne permettent pas de prédire les positions d’équilibre des bulles en proche paroi.

Afin de valider ces conclusions, nous allons maintenant nous intéresser à la dynamique des bulles étudiées, puis nous nous intéresserons plus particulièrement à ces bilans de forces, notamment en proche paroi.

### 8.3 Coefficients dynamiques mesurés

Dans cette section nous allons nous intéresser aux coefficients de traînée et de portance mesurés. Nous présenterons aussi les comparaisons entre ces coefficients mesurés et les modèles théoriques connus (Mei *et al.*, 1994; Legendre & Magnaudet, 1998). Enfin, les positions d’équilibre obtenues avec ces coefficients réels seront comparées aux positions prédites par deux méthodes analytiques présentées précédemment.

Nous avons présenté dans le chapitre 2 les équations (2.2a) et (2.2b) qui permettent d’exprimer les coefficients dynamiques  $C_D$ ,  $C_L$  et  $C_M$  à partir de positions d’équilibre stables  $(r_0, \theta_0)$  et des paramètres expérimentaux et géométriques mesurés,  $(R, g, A, B)$ . Rappelons ici ces deux équations :

$$C_D = \frac{-8R|g|\cos\theta_0}{3\left|Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right|\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)}$$

$$2AC_L - (1 + C_M) \frac{\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)}{r_0} = \frac{-|g| \sin \theta_0}{\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)}$$

Avec deux équations et trois inconnues, et mesurant les coordonnées géométriques des bulles, donc leur déformation, nous avons pris le parti d'utiliser la formule théorique d'évolution de  $C_M$  en fonction de cette déformation (Lamb, 1932) présentée dans l'équation (1.15). La première partie 8.3.1 de cette section va donc présenter les déformations observées des bulles étudiées et leur influence sur la valeur du coefficient de masse ajoutée  $C_M$ .

### 8.3.1 Déformation de bulles et coefficients de masse ajoutée

#### Nombres adimensionnels contrôlant la forme des bulles

Afin de décrire la déformation et le comportement des bulles d'air en mouvement dans un liquide, on peut introduire les nombres adimensionnels suivants :

$$We = \frac{\rho U_0^2 d_B}{\sigma} \quad (8.6a)$$

$$Bo = \frac{\rho g d_B^2}{\sigma} \quad (8.6b)$$

$$Fr = \frac{U_0^2}{g d_B} \quad (8.6c)$$

$$Mo = \frac{\rho^3 g \nu^4}{\sigma^3} \quad (8.6d)$$

Le nombre de Weber  $We$  représente le rapport des effets d'inertie et de tension interfaciale. Le nombre de Bond  $Bo$  représente le rapport des effets de flottabilité et de tension interfaciale. Le nombre de Froude  $Fr$  représente le rapport des effets d'inertie et de flottabilité.

Enfin, en combinant les différents effets intervenant dans le bilan interfacial, nous introduisons un nombre sans dimension qui ne dépend que des propriétés physiques des fluides en présence, le nombre de Morton,  $Mo$ . Ce nombre dépend fortement de la viscosité du fluide utilisé. Ainsi dans notre étude, il est important, et pour les différentes températures d'expérimentation, il n'a que peu varié autour de la valeur moyenne  $Mo \approx 0.18$ . A titre de comparaison, pour une bulle d'air dans de l'eau et à  $25^\circ C$ , le nombre de Morton vaut  $Mo = 2.5 \cdot 10^{-11}$ .

Nous avons reporté sur la figure 8.18 les valeurs des nombres de Froude et des nombres de Weber mesurés pour l'ensemble des bulles en position d'équilibre stable. On constate ainsi qu'à l'exception d'une très grosse bulle, on a  $10^{-4} \leq We \leq 1$ . En raison de la valeur importante du nombre de Morton, les bulles sont déformées même à faible nombre de Reynolds,  $Re < 10$ . En revanche, ces valeurs du nombre de Weber confirment la

visualisation de bulles en position d'équilibre stable, puisque  $We < We_c \approx 3$ , où le nombre de Weber critique  $We_c$  est significatif de l'apparition du détachement tourbillonnaire (Maxworthy *et al.*, 1996) derrière la bulle et donc d'une déstabilisation potentielle.

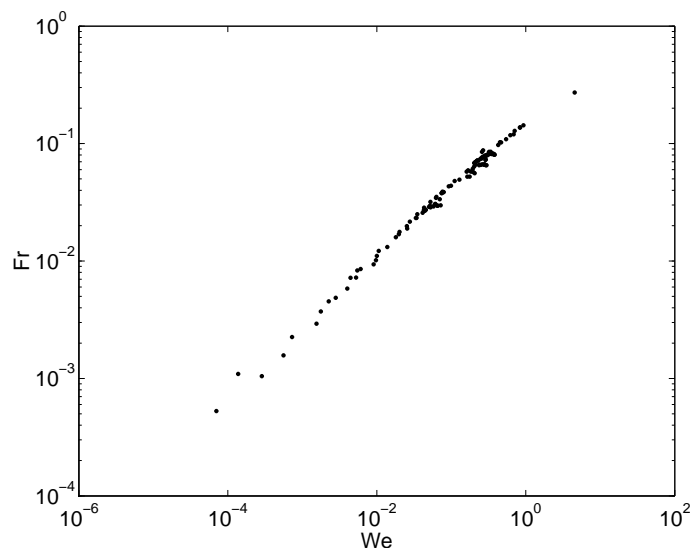


FIG. 8.18 – Nombres de Froude et de Weber des bulles mesurées

Concernant le nombre de Froude, sa plage de variation est aussi importante, puisque  $5 \cdot 10^{-4} \leq Fr \leq 0.3$ , les effets d'inertie sont faibles devant les effets de flottabilité.

La forme de la bulle est contrôlable à l'aide du nombre de Bond qui décrit la déformation potentielle de la surface de la bulle sous l'effet des forces de pesanteur. Dans ce sens nous avons effectué sur la figure 8.19 un résumé des valeurs des nombres de Reynolds et de Bond dans nos conditions expérimentales,  $Mo \approx 0.18$ , reprenant ainsi la représentation classique de Clift *et al.* (1978) présentant les formes de bulles en fonction des nombres de Reynolds  $Re$  et de Bond  $Bo$  qui est rappelée sur la figure 8.20.

A partir des valeurs observées, à savoir  $8 \cdot 10^{-3} \leq Re \leq 0.7$  et  $0.1 < Bo < 20$  et de l'analyse de ces deux figures, il est possible d'affirmer que dans notre étude les bulles ont des formes sphériques ou elliptiques.

Pour les grands nombres de Morton rencontrés, l'observation de particules à jupes aurait pu aussi être possible, cependant cette forme de bulle est la conséquence de l'équilibre entre les effets visqueux et les effets de tension interfaciale. Pour décrire un tel comportement nous introduisons le nombre capillaire  $Ca$  qui compare ces deux effets :

$$Ca = \frac{We}{Re} = \frac{\mu U_0}{\sigma} \quad (8.7)$$

Dans nos expériences, ce nombre a varié entre :  $0.01 \leq Ca < 1$ . Or les particules à jupes ne sont généralement observées que pour  $Ca > 2.3$ . En conclusion, hormis pour la très grosse bulle proche d'une calotte, les autres bulles observées ont toutes des formes

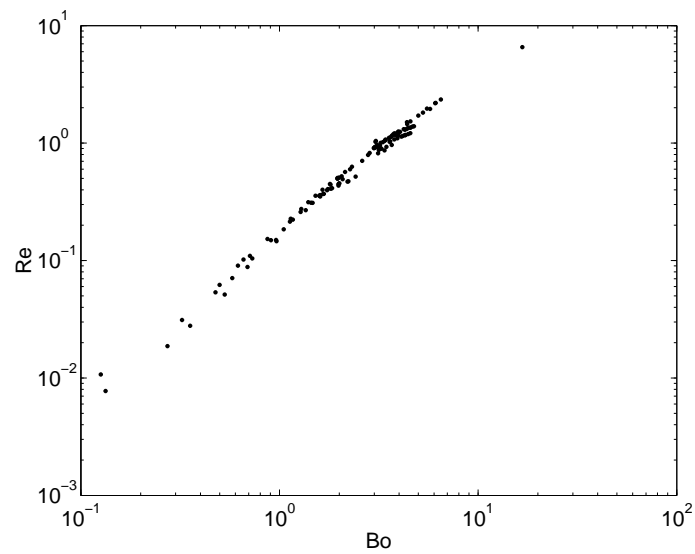


FIG. 8.19 – Diagramme  $Re(Bo)$  des bulles étudiées pour un nombre de Morton  $0.17 \leq Mo \leq 0.19$

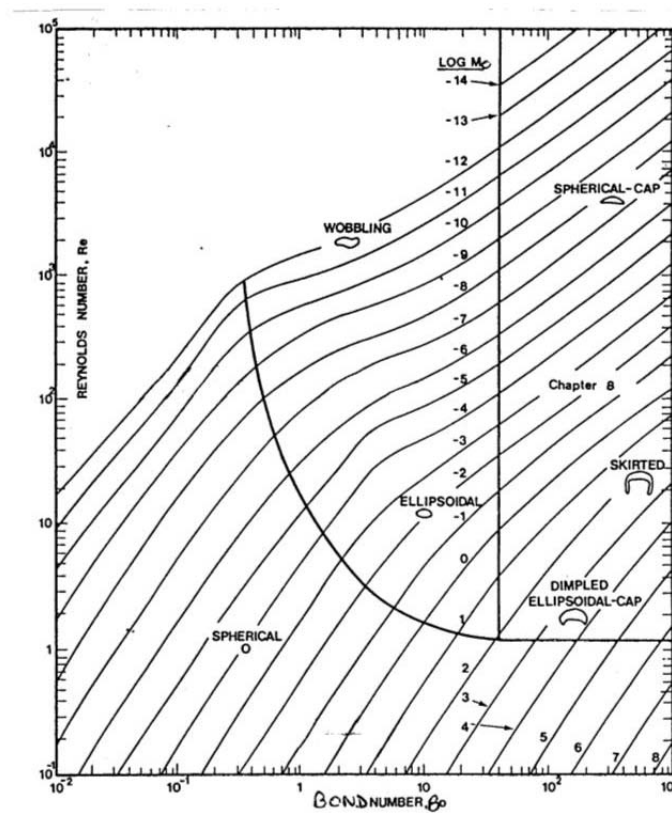


FIG. 8.20 – Forme des bulles dans le diagramme  $Re(Bo)$  tiré de Clift *et al.* (1978)

sphériques ou elliptiques et ne présentent pas de détachement tourbillonnaire dans leur sillage.

### Coefficients de masse ajoutée

En conséquence, nous avons présenté sur la figure 8.21 les coefficients de masse ajoutée calculés en fonction de la déformation mesurée des bulles étudiées.

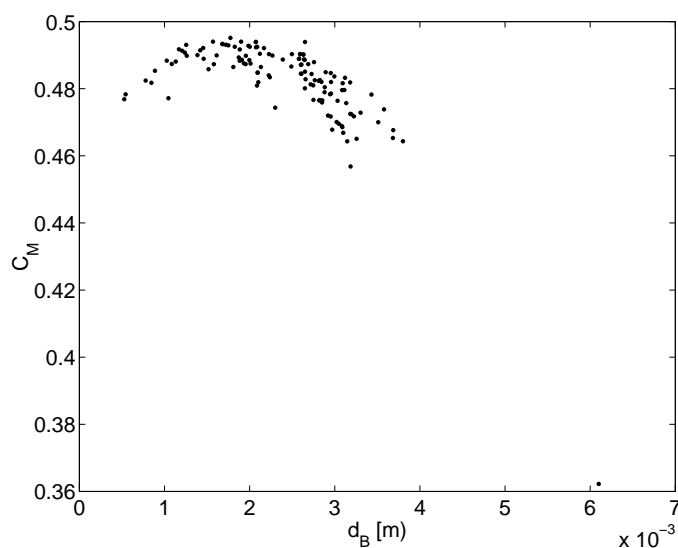


FIG. 8.21 – Coefficients de masse ajoutée mesurés en fonction du diamètre des bulles étudiées

Cette mesure est donc le résultat des mesures géométriques de la déformation  $\chi$  des bulles,  $1.016 < \chi < 1.16$ , et ce sont les coefficients présentés sur la figure 8.21 qui ont été utilisés dans l'équation (2.2b) pour le calcul de  $C_L$ . Ce bilan étant radial, donc orthogonal aux lignes de courant de l'écoulement, c'est l'équation (1.15) qui a été utilisée. Par conséquent, le coefficient de masse ajoutée réel  $C_M$  mesuré est toujours inférieur ou égal à la valeur théorique de 0.5. On peut constater sur cette figure qu'il existe un diamètre de bulle moyen dans cette étude,  $d_B \approx 2 \text{ mm}$ , pour lequel les bulles sont le moins déformées. Les bulles de diamètres supérieurs ou inférieurs, en général plus proches des parois des cylindres présentent elles des déformations croissantes avec l'écart à ce diamètre moyen. Cependant, plusieurs écoulements de la phase fluide ayant été utilisés, on peut constater que pour certains diamètres constants les déformations varient grandement. Enfin, on notera la présence d'une bulle de très gros diamètre,  $d_B \approx 6 \text{ mm}$  très déformée,  $\chi = 1.62$ , et plus vraiment ellipsoïdale, donc avec un faible coefficient de masse ajoutée,  $C_M = 0.36$ .

### 8.3.2 Coefficients de traînée

A partir des positions moyennes mesurées et en supposant qu'elles correspondent à des positions d'équilibres stables pour lesquelles les bulles ont des vitesses et des accélérations nulles, l'équation (2.2a) de la section 2.1.1 nous donne une relation entre les coefficients de traînée des bulles, leurs positions, leurs dimensions et les caractéristiques de l'écoulement :

$$C_D = \frac{-8R|g|\cos\theta_0}{3\left|Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right|\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)}$$

Les coordonnées des positions d'équilibre  $(r_0, \theta_0)$  étant disponibles, de même que le rayon  $R$  des bulles, et les conditions de mesures étant connues et contrôlées,  $(A, B, g)$ , nous avons pu calculer les coefficients de traînée de l'ensemble des bulles étudiées. Ces coefficients sont présentés en fonction du nombre de Reynolds de bulle  $Re = \frac{2R(Ar_0 + \frac{B}{r_0})}{\nu}$  sur la figure 8.22.

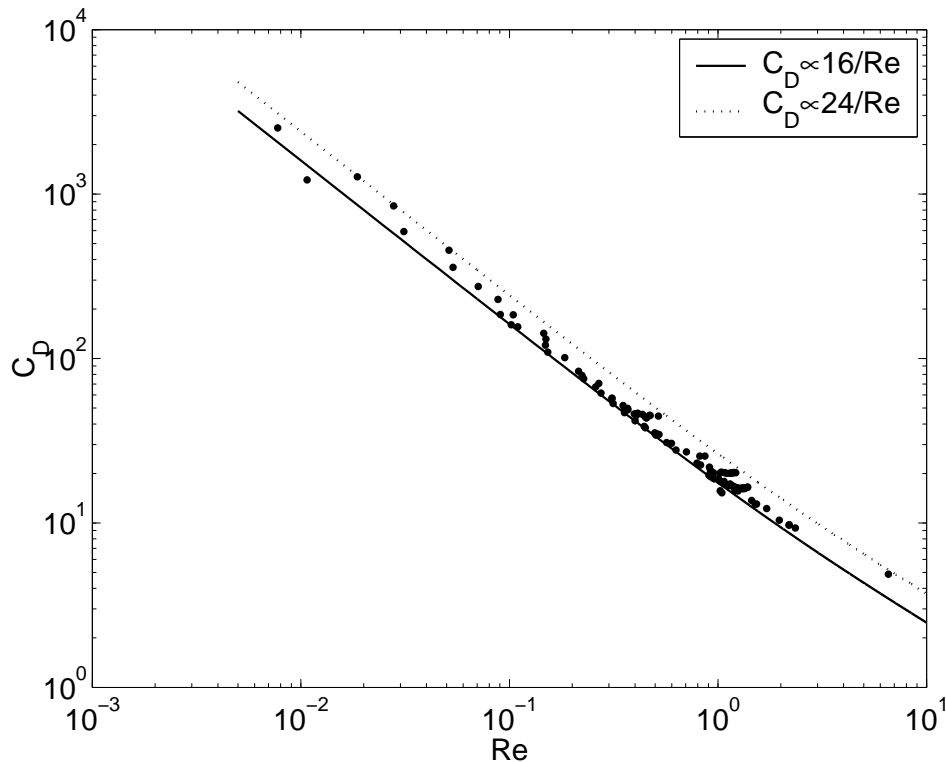


FIG. 8.22 – Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds

En raison des faibles valeurs des nombres de Reynolds  $Re$  mesurés, nous avons tracé sur les figures suivantes les valeurs théoriques du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds de bulle,  $C_D(Re)$  pour une bulle (Mei *et al.*, 1994) et pour une sphère solide (Clift *et al.*, 1978), proportionnelles à leurs valeurs asymptotiques théoriques pour une bulle sphérique  $C_D \xrightarrow{Re \rightarrow 0} \frac{16}{Re}$  et pour une sphère solide  $C_D \xrightarrow{Re \rightarrow 0} \frac{24}{Re}$ . On constate que pour



la majorité des bulles étudiées le coefficient  $C_D$  mesuré est très proche de celui d'une bulle sphérique propre à faible nombre de Reynolds. Ces nombres de Reynolds varient sur une large gamme,  $7.7 \cdot 10^{-3} \leq Re \leq 6.6$ , et sont directement liés aux dimensions des bulles étudiées. Ainsi, comme nous l'avons vu dans la section précédente, plus une bulle est grosse et plus la vitesse de l'écoulement  $U_0 = Ar_0 + \frac{B}{r_0}$  nécessaire pour obtenir une position d'équilibre doit être importante au travers de  $\omega_2$  et de  $r_0$ . De fait, le nombre de Reynolds est une fonction croissante de la taille de la bulle pour un fluide de viscosité  $\nu$  quasi constante. Les valeurs du coefficient  $C_D$  mesurées varient elles aussi sur une large échelle,  $4.9 \leq C_D \leq 2.5 \cdot 10^3$  de façon inversement proportionnelle à celles du nombre de Reynolds  $Re$ . A une exception près, toutes les bulles mesurées présentent un coefficient de traînée compris entre ceux théoriques de la bulle sphérique propre et de la sphère solide.

A partir de ce premier constat, on peut en conclure que ce sont les coefficients de la très grosse bulle et des plus petites qui présentent le plus d'écart avec la valeur asymptotique théorique. Cependant, d'autres bulles présentent des écarts importants à la théorie et tendent vers des valeurs plus proches de celles de sphères solides. Dans les paragraphes suivants, nous allons présenter la recherche des différentes raisons de ces écarts en nous focalisant sur certains cas particuliers représentatifs.

**Cas  $Re_2 = 10$**  Reprenant les bulles présentées dans la section précédente, nous avons rapporté sur la figure 8.23 l'évolution des coefficients de traînée en fonction des nombres de Reynolds mesurés.

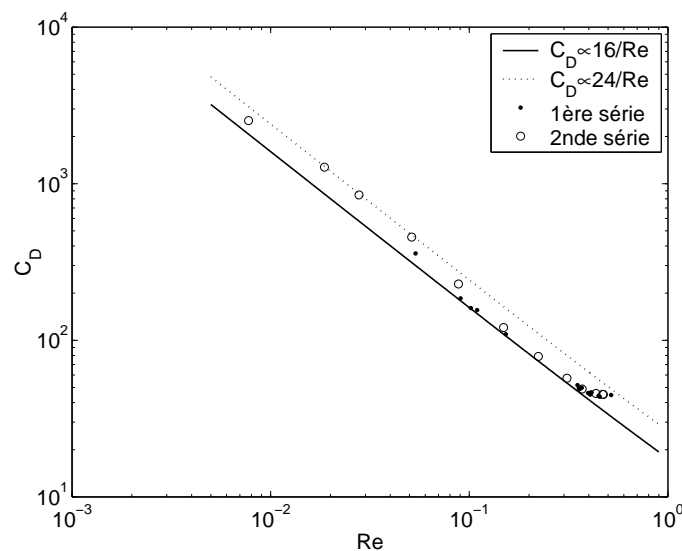


FIG. 8.23 – Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas  $Re_2 = 10$

On constate comme dans le paragraphe précédent que  $C_D$  augmente lorsque  $Re$  diminue, la courbe  $C_D(Re)$  est décroissante. De plus, les résultats des deux séries de mesures

montrent la répétitivité des mesures.

Par ailleurs, on peut remarquer à partir des conclusions de la section précédente que les bulles de diamètre intermédiaire ( $0.08 < Re < 0.3$ ), donc les plus proches du centre de l'entrefer des cylindres présentent des coefficients de traînée semblables à ceux prévus par la théorie. En revanche, pour des bulles de diamètres supérieurs, les valeurs de  $C_D$  mesurées sont supérieures à celles prévues par la théorie et tendent vers celles de sphères solides proportionnelles à  $24/Re$ . Ces bulles se trouvant à proximité de la paroi du cylindre extérieur, on peut voir dans cette déviation un effet de la paroi qui sera étudié dans la section 8.4. Le coefficient devient alors quasi-constant  $C_D \approx 44$ .

Concernant les bulles de plus faible diamètre, les déviations à la théorie peuvent être de plusieurs natures. On constate tout d'abord un accroissement de la pente de la courbe  $C_D(Re)$  lorsque  $Re$  décroît, suivi d'une décroissance de cette pente. Là encore un effet de la paroi, celle du cylindre intérieur ici, n'est pas à négliger notamment sur les plus petites bulles. Cependant, les bulles les plus petites sont aussi celles dont la surface a le plus tendance à être facilement contaminée faisant alors tendre leur coefficient de traînée vers celui d'une sphère solide (Lamb, 1932). Enfin, plus le rayon d'équilibre des bulles est petit, donc plus près elles sont de l'intérieur de l'entrefer et plus leur trajectoire d'équilibre est grande vis à vis de leur diamètre, dégradant ainsi la qualité de la mesure de la position moyenne, donc de  $C_D$ .

**Cas  $Re_2 = 17.5$**  Sur la figure 8.24 est représentée l'évolution des coefficients de traînée en fonction des nombres de Reynolds mesurés pour le cas  $Re_2 = 17.5$ . A nouveau, on peut constater la décroissance de  $C_D$  en fonction de  $Re$  ainsi que la répétitivité des mesures.

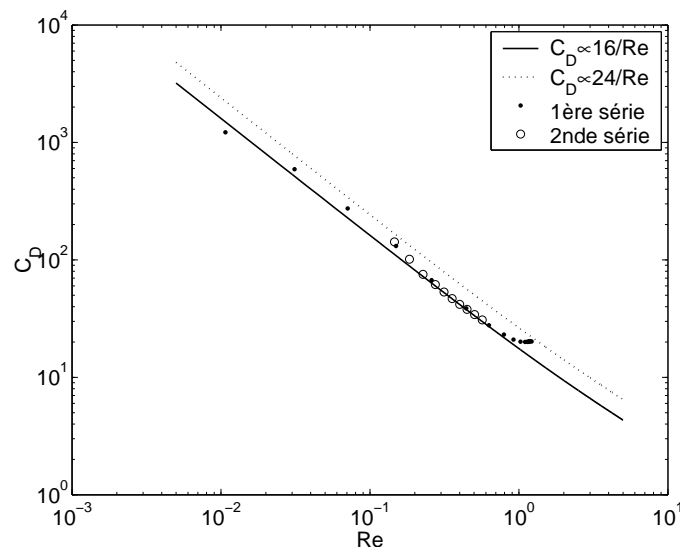


FIG. 8.24 – Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas  $Re_2 = 17.5$

On retrouve par ailleurs les observations effectuées dans le paragraphe précédent pour des nombres de Reynolds de bulle plus importants. Cependant dans ce cas, les écarts à la théorie proportionnelle à  $16/Re$  sont encore plus marqués. Ainsi pour des bulles de dimensions moyennes et à proximité du centre de l'entrefer ( $0.2 < Re < 0.8$ ), les coefficients mesurés sont égaux à ceux prédits théoriquement. A nouveau, lorsque  $Re$  augmente et à proximité de la paroi du cylindre extérieur,  $C_D$  tend à devenir constant,  $C_D \approx 20$ . Enfin, lorsque  $Re$  diminue, on retrouve les tendances observées, à savoir tout d'abord une augmentation du  $C_D$  mesuré vis à vis de la théorie puis une diminution qui amène à un coefficient inférieur à celui théorique d'une bulle sphérique propre. Les bulles étant de dimensions supérieures au cas précédent, on peut penser que l'effet de la contamination est ici moindre et que donc l'influence de la paroi et de la qualité de la mesure sont en cause. Nous rediscuterons de ces influences dans la section 8.4.

**Cas  $Re_2 = 20$**  Sur la figure 8.25 est représentée l'évolution des coefficients de traînée en fonction des nombres de Reynolds mesurés pour le cas  $Re_2 = 20$ . A nouveau, on peut constater la décroissance de  $C_D$  en fonction de  $Re$  ainsi que la répétitivité des mesures. Dans ce cas et comme nous l'avons vu dans la section précédente, les bulles étudiées sont presque toutes à proximité du cylindre extérieur.

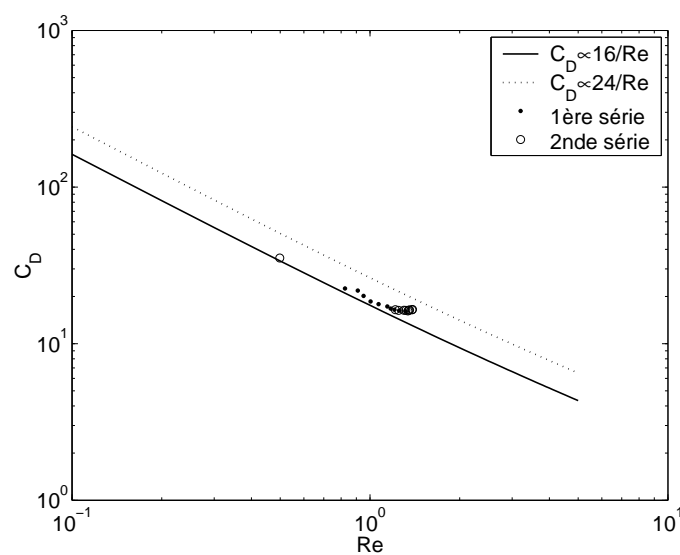


FIG. 8.25 – Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas  $Re_2 = 20$

On constate que les coefficients mesurés sont supérieurs à ceux prédits par la théorie, mais cet écart diminue lorsque  $Re$  diminue. A nouveau, à proximité de la paroi extérieure  $C_D$  est constant,  $C_D \approx 16$ , voire croissant. La bulle la plus petite permet de vérifier qu'à une certaine distance de la paroi, le coefficient mesuré est proche de la théorie.

**Conclusion** Pour conclure avec cette étude de trois cas particuliers, on peut déduire des résultats que hormis à proximité des parois, les coefficients de traînée mesurés sont ceux prédits par la théorie, permettant ainsi de valider la méthode de mesure pour la suite de l'étude. Par ailleurs, l'influence des parois est non négligeable modifiant la valeur du coefficient de traînée. La section 8.4 est dédiée à l'étude de cette modification.

### Prédiction des positions d'équilibre à l'aide de l'analogie de Vitesse terminale

Comme évoqué dans la section 8.1 précédente, trouver une position d'équilibre pour une bulle non déformée de diamètre connu revient théoriquement à faire en sorte qu'il existe dans l'entrefer une vitesse du fluide  $U_0$ , telle que  $U_0 = V_T \cos \theta_0$ . On peut considérer que pour une bulle la vitesse terminale s'écrit :

$$V_T \approx -\frac{R^2}{3\nu}g \quad (8.8)$$

On peut alors décrire le rayon d'équilibre  $r_0$  comme la solution d'un polynôme du second ordre ( $r_0 \neq 0$ ) :

$$Ar_0^2 - V_T r_0 \cos \theta_0 + B = 0 \quad (8.9)$$

Le discriminant de ce polynôme s'écrit :

$$\Delta = (V_T \cos \theta_0)^2 - 4AB \quad (8.10)$$

Or puisque :  $AB = \frac{-\omega_2^2 r_1^2 r_2^2}{(r_1^2 - r_2^2)^2} < 0$ , on a forcément  $\Delta > 0$ , c'est à dire qu'il existe toujours un rayon d'équilibre et celui-ci s'écrit :

$$r_{01} = \frac{V_T \cos \theta_0 - \sqrt{(V_T \cos \theta_0)^2 - 4AB}}{2A} \quad (8.11a)$$

$$r_{02} = \frac{V_T \cos \theta_0 + \sqrt{(V_T \cos \theta_0)^2 - 4AB}}{2A} \quad (8.11b)$$

Or, puisque  $A = \frac{\omega_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} < 0$  et  $r_0 > 0$  dans notre cas, la seule solution envisageable est celle de l'équation (8.11a).

Afin de prédire des rayons d'équilibre, et suite aux observations expérimentales, nous avons choisi de fixer le paramètre  $\theta_0$  nul, de sorte que les rayons prédits par cette méthode s'écrivent :

$$r_0 = \frac{V_T - \sqrt{V_T^2 - 4AB}}{2A} \quad (8.12)$$

Nous avons comparé les résultats de ces rayons d'équilibre prédits analytiquement avec les résultats expérimentaux obtenus pour deux cas étudiés  $Re_2 = 10$  et  $Re_2 = 17.5$ . Par ailleurs, nous avons aussi comparé les résultats des mesures à un calcul pour lequel  $C_D \propto \frac{24}{Re}$ , à savoir  $V_T = -\frac{2R^2}{9\nu}g$ , la vitesse terminale d'une sphère solide de masse volumique négligeable devant celle du liquide.

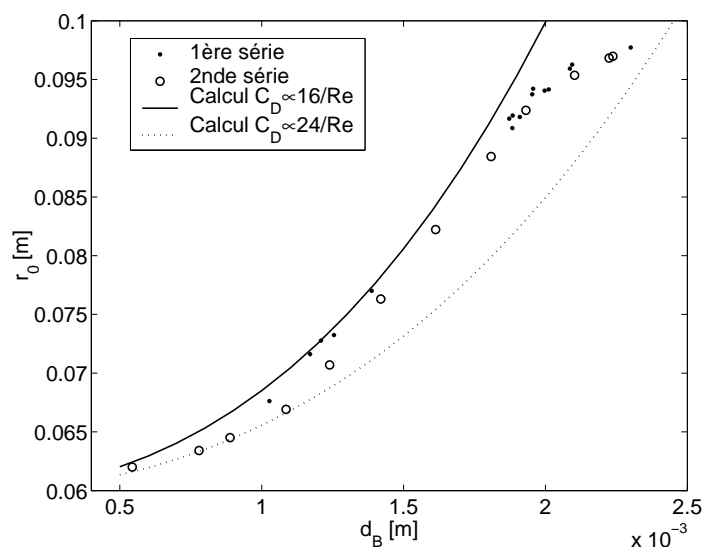


FIG. 8.26 – Comparaison des rayons d'équilibre mesurés et calculés grâce à l'approximation de la vitesse terminale pour le cas  $Re_2 = 10$

Les résultats des figures 8.26 et 8.27 montrent que les deux approximations forment une enveloppe dans laquelle sont comprises la majorité des résultats expérimentaux. A proximité des cylindres, c'est à dire pour les plus petites et les plus grosses bulles dans chaque cas, les résultats expérimentaux sont plus proches des valeurs prédites des rayons d'équilibre par la méthode asymptotique utilisant des coefficients de traînée de sphères solides. En revanche, au centre de l'entrefer, la prédiction utilisant la valeur asymptotique d'une bulle en régime de Stokes est très proche des résultats expérimentaux.

Les effets de parois, mais aussi les variations des valeurs des angles d'équilibre, non nuls sur les bords de l'entrefer, peuvent expliquer ces comportements.

**Conclusion** Le modèle très simple présenté ici et les résultats qu'il fournit montrent que la force de traînée de Stokes au travers de son coefficient  $C_D$  évolue à la fois en fonction de la position des bulles dans l'entrefer mais aussi du régime étudié, de sorte qu'une étude complémentaire et plus approfondie est nécessaire. C'est cette étude qui est présentée dans la section 8.4. Cependant, en première approximation, l'utilisation de cette méthode permet de définir une zone radiale de l'entrefer dans laquelle sera comprise la position d'équilibre réelle quelque soit le diamètre de la bulle étudiée.

### 8.3.3 Coefficients de portance

Intéressons nous à présent au bilan dynamique radial de l'équation (2.2b) qui permet de calculer les coefficients inertiels de ces bulles, le coefficient de masse ajoutée  $C_M$  et le coefficient de portance  $C_L$ . La mesure du coefficient de masse ajoutée  $C_M$  étant réalisée

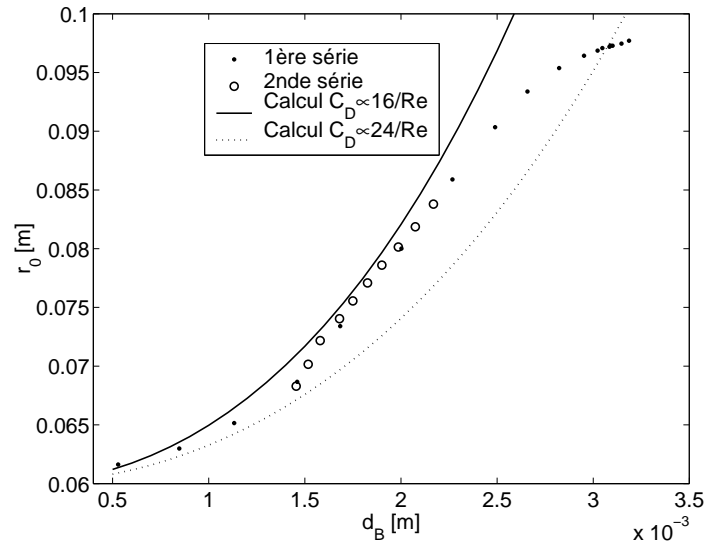


FIG. 8.27 – Comparaison des rayons d'équilibre mesurés et calculés grâce à l'approximation de la vitesse terminale pour le cas  $Re_2 = 17.5$

grâce aux caractéristiques géométriques de bulles (8.3.1) elles ont été introduites dans l'équation (2.2b) pour chaque cas, permettant ainsi de mesurer les valeurs des coefficients de portance  $C_L$ .

Nous avons représenté sur la figure 8.28 les coefficients de portance  $C_L$  mesurés en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  pour l'ensemble des bulles de cette étude.

Nous avons rapporté sur la même figure les évolutions théoriques  $C_L(Re)$  établies par Legendre & Magnaudet pour les vorticités adimensionnelles  $Sr = \frac{2Ad_B}{U_0}$  moyenne, minimale et maximale mesurées. L'influence de ce nombre est faible pour les nombres de Reynolds importants, en revanche on peut constater sur cette figure que pour  $Re < 0.1$ , il peut y avoir un ordre de grandeur entre ces différentes courbes théoriques.

La première remarque que l'on peut effectuer au niveau de cette figure est que, hormis pour certains chapelets de points qui présentent des décroissances fortes vers des coefficients négatifs, la tendance globale de décroissance de  $C_L$  avec l'augmentation de  $Re$ , est correctement respectée par les mesures effectuées. Ces points à forte décroissance sont ceux issus de séries à conditions d'écoulement constants. Dans ces conditions, les points à plus grands nombre de Reynolds sont représentatifs des bulles à proximité du cylindre extérieur comme nous le verrons plus loin pour des cas particuliers. Il y a donc ici clairement un effet de la paroi sur les valeurs des coefficients de portance.

On constate sur cette figure générale que pour des nombres de Reynolds supérieurs à 0.3, les coefficients de portance mesurés sont proches des valeurs théoriques, sauf pour ces bulles en proche paroi.

Concernant les points pour lesquels  $Re < 0.3$ , on constate qu'une partie des coefficients mesurés est incluse dans l'enveloppe des courbes théoriques. Certains coefficients étant

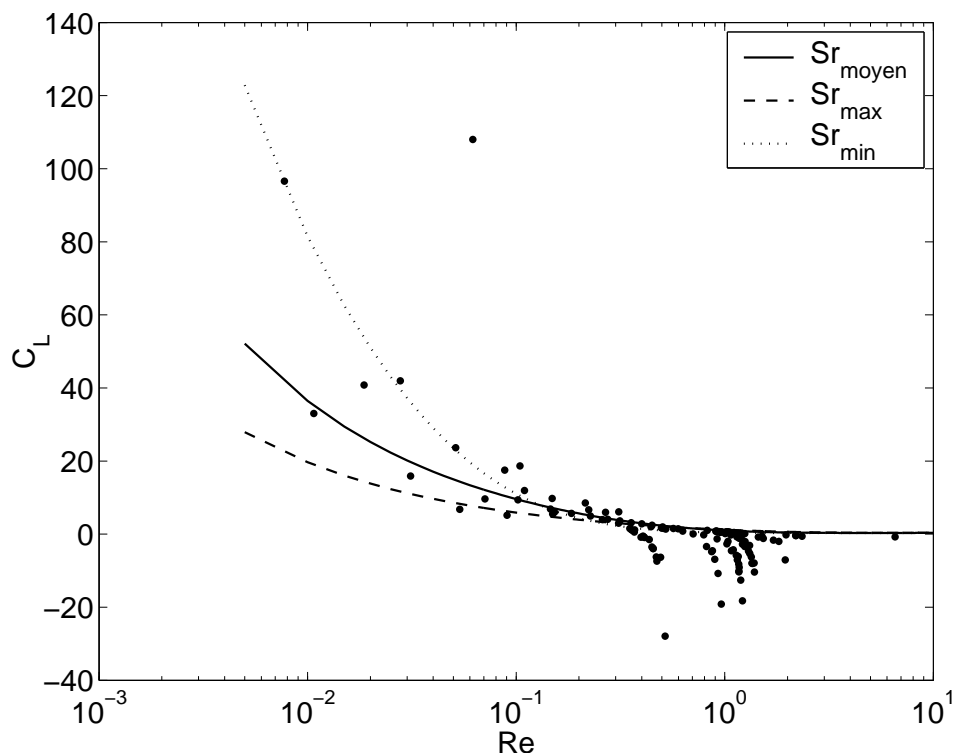


FIG. 8.28 – Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds

légèrement supérieurs tout en respectant la décroissance générale de  $C_L$  avec  $Re$ . Enfin, on notera la présence d'un point complètement en dehors de ces courbes théoriques avec un fort coefficient de portance,  $C_L \approx 108$  pour  $Re \approx 0.6$ . Ce point correspond à une bulle de 6 mm très déformée en condition d'écoulement rotationnel pur, donc à proximité de la paroi extérieure dans notre étude.

Nous avons rapporté sur une échelle logarithmique les coefficients de portance positifs mesurés sur la figure 8.29. Ces résultats permettent de comparer les résultats théoriques de Legendre & Magnaudet (1998) pour des valeurs du nombre de Reynolds intermédiaires,  $0.01 \leq Re \leq 1$  et une vorticité adimensionnelle moyenne  $Sr \approx 0.13$ , et  $0.02 < Sr < 0.48$ . On peut constater que les points mesurés sont très proches des valeurs théoriques hormis les groupes de points correspondants à la proximité de la paroi.

Afin de préciser notre analyse, nous allons nous intéresser à des cas particuliers comme dans les sections précédentes.

**Cas  $Re_2 = 10$**  Pour ces bulles avec un nombre de Reynolds strictement inférieur à l'unité,  $7.7 \cdot 10^{-3} < Re < 0.52$ , et pour une vorticité adimensionnelle moyenne  $Sr \approx 0.11$ , et  $0.07 < Sr < 0.22$ , les ordres de grandeur des coefficients de portance mesurés sont conformes à la théorie,  $-28 < C_L < 96.5$ . Cependant, on constate que pour les plus grosses bulles à proximité du cylindre extérieur, la décroissance de  $C_L$  avec l'augmentation

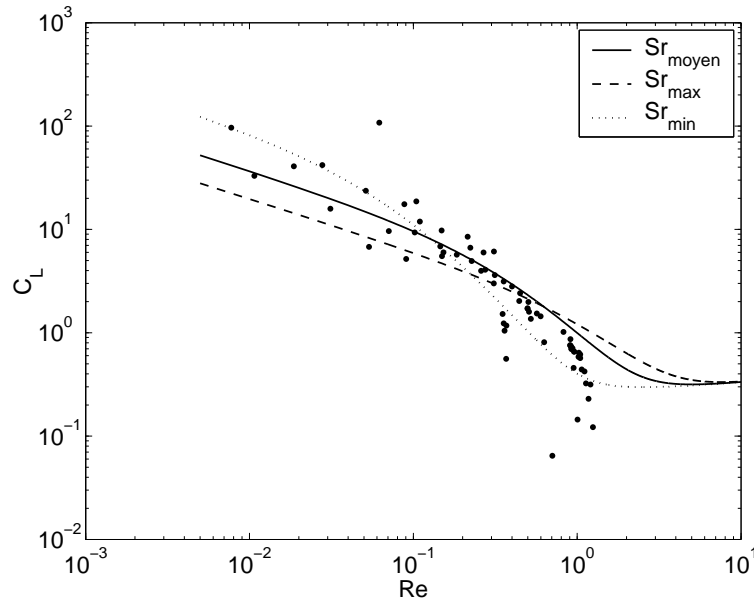


FIG. 8.29 – Coefficients de portance positifs mesurés en fonction du nombre de Reynolds

de  $Re$  est accrue et des valeurs négatives des coefficients de portance apparaissent. Dans ce type d'écoulement et pour ces vorticités de telles valeurs des coefficients de portance sont complètement opposées à la théorie et aux mesures connues en milieu infini. En effet pour des nombres de Reynolds inférieurs à l'unité et dans ces gammes de vorticité adimensionnelles, la valeur minimale théorique est  $C_L \approx 0.75$ . Par ailleurs, dans ce cas particulier, on constate que la seconde série de bulles présente des valeurs de coefficients de portance majoritairement supérieures aux valeurs maximales de la courbe théorique tracée grâce à  $Sr_{min}$ . Cet écart à la théorie est de l'ordre de 30%. La reproductibilité des valeurs mesurées est bonne pour les nombres de Reynolds les plus importants, alors qu'elle diminue pour les plus petites bulles. La question de la qualité de la stabilité de leurs positions d'équilibre peut être mise en cause dans ce cas.

Afin de confirmer ces observations, intéressons nous aux valeurs des coefficients de portance mesurés dans le cas d'un cylindre extérieur tournant plus vite.

**Cas  $Re_2 = 17.5$**  Dans ce cas, les nombres de Reynolds sont dans une gamme équivalente au cas précédent, à savoir,  $0.01 < Re < 1$  avec une vorticité adimensionnelle moyenne  $Sr \approx 0.14$ , et  $0.10 < Sr < 0.29$ . Hormis pour les plus grands nombres de Reynolds, les coefficients de portance mesurés sont compris dans l'enveloppe théorique tracée avec les valeurs maximales et minimales de  $Sr$ . Avec des mesures très propres dans ce cas de figure, on constate que la reproductibilité des résultats est excellente. Pour la première série où une gamme très large de tailles de bulles a été étudiée, on constate une fois de plus l'influence probable de la paroi aux nombres de Reynolds  $Re$  les plus importants.



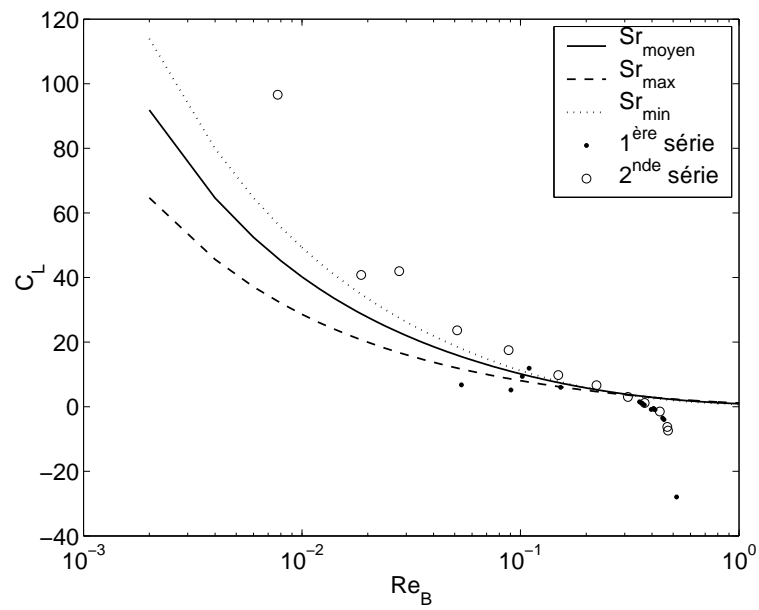


FIG. 8.30 – Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas  $Re_2 = 10$

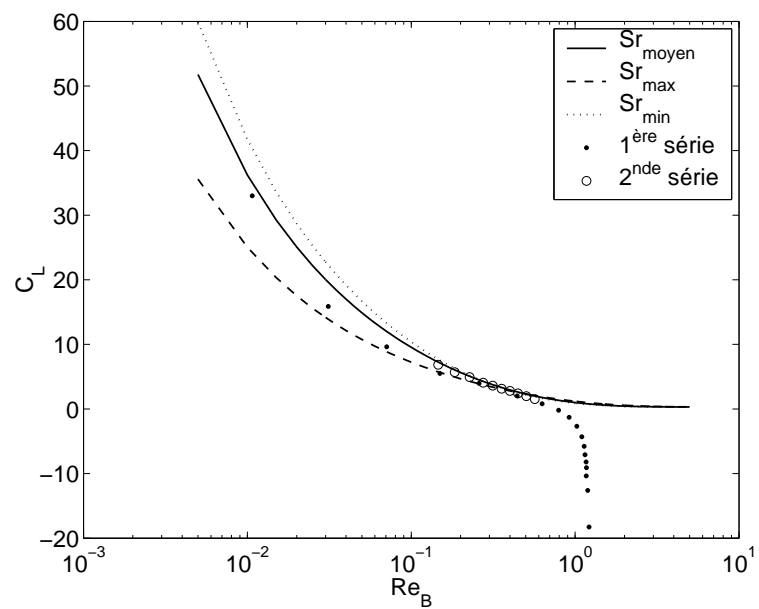


FIG. 8.31 – Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas  $Re_2 = 17.5$

**Cas d'un nombre de Reynolds  $Re_2$  variable** Pour ce cas, nous présentons sur la figure 8.32, les résultats de mesures effectuées sur des bulles de diamètres quasiment égaux placées dans différents écoulements. Ainsi la vorticité adimensionnelle moyenne est ici  $Sr \approx 0.26$ , avec  $0.15 < Sr < 0.48$ . Comparativement à la plage de valeur de  $Re_2$ , cette vorticité varie du simple au triple pour ces différentes bulles. On constate sur la figure que les résultats expérimentaux sont dispersés autour des valeurs théoriques pour des nombres de Reynolds  $Re$  unitaires. Il y a de même très peu de dispersion dans ces valeurs de  $Re$ .

Ces nombres de Reynolds dépendent essentiellement du diamètre des bulles, ici constant et à travers  $U_0$  de l'équilibre des forces de traînée et de flottabilité selon  $\theta$ . Par conséquent, les valeurs de  $C_D$  mesur es dans ce cas étant toutes très proches de la théorie, il est normal de retrouver des valeurs de  $Re$  quasi constantes.

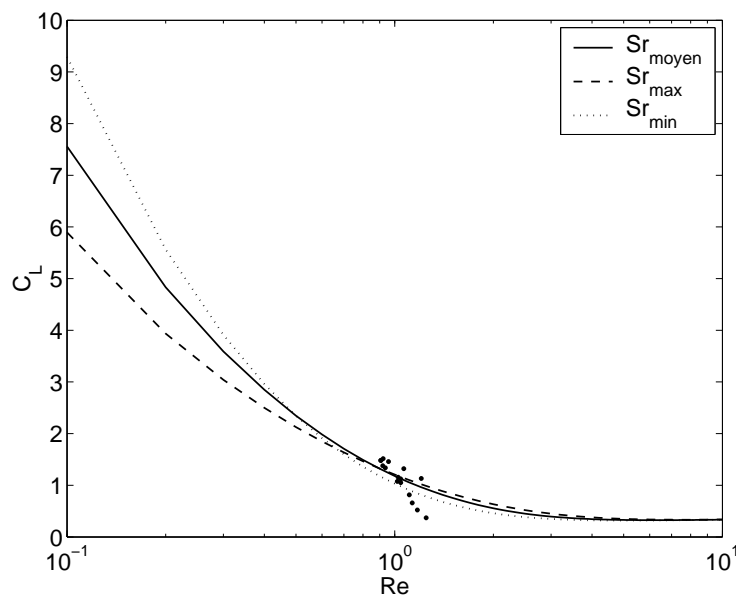


FIG. 8.32 – Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas d'un nombre de Reynolds variable  $30 < Re_2 < 95$

Pour cette gamme de nombres de Reynolds, la valeur de la vorticité adimensionnelle a théoriquement peu d'importance, et c'est exactement ce que nous prouve cette figure. La dispersion des valeurs est plus probablement attribuable à la proximité des parois pour certaines bulles, voire de leurs déformations plutôt que des valeurs de  $Sr$  différentes.

En conclusion de cette présentation des résultats sur les coefficients de portance  $C_L$  mesurés et de leur comparaison avec les courbes théoriques de Legendre & Magnaudet, on peut constater que :

- La majorité des coefficients de portance mesurés présentent les bons ordres de grandeur
- Une bonne reproductibilité des résultats est observable

- La forme des courbes est respectée, le coefficient de portance diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds
- Les valeurs mesurées sont majoritairement comprises dans des enveloppes formées par les courbes théoriques calculées avec les vorticités adimensionnelles extrêmes
- A proximité des parois, on observe une forte décroissance des valeurs des coefficients de portance qui amènent à l'observation de valeurs négatives de  $C_L$ .

### 8.3.4 Influence des erreurs commises sur les mesures des coefficients dynamiques $C_D$ et $C_L$

Nous avons présenté dans les paragraphes précédents plusieurs résultats de mesures des coefficients  $C_D$  et  $C_L$  en fonction de  $Re$ , cependant nous n'avons pas évoqué les erreurs potentiellement commises sur ces mesures. Reprenant l'analyse de l'annexe B, nous avons présenté sur les deux figures suivantes les résultats de ces mesures pour un cas particulier assortis des barres d'erreurs calculées.

Comme présenté dans l'annexe B, les incertitudes de mesure créent des erreurs à la fois dans les valeurs des nombres de Reynolds  $Re$ , mais aussi dans les valeurs des coefficients dynamiques ( $C_D, C_L$ ). C'est pourquoi des barres d'erreur horizontales et verticales sont associées à chaque point de mesure.

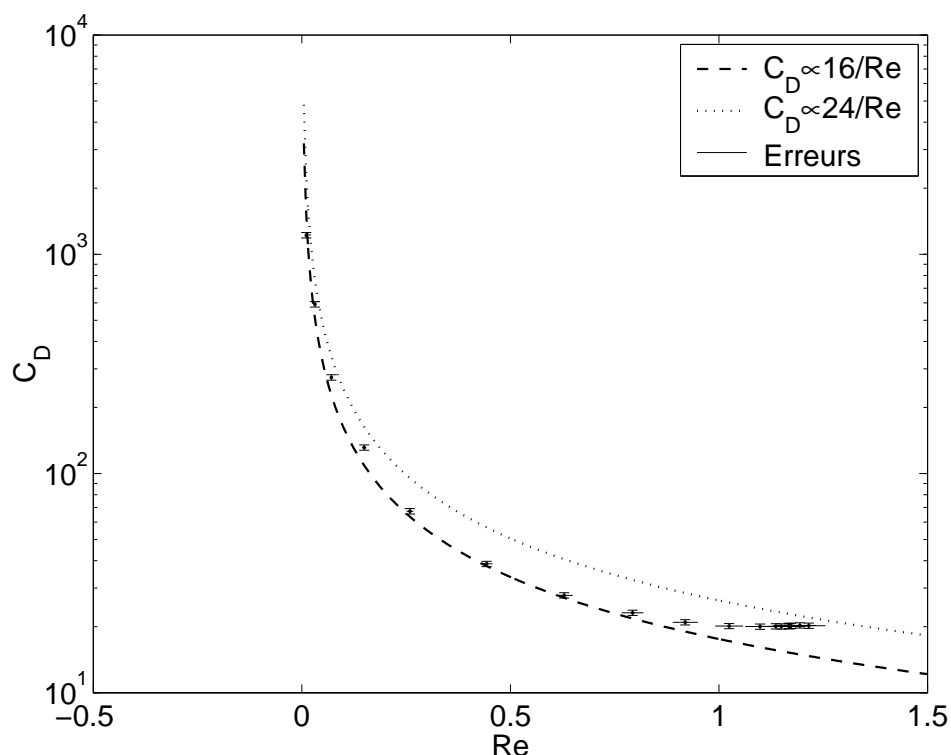


FIG. 8.33 – Exemple d'erreur dues aux incertitudes de mesures sur le coefficient de traînée  $C_D$  pour le cas  $Re_2 = 17.5$

Sur la figure 8.33, nous avons présenté dans une échelle semi-logarithmique les résultats des coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour une série de mesures avec  $Re_2 = 17.5$ .

On constate immédiatement sur cette figure que les erreurs de mesures sont négligeables sur les valeurs de  $C_D$ , et ce quel que soit le régime de la bulle. Les nombres de Reynolds  $Re$ , sont eux aussi peu dépendants de ces incertitudes, même si les erreurs tendent à augmenter avec leur valeur. Cette figure permet donc à titre d'exemple d'affirmer que les tendances et les valeurs observées des coefficients de traînée sont indépendantes des erreurs liés aux incertitudes de mesures.

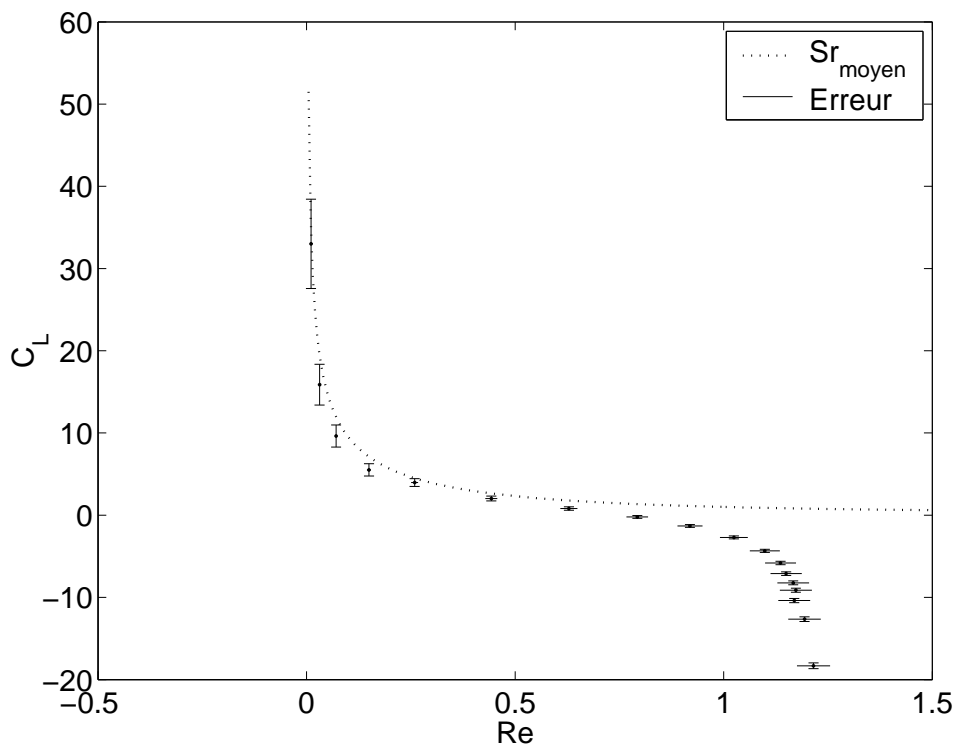


FIG. 8.34 – Exemple d'erreur dues aux incertitudes de mesures sur le coefficient de portance  $C_L$  pour le cas  $Re_2 = 17.5$

De même, sur la figure 8.34, nous avons présenté les résultats des coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour une série de mesures avec  $Re_2 = 17.5$ .

Concernant les nombres de Reynolds  $Re$ , on retrouve les mêmes conclusions que sur la figure précédente, à savoir des erreurs relativement faibles qui ont tendance à augmenter avec la valeur de  $Re$ . En revanche, les erreurs calculées sur les coefficients de portance  $C_L$  mesurés augmentent lorsque  $Re$  diminue et peuvent atteindre des valeurs de l'ordre de 20%. Cependant, ces erreurs ne changent pas l'ordre de grandeur des coefficients mesurés et permettent donc d'affirmer à nouveau que les tendances et les valeurs observées des coefficients de portance sont indépendantes des erreurs liés aux incertitudes de mesures.

## 8.4 Équilibre des forces et influence de la paroi

Après avoir présenté dans les sections précédentes les positions d'équilibre ainsi que les coefficients dynamiques mesurés, nous allons nous intéresser dans cette section aux caractéristiques quantitatives et qualitatives des forces en présence. Nous commencerons par présenter ces forces à partir des bilans généraux des équations (2.1a) et (2.1b), puis nous approfondirons notre analyse à proximité des parois des cylindres.

### 8.4.1 Bilan dynamique

A partir des équations (2.1a) et (2.1b) recopiées ci-dessous, il est aisé de lister les forces théoriquement en présence.

$$\begin{aligned} 0 &= -(1 + C_M) \frac{\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)^2}{r_0} + 2AC_L \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) + |g| \sin \theta_0 \\ 0 &= \frac{3}{8R} C_D \left|Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right| \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) + |g| \cos \theta_0 \end{aligned}$$

Selon  $r$ , des forces d'inertie  $\vec{F}_I$ , de portance  $\vec{F}_L$  et de flottabilité  $\vec{F}_{Gr}$  s'équilibrent :

$$\vec{F}_I = -\rho \frac{4}{3} \pi R^3 (1 + C_M) \frac{\left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right)^2}{r_0} \vec{e}_r \quad (8.13a)$$

$$\vec{F}_L = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 2AC_L \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) \vec{e}_r \quad (8.13b)$$

$$\vec{F}_{Gr} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 |g| \sin \theta_0 \vec{e}_r \quad (8.13c)$$

Selon  $\theta$ , des forces de traînée  $\vec{F}_D$  et de flottabilité  $\vec{F}_{G\theta}$  s'équilibrent :

$$\vec{F}_D = \rho \frac{\pi}{2} R^2 C_D \left|Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right| \left(Ar_0 + \frac{B}{r_0}\right) \vec{e}_\theta \quad (8.14a)$$

$$\vec{F}_{G\theta} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 |g| \cos \theta_0 \vec{e}_\theta \quad (8.14b)$$

Sur la figure 8.35 sont représentées les évolutions des forces mesurées selon  $\theta$  en fonction de la position d'équilibre radiale des bulles  $r_0$  pour les deux séries de mesure dans le cas  $Re_2 = 17.5$ . D'après l'équation (2.1b), la somme des forces mesurées est toujours nulle.

L'équilibre orthoradial des bulles est ici assuré par les forces de traînée et de flottabilité. Ces deux forces sont de signe constant, positif pour  $\vec{F}_{G\theta}$  pondérée par  $\cos \theta$  et représentative de la montée de la bulle dans l'écoulement, et négatif pour  $\vec{F}_D$ , l'écoulement descendant  $U_0$  agissant comme un « frein » visqueux à cette ascension. Nous comparons

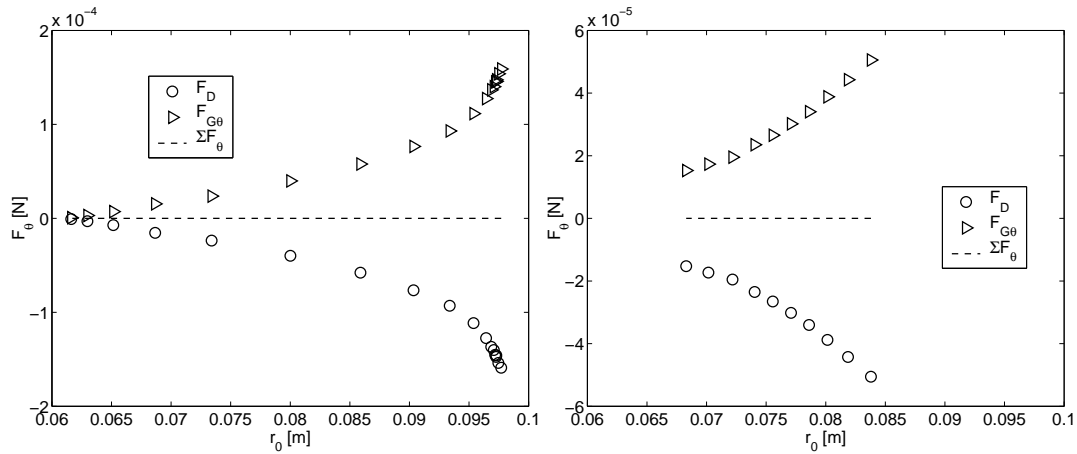


FIG. 8.35 – Forces mesurées dans la direction orthoradiale en fonction de la position radiale des bulles pour les deux séries du cas  $Re_2 = 17.5$

ici des effets classiquement considérés comme surfaciques pour la traînée,  $F_D \propto R^2$ , et volumiques pour la flottabilité,  $F_G \propto R^3$ . Par conséquent, l'augmentation de ces forces avec  $r_0$ , donc  $R$  (cf section 8.2) est logique. Plus la bulle est de diamètre important et plus la force de flottabilité qui agit sur elle est importante, par conséquent, la force de traînée augmentant moins vite ces forces ne peuvent s'équilibrer qu'en présence d'une vitesse de liquide plus importante en valeur absolue, soit un rayon  $r_0$  supérieur. Il y a ainsi un facteur supérieur à 200 entre les forces agissant sur les bulles les plus petites et les plus grosses,  $7.3 \cdot 10^{-7} < F_{G\theta} < 1.6 \cdot 10^{-4} N$ . Ce facteur correspond au cube du rapport des rayons des plus petites et plus grandes bulles.

Cependant, nous avons vu dans les sections précédentes qu'à proximité du cylindre extérieur, les plus grosses bulles avaient tendance à fortement s'éloigner de l'horizontale et que dans cette même zone le coefficient de traînée mesuré était supérieur à sa valeur théorique. Par conséquent, un effet de la présence de la paroi sur la dynamique des bulles dans la direction orthoradiale n'est pas à exclure et sera étudié plus loin.

Sur la figure 8.36 sont représentées les évolutions des forces mesurées selon  $r$  en fonction de la position d'équilibre radiale des bulles  $r_0$  pour les deux séries de mesure dans le cas  $Re_2 = 17.5$ . D'après l'équation (2.1a), la somme des forces mesurées est toujours nulle.

La première constatation que l'on peut faire est que les trois forces radiales étudiées augmentent en valeur absolue à proximité de la paroi extérieure. Plus précisément, entre la bulle la plus à l'intérieur et celle la plus à l'extérieur, il y a un facteur de l'ordre de 100 sur les forces,  $-2.7 \cdot 10^{-7} < F_{Gr} < 2.1 \cdot 10^{-5} N$ ,  $-2.1 \cdot 10^{-5} < F_L < 3.2 \cdot 10^{-7} N$  et  $-5 \cdot 10^{-7} < F_I < -1 \cdot 10^{-11} N$ . L'augmentation du diamètre des bulles étudiées ne suffit pas à expliquer ce facteur. De plus, on remarque que la force d'inertie est d'un ordre de grandeur inférieur aux deux autres forces, elle peut donc être considérée comme une

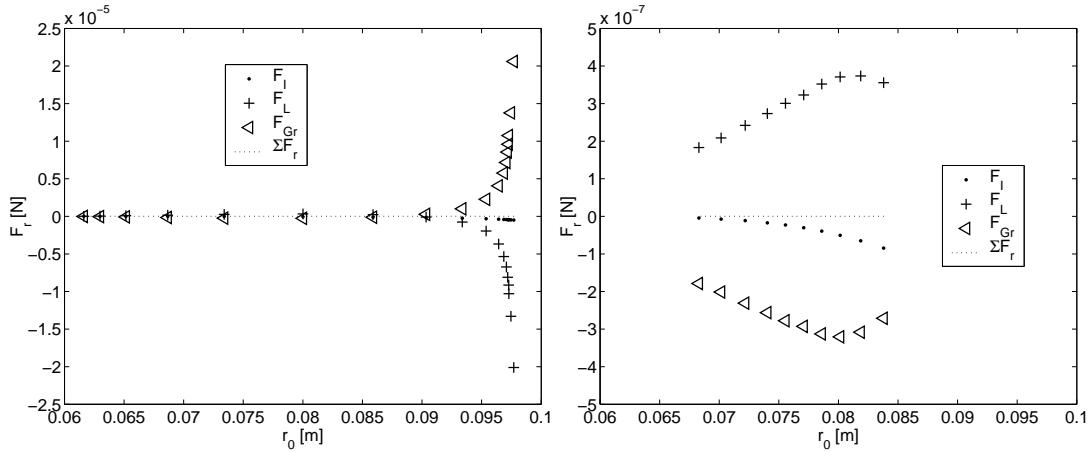


FIG. 8.36 – Forces mesurées dans la direction radiale en fonction de la position radiale des bulles pour les deux séries du cas  $Re_2 = 17.5$

« correction » à ces deux forces majeures.

Enfin, notons le changement de signe des forces de portance et de flottabilité dans l'entrefer. La force d'inertie est quant à elle strictement négative elle tend à attirer les bulles vers le cylindre intérieur et sa valeur absolue augmente avec  $r_0$ . Les effets de la gravité étant dans cette direction radiale pondérés par un facteur  $\sin \theta_0$ , et le signe de  $\theta_0$  passant de négatif à positif quand  $r_0$  augmente (cf section 8.2), cette évolution est logique pour  $F_{Gr}$ . Si l'on considère que cette force s'oppose à la force de portance  $F_L$ , la question est donc de savoir quelle est la raison de l'augmentation de  $\theta_0$  avec  $r_0$ . Si l'on décompose la force de portance, on constate que dans le type d'écoulement étudié, plus  $r_0$  augmente, et plus la vitesse  $U_0$  est grande en valeur absolue mais reste de signe négatif. Les autres facteurs ( $A, \rho, R$ ) étant de signes constants, la seule explication du changement de signe des forces vient donc du changement de signe constaté sur  $C_L$  plus haut (section 8.3.3). Or, ce changement de signe étant opposé à la théorie, on peut en déduire qu'à proximité du cylindre extérieur, et en raison des effets de paroi, le bilan présenté dans l'équation (1.31a) doit être revu et corrigé.

Finalement, nous avons présenté sur la figure 8.37 l'évolution des forces radiales mesurées en fonction de la position d'équilibre radiale des bulles  $r_0$  pour une série de mesure des cas  $Re_2 = 10$  et  $Re_2 = 20$ .

Aux ordres de grandeur des forces près, dépendant de  $Re_2$ , de la position et de la dimension des bulles, ces deux évolutions sont semblables au cas  $Re_2 = 17.5$ . On retrouve le changement de signe des forces de flottabilité et de portance à proximité de la paroi du cylindre extérieur ainsi que la prépondérance de ces forces par rapport aux effets inertiels du gradient de vitesse  $U \nabla U$ . Nous pouvons donc généraliser les résultats du cas précédent.

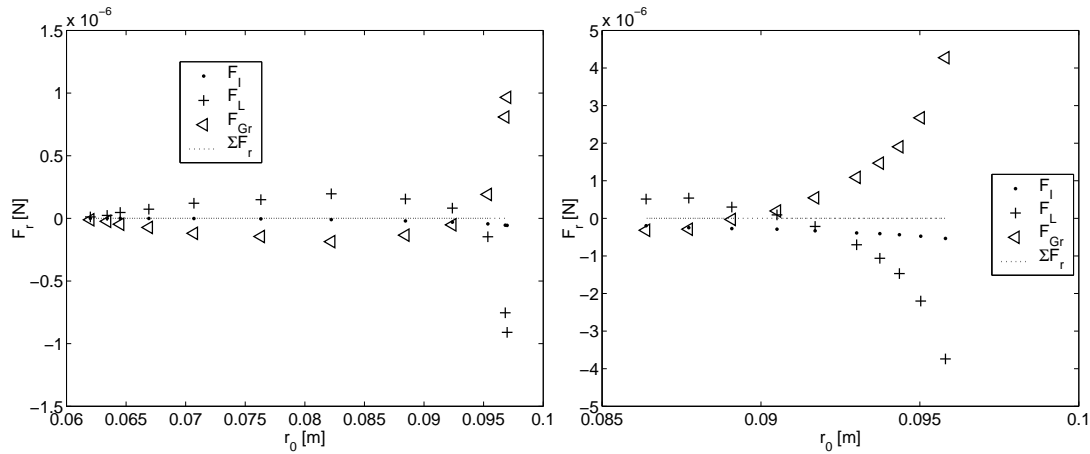


FIG. 8.37 – Forces mesurées dans la direction radiale en fonction de la position radiale des bulles pour une série des cas  $Re_2 = 10$  et  $Re_2 = 20$

En conclusion, on peut donc constater que les évolutions et les valeurs des forces radiales et orthoradiales sont conformes aux bilans dynamiques théoriques des équations (2.1a) et (2.1b). Cependant, les valeurs des coefficients dynamiques ( $C_D, C_L$ ) mesurés étant différentes des valeurs théoriques connues, nous allons à présent nous concentrer sur un bilan plus complet de la dynamique d'une bulle en proche paroi.

## 8.4.2 Distance adimensionnelle à la paroi $\kappa^{-1}$

### Définition de $\kappa$

Il est possible d'introduire les distances adimensionnelles  $\kappa_1^{-1}$  et  $\kappa_2^{-1}$ ,  $\kappa_1 = \frac{R}{l_1}$  et  $\kappa_2 = \frac{R}{l_2}$  où  $R$  est le rayon des bulles étudiées et  $l_1 = r_0 - r_1$  et  $l_2 = r_2 - r_0$ , les distances aux parois intérieure et extérieure respectivement. Nous avons tracé sur la figure 8.38 l'évolution de  $\kappa = \max(\kappa_1, \kappa_2)$  en fonction de la position radiale du centre des bulles étudiées  $r_0$  pour le cas des deux séries étudiées avec  $Re_2 = 17.5$ . Le centre de l'entrefer symbolisé par  $r = 0.08$  m est logiquement un minimum de ces courbes. A proximité des parois, cette distance adimensionnelle décroît. Cependant, sa décroissance est plus importante du côté du cylindre extérieur où les bulles étudiées sont plus grosses et où elles sont le plus proches d'une paroi. Ainsi près du cylindre intérieur, on a toujours  $\kappa_1 < 0.2$ , alors qu'à proximité du cylindre extérieur on peut obtenir  $\kappa_2 \geq 0.7$ . On constate par ailleurs que pour la seconde série, on a toujours  $\kappa \leq 0.1$ , à savoir qu'à proximité du centre de l'entrefer les bulles peuvent être considérées comme « loin » des parois (Magnaudet *et al.*, 2003).

Ce comportement étant général sur l'ensemble des bulles étudiées, nous allons nous focaliser sur les effets de paroi à proximité du cylindre extérieur, et à partir de maintenant nous noterons la distance adimensionnelle à la paroi  $\kappa^{-1}$ ,  $\kappa = \frac{R}{l}$ , et  $l = r_2 - r_0$  la distance



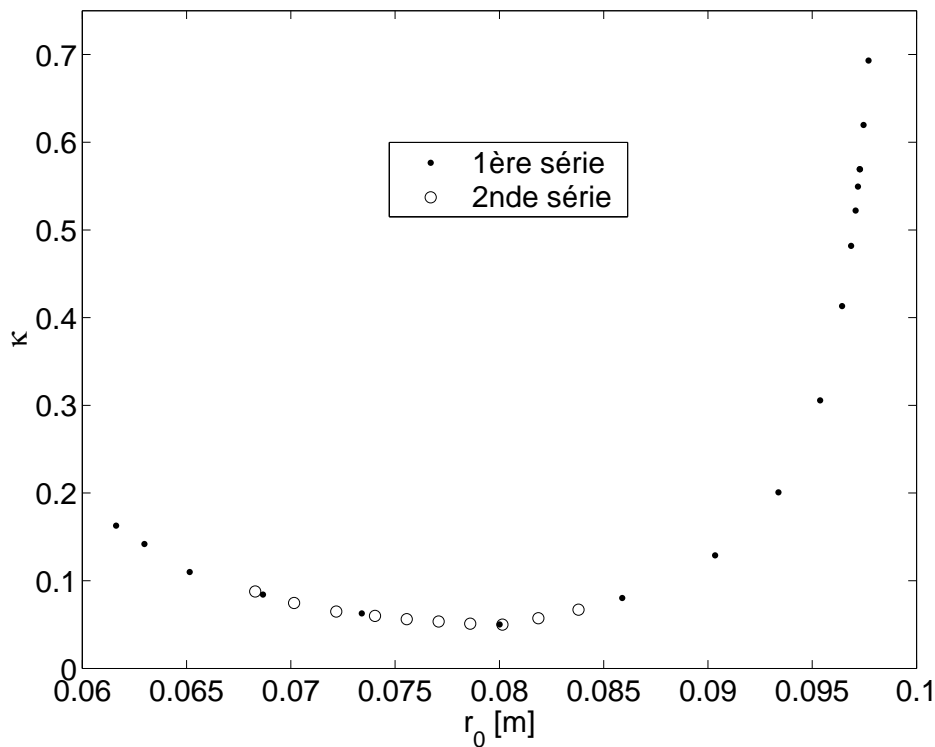


FIG. 8.38 – Évolution de  $\kappa = \frac{R}{L}$  en fonction de la position radiale des bulles  $r_0$  pour  $Re_2 = 17.5$

du centre de la bulle à la paroi du cylindre extérieur.

### Influence de la paroi sur le coefficient de traînée, $C_D(\kappa)$

Intéressons nous à présent aux variations des coefficients dynamiques en fonction de ce paramètre  $\kappa$ . Pour commencer, nous avons tracé sur la figure 8.39 l'évolution en fonction de  $\kappa$  des différences relatives  $\frac{\Delta C_D}{C_D}$  entre les coefficients de traînée  $C_D$  mesurés et les coefficients théoriques en milieu infini de Mei *et al.* (1994) pour des bulles en proche paroi ( $\kappa > 0.1$ ), et ce, pour quatre séries de mesures. On peut constater sur cette figure que quelque soit la valeur de  $Re_2$ , plus la distance adimensionnelle à la paroi diminue et plus la différence entre les valeurs du coefficient de traînée mesuré et théorique augmente. Ainsi, cette différence passe de 5% pour  $\kappa \approx 0.1$  à plus de 35% pour  $\kappa \approx 0.7$ . Notons ici que comme nous l'avons constaté précédemment, la différence est toujours positive, à savoir que les valeurs mesurées sont dans ces conditions supérieures aux valeurs théoriques. On pourra aussi constater sur cette figure la répétitivité de l'évolution de l'erreur commise pour les deux séries  $Re_2 = 10$ , mais aussi l'augmentation de cette erreur avec la diminution de  $Re_2$ .

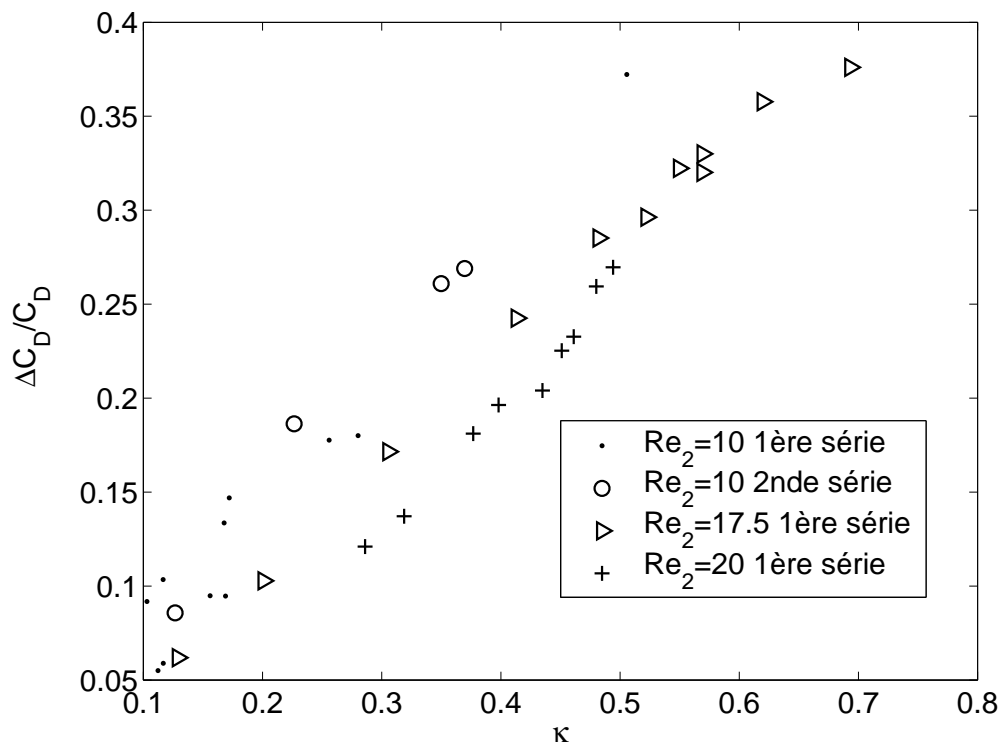


FIG. 8.39 – Différences relative entre les coefficients de traînée  $C_D$  mesurés et les coefficients théoriques en milieu infini de Mei *et al.* (1994) en fonction de  $\kappa$  pour des bulles en proche paroi ( $\kappa > 0.1$ )

### Influence de la paroi sur le coefficient de portance, $C_L(\kappa)$

Nous avons déjà constaté dans la section 8.3.3 que pour chaque série de mesure, les bulles les plus grosses, donc les plus proches du cylindre extérieur présentaient des coefficients de portance  $C_L$  mesurés inférieurs aux coefficients théoriques de Legendre & Magnaudet, ces coefficients étant mêmes souvent négatifs.

Nous avons représenté sur la figure 8.40, les coefficients de portance mesurés pour les deux séries du cas  $Re_2 = 20$ . En comparant ces résultats à ceux de la figure 8.12, on constate que pour les plus grosses bulles, le rayon d'équilibre  $r_0$  varie peu, entraînant une faible variation du nombre de Reynolds  $Re$ , que l'on peut constater sur la figure 8.40. Cependant, le diamètre des bulles  $d_B$  variant et l'angle d'équilibre  $\theta_0$  avec lui, nous constatons une forte diminution de  $C_L$  pour des nombres de Reynolds de bulle  $Re$  quasi constants. Nous pouvons donc en déduire que ce paramètre n'est dans ce cas plus adapté pour caractériser l'évolution du coefficient de portance.

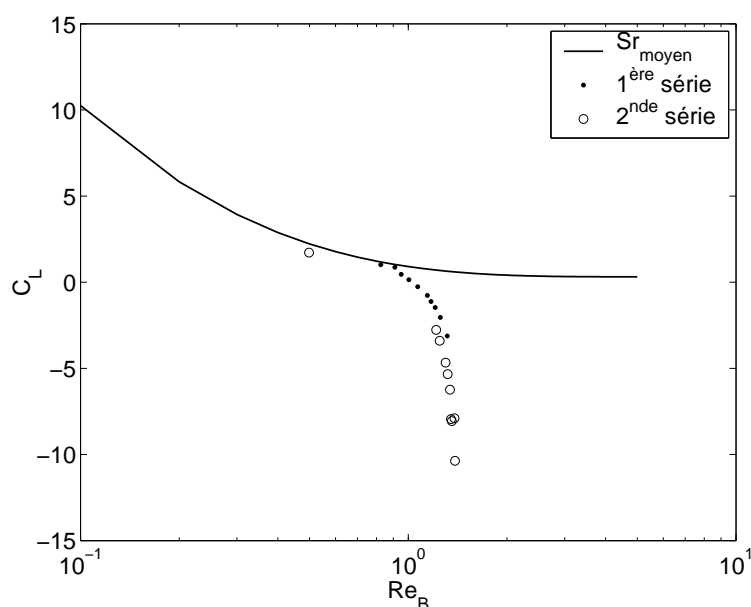


FIG. 8.40 – Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas  $Re_2 = 20$

A partir de cette déduction, nous avons tracé sur la figure 8.41 les erreurs absolues  $\frac{\Delta C_L}{C_L}$  mesurées sur les coefficients de traînée  $C_L$  par rapport aux coefficients théoriques de Legendre & Magnaudet (1998) en fonction de  $\kappa$  pour des bulles en proche paroi ( $\kappa > 0.1$ ), et ce, pour quatre séries de mesures. On peut constater sur cette figure que quelque soit la valeur de  $Re_2$ , plus la distance adimensionnelle à la paroi diminue et plus la différence entre les valeurs du coefficient de traînée mesuré et théorique augmente. On ne peut plus ici parler de pourcentage d'erreur étant donné que dans tous les cas, les coefficients de portance mesurés changent de signe et que les coefficients théoriques sont théoriquement faibles  $C_L \approx 0.5$ . Dans ce cas, on constate une tendance à l'augmentation de cette erreur

avec l'augmentation de  $Re_2$ .

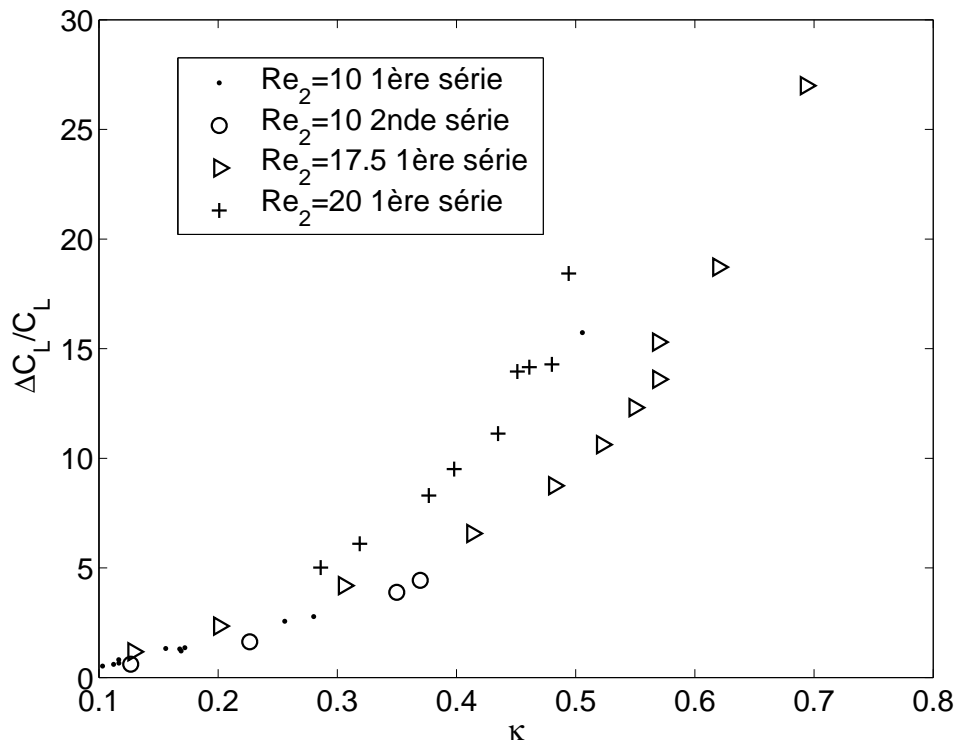


FIG. 8.41 – Différences relatives entre les coefficients de traînée  $C_L$  mesurés et les coefficients théoriques en milieu infini de Legendre & Magnaudet (1998) en fonction de  $\kappa$  pour des bulles en proche paroi ( $\kappa > 0.1$ )

A partir de ces constatations, il est indéniable que les effets de paroi modifient le comportement dynamique des bulles, et qu'il n'est donc pas possible de se contenter d'un bilan dynamique simple à proximité des parois. Dans la section 8.4.3 nous allons donc utiliser les résultats du chapitre 3 pour modifier ce bilan.

### 8.4.3 Comparaison avec le modèle analytique du chapitre 3

A partir des résultats expérimentaux de la section précédente et analytiques du chapitre 3, nous allons comparer les forces théoriques en paroi à celles mesurées.

Les résultats du chapitre 3 ont été établis pour des bulles à faible nombre de Reynolds  $Re \ll 1$  en régime faiblement inertiel. Dans notre étude, ce nombre a une valeur moyenne  $Re \approx 0.84$ . Par ailleurs les bulles à proximité de la paroi extérieure étant les plus grosses et la vitesse du fluide  $U_\theta$  y étant la plus forte, l'ordre de grandeur des nombres de Reynolds est ici  $Re \approx 1$ . Nous allons dans cette section supposer que les corrections apportées aux forces en proche paroi dans le chapitre 3 s'étendent à ce domaine d'écoulement et les comparer à nos résultats expérimentaux.

### Force de traînée orthoradiale $F_{D\theta}$ , correction de $C_D$ et force de Fàxen

A partir de ce qui a été établi dans le chapitre 3 et en l'absence de vitesses radiales de bulle  $V_r$  et de liquide  $U_r$ , le bilan orthoradial peut se résumer à :

$$\vec{F}_D + \vec{F}_F + \vec{F}_{G\theta} = \vec{0} \quad (8.15)$$

avec :

$$\vec{F}_D = F_D \quad f(\kappa)\vec{e}_\theta = \rho C_D \frac{\pi R^2}{2} |U_\theta| U_\theta \left( 1 + \frac{3}{8}\kappa + \frac{9}{64}\kappa^2 \right) + \mathcal{O}(\kappa^3) \vec{e}_\theta \quad (8.16)$$

$$\vec{F}_F = -\rho\nu \frac{\pi R^2}{2} \alpha \kappa^2 + \mathcal{O}(\kappa^3) \vec{e}_\theta \quad (8.17)$$

où  $C_D$  est le coefficient de traînée théorique de Mei *et al.* (1994), présenté dans l'équation (1.9) et  $\alpha$  le cisaillement de l'écoulement. Ainsi, la force de traînée corrigée  $F_{D\kappa}$  en proche paroi s'écrit comme la somme de la force de traînée classique multipliée par un coefficient correcteur fonction de  $\kappa$ ,  $F_D f(\kappa)$ , et de la correction de Fàxen due au cisaillement  $F_F$  (Magnaudet *et al.*, 2003),  $F_{D\kappa} = F_D f(\kappa) + F_F$ . Et, le facteur correctif  $f(\kappa)$  est supposé être le même que celui d'une bulle en écoulement de Stokes en proche paroi,  $f(\kappa) = \left( 1 + \frac{3}{8}\kappa + \frac{9}{64}\kappa^2 \right)$  (Magnaudet *et al.*, 2003).

Nous avons tracé sur la figure 8.42 l'évolution des forces de traînée théoriques calculées à partir des lois de Mei *et al.* pour une bulle et une sphère solide, de la force mesurée et de la force de traînée corrigée  $F_{D\kappa}$ , en fonction de la position radiale de la bulle mesurée pour les cas  $Re_2 = 10$ . Ces différents cas sont notés respectivement  $C_D \propto 16/Re$  et  $C_D \propto 24/Re$ ,  $C_D$  *measure* et par analogie  $C_D(\kappa)$ .

Cette figure montre que la force de traînée tend à s'éloigner de la force théorique de Mei *et al.* lorsque les bulles se rapprochent de la paroi. La force mesurée diminue et se rapproche de la force que l'écoulement exercerait sur une sphère solide de même diamètre équivalent. Ce résultat a déjà été évoqué dans les sections précédentes.

Cependant, nous pouvons constater que l'utilisation des corrections dues à la présence des parois dans cet écoulement cisailé permet de prédire de façon assez réaliste le comportement de cette force. La force  $F_{D\kappa}$  suit une évolution similaire à la force mesurée mais l'écart entre les deux tend à grandir avec  $r_0$ .

Afin de compléter notre analyse, nous avons tracé sur les figures 8.43 et 8.44 des courbes similaires pour une série des cas  $Re_2 = 20$  et  $Re_2 = 17.5$  respectivement. On retrouve le même écart à la théorie sur la force mesurée. Cet écart est bien modélisé qualitativement par la force corrigée  $F_{D\kappa}$ . Par ailleurs, avec l'augmentation de  $Re_2$ , donc de  $\alpha$ , les valeurs de cette force corrigée sont plus proches de celles mesurées. Notons ici que hormis en très proche paroi, la force de Fàxen en  $\mathcal{O}(\kappa^2)$  est négligeable devant la force de traînée corrigée  $F_D f(\kappa)$ .

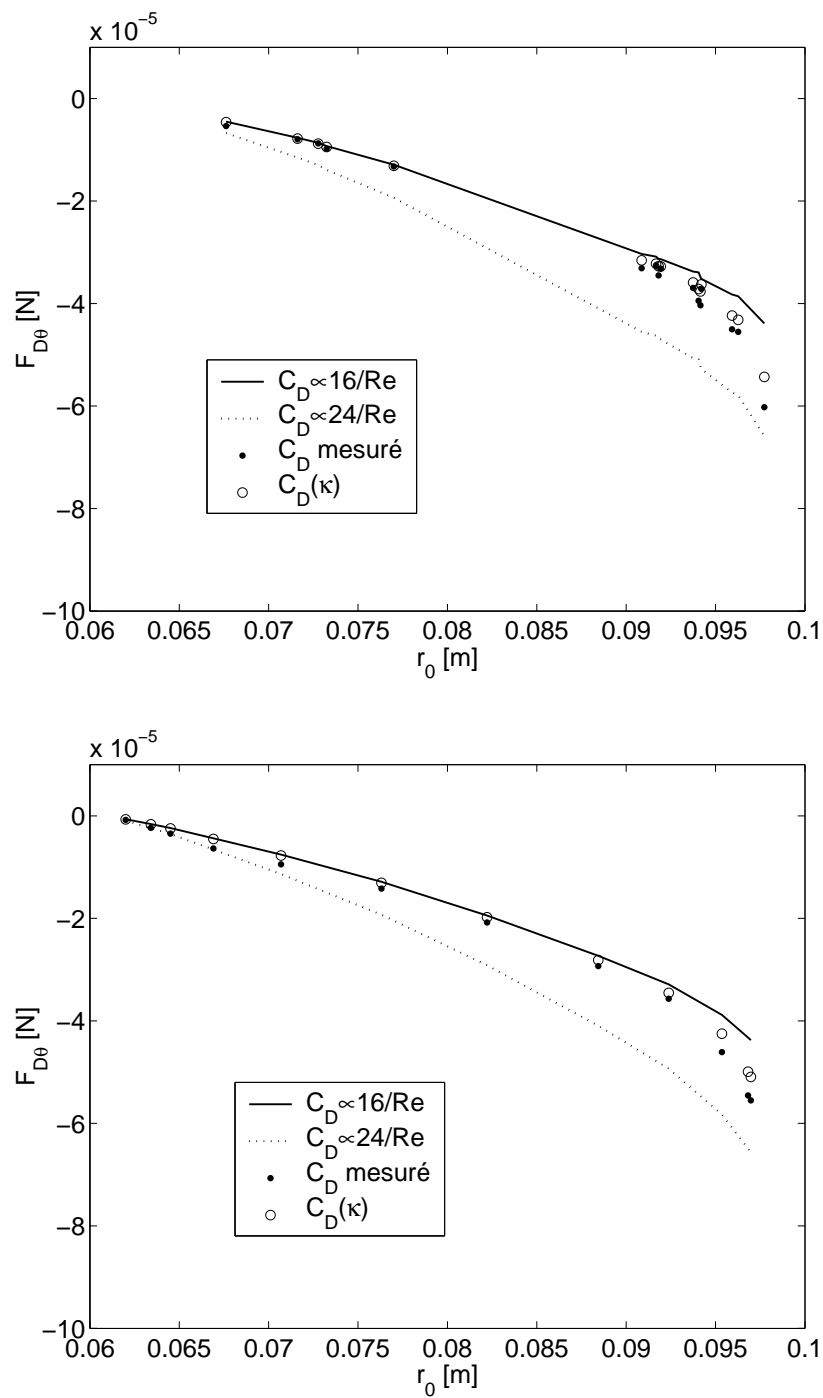


FIG. 8.42 – Forces de traînée orthoradiales théoriques, mesurées et corrigées en fonction de leur position radiale pour les bulles étudiées avec  $Re_2 = 10$

Nous avons vu dans la section précédente que l'écart à la théorie augmentait lorsque  $Re_2$  diminuait, ce qui est logique, plus l'on se rapproche du régime de Stokes et plus grande est l'importance de la paroi. On peut donc conclure de ces deux figures que l'extension proposée est qualitativement et quantitativement bien représentative de l'évolution de la force de traînée en proche paroi, mais qu'elle minimise l'écart réel à la force théorique en milieu infini, notamment pour les gradients de vitesse  $\alpha$  et les nombres de Reynolds  $Re$  les plus faibles.

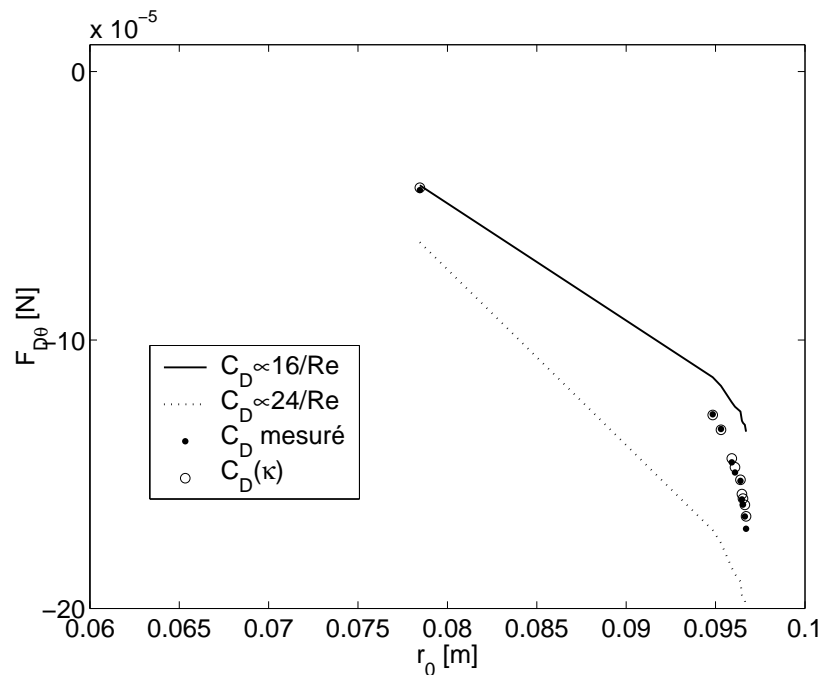


FIG. 8.43 – Forces de traînée orthoradiales théoriques, mesurées et corrigées en fonction de leur position radiale pour les bulles étudiées avec  $Re_2 = 20$

Enfin, nous avons tracé par analogie le coefficient de traînée  $C_D$  calculé équivalent en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  avec le coefficient mesuré et les coefficients théoriques en milieu infini de Mei *et al.*. Les résultats de la figure 8.45 montrent que les coefficients calculés à partir du modèle présenté plus haut sont très proches des valeurs mesurées. Notamment en proche paroi, l'augmentation de ce coefficient est parfaitement prise en compte alors qu'en milieu infini, le modèle tend bien vers les valeurs théoriques connues. Les points mesurés quant à eux dévient de ces valeurs, mais on peut y voir à la fois l'influence de la seconde paroi et les effets des incertitudes de mesure.

### Force de portance radiale $F_{Lr}$ et correction de $C_L$

A partir des expressions des forces établies au chapitre 3, et en l'absence de vitesses radiales de bulle  $V_r$  et de liquide  $U_r$ , le bilan radial peut se résumer à :

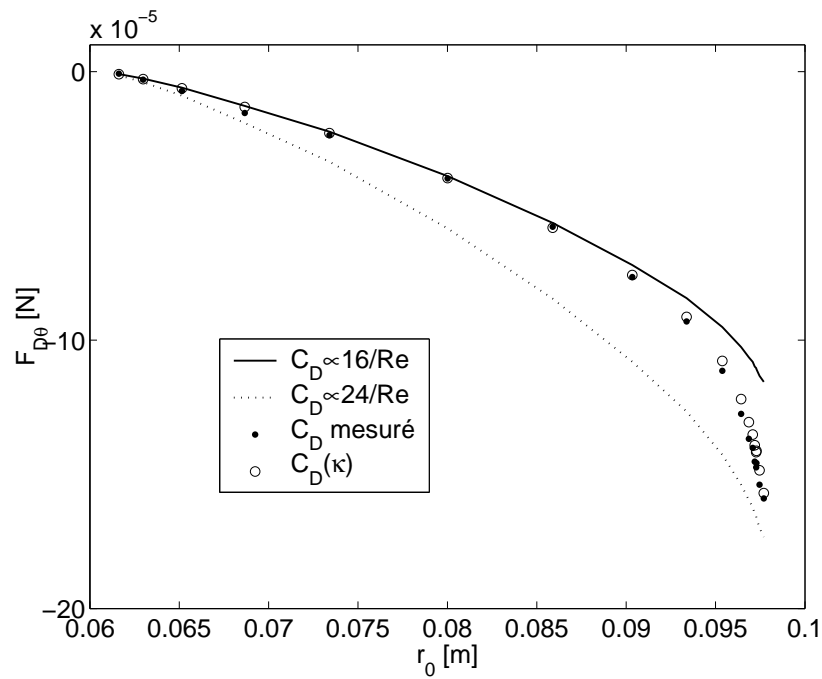


FIG. 8.44 – Forces de traînée orthoradiales théoriques, mesurées et corrigées en fonction de leur position radiale pour les bulles étudiées avec  $Re_2 = 17.5$

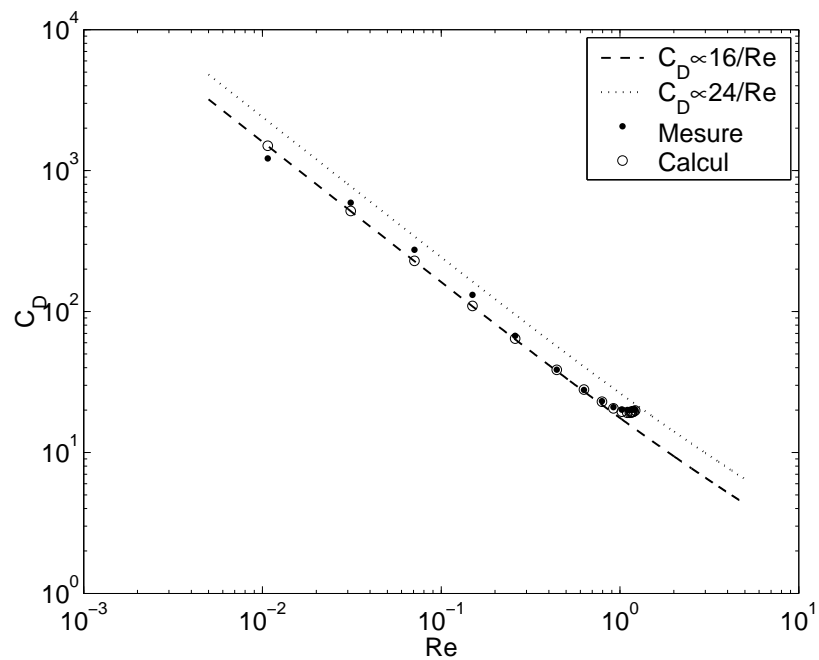


FIG. 8.45 – Comparaison des coefficients de traînée  $C_D$  théoriques de Mei *et al.*, mesurés et calculés en proche paroi pour le cas  $Re_2 = 17.5$



$$\vec{F}_I + \vec{F}_L + \vec{F}_{Gr} = \vec{0} \quad (8.18)$$

où la force de portance  $F_L$  se décompose en la somme de trois forces de portance d'origine différentes :

$$\vec{F}_L = \vec{F}_{LS} + \vec{F}_{LG} + \vec{F}_{L\delta} \quad (8.19)$$

où  $F_{LS}$  est la force de portance due au glissement, toujours opposée à la paroi :

$$\vec{F}_{LS} = -\rho \frac{\pi}{4} R^2 U_0^2 (1 + 0.125\kappa) + \mathcal{O}(\kappa^2) \vec{e}_r \quad (8.20)$$

$F_{LG}$  est la force de portance due au cisaillement et à son interaction avec la vitesse de glissement  $U_0$  et la paroi :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{LG} = & -\frac{4}{\pi} R^2 \rho \sqrt{\alpha\nu} U_0 J_r(l^*, \infty) + \rho R^3 \frac{\pi}{4} \alpha \frac{11}{6} (1.125 + 1.023\kappa) U_0 \\ & - \frac{\pi}{4} \rho R^4 \frac{11}{18} \alpha^2 (1 + 0.375\kappa) + \mathcal{O}(\kappa^2) \vec{e}_r \end{aligned} \quad (8.21)$$

Enfin,  $F_{L\delta}$  est la force de portance due à la déformation de la bulle à proximité de la paroi :

$$\vec{F}_{L\delta} = -\frac{\mu^2 R^2 4\pi}{\sigma} \alpha U_0 \left(1 + \frac{3}{8}\kappa\right) + \mathcal{O}(\kappa^2) \vec{e}_r$$

En l'absence de travaux théoriques à l'ordre  $\mathcal{O}(\kappa^2)$  pour l'expression de toutes les composantes inertielles, nous avons conservé les corrections d'ordre  $\mathcal{O}(\kappa)$  pour toutes ces forces. Cependant, notons ici que l'expression  $J_r(l^*, \infty) = 2.255(1 - \exp(-0.5l^*))$  est valable quelque soit la distance à la paroi et l'ordre de la correction en  $\kappa$  utilisée.

Rappelons que Magnaudet *et al.* (2003) ont établi ces forces dans le cas d'un écoulement avec un cisaillement linéaire et pour des bulles en régime faiblement inertiel et en très proche paroi, à savoir que la paroi se trouve dans la région de Stokes,  $L_S$ , perturbée par la présence de la bulle et que cette distance à la paroi est plus faible que la longueur de Saffman  $L_G$ . Par ailleurs pour que les corrections inertielles et de déformation soient du même ordre de grandeur il faut que le nombre d'Ohnesorge soit d'ordre 1,  $Oh = \mathcal{O}(1)$ , soit au final :

$$l \ll L_S \iff 1 \gg \kappa \gg Re \quad (8.22a)$$

$$l \ll L_G \iff 1 \gg \kappa^2 \gg \frac{\alpha R^2}{\nu} \quad (8.22b)$$

$$Oh = \mathcal{O}(1) \iff \frac{Re}{Ca} = \frac{2R\sigma}{\rho\nu^2} = \mathcal{O}(1) \quad (8.22c)$$

Afin de vérifier si ces conditions sont réunies dans notre cas, nous avons tracé sur la figure 8.46 les évolutions dans l'entrefer de  $\kappa$ , de  $\kappa^2$ , du cisaillement adimensionné  $\frac{\alpha R^2}{\nu}$ , de  $Re$  et de  $Oh$ . Les valeurs de ces grandeurs sont comparées entre elles et à la valeur référence qui est 1. Ainsi on constate que la première condition n'est pas respectée, en effet le nombre de Reynolds de la bulle,  $Re$ , est supérieur à  $\kappa$  pour une majorité de points et qu'il dépasse même 1 pour les bulles les plus grosses. De même, le cisaillement adimensionné  $\frac{\alpha R^2}{\nu}$  est supérieur à  $\kappa^2$  pour la plupart des bulles et ses valeurs tendent vers 1 en très proche paroi. En revanche le nombre d'Ohnesorge  $Oh$  est bien de l'ordre de 1, même s'il tend vers 5 en très proche paroi. En conclusion, les deux premières conditions évoquées par Magnaudet *et al.* (2003) ne sont pas respectées en raison de l'importance des effets inertiels dans notre cas, mais ces effets sont du même ordre de grandeur que les effets de déformation influençant la dynamique des bulles étudiées.

Nous avons pris le parti d'utiliser néanmoins les expressions des forces ci-dessus et de les comparer à la force résultante mesurée.

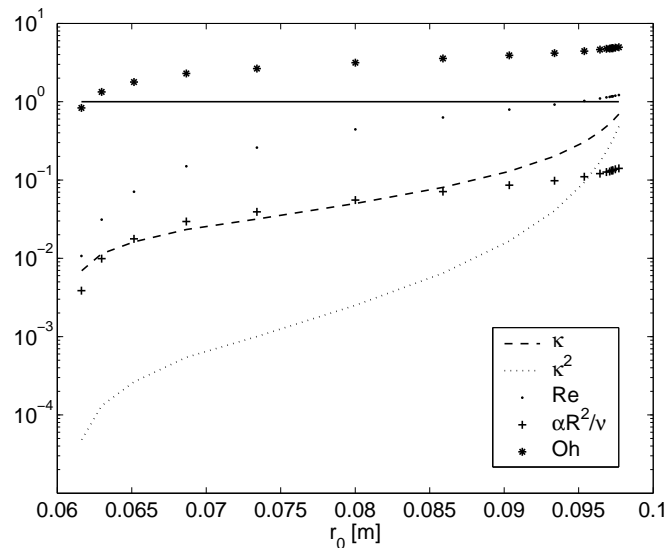


FIG. 8.46 – Évolution des paramètres permettant de vérifier les conditions des Magnaudet *et al.* dans l'entrefer pour un cas  $Re_2 = 17.5$

Sur la figure 8.47 sont tracées les forces de portance mesurées et calculées avec ces expressions théoriques en fonction des positions radiales et des longueurs adimensionnelles des bulles pour les deux séries  $Re_2 = 10$ . On constate sur cette figure que les effets de déformation grandissent avec la proximité à la paroi et qu'ils tendent à rapprocher les bulles de cette dernière. La résultante de la force de portance due au glissement est elle strictement négative et décroissante avec  $r_0$  et  $\kappa$  et a donc bien pour effet d'éloigner les bulles de la paroi. Enfin, les effets inertiels dus au cisaillement changent de signe à proximité de la paroi. En effet, le premier terme de cette force  $F_{LG}$  est positif, mais diminue avec  $J_r$  lorsque  $l$  diminue, et les deux autres termes sont strictement négatifs et augmentent à

proximité de la paroi. Ce comportement reflète bien l'influence de l'interaction du cisaillement et de la paroi sur la dynamique de la bulle qui grandit face à la force de Saffman prépondérante en milieu infini.

Au final, la comparaison de la force totale théorique et de la force mesurée permet de constater que l'approximation effectuée est plutôt bonne hormis en très proche paroi.

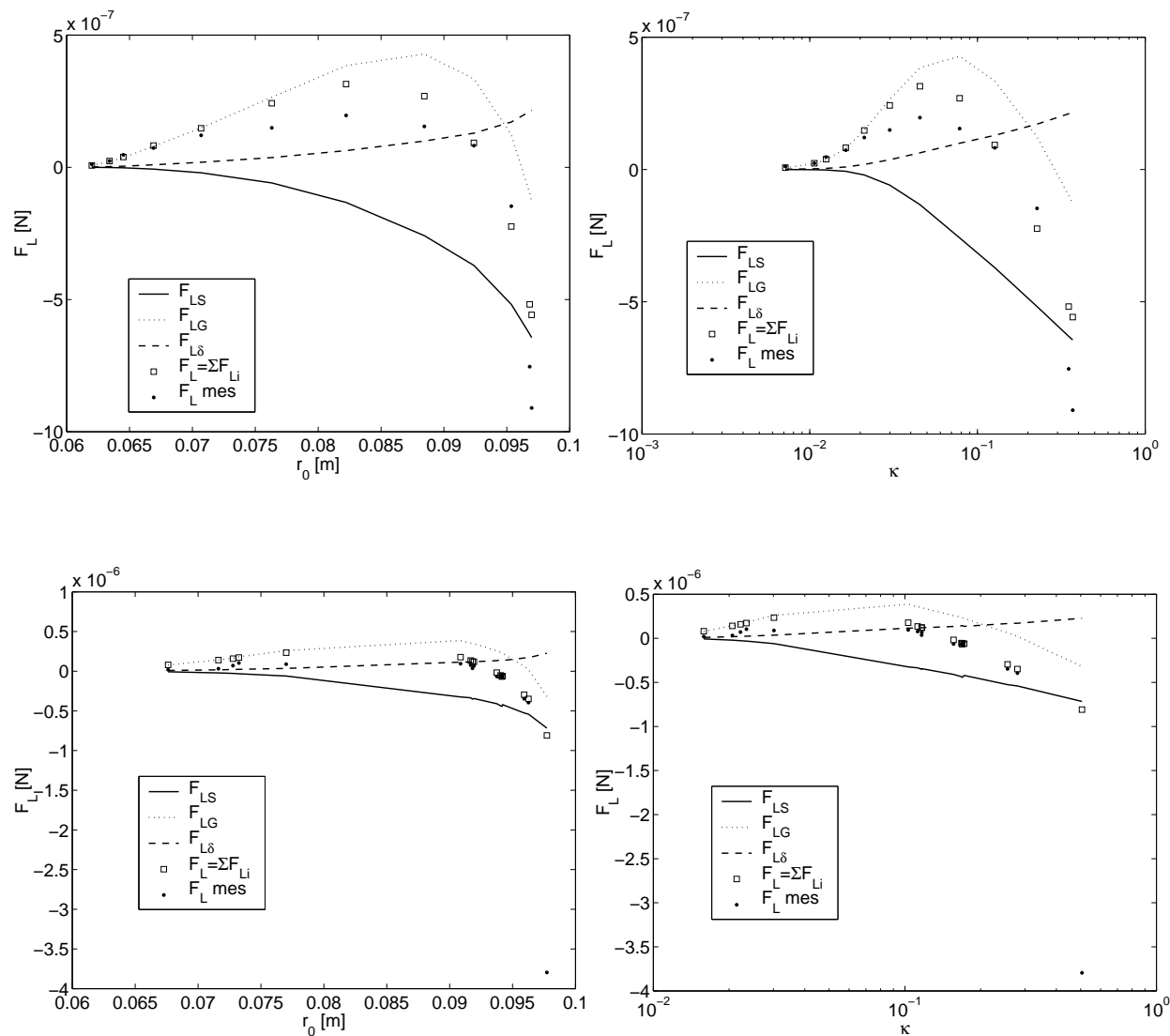


FIG. 8.47 – Forces de portance  $F_L$  mesurées et calculées en fonction de  $r_0$  et de  $\kappa$  pour les séries  $Re_2 = 10$

Afin de valider cette conclusion, nous avons tracé sur la figure 8.48, les forces de portance théoriques calculées et la force mesurée pour les deux séries  $Re_2 = 20$ . Nous retrouvons ici le même comportement des forces à proximité des parois, mais surtout, on peut à nouveau constater un bon accord entre la force théorique prédite et la force mesurée en proche paroi. La différence entre ces forces tend à augmenter lorsque les bulles sont en très proche paroi, la raison de ce écart croissant est que dans ce cas, une correction en

$\mathcal{O}(\kappa^2)$  devrait s'avérer nécessaire. En effet lorsque  $\kappa \rightarrow 1$ , et comme on peut le constater sur la figure 8.46, les termes en  $\kappa^2$  ne sont plus négligeables devant ceux en  $\kappa$ .

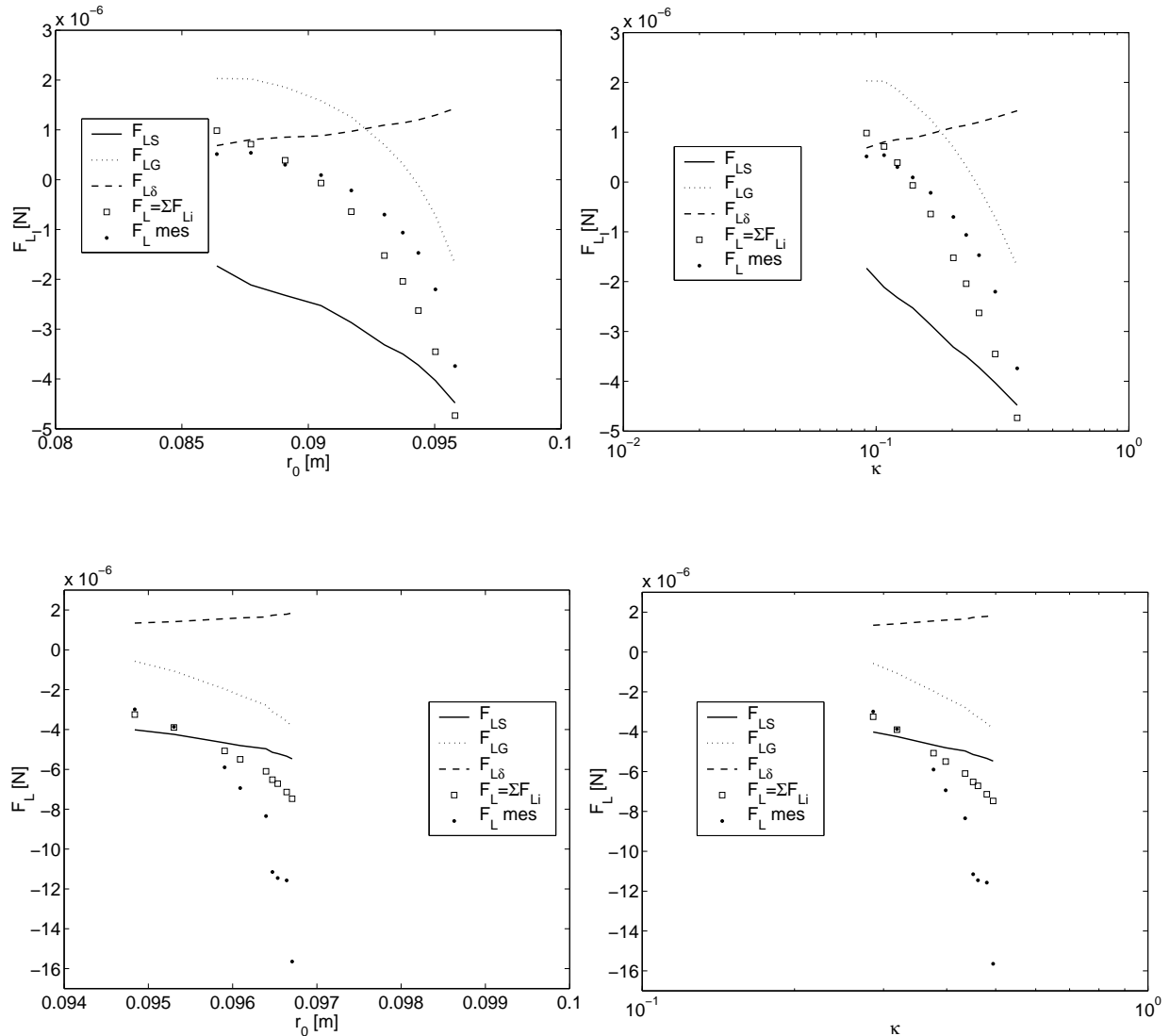


FIG. 8.48 – Forces de portance  $F_L$  mesurées et calculées en fonction de  $r_0$  et de  $\kappa$  pour les séries  $Re_2 = 20$

Enfin, nous avons tracé sur la figure 8.49 les forces de portance calculées et mesurées pour le cas  $Re_2 = 17.5$ . A nouveau, on retrouve les forces répulsives et attractives à la paroi évoquées plus haut, et à nouveau la somme des ces contributions est une bonne approximation en proche paroi, mais pas en très proche à cet ordre en  $\mathcal{O}(\kappa)$ , de la force de portance mesurée.

Pour conclure avec cette section nous avons tracé sur la figure 8.50 le coefficient de portance  $C_L$  équivalent obtenu par l'usage de ces expressions théoriques et nous l'avons comparé au coefficient mesuré pour ce dernier cas ainsi qu'au résultat théorique de Legendre & Magnaudet (1998). On constate que la décroissance de  $C_L$  avec l'augmentation

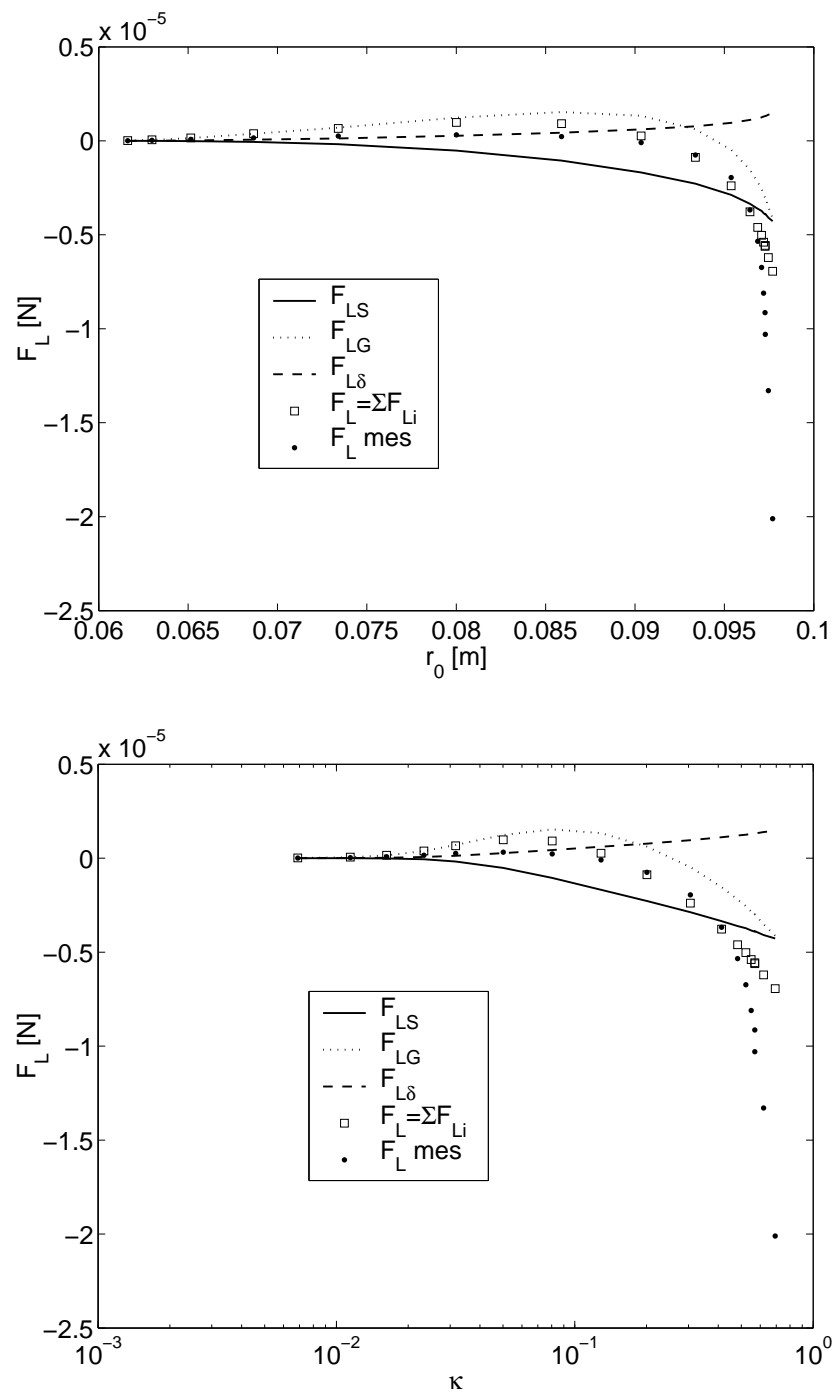


FIG. 8.49 – Forces de portance  $F_L$  mesurées et calculées en fonction de  $r_0$  et de  $\kappa$  pour la première série  $Re_2 = 17.5$

de  $Re$  est respectée et que l'on retrouve bien les coefficients négatifs mesurés. Cependant, loin des parois, le modèle ne permet pas de retrouver les coefficients théoriques, et en très proche paroi, la forte décroissance observée n'est pas non plus respectée. Rappelons ici cependant que pour les plus faibles nombres de Reynolds observés, et en raison de la position des bulles correspondantes les coefficients de portance doivent être comparés avec les coefficients théoriques calculés avec la valeur minimale de la vorticité adimensionnelle  $S_r$ .

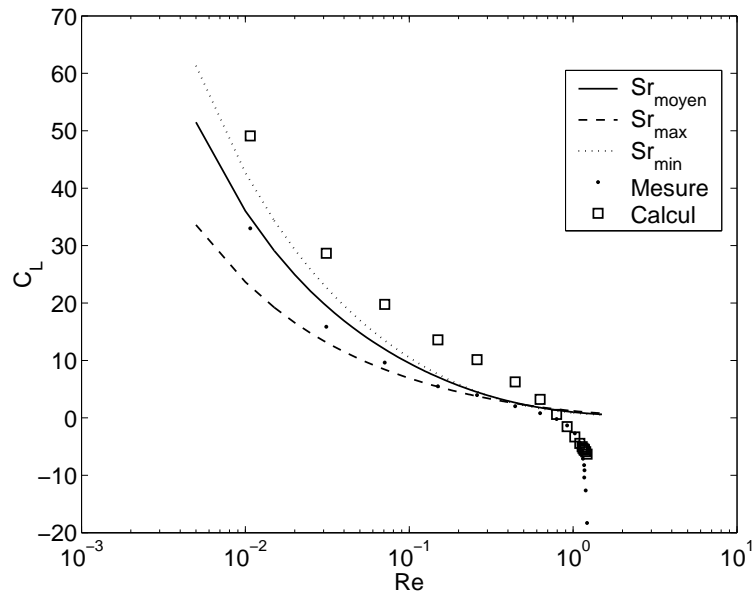


FIG. 8.50 – Comparaison des coefficients de portance  $C_L$  prédits par Legendre & Magnaudet, mesurés et calculés à partir des résultats de Magnaudet *et al.* pour le cas  $Re_2 = 17.5$

En conclusion, le modèle analytique établi au chapitre 3 permet d'expliquer qualitativement l'apparition de coefficients négatifs en proche paroi due à des forces répulsives causées par les interactions des effets des vitesses de glissement et du cisaillement avec cette paroi. Cependant, ce modèle à l'ordre  $\mathcal{O}(\kappa)$  ne permet pas en l'état de prédire la forte décroissance de  $C_L$  en très proche paroi et à nombre de Reynolds  $Re$  quasi-constant. Enfin, loin des parois, le modèle ne tend pas vers les valeurs théoriques en donnant toujours des valeurs supérieures aux valeurs théoriques.

#### 8.4.4 Loi d'évolution de $C_L$ en fonction de $\kappa$

Comme nous venons de le constater, le modèle théorique donne des résultats satisfaisants dans un domaine limité de  $\kappa$ , donc pour des bulles à des distances bien déterminées de la paroi. Cependant, à partir de l'observation de la figure 8.41, il est possible de remarquer que l'évolution, en fonction de  $\kappa$ , des différences entre les  $C_L$  mesurés et les

valeurs théoriques du modèle de Legendre & Magnaudet est relativement similaire entre les trois nombres de Reynolds  $Re_2$  étudiés. Sur la figure 8.51, nous proposons donc une loi empirique d'évolution de  $\frac{\Delta C_L}{C_L}$  en fonction de  $\kappa$  calculée à partir de l'ensemble des points mesurés ici en proche paroi,  $\kappa \geq 0.1$ . Cette loi s'écrit :

$$\frac{\Delta C_L}{C_L} = h(\kappa) \quad (8.23a)$$

$$h(\kappa) = 53\kappa^2 - \kappa \quad (8.23b)$$

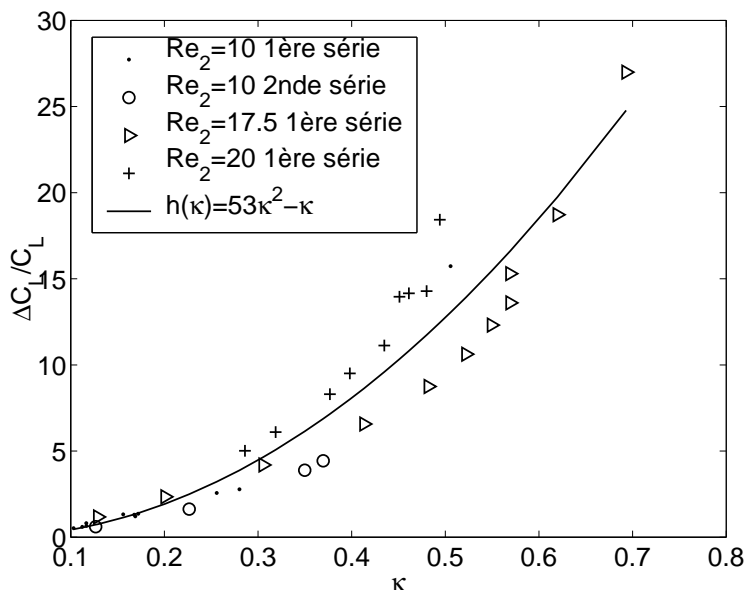


FIG. 8.51 – Loi d'évolution de l'erreur commise sur  $C_L$  en fonction de  $\kappa$

On peut constater sur la figure 8.51 que la loi proposée donne des résultats très proches des valeurs mesurés pour les trois nombres de Reynolds  $Re_2$  étudiés lorsque  $\kappa$  est petit,  $\kappa \leq 0.3$ . Ensuite, lorsque  $\kappa$  augmente et que la bulle se rapproche de la paroi, la loi est une moyenne des mesures réalisées pour  $Re_2 = 17.5$  et  $Re_2 = 20$ ,  $0.3 \leq \kappa \leq 0.55$ . Enfin, pour les plus grands  $\kappa$ , en raison de l'absence d'autres données, la loi tend vers les valeurs mesurées pour le cas  $Re_2 = 17.5$ ,  $\kappa \geq 0.55$ . Le degré deux en  $\kappa$  de cette loi a été délibérément choisi afin d'avoir un coefficient de portance calculé qui donne des valeurs toujours intéressantes même en très proche paroi, contrairement au modèle théorique où  $C_L = \mathcal{O}(\kappa)$ . Les bulles étudiées dans ce cas sont toutes soumises à des régimes inertiels similaires,  $Re \approx 1$ , dans des champs de vorticité peu différents,  $Sr \approx 0.1$ , ce qui restreint à ces domaines la véracité de cette loi. Enfin, en l'absence de terme d'ordre  $\mathcal{O}(\kappa^0)$ , la différence entre les coefficients théoriques et mesur es tend vers zéro en milieu infini,  $\frac{\Delta C_L}{C_L} = h(\kappa) \xrightarrow{\kappa \rightarrow 0} 0$ .

A partir de la connaissance de ce polynôme  $h(\kappa)$ , nous pouvons donc proposer une loi d'évolution de  $C_L$ . En effet, les différences ayant été calculées à partir de l'expression

théorique de Legendre & Magnaudet pour une bulle en milieu infini, nous pouvons écrire que dans le domaine précisé plus haut et à l'aide de l'équation (1.20), le coefficient de portance de la bulle à une distance variable de la paroi s'écrit :

$$C_L = \frac{6}{\pi^2} \frac{2.255}{(ReSr)^{\frac{1}{2}} \left(1 + 0.2 \frac{Re}{Sr}\right)^{\frac{3}{2}}} (1 - h(\kappa)) \quad (8.24)$$

Le coefficient moins devant le polynôme correctif  $h(\kappa)$  provient du fait que ce sont les valeurs absolues des différences mesurées qui sont présentées sur la figure 8.51 et les analyses précédentes ont bien montré qu'en proche paroi, les coefficients de portance mesurés étaient inférieurs aux coefficients théoriques en milieu infini.

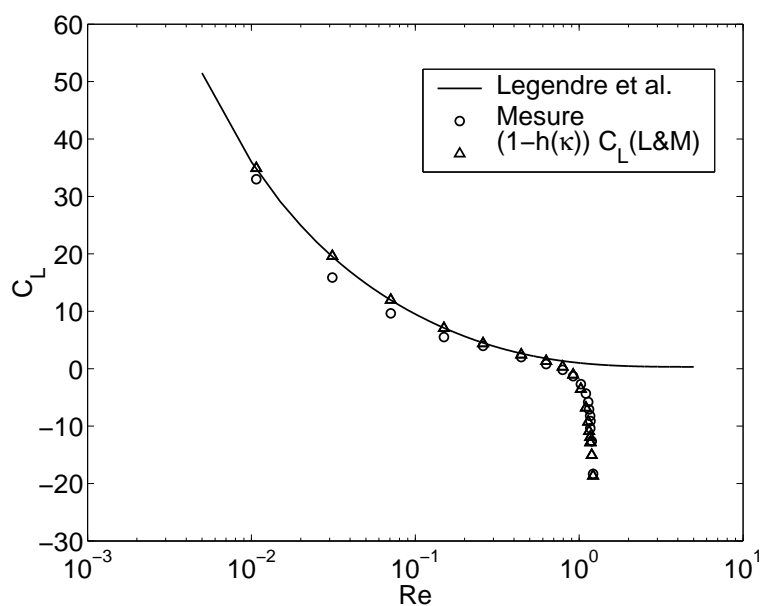


FIG. 8.52 – Comparaison des coefficients de portance  $C_L$  mesurés et calculés à l'aide de la loi proposée dans l'équation (8.24)

Sur la figure 8.52 sont tracées les valeurs du coefficient de portance  $C_L$  en fonction du nombre de Reynolds  $Re$  obtenues par nos mesures, un calcul à l'aide l'équation (1.21) de Legendre & Magnaudet et un nouveau calcul à l'aide de l'équation (8.52) pour le cas de la série  $Re_2 = 17.5$ . On peut remarquer un bon accord entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées à l'aide de la loi prenant en compte l'influence de la paroi. Par ailleurs, l'erreur de cette loi à la loi théorique à une distance quasi-infinie de la paroi,  $\kappa \leq 0.01$ , est bien nulle comme nous l'avons fait remarquer précédemment, car déterminée par la valeur du coefficient de degré zéro de  $h(\kappa)$ . Lorsque la bulle se rapproche de la paroi et que son influence n'est plus négligeable,  $\kappa \approx 0.1$ , la correction utilisée permet de prendre en compte cette influence et les valeurs calculées sont très proches des valeurs mesurées. Enfin, lorsque  $\kappa$  augmente,  $\kappa \geq 0.5$ , que la bulle est très proche de la paroi, la correction



utilisée permet de rendre compte de la forte diminution du coefficient de portance  $C_L$  à nombre de Reynolds  $Re$  constant.

En conclusion, les mesures réalisées permettent de proposer une loi empirique pour le calcul des coefficients de portance en fonction du nombre de Reynolds de bulle  $Re$ , de la vorticité adimensionnelle  $Sr$  et de de la distance adimensionnelle à la paroi  $\kappa^{-1}$ , cette loi est valid e dans la gamme  $Re \approx 1$ ,  $Sr \approx 0.1$  et  $0 \leq \kappa \leq 0.7$ .

### 8.4.5  coulements rotationnels purs

Comme nous l'avons évoqué dans les sections précédentes, les bulles  tudi es dans cette configuration d'écoulement sont toutes en proche paroi. Nous avons donc choisi d'utiliser les mêmes modèles que ceux utilisés pour des écoulements avec déformation et de les comparer aux résultats expérimentaux. Ici le cisaillement est remplacé par le gradient de vitesse.

Ainsi nous avons tracé sur la figure suivante 8.53, les coefficients dynamiques ( $C_D$ ,  $C_L$ ) calculés avec les coefficients mesurés et théoriques.

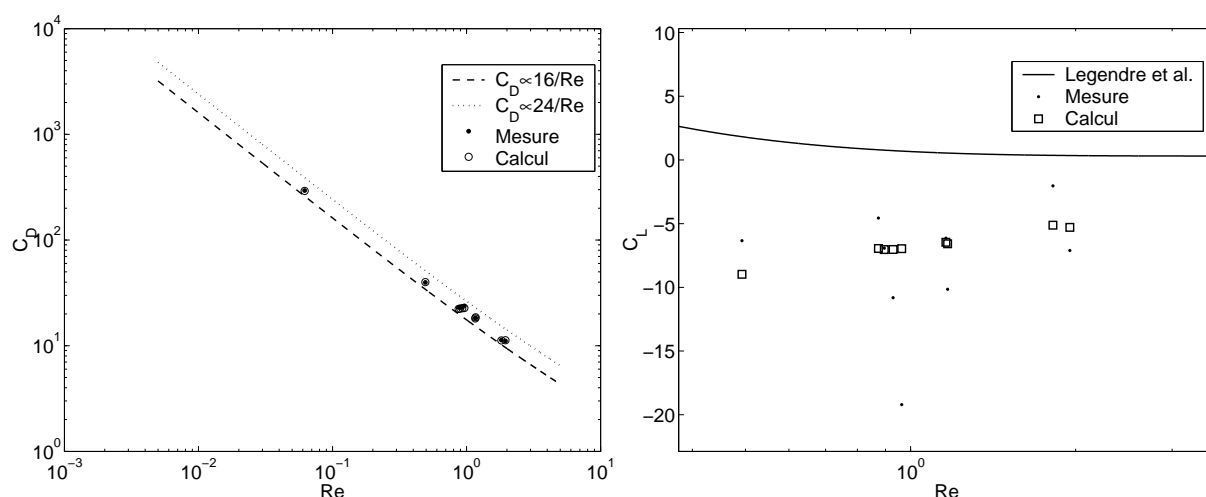


FIG. 8.53 – Comparaison des coefficients de traînée  $C_D$  et de portance  $C_L$  mesurés, théoriques et calculés grâce aux modèles en proche paroi pour les bulles en écoulement rotationnel pur.

On peut constater à nouveau le très bon accord existant entre les coefficients de traînée  $C_D$  prédits et mesurés à proximité de la paroi. Concernant les coefficients de portance  $C_L$ , une des bulles présente des valeurs aberrantes en raison d'une erreur de mesure sur l'angle d'équilibre  $\theta_0$ , nous nous sommes donc contentés de présenter les 9 autres. On constate que le modèle prédit des coefficients négatifs comme ceux observés expérimentalement. Cependant, lorsque ces coefficients deviennent trop faibles, donc que les bulles se rapprochent encore de la paroi, le modèle actuel n'est pas capable de prédire de telles

valeurs.

Enfin, nous avons présenté pour comparaison sur la figure 8.54 les coefficients de traînée mesurés par van Nierop (2003) dans le cas de son expérience en rotationnel pur. On peut remarquer que dans son cas, les valeurs mesurées à distance de la paroi du cylindre sont toujours supérieures aux valeurs théoriques de Clift *et al.* pour une sphère solide.

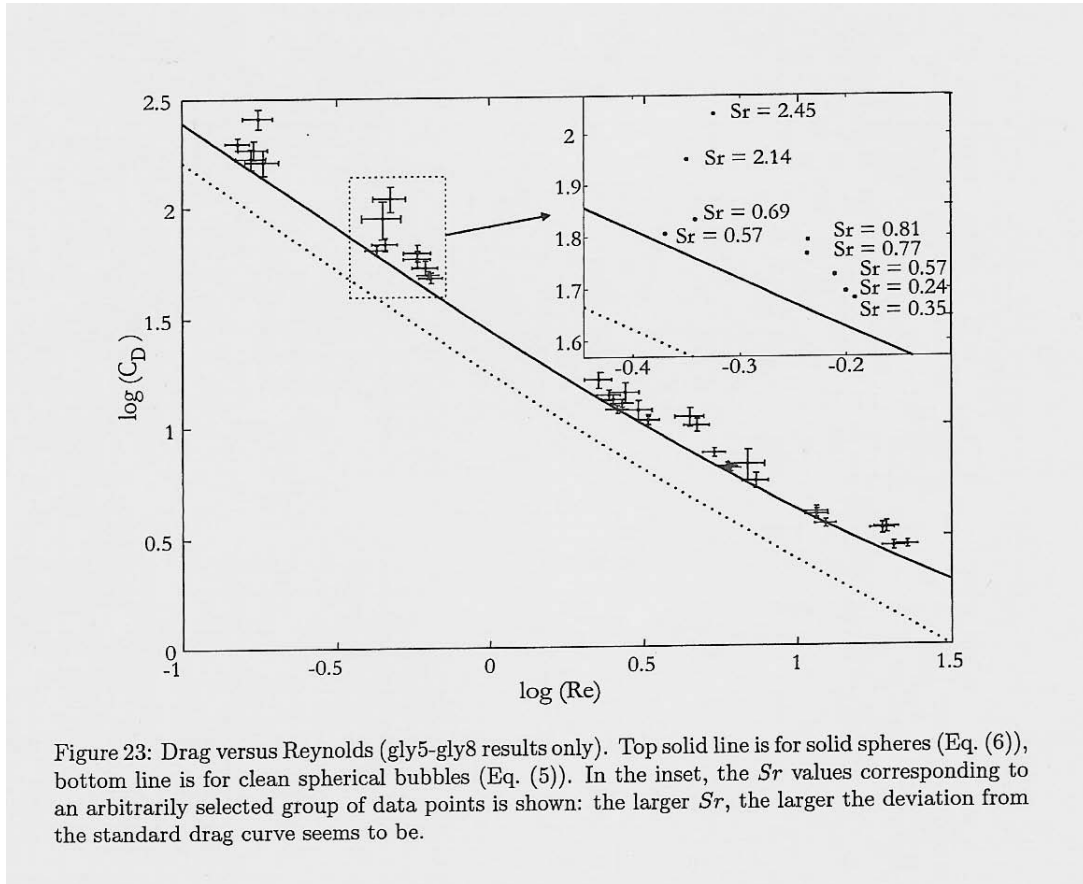


FIG. 8.54 – Coefficients de traînée  $C_D$  mesurés par van Nierop en fonction du Nombre de Reynolds  $Re$  pour un écoulement rotationnel pur, tiré de la figure 23 de van Nierop (2003)

Concernant les coefficients de portance mesurés par Naciri et van Nierop, nous présentons sur la figure 8.55 leurs résultats expérimentaux tracés en fonction de la vorticité adimensionnelle  $Sr$ . Leurs résultats obtenus pour des nombres de Reynolds  $Re$  beaucoup plus grands que les nôtres,  $20 \leq Re \leq 80$ , se rapprochent de façon satisfaisante des résultats de Sridhar & Katz (1995) qui dans ce domaine inertiel ont proposé une loi d'évolution de  $C_L$  en fonction de  $Sr$  pour des bulles dans un écoulement rotationnel pur et pour  $0.01 \leq Sr \leq 0.1$  :

$$C_L = 1.57Sr^{-0.75} \quad (8.25)$$

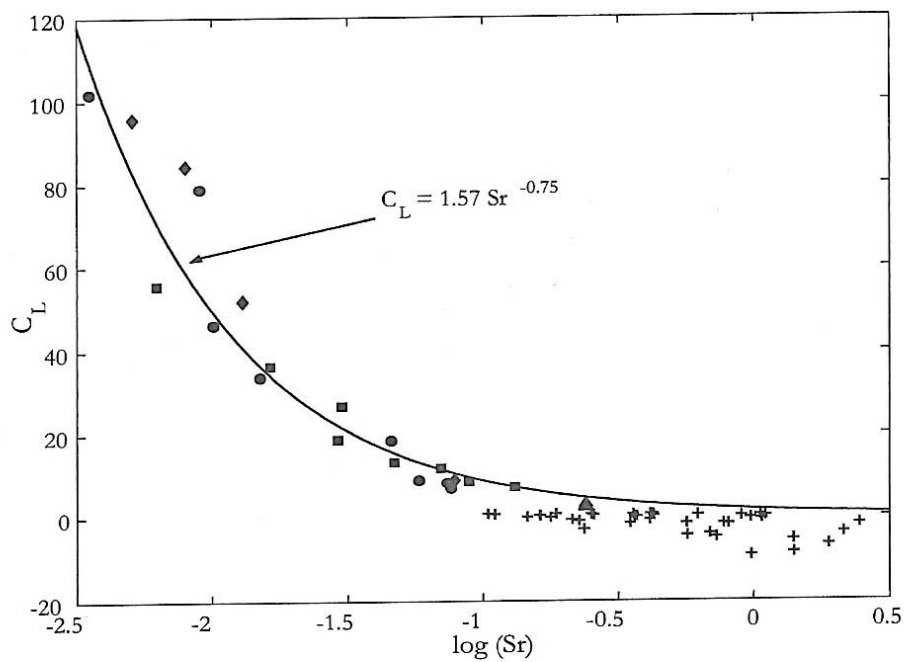


Figure 27: Lift versus Strouhal: gly5-gly8 results (+), Sridhar & Katz's data (■:  $20 < Re < 30$ , ●:  $50 < Re < 70$ , ◆:  $65 < Re < 80$ ), Naciri's data (▲, taken from Sridhar & Katz [10]). Superposed is the empirical model suggested by Sridhar & Katz.

FIG. 8.55 – Coefficients de portance  $C_L$  mesurés par van Nierop et Naciri en fonction de la vortacité adimensionnelle  $Sr$  pour un écoulement rotationnel pur. Le modèle est celui de Sridhar & Katz (1995). Tiré de la figure 27 de van Nierop (2003)

Sur la figure 8.56 sont représentés de la même façon les résultats de la présente étude. On constate que l'accord avec la théorie de Sridhar & Katz est beaucoup moins bonne. Deux raisons à cela, l'influence des parois et le domaine de validité du modèle pour le régime faiblement inertiel. Cependant, de par la présence du cylindre intérieur, il est impossible d'obtenir en écoulement rotationnel pur des positions d'équilibre et des trajectoires similaires à celles de van Nierop comme celles présentées sur la figure 2.7.

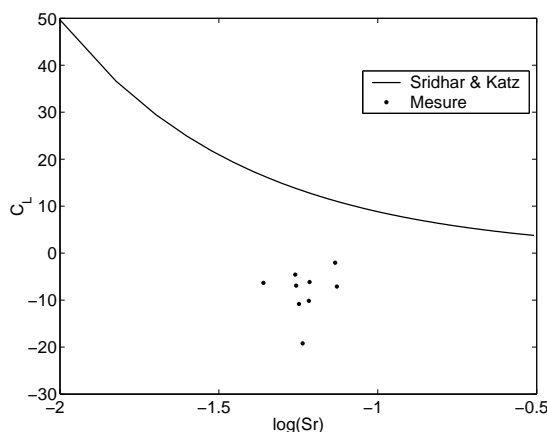


FIG. 8.56 – Coefficients de portance  $C_L$  mesurés en fonction de la vorticité adimensionnelle  $Sr$  pour un écoulement rotationnel pur.

En conclusion, les positions d'équilibre en écoulement rotationnel pur sont dans notre cas uniquement observables à proximité de la paroi du cylindre extérieur et les résultats présentés ci-dessus demandent confirmation avec un plus grand nombre de données, cependant il semble possible d'étendre les résultats positifs évoqués plus tôt aux bulles à proximité d'une paroi en écoulement rotationnel pur.

## 8.5 Conclusion

Pour conclure avec ce chapitre, nous avons présenté les positions d'équilibre observées pour des bulles dans une gamme assez large de paramètres et pour deux types d'écoulements différents. Les positions radiales et orthoradiales dépendent directement des conditions d'écoulement mais surtout des dimensions des bulles étudiées. Ainsi plus les bulles sont grosses et plus elles se retrouvent à une position radiale importante. Ces résultats ont été comparés aux prédictions analytiques du chapitre 2 et à un modèle simplifié de vitesse terminale avec un accord intéressant.

Ces positions stables ont aussi et surtout permis le calcul de coefficients dynamiques de traînée et de portance et de l'ensemble des forces en présence. Les résultats expéri-

mentaux montrent un bon accord avec les différentes théories établies pour des bulles en milieu infini. Les forces prédominantes dans ce cas de figure sont essentiellement les forces de portance et de traînée qui s'opposent aux résultantes radiales et azimutales de la force d'Archimède. Cependant, à proximité de la paroi du cylindre extérieur, un écart important à la théorie est observé, les coefficients de traînée ayant tendance à augmenter et ceux de portance à diminuer pour devenir négatifs.

L'utilisation des résultats du chapitre 3 a permis de comparer les forces et les coefficients expérimentaux au modèle établi. Ainsi, il s'avère que le rôle de la paroi est important dans les évolutions des forces en présence et les résultats des comparaisons montrent que les domaines d'application de ces modèles peuvent être élargis et qu'ils sont en accord, au moins qualitativement, avec les résultats observés expérimentalement.



# Conclusion et perspectives

La dynamique de bulles dans un écoulement de Couette visqueux a été étudiée expérimentalement.

La première partie a été consacrée à l'étude analytique du problème. Dans un premier chapitre, cet écoulement de Couette cylindrique a été présenté. Les expressions classiques des forces agissant sur les bulles ainsi que les principaux résultats théoriques connus ont ensuite été rappelés afin d'établir l'expression analytique des bilans dynamiques radiaux et orthoradiaux des bulles dans cet écoulement. Dans un second chapitre, l'existence et la stabilité de positions d'équilibre ont été étudiées analytiquement pour des bulles dans cet écoulement de Couette cylindrique. Les résultats ont montré qu'il pouvait théoriquement exister des positions d'équilibre stable pour des bulles sous l'effet d'un champ de gravité terrestre avec les conditions suivantes,  $\omega_2 < 0$  et  $\omega_1^2 - \omega_2^2 \leq 0$ . Un troisième chapitre a été consacré à l'influence de la proximité des parois des cylindres sur la dynamique des bulles et notamment sur l'expression des forces de traînée et de portance. A partir de résultats de la littérature un raccordement des comportements en proche paroi et à l'infini a notamment été proposé.

La seconde partie a été consacrée à la présentation du dispositif expérimental mis au point, aux vitesses de fluide mesurées, ainsi qu'au traitement des données expérimentales. Le quatrième chapitre s'attache à présenter le dispositif de Couette cylindrique conçu, ses spécificités, les paramètres expérimentaux utilisés ainsi que les techniques de visualisation employées pour l'acquisition des données. Les conditions expérimentales en microgravité y sont notamment expliquées. Le cinquième chapitre est destiné à caractériser l'écoulement de la phase fluide entre les cylindres et de comparer ces vitesses aux vitesses théoriques connues. Il permet aussi de fournir une cartographie des écoulements face aux instabilités de Taylor pouvant apparaître. Enfin il quantifie l'influence des perturbations induites par le système d'injection d'air sur l'écoulement du fluide. Le sixième chapitre présente les techniques, les différentes étapes et la validation du traitement des images de bulles afin d'obtenir des informations géométriques puis cinématiques sur ces inclusions.

La troisième partie est consacrée à la présentation et l'analyse des résultats expéri-

mentaux obtenus. Deux types de mesures ont été réalisées, la première pour des bulles en mouvement est présentée au chapitre 7, la seconde pour des bulles en position d'équilibre est présentée au chapitre 8. Le premier chapitre de résultats est composé de deux parties, la première traite des expériences réalisées en laboratoire, la seconde des mesures réalisées pendant les vols paraboliques.

Les trajectoires des bulles observées en laboratoire diffèrent des trajectoires théoriques tracées à partir des modèles de la littérature. Il est cependant possible dans ces conditions de mesurer des coefficients de traînée et de portance agissant sur des bulles dans une gamme de Reynolds,  $0.01 \leq Re \leq 1$ , où les effets visqueux sont dominants. A partir de la comparaison de ces résultats avec les expressions théoriques connues et établies, les coefficients de traînée mesurés se sont avérés inférieurs, surtout pour les nombres de Reynolds les plus faibles. Dans le cas des coefficients de portance, et dans la gamme de vorticité adimensionnelle test e,  $Sr \simeq 0.1$ , les résultats obtenus sont supérieurs aux expressions connues pour les plus faibles nombres de Reynolds,  $Re \leq 0.1$  et inférieurs pour les plus grands nombres,  $Re \geq 0.1$ . Dans les deux cas des modèles se basant sur les expressions classiques de Stokes et de Legendre & Magnaudet ont été proposés à partir des résultats expérimentaux. Les trajectoires théoriques trac es à l'aide de ces modèles se rapprochent fortement des trajectoires observ es.

En conditions de microgravité, la norme des forces en jeu et notamment les forces de flottabilité et de traînée requiert une grande qualité de mesure, notamment des vitesses de glissement entre les phases. L'analyse des résultats obtenus montre que les perturbations de l'écoulement dues à la présence du système d'injection de l'air, la variation des niveaux de gravité et les nombreuses bulles présentes dans l'entrefer entre les cylindres, sont les causes d'erreurs sur ces mesures de vitesses de glissement qui rendent impossible l'obtention des résultats dynamiques cohérents dans les cas où la vitesse de l'écoulement est la plus grande. En revanche, lorsque les niveaux de gravité résiduelle sont constants suffisamment importants,  $g \simeq 0.3 \text{ m.s}^{-2}$ , et dans le cas où la vitesse de rotation du cylindre intérieur est la plus faible il est possible d'obtenir des valeurs du coefficient de traînée, voire de portance. Cependant, le nombre de mesures dans ces conditions est limité et les résultats ne sont pas quantitativement plus intéressants que ceux obtenus en conditions de gravité terrestre.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation et à l'analyse des résultats obtenus sur des bulles observ es expérimentalement en position d'équilibre dans l'entrefer entre les deux cylindres. La méthode de mesure des coefficients hydrodynamiques  $C_D$  et  $C_L$  a été valid e à l'aide d'une sphère solide, puis les positions d'équilibre stable ont été pr sent es et compar es, de manière probante, aux résultats analytiques du chapitre 2. Dans ces conditions, les coefficients de traînée et de portance intervenant dans les forces du même nom agissant sur les bulles ont pu être mesurés pour une gamme de nombre de Reynolds similaire à celle des bulles en mouvement,  $0.01 \leq Re \leq 2$ . Les résultats montrent un très



bon accord avec les expressions théoriques de Mei *et al.* (1994) pour la traînée et de Legendre & Magnaudet (1998) pour la portance. L'influence de la proximité des parois sur l'évolution des forces hydrodynamiques a ensuite été prouvée puis analysée et comparée aux modèles analytiques du chapitre 3. Les comparaisons montrent un bon accord hormis en très proche paroi, lorsque la distance adimensionnelle à la paroi  $\kappa = \frac{R}{l} \geq 0.5$ .

En conclusion de cette étude, une méthode originale de mesure des forces hydrodynamiques agissant sur des bulles dans un écoulement cisailé a été proposée et utilisée pour des bulles en régime faiblement inertiel. Cette méthode basée sur l'obtention de positions d'équilibre stables des bulles étudiées peut être étendue à d'autre gamme de Reynolds, voire à d'autres types d'inclusion facilement puisqu'un modèle prédictif de l'existence et de la stabilité de ces positions a été proposé et validé. Cette méthode, contrairement à deux autres méthodes expérimentales où les bulles sont en mouvement, a permis de retrouver des expressions des coefficients de traînée et de portance théoriques et validées numériquement. Mieux, en raison de la configuration de l'écoulement, cette méthode a permis de quantifier expérimentalement l'influence des parois sur la dynamique de la bulle et de valider un modèle de raccordement à la paroi proposé par l'auteur.

Cette méthode offre donc de multiples perspectives d'études :

- Mesures de coefficients dynamiques dans des régimes différents
- Mesures de coefficients dynamiques sur des inclusions liquides ayant une vitesse de glissement non nulle à l'interface
- Mesure des forces en très proche paroi et comparaison avec les termes d'ordre  $\mathcal{O}(\kappa^2)$  analytiques
- Mesures PIV de l'écoulement autour et dans le sillage de la bulle immobile et calcul des forces résultantes
- Mesure de l'interaction entre des bulles de diamètres similaires ou différents et coalescence de bulles
- Etude des phénomènes instationnaires avec le balancement des cylindres et rupture de bulles



# Bibliographie

- ANDERECK, C. D., LIU, S. S. & SWINNEY, H. 1986 Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.* **164**, 155–183.
- AUTON, T. R. 1983 The dynamics of bubbles, drops and particles in motion liquids. PhD thesis, University of Cambridge.
- AUTON, T. R. 1987 The lift force on a spherical body in a rotational flow. *J. Fluid Mech.* **183**, 199–218.
- AUTON, T. R., HUNT, J. C. R. & PRUD'HOMME, M. 1988 The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotating flow. *J. Fluid Mech.* **197**, 241–257.
- BASSET, A. B. 1888 *A Treatise in Hydrodynamics*, , vol. 2. Deighton Bell, Cambridge.
- BLUEMINK, J., VAN NIEROP, E., LUTHER, S., DEEN, N., MAGNAUDET, J., PROSPERETTI, A. & LOHSE, D. 2005 Asymmetry-induced particle drift in a rotating flow. *Physics of Fluids* **17**.
- BOUSSINESQ, V. J. 1885 Sur la résistance qu'oppose un fluide indéfini au repos, sans pesanteur, au mouvement varié d'une sphère solide qu'il mouille sur toute sa surface, quand les vitesses restent bien continues et assez faibles pour que leurs carrés et produits soient négligeables. *C. R. Acad. Sci. Paris III* **100**, 935.
- CHAN, C. H. & LEAL, L. G. 1979 The motion of a deformable drop in a second-order fluid. *J. Fluid Mech.* **92**, 131–170.
- CHAN, C. H. & LEAL, L. G. 1980 An experimental study of drop migration in shear flow between concentric cylinders. *Int. J. Multiphase Flow* **7**, 83–99.
- CID, E. & GARDELLE, F. 2004 Manuel d'utilisation du logiciel PIVIS. *Tech. Rep.* IMFT Service Signaux Images.
- CLIFT, R., GRACE, J. R. & WEBER, M. E. 1978 *Bubbles, drops and particles*. Academic Press, New York.
- COUETTE, M. 1888 Sur un nouvel appareil pour l'étude du frottement des fluides. *Comptes Rend.* **107**, 388.

- COX, R. G. & HSU, S. K. 1977 The lateral migration of solid particles in a laminar flow near a plate. *Int. J. Multiphase Flow* **3**, 201–222.
- DJERIDI, H., GABILLET, C. & BILLARD, J. Y. 2004 Two-phase Couette-Taylor flow : Arrangement of the dispersed phase and effects on the flow structures. *Phys. Fluids* **16** (1), 128–139.
- DUHAR, G. 2003 Croissance et détachement de bulles en paroi d'un écoulement cisailé : étude expérimentale de l'injection et de l'ébullition nucléée. PhD thesis, INP Toulouse.
- DUINEVELD, P. C. 1995 The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **292**, 325.
- FÄXEN, H. 1921 Einwirkung der Gerfässwände auf den Widerstand gegen die bewegung einer kugel in einer zähen Flüssigkeit. PhD thesis, Univ. of Upsala.
- GUYON, E., HULIN, J. P. & PETIT, L. 2001 *Hydrodynamique physique, Nouvelle édition*. EDP Sciences, CNRS Editions.
- HARPER, E. Y. & CHANG, I. D. 1968 Maximum dissipation resulting from lift in a slow viscous shear flow. *J. Fluid Mech.* **33**, 209–225.
- JUANEDA, Y. & COLIN, C. 2004 Dynamique de bulles en écoulement cisailé de type Couette cylindrique en gravité normale et en microgravité. *Mec. et Ind.* **05**, 565.
- KIM, I., KAMOTANI, Y. & OSTRACH, S. 1994 Modeling bubble and drop formation in flowing liquids in microgravity. *AIChE Journal* **40** (1), 19–28.
- LAMB, H. 1932 *Hydrodynamics*. 6th Ed. Cambridge Univ. Press.
- LEGENDRE, D. 1996 *Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique*. Thèse de doctorat, Inst. Nat. Polytech. de Toulouse.
- LEGENDRE, D. & MAGNAUDET, J. 1997 A note on the lift force on a spherical bubble or drop in a low-Reynolds-number shear flow. *Phys. Fluids* **9**, 3572–3574.
- LEGENDRE, D. & MAGNAUDET, J. 1998 The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *J. Fluid Mech.* **368**, 81–126.
- LEGENDRE, D. & MAGNAUDET, J. 2000 The relation between the forces acting on a spherical drop or bubble and those acting on a solid sphere in the low-but-finite Reynolds number regime. In *ITCAM 2000*.
- MAGNAUDET, J. 2003 Small inertial effects on a spherical bubble, drop or particle moving near a wall in a time dependent flow. *J. Fluid Mech.* **485**, 115–142.

- 
- MAGNAUDET, J., RIVERO, M. & FABRE, J. 1995 Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. *J. Fluid Mech.* **284**, 97–135.
- MAGNAUDET, J., TAKAGI, S. & LEGENDRE, D. 2003 Drag, deformation and lateral migration of a buoyant drop moving near a wall. *J. Fluid Mech.* **476**, 115–157.
- MAUREL, S. 2000 Etude par imagerie laser de la génération et de la rupture d'un écoulement tourbillonnaire compressé. situation modèle pour la validation de simulation aux grandes échelles dans les moteurs. PhD thesis, INP Toulouse.
- MAXWORTHY, T., GNANN, C., KÜRTEEN, M. & DURST, F. 1996 Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids. *J. Fluid Mech.* **321**, 421–441.
- MCLAUGHLIN, J. B. 1993 The lift on a small sphere in wall-bounded linear shear flows. *J. Fluid Mech.* **246**, 249–265.
- MEI, R., KLAUSNER, J. & LAWRENCE, C. 1994 A note on the history force on a spherical bubble at finite Reynolds number. *Phys. Fluids A* **6**, 418.
- NACIRI, A. 1992 Contribution à l'étude des forces exercées par un liquide sur une bulle de gaz : portance, masse ajoutée et interactions hydrodynamiques. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- VAN NIEROP, E. A. 2003 Towards controlling bubbles. Understanding lift. Master's thesis, University of Twente.
- RAYLEIGH, L. 1916 On the dynamics of revolving fluids. *Proc. R. Soc. London A* **93**, 148–154.
- ROBERTS, G. O., KORNFELD, D. & FOWLIS, W. 1991 Particle orbits in a rotating liquid. *J. Fluid Mech.* **229**, 555–567.
- SAFFMAN, S. I. 1965 The lift force on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.* **22**, 385–400.
- SAFFMAN, S. I. 1968 Corrigendum : The lift force on a small sphere in a slow shear flow. *J. Fluid Mech.* **31**, 624.
- SRIDHAR, G. & KATZ, J. 1995 Drag and lift forces on microscopic bubbles entrained by a vortex. *Phys. Fluids* **7**, 389–399.
- TAYLOR, G. I. 1923 Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *Trans. R. Soc. Lond. A* **223**, 289.
- THORNCROFT, G. E., KLAUSNER, J. F. & MEI, R. 2001 Bubble forces and detachment models. *Multiphase Science and Technology* **13** (3 and 4), 35–76.

- TSUGE, H., TERASAKA, K., KOSHIDA, W. & MATSUE, H. 1997 Bubble formation at submerged nozzles for small gas flow rate under low gravity. *Chem. Eng. Science* **52** (20), 3415–3420.
- WERELEY, S. T. & LUEPTOW, R. M. 1999 Inertial particle motion in a Taylor Couette rotating filter. *Phys. Fluids* **11** (2), 325–333.
- YANG, S. M. & LEAL, L. G. 1991 A note on memory-integral contributions to the force on an accelerating spherical drop at low Reynolds number. *Phys. Fluids A* **3**, 1822–1824.

# Annexes





# Annexe A

## Résultats PIV

Nous allons présenter dans cette annexe quelques résultats obtenus grâce aux mesures PIV effectuées. Ces résultats permettent de présenter plus en détail les particularités de l'écoulement de Couette cylindrique  $2D$  et de vérifier que dans le domaine de stabilité de l'écoulement la vitesse orthoradiale vérifie bien l'équation (1.1b).

### A.1 Répétitivité des mesures

Avant de nous intéresser à différents cas particuliers traités dans les mesures, commençons par vérifier si les mesures sont reproductibles. Sur les 47 essais réalisés, 3 ont été effectués à deux reprises. Nous présenterons ici le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 400$  qui est aussi celui où le gradient de vitesse entre les cylindres extérieur et intérieur est le plus important. En effet, dans ce cas le cylindre intérieur est immobile alors que le cylindre extérieur tourne à une vitesse  $\omega_2 r_2 > 1 \text{ m.s}^{-1}$ . Les deux champs de vitesse résultants du traitement présenté dans le chapitre 5 sont représentés sur les figures A.1 et A.2. On observe aisément une grande similitude entre les deux figures. Avec des mêmes niveaux de contour imposés, on constate que les changements de valeur des contours se font à des rayons similaires. Le fait que ces contours ne soient pas lisses repose sur le manque d'images nécessaires, en effet pour ces cas particuliers, le nombre d'images était respectivement de 197 et 123 en raison de la panne sur la deuxième cavité du Laser.

Si on extrait à présent les résultats obtenus en isolant un rayon du cylindre de ces deux champs et qu'on les compare aux vitesses théoriques, on constate, grâce à la figure A.3, que les résultats des mesures sont en bon accord avec la théorie. En effet, hormis à proximité des parois des cylindres, les écarts entre les deux résultats restent inférieurs à 5%. De même, l'écart entre les vitesses théoriques et mesurées ne dépasse pas les 3% pour  $0.076 < r < 0.096 \text{ m}$ . L'écart à proximité de la paroi extérieure a été expliqué par les problèmes de réflexions et d'amas de particules. En revanche l'écart observé sur les plus faibles rayons peut être expliqué par l'intervalle entre chaque image  $\Delta t$  choisi pour les mesures. En effet afin de mesurer les vitesses importantes à proximité du cylindre

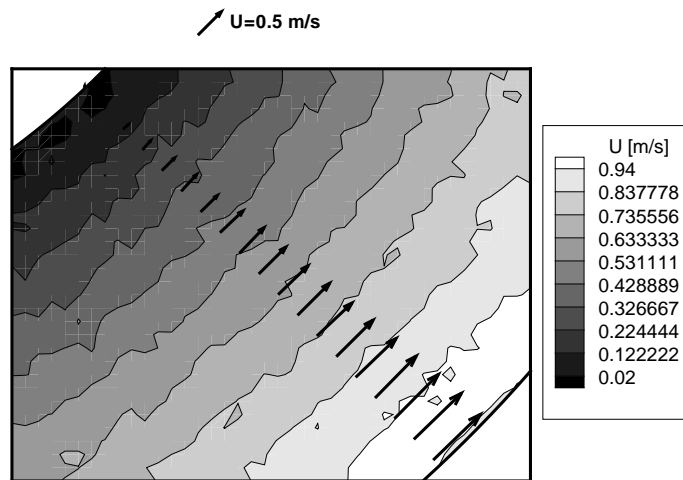


FIG. A.1 – Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 400$

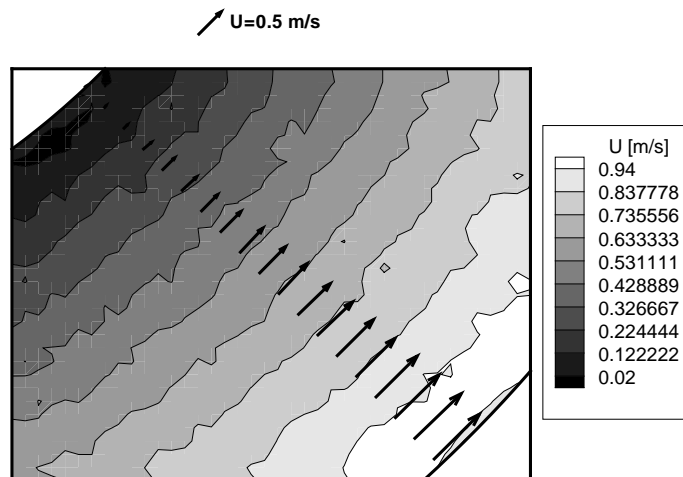


FIG. A.2 – Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 400$

extérieur, il faut diminuer cet intervalle. Or à proximité du cylindre intérieur, les vitesses tendent vers zéro. De fait, le déplacement des particules pendant cet intervalle est faible, et donc la corrélation moins bonne.

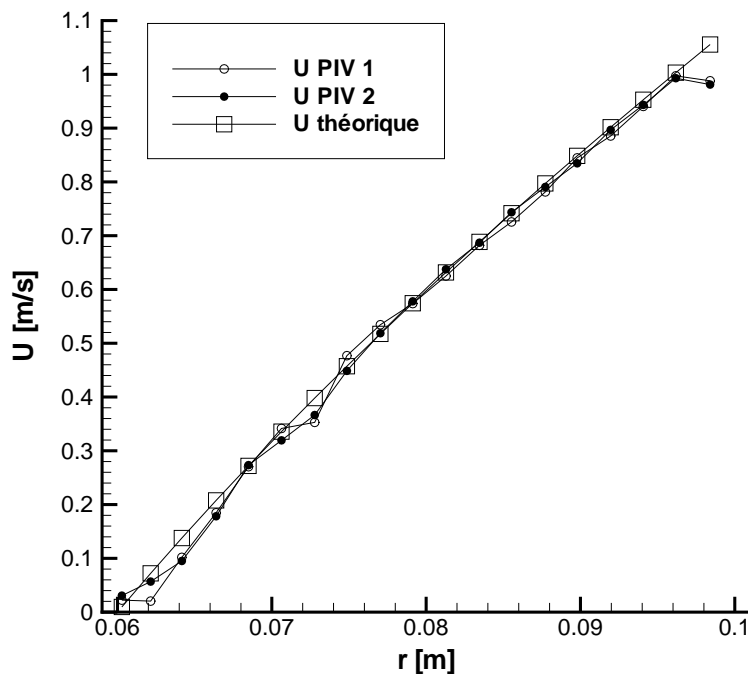


FIG. A.3 – Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas  $Re_1 = 0$  et  $Re_2 = 400$

Pour conclure avec cette section, on peut affirmer que la répétitivité des mesures peut être considérée comme bonne dans le cas présenté. Il en est de même des autres cas traités. En conclusion, la validité du choix de n'effectuer qu'une seule mesure pour la majorité des cas du tableau 5.1 est démontrée.

## A.2 Cas particulier $Re_1 = Re_2$

Nous allons présenter dans cette section l'exemple d'un cas particulier pour lequel les gradients au sien de l'entrefer sont très faibles puisque l'on impose la condition  $\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$ . C'est à dire que les cylindres extérieurs et intérieurs tournent à la même vitesse. Ce cas n'est pas celui d'une rotation solide, puisqu'ici  $B \neq 0$ .

Nous présentons ici les résultats du cas stable  $Re_1 = 150$  et  $Re_2 = 150$ . Dans ce cas l'écoulement présente un déficit de quantité de mouvement au centre de l'entrefer, comme on peut le constater sur les figures A.4 et A.5. Le cas présenté est convergé, cependant le faible écart entre les différents niveaux rend les contours moins lisses sur la figure A.4. Dans ce cas la tendance montre bien que l'on a des vitesses plus faibles au centre de

l'entrefer, et, la comparaison des champs de vitesse théoriques et mesurés amène à des erreurs absolues de l'ordre de 5% au maximum.

On comprend grâce à la figure A.5 tout l'intérêt d'utiliser la relation théorique (1.1b) lors de notre étude dynamique. En effet, le champ de vitesse théorique présente une forme beaucoup plus lisse que le champ mesuré. Cependant, de façon quantitative, les résultats sont les mêmes, il est donc très intéressant de garder l'expression théorique de la vitesse dans l'entrefer.

### A.3 Influence des gradients de vitesse

L'une des particularités de l'écoulement étudié est que les vitesses orthoradiales peuvent changer de signe dans l'entrefer lorsque les deux cylindres tournent dans des sens opposés. Dans ce cas il existe alors un rayon de vitesse nulle  $r_{U=0} = \sqrt{\frac{-B}{A}}$ . Intéressons nous donc au cas particulier  $Re_1 = -150$  et  $Re_2 = 150$  qui est à la limite de la courbe d'instabilité de la figure 5.2.

La figure A.6 représente les contours du champ de vitesse orthoradial du cas étudié. On constate que l'on a bien des vitesses de sens opposées de part et d'autre de l'entrefer. Par ailleurs une zone de vitesse nulle apparaît au centre de l'entrefer.

Sur la figure A.7, nous avons représenté le champ de vecteurs du cas étudié. On y constate que les vitesses purement orthoradiales à proximité des parois prennent une vitesse radiale négative à proximité de la zone de vitesse nulle. Le signe positif de la vorticité  $\vec{\Omega} = 2A\vec{e}_z$  explique le sens de rotation des vecteurs dans l'entrefer. Nous sommes à la limite de la stabilité de l'écoulement, c'est à dire qu'il existe une zone distante de  $d$  selon l'axe  $z$  pour laquelle au centre de l'entrefer la vitesse radiale est positive.

Intéressons nous à présent à la comparaison entre le profil de vitesse théorique et le profil mesuré présentée sur la figure A.8. On constate aisément que l'accord entre les deux profils est moins bons que dans les cas précédents. Des erreurs de plus de 50% sont observables, notamment à proximité du rayon de vitesse nulle. Ces erreurs sont explicables par la présence de l'instabilité qui transfère de la quantité de mouvement de la composante orthoradiale de la vitesse vers les deux autres composantes. Elle peut aussi s'expliquer pour les faibles vitesses par le fait que  $\frac{\Delta U}{U} \xrightarrow{U \rightarrow 0} \infty$ , et que comme dans le cas de la section précédente, du fait du choix de l'intervalle de temps  $\Delta t$  entre les deux images. L'erreur sur le rayon de vitesse nulle est elle relativement faible, de l'ordre de 3%.

Ce cas particulier nous permet de conclure qu'à proximité de la zone d'instabilité de l'écoulement, les différences entre les champs réels mesurés et la théorie croissent. Cela restreint donc bien la zone d'utilisation de l'équation théorique (1.1b) dans notre étude dynamique.

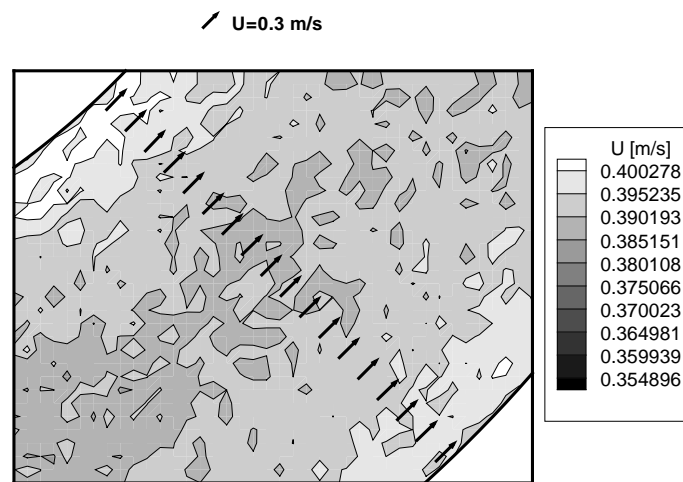


FIG. A.4 – Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas  $Re_1 = 150$  et  $Re_2 = 150$

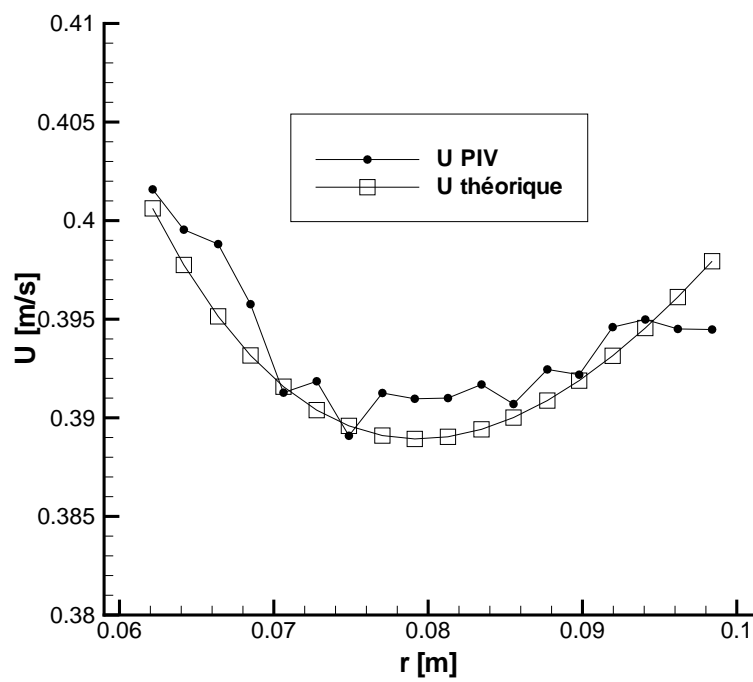


FIG. A.5 – Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas  $Re_1 = 150$  et  $Re_2 = 150$

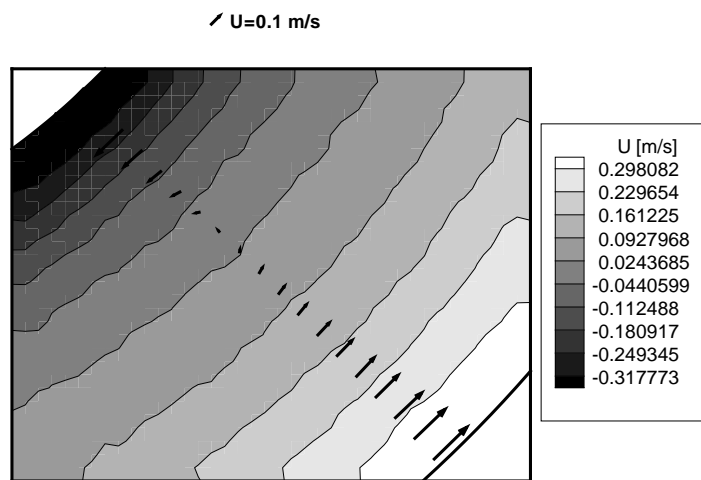


FIG. A.6 – Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas  $Re_1 = -150$  et  $Re_2 = 150$

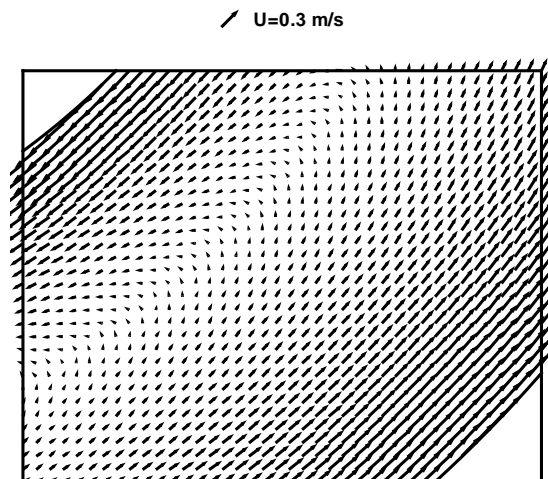


FIG. A.7 – Champ de vecteurs vitesse PIV mesuré pour le cas  $Re_1 = -150$  et  $Re_2 = 150$

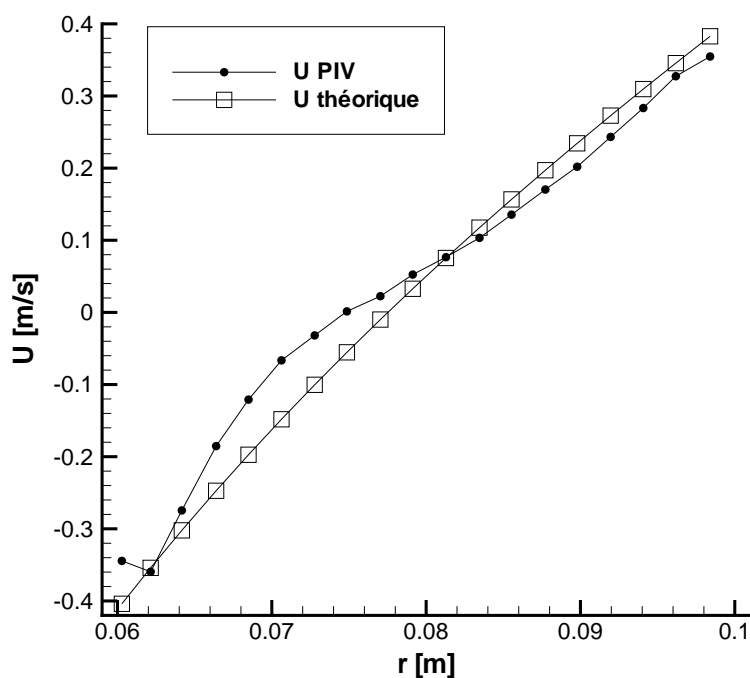


FIG. A.8 – Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas  $Re_1 = -150$  et  $Re_2 = 150$

## A.4 Étude d'un cas instable

Afin de nous faire une idée de la forme de l'écoulement lorsqu'il est instable, intéressons nous à présent au cas  $Re_1 = 150$  et  $Re_2 = 0$ .

Au travers de la figure A.9, on constate qu'à proximité de la paroi intérieure, les gradients de vitesses orthoradiale sont importants. La vitesse  $y$  est elle aussi importante contrairement au côté de la paroi extérieure.

En présence d'un cas d'instabilité centrifuge développée, il est intéressant d'étudier plus précisément la composante radiale de l'écoulement. La figure A.10 présente les contours du champ de vitesse radiale. On constate que cette vitesse est non seulement non nulle dans l'entrefer, mais que de surcroît elle y change de signe.

Si l'on compare à présent les profils de vitesse orthoradiale théoriques et réels dans l'entrefer, on constate une différence très importante, hormis à proximité des parois où la vitesse de l'écoulement est forcée par la rotation des cylindres et la couche limite visqueuse. Or, en traçant le profil de vitesse radiale, on constate qu'il est de forme opposée à l'écart entre les deux vitesses précédentes. C'est à dire, que lorsque les rouleaux apparaissent, il y a bien un transfert de quantité de mouvement de la composante orthoradiale  $U$  de la vitesse vers les deux composantes radiales et axiales  $U_r$  et  $U_z$ . La dynamique de la bulle est donc alors drastiquement modifiée.

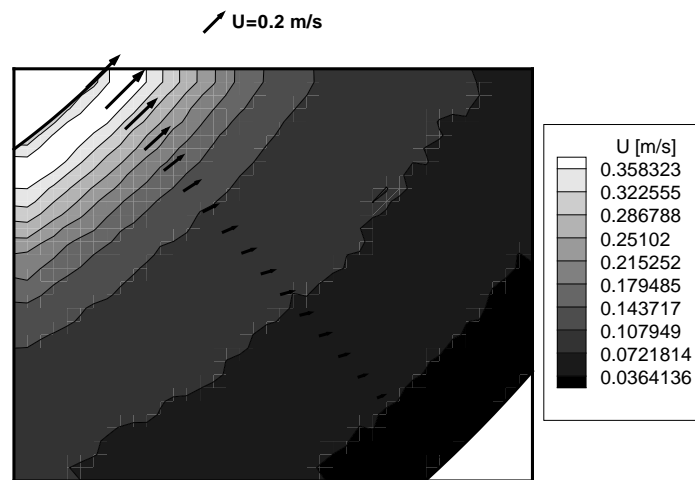


FIG. A.9 – Contours de vitesses orthoradiales mesuré pour le cas  $Re_1 = 150$  et  $Re_2 = 0$

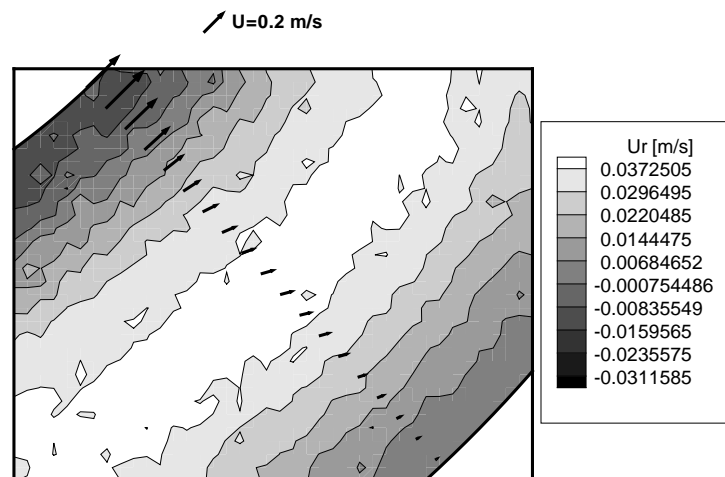


FIG. A.10 – Contours de vitesses radiales mesuré pour le cas  $Re_1 = 150$  et  $Re_2 = 0$



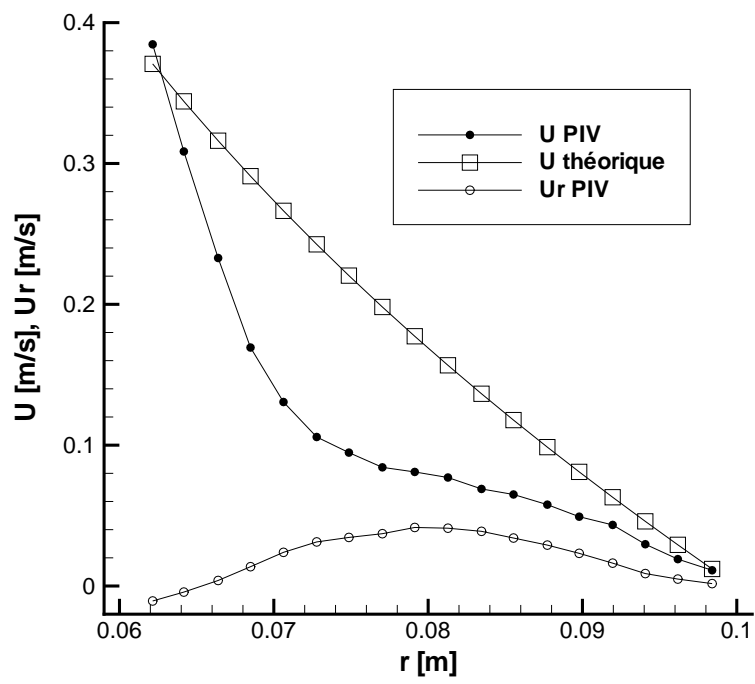


FIG. A.11 – Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas  $Re_1 = 150$  et  $Re_2 = 0$



# Annexe B

## Calculs d'incertitude

Afin d'obtenir des informations sur les bulles, que ce soit au niveau géométrique, cinématique ou dynamique, des mesures sont nécessaires, et chacune d'entre elle engendre des erreurs. Nous allons dans cette annexe quantifier ces erreurs et essayer d'évaluer leurs répercussions sur les résultats présentés dans ce document.

### B.1 Erreurs de mesure

Dans ce paragraphe nous allons présenter de façon exhaustive toutes les erreurs absolues mesurées ou estimées pour tous les paramètres utilisés dans les différentes parties de l'étude réalisée.

#### Dimensions des cylindres

On connaît la dimension des cylindres, cependant, en raison de leur procédé de fabrication par moulage, on considère que la précision est de l'ordre de  $0.25\text{ mm}$  sur un diamètre, soit :

$$\frac{\Delta r_1}{r_1} = \frac{0.25}{60} = 0.416\% \quad (\text{B.1a})$$

$$\frac{\Delta r_2}{r_2} = \frac{0.25}{100} = 0.25\% \quad (\text{B.1b})$$

#### Vitesses de rotations

Nous avons vérifié avec la figure 4.3 du chapitre 4 que les cylindres tournaient bien aux vitesses de rotation fournies par la consigne. Cependant, on peut considérer raisonnablement que les erreurs sont :

$$\frac{\Delta \omega_1}{\omega_1} = \frac{\Delta \omega_2}{\omega_2} = 0.1\% \quad (\text{B.2})$$

### Masses volumiques

La masse volumique de l'huile a été vérifiée par pesée. Celle de l'air est généralement considérée comme connue. La masse volumique de la sphère solide est fournie par le fabricant, on a donc :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 0.5\% \quad (\text{B.3a})$$

$$\frac{\Delta\rho_B}{\rho_B} = 0.1\% \quad (\text{B.3b})$$

### Température

La mesure de la température pour chaque mesure s'avère très importante au vu de la figure 4.4. L'erreur estimée de mesure est de l'ordre de  $0.1^\circ C$ , soit :

$$\frac{\Delta T}{T} \approx \frac{0.1}{20} \approx 0.5\% \quad (\text{B.4})$$

### Viscosité et tension interfaciale

On peut constater sur la figure 4.4 que la viscosité dynamique  $\mu$  suit plutôt une loi linéaire en fonction de la température, on considère alors que pour la viscosité cinématique  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ , les erreurs peuvent s'écrire :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\mu}{\mu} + \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta\rho}{\rho} \approx 1\% \quad (\text{B.5})$$

De même pour la tension interfaciale, on peut considérer :

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \approx \frac{\Delta T}{T} \approx 0.5\% \quad (\text{B.6})$$

### Position de la bulle

Les erreurs pouvant apparaître sur la position du centre de gravité de la bulle dans le repère lié aux cylindres sont de deux sortes. D'une part, l'erreur due au choix des paramètres de traitement de l'image, le choix du seuil notamment. Ces erreurs se répercutent directement sur la détermination du centre de masse de la bulle vis à vis de son contour détecté. Malgré toutes les précautions prises, l'erreur inhérente au traitement est évaluée à un pixel dans chaque direction du repère cartésien lié à l'image. D'autre part, lors du passage en coordonnées polaires dans le repère lié aux cylindres, la détermination du centre de ce repère est lié à l'analyse des images du capillaire sur la paroi du cylindre extérieur. Encore une fois, malgré les vérifications à l'aide de plusieurs images, la position de ce

centre n'est connue qu'avec une précision de l'ordre du pixel. En conclusion, on estime que :

$$\Delta x \approx 2px \quad (\text{B.7a})$$

$$\Delta y \approx 2py \quad (\text{B.7b})$$

### Diamètre de la bulle

La connaissance du diamètre exact de la bulle est très importante notamment dans le calcul des forces ou des nombres adimensionnels tels que le nombre de Reynolds de bulle. Comme dans le paragraphe précédent, ce sont les choix des paramètres de traitement des images qui influent sur l'erreur commise sur ce diamètre. Un bon ordre de grandeur est obtenu grâce au cas de la sphère solide, pour lequel, ce diamètre est précisément connu grâce à une lentille binoculaire. On constate alors que l'erreur est de l'ordre d'un pixel pour cette taille d'objets, soit :

$$\frac{\Delta R}{R} \approx \frac{1}{27} \approx 3.7\% \quad (\text{B.8})$$

## B.2 Calculs d'incertitude

Nous connaissons à présent précisément les erreurs induites par les mesures sur chacun des paramètres d'essai. Nous allons dans cette section présenter leur influence sur l'incertitude qui en découle pour la connaissance des grandeurs étudiées.

### La position radiale et orthoradiale de la bulle

A partir de la connaissance de l'erreur commise sur la position dans le repère cartésien, il est aisé d'en déduire l'incertitude sur la position dans le repère cylindrique plan  $(r, \theta)$ . En effet, on a les relations,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , et  $\tan \theta = \frac{y}{x}$ , soit :

$$\frac{\Delta r}{r} = \left| \frac{x}{r^2} \right| \Delta x + \left| \frac{y}{r^2} \right| \Delta y \quad (\text{B.9a})$$

$$\Delta \theta = \left| \frac{y}{r^2} \right| \Delta x + \left| \frac{x}{r^2} \right| \Delta y \quad (\text{B.9b})$$

### La vitesse locale de l'écoulement

Nous avons vu dans le chapitre 2 que la vitesse de l'écoulement s'écrit d'après l'équation (1.1b),  $U = Ar + \frac{B}{r}$ , et dans le chapitre 5 que, aux erreurs de mesure PIV près, cette loi théorique était celle observée en réalité dans l'entrefer. Or :

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta B}{B} \approx \frac{\Delta \omega}{\omega} + 4 \frac{\Delta r_i}{r_i} \quad (\text{B.10})$$

où  $r_i = r_1$  ou  $r_i = r_2$ , soit :

$$1.1\% < \frac{\Delta A}{A} < 1.764\% \quad (\text{B.11})$$

Donc on peut écrire l'incertitude sur  $U$  comme :

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{Ar - \frac{B}{r} \Delta r}{Ar + \frac{B}{r} r} \quad (\text{B.12})$$

### Les nombres adimensionnels

Plusieurs nombres adimensionnels permettent de caractériser les expériences réalisées, et les phénomènes observés. Le premier d'entre eux est le nombre de Reynolds de bulle,  $Re = \frac{2R|\vec{U}-\vec{V}|}{\nu}$ .

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \nu}{\nu} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{|V_r|}{|\vec{U}-\vec{V}|^2} \Delta V_r + \frac{|V_\theta|}{|\vec{U}-\vec{V}|^2} \Delta V_\theta \quad (\text{B.13})$$

Soit en remplaçant par  $\Delta V_r = V_r \frac{\Delta r}{r}$  et  $\Delta V_\theta = V_\theta \left( \frac{\Delta r}{r} + \Delta \theta \right)$  dans l'équation précédente :

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \nu}{\nu} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{|V_r|^2}{|\vec{U}-\vec{V}|^2} \frac{\Delta r}{r} + \frac{|V_\theta|^2}{|\vec{U}-\vec{V}|^2} \left( \frac{\Delta r}{r} + \Delta \theta \right) \quad (\text{B.14})$$

Expression qui se simplifie grandement lors de l'étude des positions d'équilibre, lorsque  $\vec{V} = \vec{0}$  :

$$\frac{\Delta Re}{Re} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \nu}{\nu} + \frac{\Delta U}{U} \quad (\text{B.15})$$

Un autre nombre adimensionnel important est la vorticité adimensionnelle  $Sr = \frac{4RA}{|\vec{U}-\vec{V}|}$  :

$$\frac{\Delta Sr}{Sr} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{|V_r|^2}{|\vec{U}-\vec{V}|^2} \frac{\Delta r}{r} + \frac{|V_\theta|^2}{|\vec{U}-\vec{V}|^2} \left( \frac{\Delta r}{r} + \Delta \theta \right) \quad (\text{B.16})$$

qui se simplifie aussi grandement lors de l'étude des positions d'équilibre.

### Les coefficients hydrodynamiques

L'objectif de l'étude est la détermination des coefficients de traînée  $C_D$  et de portance  $C_L$  pour plusieurs conditions d'écoulement. Nous présentons ici l'incertitude sur la détermination de ces coefficients pour l'étude de particules sphériques de masse volumique quelconque en position d'équilibre. Dans ces conditions,  $C_M = 0.5$  et  $\vec{V} = \vec{0}$ .

Le coefficient de traînée est obtenu grâce à la relation (2.11b), soit :

$$\frac{\Delta C_D}{C_D} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \rho_B}{\rho_B} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + 2 \frac{\Delta U}{U} + \tan \theta \Delta \theta \quad (\text{B.17})$$

Le coefficient de portance est obtenu grâce à la relation (2.11a), soit :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta C_L}{C_L} = & \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta U}{U} + \\ & \frac{1}{(1 + C_M) U^2 - \left(1 - \frac{\rho_B}{\rho}\right) r g \sin \theta} \left[ 2(1 + C_M) U^2 \frac{\Delta U}{U} + \frac{\rho_B}{\rho} r g \sin \theta \left( \frac{\Delta \rho_B}{\rho_B} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{\rho_B}{\rho}\right) r g \sin \theta \frac{\Delta r}{r} + \left(1 - \frac{\rho_B}{\rho}\right) r g \cos \theta \Delta \theta \right] \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Sans les deux hypothèses simplificatrices exposées précédemment, cette relation se complexifie grandement. Ces erreurs sont notamment présentées sur les figures 8.33 et 8.34.





# Table des figures

1.1	Exemples de profils de vitesse dans l'entrefer pour $\nu = 10^{-4} m^2 s^{-1}$ , $r_1 = 0.06 m$ et $r_2 = 0.1 m$ . . . . .	18
1.2	Schéma de principe des rouleaux dans l'instabilité de Taylor-Couette . . . . .	19
1.3	Courbe de stabilité marginale dans le plan des nombres de Reynolds d'après Taylor (1923) . . . . .	20
1.4	Évolution de $C_D$ en fonction de $Re$ . . . . .	22
1.5	Evolution du coefficient de masse ajoutée $C_M$ en fonction du rapport d'aspect $\chi = \frac{a}{c}$ de la bulle . . . . .	23
1.6	Évolution de $C_L$ en fonction de $Re$ pour $Sr = 0.1$ . . . . .	25
1.7	Schéma du problème . . . . .	26
2.1	Exemple de position d'équilibre calculée pour une bulle dans un écoulement rotationnel pur avec les paramètres : $r_1 = 0.06 m$ , $r_2 = 0.1 m$ , $\omega_1 = -1.5 rad.s^{-1}$ , $\omega_2 = -1.5 rad.s^{-1}$ , $R = 2.10^{-3} m$ , $\rho_B = 1 kg.m^{-3}$ , $\rho = 965 kg.m^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ , $g = 9.81 m.s^{-2}$ . . . . .	36
2.2	Exemple de position d'équilibre calculée pour une bulle dans un écoulement cisailé avec les paramètres : $r_1 = 0.06 m$ , $r_2 = 0.1 m$ , $\omega_1 = 0 rad.s^{-1}$ , $\omega_2 = -0.5 rad.s^{-1}$ , $R = 1.10^{-3} m$ , $\rho_B = 1 kg.m^{-3}$ , $\rho = 965 kg.m^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ , $g = 9.81 m.s^{-2}$ . . . . .	36
2.3	Exemple de position d'équilibre calculée pour une sphère solide dans un écoulement rotationnel pur avec les paramètres : $r_1 = 0.06 m$ , $r_2 = 0.1 m$ , $\omega_1 = -0.02 rad.s^{-1}$ , $\omega_2 = -0.02 rad.s^{-1}$ , $R = 1.10^{-3} m$ , $\rho_B = 900 kg.m^{-3}$ , $\rho = 965 kg.m^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ , $g = 9.81 m.s^{-2}$ . . . . .	37
2.4	Exemple de position d'équilibre calculée pour une bulle dans un écoulement irrotationnel avec les paramètres : $r_1 = 0.06 m$ , $r_2 = 0.1 m$ , $\omega_1 = -0.7 rad.s^{-1}$ , $\omega_2 = -0.252 rad.s^{-1}$ , $R = 1.10^{-3} m$ , $\rho_B = 1 kg.m^{-3}$ , $\rho = 965 kg.m^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ , $g = 9.81 m.s^{-2}$ . . . . .	38
2.5	Racines de l'équation (2.26) dans le plan complexe ( $Re(\lambda)$ , $Im(\lambda)$ ) pour les quatre cas traités dans la section 2.2.1 avec les paramètres : $r_1 = 0.06 m$ , $r_2 = 0.1 m$ , $\rho = 965 kg.m^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ , $g = 9.81 m.s^{-2}$ . . . . .	41

2.6	Positions d'équilibre $(r_0, \theta_0)$ et racines de l'équation (2.26) dans le plan complexe $(Re(\lambda), Im(\lambda))$ pour plusieurs valeurs de $\rho_B$ dans un écoulement rotationnel pur avec les paramètres : $r_1 = 0.06\text{ m}$ , $r_2 = 0.1\text{ m}$ , $R = 1.10^{-3}\text{ m}$ , $\rho = 965\text{ kg.m}^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4}\text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ , $g = 9.81\text{ m.s}^{-2}$ . . . . .	42
2.7	Exemples de trajectoires expérimentales observées par van Nierop dans un écoulement rotationnel pur, tiré de la figure 16 de van Nierop (2003). $R_b$ est le rayon de la bulle observée. Les abscisses et les ordonnées sont en $mm$ et le point $(0; 0)$ correspond au centre du cylindre horizontal unique. . . . .	44
2.8	Stabilité des positions d'équilibre d'une bulle en fonction des vitesses de rotation $\omega_1$ et $\omega_2$ des cylindres avec les paramètres : $r_1 = 0.06\text{ m}$ , $r_2 = 0.1\text{ m}$ , $R = 1.10^{-3}\text{ m}$ , $\rho = 965\text{ kg.m}^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4}\text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ , $g = 9.81\text{ m.s}^{-2}$ . . . . .	45
3.1	Exemple de raccordements des forces de migrations inertielles radiales pour une sphère solide. . . . .	52
3.2	Exemple de raccordements des forces de migrations inertielles orthoradiales pour une sphère solide. . . . .	52
4.1	Schéma de principe du dispositif (côtes en $mm$ ) . . . . .	57
4.2	Photo du dispositif sans les instruments de mesure . . . . .	59
4.3	Fréquences de consignes $f_c$ et mesurées $f_m$ par tachéométrie pour les deux cylindres . . . . .	59
4.4	Évolution de la viscosité dynamique et de la tension superficielle de l'huile silicone 47V100 en fonction de sa température . . . . .	60
4.5	Schéma des circuits hydrauliques et pneumatiques . . . . .	61
4.6	Photo du dispositif expérimental monté à bord de l'A300-Zero-g . . . . .	62
4.7	Photo du châssis des instruments monté à bord de l'A300-Zero-g . . . . .	63
4.8	Exemple de position d'équilibre d'une bulle obtenue dans un écoulement rotationnel pur. Respectivement de gauche à droite et de bas en haut, $t = 0\text{ s}$ , $1\text{ s}$ , $2\text{ s}$ , $3\text{ s}$ . . . . .	64
4.9	Photo de l'A300-Zero-g pendant une parabole (photo Airbus Industrie) . . . . .	65
4.10	Schéma de principe d'une parabole (source Novespace) . . . . .	66
4.11	Exemple d'images obtenues en vol parabolique, VP41, vol $n^\circ 3$ , parabole $n^\circ 7$ , $Re_1 = -50$ , $Re_2 = 0$ , $f_a = 60\text{ images.s}^{-1}$ . Respectivement de gauche à droite et de bas en haut, $t = 0\text{ s}$ , $2\text{ s}$ , $4\text{ s}$ , $6\text{ s}$ . . . . .	67
4.12	Système de prise de vue par caméra rapide à bord de l'avion A300-Zero-g . . . . .	67
4.13	Tensions mesurées par les accéléromètres et la synchronisation caméra lors de la parabole $n^\circ 7$ , vol $n^\circ 3$ de la campagne VP41. . . . .	69
4.14	Niveaux de gravité mesurés pendant l'enregistrement des images sauvegardées lors de la parabole $n^\circ 7$ , vol $n^\circ 3$ de la campagne VP41. . . . .	69

5.1	Exemple de répartition des rouleaux de Taylor dans le cas d'une instabilité pleinement développée. . . . .	72
5.2	Courbe de stabilité expérimentale . . . . .	73
5.3	Schéma de l'installation de la mesure PIV . . . . .	74
5.4	Images PIV pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 50$ . . . . .	75
5.5	Exemple de champ de vecteurs vitesses obtenus pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 50$ . . . . .	77
5.6	Lignes de courant de l'écoulement pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 50$ . . . . .	77
5.7	Évolution des écarts types maximums sur les vitesses $V_x$ et $V_y$ pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 50$ . . . . .	78
5.8	Champ de vitesse PIV mesuré pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 50$ . . . . .	79
5.9	Comparaison des champs de vitesse mesuré par PIV et théorique pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 50$ . . . . .	79
5.10	Position du capillaire vis à vis de la fenêtre de mesure PIV . . . . .	80
5.11	Vitesses radiales et orthoradiales mesurées en fonction de la position du capillaire pour les cas $Re_1 = -25$ . . . . .	81
5.12	Vitesses radiales et orthoradiales mesurées en fonction de la position du capillaire pour le cas $Re_1 = -50$ . . . . .	82
5.13	Vitesses radiales et orthoradiales mesurées en fonction de la position du capillaire pour les cas $Re_1 = -75$ . . . . .	83
6.1	Exemple de détermination d'une région d'intérêt pour une bulle à proximité d'une paroi (ROI) et division par image de fond. . . . .	86
6.2	Exemple d'utilisation d'un filtre médian $5 \times 5$ pixels. . . . .	87
6.3	Exemples de contours de bulles détectés par binarisation après deux choix de seuils différents. . . . .	88
6.4	Exemple de points extraits du contour d'une bulle . . . . .	89
6.5	Exemple de mire utilisée pour le cas d'essai présenté. . . . .	90
6.6	Comparaison des positions des points du contour d'une bulle avant et après interpolation et position du centre de gravité calculé . . . . .	91
6.7	Exemple d'images de références permettant de calculer la position du centre des cylindres . . . . .	93
6.8	Position finale de la bulle après traitement pour l'exemple étudié . . . . .	93
6.9	Image de la sphère solide en position d'équilibre . . . . .	94
6.10	Contour extrait, position du centre de gravité et diamètre équivalent de la sphère après traitement . . . . .	95
6.11	Positions de l'interface et du centre de gravité de la sphère dans l'entrefer . . . . .	96
7.1	Exemple de trajectoire d'une bulle ascendante pour $Re_1 = 50$ . . . . .	101

7.2	Exemple d'évolution temporelle des données cinématiques, $(r, \theta, V_r = \dot{r}, V_\theta = r\dot{\theta})$ d'une bulle ascendante pour $Re_1 = 50$ . . . . .	101
7.3	Exemple de trajectoire d'une bulle descendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	102
7.4	Exemple d'évolution temporelle des données cinématiques, $(r, \theta, V_r = \dot{r}, V_\theta = r\dot{\theta})$ d'une bulle descendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	103
7.5	Exemple de trajectoire d'une bulle ascendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	104
7.6	Exemple d'évolution temporelle des données cinématiques, $(r, \theta, V_r = \dot{r}, V_\theta = r\dot{\theta})$ d'une bulle ascendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	105
7.7	Exemple d'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur une bulle pour $Re_1 = 50$ . . . . .	108
7.8	Exemple d'évolution temporelle des forces radiales agissant sur une bulle pour $Re_1 = 50$ . . . . .	109
7.9	Exemple d'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur une bulle descendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	110
7.10	Exemple d'évolution temporelle des forces radiales agissant sur une bulle descendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	111
7.11	Exemple d'évolution temporelle des forces orthoradiales agissant sur une bulle ascendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	112
7.12	Exemple d'évolution temporelle des forces radiales agissant sur une bulle ascendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	113
7.13	Exemple de comparaison des trajectoires mesurées et théoriques pour une bulle ascendante pour $Re_1 = 50$ . . . . .	115
7.14	Exemple de comparaison des trajectoires mesurées et théoriques pour une bulle descendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	116
7.15	Exemple de comparaison des trajectoires mesurées et théoriques pour une bulle ascendante pour $Re_1 = -50$ . . . . .	116
7.16	Exemple de coefficients de traînée instantanés selon $r$ et $\theta$ mesurés pour deux bulles pour $Re_1 = -50$ . . . . .	118
7.17	Coefficients de traînée mesurés selon $r$ et $\theta$ pour $Re_1 = -75$ . . . . .	119
7.18	Coefficients de traînée mesurés selon $r$ et $\theta$ pour $Re_1 = -50$ . . . . .	119
7.19	Coefficients de traînée mesurés selon $r$ et $\theta$ pour $Re_1 = -25$ . . . . .	120
7.20	Coefficients de traînée mesurés selon $r$ et $\theta$ pour $Re_1 = 25$ . . . . .	120
7.21	Coefficients de traînée mesurés selon $r$ et $\theta$ pour $Re_1 = 50$ . . . . .	121
7.22	Coefficients de traînée mesurés selon $r$ et $\theta$ pour $Re_1 = 75$ . . . . .	122
7.23	Coefficients de traînée $C_{D\theta}$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ . . . . .	123
7.24	Coefficients de traînée $C_{Dr}$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ . . . . .	123
7.25	Coefficients de portance mesurés selon $r$ pour $Re_1 = 25$ . . . . .	124
7.26	Coefficients de portance mesurés selon $r$ pour $Re_1 = 50$ . . . . .	125
7.27	Coefficients de portance mesurés selon $r$ pour $Re_1 = 75$ . . . . .	126

7.28	Coefficients de portance $C_{Lr}$ en fonction du nombre de Reynolds $Re$ . . . . .	127
7.29	Trajectoires mesurées et calculées à l'aide des modèles des équations (7.3) et (7.4) pour les trois cas types étudiés. . . . .	129
7.30	Positions moyennes et dimension des bulles étudiées . . . . .	131
7.31	Corrélation entre les vitesses radiales et orthoradiales mesurées ( $V_r = \dot{r}$ , $V_\theta = r\dot{\theta}$ ) . . . . .	132
7.32	Exemple de trajectoire de bulle dans l'entrefer lorsque $Re_1 = -25$ . . . . .	133
7.33	Exemple de trajectoire de bulle dans l'entrefer lorsque $Re_1 = -50$ . . . . .	133
7.34	Exemple de trajectoire de bulle dans l'entrefer lorsque $Re_1 = -75$ . . . . .	134
7.35	Exemple d'évolution temporelle des positions radiales et orthoradiales, de la gravité et de la vitesse de glissement orthoradial d'une bulle lorsque $Re_1 = -25$ . . . . .	135
7.36	Exemple d'évolution temporelle des positions radiales et orthoradiales, de la gravité et de la vitesse de glissement orthoradial d'une bulle lorsque $Re_1 = -50$ . . . . .	136
7.37	Exemple d'évolution temporelle des positions radiales et orthoradiales, de la gravité et de la vitesse de glissement orthoradial d'une bulle lorsque $Re_1 = -75$ . . . . .	136
7.38	Exemple d'évolution temporelle des forces radiales et orthoradiales agissant sur une bulle lorsque $Re_1 = -75$ . . . . .	137
7.39	Exemple d'évolution temporelle des forces radiales et orthoradiales agissant sur une bulle lorsque $Re_1 = -50$ . . . . .	138
7.40	Exemple d'évolution temporelle des forces radiales et orthoradiales agissant sur une bulle lorsque $Re_1 = -25$ . . . . .	139
7.41	Second exemple de bulle pour $Re_1 = -25$ . . . . .	141
7.42	Troisième exemple de bulle pour $Re_1 = -25$ . . . . .	142
8.1	Positions successives et moyenne du centre de gravité de la sphère pour le cas $\omega_1 = 0 \text{ rad.s}^{-1}$ . . . . .	147
8.2	Coefficients de traînée mesurés et approchés pour la sphère solide . . . . .	148
8.3	Coefficients de portance mesurés pour la sphère . . . . .	149
8.4	Ensemble des positions d'équilibre de bulles mesurées dans l'entrefer . . . . .	152
8.5	Positions d'équilibre mesurées pour $Re_2 = 10$ . . . . .	154
8.6	Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour $Re_2 = 10$ . . . . .	155
8.7	Positions d'équilibre mesurées pour $Re_2 = 15$ et $Re_2 = 17$ . . . . .	156
8.8	Positions d'équilibre mesurées pour $Re_2 = 17.5$ . . . . .	157
8.9	Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour $Re_2 = 17.5$ . . . . .	157

8.10	Comparaison de l'évolution des rayons d'équilibre et des angles d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour $Re_2 = 10$ et $Re_2 = 17.5$ . . . . .	158
8.11	Positions d'équilibre mesurées pour $Re_2 = 20$ . . . . .	159
8.12	Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction du diamètre de la bulle pour $Re_2 = 20$ . . . . .	159
8.13	Positions d'équilibre mesurées pour $Re_2 = 25$ et $Re_2 = 35$ . . . . .	160
8.14	Positions d'équilibre mesurées pour des nombres de Reynolds croissants, $30 < Re_2 < 95$ à gauche et $10 < Re_2 < 40$ à droite. . . . .	160
8.15	Évolutions du rayon d'équilibre et de l'angle d'équilibre en fonction de la vitesse de rotation $\omega_2$ pour des bulles de diamètres semblables . . . . .	161
8.16	Comparaison des rayons et des azimuts d'équilibre mesurés et calculés grâce à la technique analytique du chapitre 2 pour le cas $Re_2 = 10$ . . . . .	162
8.17	Comparaison des rayons et des azimuts d'équilibre mesurés et calculés grâce à la technique analytique du chapitre 2 pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	163
8.18	Nombres de Froude et de Weber des bulles mesurées . . . . .	165
8.19	Diagramme $Re (Bo)$ des bulles étudiées pour un nombre de Morton $0.17 \leq Mo \leq 0.19$ . . . . .	166
8.20	Forme des bulles dans le diagramme $Re (Bo)$ tiré de Clift <i>et al.</i> (1978) . . .	166
8.21	Coefficients de masse ajoutée mesurés en fonction du diamètre des bulles étudiées . . . . .	167
8.22	Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds . . . .	168
8.23	Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas $Re_2 = 10$ . . . . .	169
8.24	Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	170
8.25	Coefficients de traînée mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas $Re_2 = 20$ . . . . .	171
8.26	Comparaison des rayons d'équilibre mesurés et calculés grâce à l'approximation de la vitesse terminale pour le cas $Re_2 = 10$ . . . . .	173
8.27	Comparaison des rayons d'équilibre mesurés et calculés grâce à l'approximation de la vitesse terminale pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	174
8.28	Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds . . .	175
8.29	Coefficients de portance positifs mesurés en fonction du nombre de Reynolds	176
8.30	Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas $Re_2 = 10$ . . . . .	177
8.31	Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	177
8.32	Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas d'un nombre de Reynolds variable $30 < Re_2 < 95$ . . . . .	178

8.33	Exemple d'erreur dues aux incertitudes de mesures sur le coefficient de traînée $C_D$ pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	179
8.34	Exemple d'erreur dues aux incertitudes de mesures sur le coefficient de portance $C_L$ pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	180
8.35	Forces mesurées dans la direction orthoradiale en fonction de la position radiale des bulles pour les deux séries du cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	182
8.36	Forces mesurées dans la direction radiale en fonction de la position radiale des bulles pour les deux séries du cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	183
8.37	Forces mesurées dans la direction radiale en fonction de la position radiale des bulles pour une série des cas $Re_2 = 10$ et $Re_2 = 20$ . . . . .	184
8.38	Évolution de $\kappa = \frac{R}{l}$ en fonction de la position radiale des bulles $r_0$ pour $Re_2 = 17.5$ . . . . .	185
8.39	Différences relative entre les coefficients de traînée $C_D$ mesurés et les coefficients théoriques en milieu infini de Mei <i>et al.</i> (1994) en fonction de $\kappa$ pour des bulles en proche paroi ( $\kappa > 0.1$ ) . . . . .	186
8.40	Coefficients de portance mesurés en fonction du nombre de Reynolds pour le cas $Re_2 = 20$ . . . . .	187
8.41	Différences relatives entre les coefficients de traînée $C_L$ mesurés et les coefficients théoriques en milieu infini de Legendre & Magnaudet (1998) en fonction de $\kappa$ pour des bulles en proche paroi ( $\kappa > 0.1$ ) . . . . .	188
8.42	Forces de traînée orthoradiales théoriques, mesurées et corrigées en fonction de leur position radiale pour les bulles étudiées avec $Re_2 = 10$ . . . . .	190
8.43	Forces de traînée orthoradiales théoriques, mesurées et corrigées en fonction de leur position radiale pour les bulles étudiées avec $Re_2 = 20$ . . . . .	191
8.44	Forces de traînée orthoradiales théoriques, mesurées et corrigées en fonction de leur position radiale pour les bulles étudiées avec $Re_2 = 17.5$ . . . . .	192
8.45	Comparaison des coefficients de traînée $C_D$ théoriques de Mei <i>et al.</i> , mesurés et calculés en proche paroi pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	192
8.46	Évolution des paramètres permettant de vérifier les conditions des Magnaudet <i>et al.</i> dans l'entrefer pour un cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	194
8.47	Forces de portance $F_L$ mesurées et calculées en fonction de $r_0$ et de $\kappa$ pour les séries $Re_2 = 10$ . . . . .	195
8.48	Forces de portance $F_L$ mesurées et calculées en fonction de $r_0$ et de $\kappa$ pour les séries $Re_2 = 20$ . . . . .	196
8.49	Forces de portance $F_L$ mesurées et calculées en fonction de $r_0$ et de $\kappa$ pour la première série $Re_2 = 17.5$ . . . . .	197
8.50	Comparaison des coefficients de portance $C_L$ prédits par Legendre & Magnaudet, mesurés et calculés à partir des résultats de Magnaudet <i>et al.</i> pour le cas $Re_2 = 17.5$ . . . . .	198

8.51	Loi d'évolution de l'erreur commise sur $C_L$ en fonction de $\kappa$ . . . . .	199
8.52	Comparaison des coefficients de portance $C_L$ mesurés et calculés à l'aide de la loi proposée dans l'équation (8.24) . . . . .	200
8.53	Comparaison des coefficients de traînée $C_D$ et de portance $C_L$ mesurés, théoriques et calculés grâce aux modèles en proche paroi pour les bulles en écoulement rotationnel pur. . . . .	201
8.54	Coefficients de traînée $C_D$ mesurés par van Nierop en fonction du Nombre de Reynolds $Re$ pour un écoulement rotationnel pur, tiré de la figure 23 de van Nierop (2003) . . . . .	202
8.55	Coefficients de portance $C_L$ mesurés par van Nierop et Naciri en fonction de la vortacité adimensionnelle $Sr$ pour un écoulement rotationnel pur. Le modèle est celui de Sridhar & Katz (1995). Tiré de la figure 27 de van Nierop (2003) . . . . .	203
8.56	Coefficients de portance $C_L$ mesurés en fonction de la vortacité adimensionnelle $Sr$ pour un écoulement rotationnel pur. . . . .	204
A.1	Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 400218$	
A.2	Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 400218$	
A.3	Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas $Re_1 = 0$ et $Re_2 = 400$ .	219
A.4	Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas $Re_1 = 150$ et $Re_2 = 150221$	
A.5	Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas $Re_1 = 150$ et $Re_2 = 150221$	
A.6	Contours du champ de vitesse PIV mesuré pour le cas $Re_1 = -150$ et $Re_2 = 150$ . . . . .	222
A.7	Champ de vecteurs vitesse PIV mesuré pour le cas $Re_1 = -150$ et $Re_2 = 150222$	
A.8	Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas $Re_1 = -150$ et $Re_2 = 150223$	
A.9	Contours de vitesses orthoradiales mesuré pour le cas $Re_1 = 150$ et $Re_2 = 0$	224
A.10	Contours de vitesses radiales mesuré pour le cas $Re_1 = 150$ et $Re_2 = 0$ . . .	224
A.11	Profils de vitesses mesurés et théoriques pour le cas $Re_1 = 150$ et $Re_2 = 0$ .	225



# Liste des tableaux

2.1	Tableau récapitulatif des positions d'équilibre en fonction des paramètres $\omega_1 \leq 0$ et $\omega_2 \leq 0$ . . . . .	31
2.2	Valeurs approximatives de $\omega_2$ nécessaires pour obtenir une position d'équilibre pour une particule de rayon $R$ connu avec les paramètres : $r_1 = 0.06 m$ , $r_2 = 0.1 m$ , $\rho = 965 kg.m^{-3}$ , $\nu = 1.10^{-4} m^2.s^{-1}$ , $g = 9.81 m.s^{-2}$ . . . . .	43
5.1	Tableau récapitulatif des cas traités par mesure PIV en fonction de $Re_1$ et $Re_2$ . . . . .	75
7.1	Paramètres expérimentaux pour les cas de migration étudiés. La déformation est calculée au centre de l'entrefer ( $r = 0.08 m$ ) . . . . .	99
7.2	Paramètres expérimentaux pour les cas de migration étudiés. La déformation est calculée au centre de l'entrefer ( $r = 0.08 m$ ) . . . . .	130
7.3	Position radiale et diamètre moyen des bulles étudiées . . . . .	131
7.4	Valeurs moyennes des vitesses radiales et orthoradiales des bulles étudiées .	132
8.1	Comparaison des résultats analytiques et expérimentaux pour le cas de la sphère solide. (A : Cas rotationnel pur expérimental, B : Cas rotationnel pur analytique, C : Cas $\omega_1 = 0 s^{-1}$ expérimental, D : Cas $\omega_1 = 0 s^{-1}$ analytique)	149
8.2	Domaines de variation des paramètres expérimentaux des mesures en positions d'équilibres . . . . .	151
8.3	Valeurs du nombre de Reynolds $Re_2$ utilisé comme paramètre de mesure et paramètres en découlant et nombre de bulles étudiées pour chaque cas. . .	153



## **Contribution à l'étude des forces hydrodynamiques agissant sur une bulle en régime faiblement inertiel**

### **Résumé :**

La dynamique de bulles isolées dans un écoulement de Couette cylindrique laminaire a été étudiée expérimentalement. Le dispositif expérimental composé de deux cylindres co-axiaux permet d'observer et d'enregistrer des trajectoires de bulles dans l'entrefer et, dans certaines conditions, d'obtenir des positions d'équilibre pour des bulles. Une étude théorique de la stabilité de ces positions d'équilibre a été effectuée. Les expériences réalisées en laboratoire et en conditions de microgravité couvrent une gamme de nombre de Reynolds de bulles de 0.01 à 1. Les trajectoires de bulles ont été analysées par traitement d'images. A partir des résultats, les coefficients dynamiques de portance et de traînée ont pu être obtenus, avec une grande précision pour les bulles en position d'équilibre. L'influence de la proximité de la paroi sur la dynamique a pu être quantifiée et comparée à des modèles analytiques.

### **Mots clés :**

Bulle - dynamique - expérimental - écoulement cisailé - microgravité - trajectoire - équilibre - paroi

## **Contribution to the study of hydrodynamics forces acting on a bubble in low inertia conditions**

### **Summary :**

Dynamics of isolated bubbles in a laminary cylindrical Couette flow has been experimentally studied. The experimental device build up with two horizontal coaxial cylinders allowed to observe and capture bubbles trajectories and, under specific conditions, bubbles equilibrium positions. A theoretical study of this equilibrium positions stability has been realized. Laboratory and microgravity conditions experiments cover a large range of bubble Reynolds number from 0.01 to 1. Bubble motions have been analyzed with an image processing method. Thanks to the results, lift and drag dynamic coefficients have been obtained, with a great precision for bubbles in equilibrium position. Behaviour of dynamics in the wall vicinity has been quantified and compared to analytical models.

### **Key words :**

Bubble - dynamics - experiments - shear flow - microgravity - trajectory - equilibrium - wall