

THÈSE

présentée pour obtenir le titre de
Docteur de l'Institut National Polytechnique de Toulouse
Spécialité : **Dynamique des Fluides**

Analyse et contrôle des écoulements instationnaires décollés

par

Eric Vitale

Soutenue le 11 Mai 2005 devant le jury composé de :

M.	A.	BOTTARO	Professeur de l'Université de Gênes	Rapporteur
M.	M.	VISONNEAU	Chargé de Recherche au C.N.R.S.	Rapporteur
M.	J.P.	BONNET	Directeur de Recherche au C.N.R.S.	Examineur
M.	P.	CHASSAING	Professeur à l'I.N.P. Toulouse	Examineur
M.	A.	KOURTA	Chargé de Recherche au C.N.R.S.	Directeur de thèse

N d'ordre : 2219

«The first principle is that you must not fool yourself – and you are the easiest person to fool. So you have to be very careful about that. After you've not fooled yourself, it's easy not to fool other scientists. You just have to be honest in a conventional way after that. »

Richard Feynman, *Caltech commencement address given in 1974*.

«Chaos is found in greatest abundance wherever order is being sought. It always defeats order, because it is better organized.»

Terry Pratchett, «Interesting times».

Avant-propos

Voici venu le moment tant attendu de clore ce chapitre et d'exprimer à chacun ma reconnaissance. Je sais par avance que les mots seront insuffisants pour rendre justice à tous ceux qui m'ont accompagné et encouragé. La gestation de ce travail a été longue et une interruption de deux années pour cause de service militaire a largement contribué à rendre plus complexe et plus difficile son achèvement. J'ai longtemps eu la naïveté de croire que j'avais en moi suffisamment de force pour tout faire seul. Cette entreprise m'aura appris qu'il n'en est rien et que c'est précisément dans le soutien des parents, des amis et l'attention bienveillante de mes maîtres que réside cette force.

Les premières personnes aux-quelles je dois d'avoir pu mener ce travail à bien sont mes parents. Leur soutien sans faille, tant moral que financier, m'a permis d'arriver au bout de cette entreprise. Mes frères David, Sébastien et Guillaume, ont toujours été présents pour m'encourager. J'ai aussi la chance d'avoir une vénérable grand-mère hors du commun qui n'a pas son pareil pour me remettre sur le droit chemin lorsque le besoin s'en fait sentir. La certitude de toujours pouvoir compter sur l'affection et le soutien de Mounou et Béatrice, mon oncle et ma tante, a toujours été une source de réconfort. J'ai aussi bénéficié de la présence de mes deux cousines Céline et Pauline qui m'ont supporté tour à tour à travers ces années de thèse. La famille de corsaires, ma deuxième famille, Claude, Cécile, Sam, Julie, Colas et mon filleul Léo n'ont jamais été bien loin non-plus. Au cours de ces années, la confiance de ma marraine Odile et de mon oncle Yves, les lettres de Claudine et les mails d'encouragement de ma tante Annie ont également été très importants. Ce travail est un peu le leur et j'aimerais qu'ils en soient fiers.

Je tiens à remercier ensuite Messieurs les Professeurs Alessandro Bottaro et Patrick Chassaing, ainsi que Monsieur le Chargé de Recherche Michel Visonneau, et Monsieur le Directeur de Recherche Jean-Paul Bonnet pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse et d'y avoir consacré une partie de leur temps.

Ce travail de recherche a été mené à bien à l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, dans l'équipe EMT2. Je remercie Marianna Braza pour m'avoir accueilli au sein de ce groupe, qu'elle dirige. Je lui suis reconnaissant de sa gentillesse et de l'intérêt constant qu'elle a manifesté tant pour mon travail que pour les conditions dans lesquelles je le réalisais. Tout au long de ces années, Azeddine Kourta, mon directeur de Thèse, a su témoigner d'une confiance en mon travail que j'étais souvent loin de ressentir. Sans la patience infinie dont il a su faire preuve à mon égard et la tolérance qu'il a manifesté dans les moments de déroute, il ne fait aucun doute que ce travail n'aurait jamais été achevé. J'ai également eu la chance de côtoyer Alain Sevrain et sa passion communicative. J'ai pu apprécier ses talents de pédagogue et l'acuité de son regard pour tout l'aspect traitement des signaux. Il m'aura enseigné la rigueur et appris à ne jamais me contenter d'une analyse superficielle. Patrick Chassaing pour qui j'ai un immense respect, tant pour l'homme que pour le Professeur. C'est à lui que je dois d'avoir préféré la dynamique à tout autre domaine de la mécanique des fluides. Entre autres choses, il m'aura appris que les mathématiques sont avant-tout le langage de la physique, que chaque gradient, chaque divergence est un phénomène physique avant d'être le terme d'une équation ; et qu'avec un peu de temps tout est accessible. Son soutien, à tous les niveaux, m'aura permis de parvenir à terminer ce travail : il en est à l'origine. Je voudrais également remercier tous les permanents de l'équipe pour toute l'aide qu'ils m'ont apportée. En particulier, Christine Tristani qui s'est chargée de l'effrayant aspect administratif de ce travail. Je ne pourrais oublier d'autres

personnes de l'IMFT telles que J. Levent, D. Barrau, G. Couteau, dont j'ai apprécié les encouragements. Je suis aussi particulièrement redevable à Murielle Sabater, dont j'ai largement usé de la disponibilité et de la gentillesse, et sans qui ce mémoire n'aurait simplement pas pu voir le jour. Une pensée aussi pour Martine Lacoste qui m'a donné le temps de terminer ce travail, qui a effacé les obstacles administratifs qui se sont dressés sur ma route, et dont les encouragements sincères et le soutien régulier m'ont été précieux.

De ces années de thèse, je conserverai tout ce qu'une formation peut apporter de connaissances académiques, méthodologiques, de savoir faire. Mais le plus précieux de tous ces apports est sans l'ombre d'un doute les amitiés que j'ai pu nouer durant cette période. C'est dans ces amitiés que j'ai pu puiser la force indispensable pour terminer cette entreprise. Ne possédant malheureusement pas le talent nécessaire pour espérer pouvoir exprimer avec des mots ma reconnaissance, je me contenterais d'évoquer ces amitiés. Les soirées exaltantes où nous avons refait le monde avec Reno et Guillaume, notre maître Dariush toujours disponible pour combler nos abysses d'ignorance ; Seb l'artiste et notre boulimie cinématographique ; la détermination inaltérable de Fred ; Caro qui voyait en moi plus qu'un apprenti scientifique. Ben toujours prêt à m'entraîner, ou à se laisser entraîner, à dévaler les pentes pyrénéennes, crapahuter sur les parois rocheuses ou jouer sous les assauts de la tramontane. Le naturel de Cécile, son humour, et sa prévenance dans les moments de tension. Les soirées rana chez Jluç et mes milles morts au cours de batailles épiques avec Clément, le petit homme le plus fort du monde. Les délicieuses expériences culinaires d'Anne-Fred et son sublissime crumble aux fruits rouges ; L'aiguillon de Sophie, korrigan breton, plus déterminée que moi à voir ce travail achevé et principale responsable de mon retour au laboratoire après mon séjour chinois ; Le gargantuesque Yannick et ses formidables emportements ; Les parties de pala avec Tonio l'ambidextre ; La prévenance et l'affection de Maman Fabou ; L'amitié tranquille et déterminée de Sophie K. ; La sagesse de Corinne ; L'indéchiffrable Nathalie ; Le dynamisme de Laurette ; La gentillesse, le talent et l'imagination avec laquelle Rémi, le Master of the Teknix, rédige ses mails dans lesquels je puisais l'énergie qui pouvait me faire défaut ; Les encouragements des princesses chinoises Fabienne, Dorothée, Sun Han et Hai Chen qui témoignaient qu'il existait un monde en-dehors du laboratoire. Les voyages par procuration dans lesquels m'ont emmené Marco et J.B. ; La table pantagruélique de Natacha, et le réconfort d'un bon repas que je savais toujours pouvoir y trouver.

Ainsi s'achève cette grande aventure qui marque la fin de mes études académiques. Une vieille malédiction, attribuée au chinois, dit : "puissiez vous vivre en des temps intéressants". Je vais maintenant m'attacher à rendre les temps à venir... intéressants.

Résumé

L'écoulement de cavité génère un écoulement instationnaire décollé complexe à partir d'une géométrie simple. Après une analyse détaillée de la dynamique de la cavité, nous nous sommes intéressés à son contenu fréquentiel, en portant une attention particulière aux interactions non-linéaires. Dans une étude de contrôle en boucle ouverte, nous avons employé un jet synthétique comme actuateur. L'analyse a permis de mettre en évidence l'interdépendance des structures tourbillonnaires et l'importance de la hauteur d'impact sur les modes basse-fréquence. Dans une perspective de contrôle en boucle fermée, nous nous sommes ensuite intéressés aux algorithmes adaptatifs, et avons procédé à une étude comparative de plusieurs algorithmes de type LMS pour l'identification de systèmes non-linéaires. Nous avons terminé par l'étude d'algorithmes non-linéaires novateurs capables d'appréhender les non-linéarités intrinsèques du système à modéliser : les réseaux neuro-naux.

Abstract

Flow past a rectangular cavity is characterized by a complex feedback process that leads to large-amplitude acoustic tones. A review of much of the previous work on the subject was compiled. Extensive work has been done to study the dynamic of the subsonic cavity flow. High-order spectral methods are used to investigate the coexistence of multiple tones in cavity flow spectra, and their interactions. In an open-loop control study, we qualified a synthetic jet actuator. The results obtained demonstrate the importance of vortex-vortex interactions in the generation of low frequency components. Seeking for an appropriate model to represent the system input-output dynamic by minimization of a cost function, we employed adaptive filtering and proceeded to a comparative study of some majors LMS algorithms for non-linear systems identification. Finally, as a precursor to closed-loop control, we evaluate the effectiveness of neural network applications for cavity flow system modelling.

Table des matières

Introduction	1
I Étude bibliographique	5
1 Étude bibliographique de la cavité	7
1.1 Classification des écoulements	8
1.1.1 Classification phénoménologique	8
1.1.2 Classification géométrique	9
1.2 Dynamique de l'écoulement au dessus d'une cavité ouverte	11
1.2.1 Mode Principal de la cavité	11
1.2.1.1 Modèle de Rossiter (1964)	11
1.2.1.2 Modèles linéaires de prédiction des modes propres	14
1.2.1.3 Modèles non linéaires - Amplitude des modes	17
1.2.2 Mode de sillage	18
1.3 Seuil d'apparition de l'instabilité :	21
1.4 Écoulement 2D ou 3D	22
1.5 Harmoniques	25
1.6 Sensibilité de la structure de l'écoulement vis-a-vis de ses paramètres caractéristiques	29
1.7 Écoulements transsoniques et supersoniques	30
1.8 Influence de la turbulence	34
1.9 Cavité en dérapage	34
1.10 Conclusion	35
II Outil Numérique	37
2 Code-Numérique	39
2.1 Rappel des équations de Navier-Stokes	39
2.2 Diagonalisation des Matrices de flux convectifs	40
2.3 Schéma de discrétisation de MacCormack	44
2.4 Méthode aux volumes finis	45
2.5 Méthode de décomposition des flux	48
2.6 Précision du schéma	49
2.7 Conditions aux limites	50
2.7.1 Méthode des caractéristiques	50
2.7.2 Condition d'entrée	52

III Écoulement sans contrôle 57

3 Analyse de l'écoulement de cavité 59

3.1 Calcul numérique 59

3.2 Champs moyens des paramètres de l'écoulement 60

3.2.1 Champs moyens 60

3.2.2 Évolution du Coefficient de pression 61

3.3 Analyse de l'évolution temporelle des paramètres de l'écoulement 63

3.3.1 Signal temporel 63

3.3.2 Fonction d'autocorrélation 66

3.4 Dynamique des tourbillons 68

3.4.1 Visualisations 68

3.4.2 Schéma d'impact des tourbillons 70

3.4.3 Vitesse d'advection des structures 70

3.4.3.1 Méthodes de calcul 74

3.4.3.2 Calculs des vitesses d'advection 81

3.4.3.3 Bilan 84

3.5 Instabilités 86

3.5.1 Évolution spatiale des fluctuations des paramètres de l'écoulement 86

3.5.2 Évolution de l'épaisseur de la couche de cisaillement 89

3.6 Contenu fréquentiel 92

3.6.1 STFT - Transformée de Fourier à fenêtre glissante 97

3.6.2 Evolution spatiale des Modes 98

3.6.3 Bispectre - Interactions non-linéaires 100

3.7 Synthèse 106

IV Contrôle des écoulements en boucle ouverte 109

4 Contrôle en boucle ouverte 111

4.1 Contrôle passif 113

4.1.1 Contrôle du décollement : 113

4.1.2 Contrôle du recollement : 114

4.1.3 Bilan 115

4.2 Contrôle actif 116

4.2.1 Actuateur Mécanique 116

4.2.1.1 Obstacle mobile 116

4.2.1.2 Lame vibrante 117

4.2.2 Actuateur dynamique : 118

4.2.2.1 Jet continu 118

4.2.2.2 Jet instationnaire 121

4.3 Jet Synthétique 123

4.3.1 Définition 123

4.3.2 Paramètres caractéristiques du jet 124

4.4 Bilan 126

4.5	Configuration de contrôle	127
4.5.1	Modélisation du jet	127
4.5.2	Paramètres étudiés	128
4.6	Analyse des résultats	130
4.6.1	Influence de la fréquence d'excitation - f_{ex}	130
4.6.1.1	Champs moyens	131
4.6.1.2	Évolution de l'épaisseur de la couche de cisaillement	133
4.6.1.3	Évolution des paramètres rms	135
4.6.1.4	Contenu fréquentiel	138
4.6.1.5	Bilan	141
4.6.2	Influence de l'Amplitude d'excitation - ε	141
4.6.2.1	Signaux instantanés	141
4.6.2.2	Champs moyens	143
4.6.2.3	Évolution de l'épaisseur de la couche de cisaillement	144
4.6.2.4	Évolution des paramètres rms	146
4.6.2.5	Spectre	149
4.6.2.6	Évolution des modes	151
4.6.2.7	Dynamique tourbillonnaire	154
4.6.2.8	Bilan	160
4.6.3	Influence de la phase initiale - ϕ_0	160
4.6.3.1	Évolution temporelle	162
4.6.3.2	Champs moyens	164
4.6.3.3	Évolution de l'épaisseur de la couche de cisaillement	165
4.6.3.4	Évolution des paramètres rms	165
4.6.3.5	Bilan	167
4.6.4	Composante verticale de la vitesse comme référence de phase	167
4.6.4.1	Évolution temporelle	167
4.6.4.2	Transitoire	170
4.6.4.3	Mise en place du contrôle	170
4.6.4.4	Bilan	172
4.6.5	Injection à 45° sous le point de décollement	172
4.6.5.1	Évolution temporelle	173
4.6.5.2	Évolution des paramètres rms	175
4.6.5.3	Contenu fréquentiel	177
4.6.5.4	Bilan	181
4.7	Conclusion	181

V Contrôle des écoulements en boucle fermée 183

5 Filtrage adaptatif 187

5.1	Filtres	187
5.1.1	Filtres non récurrents : FIR	187
5.1.2	Filtres récurrents : IIR	188
5.1.3	Filtres adaptatifs	189
5.2	Erreur quadratique moyenne	190
5.3	Méthode d'optimisation de la matrice des poids du filtre :	190

5.3.1	Méthode de plus profonde descente	191
5.3.2	Algorithme LMS - Méthode du gradient stochastique	192
5.3.3	Variantes de l'algorithme LMS	192
5.3.3.1	LMS normalisé - algorithme N-LMS	193
5.3.3.2	Processus de double actualisation	193
5.3.3.3	Block LMS	193
5.3.3.4	RLS - méthode récursive des moindres carrés	194
5.3.3.5	LMS X-filtré - FXLMS	194
5.3.4	Filtres adaptatifs IIR	196
5.4	Étude comparative des algorithmes adaptatifs de type LMS	197
5.4.0.1	Filtrage linéaire d'un bruit blanc	197
5.4.0.2	Loi non-linéaire de traînée	201
5.4.0.3	Modèle non-linéaire - équation de Duffing	203
5.4.0.4	La cavité	208
5.4.1	Conclusion	216
6	Réseaux Neuronaux	219
6.1	Les réseaux neuronaux artificiels	219
6.1.1	Topologie d'un réseau neuronal artificiel	219
6.1.2	La phase d'apprentissage	220
6.1.3	Interprétation géométrique et limitations	221
6.2	Les Réseaux multicouches à rétropropagation de l'erreur	221
6.2.1	Dynamique des réseaux multicouches	221
6.2.1.1	Architecture du réseau	222
6.2.1.2	Algorithme de rétropropagation du gradient	222
6.2.2	Conclusion	223
6.3	Identification de systèmes non-linéaires	224
6.4	Modèle de Van der Pol	224
6.5	Cavité	234
6.6	Bilan	237
	Conclusion	239
	Annexes	242
A	Numérique	245
A.1	Calcul de L	245
A.1.1	Calcul de la matrice diagonale	245
A.1.2	Calcul de la matrice de diagonalisation à droite	248
A.2	Calcul de L^{-1}	249
A.2.1	Calcul de S^{-1}	249
A.3	Discrétisation - rappel	251
A.3.1	Aspect pratique	252
A.4	Précision du schéma de McCormack	253

B	Décibel	257
B.1	Le décibel (dB)	257
B.1.1	Définition	257
B.1.2	Grandeurs de référence	258
B.1.3	Opérations en dB	259
B.2	Niveau de pression sonore - SPL	260
B.2.1	Analogie électrique - approximation SIL/SPL	261
B.2.2	Remarques	262
B.2.3	Petit rappel sur les unités S.I.	262
C	Bispectre	265
C.1	Fonctions d'une variable aléatoire	265
C.1.1	Variables aléatoires discrète / continue	265
C.1.2	Fonction de répartition	266
C.1.3	Densité de probabilité du 1 ^{er} ordre	266
C.1.4	Moyenne ou espérance mathématique	267
C.1.5	Moments généralisés - moyenne de $g(\mathbf{x})$	267
C.1.6	Variance	268
C.1.7	Moments	268
C.1.8	Fonctions caractéristiques	269
C.1.8.1	Première fonction caractéristique	269
C.1.8.2	Fonction génératrice des moments	270
C.1.8.3	Deuxième fonction caractéristique	271
C.1.9	Cumulants	271
C.1.9.1	Définition	271
C.1.9.2	Propriétés	271
C.1.10	Phénomènes stationnaires	272
C.1.11	Ergodisme	272
C.2	Fonctions de deux variables aléatoires	273
C.2.1	Fonction de répartition	273
C.2.2	Densité de probabilité du 2 ^e ordre	273
C.2.3	Moments généralisés	273
C.2.4	Corrélation	274
C.2.4.1	Fonction d'autocorrélation	275
C.2.4.2	Covariance	276
C.2.4.3	Propriétés	276
C.2.5	Fonction génératrice	277
C.2.5.1	Fonction génératrice des moments	277
C.2.5.2	Fonction génératrice des cumulants	277
C.3	Fonction d'un vecteur aléatoire	279
C.3.1	Fonction caractéristique	279
C.3.2	Moments joints	279
C.3.3	Cumulants joints	279
C.3.4	Cas particulier d'une v.a. réelle stationnaire	280
C.4	Statistiques d'ordre supérieur	280
C.4.1	Multicorrélations	280
C.4.1.1	Définition	280

C.4.1.2	Cumulant d'ordre 3 : propriétés de symétrie	281
C.4.2	Multispectres	282
C.4.2.1	Définition	282
C.4.3	Densité spectrale de puissance	283
C.4.4	Bispectre	283
C.4.4.1	Définition	283
C.4.4.2	Propriétés	284
C.4.5	Bicohérence	285
C.4.6	Interprétation des multispectres	285
C.4.6.1	Bispectre et couplage de phase quadratique - par l'exemple	286
C.5	Rappels	287
C.5.1	Le développement de Taylor	287
C.5.2	Transformée de Fourier 1D	288
C.5.3	Transformée de Fourier 2D	288
C.5.4	Produit de convolution	288
C.5.5	Identités trigonométriques	289
C.6	Temps-fréquence	289
C.7	Matrice de covariance d'un vecteur aléatoire	290
D	Filtrage adaptatif	293
D.1	Filtres	293
D.1.1	Généralités	293
D.1.2	Filtres non récursifs : FIR	294
D.1.2.1	Définition	294
D.1.2.2	Fonction de transfert	294
D.1.2.3	Réponse impulsionnelle	295
D.1.2.4	Réponse fréquentielle	295
D.1.3	Filtres récursifs : IIR	296
D.1.3.1	Stabilité	298
D.1.3.2	Réponse en fréquence	299
D.2	Filtres adaptatifs	301
D.2.1	Principes	301
D.2.2	Erreur quadratique moyenne	302
D.3	Méthode d'optimisation de la matrice des poids du filtre :	302
D.3.1	Méthode du gradient déterministe - Cas 2-D :	302
D.3.2	Méthode de plus profonde descente	303
D.3.2.1	Méthode	303
D.3.2.2	Coût en calcul de l'algorithme	304
D.3.2.3	Stabilité	304
D.3.2.4	Convergence	305
D.3.3	Algorithme LMS - Méthode du gradient stochastique	306
D.3.3.1	Coût de l'algorithme en calcul	307
D.3.3.2	Facteur de convergence	308
D.3.3.3	Convergence en moyenne	308
D.3.4	Variantes de l'algorithme LMS	309
D.3.4.1	Algorithme LMS à pas variable	310
D.3.4.2	LMS avec fuite - Leaky LMS	311

D.3.4.3	Sign LMS	312
D.3.4.4	LMS normalisé - algorithme N-LMS	312
D.3.4.5	Processus de double actualisation	315
D.3.4.6	Lissage linéaire de l'estimée du gradient de l'algorithme LMS	316
D.3.4.7	LMS inertiel	316
D.3.4.8	Block LMS	317
D.3.4.9	RLS - méthode récursive des moindres carrés	318
D.3.4.10	LMF	320
D.3.4.11	Coefficient de corrélation	321
D.3.4.12	DFT-LMS et DCT-LMS	322
D.3.4.13	LMS X-filtré - FXLMS	323
D.3.5	Filtres adaptatifs IIR	327
D.3.5.1	Gradient	327
D.3.5.2	Algorithme LMS pour filtre IIR	328
E	Transformée en Z	331
E.1	Définition	331
E.2	Convergence	331
E.3	Propriétés	333
E.4	Représentation par pôles et zéros	334
F	Réseaux Neuronaux	337
F.1	Généralités	337
F.1.1	Fondements biologiques	337
F.1.2	Neurone biologique	337
F.1.3	Topologie d'un réseau neuronal artificiel	339
F.1.4	Le neurone formel	339
F.1.5	La phase d'apprentissage	340
F.1.6	Structure des réseaux	341
F.1.7	Perceptron élémentaire	342
F.1.7.1	Généralités	342
F.1.7.2	Apprentissage	343
F.1.7.3	Interprétation géométrique et limitations	344
F.1.7.4	Le perceptron probabiliste	344
F.2	Adaline	345
F.2.1	Apprentissage par la méthode des moindres carrés	345
F.2.2	Méthode du gradient ou de plus profonde descente	346
F.2.3	Algorithme de Widrow-Hoff	347
F.2.4	Conclusion	348
F.3	Réseau à une couche	348
F.3.1	Apprentissage supervisé - Méthode directe	349
F.3.2	Apprentissage supervisé - Méthode du gradient	350
F.3.3	Apprentissage supervisé - Règle delta	350
F.3.4	Correction inertielle	351
F.3.5	Apprentissage non-supervisé - Loi de Hebb	351
F.4	Les Réseaux multicouches à rétropropagation de l'erreur	352

F.4.1	Topologie d'un réseau en couches	352
F.4.2	Dynamique des réseaux multicouches	353
F.4.2.1	Architecture du réseau	353
F.4.2.2	Apprentissage - algorithme de rétro-propagation du gradient	354
F.4.2.3	Arrêt d'apprentissage	358
F.4.2.4	Le sur-apprentissage - Overfitting	359
F.4.2.5	Élagage de poids synaptiques	361
F.4.2.6	Fonctions d'erreur	367
F.5	Auto-organisation et compétition	369
F.5.1	Architecture du réseau d'apprentissage concurrentiel	369
F.5.1.1	Algorithme	370
F.5.1.2	Algorithme des nuées dynamiques	371
F.6	Conclusion	372
	Index	373
	Liste des figures	375
	Bibliographie	379

$B(f_1, f_2)$	bispectre	101
c	célérité du son	245
c_0	célérité du son dans la cavité	12
C_p	coefficient de pression	61
$C_{\mathbf{xx}}(\tau)$	fonction d'autocorrélation	66
$C_{\mathbf{xy}}(\tau)$	fonction d'intercorrélacion	75
E	énergie totale	39
e_i	énergie interne d'une particule fluide	42
f_{ex}	fréquence d'excitation du jet	128
H	profondeur de la cavité	9
L	longueur de la cavité	9
M	nombre de Mach : $M = U \setminus c$	
m	nombre de tourbillons présents simultanément dans la couche de mélange	12
P	pression statique	39
Q	second invariant du tenseur de gradient des vitesses	68
r	taux de croissance de l'épaisseur de la couche de cisaillement : $r = d\theta \setminus dx$	91
Re	nombre de Reynolds : $Re_L = UL \setminus \nu$	28
S	nombre de Stokes	125
St	nombre de Strouhal : $St_L = fL \setminus U$	12
u	composante horizontale de la vitesse	39
U_c	vitesse de convection des tourbillons	12
U_∞	vitesse de l'écoulement à l'infini	12
U_{rms}	racine carrée de la moyenne du carré des fluctuations de U	86
v	composante verticale de la vitesse	39
W	largeur de la cavité (cavité 3-D, Part. I)	9
W	vecteur poids du filtre ou d'une couche d'un R.N.A. (Part. V)	9

symboles grecs

γ	coefficient polytropique	42
δ	épaisseur de couche limite (99% de U_∞)	325
δ_0	épaisseur de la couche limite en amont du point de décollement	127
ε	amplitude du jet (Part. IV)	128
ε_k	erreur en sortie sur l'échantillon k (Part. V)	302
θ_0	épaisseur de quantité de mouvement en amont du point de décollement	89
κ_v	rapport des vitesses $U_c \setminus U_\infty$	12
λ	paramètre de mémoire (Part. V)	318
λ_v	longueur d'onde du détachement tourbillonnaire	13
λ_{c_0}	longueur d'onde de la perturbation de pression qui remonte l'écoulement	13
μ	viscosité dynamique [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]	40

μ	facteur de convergence ou d'apprentissage (Part. V)	303
ν	viscosité cinématique [$m^2 \cdot s^{-1}$]	
ξ_k	erreur moyenne en sortie pour la configuration k du système d'identification (Part. V)	302
ρ	masse volumique	39
σ	fonction d'activation d'un neurone	339
ϕ_0	phase à l'origine du jet	128

Introduction

En 1885, au sud du Caire, en suivant la rive nord du Wadi Al-Garawi, l'archéologue allemand G. Schweinfurth mettait au jour les vestiges du premier barrage de l'histoire : Sadd Al-Kafara. Cet ouvrage de 36 m de long, daté des troisième et quatrième dynasties (entre -2686 et -2498 av. JC), devait servir au contrôle des crues et à l'approvisionnement en eau potable des ouvriers des carrières de calcite situées plus à l'est. Il semble que Sadd Al-Kafara fut détruit par des pluies diluviennes peu de temps après sa construction. L'expérience fut assez traumatisante pour dissuader les égyptiens de l'ancien empire de reconstruire un barrage.

Cependant, cet ouvrage reste le plus vieux témoignage de la volonté de l'homme de domestiquer un écoulement en contrôlant le débit. La thématique du contrôle en mécanique des fluides est donc un sujet d'intérêt ancien. Dans le cadre de cette étude, c'est au contrôle des écoulements décollés que nous nous intéresserons.

Sous certaines conditions, les écoulements de paroi décollent de la surface solide. Ce phénomène se produit dans un très grand nombre de configurations industrielles : ailes d'un avion, diffuseur, pales d'une turbine, corps profilés,... Les performances de la structure sur laquelle il se produit s'en trouvent considérablement affectées : diminution de la portance, augmentation de la traînée, cavitation, dégradation du mélange, détérioration des échanges thermiques, augmentation des émissions de polluants et des bruits, instabilités, résonance des structures,... La compréhension de ce phénomène est donc motivée par des impératifs tant économiques que stratégiques.

Lorsqu'un écoulement se déplace le long d'une surface solide, son mouvement va dépendre de l'équilibre d'un ensemble de forces s'exerçant sur la particule fluide : une force de frottement avec la paroi, une force visqueuse avec les particules fluides voisines, une force d'inertie fonction de la vitesse de la particule ainsi qu'une force de pression dépendant des conditions externes de l'écoulement.

La viscosité va avoir pour effet de ralentir les particules fluides les plus proches de la surface solide, formant ainsi la couche limite. La vitesse de l'écoulement est nulle à la paroi satisfaisant ainsi la condition de non-glissement. A l'intérieur de la couche limite, la quantité de mouvement d'une particule fluide est faible puisqu'elle subit une forte résistance visqueuse de la part de l'écoulement environnant. Par conséquent la couche limite va être très sensible au gradient de pression externe (sous la forme d'une force de pression agissant sur les particules fluides).

- Si la pression décroît dans la direction de l'écoulement principal, on dit du gradient de pression qu'il est favorable. Dans ce cas, la force de pression va venir s'ajouter à la force d'inertie et il n'y aura pas de décélération de l'écoulement.
- Si au contraire la pression augmente dans la direction de l'écoulement, celui-ci subit un gradient de pression défavorable - ou contraire. En complément de la présence

d'une importante force visqueuse, les particules fluides doivent alors se déplacer en opposition avec une force de pression croissante. Dans ces conditions, la particule fluide peut être stoppée ou forcée à se déplacer vers l'amont, provoquant le déplacement des particules voisines loin de la surface solide. Ce phénomène est appelé le décollement de la couche limite.

Pour l'étude de ce phénomène nous avons choisi une configuration académiques recouvrant une part importante des différents aspects du décollement et du recollement : la cavité. Cette configuration présente l'avantage de posséder un point de décollement fixe, ceci nous permettant de nous affranchir des effets complexes de l'instationnarité du décollement. Elle est de plus caractérisée par la présence de recirculations et de structures tourbillonnaires au sein de la couche de cisaillement décollée, dont le rôle dans la dynamique du recollement est primordial.

Compte tenu de l'incidence du décollement sur les performances des structures sur lesquelles il se produit, le contrôle des écoulements est un enjeu industriel majeur en mécanique des fluides, au delà de l'intérêt scientifique qu'il procure en terme d'analyse et de compréhension de la dynamique de ces configurations. Les développements attendus en matière de contrôle de ce phénomène s'expriment directement en gain de portance, réduction de la traînée, amélioration du mélange, réduction des émissions polluante, atténuation du bruit, stabilisation de l'écoulement,... et indirectement en baisse de la consommation énergétiques (moteur), réduction de la fatigue structurale, augmentation de la capacité de transport (aéronautique : fret ou passager), extension du domaine d'utilisation, furtivité accrue (aéronautique militaire), confort supérieur (transport : automobile, ferroviaire, etc.),...

C'est précisément dans cette perspective de contrôle que se place cette étude. Si les méthodes passives de contrôle sont à présent largement répandues, elles souffrent de limitations inhérentes à leur construction. En revanche, les méthodes actives sont plus adaptées à la gestion des écoulements sur de larges plages d'utilisations, et particulièrement pertinentes pour les phénomènes instationnaires qui représentent l'essentiel des «nuissances» que l'on cherche à maîtriser. Nous avons donc choisi d'étudier l'impact d'un actuateur dynamique sur le décollement provoqué en cavité. Guidé par des impératifs d'efficacité et de modélisation, le type d'actuateur retenu est le jet synthétique.

Jusqu'à présent les stratégies de contrôle en boucle fermée ont été relativement simple sur la cavité. Il s'agit généralement de systèmes de contrôle sans modèle, typiquement d'un filtrage linéaire avec retard jouant essentiellement sur la phase et le gain du contrôleur. Ces techniques sont parvenus à atténuer les oscillations à certaines fréquences. Mais si l'on désire améliorer ces résultats et contrôler véritablement l'écoulement, il est nécessaire d'utiliser des stratégies de contrôle plus sophistiquées, passant par la détermination d'un modèle précis de la physique de l'écoulement. A cette fin, nous étudierons les performances des filtres adaptatifs linéaires sur l'écoulement de cavité et nous nous intéresserons à l'identification des systèmes non-linéaires à l'aide de réseaux neuronaux.

Dans un premier temps, nous procéderons à une étude bibliographique complète de l'écoulement de cavité, afin de bien définir les mécanismes déjà compris, déterminer les configurations optimales de calcul ainsi qu'identifier les domaines d'analyse sur lesquels nous manquons d'informations.

Nous présenterons ensuite l'outil numérique qui nous a permis de faire nos simulations.

Nous aborderons alors l'analyse des simulations de cette configuration d'écoulement. Cette partie nous permettra dans un premier temps de valider nos calculs au regard des

travaux antérieurs. Dans un second temps, nous nous livrerons à une étude détaillée de la dynamique instationnaire de cet écoulement. L'accent sera mis sur des phénomènes jusque là peu documentés sinon absents de la littérature sur le sujet. Nous insisterons tout particulièrement sur la dynamique tourbillonnaire et le contenu fréquentiel de l'écoulement.

Nous nous intéresserons ensuite au contrôle en boucle ouverte de ces écoulements. L'analyse proprement dite sera précédée d'une étude bibliographique succincte nous permettant de fixer les paramètres optimaux de l'actuateur (position, amplitude, fréquence, déphasage). Le contrôle en boucle ouverte constituera également un excellent outil d'analyse de la structure instationnaire de l'écoulement, et nous permettra de plus de caractériser l'impact du jet synthétique sur cette configuration.

Enfin, nous présenterons deux champs distincts du contrôle en boucle fermée de l'écoulement : le filtrage adaptatif et les réseaux neuronaux. Dans chacun des cas, nous exposerons les résultats de la modélisation inverse de l'écoulement de cavité. Nous commencerons par une présentation générale du sujet avant d'en venir aux algorithmes et méthodes de calculs qui seront utilisés, dans un premier temps, sur des fonctions analytiques. Nous terminerons chacune de ces parties sur l'identification du modèle de la cavité.

Pour clore cette étude, nous dresserons une synthèse des résultats obtenus et des propositions de développement possible sur le sujet.

Première partie
Étude bibliographique

Chapitre 1

Étude bibliographique de la cavité

La cavité est une configuration d'écoulement qui depuis quelques années est l'objet d'un intérêt croissant en mécanique des fluides. Comme la marche descendante, elle présente l'avantage de générer un écoulement décollé complexe à partir d'une configuration géométrique simple. Elle présente de plus un fort couplage aéro-acoustique. De ce fait, elle est beaucoup utilisée en simulation numérique, tant pour l'étude de sa dynamique que pour la validation de codes de calcul.

Plus récemment, cette configuration est devenue populaire car elle est présente dans un certain nombre d'applications industrielles allant du secteur des énergies renouvelables (paravent protégeant des collecteurs solaires [1]) au domaine des transports (espace entre bogie (TGV), fenêtres de véhicules, toit ouvrant de voiture, etc.). On retrouve également cette configuration d'écoulement dans l'aéronautique civile et militaire : soute d'armement, train d'atterrissage, clapet de réservoir pour approvisionnement en vol, missiles etc.

Si l'on prend le cas de l'aviation civile, l'un des objectifs est de réduire le niveau de bruit perçu des futurs avions commerciaux subsoniques d'un facteur 2 par rapport aux flottes actuelles dans les dix prochaines années et d'un facteur 4 dans les 20 ans à venir. L'un des objectifs principaux est d'abaisser le bruit des structures aérodynamiques, dont l'écoulement de cavité peut être une composante importante. Si l'on prend l'exemple du déploiement des trains d'atterrissage, cela correspond à une augmentation du niveau sonore perçu à l'intérieur de l'habitacle de 9 à 10 db. Compte tenu du fait que le bruit des avions modernes, en cabine, ne dépasse pas les 80 dB, une augmentation de 10db correspond à un doublement de la pression ou énergie acoustique et induit donc un changement important du niveau sonore perceptible (le décibel est une échelle logarithmique). De plus, dans les années à venir les futurs dispositifs de régulation environnementale dans l'industrie aéronautique devraient être plus draconiens et imposer aux constructeurs des niveaux d'émissions sonores plus stricts. Outre le confort apporté aux utilisateurs par une réduction sonore substantielle, des impératifs plus pragmatiques de sécurité motivent l'intérêt porté à la dynamique de cette configuration d'écoulement. En effet, sous certaines conditions ce type d'écoulement peut présenter des oscillations de très grande intensité à basses fréquences et induire une charge instationnaire acoustique et hydrodynamique considérable sur les proches parois. Dans un contexte de soute d'armement ou de trains d'atterrissage, par exemple, ces charges peuvent conduire à de la fatigue structurale et peuvent également endommager les équipements électroniques à proximité. En effet, si l'on prend l'exemple d'une cavité supersonique, les fluctuations de pression à l'angle aval de la cavité excèdent les 160 db à des fréquences d'oscillation de l'ordre de quelques dizaines

de hertz seulement.

Dans l'industrie automobile on retrouve également ce schéma de source de bruit : fenêtre ouverte, joint de portière etc. Dans le cas d'une voiture disposant d'un toit ouvrant, lorsque le volume de l'habitacle est important et que le toit est ouvert, les fluctuations de pression à très basse fréquence (gamme des infrasons $< 20Hz$) peuvent excéder les 130 dB [2]. Dans ce secteur très compétitif la réduction du bruit perçu par les utilisateurs du véhicule, peut offrir des avantages commerciaux significatifs en proposant des véhicules plus confortables car moins bruyants. Ces considérations sonores se retrouvent également au centre d'intérêts militaires où la furtivité est actuellement un sujet aussi important que les performances mécaniques des appareils de combat ou d'observation.

Ce sont ces impératifs de sécurité, de performance, et de confort qui sont à l'origine du regain d'intérêt pour cette géométrie. Ces dix dernières années, cela se traduit par une multiplication des études et des publications sur le sujet, conduisant à une meilleure compréhension de la physique de ce type d'écoulement.

1.1 Classification des écoulements

Les phénomènes aéro-acoustiques associés à l'écoulement tangentiel au-dessus d'une cavité ont fait l'objet d'études dès le *XIX^e* siècle avec les travaux de Strouhal (1878), Kohlrausch (1881) et Rayleigh (1896) (cité dans Covert [3]). Mais les premières études complètes de l'écoulement au-dessus d'une cavité datent des années 50 avec les travaux de Karamcheti (1955) et Roshko (1955) (cités par Komerath et al. [4]).

1.1.1 Classification phénoménologique

La plupart des écoulements tangentiels au-dessus d'une cavité présentent un caractère oscillatoire. Rockwell & Naudascher (1978) [5] ont proposé une classification de ces écoulements oscillants en fonction du type d'interaction mis en cause dans ces oscillations. Ils ont identifié trois classes d'interactions :

- **fluide-dynamique** : ce type d'interactions met en jeu un couplage entre les oscillations de la couche de cisaillement au-dessus de la cavité et l'écoulement à l'intérieur de la cavité. Aucun mode acoustique permanent n'est impliqué. De forts nombres de Mach ou des effets de compressibilité ne sont pas non plus requis pour l'apparition de ce type d'oscillations. On retrouvera ce type d'interactions dans les écoulements à basse vitesse au-dessus de cavité peu profondes, par exemple. Le mécanisme mis en cause est très certainement dépendant de l'instabilité de la couche de cisaillement ainsi que de la production de structures cohérentes. On sait que les structures cohérentes de grandes tailles présentes dans l'écoulement jouent un rôle primordial dans ce type d'interaction.
- **fluide-résonnante** : Cela concerne les oscillations de l'écoulement qui sont contrôlées par les modes acoustiques de la cavité. Ce type d'interaction est surtout présent dans les cavités qui présentent un grand facteur de forme (défini comme le rapport de la longueur de la cavité sur la profondeur verticale de la cavité), ou qui présentent un grand volume pour une ouverture réduite sur l'écoulement supérieur. Les oscillations observées pour les écoulements de cavité à fort nombre de Mach impliquent également totalement ou partiellement des interactions de type fluide-résonnante.

- **fluide-élastique** : cette classe particulière résulte d’une interaction entre la couche de cisaillement au-dessus de la cavité et les parois élastiques de la cavité. Ce sera le cas, par exemple, de haut-parleurs placés dans le fond d’une cavité pour contrôler les oscillations de l’écoulement.

Dans de nombreuses configurations d’écoulement nous retrouverons simultanément plusieurs des classes d’interaction décrites ci-dessus, comme dans le cas d’écoulements compressibles sur une cavité peu profonde munie de déflecteurs, ou à l’intérieur de grandes cavités avec des écoulements à haute vitesse et des baffles situées à l’intérieur. Dans ce dernier type de configuration, peuvent apparaître des interactions non linéaires entre le phénomène de production de structures cohérentes et les phénomènes acoustiques.

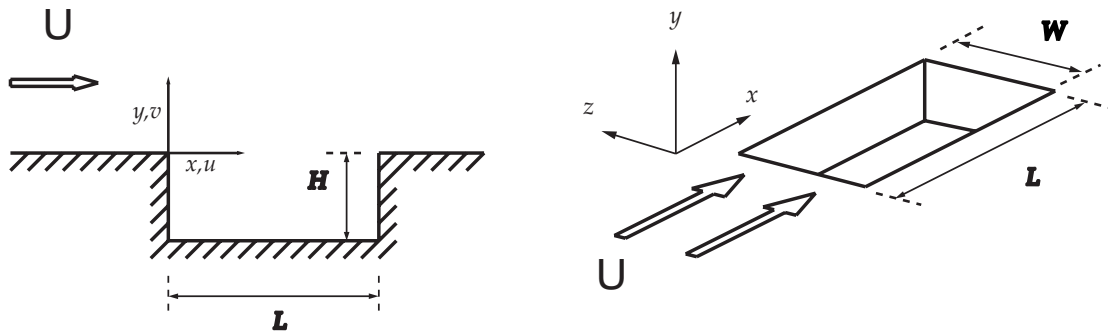


FIG. 1.1 - Géométrie et paramètres de la cavité : longueur - L , profondeur - H , et largeur - W .

1.1.2 Classification géométrique

Les paramètres géométriques principaux décrivant la cavité sont (FIG. 1.1) :

- sa profondeur H ;
- et sa longueur L .

Dans la plupart des études, on utilise le rapport de la longueur de la cavité sur sa profondeur, L/H , pour différencier les classes d’écoulement. Les désignations de classe suivant la valeur de ce paramètre peuvent être différentes selon les études.

Les critères de Sarohia [6] distinguent deux classes d’écoulements :

- les cavités pour lesquelles $L/H > 1$ seront qualifiées de cavités peu-profondes ;
- celles pour lesquelles $L/H < 1$ seront considérées comme profondes.

Plus généralement, on distinguera trois classes d’écoulements :

- cavité ouverte (ou profonde) $L/H < 9$;
- cavité transitionnelle $9 < L/H < 13$;
- et cavité fermée (ou peu profonde) $L/H > 13$.

Ces valeurs seuils, marquant les limites d’une classe d’écoulement, vont être sensiblement dépendantes du nombre de Mach de l’écoulement principal [7]. Il est intéressant de noter d’ailleurs que ces valeurs critiques vont être différentes selon que l’on augmente la longueur de la cavité ou qu’on la réduit. L’amplitude de cet effet d’hystérésis augmente avec le nombre de Mach [8]

L’écoulement au-dessus d’une cavité peu profonde est similaire à celui d’une marche descendante [1, 9, 10]. L’écoulement va recoller contre la paroi inférieure de la cavité en aval du point de décollement, puis passer l’angle aval comme dans le cas d’une marche frontale (FIG. 1.2).

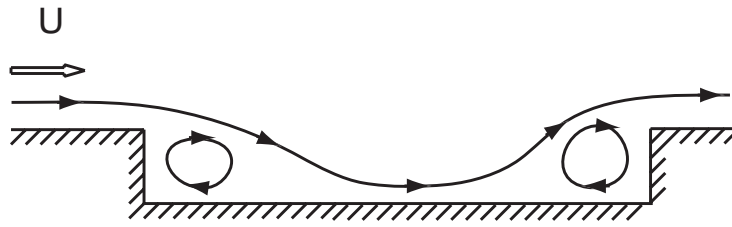


FIG. 1.2 - Écoulement de cavité peu profonde (ou cavité fermée).

Pour les cavités transitionnelles, le comportement de l'écoulement va dépendre principalement du nombre de Mach à l'infini. Alors que la dynamique de l'écoulement au dessus d'une cavité ouverte est plus complexe comme illustré FIG. 1.3. L'écoulement se développe en une couche de cisaillement ondulante au-dessus de la cavité. Cette couche de cisaillement vient impacter la paroi latérale en aval de la cavité, provoquant l'émission d'une onde de pression qui remonte l'écoulement à la vitesse du son. Les analyses conventionnelles considèrent que cet écoulement instationnaire relève essentiellement d'un problème d'acoustique. On note dans ce type d'écoulement, la présence d'une importante recirculation au sein de la cavité [11]. Une recirculation secondaire contra-rotative est également observée au pied de la paroi verticale amont.

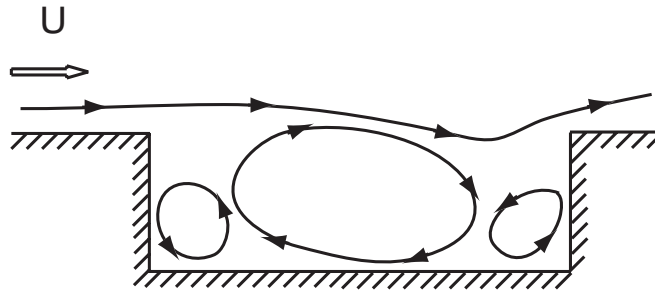


FIG. 1.3 - Écoulement de cavité ouverte.

Pour les écoulements supersoniques [7, 12, 13], les différentes distinctions de classe, établies à partir de la distribution de pression statique dans la cavité, sont les mêmes. Cependant, la valeur du paramètre déterminant la classe de l'écoulement est très légèrement différente :

- $L/H < 10$: écoulements ouverts dans lesquels la couche de cisaillement "enjambe" la cavité ;
- $10 < L/H < 13$: écoulements de cavité transitionnelle ouverte/ou fermée ;
- $L/H > 13$: écoulements fermés pour lesquels la couche de cisaillement recolle sur le fond de la cavité.

Dans le cas d'une cavité fermée supersonique, deux chocs sont présents : un choc au point d'impact de la couche de cisaillement sur le fond de la cavité, ainsi qu'un choc de sortie lors du décollement de l'écoulement en aval du premier point de recollement. Si l'on réduit la valeur du rapport L/H , on passe à un écoulement transitionnel fermé. Les deux chocs se réunissent lorsque le point d'impact et le point de décollement aval coïncident. En continuant à réduire la valeur du rapport L/H , l'écoulement devient transitionnel ouvert. Le choc de recollement-décollement fait place à une série d'ondes de compression indiquant que l'écoulement n'impacte plus sur le fond de la cavité.

En dehors du mode de couche de cisaillement (*mode CC*) que l'on rencontre dans la très grande majorité des expériences et des simulations traitées dans la littérature, il apparaît, pour des nombres de Reynolds très faibles, un mode d'oscillation différent qualifié par Gharib et Roshko [14] de mode de sillage (*mode S*).

1.2 Dynamique de l'écoulement au dessus d'une cavité ouverte

1.2.1 Mode Principal de la cavité

On ne retrouve pas dans l'écoulement au-dessus d'une cavité rectangulaire les fréquences acoustiques naturelles de cette géométrie (calculées en fonction des seules dimensions géométriques de la cavité). Les fréquences principales d'oscillation de l'écoulement sont le résultat d'un fort couplage entre l'acoustique et la dynamique de l'écoulement. Des modèles de prédiction semi-empiriques de ces fréquences d'oscillation de la cavité ont, entre autre, été proposés par Rossiter [15], Heller et Bliss [16], Bilanin et Covert [17], Tam et Block [18]. Dans chacun des cas, les méthodes prédictives ont la même forme générale et requièrent pour la plupart deux constantes empiriques. Elles sont basées sur une description simple du déplacement aval des tourbillons de la couche de cisaillement et du système d'onde interne à la cavité. Les constantes clefs empiriques définissant la phase entre les tourbillons et les ondes, et la vitesse d'advection des tourbillons (κU_∞) doivent être déterminées. La cavité est généralement considérée comme un écoulement «globalement instable», i.e. en l'absence de perturbations extérieures l'écoulement continuera à osciller.

1.2.1.1 Modèle de Rossiter (1964)

Le modèle prédictif de référence, qui a servi à la conception de bon nombre d'autres modèles plus fins, est le modèle de Rossiter. Rossiter s'intéresse aux cavités peu profondes. A partir des caractéristiques dynamiques de l'écoulement et acoustiques de la géométrie, il élabore un modèle analytique semi-empirique permettant d'évaluer la fréquence fondamentale de l'écoulement.

Dynamique de l'écoulement Lorsque le fluide aborde la cavité, il se trouve face à une expansion brusque. Le principe de conservation du débit lui impose une diminution de sa vitesse, donc une augmentation de pression en régime subsonique. Dans cette situation où la pression aval est supérieure à la pression amont, la force d'inertie doit équilibrer deux forces de résistance au mouvement puisque pression et viscosité agissent dans le même sens. Si l'intensité du gradient de pression est suffisante l'écoulement décolle de la surface solide. Une recirculation se forme en aval du point de décollement. Au confluent de la zone d'eau morte de la recirculation et de l'écoulement principal plus rapide se forme une couche de mélange. Cette couche est advectée par l'écoulement moyen vers l'angle aval. Les instabilités présentes dans cette couche de mélange et amplifiées par l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, peuvent donner lieu à l'apparition de structures cohérentes. Ces tourbillons viennent impacter le coin aval de la cavité. Une perturbation de pression est alors générée, qui se propage vers l'amont dans la cavité. Elle va alors exciter la couche de

mélange au point de séparation.

Rossiter n'essaie pas de décrire le processus générateur de l'onde de pression, mais seulement d'évaluer la fréquence fondamentale de l'écoulement au-dessus d'une cavité à partir d'une description globale de l'interaction entre la couche de mélange et les ondes de pression générées par l'angle aval. Il construit alors, à partir de ses observations, un modèle prédictif valable sous deux-conditions.

- (i) la fréquence de création des tourbillons est égale à la fréquence caractéristique du phénomène acoustique ;
- (ii) le décalage de phase du tourbillon convecté du coin supérieur amont vers le coin supérieur aval de la cavité et le décalage de phase de l'onde acoustique remontant l'écoulement sont proportionnels, à un facteur de correction près, dû aux effets de l'angle.

Soit U_c la vitesse de convection des tourbillons dans la cavité ($U_c \simeq 0.4U_\infty$ à $0.6U_\infty$) et κ_v le rapport entre U_c et la vitesse à l'infini, U_∞ . Le temps mis par un tourbillon pour traverser la cavité est de l'ordre de L/U_c ; le temps que met la perturbation acoustique générée par l'impact de la structure sur l'angle de la marche pour remonter l'écoulement jusqu'au point de décollement est estimé à $L/(c_0 - U_\infty)$ (c_0 étant la célérité du son dans la cavité).

On peut également tenir compte du temps mis par l'écoulement pour convertir l'impact de la structure en perturbation acoustique, et du décalage temporel entre l'instant de retour de la perturbation et l'émission d'une nouvelle structure. Ce retard peut être exprimé en fraction de période de l'écoulement : α/f .

On obtient alors la formule de Rossiter :

$$\frac{m}{f} = \frac{L}{U_c} + \frac{L}{c_0 - U_\infty} + \frac{\alpha}{f} \quad (1.1)$$

avec $m = 1, 2, \dots$ le nombre de structures présentes simultanément dans la couche de mélange.

Si on se place à des nombres de Mach faibles, on obtient :

$$U_\infty \ll c_0$$

$$\frac{m - \alpha}{fL} = \frac{1}{U_c} + \frac{1}{c_0} \quad (1.2)$$

Ce qui nous donne finalement l'expression du modèle de Rossiter :

$$St_\infty = \frac{fL}{U_\infty} = \frac{m - \alpha}{\frac{1}{\kappa_v} + M_\infty \cdot \frac{c_\infty}{c_0}} \quad (1.3)$$

Rossiter fit l'hypothèse qu'en première approximation c_∞ et c_0 pouvaient être considérées comme équivalentes :

$$St_\infty = \frac{fL}{U_\infty} = \frac{m - \alpha}{\frac{1}{\kappa_v} + M_\infty} \quad (1.4)$$

Comme nous l'avons vu, ce modèle se base sur deux hypothèses essentielles, qui peuvent être à présent quantifiées :

- La fréquence d'émission de l'onde acoustique, résultant de l'impact de la structure contre l'angle aval, est égale à la fréquence de détachement des tourbillons :

$$f = \kappa_v \frac{U_\infty}{\lambda_v} = \frac{c_0}{\lambda_{c_0}} \quad (1.5)$$

λ_v : longueur d'onde du détachement tourbillonnaire

λ_{c_0} : longueur d'onde de la perturbation de pression qui remonte l'écoulement

On considère ici, en prenant c_0/λ_{c_0} comme fréquence de l'onde acoustique, que la vitesse de l'écoulement dans la recirculation est négligeable. Ce qui semble être une bonne approximation pour les écoulements subsoniques et transsoniques avec $L/H > 1$ d'après l'étude de Rossiter, et pour les écoulements supersoniques lorsque $L/H > 4$ (Heller et Al. [19]).

- Le décalage de phase entre le tourbillon convecté depuis le point de décollement vers l'angle aval de la cavité, et l'onde acoustique remontant la cavité est un multiple de 2π augmenté d'un facteur de correction tenant compte des effets d'angle :

$$2\pi L \left(\frac{1}{\lambda_v} + \frac{1}{\lambda_{c_0}} \right) = 2\pi(m - \alpha) \quad (1.6)$$

Les valeurs de κ_v et α sont déterminées par rapport à des résultats expérimentaux et celles proposées par Rossiter sont $\alpha = 0.25$ et $\kappa = 1.75$.

Modèle de Heller et al. : Rossiter a fait l'hypothèse qu'à faible Mach la vitesse du son c_0 dans la cavité est très peu différente de la vitesse du son c_∞ dans l'écoulement principal. Ce qui revient à admettre que le facteur de récupération de température r_T (*temperature recovery factor* - pour une définition voir [20]) est nul.

$$r_T = \frac{T_i - T_e}{T_0 - T_e}$$

où

T_e : Température à l'extérieur de la cavité

T_i : Température à l'intérieur de la cavité

T_0 : Température d'arrêt

Heller et al. [19] ont établi que ce coefficient était en fait plus proche de l'unité en présence d'un écoulement principal compressible. Les valeurs de r_T mesurées expérimentalement sont généralement situées entre 0.8 et 0.95. Cela affecte sensiblement la différence de phase entre les pressions à l'angle amont et aval de la cavité, et modifie donc la valeur des fréquences calculées des modes principaux. Par conséquent, la vitesse du son dans la cavité peut être prise comme équivalente à la vitesse du son d'arrêt dans l'écoulement principal. Heller et al. [16] ont donc proposé une modification du modèle de Rossiter utilisant la vitesse d'arrêt du son, plus adaptée à des nombres de Mach élevés sous la forme :

$$St_\infty = \frac{fL}{U_\infty} = \frac{m - \alpha}{(M_\infty/\sqrt{1 + [(\gamma - 1)/2] \cdot M_\infty^2}) + \frac{1}{\kappa_v}} \quad (1.7)$$

avec $\kappa_v = 0.57$

Cette formule convient moins bien pour les écoulements à faible nombre de Mach ($M < 0.5$).

Pour les nombres de Mach élevés : Gibson a montré que le rapport des vitesses du son à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité, c_0/c_∞ pouvait être approché par la formule suivante :

$$c_0/c_\infty = \sqrt{1 + r_T \left[\frac{\gamma - 1}{2} M_+^2 \right]}$$

où $r =$ thermal recovery factor $\simeq 0.9$.

Si $M < 3$, l'erreur faite en considérant $r = 1$ est de l'ordre de 3%.

Pertinence des hypothèses de Rossiter : Dans ce modèle la couche de cisaillement est considérée comme bidimensionnelle et le rôle de la recirculation est négligé. Les structures cohérentes sont placées au centre du phénomène de résonance.

La première hypothèse est que la perturbation dans la couche de cisaillement de la cavité se propage à vitesse constante sur toute la longueur de la couche de cisaillement. Cette hypothèse implique une variation de phase linéaire. Les résultats obtenus par Kegerise et al. [21] montrent que cette hypothèse est raisonnable pour une portion significative de la longueur de la cavité.

La seconde hypothèse est que le rapport de la vitesse de convection de la perturbation modale et de la vitesse de l'écoulement libre est constante et indépendante de la fréquence du mode et du M_∞ . Les données expérimentales indiquent que la valeur de ce rapport décroît lorsque la fréquence augmente, ce qui peut être obtenu grâce à la théorie de la stabilité linéaire [22]. Pour un mode donné (ou nombre de Strouhal donné) la dépendance du rapport de la vitesse de convection au nombre de Mach est très faible. De plus, Kegerise et al. observent que l'utilisation dans le modèle de Rossiter du rapport de la vitesse de convection, mesuré expérimentalement, plutôt que les valeurs empiriques proposées par Rossiter, conduit à améliorer l'accord entre les mesures expérimentales et les prédictions du modèle.

Enfin, ce type de modèle semi-empirique est indépendant du nombre de Reynolds de l'écoulement principal. Par conséquent, il ne peut décrire les différences entre une couche limite initiale laminaire ou turbulente (en amont du point de décollement). Or on sait que si la turbulence va indéniablement modifier l'amplitude des modes principaux elle pourra également faire apparaître des modes basses fréquences non prévus par le modèle de Rossiter, trop universel.

1.2.1.2 Modèles linéaires de prédiction des modes propres

Si Rossiter a le premier établi un modèle linéaire de prédiction des modes propres de la cavité à partir de considérations dynamiques simples, d'autres modèles ont été élaborés par la suite, souvent construits sur le modèle qui vient d'être présenté.

A partir de l'analyse analytique du mécanisme d'oscillation proposé par Rossiter, Bilanin et Covert [17] proposent l'écriture d'un modèle de prédiction des fréquences d'oscillations de l'écoulement, pour les cavités peu profondes. Pour cela, ils couplent l'étude de stabilité d'une feuille de vorticité soumise à une fluctuation de pression périodique au point de séparation, et une étude simplifiée des effets sur le champ de pression interne de la cavité d'un monopole acoustique situé sur la paroi en aval de la cavité. L'objectif est de proposer un modèle dépourvu de constante semi-empirique, au contraire du modèle de Rossiter (1.4).

Ils scindent l'écoulement en deux champs distincts : l'écoulement extérieur caractérisé par une convection forcée, et un écoulement interne caractérisé par un mécanisme de stockage de l'énergie (acoustique ou élastique). Ces deux régions sont séparées par une fine couche de mélange qui sera assimilée à une feuille de vorticité. L'écoulement est considéré comme non-visqueux en tout point des deux champs.

Ils partent de l'hypothèse que l'instabilité de la couche de cisaillement, ainsi que l'interaction entre la couche de cisaillement et l'angle aval de la cavité, sont les deux mécanismes indispensables à l'entretien d'oscillations de fréquences discrètes.

La fluctuation de pression résultant de l'impact de la couche de cisaillement sur l'angle aval est modélisée par un monopole acoustique. Seul le point de séparation sera considéré comme réceptif aux effets de cette source acoustique. La condition de déphasage entre l'angle amont et l'angle aval permet alors de déterminer les fréquences susceptibles d'être observées.

Ils proposent le modèle suivant, donnant l'expression du mode des oscillations sous forme d'un Strouhal basé sur la longueur de la cavité :

$$\frac{fL}{U_\infty} = \frac{n - \frac{3}{8} - \frac{\phi}{2\pi}}{(M_+ \frac{a_+}{a_-}) + \frac{K_r U_+}{\omega}} \quad (1.8)$$

où les indices $()_+$ et $()_-$ représentent respectivement les paramètres à l'extérieur de la cavité ($y > 0$) et les paramètres à l'intérieur de la cavité ($y < 0$)

On retrouve en fait le modèle de Rossiter avec :

$$\alpha = -\left(\frac{3}{8} + \frac{\phi}{2\pi}\right) \quad \text{et} \quad K = \frac{\omega}{K_r U_+}$$

Ce modèle donne des résultats corrects pour des nombres de Mach assez grands mais est nettement moins satisfaisant pour des nombres de Mach faibles.

Une évolution du modèle de Bilanin et Covert a été proposée par Block en 1976 afin de tenir compte des effets de profondeur de la cavité. Ce paramètre a donc été introduit dans le modèle original proposé par Bilanin et Covert (1.8) ce qui améliore légèrement les résultats. En 1978, Tam et Block [18] étudient la possibilité de développer un modèle mathématique, linéaire, basé sur l'interaction de la couche de cisaillement avec les parois de la cavité, et capable d'améliorer les défauts constatés jusqu'à présent. Afin d'être performant, ce modèle doit donc être capable de tenir compte : de l'épaisseur non nulle de la couche de mélange et de la présence d'une paroi au fond de la cavité, autorisant la réflexion des ondes acoustiques. L'écoulement est supposé être bidimensionnel et l'écoulement moyen à l'intérieur de la cavité est négligé. Le processus de naissance de l'onde acoustique, résultant de l'impact des structures tourbillonnaires sur l'angle aval, est modélisé de la manière suivante : la couche de mélange subit des oscillations de haut en bas

dans une zone proche du coin aval. Lorsque la couche de mélange est dans une phase montante, l'écoulement externe est dévié au dessus du coin d'impact et aucune onde de pression d'amplitude significative n'est créée. Par contre, lorsque la couche de mélange au cours de son mouvement est infléchié vers le bas, il y a un phénomène d'aspiration du fluide extérieur vers la cavité et une zone de haute pression se forme à la paroi. Une onde de compression est alors générée qui rayonne dans toutes les directions. La partie qui se propage dans l'écoulement extérieur ne subira pas de réflexion. En revanche, la portion de l'onde qui irradie dans la cavité, le front d'onde $E'E''$ par exemple, sera réfléchi par le fond de la cavité et la paroi verticale amont. Ces réflexions vont produire de nouveaux fronts d'onde, $B'B''$ et $A'A''$ (FIG. 1.4). De nouvelles réflexions sur les parois de la cavité et la couche de cisaillement devraient se produire. Cependant des études comme celles de Heller et Bliss [16] montrent que ces réflexions additionnelles contre le fond de la cavité et la couche de cisaillement sont négligeables devant celles décrites précédemment. Elles seront donc négligées. La source acoustique est supposée être très localisée et sera modélisée par une source linéaire périodique située sur le coin aval. Cette hypothèse est en bon accord avec des visualisations réalisées lors d'études expérimentales postérieures.

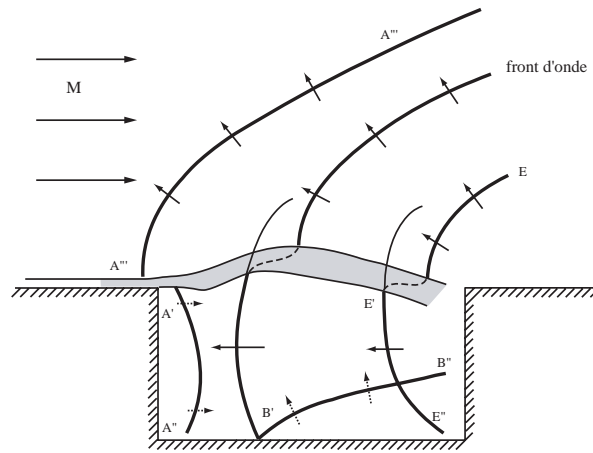


FIG. 1.4 - Modélisation du champ acoustique de l'écoulement de cavité - Tam et Block

Du fait de la présence d'un écoulement moyen au dessus de la cavité, la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans la partie supérieure est plus faible que dans la cavité où l'écoulement moyen est considéré être nul. La méthode de construction du modèle est ensuite relativement proche de la méthode utilisée par Bilanin et Covert.

Ce modèle, comparé aux résultats de l'étude expérimentale effectuée par la suite par Tam et Block ainsi qu'à des résultats expérimentaux proposés par Rossiter, donne de très bons résultats excepté pour des nombres de Mach inférieurs à 0.2 où le mécanisme est clairement celui d'une résonance acoustique correspondant à un mode normal de la cavité.

En résumé, dans la plupart des études que nous venons de rappeler, seules les fréquences des oscillations sont prédites. Le calcul de l'amplitude des oscillations de pression dans le domaine des fréquences est très peu présent dans la littérature.

De plus, si les modèles linéaires sont relativement efficaces dans la prédiction des fréquences discrètes possibles d'oscillation, ils ne permettent pas, pour un jeu donné de conditions initiales, de déterminer quel sera le mode dominant des oscillations, ni quelles seront les interactions non-linéaires entre les modes.

1.2.1.3 Modèles non linéaires - Amplitude des modes

L'amplitude des modes résonnants dépend fortement de l'amplification et de la saturation des perturbations dans la couche de cisaillement. Elle va également dépendre de la conversion des structures tourbillonnaires impactantes au voisinage de l'angle aval de la cavité en ondes acoustiques, ainsi que de la propagation de ces perturbations au sein de la cavité et leur reconversion en perturbations du champ de vorticité dans la zone proche de l'angle amont. Récemment quelques tentatives ont été faites pour élaborer des modèles nécessairement nonlinéaires de prédiction de l'amplitude des oscillations.

Dix & Bauer [23] ont utilisé les relations fondamentales de la dynamique des fluides couplées à la théorie du mélange de Chapman-Korst, afin de développer une méthode analytique de prédiction de l'amplitude des modes principaux. Si les résultats présentés manquent de précision, ils semblent indiquer l'importance du rapport L/δ_0 (i.e. rapport de la longueur de la cavité sur l'épaisseur de la couche limite en amont du point de décollement) pour déterminer les niveaux acoustiques généraux dans la cavité.

Rowley et al. [24] ont travaillé à l'élaboration d'un modèle basé sur la décomposition orthogonale aux valeurs propres (P.O.D. [25]) et la projection de Galerkin. Ils partent du constat que l'écoulement de cavité possède un certain nombre de propriétés caractéristiques d'un système dynamique non-linéaire de faible dimension. La P.O.D. leur permet d'extraire une base orthogonale spatiale représentative du champ de l'écoulement (au sens des moindres carrés)   partir de données tirées de simulations numériques directes ($M = 0.6$, et $L/\theta = 52.8 - 58.4$ et 60.2). Le système d'équations aux dérivées partielles régissant la dynamique de l'écoulement ( quations de Navier-Stokes) se ramène alors à un système d'équations aux dérivées ordinaires (E.D.O.) d'ordre peu élevé, par une projection de type Galerkin sur cette base réduite déterminée par la P.O.D. Ce nouveau système d'E.D.O. représente de manière simplifiée la dynamique de l'écoulement. Ils construisent ainsi des modèles de faibles dimensions (6 à 60  tats). Ils observent que si les prédictions d'amplitudes sont bonnes à court terme, au delà de quelques cycles (3 périodes d'oscillation), le modèle diverge. Ils montrent que l'essentiel de l'énergie est réparti sur les premiers modes orthogonaux et que l'ajout des modes plus élevés n'améliore pas les performances du modèle. On remarquera que si la plupart des phénomènes caractéristiques des oscillations de cavité sont de nature non-visqueuse (instabilité de la couche de cisaillement, propagation de la perturbation acoustique etc.), le modèle est plus performant lorsque l'on tient compte des termes visqueux. Pour palier à ce problème de divergence à long terme, Rowley et al. [26] proposent un modèle basé sur la décomposition orthogonale aux vecteurs propres. Cette méthode leur permet de capturer notamment les structures cohérentes au sein de la couche de cisaillement ainsi que les émissions acoustiques correspondantes. La projection de Galerkin capture ainsi beaucoup mieux la dynamique de l'écoulement à court et long terme. Ils expliquent la différence de performance par la dilatation qui est beaucoup mieux appréhendée en vectoriel dans la mesure où elle est calculée pour chacun des modes et non à partir d'une somme de modes pour différentes variables susceptibles d'évoluer indépendamment les unes des autres. On notera que le calcul des modes propres requiert la connaissance instantanée du champ des paramètres de l'écoulement. Cette condition ne permet donc pas de déterminer à priori les caractéristiques de la résonance de l'écoulement à partir du seul jeu de variables caractéristiques de l'écoulement que sont le nombre de Mach, le nombre de Reynolds ou encore les rapports de forme géométriques. Cependant, de par leur capacité à prédire la dynamique de

l'écoulement à court et long terme, ils envisagent d'utiliser ces méthodes dans le contrôle actif des écoulements de cavité.

1.2.2 Mode de sillage

L'écoulement de cavité en mode de sillage (*mode S*) a été observé pour la première fois expérimentalement par Gharib et Roshko [14], sur une cavité axisymétrique derrière un corps profilé dans un écoulement incompressible (de l'eau), à très basse vitesse ($U = 0.23m/s$). La couche limite en amont du point de décollement est laminaire. Lorsque la longueur de la cavité augmente et/ou le nombre de Reynolds, les oscillations auto-entretenues de la couche de cisaillement deviennent asymétriques, et l'écoulement ne recolle plus sur l'angle aval de la cavité. L'écoulement fluctue violemment, recolle en dessous de l'angle aval de la cavité et possède des caractéristiques semblables à l'écoulement de sillage tridimensionnel derrière un corps profilé. De plus, la traînée de la cavité augmente considérablement (ce qu'expliqueront Shieh & Morris [27]). Gharib et Roshko ont alors appelé cet état du champ de l'écoulement de la cavité «le mode de sillage».

En vue d'élaborer un modèle utilisable pour déterminer une loi de contrôle rétroactif, Colonius et al. [28] [29] ont effectué la DNS (dans le sens «absence de modèle de turbulence», en l'occurrence la couche limite en amont du point de décollement est laminaire) d'un écoulement bidimensionnel compressible de cavité ouverte. Ils observent également le passage du mode de couche de cisaillement au mode de sillage lorsque la longueur de la cavité augmente par rapport à la hauteur de la couche limite. La structure produite à l'angle amont de la cavité est d'une taille comparable à la profondeur de la cavité et, lors de sa formation, le fluide de la couche de cisaillement est dirigé vers l'intérieur de la cavité. La structure se détache alors de l'angle amont pour venir impacter la paroi aval (FIG. 1.5). Elle est alors compressée par l'écoulement, puis éjectée violemment de la cavité.

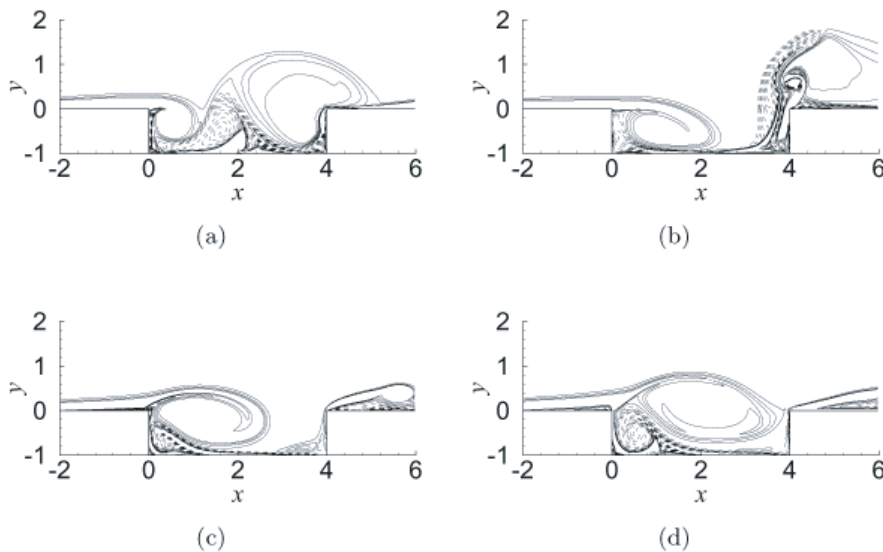


FIG. 1.5 - contour du champ instantané de vorticité à 4 instants différents, correspondant approximativement à un quart de période du cycle

La structure est suffisamment large pour provoquer le décollement de la couche limite

en amont de la cavité lors de sa genèse, puis le décollement de la couche limite en aval de la cavité alors qu'elle est convectée à travers celle-ci. Le passage du *mode CC* au *mode S* se fait par une période transitionnelle où une alternance de modes est observée (ils ne sont pas présents simultanément). Le paramètre le plus pertinent pour l'étude de cette transition semblant être le rapport longueur sur épaisseur de quantité de mouvement L/θ , plutôt que L/H . Une étude antérieure de Sarohia [6] suggère que les caractéristiques de l'instabilité de mode de couche de cisaillement sont indépendantes de H/θ . Néanmoins le *mode S* est présent pour des valeurs élevées de L/θ et H/θ . Pour L/H fixé, la transition dépend, elle, du nombre de Mach ou du nombre de Reynolds.

Shieh et Moriss [27] présentent une étude numérique d'écoulements de cavité oscillants dans les *mode S* et *CC*, avec une couche limite amont turbulente. Ils observent qu'en *mode S* le taux de croissance de la structure est très supérieur à celui observé pour le *mode CC*. Ils remarquent que la portion de la structure qui roule sous la paroi aval de la cavité crée une recirculation, alors que la partie qui est éjectée de la cavité vient former de plus petites structures tourbillonnaires qui sont advectées vers la sortie.

Ils observent également le décollement de la couche limite amont lors de la formation de la structure, et celui de la couche limite aval lors de son advection dans la cavité et de son éjection.

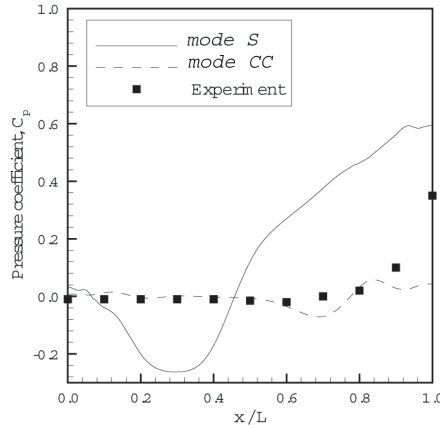


FIG. 1.6 - Comparaison des coefficients moyen de pression sur le fond de la cavité pour différents modes d'oscillation - schéma tiré de [27]

La comparaison des profils moyens des coefficients de Pression C_p (FIG. 1.6) montre qu'il y a une chute de pression sous la paroi amont de la cavité, là où la structure est en contact avec le fond de la cavité. Lors de l'advection de la structure à travers la cavité, la paroi aval provoque une brusque décélération de l'écoulement, qui induit une hausse de pression soudaine à proximité de cette paroi. La perturbation de pression est beaucoup plus forte pour le *mode S*. On conserve un pic de radiation de l'onde de pression à 135° par rapport à la direction aval de l'écoulement, et l'intensité est supérieure de + 10 dB à 3 profondeurs de cavité de distance de l'angle aval, par rapport au *mode CC*. De plus, le signal de pression exhibe une périodicité plus marquée à la paroi que pour le *mode CC*, et l'amplitude des fluctuations est beaucoup plus importante (FIG. 1.7).

Le modèle de Rossiter, calibré à partir d'expériences subsoniques en cavité tri-dimensionnelle, ne permet pas de prédire précisément les fréquences du *mode S*, pour lequel les valeurs du nombre Strouhal sont plus basses que pour le *mode CC*. Mais, lorsque

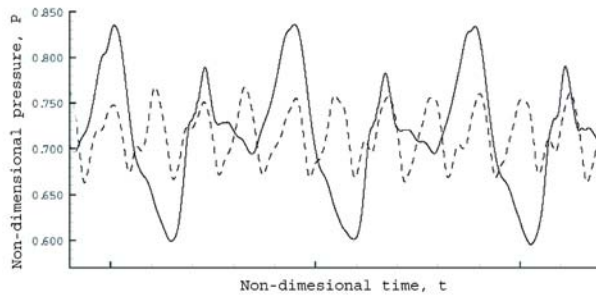


FIG. 1.7 - Comparaison de l'évolution temporelle des signaux de pression au point d'abscisse $x/L = 0.1$. trait plein : *mode S*; trait pointillé : *mode CC* - schéma tiré de [27]

l'on recalibre la valeur des paramètres du modèle de Rossiter pour l'écoulement dont les oscillations sont en *mode S*, le modèle prédit avec précision les fréquences principales de l'écoulement. Ceci pourrait indiquer que l'on reste en présence d'oscillations auto-entretenues et que le couplage aéroacoustique est du même type que le mécanisme décrit par Rossiter. En effet, la vitesse de convection des tourbillons mesurée dans cette étude est de $0.25U_\infty$, ce qui est très inférieur aux vitesses de convection observées pour le *mode CC* ($0.4U_\infty$ à $0.6U_\infty$). Cela est très certainement dû à la présence de la recirculation qui induit un écoulement retour sur le profil moyen de U . Cela augmente la différence de vitesse de part et d'autre de la couche de cisaillement provoquant un taux de croissance supérieur de la structure et ralentissant l'advection de celle-ci dans la cavité.

Colonius et al. [30] ont développé un critère permettant de prédire le moment où apparaissent les oscillations du *mode CC*, puis la transition du *mode CC* au *mode S*. Initialement en effet, la croissance de l'instabilité se fait toujours en *mode CC*, pour lequel les radiations acoustiques provenant de l'angle aval sont l'élément principal du mécanisme de rétroaction. Les oscillations de la couche de cisaillement croissant en amplitude à chaque cycle, ils suggèrent alors que la transition vers le *mode S* se produit dès que les oscillations atteignent un certain seuil. Ils procèdent à la DNS d'une cavité pour différents paramètres L/H , L/θ , M , et Re_θ avec une couche limite amont laminaire. Shieh et Morris [27] avaient remarqué une diminution du Strouhal lorsque le nombre de Mach augmente (nombre de Mach testés : 0.4, 0.5 et 0.6), et avaient conclu à la persistance d'une rétroaction acoustique. En contradiction avec cette observation, Rowley et al. notent que la fréquence d'oscillation du *mode S* est indépendante du nombre de Mach sur la gamme étudiée : $0.4 < M < 0.8$. Ils en concluent que, contrairement au mécanisme décrit par Rossiter, les oscillations du *mode S* ne sont pas des instabilités convectives (selon la désignation de Huerre & Monkevitze [22]) forcées acoustiquement. Ils font alors l'hypothèse que la rétroaction se fait au travers de la recirculation dans la cavité.

Le nombre Strouhal du *mode S* est inférieur aux fréquences des modes prévus par le modèle de Rossiter. Pour des dimensions de cavité $L/H < 2$, ils n'observent pas de *mode S*. En revanche, certains écoulements à $L/H = 3$ peuvent présenter des caractéristiques aux deux modes simultanément, mais pas le *mode S* seul, alors que pour $L/H = 5$, ils obtiennent le *mode S*, mais à un Strouhal inférieur à celui mesuré pour $L/H = 4$. Lorsque l'écoulement oscille au *mode S*, une recirculation importante est présente dans la cavité. Colonius et al. [29] font l'hypothèse que cette recirculation conduit à une instabilité absolue pouvant fournir le mécanisme de rétroaction qui provoque la transition vers le *mode*

S. Ils proposent alors un modèle linéaire simple pour prédire la loi d'échelle gouvernant la transition entre les modes. Leur modèle semble être en bon accord avec les résultats de leurs simulations numériques. La transition d'un mode à l'autre se produirait lorsque l'amplitude des oscillations excéderait un certain seuil. L'écoulement de la recirculation dans la cavité serait alors suffisamment fort pour provoquer la transition vers l'instabilité absolue. Suivant ce modèle, tout phénomène tendant à limiter la croissance des fluctuations jouerait alors un rôle inhibiteur dans la transitions vers le *mode S* ou pour le moins retarderait cette transition.

Enfin, une étude numérique bidimensionnelle de Gloerfelt et Al. [31] ($L/H = 2$ et $M = 0.7$) montre que l'on peut observer deux recirculations contra-rotatives au sein de la cavité. La recirculation aval peut, sous l'influence de la recirculation amont, être violemment éjectée de la cavité dans le cas d'une couche limite amont mince. Le rôle des structures cohérentes de la couche de cisaillement est alors éclipsé et l'écoulement bascule en *mode S*.

On remarquera que le mode de sillage n'a jusqu'à présent pas été observé expérimentalement pour les écoulements subsoniques de cavités tridimensionnelles. Cela indique certainement que des effets tridimensionnels (effets de bord, mode tridimensionnel stationnaire [32]) peuvent avoir des conséquences non négligeables sur la structure de l'écoulement, et jouer un rôle inhibiteur dans la transition vers le *mode S*. De plus, la majorité des expériences et des simulations dans lesquelles ce mode de sillage est présent, possède une couche limite amont laminaire. Or il semblerait que le décollement de la couche limite amont précède la transition vers le *mode S*, même s'il n'a pas été établi de relation claire entre ces deux phénomènes. La turbulence pourrait donc être aussi un facteur inhibiteur de cette transition, dans la mesure où une couche limite turbulente est beaucoup plus robuste au décollement provoqué par un gradient de pression défavorable oscillant, induit par la formation de la structure.

1.3 Seuil d'apparition de l'instabilité :

D'une manière générale, seuls les écoulements de très basse vitesse au-dessus de cavités très peu profondes, ou très courtes, restent stationnaires.

East (1966) [33] a utilisé les travaux de Plumbee et al. [34] dans son étude des cavités profondes ($L/H < 1$). Ces derniers avaient étudié de façon théorique la réponse à un forçage en pression d'une cavité rectangulaire ouverte, soumise à un écoulement supérieur tangentiel, en faisant l'hypothèse que l'écoulement dans la cavité était au repos et que le fluide extérieur se déplaçait à une vitesse uniforme. Ils ont supposé que le phénomène de résonance acoustique dans la cavité est principalement celui d'un volume clos répondant dans son mode acoustique normal (de profondeur). Ce modèle théorique permet à East de déterminer la valeur de résonance de fH/c , c.-à-d. les valeurs pour lesquels p/p_f est maximum, où p est la valeur r.m.s. de la pression à la base de la cavité, et p_f est la valeur r.m.s. de la pression de forçage à l'ouverture de la cavité. Il obtient un encadrement de fH/c pour lequel il devrait y avoir résonance acoustique suivant le mode de profondeur. A partir de cet encadrement et de la formule empirique de Rossiter, qui donne ici de très bons résultats, il montre que pour des nombres de Mach très faibles les fluctuations associées aux fréquences discrètes sont très petites. Les fluctuations de la couche de cisaillement peuvent alors ne pas être suffisamment amplifiées.

Covert [3] a montré à partir d'une analyse de stabilité hydrodynamique qu'il existait une vitesse critique d'apparition des oscillations. Il est intéressant de noter qu'à cette vitesse critique la fréquence d'oscillation est très proche de la fréquence naturelle de la cavité sans écoulement affleurant.

Sarohia [6] a effectué une étude très détaillée de l'influence de la longueur de la cavité (L), de sa profondeur (W), ainsi que de l'épaisseur de la couche limite amont (δ_0) sur le déclenchement de l'instabilité dans le cas d'une cavité axisymétrique. A nombre de Reynolds et rapport de profondeur constant, et longueur variable, il apparaît un premier seuil en dessous duquel on n'observe aucune oscillation (à $L/\delta_0 = 5.25$ pour $Re_{\delta_0} = 2,86.10^3$ et $H/\delta_0 = 10$). Un second seuil sans hystérésis est atteint lorsque l'on augmente la longueur de la cavité (pour $L/\delta_0 = 8.15$), au delà duquel la fréquence de résonance se décale vers les hautes fréquences. La valeur de ces seuils change avec le Reynolds Re_{δ_0} . Concernant la profondeur, lorsque celle ci augmente on passe également par un seuil en dessous duquel l'écoulement ne présente pas d'oscillations (il est situé dans la plage $1.34 < H/\delta_0 < 2.87$ pour $Re_{\delta_0} = 0,96.10^3$ et $L/\delta_0 = 11$).

Hankey & Shang [35], à l'aide d'une étude de stabilité, démontrent que les cavités dont les dimensions sont telles que $L < 2\pi\vartheta$ (où ϑ est l'épaisseur de couche de cisaillement) ne devraient pas présenter d'oscillations. De même, au delà de Mach 2.5, les instabilités ne devraient pas se développer. Les écoulements décollés sont plus stables en régime supersonique qu'en régime subsonique.

Des critères similaires ont été développés pour la profondeur minimum de la cavité. Block [36] a proposé une expression du nombre de Mach critique, seuil d'apparition de plusieurs modes simultanés d'oscillation. L'existence d'un nombre de Mach critique pour l'apparition des oscillations indique que le phénomène de résonance est sans aucun doute lié aux effets de compressibilité. La conclusion est que seules les cavités de très petites dimensions, ou les écoulements de très faibles vitesses, ne sont pas affectés par des oscillations.

1.4 Écoulement 2D ou 3D - influence de la largeur de la cavité

Il est généralement convenu de considérer l'écoulements de cavité comme essentiellement bidimensionnel. Cette approximation permet notamment de construire des modèles pertinents de prédictions des modes de résonance de la cavité, et semble vérifiée pour la grande majorité des études que l'on peut trouver dans la littérature. Cependant, on sait que les tourbillons longitudinaux au sein de la couche limite, des effets de bord sur la couche de cisaillement et dans la cavité, ainsi que des instabilités de type Taylor-Görtler dues à la forte courbure de la bulle de recirculation peuvent induire une tridimensionnalisation de l'écoulement.

Mauil et East [37] furent les premiers à s'intéresser à la tridimensionnalisation de l'écoulement dans les écoulements affleurants de cavités rectangulaires ($0.4 < L/H < 2$ et $0.5 < L/W < 2.55$). En suivant l'évolution temporelle des recirculations principales et secondaires, ils constatent que la structure des recirculations est indéniablement tridimensionnelle (l'écoulement dans la cavité se structure en cellules) mais qu'il est également instationnaire.

Dans une étude expérimentale portant sur des nombres de Mach inférieurs à 0.2 et des

facteurs de forme compris entre 0.053 et 0.162 pour L/W , et 0.12 à 1.17 pour L/H , East (1966) [33] rapportait que la largeur ne semblait pas affecter significativement les caractéristiques des oscillations observées.

Partant d'un rapport de forme $L/W = 0.115$, Disimile et al. [38] ($L/H = 1$), dans une configuration expérimentale d'écoulement subsonique turbulent présentant deux fréquences principales d'oscillation, observent que le nombre de fréquences dominantes augmente lorsque la largeur de la cavité diminue. Ils constatent que pour des cavités où $L/W > 4$, deux fréquences dominantes prévalent, alors que pour des cavités de largeur inférieure, une troisième fréquence d'oscillation apparaît. L'intensité de cette dernière fréquence d'oscillation croît jusqu'à devenir la seconde fréquence dominante pour la plus petite largeur de cavité testée. East [33] a montré qu'il était possible d'établir une relation entre le Strouhal correspondant au mode acoustique de profondeur ($= fH/c$) et L/H :

$$St_H = \frac{fH}{c} = \frac{1}{4 \cdot (1 + 0.65(\frac{L}{H})^{0.75})} \quad (1.9)$$

Pour la configuration expérimentale de Disimile et al. [38] le Strouhal ainsi calculé correspond à celui associé à ce troisième mode. Cette troisième fréquence d'oscillation est donc dépendante de l'acoustique de la cavité. Pour $L/W > 1/4$, ils observent une augmentation progressive de l'énergie acoustique de la cavité (l'amplitude du troisième mode augmente) lorsque sa largeur diminue.

Ils remarquent que partant de la plus grande largeur de cavité, lorsque celle-ci décroît, l'écoulement passe, pour l'une des largeurs testées ($0.15 < L/W < 0.20$), par une commutation («switch») dans la distribution des montants d'énergie des deux basses fréquences dominantes. On sait que l'énergie contenue dans les fluctuations de la cavité est fournie par la couche de cisaillement qui s'étend au-dessus de la cavité. L'étude des variations du niveau relatif des fluctuations de pression en fonction de la largeur de la cavité, tendrait à valider l'hypothèse de Tam & Block [18] selon laquelle les instabilités de la couche de cisaillement sont la source de cette énergie. Dans cette étude, on observe que si la largeur de la cavité intervient bien dans la répartition des montants d'énergie affectés à chacun des modes principaux, elle n'a aucune incidence sur la définition fréquentielle de ces modes [6].

Miksad [39] a montré qu'en excitant une couche de cisaillement libre on renforce considérablement la cohérence de l'écoulement ce qui accroît sa bidimensionnalité. Gloerfelt et al. [40] dans une D.N.S. d'un écoulement subsonique ($M = 0.6$) affleurant pour deux largeurs de cavité ($L/W = 0.5$ et 1.28), observent que la tridimensionnalisation de l'écoulement réduit son degré de cohérence ce qui atténue le rayonnement acoustique. Des études plus récentes montrent que la tridimensionnalisation de l'écoulement ($L/W > 1$ - les effets de bord ne peuvent plus être négligés) a effectivement tendance à diminuer l'intensité de la perturbation acoustique d'environ 15dB.

Les couches de cisaillement sont souvent considérées comme quasi-bidimensionnelles dans le sens où les caractéristiques dominantes de l'écoulement sont fixées par le rapport L/H . Mais dans certains cas la tridimensionnalité peut exercer des effets prédominants sur la dynamique de l'écoulement. Rockwell et Knisely [41] ($L/H \simeq 1.2$; $L/W \simeq 0.35$; et $Re_{\theta_0} = 106$) se sont attachés à observer la structure de la couche de cisaillement à proximité de l'angle aval de la cavité à l'aide de visualisations par bulles d'hydrogène. Ces observations mettent en évidence un fort couplage entre la croissance des tourbillons

dits «primaires »(d’extension latérale) et la concentration croissante de vorticité des tourbillons dits «secondaires »(d’extension longitudinale)   mesure que le tourbillon primaire avance dans la cavité, ce couplage se traduisant par une distorsion latérale, mais ordonnée (longueur d’onde fixe), du corps des tourbillons primaires. La longueur d’onde de ces structures secondaires est de l’ordre ou de la moitié de la longueur d’onde des structures primaires. Des tourbillons longitudinaux de plus grandes longueurs d’onde sont présents plus en amont (plus près du point de décollement) que ceux avec de plus petites longueurs d’onde. L’absence de mesures de champ ne permet malheureusement pas d’estimer quantitativement l’influence de cette tridimensionnalisation de l’écoulement, mais seulement de la constater d’un point de vue qualitatif. Ce phénomène a également été observé dans des simulations numériques tridimensionnelles ($L/H = 3$, $L/W = 0.78$, $M = 0.8$, $Re_h = 48600$) [42]. La structure de la bulle de recirculation entre la couche de cisaillement et les parois de la cavité pourrait participer dans une certaine mesure à cette tridimensionnalité. La présence de cette recirculation peut modifier la trajectoire moyenne des structures impactantes et ainsi moduler l’interaction résultante tourbillon-angle.

Dix et Bauer [23] ont montré que pour une cavité rectangulaire étroite (de même rapport de forme longueur-profondeur et largeur-profondeur : $L/H = L/W = 4.5$), dans l’intervalle de Mach $0.60 < M_\infty < 5.0$, en complément des modes longitudinaux habituellement étudiés, sont présents les modes transversaux et de profondeur. Les spectres des signaux de pression indiquent que pour les basses fréquences le modèle de Rossiter modifié prédit très bien les fréquences principales de l’écoulement. Au delà de ces fréquences, apparaissent de nouveaux modes. Si l’on compare les spectres de pression pris en différents points de l’écoulement (répartis sur la largeur de la cavité - perpendiculaires à l’écoulement principal), on observe au-delà de la fréquence naturelle latérale (calculée en fonction des seuls paramètres géométriques de la cavité) une divergence dans l’évolution des spectres pour les plus hautes fréquences, alors que pour les basses fréquences les évolutions sont identiques. On fait le même constat en ce qui concerne des points pris sur les parois verticales. Au-delà du mode naturel de profondeur les spectres divergent. Cela atteste de l’existence de modes latéraux et de profondeurs, en complément des traditionnels modes longitudinaux.

Chung [43] étudie expérimentalement les effets de la tridimensionnalisation sur les caractéristiques de l’écoulement transsonique au dessus d’une cavité rectangulaire ($2.43 < L/H < 43.00$; $L/W = 0.5, 1.0, 2.0$ et $M = 1.28$). L’amplitude du pic de pression observé immédiatement en amont de l’angle d’impact (recompression) augmente avec L/H , jusqu’à atteindre un palier pour les cavités fermées ($L/H > 13$). Le pic de pression est légèrement plus important pour les cavités 3D ($L/W=2$). Immédiatement en aval de l’angle d’impact, la pression chute brutalement pour atteindre un minimum. Ce minimum est beaucoup plus important pour les cavités 3D que pour les cavités 2D ($L/W=0.5$ et 1.0) pour lesquels ce minimum de pression est du même ordre de grandeur. Il semblerait donc que les effets de la tridimensionnalisation de l’écoulement soient significatifs à proximité de l’angle aval de la cavité. Ils interprètent cela comme le témoignage que les cavités 3D induisent des tourbillons de bord aval plus forts et donc des gradients de pression plus importants sous l’angle aval. De plus, le niveau des fluctuations de pression pour les cavités ouvertes et transitionnelles est plus important que celui des écoulements de cavité fermée. Ils remarquent également que pour un rapport L/H donné, l’amplitude des fluctuations au pic de pression des cavités 3D est plus importante que pour les cavités 2D. Cette caractéristique 3D non négligeable est beaucoup plus importante pour les cavités

transitionnelles ($10 < L/H < 13$).

Gloerfelt et al. [42] effectuent une simulation LES avec modèle de Smagorinsky pour une cavité $L/H = 3$ et $L/W = 0.78$ à $M = 0.8$. Ils montrent que la structure du champ de pression a un caractère bidimensionnel marqué pour un écoulement laminaire, alors que l'écoulement turbulent génère des «irrégularités» tridimensionnelles. Les effets 3D sont beaucoup plus marqués pour les cavités transitionnelles ou fermées ($L/H \geq 10$), et également plus marqués en présence d'un écoulement turbulent qu'en laminaire. De plus, dans une étude ultérieure [31] ils montrent que pour les cavités plus larges ($L/W = 0.5$, $L/H = 1$ et $M = 0.6$) en régime laminaire, l'accroissement de la cohérence s'accompagne de l'apparition de plusieurs harmoniques. La perte de cohérence des écoulements tridimensionnels s'explique en partie par les instationnarités de la recirculation principale pour les cavités étroites ($L/W = 1.28$). Elle s'accompagne d'une réduction du niveau global de pression sonore d'environ 15 dB.

Zhuang et al. [44] observent que, dans le cas d'un écoulement turbulent supersonique ($M = 2$), si l'écoulement est dominé par des perturbations hydrodynamiques et acoustiques largement bidimensionnelles directement en aval du point de décollement, il présente un caractère fortement tridimensionnel à proximité du point d'impact de la couche de cisaillement contre l'angle aval de la cavité.

Dans une étude expérimentale à faible nombre de Mach ($0.015 < M < 0.1$) Chatelier et al. [45] montrent que si l'évolution des modes est proche de celle prédite par Rossiter, la distribution des nombres de Strouhals présente une dépendance au rapport L/W ($L/H = 1$ et $0.25 < L/W < 2$). Dans un certain nombre d'études les fréquences caractéristiques des écoulement 3D sont plutôt hautes.

En conclusion, si la tridimensionnalité des écoulements est incontestable les études semblent s'accorder sur le fait que les valeurs des fréquences principales discrètes des oscillations sont peu affectées par des changements dans la largeur de la cavité. Cependant la tridimensionnalisation de l'écoulement va modifier l'amplitude de ces pics (le montant d'énergie spectrale associée aux modes principaux). L'écoulement va perdre de sa cohérence, et ainsi affaiblir la perturbation de retour. L'amplitude des modes principaux sera alors plus faible que dans le cas bidimensionnel.

1.5 Harmoniques

Une des caractéristiques principales des oscillations de la cavité est la coexistence, pour un nombre de Mach donné, de plusieurs fréquences d'oscillations périodiques ou quasi-périodiques (jusqu'à 5 modes simultanément, Heller & Bliss [16]). On retrouve ainsi dans les spectres, de pression instationnaire entre autres, de multiples pics d'amplitudes comparables, avec généralement prééminence d'un mode. On relève notamment la présence de pics importants à basses fréquences. Il s'agit là d'un trait caractéristique des couches de cisaillement impactantes [46, 47].

Dans une étude à faibles nombres de Reynolds ($Re_{\theta_0} = 106$ et 324), Rockwell et Knisely [48] ont montré le rôle organisateur de la paroi d'impact sur la structure de l'ensemble de la couche de cisaillement (FIG. 1.8). Ils font apparaître que les caractéristiques de la couche de cisaillement impactante sur un angle aval présentent de fortes similarités avec une couche de cisaillement libre excitée à sa fréquence fondamentale. L'influence de la paroi n'est pas confinée à la zone proche de l'impact mais s'étend à l'ensemble de la

couche de mélange. De plus, l'effet de la paroi d'impact n'est pas seulement d'accroître le degré d'organisation de l'écoulement en concentrant l'énergie sur la fondamentale. Celle-ci va également transférer une partie de cette énergie sur les harmoniques de la fondamentale (FIG. 1.8). Miksad [39] a obtenu des résultats semblables en excitant acoustiquement une couche de cisaillement libre à sa fréquence fondamentale.

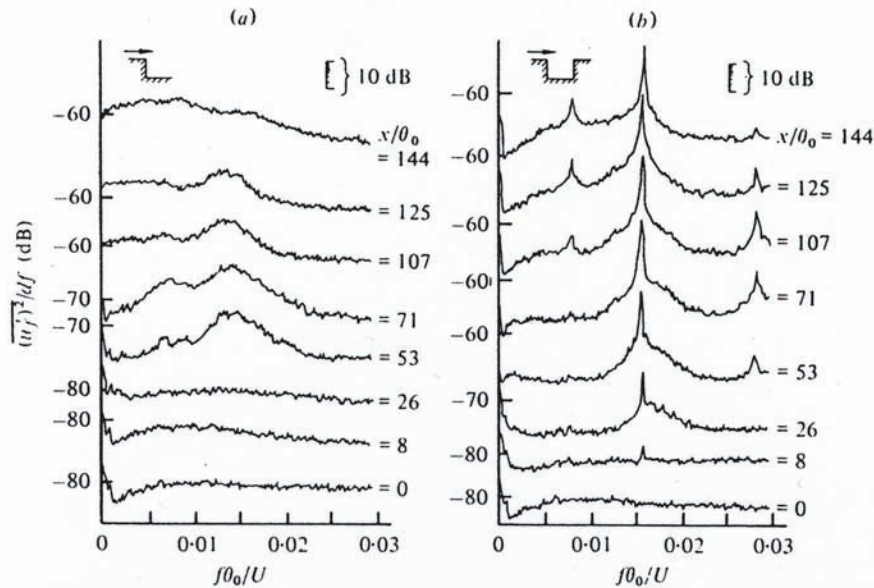


FIG. 1.8 - Comparaison de l'évolution des spectres du signal de vitesse de l'écoulement avec et sans l'angle d'impact aval de la cavité à différentes positions le long du bord de la couche de cisaillement ($u/U_\infty = 0.95$), d'après Rockwell & Knisely [48]

Dans le cas de couches de cisaillement libres et en l'absence d'impact, le processus de coalescence (ou d'appariement) peut produire des sous-harmoniques ($0.5f_c$) de la fréquence fondamentale de production des structures (f_c) [49]. Cependant, les observations montrent que dans la cavité ce phénomène de coalescence est absent. Oster et Wygnanski [50] ont montré que le processus d'appariement pouvait être retardé ou totalement inhibé dans une couche de mélange soumise à un forçage. Or comme nous l'avons vu, la couche de cisaillement qui se développe en aval du point de décollement est excitée par l'onde acoustique émise depuis le point d'impact des structures tourbillonnaires sur l'angle aval de la cavité.

Rockwell & Knisely [51] étudient l'interaction tourbillon-arête en vue de déterminer les mécanismes générant les composantes basses fréquences de l'écoulement. Ils produisent une couche de cisaillement qui vient impacter en aval contre un angle, semblable à l'angle aval d'une cavité. Selon la vitesse de l'écoulement principal et la longueur de la cavité, ils observent deux régimes distincts d'oscillation : un premier régime (cas 1) présentant une fréquence fondamentale f_I , correspondant à la fréquence de l'instabilité de la couche de mélange, et sa sous-harmonique $0.5f_I$; le second régime (cas 2) voit l'essentiel de l'énergie concentré sur la fondamentale f_{II} et deux de ses sous-harmoniques : principalement $0.4f_{II}$ et de façon plus marginale $0.6f_{II}$.

Dans un premier temps, ils déterminent, par l'observation par bulles d'hydrogène, les différents modes d'impact d'une structure sur l'angle aval. Ils définissent alors, arbitrairement, quatre classes d'impact : impact complet, impact partiel, échappement partiel,

échappement complet (FIG. 1.9). Ils montrent que l'alternance des séquences d'impact

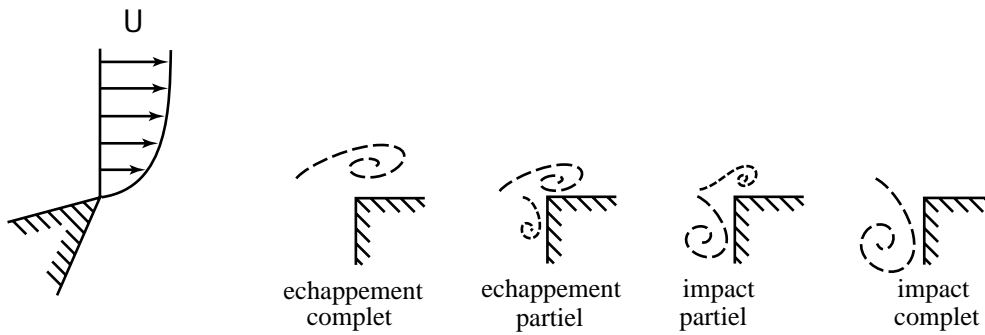


FIG. 1.9 - Géométrie de la cavité et classes possibles d'interaction tourbillon-angle d'après Rockwell & Knisely [51]

entre ces différentes classes d'interaction au court du temps est à l'origine d'une partie des composantes basses fréquences du signal de pression. Le schéma d'interaction qui produit la composante $0.5f_I$ est caractérisé par un cycle relativement ordonné entre deux classes d'interaction. La production des composantes fréquentielles à $0.4f_{II}$ et $0.6f_{II}$ semble être le résultat d'un cycle beaucoup plus complexe, lié à l'alternance entre différents schémas d'interaction.

Dans une étude plus approfondie [52], ces mêmes auteurs montrent que le mécanisme générateur de la composante basse fréquence, correspondant aux sous-harmoniques dominantes ($0.5f_I$ -cas 1 et $0.4f_{II}$ -cas 2), est l'alternance des schémas d'impact résultant du battement de la couche de cisaillement. Pour entretenir ce processus de modulation basse fréquence de l'écoulement, ces perturbations organisées sont alors transmises vers la région de forte réceptivité de la couche de cisaillement, au point de séparation. Puis, à mesure que la perturbation est advectée vers l'aval au sein de la couche de cisaillement, elle va être amplifiée, d'abord exponentiellement (dans la région dite de croissance linéaire), pour finir par impacter sur la paroi aval sous la forme de tourbillons, produisant en retour une influence sur l'amont de la couche de cisaillement. L'excitation de la couche de cisaillement est ainsi auto-entretenu.

Dans le cas d'une couche de cisaillement libre excitée à l'aide d'une fréquence duale (f_1 et f_2), Miksad [53] avait montré que l'interaction non-linéaire de ces deux fréquences discrètes (f_1, f_2) pouvait produire de multiples combinaisons de modes correspondant à $f_1 - f_2, f_1 + f_2$ etc. Sato [54] avait obtenu un résultat semblable en introduisant une perturbation bi-fréquence (f_1, f_2) dans le sillage d'un profil d'aile bidimensionnel. Selon ses conclusions, si l'amplitude des fluctuations excède une valeur seuil, pour certaines fréquences, apparaissent des fluctuations de vitesse dont les fréquences caractéristiques sont $(f_1 - f_2), 2(f_1 - f_2), 3(f_1 - f_2)...$ et $(f_1 + f_2), 2(f_1 + f_2), 3(f_1 + f_2)...$. Ces fréquences résultent d'interactions non-linéaires entre modes principaux.

Dans leur étude, Knisely et Rockwell [52] montrent que pour les composantes fréquentielles principales ($f, 0.4f, 0.5f, 0.6f$), si la fondamentale f satisfait le critère de phase $\Delta\phi = 2k\pi$, alors il est possible d'observer jusqu'à $(k - 1)$ sous-harmoniques présentant sur la largeur de la cavité une différence de phase de $2(k - 1)\pi, 2(k - 2)\pi, \dots, 2\pi$, la sous-harmonique la plus basse possédant une différence de phase de 2π sur la largeur.

Dans le cas 1, la sous-harmonique $0.5f_I$ interagit de façon non-linéaire avec la fondamentale pour se renforcer. Ce résultat avait également été observé par Kelly [55] où, du

fait du jeu de combinaisons possibles résultant de l'interaction de deux fréquences discrètes, une perturbation de fréquence moitié de la fondamentale (sous-harmonique) d'un écoulement de base périodique peut interagir avec l'écoulement de façon à renforcer cette demi-harmonique.

Dans le cas 2, la sous-harmonique $0.6f_{II}$ résulte de l'interaction non-linéaire de la sous-harmonique $0.4f_{II}$ avec la fondamentale f_{II} . Les interactions non-linéaires entre le mouvement transversal périodique de basse fréquence de la couche de cisaillement et la fréquence fondamentale de l'instabilité peut également être à l'origine de pics basse-fréquence d'amplitude comparable à la fondamentale. Dans les deux cas des interactions non-linéaires entre la fondamentale et elle-même ou ses harmoniques pourraient faire apparaître des sur-harmoniques.

Rizzetta et Visbal [56] dans une simulation L.E.S d'un écoulement supersonique ($M = 1.19$ et $L/H = 5$) observent deux modes principaux ($f_1 = 210 \text{ Hz}$ et $f_2 = 420 \text{ Hz}$). À partir des visualisations des champs instantanés des paramètres de l'écoulement, ils proposent le mécanisme suivant pour expliquer la présence du mode de plus basse fréquence. Le mode de détachement tourbillonnaire correspond à f_2 . Lors du détachement tourbillonnaire une onde de pression se forme sous chaque structure. Cette onde se déplace vers l'aval à une vitesse voisine de la vitesse d'advection de la structure. Elle se réfléchit en fin de cavité contre la paroi verticale et remonte l'écoulement, croisant éventuellement l'onde de pression de la structure suivante se déplaçant vers l'aval. Une fois parvenue à l'angle amont de la cavité, elle va à nouveau se réfléchir pour repartir vers l'aval. Au moment de cette dernière réflexion une structure est présente à l'angle amont de la cavité, l'onde de pression va alors se synchroniser sur cette structure. L'ensemble de ce cycle correspondant au détachement de deux structures tourbillonnaires, la fréquence de ce processus est la moitié de f_2 , soit le mode f_1 . La présence de la sous-harmonique est expliquée ici par les interactions entre les structures de la couche de cisaillement et le système joint d'ondes de pression interne à la cavité.

Cependant, d'autres phénomènes peuvent être générateurs de fréquences plus basses que la fondamentale. La recirculation à l'intérieur de la cavité peut être à l'origine d'une modulation basse fréquence du signal qui se caractérise par la présence d'un pic à des fréquences très inférieures à celles associées au battement de la couche de cisaillement.

Enfin, on mentionnera une étude spectrale relativement complète de la cavité faite par Cattafesta et al. [57]. Ces auteurs essaient de déterminer si la présence de ces multiples pics d'amplitudes comparables est l'indication que des modes coexistent ou le fait d'un « mode-switching » de l'écoulement, et dans quelle mesure les non-linéarités quadratiques participent à cette dynamique. Leur étude s'est limitée à une analyse détaillée du seul signal instationnaire de pression, à l'aide de méthodes de traitement du signal complémentaires (analyse temps fréquence : Short Time Fourier Transform (STFT), ondelettes de Morlet, méthodes spectrales d'ordre élevé : bispectre). La STFT et l'analyse par ondelettes semblent indiquer une commutation entre modes (« *mode switching* »), ainsi qu'une modulation d'amplitude basse fréquence des modes de Rossiter. Le bispectre met en avant le rôle des interactions quadratiques non-linéaires plus important pour la configuration $L/H = 2$ à $M = 0.4$ et $Re_h = 2.5 \times 10^6$, qu'à $L/H = 4$ à $M = 0.6$ et $Re_h = 3 \times 10^6$. Ces indications sont importantes pour l'élaboration d'une boucle de contrôle fermée. En effet, cette commutation aléatoire de modes sur de courtes échelles de temps implique un schéma d'actuation à large bande.

En revanche, une étude laminaire à faible nombre de Reynolds ($Re_h = 28700$) de

Gloerfelt et al. [58], portant sur 4 configurations différentes ($L/H = 1$, $L/W = 0.5$ et 1.28 , et $Re_{\theta_0} = 272$ et 377 à $M = 0.6$), semble indiquer que dans leur cas les modes coexistent simultanément et qu'ils ne sont pas en présence d'une compétition entre modes, donnant lieu à une alternance temporelle des modes dominants.

La présence d'harmoniques et de sous-harmoniques de la fondamentale dans les spectres peut donc être le résultat d'interactions non-linéaires entre modes propres de l'écoulement (fondamentale et composantes basses fréquences du spectre) ou entre un mode propre et ses harmoniques [58]. Certaines de ces basses fréquences se caractérisent physiquement par l'alternance des séquences d'impact des structures cohérentes présentes dans la couche de cisaillement contre l'angle aval de la cavité. D'autres trouveront leur origine dans une modulation basse fréquence de la fondamentale par la recirculation aval interne à la cavité. La question de la coexistence de ces modes principaux ou de leur alternance semble dépendre de la nature de l'écoulement. En régime laminaire, à faible nombre de Reynolds, les modes coexistent. En revanche, en régime turbulent la plage d'échelles beaucoup plus étendue peut induire de l'intermittence dans l'écoulement.

1.6 Sensibilité de la structure de l'écoulement vis-a-vis de ses paramètres caractéristiques

Nous avons vu que le champ d'influence du paramètre L/W sur l'écoulement se restreignait à l'amplitude des modes, à la répartition d'énergie, mais avait assez peu d'impact sur la structure et la dynamique de l'écoulement.

Tracy et al.[12] présentent les résultats d'une étude de l'écoulement de cavité pour différents nombres de Mach (0.2, 0.6, 0.8 et 0.9) et différents rapports de forme ($4.40 < L/H < 20.0$). La première remarque est que plus L/H est petit - c.-à-d. plus la cavité est profonde ou plus le volume qu'elle renferme est important - plus le niveau des fluctuations de pression est élevé. En revanche, le nombre de Reynolds n'a que très peu d'effets sur les caractéristiques de l'écoulement : intensité des fluctuations de pression, largeur des pics de pression, fréquences des modes principaux, restent inchangés lorsque le Reynolds varie seul.

En revanche, le nombre de Mach est un paramètre déterminant. Pour les cavités telles que $L/H < 10$ (4.4 et 6.7), lorsque le nombre de Mach augmente un mode devient prédominant, l'amplitude des pics secondaires diminue, et les pics se resserrent. L'augmentation de la largeur des pics, lorsque le nombre de Mach diminue, pourrait être l'indice d'une déstabilisation de l'écoulement. Pour les cavités fermées, $L/H \approx 13$ (12.7), les modes présents à Mach 0.6 disparaissent lorsque le nombre de Mach augmente. Lorsque $L/H > 13$ (20) on n'observe la présence d'aucun mode.

Nous avons vu que le paramètre permettant d'établir une classification des différents écoulements de cavité, selon des observations en moyennes temporelles, était le rapport L/H . Un second paramètre semble d'importance pour ce type de configuration, le nombre de Mach. En l'occurrence, il s'agit là d'un paramètre caractéristique des instationnarités de l'écoulement, ce qui pouvait être attendu dans la mesure où, comme nous l'avons vu, la dynamique de l'écoulement est principalement pilotée par une interaction aéroacoustique.

1.7 Écoulements transsoniques et supersoniques

Bien que l'ensemble des cas étudiés numériquement dans cette thèse le soit en régime subsonique, nous allons dire quelques mots sur les travaux antérieurs effectués en régime supersonique. Ce régime présente l'avantage d'avoir un système d'auto-excitation très semblable au régime subsonique tout en étant beaucoup plus visuel et donc plus facile à appréhender.

Heller & Bliss [16] ont proposé un mécanisme de génération des oscillations de pression dans les cavités peu-profondes, aujourd'hui largement accepté. Ils décrivent ces oscillations, induites par un écoulement en régime transsonique au-dessus d'une cavité peu profonde, comme résultant de l'interaction entre la zone de fluide de basse vitesse dans la cavité et la couche de cisaillement libre naturellement instable, par l'intermédiaire de processus acoustiques et hydrodynamiques.

Ils observent que le mouvement instationnaire de la couche de cisaillement libre s'accompagne d'une addition et d'un retrait périodique de quantité de matière au niveau de l'angle aval de la cavité.

Dans une cavité peu profonde ce flux/reflux de matière produit un effet semblable au remplacement de la paroi aval de la cavité par un piston oscillant.

Cet effet de "pseudo-piston" génère des ondes dans la cavité qui vont "remonter l'écoulement", pour venir se réfléchir sur la paroi amont et "redescendre l'écoulement" en direction de la paroi aval. La structure ondulatoire interne de la cavité contraint la couche de cisaillement de façon instationnaire sur toute la longueur de la cavité. En retour, ce mouvement de la couche de cisaillement excitée est responsable du flux-reflux de matière à l'angle aval de la cavité, qui est, lui, à l'origine de la structure ondulatoire interne de la cavité ; la boucle est bouclée, les oscillations s'auto-entretiennent.

Heller & Delfs [59], ont effectué des visualisations par strioscopie qui tendraient à confirmer ce modèle physique. Pour les écoulements transsoniques et (modérément) supersoniques au-dessus de la cavité on retrouve un certain nombre de traits caractéristiques à l'intérieur et dans l'environnement extérieur proche de la cavité. Les ondes observées au-dessus de la cavité peuvent ainsi être différenciées selon 4 types :

A l'angle amont, chaque fois que la couche de cisaillement est défléchie vers le haut (au cours de son oscillation), est créée une onde de choc de compression quasi-stationnaire ❶ (voir (FIG. 1.10)).

Lorsqu'un demi cycle plus tard la couche de cisaillement s'infléchit vers le bas, une onde d'expansion est créée qui est, elle, incapable de supporter un front de choc externe. Par conséquent on observe l'apparition périodique d'un choc de compression à la hauteur de l'angle amont. Son angle d'incidence correspond à l'angle de Mach de l'écoulement principal.

Le front d'onde qui se déplace vers l'amont à l'intérieur de la cavité se prolonge par un front d'onde extérieur ❷ comme le ferait toute perturbation se déplaçant à des vitesses supersoniques. L'angle d'incidence du choc par rapport à l'écoulement extérieur est supérieur à l'angle de Mach de l'écoulement principal, du fait que le front d'onde se déplace dans la cavité vers l'amont à une vitesse proche de la vitesse du son (de la cavité), vitesse qui s'ajoute à la vitesse de l'écoulement principal. La perturbation de la couche de cisaillement se déplace à contre courant. Si par exemple la vitesse de l'écoulement est de Mach 1.5, alors la perturbation se déplacera à contre courant à une vitesse supérieure à 2.5 d'où l'inclinaison supérieure du choc.

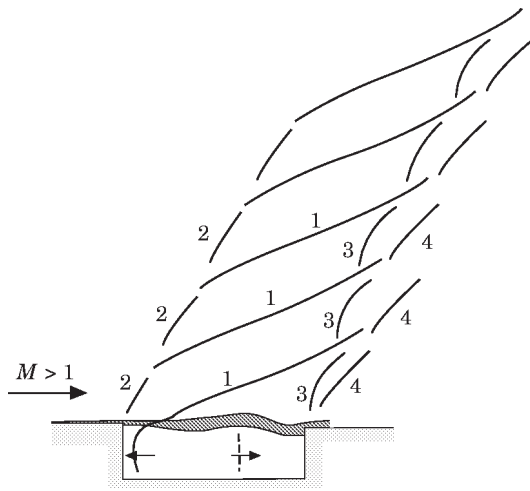


FIG. 1.10 - Détails sur les chocs de compression au-dessus de la cavité - schéma tiré de [59]

Lorsque ce front d'onde extérieur atteint l'angle amont de la cavité il n'est pas réfléchi par la paroi interne amont de la cavité comme l'est sa base. Il se détache donc de sa base, puis s'éloigne au sein de l'écoulement principal. De ce fait, il se crée une différence de pression de part et d'autre de la couche de cisaillement. Cette différence de pression vient perturber la couche de cisaillement. Du fait des cycles d'oscillations répétés qui viennent d'être décrits, on devrait retrouver la trace périodique de tels fronts se propageant au dessus de la cavité, dans l'écoulement principal, s'éloignant de la paroi et convectés, dans le même temps, vers l'aval.

Le front d'onde interne, réfléchi par la paroi amont, se déplace maintenant vers l'aval, mais conserve une vitesse proche de la vitesse du son (de la cavité). La vitesse de ce front d'onde, et la perturbation extérieure qu'il induit, se déplacent à une vitesse subsonique dans l'écoulement principal (tant que celui-ci est inférieur à approximativement Mach 2.5). Aucun choc n'est donc engendré par ce front d'ondes.

La question est maintenant de savoir ce qui se passe à l'angle aval de la cavité ? On peut s'attendre à ce qu'à chaque oscillation, lorsque la couche de cisaillement est défléchie vers le bas, elle découvre l'angle aval de la cavité vis-a-vis de l'écoulement principal supersonique, créant ainsi un choc courbe extérieur quasi-stationnaire ③. Lorsqu'au contraire lors de son mouvement vers le haut la couche de cisaillement recolle en aval de l'angle aval de la cavité, elle crée un afflux de masse, depuis la cavité vers l'écoulement extérieur, qui va générer une onde de compression ④, dont l'angle d'inclinaison du front externe correspond à l'angle de Mach de l'écoulement principal.

Les éléments constitutifs du modèle qui vient d'être décrit sont très nettement visibles sur les photographies présentées par Heller et Delfs [59] (FIG. 1.11). Les différents fronts d'ondes extérieurs sont identifiés et numérotés en accord avec la FIG. 1.10. La correspondance entre les visualisations optiques et les processus déduits des visualisations antérieures, atteste de la qualité du modèle décrit précédemment sur le mécanisme générateur des oscillations de pression de fortes intensités observées pour les écoulements transoniques et supersoniques.

On remarque qu'il n'est pas fait mention dans les expériences précédentes des structures cohérentes généralement présentes dans la couche de cisaillement, et auxquelles est attribué un rôle prépondérant dans l'aspect rétroaction du mécanisme générateur des

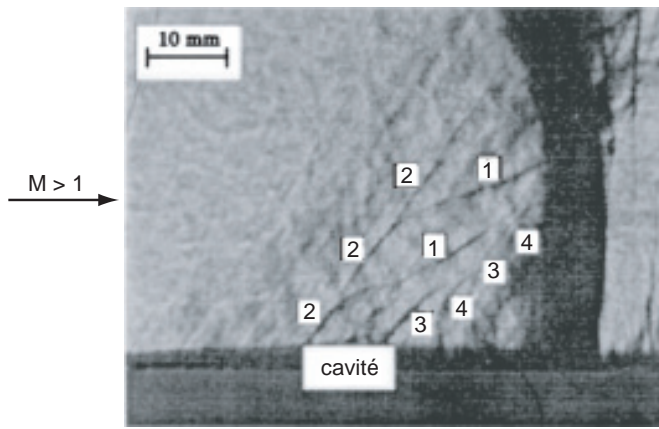


FIG. 1.11 - Visualisation par striescopie montrant l'organisation périodique du système d'onde externe - schéma tiré de [59]

oscillations de cavité pour les écoulements subsoniques.

Heller et Bliss [16] ont indiqué que sous l'effet du forçage induit par le système d'onde interne à la cavité, il était possible que la couche de cisaillement s'enroule sur elle-même pour générer des tourbillons advectés vers l'aval. L'apparition de ces structures tourbillonnaires discrètes serait donc en accord avec le modèle décrit précédemment. Il est même très probable que dans les écoulements subsoniques le processus non-linéaire de génération des tourbillons dans la couche de cisaillement constitue un mécanisme important de limitation de l'amplitude des oscillations.

Une caractéristique importante de l'écoulement supersonique (Mach 1.5) observé par Zhang et al. [60], est précisément l'existence de larges structures cohérentes dans la couche de cisaillement (également observées expérimentalement par Zhuang et al. [44] pour $L/H = 50.1$, $L/W = 5.8$, $Re_h = 2,8.10^6$ et $M = 2$). Dans leur écoulement, l'amplification des ondes d'instabilité conduit à un enroulement non-linéaire de la couche de cisaillement, *i.e.* larges structures cohérentes. La couche de cisaillement est donc simultanément l'objet d'un battement suivant la verticale ainsi que l'advection en son sein de tourbillons dans le sens de l'écoulement.

La structure du système d'onde à l'extérieur de la cavité et l'organisation de la couche de cisaillement qu'ils observent les conduisent à proposer un modèle physique légèrement différent de celui de Heller et al. [19].

Dans leur expérience, la couche limite turbulente est pleinement développée lorsqu'elle aborde la cavité. L'écoulement décolle à l'angle amont de la cavité, comme une couche de cisaillement libre. Les modes instables de la couche de cisaillement sont convectivement amplifiés, la couche de cisaillement présentant un enroulement tourbillonnaire à une distance approximative de $0.5H$ en aval du point de décollement. L'interaction de l'angle aval de la cavité avec les champs instationnaires de vitesse et de vortacité génère une fluctuation de pression aérodynamique instationnaire, qui se propage vers l'amont sous la forme d'une onde (ou perturbation) de pression d'amplitude finie. La vitesse de phase de l'onde est de l'ordre de la vitesse moyenne du son dans la cavité. Lorsqu'elle atteint le point de décollement, l'onde de pression perturbe la couche de cisaillement au voisinage du point de décollement, fermant ainsi la boucle de rétroaction des oscillations auto-entretenues de l'écoulement de cavité.

Ils font remarquer que les modèles de prédiction de Rossiter et Heller [16] établis

pour des couches de cisaillement fines, et qui avaient jusqu'à présent donné de très bons résultats, ne sont pas très bien adaptés pour ce type d'écoulement.

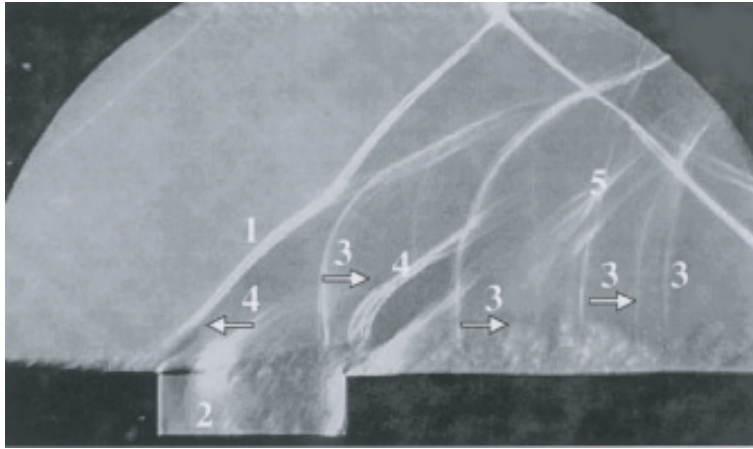


FIG. 1.12 - Strioscopie d'un écoulement à Mach 1.5 au-dessus d'une cavité ($L/H = 3$) - schéma tiré de [60]

Les ondes ❷ de Heller et al., à l'angle amont de la cavité, deviennent des *Type 1* dans la terminologie de Zhang (voir FIG. 1.12), les ondes ❹, au-delà de l'angle aval de la cavité, deviennent, elles, des *Type 5*. L'interaction de la couche de cisaillement avec l'angle aval de la cavité produit une onde *Type 2* qui va se déplacer vers l'amont à l'intérieur de la cavité, entraînant à sa suite une onde *Type 4* (correspondant à l'onde ❶ de Heller et al.). Ils observent un front d'onde supplémentaire correspondant au choc associé à la rotation de la grosse structure présente dans la couche de cisaillement. Ce front d'onde qu'ils nomment *Type 3* dans leur classification, est advecté vers l'aval avec la structure qui le supporte. L'existence du *Type 3* est dépendante de la vitesse d'advection des tourbillons dans la couche de cisaillement : $M_e - M_v > 1.0$, où M_e est le nombre de Mach de l'écoulement principal et M_v est le nombre de Mach associé à la vitesse d'advection des tourbillons. La mesure de l'angle d'incidence du choc *Type 3* par rapport à la direction de l'écoulement principal permet d'accéder à la mesure de M_v .

La présence d'un double front d'onde (FIG. 1.12) peut être attribué à des effets tridimensionnels. Cependant, les caractéristiques de l'écoulement permettent de le considérer comme principalement bidimensionnel.

Ils effectuent une seconde simulation à Mach 2.5 avec le même nombre de Reynolds et la même épaisseur de couche limite amont. Les fluctuations de pression à la paroi sont très inférieures à celles du cas précédent. La couche de cisaillement est plus fine et la présence de l'onde *Type 3*, associée aux structures tourbillonnaires produites par les instabilités de la couche de cisaillement, moins flagrante.

Néanmoins, la présence de tourbillons au sein de la couche de cisaillement semble effectivement modifier partiellement la structure du système d'onde externe à la cavité.

Les écoulements à Mach élevés sont donc le siège d'interactions instationnaires complexes, caractérisées par un environnement acoustique violent. Les spectres des paramètres caractéristiques de l'écoulement englobent des fluctuations de petites échelles, sur une large bande de fréquences, caractéristiques des couches de cisaillement turbulentes, ainsi que des modes discrets de résonances, dont la fréquence et l'amplitude dépendent des caractéristiques géométriques de la cavité et du régime de l'écoulement affleurant [61, 62].

A mesure que le nombre de Mach de l'écoulement affleurant augmente, la fréquence des modes propres augmente également. Pour les écoulements supersoniques, les ondes acoustiques ne peuvent plus remonter l'écoulement en dehors de la couche de cisaillement ce qui simplifie le problème.

1.8 Influence de la turbulence

La structure de l'écoulement reste la même qu'en régime laminaire. On observe en général la présence de larges structures cohérentes dans la couche de cisaillement qui se développent au travers de la cavité (mais pas systématiquement). Le centre de ces structures est plus bas dans la cavité que dans le cas laminaire [31]. On retrouve dans les spectres un mode fondamental et éventuellement ses harmoniques. A l'intérieur de la cavité, on retrouve de larges recirculations (Lin et Rockwell [63]). Cependant la turbulence limite la croissance des instabilités et affaiblit donc la cohérence des larges structures tourbillonnaires qui se développent dans la couche de cisaillement. Par conséquent, les fluctuations de pression sont plus faibles et l'amplitude des émissions acoustiques moindres que dans le cas laminaire (Gloerfelt et al. [31, 42]). La turbulence ne va donc pas transformer fondamentalement la structure de l'écoulement. En prélevant une part de l'énergie totale, elle va modifier la distribution des montants énergétiques alloués aux différents phénomènes caractéristiques de ce type d'écoulement (structures cohérentes, recirculations, ondes acoustiques émises depuis l'angle aval, etc.). Les seuils de transition vont être décalés. Mais les mécanismes propres de ce type d'écoulement resteront inchangés. On notera, par exemple, que les configurations d'écoulement avec couche limite turbulente amont peuvent également présenter des oscillations de type mode de sillage (*mode S*, Shieh et Morris [27]).

1.9 Cavité en dérapage

Lorsque l'on dit d'une cavité qu'elle est mise en dérapage (*cavity with angle of yaw*), cela signifie que son axe transversal n'est pas perpendiculaire à l'écoulement (FIG. 1.13). Un paramètre additionnel complémentaire vient alors caractériser ce type de configuration : l'angle de dérapage - α - de la cavité par rapport à la direction principale de l'écoulement.

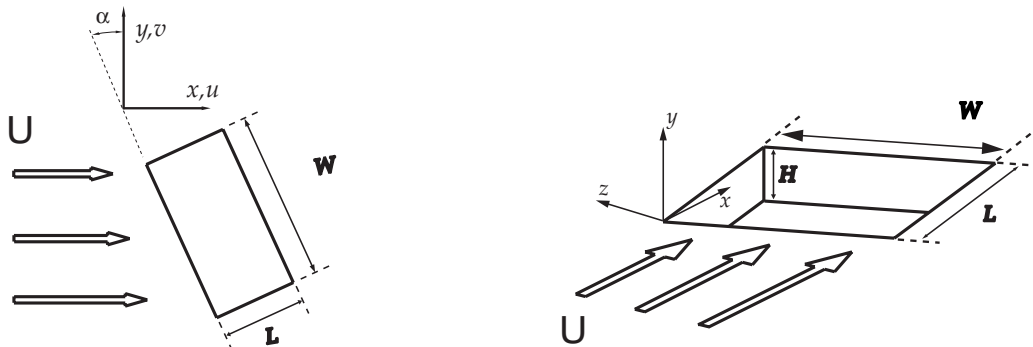


FIG. 1.13 - Cavité en incidence

Dans une grande partie des études disponibles dans la littérature, lorsque l'on décrit les caractéristiques de telles géométries c'est en faisant référence à la structure de l'écoulement de la cavité sans dérapage. En effet, pour des rapports de forme identiques et un nombre de Mach donné une même cavité pourra présenter les caractéristiques des cavités fermées, ouvertes ou transitionnelles selon la valeur de l'angle de dérapage et selon que la couche de cisaillement recolle sur le fond de la cavité (cavité fermée) ou l'enjambe (cavité ouverte).

Les effets de la mise en dérapage de la cavité par rapport à la direction de l'écoulement principal varient avec les dimensions de la cavité L/H , le nombre de Reynolds et le nombre de Mach de l'écoulement principal [13].

Concernant le contenu fréquentiel de l'écoulement, en régime subsonique de 0° à 20° , les modes principaux restent les mêmes mais leur amplitude tend à diminuer lorsque l'angle de dérapage augmente. Au delà de 20° , lorsque la cavité est initialement ouverte elle passe alors en régime transitionnel [64]. En régime transsonique, pour les cavités peu profondes ($L/H < 9$), on observe un décalage fréquentiel vers le bas à partir du troisième mode et pour les modes de plus haute fréquence, lorsque l'on passe de 0° à 15° [12]. En régime supersonique, dans le cas d'une cavité ouverte ($L/H = 2$ et $L/W = 0.085$), au delà de 30° la fréquence dominante bascule sur une basse fréquence, indiquant le passage d'un écoulement piloté par des mécanismes acoustiques à un écoulement dominé par des mécanismes hydrodynamiques. Simultanément le niveau sonore de pression (SPL) mesuré en fond de cavité chute (Toy et al. [65]).

Dans la plupart des études l'écoulement de la cavité présente initialement les caractéristiques d'une cavité ouverte ($L/W < 1$). Elle va progressivement changer de structure pour celle d'une cavité fermée, à mesure que l'inclinaison de son grand axe change la valeur du rapport (L/W). Dans certains cas, des modes pourront disparaître ou apparaître. Dans la plage $30^\circ < \alpha < 70^\circ$, l'écoulement est transitionnel et sa structure est complexe. On observe notamment des changements de modes dominants. L'écoulement est bien entendu fortement tridimensionnel et les variations d'amplitude résultant d'un changement d'angle de dérapage vont varier (augmentation ou réduction de l'amplitude) suivant le nombre de Reynolds et le nombre de Mach. L'angle de dérapage $\alpha = 60^\circ$ semble être un angle critique, aussi bien en subsonique qu'en supersonique, avec des niveaux de fluctuation particulièrement importants [13, 65].

1.10 Conclusion

La tridimensionnalité est une caractéristique primordiale de l'écoulement dans le seul cas des cavités étroites ($L/W > 1$). Pour les cavités plus larges, si la largeur de la cavité va conditionner la répartition des montants d'énergie alloués à chacun des modes principaux elle ne semble pas avoir d'incidence sur la sélection de ces modes. Cette observation justifie une approximation bidimensionnelle en calcul numérique. Il faudra seulement garder à l'esprit que cette hypothèse va contribuer à renforcer la cohérence des structures tourbillonnaires et donc amplifier le rayonnement acoustique.

Nous avons vu également que la turbulence n'allait pas modifier radicalement la structure de l'écoulement. Les mécanismes propres à la dynamique de ce type d'écoulement restent inchangés, seul l'amplitude des fluctuations est modifiée. En limitant la croissance des instabilités, elle va affaiblir la cohérence des grosses structures tourbillonnaires de la couche de cisaillement induisant ainsi une atténuation de l'amplitude des fluctuations de

pression notamment. L'absence de modèle de turbulence dans le code numérique va donc se répercuter sur l'intensité des fluctuations mais pas sur la dynamique de l'écoulement. Les structures devraient être plus énergétiques et donc l'énergie allouée au contrôleur, dans les cas de contrôle, sans doute plus importante que pour un écoulement réel.

On notera l'existence d'un second mode d'oscillation de la cavité - le mode de sillage (*mode S*)- même si les études qui traitent de ce mode sont marginales en comparaison de la résonance en mode de couche de cisaillement. On peut imaginer que la déstabilisation de l'écoulement puisse provoquer un changement de mode de résonance.

Concernant le contrôle, la coexistence de plusieurs harmoniques dans l'écoulement est avérée mais encore peu documentée. Il serait intéressant d'approfondir cet aspect de l'écoulement dans une perspective de contrôle. En effet, lors de la mise en place de boucle de contrôle fermée, il est essentiel de connaître la bande de réponse en fréquence de l'écoulement. Il sera également important de bien comprendre les relations entre ces modes, les échanges énergétiques ainsi que leurs évolutions dans la cavité autant dans une perspective de contrôle que dans une optique de meilleure compréhension de l'écoulement naturel.

Enfin, l'aspect non-linéaire de l'écoulement reste largement à approfondir. Dans ce cas, le contrôle en boucle ouverte lui même peut être un excellent outil d'analyse.

Deuxième partie

Outil Numérique

Chapitre 2

Code-Numérique

2.1 Rappel des équations de Navier-Stokes

Le modèle d'équations de Navier-Stokes bidimensionnelles, en tenant compte des lois de comportement de Newton-Stokes et de Fourier dans les équations générales sous forme conservative de bilans de masse, quantité de mouvement et énergie, se présente sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.1a)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + P - \sigma_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \sigma_{yx}) = 0 \quad (2.1b)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \sigma_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + P - \sigma_{yy}) = 0 \quad (2.1c)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}((\rho E + P - \sigma_{xx})u - \sigma_{xy}v + Q_x) + \frac{\partial}{\partial y}((\rho E + P - \sigma_{yy})v - \sigma_{yx}u + Q_y) = 0 \quad (2.1d)$$

De plus, dans le cadre de l'hypothèse d'un fluide newtonien respectant la condition de Stokes, le tenseur des contraintes de viscosité s'exprime sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \cdot \delta_{ij} \cdot \text{div}(\vec{v})$$

Soit

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

Le schéma de conduction thermique est celui de Fourier qui lie proportionnellement le vecteur densité de flux de chaleur $\vec{Q} = (Q_x, Q_y)$ au gradient de température :

$$Q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{et} \quad Q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$$

Pour la suite de l'exposé, nous poserons par souci de clarté :

$$\alpha = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$$

Le système (2.1) peut être réécrit sous forme matricielle :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial(F + F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G + G_v)}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

où

- W le vecteur des inconnues principales exprimées sous forme conservative ;
- F le flux non diffusif selon la direction longitudinale (suivant x) ;
- F_v le flux diffusif selon la direction longitudinale ;
- G le flux non diffusif selon la direction latérale (suivant y) ;
- G_v le flux diffusif selon la direction latérale.

Soit

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ (\rho E + P)u \end{pmatrix} \quad F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sigma_{xx} \\ -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{xx}u - \sigma_{xy}v + Q_x \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ (\rho E + P)v \end{pmatrix} \quad G_v = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sigma_{yx} \\ -\sigma_{yy} \\ -\sigma_{yy}v - \sigma_{yx}u + Q_y \end{pmatrix}$$

La viscosité dynamique μ est calculée à partir de la formule de Sutherland sous la forme :

$$\mu = \frac{C_1 T^{3/2}}{C_2 + T}$$

avec $C_1 = 1,458.10^{-6} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-1/2}$ et $C_2 = 110,4 \text{ K}$.

2.2 Diagonalisation des Matrices de flux convectifs

En l'absence de diffusion, le système d'équation gouvernant l'état du système peut donc se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

Dans un premier temps, on cherche à exprimer les flux convectifs en fonction du vecteur des inconnues principales du système sous forme conservative.

- Si A est la matrice jacobienne de F respectivement au vecteur W :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\partial F}{\partial W} \\
 A &= \frac{D(\rho u, \rho u^2 + P, \rho uv, (\rho E + P)u)}{D(\rho, \rho u, \rho v, \rho E)} \\
 A &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho u}{\partial \rho} & \frac{\partial \rho u}{\partial \rho u} & \frac{\partial \rho u}{\partial \rho v} & \frac{\partial \rho u}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial \rho} & \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial \rho u} & \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial \rho v} & \frac{\partial(\rho u^2 + P)}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho} & \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho u} & \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho v} & \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial(\rho E + P)u}{\partial \rho} & \frac{\partial(\rho E + P)u}{\partial \rho u} & \frac{\partial(\rho E + P)u}{\partial \rho v} & \frac{\partial(\rho E + P)u}{\partial \rho E} \end{pmatrix} \\
 A &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\gamma-3}{2}u^2 + \frac{\gamma-1}{2}v^2 & -(\gamma-3)u & -(\gamma-1)v & \gamma-1 \\ -uv & v & u & 0 \\ (\gamma-1)u \vec{v} \cdot \vec{v} - \gamma u E & \gamma E - \frac{\gamma-1}{2}(v^2 + 3u^2) & -(\gamma-1)uv & \gamma u \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

- Soit B la matrice jacobienne de G respectivement au vecteur W :

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{\partial G}{\partial W} \\
 B &= \frac{D(\rho v, \rho uv, \rho v^2 + P, (\rho E + P)v)}{D(\rho, \rho u, \rho v, \rho E)} \\
 B &= \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho v}{\partial \rho} & \frac{\partial \rho v}{\partial \rho u} & \frac{\partial \rho v}{\partial \rho v} & \frac{\partial \rho v}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho} & \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho u} & \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho v} & \frac{\partial \rho uv}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial \rho} & \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial \rho u} & \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial \rho v} & \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial \rho E} \\ \frac{\partial(\rho E + P)v}{\partial \rho} & \frac{\partial(\rho E + P)v}{\partial \rho u} & \frac{\partial(\rho E + P)v}{\partial \rho v} & \frac{\partial(\rho E + P)v}{\partial \rho E} \end{pmatrix} \\
 B &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -uv & v & u & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}u^2 + \frac{\gamma-3}{2}v^2 & -(\gamma-1)u & -(\gamma-3)v & \gamma-1 \\ (\gamma-1)v \vec{v} \cdot \vec{v} - \gamma v E & -(\gamma-1)uv & \gamma E - \frac{\gamma-1}{2}(u^2 + 3v^2) & \gamma v \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

On peut donc ré-écrire le système d'équation (2.3) de la façon suivante :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A \frac{\partial W}{\partial x} + B \frac{\partial W}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

Soit M la matrice jacobienne du vecteur des variables principales du système sous forme conservative - W - respectivement aux variables exprimées sous forme non-conservative - V (variables primitives) :

$$M = \frac{\partial W}{\partial V} \quad \text{ou} \quad M = \frac{D(\rho, \rho u, \rho v, \rho E)}{D(\rho, u, v, P)} \quad (2.5)$$

$$\text{où } V = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ v \\ P \end{bmatrix} \quad \text{est le vecteur des variables primitives}$$

On utilisera la relation :

$$\rho E = \rho e_i + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2)$$

où e_i est l'énergie interne d'une particule fluide.

ainsi que l'équation d'état :

$$\begin{aligned} P &= \rho RT = \rho(C_p - C_v)T \\ &= \rho(\gamma - 1)C_v T = \rho(\gamma - 1)e_i \end{aligned}$$

où C_p et C_v sont respectivement les chaleurs spécifiques à pression constante et volume constant, reliées à la constante de la loi thermodynamique des gaz parfaits R par la relation de Mayer :

$$R = C_p - C_v$$

γ étant le coefficient polytropique : $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

On a donc :

$$\rho e_i = \frac{P}{(\gamma - 1)}$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\rho E = \frac{P}{(\gamma - 1)} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) \quad (2.6)$$

A partir de (2.5) et (2.6), On trouve :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ u & \rho & 0 & 0 \\ v & 0 & \rho & 0 \\ \frac{1}{2}(u^2 + v^2) & \rho u & \rho v & \frac{1}{\gamma-1} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

De la même façon, on a $M^{-1} = \partial V / \partial W$:

$$\Rightarrow M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{u}{\rho} & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ -\frac{v}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ \frac{\gamma-1}{2}(u^2 + v^2) & -(\gamma-1)u & -(\gamma-1)v & \gamma-1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Si on utilise la relation (2.5) dans (2.4) :

$$\partial W = M \partial V$$

$$\Rightarrow M \frac{\partial V}{\partial t} + AM \frac{\partial V}{\partial x} + BM \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.9)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial t} + M^{-1}AM \frac{\partial V}{\partial x} + M^{-1}BM \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.10)$$

On pose alors :

$$\begin{aligned} A_p &= M^{-1}AM \\ \text{et } B_p &= M^{-1}BM \end{aligned} \quad (2.11)$$

Cela nous permet d'écrire (2.4) à partir des variables primitives :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + A_p \frac{\partial V}{\partial x} + B_p \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

où

$$A_p = \begin{bmatrix} u & \rho & 0 & 0 \\ 0 & u & 0 & \frac{1}{\rho} \\ 0 & 0 & u & 0 \\ 0 & \rho c^2 & 0 & u \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B_p = \begin{bmatrix} v & 0 & \rho & 0 \\ 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & \frac{1}{\rho} \\ 0 & 0 & \rho c^2 & v \end{bmatrix}$$

Nous montrerons que les matrices A et A_p sont diagonalisables et possèdent la même matrice diagonale Λ .

Nous choisissons de nommer L (resp. S), la matrice de passage de la base canonique de \mathbb{R}^3 , à la base de \mathbb{R}^3 constituée des vecteurs propres de A (resp. A_p).

$$\begin{aligned} A &= L.\Lambda.L^{-1} \\ A_p &= S.\Lambda.S^{-1} \end{aligned} \quad (2.13)$$

En utilisant ces relations ainsi que (2.11), il vient :

$$A_p = M^{-1}.L.\Lambda.L^{-1}.M$$

On peut donc exprimer les matrices de passage de A_p en fonction de celles de A ainsi que des matrices jacobienne M et M^{-1} :

$$\begin{aligned} S &= M^{-1}.L \\ \Rightarrow S^{-1} &= L^{-1}.M \end{aligned} \quad (2.14)$$

Le calcul des matrices de passage (cf. §A.1) donne :

$$L = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2c^2} & 0 & \frac{1}{2c^2} \\ u & \frac{u}{2c^2} + \frac{1}{2c} & 0 & \frac{u}{2c^2} - \frac{1}{2c} \\ v & \frac{v}{2c^2} & \rho & \frac{v}{2c^2} \\ \alpha & \frac{\alpha}{2c^2} + \frac{u}{2c} + \frac{1}{2(\gamma-1)} & \rho v & \frac{\alpha}{2c^2} - \frac{u}{2c} + \frac{1}{2(\gamma-1)} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

et

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} (1 - \frac{\alpha(\gamma-1)}{c^2}) & \frac{(\gamma-1)u}{c^2} & \frac{(\gamma-1)v}{c^2} & -\frac{(\gamma-1)}{c^2} \\ (\alpha(\gamma-1) - uc) & (c - (\gamma-1)u) & -(\gamma-1)v & (\gamma-1) \\ -\frac{v}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ (\alpha(\gamma-1) + uc) & -(c + (\gamma-1)u) & -(\gamma-1)v & (\gamma-1) \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

avec

$$\alpha = \frac{1}{2}(u^2 + v^2)$$

A partir de l'expression des matrices de passage L et L^{-1} , nous pouvons calculer la matrice jacobienne des flux non-diffusifs. Il reste maintenant à choisir un mode de discretisation pour pouvoir résoudre le système d'équations de Navier-Stokes.

2.3 Schéma de discrétisation de MacCormack

La méthode numérique utilisée pour la résolution des équations de Navier-Stokes est la version explicite du schéma à deux pas prédicteur-correcteur de MacCormack [66] [67]. Il s'agit d'une méthode précise au second ordre en espace et en temps.

Les deux pas sont respectivement :

– Pas prédicteur :

$$\begin{aligned}\Delta W_{i,j}^n &= -\Delta t \cdot \left(\frac{D_+ F_{i,j}^n}{\Delta x} + \frac{D_+ G_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \\ W_{i,j}^{n+1} &= W_{i,j}^n + \Delta W_{i,j}^n\end{aligned}\quad (2.17)$$

– Pas correcteur :

$$\begin{aligned}\Delta W_{i,j}^{\overline{n+1}} &= -\Delta t \cdot \left(\frac{D_- F_{i,j}^{\overline{n+1}}}{\Delta x} + \frac{D_- G_{i,j}^{\overline{n+1}}}{\Delta y} \right) \\ W_{i,j}^{n+1} &= \frac{1}{2} \left(W_{i,j}^n + W_{i,j}^{\overline{n+1}} + \Delta W_{i,j}^{\overline{n+1}} \right)\end{aligned}\quad (2.18)$$

On utilise donc des opérateurs à différences décentrées progressives pour le pas prédicteur et des opérateurs à différences décentrées régressives au pas correcteur. Il est important de noter que les décentrement dans le calcul des dérivées ne sont valables que pour les flux convectifs. Les flux visqueux doivent être calculés à l'aide de différences centrées. Prenons par exemple F la composante non visqueuse du Flux longitudinal, les différences appliquées à ce flux s'écrivent :

$$\begin{aligned}\frac{D_+ F_{i,j}}{\Delta x} &= \frac{F_{i+1,j} - F_{i,j}}{\Delta x} \\ \frac{D_- F_{i,j}}{\Delta x} &= \frac{F_{i,j} - F_{i-1,j}}{\Delta x}\end{aligned}$$

Les dérivées croisées $\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ et $\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right)$, apparaissant dans l'expression de $\frac{\partial F}{\partial x}$, sont différenciées de la façon suivante :

• pour les différences décentrées progressives :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) &= \frac{\mu_{i+1,j} \cdot (u_{i+1,j} - u_{i,j}) - \mu_{i,j} \cdot (u_{i,j} - u_{i-1,j})}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= \frac{\mu_{i+1,j} \cdot (v_{i+1,j+1} - v_{i+1,j-1}) - \mu_{i,j} \cdot (v_{i,j+1} - v_{i,j-1})}{2\Delta x \Delta y}\end{aligned}$$

• pour les différences décentrées régressives :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) &= \frac{\mu_{i,j} \cdot (u_{i+1,j} - u_{i,j}) - \mu_{i-1,j} \cdot (u_{i,j} - u_{i-1,j})}{\Delta x^2} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= \frac{\mu_{i,j} \cdot (v_{i,j+1} - v_{i,j-1}) - \mu_{i-1,j} \cdot (v_{i-1,j+1} - v_{i-1,j-1})}{2\Delta x \Delta y}\end{aligned}$$

Le premier pas calcule des valeurs approchées $W_{i,j}^{\overline{n+1}}$ du vecteur W en chaque cellule $\Omega_{i,j}$ du domaine de calcul et utilise des différences centrées progressives. Les valeurs prédites sont modifiées au pas correcteur, où l'emploi de différences décentrées régressives permet l'évaluation de $W_{i,j}^{n+1}$.

Afin d'assurer la précision spatiale au second ordre de la méthode, les différences décentrées progressives du pas prédicteur et régressives du pas correcteur sont inversées à

chaque itération. Pour un écoulement bidimensionnel, on adopte un cycle sur quatre itérations résumé dans le tableau TAB. 2.1.

<i>Pas</i>	Prédicteur		Correcteur	
	<i>Dir. x</i>	<i>Dir. y</i>	<i>Dir. x</i>	<i>Dir. x</i>
1	D^+	D^+	D^-	D^-
2	D^-	D^+	D^+	D^-
3	D^+	D^-	D^-	D^+
4	D^-	D^-	D^+	D^+
5	D^+	D^+	D^-	D^-

TAB. 2.1 - alternance des décentrement dans le calcul des dérivées à chaque itération

Autre recommandation : Les différences à l'intérieur des vecteurs flux F et G doivent être dans les sens opposés par rapport aux différences appliquées à ces flux.

2.4 Méthode aux volumes finis

La méthode numérique utilisée repose sur une formulation aux volumes finis [68]. Elle présente le très grand avantage d'être à la fois facilement applicable sur un maillage quelconque, et assure également la conservation des propriétés physiques. De plus, une régularité suffisante des solutions ne peut pas toujours être garantie : le cas des écoulement avec chocs en est un exemple classique, ou encore l'écoulement sur le bord de fuite d'une aile lorsque la production d'entropie est différente le long des lignes de courants de part et d'autre du profil (discontinuité tangentielle). Il est alors important de représenter précisément les lois de conservation dans leur formulation intégrale. La méthode la plus naturelle pour y parvenir est évidemment de discrétiser la formulation intégrale des équations et non la forme différentielle.

Dans la méthode aux volumes finis, le domaine est subdivisé en cellules quelconques. Sur chacune d'elles les lois de conservation sont appliquées afin de déterminer les variables du champ de l'écoulement en des points discrets des cellules (noeuds). Les méthodes aux volumes finis n'exigent pas un maillage structuré. Il y a donc bien évidemment une liberté considérable dans le choix des cellules et des noeuds. Cependant, des règles doivent être suivies dans la construction du maillage pour garantir la stabilité du code et s'assurer de la pertinence du calcul (maillage fin lorsque l'on s'attend à trouver de petites structures, raffinement plus précis dans les zones de discontinuités etc.). On dispose ainsi d'une méthode de discrétisation très facilement adaptable à tous types de géométrie, et également capable de gérer des discontinuités.

Dans le cas présent, nous utiliserons une méthode aux volumes finis centrés (FIG. 2.1). On procède à une intégration spatiale locale du système. Les variables physiques sont alors considérées comme représentatives des valeurs au centre de chaque cellule élémentaire $\Omega_{i,j}$ du maillage.

Si on intègre l'équation (2.3) en posant $\vec{H} = (F, G)$, on écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega_{i,j}} W d\Omega + \iiint_{\Omega_{i,j}} \nabla \cdot \vec{H} d\Omega = 0 \quad (2.19)$$

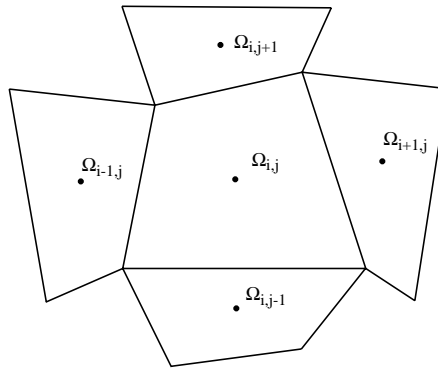


FIG. 2.1 - méthode aux volumes finis - Cellule centrée, maillage structuré

Ici $d\Omega$ représente l'élément différentiel de volume. On utilise le théorème de Gauss selon lequel l'intégrale de la divergence d'un champ de vecteur dans un volume est égale à l'intégrale du flux de ce champ de vecteur à travers la surface qui entoure ce volume.

On aura donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega_{i,j}} W d\Omega + \iint_{S_{i,j}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.20)$$

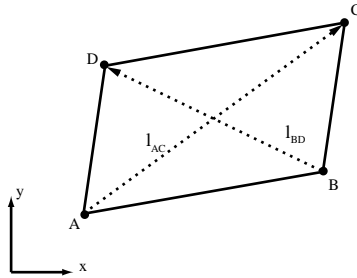


FIG. 2.2 - Cellule bidimensionnelle

Considérons le volume de contrôle $ABCD$ dans le cas bidimensionnel (FIG. 2.2), le vecteur surface \vec{S}_{AB} pour le côté AB peut être défini par

$$\vec{S}_{AB} = \Delta y_{AB} \cdot \vec{e}_x - \Delta x_{AB} \cdot \vec{e}_y$$

Donc, le long de la surface AB :

$$\iint_{S_{AB}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_{l_{AB}} (F dy - G dx)$$

On procède de même pour les 3 autres côtés.

Dans la cellule $\Omega_{i,j}$, la vitesse est considérée comme constante et sa valeur est ramenée au centre de la cellule. On a donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega_{i,j}} W d\Omega = \frac{\partial}{\partial t} (W_{i,j} \cdot \Omega_{i,j})$$

Dans le cas bidimensionnel, $\Omega_{i,j}$ est rapporté à une surface. Pour un quadrilatère quel-

conque l'aire Ω peut être calculée à partir du produit vectoriel des diagonales, donc :

$$\begin{aligned}\Omega_{ABCD} &= \frac{1}{2} |\vec{l}_{AC} \wedge \vec{l}_{BD}| \\ &= \frac{1}{2} [(x_C - x_A) \cdot (y_D - y_B) - (y_C - y_A) \cdot (x_D - x_B)]\end{aligned}$$

Il ne reste qu'à estimer la valeur des flux sur chacune des frontières de la cellule $\Omega_{i,j}$ du maillage.

Nous avons vu que le choix d'une méthode aux volumes finis centrés nous impose de travailler en maillage décalé. Sur les frontières solides, les noeuds du maillage seront placés sur la frontière, alors que les paramètres seront calculés de part et d'autres de la frontière (FIG. 2.3).

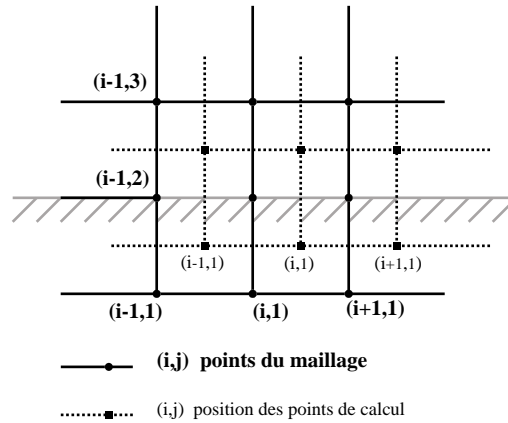


FIG. 2.3 - maillage décalé sur une frontière solide

De plus, nous travaillerons en multiblocs. Deux blocs adjacents partagent deux rangées de cellules (lignes ou colonnes) en commun, donc trois rangées de noeuds de maillage (FIG. 2.4). On aura par exemple, $Bloc1(ild, 1) = Bloc2(2, 2)$ (où ild est la taille du bloc considéré) :

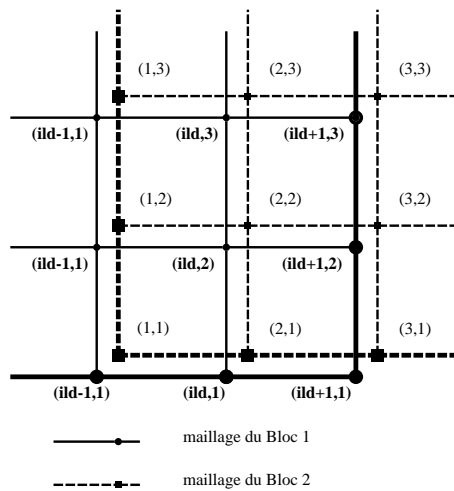


FIG. 2.4 - superposition des mailles entre deux blocs adjacents

2.5 Méthode de décomposition des flux

Les valeurs propres λ_i de A (resp. B), qui indiquent le sens de déplacement de l'information, ne sont pas de signe constant. En particulier en subsonique où $\lambda_4 = u - c$ est toujours négative. Steger et Warming ont donc proposé la décomposition des flux suivante [69] :

$$\lambda_i = \lambda_i^+ + \lambda_i^-$$

$$\text{où } \lambda_i^+ = \frac{\lambda_i + |\lambda_i|}{2} \text{ et } \lambda_i^- = \frac{\lambda_i - |\lambda_i|}{2}$$

Ce qui nous permet de redéfinir Λ :

$$\Lambda = \Lambda^+ + \Lambda^-$$

Même chose pour les flux non diffusifs relatifs aux variables conservatives :

$$F = L (\Lambda^+ + \Lambda^-) L^{-1} W = A^+ W + A^- W = F^+ + F^-$$

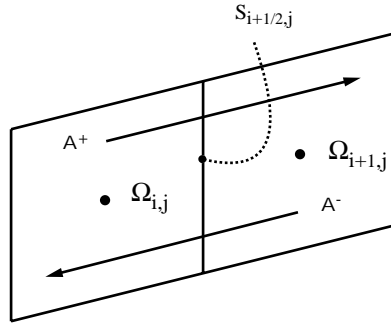


FIG. 2.5 - décomposition des flux au premier ordre

Le flux non diffusif, $F_{i+\frac{1}{2},j}$ dans la direction longitudinale à travers la surface $S_{i+\frac{1}{2},j}$ séparant les deux cellules $\Omega_{i,j}$ et $\Omega_{i+1,j}$ (FIG. 2.5), est alors évalué à l'aide de l'expression suivante :

$$F_{i+\frac{1}{2},j} = A^+ W_{i,j} + A^- W_{i+1,j} \quad (2.21)$$

On fait alors le choix suivant :

$$A^+ = A_{i,j}^+$$

$$\text{et } A^- = A_{i+1,j}^-$$

$$\Rightarrow F_{i+\frac{1}{2},j} = A_{i,j}^+ W_{i,j} + A_{i+1,j}^- W_{i+1,j} \quad (2.22)$$

Ce schéma de décomposition des flux au premier ordre est trop fortement dissipatif.

Steger et Warming ont alors proposé une méthode de décomposition au second ordre pour palier ce problème.

Il est possible en effet de réduire cette dissipation en écrivant différemment l'expression permettant d'évaluer le flux non diffusif (FIG. 2.6) :

$$F_{i+\frac{1}{2},j} = A_{i+\frac{1}{2},j}^+ W_{i,j} + A_{i+\frac{1}{2},j}^- W_{i+1,j} \quad (2.23)$$

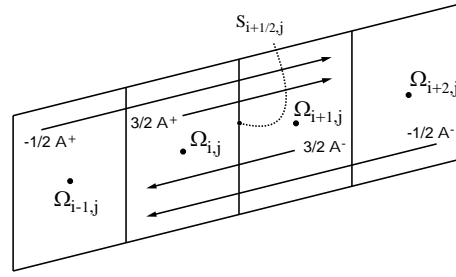


FIG. 2.6 - décomposition des flux au second ordre

où les expressions A^+ et A^- sont évaluées dans les mêmes cellules.

Pour le schéma de Mac Cormack à deux pas prédicteur / correcteur, on procède de la façon suivante :

– pas prédicteur :

$$\begin{aligned} A_{i+\frac{1}{2},j}^+ &= A_{i,j}^+ \\ A_{i+\frac{1}{2},j}^- &= A_{i,j}^- \end{aligned}$$

– pas correcteur :

$$\begin{aligned} A_{i+\frac{1}{2},j}^+ &= A_{i+1,j}^+ \\ A_{i+\frac{1}{2},j}^- &= A_{i+1,j}^- \end{aligned}$$

Soit pour le pas prédicteur :

$$\begin{cases} F_{i+\frac{1}{2},j} = A_{i,j}^+ W_{i,j} + A_{i,j}^- W_{i+1,j} \\ F_{i+\frac{1}{2},j} = F_{i,j} + A_{i,j}^- (W_{i+1,j} - W_{i,j}) \end{cases}$$

et pour le pas correcteur :

$$\begin{cases} F_{i+\frac{1}{2},j} = A_{i+1,j}^+ W_{i,j} + A_{i+1,j}^- W_{i+1,j} \\ F_{i+\frac{1}{2},j} = F_{i,j} + A_{i+1,j}^- (W_{i+1,j} - W_{i,j}) \end{cases}$$

On obtient ainsi un schéma au second ordre :

$$F_{i+\frac{1}{2},j} = A_{i+\frac{1}{2},j}^+ \left(\frac{3}{2} W_{i,j} - \frac{1}{2} W_{i-1,j} \right) + A_{i+\frac{1}{2},j}^- \left(\frac{3}{2} W_{i+1,j} - \frac{1}{2} W_{i+2,j} \right)$$

Le principe reste le même pour le flux non diffusif dans la direction transversale.

Pour un écoulement bidimensionnel, la procédure de décomposition des flux au second ordre doit suivre un cycle sur 4 itérations alternant les différenciations progressives et régressives :

2.6 Précision du schéma

Partant du cas simple monodimensionnel de l'équation de convection-diffusion instationnaire :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -c \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.24)$$

Le schéma de discrétisation de MacCormack se met sous la forme suivante :

itérations	prédicteur		correcteur	
	$A_{i+\frac{1}{2},j}^{\pm}$	$B_{i,j+\frac{1}{2}}^{\pm}$	$A_{i+\frac{1}{2},j}^{\pm}$	$B_{i,j+\frac{1}{2}}^{\pm}$
$4k + 1$	$i + 1, j$	$i, j + 1$	i, j	i, j
$4k + 2$	i, j	$i, j + 1$	$i + 1, j$	i, j
$4k + 3$	$i + 1, j$	i, j	i, j	$i, j + 1$
$4k + 4$	i, j	i, j	$i + 1, j$	$i, j + 1$
$4k + 5$	identique à l'itération $4k + 1$			

TAB. 2.2 - alternance des décentrement dans le calcul des dérivées à chaque itération

- pas prédicteur :

$$\Delta W_i^n = -c \frac{\Delta t}{\Delta x} (W_{i+1}^n - W_i^n) + \nu \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (W_{i+1}^n - 2 \cdot W_i^n + W_{i-1}^n) \quad (2.25a)$$

$$W_i^{\overline{n+1}} = W_i^n + \Delta W_i^n \quad (2.25b)$$

- pas correcteur :

$$\Delta W_i^{\overline{n+1}} = -c \frac{\Delta t}{\Delta x} (W_i^{\overline{n+1}} - W_{i-1}^{\overline{n+1}}) + \nu \frac{\Delta t}{\Delta x^2} (W_{i+1}^{\overline{n+1}} - 2 \cdot W_i^{\overline{n+1}} + W_{i-1}^{\overline{n+1}}) \quad (2.26a)$$

$$W_i^{n+1} = \frac{1}{2} \cdot (W_i^n + W_i^{\overline{n+1}} + \Delta W_i^{\overline{n+1}}) \quad (2.26b)$$

A partir des équations (2.25) et (2.26) on remonte à l'équation (2.24), ce qui donne finalement après calculs (cf. §A.4) :

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -c \frac{\partial W}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + 0(\Delta x^2) + 0(\Delta t^2) \quad (2.27)$$

Le schéma de MacCormack est donc précis à l'ordre 2 en espace et en temps.

2.7 Conditions aux limites

Nous allons présenter les conditions aux limites utilisées dans le code. Elles sont basées sur les relations caractéristiques en subsonique et en supersonique [70]. Elles tiennent compte de la direction du transport de l'information et s'assurent que l'information puisse transiter de l'intérieur du domaine vers l'extérieur du domaine de calcul mais qu'aucune perturbation ne se réfléchisse sur les frontières du domaine. Il existe de plus, dans le code, des conditions statiques telles que conditions de glissement / adhérence, condition de symétrie...

2.7.1 Méthode des caractéristiques

La condition d'entrée subsonique consiste à imposer la pression totale P_t , la température totale T_t et la direction de la vitesse θ .

Les équations d'Euler monodimensionnelles diagonalisées s'écrivent en repère cartésien :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + u \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.28a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + (u + c) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.28b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} + (u - c) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.28c)$$

Sous cette forme ces équations sont qualifiées d'équations caractéristiques ou de relations de compatibilité. Elles permettent d'introduire un nouveau jeu de variables : *les variables caractéristiques*. D'un point de vue mathématique, la théorie des caractéristiques permet de déterminer les solutions d'un système d'équations différentielles hyperbolique. C'est à dire un système pour lequel l'information se propage à vitesse constante depuis les conditions initiales, le long de courbes caractéristiques.

Le système d'équations (2.28) introduit 3 variables caractéristiques :

$$\delta w_1 = \delta \rho - \frac{1}{c^2} \cdot \delta P \quad (2.29a)$$

$$\delta w_2 = \delta u + \frac{1}{\rho c} \cdot \delta P \quad (2.29b)$$

$$\delta w_3 = \delta u - \frac{1}{\rho c} \cdot \delta P \quad (2.29c)$$

où δ définit une variation arbitraire, soit δ_t soit δ_x .

En règle général, seules les variables δw_i ont un sens, pas nécessairement les w_i . Prenons le cas de la troisième caractéristique, $\delta w_3(x, t)$. Il est trivial de montrer que la famille de courbes $\delta w_3 = f(x - (u - c) \cdot t)$ est solution de l'équation (2.28c).

De plus, par définition de la dérivée particulaire :

$$dw_i = \frac{\partial w_i}{\partial t} dt + \frac{\partial w_i}{\partial x} dx$$

donc le long de la courbe $dx/dt = u$, δw_3 est transportée à la vitesse $(u - c)$.

En procédant de la même façon pour les deux premières variables caractéristiques, on obtient finalement :

- δw_1 se propage à la vitesse u le long de la caractéristique C_0 de pente $\frac{dx}{dt} = u$
- δw_2 se propage à la vitesse $(u + c)$ le long de la caractéristique C^+ de pente $\frac{dx}{dt} = (u + c)$
- δw_3 se propage à la vitesse $(u - c)$ le long de la caractéristique C^- de pente $\frac{dx}{dt} = (u - c)$

Le nombre de conditions aux limites à imposer va dépendre de la nature de l'écoulement et de la façon dont l'information transportée le long des caractéristiques va interagir avec la frontière considérée. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux conditions d'entrée et de sortie en régime subsonique.

Pour $u > 0$, la pente des caractéristiques C_0 et C^+ est toujours positive. Donc dans le cas d'une entrée, ces caractéristiques transportent toujours des informations de la frontière

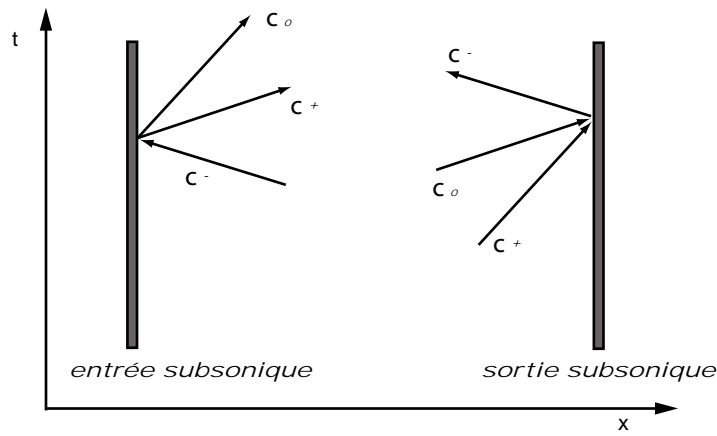


FIG. 2.7 - Conditions aux limites en régime subsonique - caractéristiques entrantes et sortantes

vers l'intérieur du domaine, il est donc nécessaire de connaître la valeur des deux variables caractéristiques correspondantes sur la frontière. Dans le cas d'une sortie, l'information est transportée de l'intérieur du domaine vers la frontière, c'est donc l'écoulement intérieur qui va fixer deux des variables caractéristiques à la sortie du domaine.

Pour $M < 1$, la pente de la caractéristique C^- est négative. Dans le cas d'une entrée, cela signifie que l'information provenant de l'intérieur du domaine atteint la frontière le long de la C^- et donc aucune condition aux limites associée à la caractéristique δw_3 ne peut être fixée arbitrairement. Dans le cas de la sortie, l'information provenant de la frontière est transportée vers l'intérieur du domaine le long de la C^- et doit donc être fixée au préalable (FIG. 2.7).

En résumé, les conditions à imposer en entrée et en sortie en régime subsonique, sont donc :

	entrée	sortie
<i>subsonique</i>	2 caractéristiques à fixer sur la frontière w_1 et w_2	1 caractéristique à fixer w_3

En pratique, seul les paramètres de l'écoulement comme la pression et la vitesse nous intéressent directement. Nous ne nous intéressons aux caractéristiques qu'en tant que vecteur d'information. Les variables caractéristiques sont utilisées pour obtenir des relations nous permettant d'actualiser chacun des différents paramètres de l'écoulement à chaque itération.

2.7.2 Condition d'entrée

Nous venons de voir qu'en régime subsonique, les caractéristiques δw_1 et δw_2 doivent être imposées en entrée. Pour éviter la réflexion de perturbations sur la frontière, on va annuler les deux caractéristiques entrantes, ce qui conduit à écrire :

$$\delta w_1 = \delta \rho - \frac{1}{c^2} \cdot \delta P = 0 \quad (2.30)$$

$$\delta w_2 = \delta u + \frac{1}{\rho c} \cdot \delta P = 0 \quad (2.31)$$

En revanche, la troisième caractéristique doit être calculée pour nous permettre d'actualiser les différents paramètres de l'écoulement.

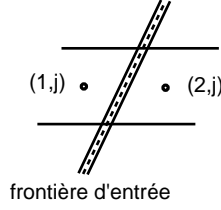


FIG. 2.8 - Condition d'entrée

On rappelle que le schéma de Mac Cormack est un schéma aux volumes finis et que les cellules de maillage sont décalées par rapport à la frontière (FIG. 2.8). On fait alors l'hypothèse forte que les deux points situés de part et d'autre de la frontière sont reliés par la caractéristique sortante (u-c). L'originalité de la méthode repose sur la formulation implicite de cette relation entre les deux points.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}\right)^n = -(u - c) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n+1} \quad (2.32)$$

Cette relation est appelée hypothèse d'actualisation implicite, qui peut également se mettre sous la forme :

$$\left(\frac{\partial w_3}{\partial t}\right)^n = -(u - c) \cdot \left(\frac{\partial w_3}{\partial x}\right)^{n+1} \quad (2.33)$$

On effectue alors un développement de Taylor à l'ordre 1 en temps de $\left(\frac{\partial w_3}{\partial x}\right)^{n+1}$:

$$\left(\frac{\partial w_3}{\partial x}\right)^{n+1} = \left(\frac{\partial w_3}{\partial x}\right)^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{\partial w_3}{\partial t}\right)^n + \mathcal{O}(\Delta t^2) \quad (2.34)$$

On remplace alors $\left(\frac{\partial w_3}{\partial x}\right)^{n+1}$ dans (2.33), il vient :

$$\left(1 + (u - c) \frac{\Delta t}{\Delta x}\right) \left(\frac{\partial w_3}{\partial t}\right)^n = -(u - c) \cdot \left(\frac{\partial w_3}{\partial x}\right)^n$$

Pour simplifier les écritures nous poserons : $\lambda = (u - c) \cdot \Delta t / \Delta x$. Le long de la caractéristique, les dérivées spatiales sont remplacées par des différences centrées et les dérivées en temps par des accroissements temporels ∂_t :

$$(1 + \lambda) \left(\frac{\partial_t w_3}{\Delta t}\right)^n = -\lambda \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \left(\frac{P_2^n - P_1^n}{\Delta x} - \rho c \cdot \frac{(u_2^n - u_1^n)}{\Delta x}\right)$$

Soit :

$$\partial_t P - \rho c \partial_t u = -\frac{\lambda}{1 + \lambda} \cdot (P_2^n - P_1^n - \rho c \cdot (u_2^n - u_1^n)) = R_3 \quad (2.35)$$

ce qui nous permet de déduire l'évolution temporelle des différents paramètres de l'écoulement. En considérant dans (2.30) et (2.31) les variations temporelles, on obtient avec

(2.35) les relations suivantes :

$$\delta_t P = +\frac{R_3}{2} \quad (2.36)$$

$$\delta_t u = -\frac{R_3}{2\rho c} \quad (2.37)$$

$$\delta_t \rho = +\frac{R_3}{2c^2} \quad (2.38)$$

Les paramètres de l'écoulement peuvent alors être actualisés à l'instant $n + 1$:

$$u_1^{n+1} = u_1^n + \delta_t u \quad (2.39)$$

$$P_1^{n+1} = P_1^n + \delta_t P \quad (2.40)$$

$$\rho_1^{n+1} = \rho_1^n + \delta_t \rho \quad (2.41)$$

2.7.3 Condition de sortie

Comme nous l'avons vu, en régime subsonique les caractéristiques δw_1 et δw_2 transportent l'information de l'intérieur du domaine vers la frontière de sortie. Ces variables caractéristiques devront donc être calculées et ne pourront être imposées. En revanche, le long de la courbe caractéristique C^- , la quantité δw_3 se propage de la frontière de sortie vers l'intérieur du domaine. Cette variable caractéristique doit donc être imposée. Pour éviter la réflexion de perturbations sur la frontière, on va annuler cette caractéristique entrante. Ceci conduit à écrire :

$$\delta w_3 = \delta u - \frac{1}{\rho c} \cdot \delta P = 0 \quad (2.42)$$

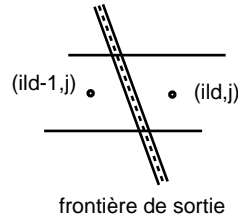


FIG. 2.9 - Condition de sortie

On applique le même principe d'actualisation implicite sur les deux points de part et d'autre de la frontière (ild, j) et $(ild - 1, j)$ (FIG. 2.9) :

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}\right)^n = -u \cdot \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n+1} \quad (2.43a)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}\right)^n = -(u + c) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n+1} \quad (2.43b)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^n = -u \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^{n+1} \quad (2.43c)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial t}\right)^n = -(u - c) \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{\partial P}{\partial x}\right)^{n+1} \quad (2.43d)$$

En procédant au même développements que pour la condition d'entrée, et en posant $\lambda_1 = u \cdot \Delta t / \Delta x$, $\lambda_2 = (u + c) \cdot \Delta t / \Delta x$, et $\lambda_3 = (u - c) \cdot \Delta t / \Delta x$, il vient :

$$\partial_t \rho - \frac{1}{c^2} \partial_t P = -\frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1} \cdot (\rho_{ild}^n - \rho_{ild-1}^n - \frac{1}{c^2} \cdot (P_{ild}^n - P_{ild-1}^n)) = R_1 \quad (2.44a)$$

$$\partial_t u + \frac{1}{\rho c} \partial_t P = -\frac{\lambda_2}{1 + \lambda_2} \cdot (u_{ild}^n - u_{ild-1}^n + \frac{1}{\rho c} \cdot (P_{ild}^n - P_{ild-1}^n)) = R_2 \quad (2.44b)$$

$$\partial_t v = -\frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1} \cdot (v_{ild}^n - v_{ild-1}^n) = R_3 \quad (2.44c)$$

$$\partial_t P - \rho c \partial_t u = -\frac{\lambda}{1 + \lambda} \cdot (P_{ild}^n - P_{ild-1}^n - \rho c \cdot (u_{ild}^n - u_{ild-1}^n)) = R_4 \quad (2.44d)$$

La condition aux limites en sortie présente dans le code permet de fixer $\partial_t P = 0$. A partir des relations (2.44), on obtient pour les incréments des différents paramètres de l'écoulement les relations d'actualisation suivantes :

$$\partial_t u = R_2 \quad (2.45)$$

$$\partial_t v = +R_3 \quad (2.46)$$

$$\partial_t \rho = +R_1 \quad (2.47)$$

Les paramètres de l'écoulement peuvent alors être actualisés à l'instant $n + 1$:

$$u_1^{n+1} = u_1^n + \delta_t u \quad (2.48)$$

$$v_1^{n+1} = v_1^n + \delta_t v \quad (2.49)$$

$$\rho_1^{n+1} = \rho_1^n + \delta_t \rho \quad (2.50)$$

Troisième partie

Écoulement sans contrôle

Chapitre 3

Analyse de l'écoulement de cavité

3.1 Calcul numérique

On initialise le champ des vitesses en imposant une vitesse verticale nulle en tout point de l'écoulement, une vitesse horizontale nulle dans la cavité et égale à la vitesse à l'infini (U_∞), pour les blocs supérieurs (FIG. 3.1). La pression est fixée à P_∞ en tout point du domaine. Les calculs seront effectués en régime subsonique, à $M = 0.25$. Les conditions isentropiques de pression et température sont fixées à $P_i = 101014.85 \text{ Pa}$ $T_i = 293.08 \text{ K}$.

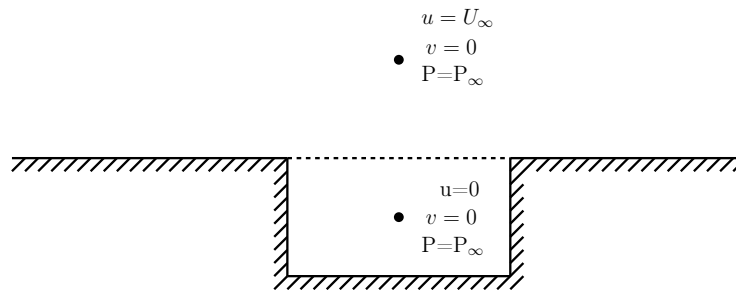


FIG. 3.1 - initialisation des paramètres de la cavité.

L'analyse de l'évolution temporelle des paramètres de l'écoulement repose sur les signaux enregistrés en différents points du domaine. On dispose de deux jeux de points de mesure. Une première répartition a été choisie de manière purement géométrique (FIG. 3.2) et nous a permis d'étudier l'écoulement de l'initialisation jusqu'à son établissement. Le choix de la position des sondes a été conditionné par la nécessité de disposer, en certains points stratégiques du domaine, d'informations caractéristiques de ce type d'écoulement. Ces choix sont naturellement guidés par la physique de l'écoulement. La présence d'une couche de cisaillement derrière l'angle amont de la cavité, ainsi que le phénomène de détachement tourbillonnaire nous imposent de disposer de points de mesure au point de décollement ainsi qu'entre les angles amont et aval de la cavité, le long de la couche de cisaillement (points 1-5 et 11-13). De même, les recirculations internes impliquent de disposer à l'aplomb des points de mesure précédents, d'autres sondes à l'intérieur (point 18) ainsi que sur le fond de la cavité (6-10). Certains points situés hors du champ d'évolution des phénomènes qui nous intéressent (les points 15, 16 et 17) sont destinés à nous permettre de vérifier la pertinence des conditions aux limites choisies *a priori*, ainsi que de contrôler ce qui quitte le domaine (tourbillons advectés hors du domaine de calcul, ondes

acoustiques entrantes ou sortantes etc.). Dans la suite de l'exposé, nous choisirons souvent

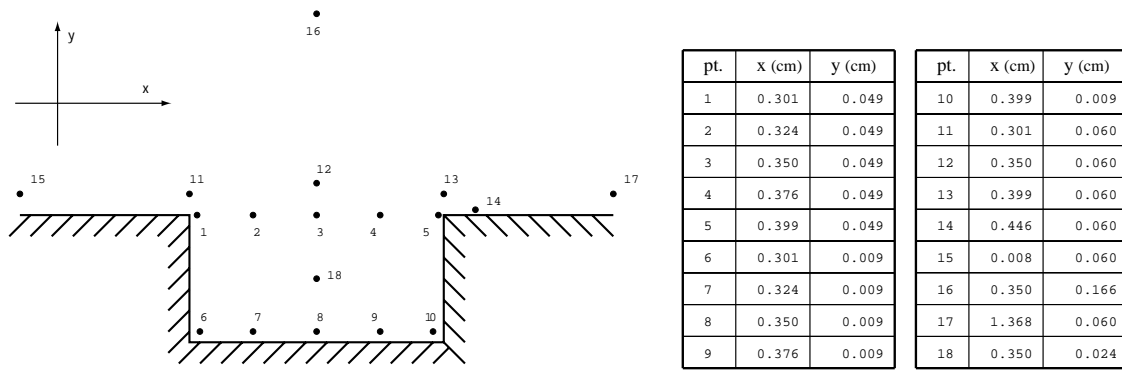


FIG. 3.2 - Position des points de mesure dans l'écoulement

de représenter l'évolution d'un paramètre de l'écoulement ou d'illustrer une propriété de l'écoulement en prenant comme référence le point 4. Ce choix tient au fait que, situé à l'ouverture de la cavité ($Y/H = 1$), au sein de la couche de cisaillement, le point 4 est très souvent représentatif de l'écoulement dans son ensemble.

Après initialisation des paramètres de l'écoulement, les signaux temporels convergent vers un régime périodique à la suite d'un transitoire de l'ordre de 700 000 itérations (FIG. 3.3), soit un temps ($t = 0.1827s$) correspondant à une vingtaine de cycles (nous définirons plus tard dans l'exposé ce que recouvre le terme "cycle").

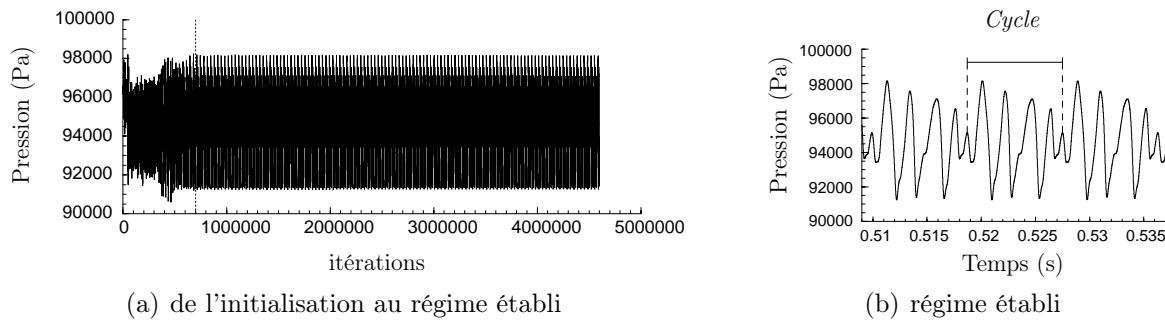


FIG. 3.3 - signal de pression au point 4

Dans un premier temps, nous allons nous limiter à une description qualitative de la dynamique de l'écoulement à partir des signaux temporels et des visualisations instantanées de l'écoulement.

3.2 Champs moyens des paramètres de l'écoulement

3.2.1 Champs moyens

On trace les champs moyens de pression et vitesse FIG. 3.4 et FIG. 3.5. On observe très nettement une importante recirculation aval, tant sur la visualisation du champ moyen de pression, où elle est marquée par la présence d'une dépression locale, que sur le champ de vitesse. En amont, une seconde recirculation nettement visible sur le champ moyen des vitesse est partiellement occultée sur le champ moyen de pression par une troisième

petite recirculation, qui sur le champ des vitesses ne semble être qu'un appendice de la recirculation principale. Cette troisième recirculation, située en amont de la recirculation principale et sous l'ouverture de la cavité, a également été observée dans une étude expérimentale de Neary et Stephanoff [71] ($L/H \simeq 3.5$ et $11300 < Re < 33500$). Ils indiquent d'ailleurs l'existence d'un point selle entre le tourbillon principal et ce tourbillon tertiaire du fait que tous deux tournent dans le sens des aiguilles d'une montre.

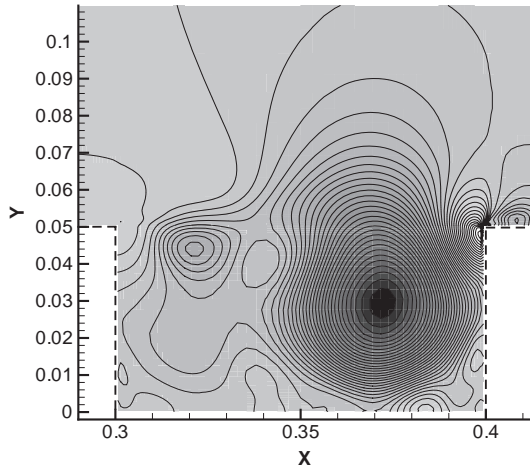


FIG. 3.4 - Champ moyen de pression - les basses pressions sont assombries

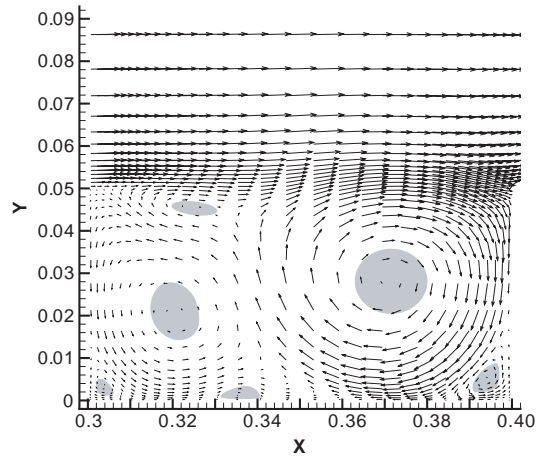


FIG. 3.5 - Champ moyen des vitesses - champ vectoriel

Enfin, au fond de la cavité, on peut repérer trois petites recirculations. Deux d'entre elles sont situées aux deux extrémités de la cavité, et la dernière est localisée à l'aplomb de la frontière des deux recirculations principales. Dans ce type d'écoulement, les recirculations sont à la fois le résultat d'une dynamique instationnaire marquée et vont également jouer un rôle primordial dans cette même structure instationnaire de l'écoulement. En effet, le "balais" des structures génère les recirculations ; celles-ci vont modifier la trajectoire des structures et donc les séquences d'impact. Elles vont ainsi participer à la boucle de rétroaction qui est fermée à travers l'excitation de la couche de mélange, au point de décollement, par l'onde de pression induite lors de l'impact des structures.

3.2.2 Évolution du Coefficient de pression

Le coefficient de pression C_p est défini par :

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2} \quad (3.1)$$

Une partie des études que l'on peut trouver dans la littérature documente l'évolution de ce coefficient sur le fond de la cavité. Ceci devrait nous permettre dans un premier temps de vérifier que les résultats que nous obtenons sont en accord avec ce qui a été précédemment observé et de caractériser un peu plus précisément notre écoulement. On trace donc l'évolution du C_p sur le fond de la cavité (FIG. 3.6).

A partir de leur étude expérimentale, Tracy & Plentovitch [13] ont défini une cavité ouverte comme étant une configuration pour laquelle "l'écoulement principal enjambe la

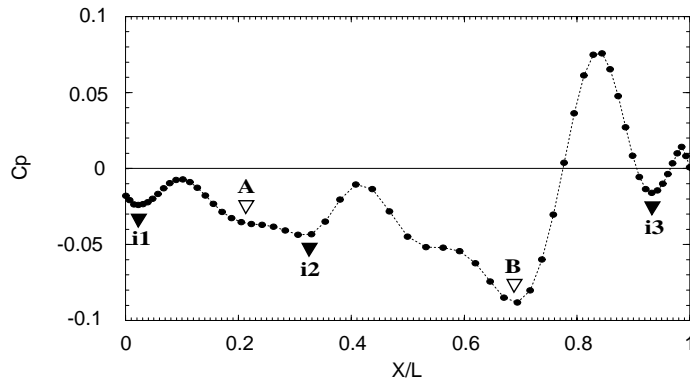


FIG. 3.6 - Evolution du coefficient de pression - C_p - au fond de la cavité

cavité, une couche de mélange se forme au-dessus de la cavité. La valeur de la pression est faible et augmente à proximité de la paroi aval". Dans notre étude, $C_p < 0$ pour $x/L < 0.75$, puis il augmente avec x/L pour $x/L > 0.75$. Le comportement du C_p est semblable à celui d'une cavité ouverte définie par Tracy & Plentovitch [13], mais avec de légères différences cependant. Dans le cas de notre cavité bidimensionnelle à vitesse subsonique, on observe une légère fluctuation dans la distribution du C_p à proximité de la paroi amont de la cavité et une forte fluctuation du C_p à hauteur de la paroi aval. Ces fluctuations dans la distribution du coefficient de pression sont dues à la présence de recirculations internes de la cavité : deux principales (amont et aval visibles sur la FIG. 3.7(a)), ainsi que des petites recirculations de proches parois présentes à chaque extrémité de la cavité ainsi qu'à la position $x/L = 0.35$ ($x = 3.335$).

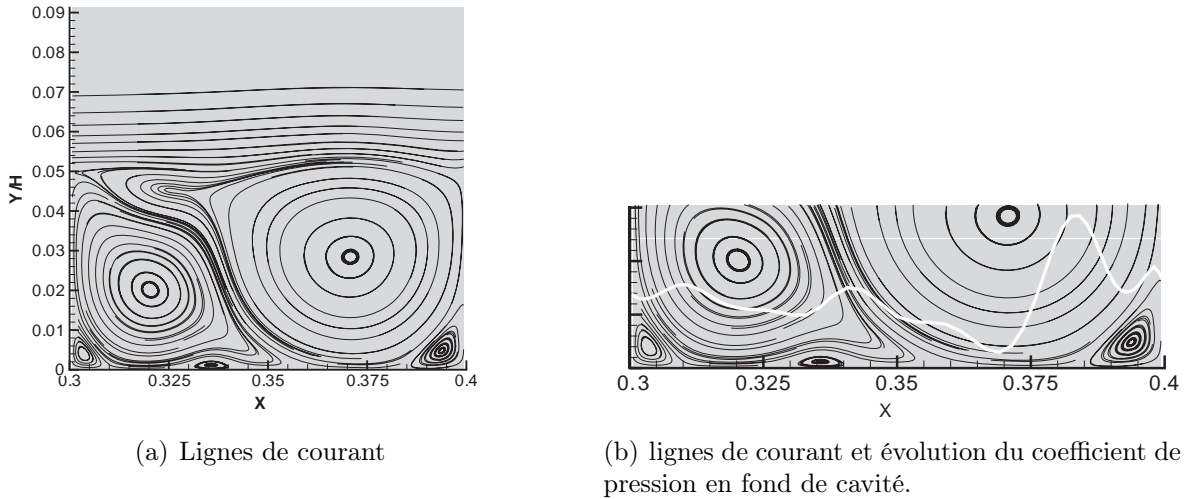


FIG. 3.7 - Lignes de courant et coefficient de pression

La position des recirculations est indiquée en FIG. 3.6 par des triangles. **A** et **B** sont les deux recirculations principales, respectivement amont et aval. Les petites recirculations secondaires de fond de cavité sont notées $\blacktriangledown \mathbf{i}$: **i1** est la recirculation présente à l'angle interne amont de la cavité sous la recirculation principale amont (**A**), **i2** est la recirculation centrale située entre les deux recirculations principales, et **i3** est la recirculation présente

à l'angle interne amont de la cavité sous la recirculation principale aval (**B**).

3.3 Analyse de l'évolution temporelle des paramètres de l'écoulement

Dans notre étude bibliographique, nous avons vu que la dynamique de l'écoulement est pilotée par les tourbillons générés en aval du point de décollement. Dans le cadre de ce travail, notre écoulement de référence est une simulation numérique de l'écoulement de cavité en régime établi. Nous allons donc, dans un premier temps, nous assurer que notre écoulement simulé présente les caractéristiques principales de ce type de géométrie. Nous effectuerons également une étude plus complète de la dynamique des structures tourbillonnaires, architectes de la structure de ce type d'écoulement.

3.3.1 Signal temporel

L'observation de l'évolution du signal de pression instantanée pris en un point de l'ouverture de la cavité, FIG. 3.3(b), montre qu'il est structuré suivant un "cycle". Ce cycle, en apparence périodique, comporte un nombre fixe de minimum locaux de pression. Nous conserverons tout au long de l'exposé la numérotation des dépressions locales, telle qu'elle est présentée sur la FIG. 3.8.

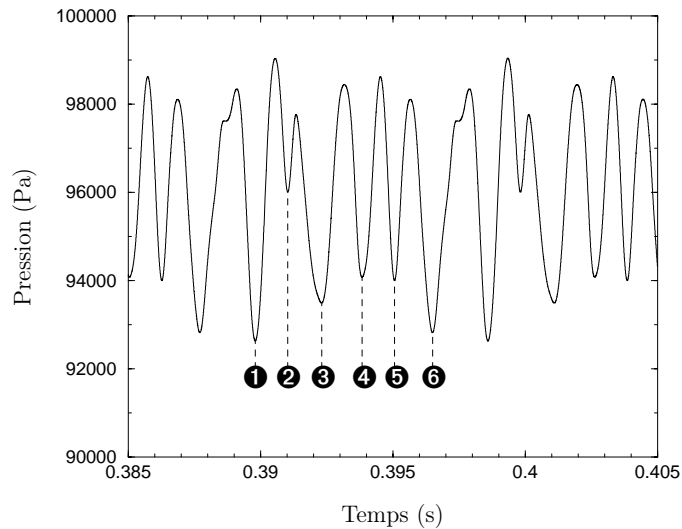
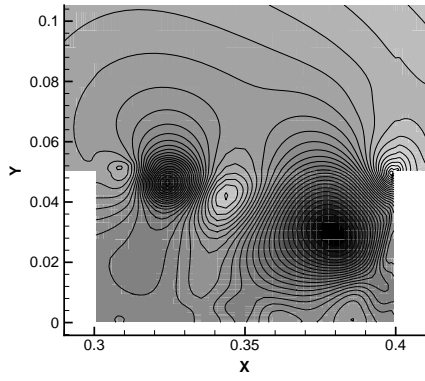


FIG. 3.8 - Signal de pression au point 2 en régime établi.

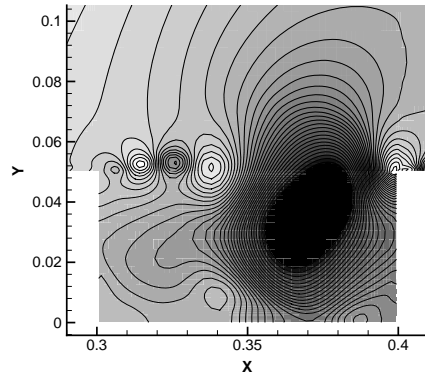
A partir de ce signal, il nous est possible de mesurer le temps séparant deux débuts de cycle, que nous ferons coïncider avec un minimum local de pression choisi arbitrairement (nous prendrons par exemple comme référence de départ $t = 0,3923s$). Le temps caractéristique d'un cycle ainsi mesuré est de $T_{cycle} = 0.00880s$ soit $f_{cycle} = 113.5Hz$.

Cette observation, couplée à une visualisation du champ instantané de pression de l'écoulement (FIG. 3.9), montre que ces minimums de pression sont circonscrits au voisinage de l'ouverture de la cavité ($0.8 < Y/D < 1.2$).

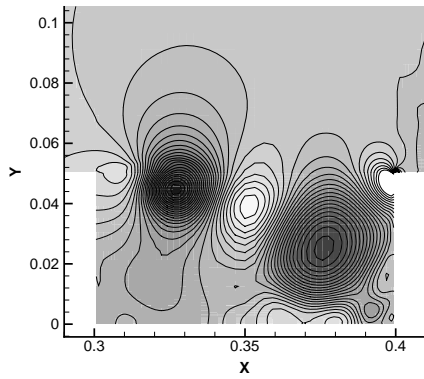
Toujours à partir du champ instantané de pression de l'écoulement, on cherche à déterminer la nature de ces minimums locaux de pression et leur rôle dans la dynamique



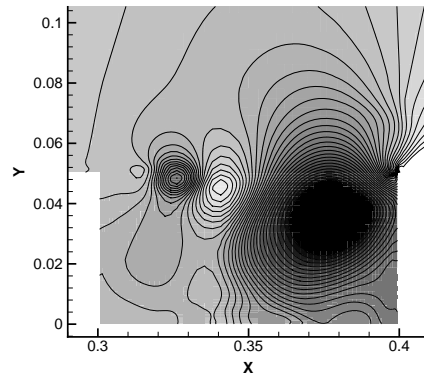
(a) minimum ❶ à $t = 0.389801s$



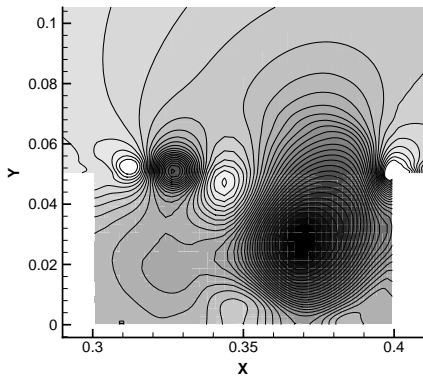
(b) minimum ❷ à $t = 0.391030s$



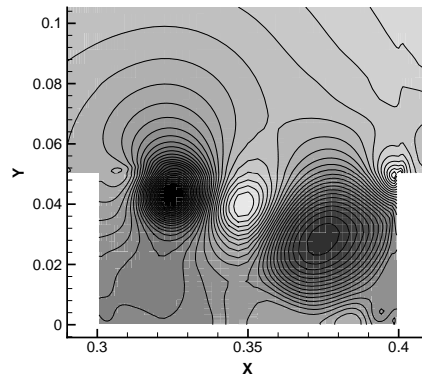
(c) minimum ❸ à $t = 0.392312s$



(d) minimum ❹ à $t = 0.393401s$



(e) minimum ❺ à $t = 0.395068s$



(f) minimum ❻ à $t = 0.396502s$

FIG. 3.9 - Champs instantanés de pression à différents instants - basse pression en sombre, hautes pressions en clair

globale de l'écoulement de la cavité. Durant l'intervalle de temps séparant le passage, au point de mesure, de deux minimums locaux de pression, on observe l'évolution du champ de pression instantané dans tout le domaine (FIG. 3.10). Cette perturbation locale du champ de pression provient de l'amont de la cavité et paraît être advectée vers l'aval. Il semble également qu'une recirculation soit présente ou qu'un tourbillon soit prisonnier au voisinage de la paroi verticale aval de la cavité.

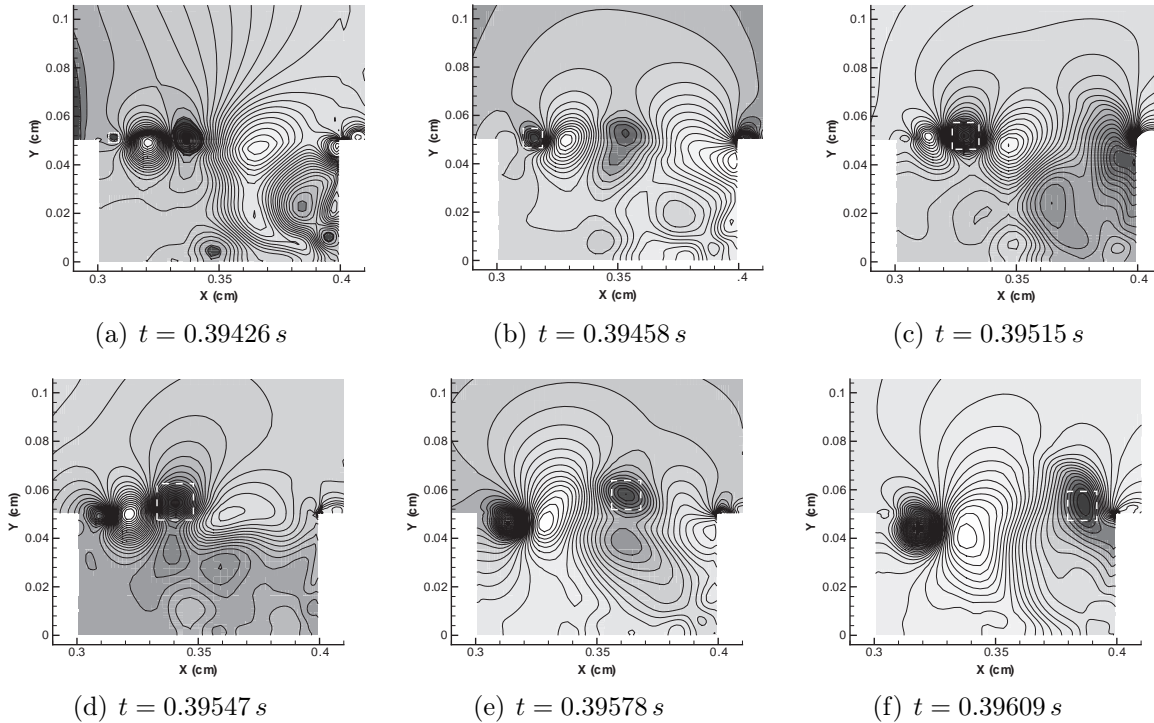


FIG. 3.10 - Champs instantanés de fluctuations de pression - suivi de la structure \ominus (encadrée en pointillés) de sa naissance à son impact sur l'angle aval de la cavité.

Lorsque l'on compare les visualisations instantanées du vecteur vitesse, ainsi que les champs de vorticité et de critère Q ¹ du lieu de cette perturbation FIG. 3.11, on observe qu'elle s'accompagne d'un phénomène dynamique local. En effet, l'écoulement semble s'enrouler autour de ces dépressions locales. Dans le même temps, ce minimum de pression correspond à un maximum de vorticité et également à un maximum de critère Q .

Ce que nous nommons cycle est donc une "figure" constituée de la succession de plusieurs tourbillons, six dans le cas présent. La fréquence de détachement tourbillonnaire devrait donc être voisine de $f_d = 6 \times f_{cycle} = 681 \text{ Hz}$.

A partir du signal temporel et des champs instantanés des paramètres de l'écoulement, il nous a été possible d'identifier des perturbations locales du champ de l'écoulement. Ces perturbations sont advectées par l'écoulement depuis l'angle amont de la cavité vers l'angle aval. Afin de mieux définir la dynamique de l'écoulement et les caractéristiques de ces perturbations, on procède à l'analyse de la fonction d'auto-corrélation du signal.

¹cf. §3.4.1

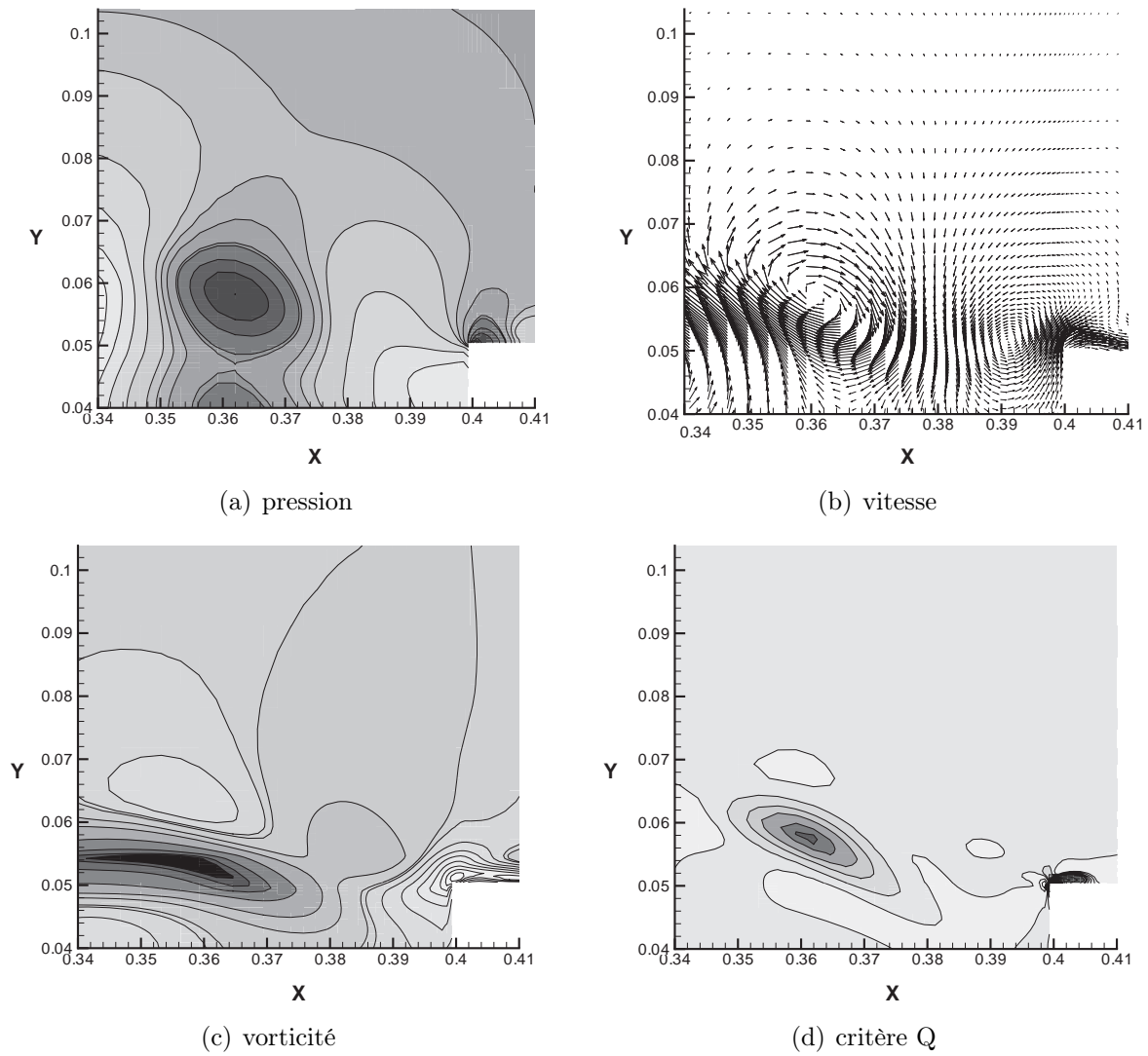


FIG. 3.11 - Paramètres instantanés à $t = 0.39578 \text{ s}$ - structure ⑤ à l'angle aval de la cavité

3.3.2 Fonction d'autocorrélation

La fonction d'autocorrélation $C_{\mathbf{xx}}(\tau)$ est définie pour un processus stationnaire par :

$$C_{\mathbf{xx}}(\tau) = \frac{E[x(t)x(t + \tau)]}{E[x^2]} \quad (3.2)$$

Concernant le choix des points de mesure, il se justifie par la partition de l'écoulement en différentes zones d'influence. A hauteur de l'ouverture de la cavité, les structures tourbillonnaires seront prédominantes. En revanche, au fond de la cavité, on peut supposer que l'influence de la couche de cisaillement est moindre et que l'écoulement sera localement plus sensible au passage de la perturbation de pression issue de l'impact des tourbillons sur l'angle aval de la cavité. On choisit donc de tracer la fonction d'autocorrélation du signal de pression pris à proximité du point de décollement (point 11), au centre de la cavité (points 18) ainsi qu'au voisinage du point d'impact (points 13). Pour le fond de la cavité ($Y = 0.0$), nous nous placerons à l'angle amont et au centre de la cavité.

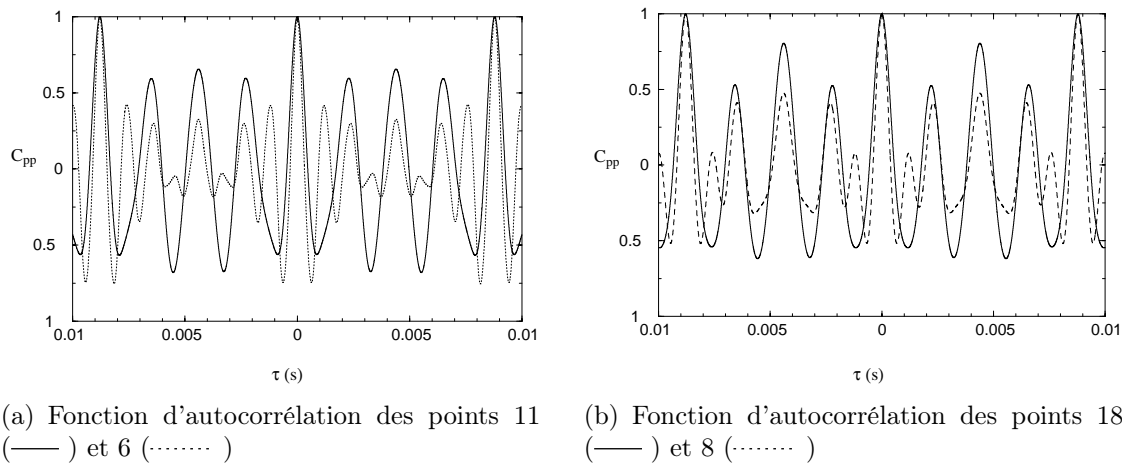


FIG. 3.12 - Fonction d'autocorrélation du signal de pression

Les fonctions d'autocorrélation du signal de pression sont moyennées sur 20 cycles pour τ allant de -4 cycles à $+4$ cycles (FIG. 3.12).

On remarque tout d'abord que la fonction d'autocorrélation affiche une périodicité marquée pour tous les points de mesure contrôlés. On retrouve la durée d'un cycle entre deux maximum d'autocorrélation : $\Delta T \simeq 0.0088s$ (soit une fréquence de $\simeq 113.5 Hz$). En revanche, à proximité de la couche de cisaillement ainsi qu'au centre de la cavité, on observe (point 11 et 18), à intervalle régulier, trois maximums locaux d'autocorrélation à l'intérieur d'une période (FIG. 3.12(a) et 3.12(b)). L'intervalle de temps associé à ces événements est $\Delta T = 0.0022$, ce qui correspond à une fréquence d'environ $455Hz$. Cette fréquence ne correspond ni au détachement tourbillonnaire ni au cycle observé précédemment. Au fond de la cavité (points 6 et 8), dans une zone plus protégée de la dynamique tourbillonnaire qui agite la couche de cisaillement, on retrouve ces extréma locaux mais complétés par un maximum local plus proche du maximum d'autocorrélation et supérieur en amplitude aux maxima précédemment cités. Ce maximum local pourrait être associé au retour d'une perturbation de pression suite à l'interaction entre la couche de cisaillement et l'angle aval. On retrouve en effet cet extremum local de la fonction d'autocorrélation du signal de pression au voisinage immédiat de l'angle d'impact de la couche de cisaillement sur le bord de la cavité (point 13), avec une léger décalage temporel (FIG. 3.13).

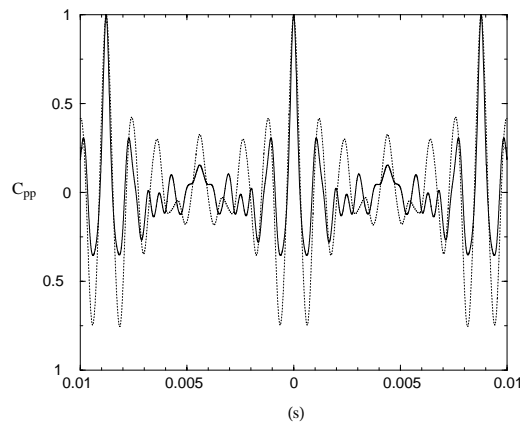


FIG. 3.13 - Fonction d'autocorrélation du signal de pression aux points 13 (—) et 6 (.....)

Si l'on retrouve très nettement la fréquence du cycle ($f_{cycle} = 113.5 \text{ Hz}$) lors de l'examen des fonctions d'autocorrélation, la fréquence de détachement tourbillonnaire ($f_d = 681 \text{ Hz}$), elle, n'apparaît pas directement. De plus, les points de mesures situés à proximité de la couche de cisaillement présentent un maximum d'auto-corrélation périodique à une fréquence ($f_{ac} = 455 \text{ Hz}$). Cette dernière fréquence n'avait jusque là pas été observée dans cette étude, et ne se rattache de façon triviale à aucun des phénomènes dynamiques observés.

Dans la mesure où cette fréquence semble prépondérante à proximité de la couche de cisaillement nous allons analyser plus précisément la dynamique des tourbillons à hauteur de l'ouverture de la cavité.

3.4 Dynamique des tourbillons

3.4.1 Visualisations

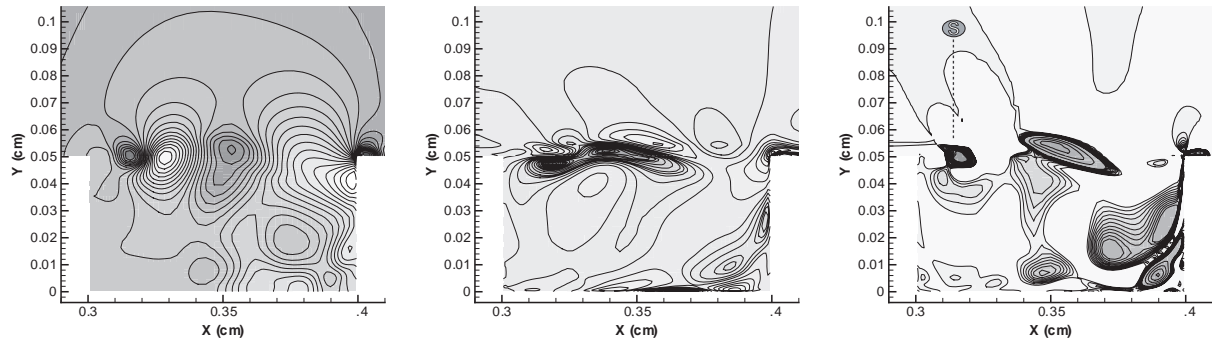
Au regard des visualisations du champ instantané de pression dans la cavité, les minimums locaux du signal temporel de pression en aval du point de décollement correspondent donc au passage de perturbations locales de pression auxquelles est associé un comportement dynamique caractéristique circonscrit spatialement au voisinage de la perturbation. On serait tenté d'assimiler ces minimums locaux de pression à la signature du passage d'une structure tourbillonnaire. En effet, dans le cas d'écoulements compressibles, la pression peut être un outil d'analyse pertinent pour localiser ces structures [59, 72]. Cependant, il a été démontré dans des cas académiques [73] que le minimum de pression ne suffit pas à définir le coeur d'une structure tourbillonnaire. Des effets de viscosité ainsi que la nature instationnaire de l'écoulement ne permettent pas de considérer la pression comme un critère fiable et suffisant pour localiser une structure. Le champ de vorticité est également souvent employé pour caractériser sans ambiguïté la présence de structures tourbillonnaires. Il donne de plus une information sur le sens de rotation de la structure. Néanmoins, la proximité de zones de fort cisaillement, comme la couche de mélange en aval du point de décollement ou la couche limite en amont de ce point, peuvent occulter la présence de ces structures. Pour s'affranchir de ces problèmes, on trouve dans la littérature un certain nombre de critères permettant de caractériser les structures cohérentes présentes dans l'écoulement [73, 74]. Nous choisirons le critère Q défini par Hunt et al. [75] comme le second invariant du tenseur de gradient des vitesses :

$$Q = \frac{1}{2}(u_{i,i}^2 - u_{i,j}u_{j,i}) \quad (3.3)$$

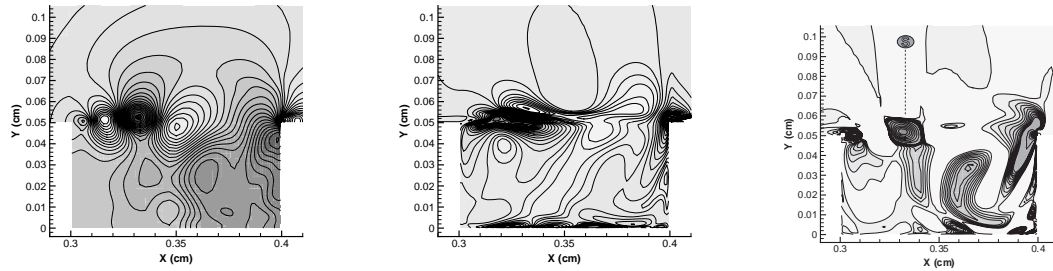
ou bien, avec une écriture différente :

$$Q = -\frac{1}{2}u_{i,j}u_{j,i} \quad \text{avec } i \neq j \quad (3.4)$$

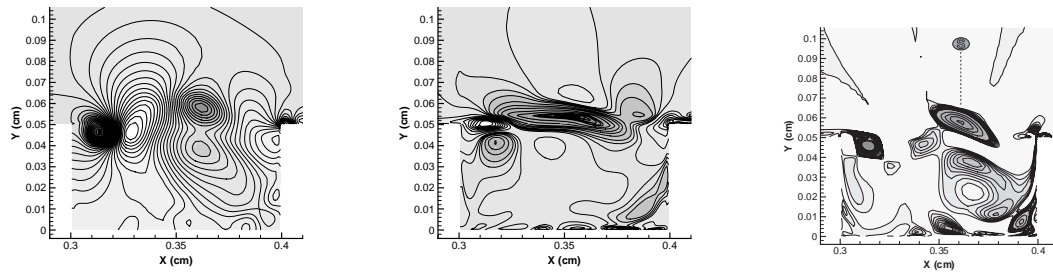
Hunt et al. définissent alors un "tourbillon" comme étant une région où le second invariant Q est positif, et avec la condition complémentaire que la pression instantanée soit inférieure à la pression moyenne locale. En fait, on cherche le corps du tourbillon où le mouvement du fluide s'apparente le plus à une rotation solide. Physiquement, Q représente l'équilibre local du taux de contraintes de cisaillement et de l'amplitude de la vorticité. On perd en revanche l'information relative au sens de rotation de la structure.



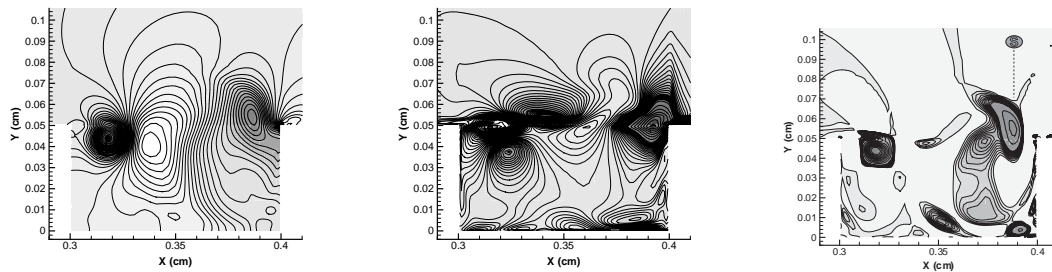
(a) Pression, Vorticité, et Critère Q à $t = 0.394458$ s



(b) Pression, Vorticité, et Critère Q à $t = 0.39526$ s



(c) Pression, Vorticité, et Critère Q à $t = 0.39578$ s



(d) Pression, Vorticité, et Critère Q à $t = 0.39609$ s

FIG. 3.14 - Champs instantanés de fluctuations de pression, vorticité et critère Q à différents instants - minimum de pression et de vorticité en sombre, maximum de critère Q en sombre seuillé à 0

La série de planches 3.14 montre simultanément les champs instantanés de fluctuations de pression, vorticité et critère Q . Ces visualisations confirment que ces minimums locaux de pression sont représentatifs du passage d'une structure tourbillonnaire. Le critère Q s'avère être visuellement plus pertinent que la vorticité pour l'observation de la trajectoire des structures. Ceci est dû au fait que la présence de la couche de cisaillement tend à écraser les iso-vorticité.

Nous avons vu que l'écoulement de cavité est représenté par un certain nombre de paramètres caractéristiques dont, entre autres, la valeur de ses modes d'oscillations, notamment, la fréquence d'échappement tourbillonnaire ($f_d = 681 \text{ Hz}$) verrouillée du fait de l'aspect rétroactif de la structure de l'écoulement. De plus, on distingue nettement sur les signaux temporels de l'écoulement une figure périodique constituée de six tourbillons successifs. La fréquence caractéristique d'un cycle ainsi défini est $f_{cycle} \simeq 113 \text{ Hz}$. Enfin, la fonction d'auto-corrélation au voisinage de la couche de cisaillement présente un mode dominant à $f_{ac} \simeq 455 \text{ Hz}$. Nous venons de voir que ce que nous nommons cycle est une "figure" constituée de la succession de plusieurs tourbillons, six dans le cas présent.

Il reste donc à déterminer la nature de f_{ac} , ainsi qu'à identifier le phénomène physique à l'origine de la structure cyclique de l'écoulement (f_{cycle}).

Dans la suite de l'étude de l'écoulement "naturel" (soit "en l'absence de perturbations volontaires", de contrôle), on conservera l'indexation arbitraire des tourbillons qui figure sur la planche FIG. 3.8.

3.4.2 Schéma d'impact des tourbillons

On visualise les champs instantanés du critère Q et des fluctuations de pression à différents instants proches de l'impact. On observe que les tourbillons, pris indépendamment les uns des autres, n'ont pas le même comportement à l'approche de l'angle aval (FIG. 3.15-3.20). Si la perturbation ❸ (FIG. 3.17) semble impacter de front contre l'angle aval et se briser en deux, la structure ❹ (FIG. 3.20) passe nettement au dessus de la cavité et évite l'impact, alors que les structures ❶, ❷, ❹ et ❺ (FIG. 3.15, 3.16, 3.18 et 3.19) sont essentiellement aspirées dans la recirculation et partiellement comprimées par la paroi aval. Cette succession de cycles observés précédemment se caractérise donc également par une évolution séquentielle des modes d'impact, ou de comportement, en bout de cavité. Rockwell & Knisely [51] sont les premiers à avoir observé cette alternance des hauteurs d'impact dans le cas d'une couche de cisaillement impactant sur un angle aval. Cette succession régulière des modes d'impact devrait se retrouver dans le spectre des paramètres caractéristiques de l'écoulement comme l'ont montré Rockwell & Knisely [52].

3.4.3 Vitesse d'advection des structures

Pour les cavités peu profondes, la répartition des modes se fait selon des fréquences discrètes qui peuvent être déterminées à l'aide de la formule de Rossiter. Rappelons que ce modèle prédictif permet d'évaluer la fréquence fondamentale de l'écoulement au-dessus d'une cavité à partir d'une description globale de l'interaction entre la couche de mélange et les ondes de pression générées par l'angle aval².

²cf. §1.2.1.1

Lire
la seconde partie
de la thèse