

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

École de gestion

L'INCIDENCE DES DIFFÉRENTS MODÈLES DE SIMULATIONS SUR LES
FACTEURS MACROÉCONOMIQUES DE L'ÉVALUATION IMMOBILIÈRE

Par

Simon Mathieu

Mémoire présenté à

Monsieur Frank Coggins

Monsieur Charles-Olivier Amédée-Manesme

En vue de l'obtention du grade

Maître ès science (M.Sc.)

Administration, concentration en finance

Novembre 2018

©Simon Mathieu, 2018

Résumé

L'immobilier est une classe d'actifs qui gagne en popularité. Alors que les modèles de prévision sont nombreux, l'évaluation de l'incertitude autour de la prévision moyenne s'appuie généralement sur des modèles traditionnels de simulation. L'objectif de cette étude consiste à comparer la dispersion des valeurs immobilières, donc l'incertitude autour de la valeur espérée, à l'aide de différents modèles de simulation. La présente recherche propose 18 modèles de simulations de l'évaluation immobilière basés exclusivement sur des variables macroéconomiques, soit deux modèles inconditionnels et un modèle conditionnel pour les simulations Monte-Carlo et les simulations historiques, et ce, dans trois marchés géographiques distincts : le Canada, les États-Unis et le Royaume-Uni. Les valeurs marchandes des actifs immobiliers sont toutes évaluées à l'aide d'un modèle qui dépend de différents facteurs de risque, soit des variables macroéconomiques et une prime de risque immobilière. Cette dernière est déduite en soustrayant les taux sans risque (R_f) aux *Yield* immobiliers qui sont déliés selon le modèle de déliage AR(1) de Geltner (1993). Les variables macroéconomiques simulées sont soit incluses directement dans le modèle d'évaluation immobilière ou soit dans le modèle de régression de la prime de risque immobilière. Afin d'évaluer l'incertitude autour de la valeur marchande espérée, deux modèles inconditionnels sont évalués à l'aide de mesures de variance traditionnelle, soit avec des échantillons de 27 ans et 5 ans de données respectivement, alors que les modèles conditionnels sont évalués à l'aide de variances de type GARCH pour les modèles de simulations Monte-Carlo et les modèles de simulations historiques filtrées. L'étendue entre les 95^e et 5^e percentiles de la distribution des valeurs immobilières simulées est calculée pour chacun des 185 mois de la période de validation (backtesting), qui va de février 2000 à juin 2015.

Nos résultats indiquent que : les modèles conditionnels affichent des dispersions (moyennes des étendues) et des variabilités de dispersions (écarts-types des étendues) beaucoup plus faibles que les modèles inconditionnels, les modèles de simulations historiques affichent des dispersions et des variabilités de dispersions généralement plus faibles que les modèles de simulations Monte-Carlo, les modèles de simulations historiques filtrées affichent des dispersions et des variabilités de dispersions plus faibles que les modèles de simulations Monte-Carlo CCC-GARCH. De plus, nos résultats indiquent que même si le marché britannique affiche généralement une plus grande moyenne des étendues que les marchés américain et canadien, c'est tout de même le marché américain qui affiche généralement le plus grand écart-type des étendues parmi tous les marchés géographiques étudiés.

Mots clés : investissement immobilier, mesures de dispersion, simulation Monte-Carlo, simulation historique filtrée, CCC-GARCH, GARCH, GJRGARCH, déliage, facteurs macroéconomiques, évaluation immobilière.

Remerciements

J'aimerais remercier le professeur Frank Coggins pour son support tout au long de la rédaction.

J'aimerais remercier le professeur Charles-Olivier Amédée-Manesme pour m'avoir épaulé et pour m'avoir aidé de multiples façons à travers ma rédaction.

J'aimerais remercier les professeurs Claudia Champagne, Jean Desrochers, Alain Bélanger et Patrick Richard pour leurs précieux conseils.

J'aimerais remercier Monsieur Abdennabi Khiari pour son aide lors de l'extraction des données.

J'aimerais remercier David Lemieux qui m'a soutenu tout au long de ma rédaction.

Table des matières

Résumé.....	i
Remerciements.....	ii
Table des tableaux.....	ix
Table des graphiques.....	x
1 L'investissement immobilier : Portrait et évolution	1
2 Risques liés à l'investissement immobilier	17
2.1 Risque relatif à la classe d'actifs.....	17
2.2 Risque de contrepartie.....	18
2.3 Risque opérationnel	18
2.4 Risques macroéconomiques.....	19
2.4.1 Dépendance à un secteur d'activité.....	19
2.4.2 Risque de marché.....	19
2.5 Risque géographique.....	20
2.5.1 Risque politique	20
2.5.2 Risque de la dette souveraine.....	21
2.5.3 Risque de corruption	21
2.6 Distinction par types d'immeubles.....	21
2.6.1 Immeubles industriels	22
2.6.2 Immeubles commerciaux	22
2.6.3 Immeubles à bureaux	22
2.6.4 Immeubles résidentiels.....	23
2.7 Risque de dépendance à certains locataires.....	23
2.8 Risque de concentration des locataires	23
2.9 Risque de désuétude.....	24
2.10 Risque des cycles immobiliers.....	24
2.11 Risque des bulles immobilières.....	25
2.12 Risques liés à la réglementation immobilière	26
2.12.1 Bâle I	27
2.12.2 Amendement de 1996.....	28
2.12.3 Bâle II.....	28
2.12.4 Bâle II.5	29
2.12.5 Bâle III.....	29
2.12.6 Solvabilité I	29
2.12.7 Solvabilité II.....	30
3 Revue de littérature sur l'évaluation immobilière et ses facteurs de risque	31
3.1 Modèles de prévision de la valeur des actifs immobiliers.....	31

3.2	Facteurs de risque liés à la valeur des actifs immobiliers	33
3.2.1	Facteurs de risque typiquement immobiliers	34
3.2.1.1	Taux de vacances.....	34
3.2.1.2	Taux de croissance des flux monétaires	34
3.2.1.3	Dépenses opérationnelles (OPEX).....	35
3.2.1.4	Dépenses en capital (CAPEX).....	35
3.2.1.5	Âge de l'immeuble	35
3.2.1.6	Qualité de l'immeuble (<i>Class</i>).....	35
3.2.1.7	Localisation	36
3.2.1.8	Rénovations	36
3.2.2	Facteurs de risque macroéconomiques.....	36
3.2.2.1	Taux d'inflation	37
3.2.2.2	Taux d'intérêt	37
3.2.2.2.1	Taux sans risque	37
3.2.2.2.2	Taux des obligations gouvernementales 10 ans	38
3.2.2.3	Variables liées au risque de crédit	38
3.2.2.4	Variables liées au marché boursier	39
3.2.2.4.1	Variation et rendements de l'indice boursier.....	39
3.2.2.4.2	Prime de risque de marché	39
3.2.2.4.3	Bénéfice sur cours (Earnings/Price) et Rendement en dividende (Dividend yield)	39
3.2.2.5	Indices immobiliers	39
3.2.2.5.1	Indices des prix des actifs.....	40
3.2.2.5.2	Indices du niveau des loyers.....	41
3.2.2.6	Taux de chômage et taux d'emploi.....	41
3.3	Mesures d'incertitudes liés aux facteurs de risque.....	41
3.3.1	Modèles de variance	41
3.3.1.1	Inconditionnelle	42
3.3.1.2	Conditionnelle	42
3.3.1.2.1	ARCH.....	42
3.3.1.2.2	GARCH.....	42
3.3.1.2.3	GJRGARCH.....	43
3.3.1.2.4	Riskmetrics.....	43
3.3.1.2.5	ARMA.....	44
3.3.2	Normalité et non-normalité.....	45
3.3.3	Corrélation	46
3.3.3.1	Corrélation de Pearson.....	46
3.3.3.2	Modèles de matrices variance-covariances (multivarié).....	47

3.3.3.2.1	Inconditionnel	47
3.3.3.2.2	Riskmetrics multivarié	48
3.3.3.2.3	CCC-GARCH	49
3.3.3.2.4	DCC-GARCH	49
3.3.3.2.5	BEKK-GARCH.....	50
3.3.3.3	Exemples empiriques liés à l’immobilier	51
3.3.4	Valeur à risque	51
3.3.4.1	Paramétrique.....	51
3.3.4.1.1	Simulation historique	52
3.3.4.2	Simulation Monte-Carlo	54
3.3.4.3	Section empirique.....	56
3.3.4.4	Valeur à risque pour les investissements immobiliers directs	59
3.3.4.5	Tests de Christoffersen	62
3.3.5	Autres mesures de risque	64
3.3.5.1	Analyse de sensibilité.....	64
3.3.5.2	Scénarios-chocs	64
4	Objectifs et hypothèses.....	64
4.1	Objectifs de recherche.....	64
4.2	Hypothèses de recherche.....	66
5	Méthodologie	68
5.1	Notre modèle d’évaluation immobilière	68
5.2	Modèle retenu pour la prime de risque immobilière	70
5.3	Régressions	72
5.3.1	Taux sans risque.....	72
5.3.2	Taux de change	73
5.3.3	Prime de risque immobilière (π)	73
5.3.3.1	Taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans).....	74
5.3.3.2	Taux des obligations corporatives <i>Investment-Grade</i> (Corp.).....	74
5.3.3.3	Variation de l’IPC (Δ IPC)	75
5.3.3.4	Prime de risque de marché ($R_i - R_f$).....	75
5.3.3.5	Variation de l’indice du prix des maisons (Δ indice prix des maisons).....	75
5.3.3.6	Écart de crédit des obligations corporatives (Corp.-T).....	75
5.3.3.7	Variance de l’indice REITs ($\sigma^2 REITs$).....	76
5.4	Traitement des données.....	77
5.4.1	Taux sans risque, Taux des bons du trésor 10 ans, taux des obligations corporatives <i>Investment-Grade</i>	77
5.4.2	Taux de croissance moyen des loyers (g).....	78

5.4.3	Prime de risque immobilière (π)	78
5.4.3.1	Délissage des <i>yields</i> immobiliers.....	78
5.4.4	Variation de l'IPC	79
5.4.5	Prime de risque de marché ($R_i - R_f$)	80
5.4.6	Variation de l'indice du prix des maisons	80
5.4.7	Écart de crédit des obligations corporatives (Corp.-T)	80
5.4.8	Variance de l'indice REITs.....	80
5.5	Mise en place des processus de diffusion	80
5.5.1	Terme de tendance	81
5.5.2	Terme aléatoire	81
5.5.3	Simulation Monte-Carlo	81
5.5.3.1	Inconditionnelle	83
5.5.3.2	Conditionnelle	83
5.5.3.3	Mise en place de la matrice variance-covariance (analyse multivariée).....	83
5.5.4	Simulation historique	85
5.5.4.1	Inconditionnel.....	85
5.5.4.2	Conditionnel	86
5.6	Déroulement des Simulations	86
5.6.1	Distinction entre la valeur immobilière au début de la période et les valeurs immobilières simulées à la fin de la période.....	87
5.6.2	Mise en place des graphiques d'évolution de la dispersion des distributions de valeurs immobilières simulées.....	88
5.6.3	Mesures statistiques de la dispersion	88
5.6.4	Périodes d'estimation et périodes de backtesting.....	89
6	Données	90
6.1	Sommaire statistique des variables du modèle.....	97
7	Résultats	102
7.1	Délissage (<i>Unsmoothing</i>).....	102
7.2	Régression de la prime de risque immobilière	103
7.3	Modèles révisés.....	110
7.4	Analyse préliminaire des résultats empiriques.....	112
7.4.1	Analyse préliminaire : estimation des modèles ARMA-GARCH.....	112
7.4.2	Modèles retenus pour le 1 ^{er} et le 2 ^e moment	114
7.4.3	Essais et erreurs : mise en place de contraintes dans les simulations.....	126
7.4.4	Discussion sur l'évolution des valeurs immobilières en début de mois (V_{t0})	128
7.4.5	Discussion sur l'évolution temporelle des coefficients et de la matrice des corrélations du modèle CCC-GARCH.....	129

7.4.6	Analyse préliminaire : Discussion sur l'échantillon utilisé dans la modélisation des modèles inconditionnels.....	129
7.5	Analyse des résultats empiriques	131
7.5.1	Discussion sur les graphiques des percentiles de distributions des valeurs immobilières simulées.....	131
7.5.2	Discussion sur la dispersion des valeurs immobilières simulées pour les différents modèles utilisés.....	133
7.5.3	Comparaison entre les modèles inconditionnels et les modèles conditionnels.....	146
7.5.4	Comparaison entre les modèles inconditionnels 27 ans et les modèles inconditionnels 5 ans.....	147
7.5.5	Comparaison entre les modèles de simulation Monte-Carlo et les modèles de simulation historiques.....	148
7.5.6	Comparaison entre les modèles de simulations Monte-Carlo CCC-GARCH et les modèles de simulations historiques filtrées (FHS).....	150
7.5.7	Comparaison entre les marchés canadien, américain et britannique.....	151
8	Innovations et limites du mémoire	151
9	Conclusion.....	153
	Références.....	157
	Annexes	170
	Annexe 1 : Revue des modèles de prévision pour différents facteurs de risque liés à l'évaluation immobilière.....	170
	Annexe 2 : Littérature portant sur la Valeur à risque des REITs	181
	Annexe 3 : Discrétisation du modèle CIR.....	183
	Annexe 4 : Discussion sur la distribution t de Student multivariée.....	184
	Annexe 5 : Méthodologie-Analyse des rendements immobiliers simulés.....	188
	Annexe 6 : Description des données.....	189
	Annexe 7 : Analyses du processus de déliassage de notre série de <i>Yield</i> immobiliers.....	195
	Annexe 8 : Graphique de l'évolution des coefficients du modèle de la prime de risque immobilière durant la période de backtesting.....	198
	Annexe 9 : Modèles problématiques.....	199
	Annexe 10 : Graphiques des taux d'intérêt et de leur moyenne (constante θ dans le modèle CIR) sur l'échantillon correspondant à la période d'estimation (janvier 1973 à janvier 2000).....	202
	Annexe 11 : Graphique de l'évolution de la valeur immobilière en fonction du dénominateur.....	203
	Annexe 12 : Graphique de l'évolution des valeurs immobilières en début de mois (V_t).....	204
	Annexe 13 : Matrices des corrélations (R) du modèle CCC-GARCH de chacun des marchés géographiques pour la période d'estimation (janvier 1973 à janvier 2000), pour la période de janvier 1973 à janvier 2010 ainsi que pour l'échantillon complet (janvier 1973 à juin 2015).....	208
	Annexe 14 : Séries historiques de toutes les variables du modèle sur l'échantillon complet (janvier 1973-juin 2015).....	209

Annexe 15 : Matrices des variances-covariances des modèles de simulation Monte-Carlo inconditionnel 27 ans, inconditionnel 5 ans et conditionnel CCC-GARCH du marché américain pour la période d'estimation.....	214
Annexe 16 : Résidus tirés aléatoirement lors des modèles de simulations historiques : inconditionnel 27 ans, inconditionnel 5 ans et conditionnel avec filtre GARCH (FHS) pour la variable Rf du marché américain sur la période d'estimation.	215
Annexe 17 : Graphiques de l'évolution des percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées	216
Annexe 18 : Explication de la présence d'écart-types (des étendues) et d'étendues maximales parfois plus élevés pour les modèles inconditionnels 5 ans que pour les modèles inconditionnels 27 ans, en contexte canadien et américain.	222
Annexe 19 : Graphiques des variables simulées pour nos différents modèles : moyenne, minimum et maximum des simulations.....	226
Annexe 20 : Graphiques de l'évolution des percentiles des distributions de rendements.....	262

Table des tableaux

Tableau 1 : **Statistiques sur la performance des investisseurs institutionnels par classes d'actifs pour la période de 1998 à 2014 selon l'étude de CEM Benchmarking inc. (2016).**

Tableau 2 : **Corrélations entre les différentes classes d'actifs pour la période de 1998 à 2014 selon l'étude de CEM Benchmarking inc. (2016).**

Tableau 3 : **Modèles de prévision sélectionnés pour chaque variable macroéconomique**

Tableau 4 : **Résumé des données pour les variables macroéconomiques qui seront simulées.**

Tableau 5 : **Résumé des données pour la prime de risque immobilière**

Tableau 6 : **Résumé des données pour le taux de croissance moyen des loyers**

Tableau 7 : **Résumé des données pour les variables qui seront prévues sans incertitude.**

Tableau 8 : **Sommaire statistique des variables du modèle**

Tableau 9 : **Sommaire statistique de la prime de risque immobilière et du taux de croissance moyen des loyers.**

Tableau 10 : **Matrice des corrélations entre les différentes variables du modèle de prévision de la prime de risque immobilière.**

Tableau 11 : **Coefficients du modèle de prévision de la prime de risque immobilière.**

Tableau 12 : **Coefficients des modèles ARMA-GARCH des variables du modèle.**

Tableau 13 : **Statistiques sur les étendues et diagramme des statistiques sur les étendues pour le marché canadien.**

Tableau 14 : **Statistiques sur les étendues pour les périodes avant, pendant et après la crise de 2008 pour le marché canadien.**

Tableau 15 : **Écarts-types des rendements percentiles pour le marché canadien.**

Tableau 16 : **Statistiques sur les étendues et diagramme des statistiques sur les étendues pour le marché américain.**

Tableau 17 : **Statistiques sur les étendues pour les périodes avant, pendant et après la crise de 2008 pour le marché américain.**

Tableau 18 : **Écarts-types des rendements percentiles pour le marché américain.**

Tableau 19 : **Statistiques sur les étendues et diagramme des statistiques sur les étendues pour le marché britannique.**

Tableau 20 : **Statistiques sur les étendues pour les périodes avant, pendant et après la crise de 2008 pour le marché britannique.**

Tableau 21 : **Écarts-types des rendements percentiles pour le marché britannique.**

Table des graphiques

Graphique 1: **Allocations cibles pour l'immobilier, toutes les institutions, de 2013 à 2016 selon le rapport d'Hodes Weill & Associates et de l'université Cornell (2015).**

Graphique 2 : **Allocations cibles pour l'immobilier direct et pour les REITs de 1998 à 2014 selon l'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016)**

Graphique 3 : **Évolution des fonds privés immobiliers fermés (*Closed-end*) dans le marché mondial entre janvier 2010 et janvier 2016 selon le rapport de la firme Prequin paru en 2016.**

Graphique 4 : **Évolution des actifs nets (en milliards de dollars américains) des fonds privés immobiliers ouverts (*Open-end*) dans le marché mondial entre le quatrième trimestre de 2014 et le deuxième trimestre de 2016 selon le rapport de la firme *Investment Company Institute* (ICI Global) paru en 2016.**

Graphique 5 : **Évolution des REITs aux États-Unis, en nombre de titres et en capitalisation boursière (milliards de dollars américains) de 1971 à 2015, selon le rapport REIT Watch de la *National Association of Real Estate Investment Trusts* (*NAREIT*) paru en septembre 2016.**

Graphique 6 : **FTSE EPRA/NAREIT Developed Non-REITs USD Index, évolution du nombre de titres et de la capitalisation boursière (en milliards de dollars américains) de l'indice du 19 novembre 2012 au 23 novembre 2016 (Données issues de Bloomberg).**

Graphique 7 : **FTSE EPRA/NAREIT Emerging Non-REITs USD Index, évolution du nombre de titres et de la capitalisation boursière (en milliards de dollars américains) de l'indice du 1^{er} mars 2010 au 23 novembre 2016 (Données issues de Bloomberg).**

Graphique 8 : **Évolution des taux directeurs de la Banque du Canada, de la Réserve fédérale américaine, de la Banque Centrale européenne (BCE) et de la Banque d'Angleterre, de janvier 2006 à novembre 2016 (données issues de Bloomberg).**

Graphique 9 : **Évolution des dettes des ménages canadiens (en milliards) de 1982 à 2010 selon Statistiques Canada.**

Graphique 10 : **Volume de prêts assurés (nouveaux prêts) par la SCHL de 2012 à 2015**

Graphique 11 : **Contrats d'assurance en vigueur de la SCHL de 2012 à 2015**

Graphique 12 : **Relation risque-rendement des différentes classes d'actifs selon l'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016)**

Graphique 13 : **Relation risque-rendement des différentes classes d'actifs selon l'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016)**

Graphique 14 : **Séries des *yields* et des *yields* déliés (*unsmoothed*) selon $\alpha=0,94$.**

Graphique 15 : **Séries Corp.-T UK, Ri-Rf UK et Gov.10 ans UK comparativement à la série de la prime de risque immobilière de 2004 à 2009.**

Graphique 16 : **Résidus standardisés des modèles inconditionnels et conditionnels de la variable Corp.-T UK estimés sur la période d'estimation.**

Graphique 17 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations Monte-Carlo inconditionnelles 5 ans, simulations Monte-Carlo CCC-GARCH, simulations historiques inconditionnelles 5 ans et simulations historiques filtrées pour le marché américain (US)

Graphique 18 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations Monte-Carlo inconditionnelles et de simulations historiques inconditionnelles pour le marché britannique (UK)

Graphique 19 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour le modèle de simulations Monte-Carlo inconditionnel 27 ans et le modèle de simulations historiques inconditionnel 27 ans du marché britannique (UK)

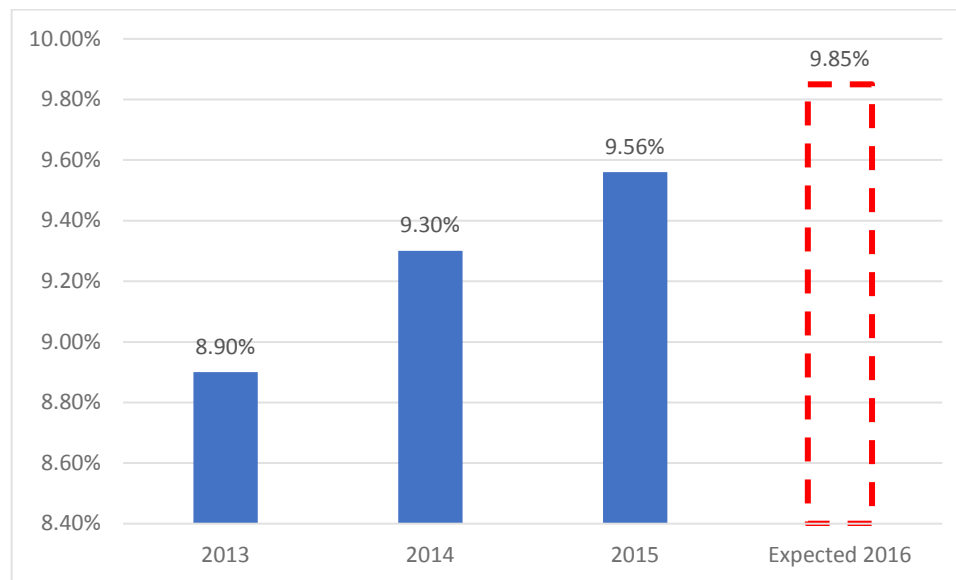
Graphique 20 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations Monte-Carlo CCC-GARCH et de simulations historiques filtrées pour le marché britannique (UK)

Graphique 21 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations historiques filtrées des marchés canadien, américain (US) et britannique (UK)

1 L'investissement immobilier : Portrait et évolution

L'immobilier commercial est un investissement de plus en plus prisé par les investisseurs institutionnels du monde entier : caisses de retraite, fonds souverains, fondations, compagnies d'assurance, etc. D'après une étude de Jones Lang Lasalle parue en 2016, l'investissement immobilier direct des fonds institutionnels dans le monde passera d'environ 700 milliards de dollars américains en 2015 à 1 trillion par année en 2020.¹ De plus, selon le rapport *Institutional Real Estate Allocations Monitor* rédigé par l'Université Cornell et la firme de consultation Hodes Weill & Associates, qui regroupe des données sur 242 investisseurs institutionnels répartis dans 30 pays, l'allocation cible des investisseurs institutionnels pour l'immobilier se situait à 8.9% en 2013 et augmentera à environ 9.85% en 2016, pour ensuite continuer d'augmenter modérément.

Graphique 1 : Allocations cibles pour l'immobilier, toutes les institutions, de 2013 à 2016 selon le rapport d'Hodes Weill & Associates et de l'Université Cornell (2015).



Source : Cornell University Baker Program in Real Estate-Hodes Weill & Associates (2015)

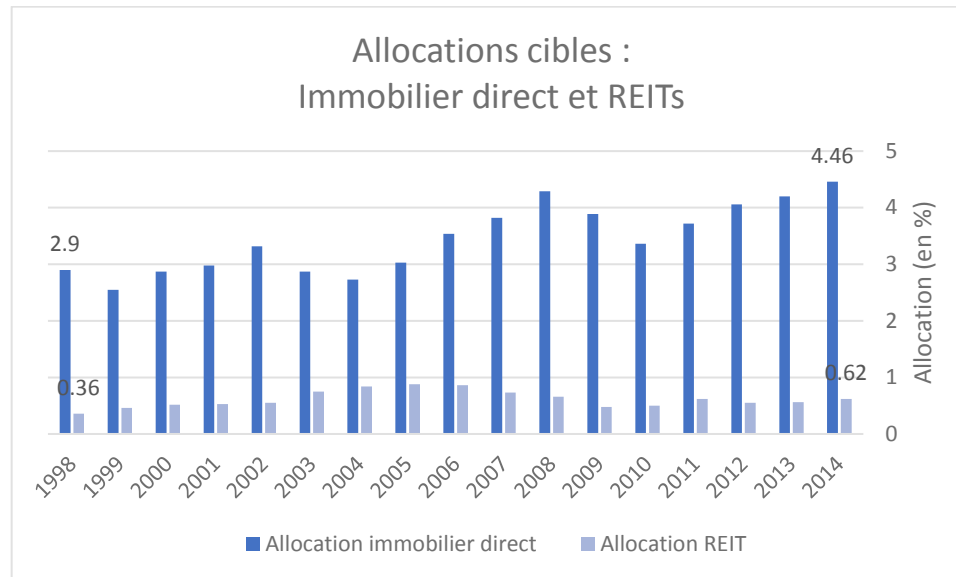
Une autre étude² parue en juin 2016 du groupe de recherche et d'analyse comparative CEM Benchmarking inc., qui étudie : les caisses de retraite, les fondations et les fonds souverains, traite de la répartition des actifs et analyse la performance des fonds de pension à prestations déterminées des États-Unis entre 1998 et 2014. À partir de sa base de données sur plus de 1000 grands investisseurs institutionnels, la firme observe que la répartition d'actifs immobiliers a augmenté, passant de 2,9 % en 1998 à 4,5% en 2014 pour l'immobilier direct (privé) et passant de 0,36% à 0,62% pour les titres de REITs (public).

¹ <http://www.jll.com/Research/JLL-Demographics-Report-March-2016.pdf?f8350a23-32a9-4dcf-a583-9e48e0d8146e>

² http://www.cembenchmarking.com/Files/Documents/Asset_Allocation_and_Fund_Performance_June_2016.pdf

Graphique 2 : Allocations cibles pour l'immobilier direct et pour les REITs de 1998 à 2014 selon l'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016)

Dans ce graphique, on voit l'évolution des allocations cibles des investisseurs institutionnels pour les classes d'actifs immobiliers directs et REITs de 1998 à 2014 selon le rapport de CEM Benchmarking inc. publié en juin 2016.



Source : CEM Benchmarking (2016)

Une troisième étude³, effectuée par le groupe The Economist Intelligence Unit en 2014, pour le compte du groupe BlackRock, analyse la tendance des investisseurs institutionnels à investir de plus en plus dans les investissements alternatifs incluant l'immobilier, les infrastructures et les commodités. En effectuant un sondage auprès de 201 cadres répartis dans 30 pays, l'étude indique que les investisseurs ont augmenté leur allocation d'actifs immobiliers de 30% entre 2011 et 2014.

En ce qui concerne la volatilité, les actifs immobiliers offrent, en général, des rendements plus stables à long terme que les actions.

L'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016) met en lumière les rendements, l'écart-type et le ratio Sharpe introduit par William F. Sharpe (1966) pour les différentes classes d'actifs étudiées pour la période se situant entre 1998 et 2014.

³ <https://www.blackrock.com/institutions/en-us/literature/whitepaper/inst-real-assets-res-report-111415.pdf>

Tableau 1 : **Statistiques sur la performance des investisseurs institutionnels par classes d’actifs pour la période de 1998 à 2014 selon l’étude de CEM Benchmarking inc. (2016).**

Ce tableau regroupe les rendements, les écarts-types et les ratios Sharpe des différentes classes d’actifs. Les rendements présentés sont des moyennes géométriques (*compound net return*) des séries de rendements annuels⁴. Le calcul du ratio Sharpe s’est effectué avec les rendements et les écarts-types affichés dans le tableau et en utilisant le taux des bons du Trésor canadiens 3 mois au 9 novembre 2016, soit 0.46%, comme taux sans risque. Le calcul s’effectue selon $S(a) = \frac{R(a)-R_f}{\sigma(a)}$ Les valeurs des ratios Sharpe présentées dans le tableau ci-dessous peuvent différer des valeurs présentées dans le rapport de CEM Benchmarking Inc (2016).

	Actions			Revenu Fixe				Actifs réels			Autres	
	U.S. Large Cap	U.S. Small Cap	Non U.S.	U.S. Broad	U.S. Long Bonds	U.S. Other	Non U.S.	Unlisted Real Estate	Listed Equity REITs	Other	Hedge Funds/TAA	Private Equity
Rend.	6.83%	8.26%	6.13%	6.03%	8.39%	4.46%	6.93%	7.93%	10.14%	8.34%	5.04%	9.55%
Écart-type	18.39%	20.13%	22.22%	3.88%	7.89%	3.59%	7.11%	11.52%	18.62%	8.34%	9.51%	13.69%
Ratio Sharpe	0.35	0.39	0.26	1.43	1.01	1.11	0.91	0.65	0.52	0.95	0.48	0.66

Par exemple, leurs estimations montrent que les écarts-types sont de 11.5% et 18.6% pour l’immobilier direct et les REITs, respectivement, alors qu’ils sont de 18.4%, 20.1% et 22.2% pour les actions américaines à grandes capitalisations, les actions américaines à petites capitalisations et les actions mondiales. Ainsi, même si l’immobilier direct semble être un investissement moins volatil que les actions, la situation varie pour les REITs, qui sont plus volatiles que les actions américaines à grande capitalisation et moins volatiles que les actions américaines à petite capitalisation et les actions mondiales. De plus, d’autres actifs comme l’investissement privé (*Private equity*) et les autres actifs réels (*Other Real assets*), qui incluent les commodités, les infrastructures et les ressources naturelles, affichent des écarts-types de 13.7% et de 8.3%, respectivement. L’investissement privé (*Private Equity*) semble plus volatil que l’immobilier direct, mais moins volatil que les REITs, alors que les autres actifs réels (*Other Real assets*) semblent moins volatiles que les deux types d’actifs immobiliers. Finalement, les actifs à revenu fixe affichent les plus faibles écarts-types, dont le maximum, appartenant aux obligations américaines à longue durée, se situe à 7.9%.

Il est intéressant d’observer la relation entre la volatilité et le rendement excédentaire qu’offrent les différentes classes d’actifs, à l’aide du ratio de Sharpe. Le ratio Sharpe de l’immobilier direct (*Unlisted Real Estate*) se situe à 0.65 et celui des REITs (*Listed Equity REITs*) se situe à 0.52, comparativement à 0.35, 0.39 et 0.26, qui sont les ratios Sharpe des actions américaines à grande capitalisation, des actions américaines à petite capitalisation et des actions mondiales (*Non U.S.*), respectivement. Les ratios Sharpe de l’investissement privé (*Private equity*) et des autres actifs réels (*Other Real Assets*) sont respectivement de 0.66 et 0.95, alors que les ratios Sharpe des actifs à revenu fixe sont majoritairement supérieurs à un, étant donné leurs faibles écarts-types. Ces résultats portent à croire qu’en

⁴ L’étude de CEM Benchmarking Inc. présente également des rendements standardisés, où les rendements des actifs illiquides comme l’immobilier direct (*Unlisted Real Estate*) et l’investissement privé (*Private Equity*) sont modifiés afin de tenir compte du décalage (*lag*) dans les séries de rendements. Les valeurs présentées dans le tableau 1 peuvent différer des valeurs basées sur les rendements standardisés présentées dans le rapport.

général les investissements en immobilier direct et dans les REITs offrent plus de rendement par unité de risque que les actions, et moins de rendement par unité de risque que l'investissement privé (*Private Equity*) et les autres actifs réels (*Other Real Assets*). À la lumière de ces résultats, il est possible d'affirmer que les rendements des actifs immobiliers directs et des REITs sont généralement plus stables à long terme que les rendements des actions.

Un autre attrait pour les actifs immobiliers réside dans la protection par rapport à la perte du pouvoir d'achat, c'est-à-dire la couverture par rapport à l'inflation, que procure leur rendement. Fama et Schwert (1977) concluent que les actifs immobiliers résidentiels unifamiliaux (le marché des maisons) aux États-Unis ont offert une couverture totale par rapport à l'inflation entre 1953 et 1971. En ce qui concerne les actifs immobiliers commerciaux, Gyourko et Linneman (1988) montrent que les REITs sont, tout comme les actions, corrélés négativement à l'inflation non anticipée, mais que les indices d'actifs immobiliers directs comme le *U.S. Prudential Property Investment Separate Accounts (PRISA)* sont corrélés positivement à l'inflation en général, en particulier à l'inflation non anticipée.

Bien que ces actifs suivent généralement l'inflation, les investisseurs apprécient également l'immobilier pour sa capacité à ne pas être corrélée, ou à être très peu corrélée, avec les autres classes d'actifs comme les actions, les obligations et les commodités. Les fonds investissant dans l'immobilier désirent, entre autres choses, ajouter un actif qui a une faible corrélation avec les autres actifs de leur portefeuille ; ils veulent diversifier leurs investissements. En effet, selon l'étude menée par BlackRock en 2014, plus de 20% des répondants identifient l'effet de diversification du portefeuille comme faisant partie du top trois des motivations qui les poussent à augmenter leur allocation en immobilier. Pour la région Asie-Pacifique, cette proportion correspond à plus de 35% des répondants. L'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016) met en lumière les liens de dépendance entre les rendements des différentes classes d'actifs détenues par les investisseurs institutionnels en estimant les coefficients de corrélation. Les corrélations entre l'immobilier direct et les autres classes d'actifs sont généralement faibles⁵, alors que les corrélations entre les REITs et les autres classes d'actifs varient (voir tableau 2 ci-dessous). Pour l'immobilier direct, les corrélations avec les actions sont faibles, soit 0.08 avec les actions américaines à grande capitalisation, 0.01 avec les actions américaines à petite capitalisation et 0.03 avec les actions mondiales. Étonnamment, la corrélation avec les REITs n'est que de 0.09. Les corrélations sont toutefois plus élevées avec l'investissement privé (*Private Equity*) et les autres actifs réels (*Other Real Assets*). Ces coefficients de corrélations sont respectivement de 0.56 et de 0.40. Finalement, l'immobilier direct est généralement négativement corrélé avec les obligations. Ces coefficients de corrélation sont de -0.24 avec les obligations américaines à courte maturité (*U.S. Broad*) et de -0.24 avec les obligations mondiales (*Non*

⁵ L'étude de CEM Benchmarking Inc. présente également des corrélations standardisées, calculées à partir des rendements standardisés. Les corrélations standardisées peuvent différer des corrélations non standardisées.

U.S.). La corrélation avec les obligations américaines à durée élevée (*U.S. Long Bonds*), quant à elle, n'est que de 0.03.

En ce qui concerne les REITs, les coefficients de corrélations sont généralement plus élevés comparativement à ceux de l'immobilier direct mentionnés précédemment. En effet, les coefficients de corrélation sont de 0.54 avec les actions américaines à grande capitalisation, 0.63 avec les actions américaines à petite capitalisation et 0.57 avec les actions mondiales. La corrélation avec l'investissement privé (*Private Equity*) est plus faible, à 0.23, mais la corrélation avec les autres actifs réels (*Other Real Assets*) est étonnamment plus élevée, à 0.50. Finalement, les REITs sont généralement corrélés positivement avec les obligations. Ces coefficients sont de 0.42 avec les obligations américaines à courte maturité (*U.S. Broad*) et de 0.62 avec les obligations mondiales (*Non U.S.*). Pourtant, la corrélation avec les obligations américaines à durée élevée (*U.S. Long Bonds*) est légèrement négative à -0.07.

Ainsi, selon l'étude, l'immobilier direct offre en général un bon effet de diversification, alors que les REITs sont souvent fortement corrélés de façon positive avec les autres actifs, ce qui rend son apport à la diversification de portefeuille moins efficace.

Tableau 2 : **Corrélations entre les différentes classes d'actifs pour la période de 1998 à 2014 selon l'étude de CEM Benchmarking inc. (2016).**

		Actions			Revenu Fixe				Actifs réels			Autres	
		U.S. Large Cap	U.S. Small Cap	Non U.S.	U.S. Broad	U.S. Long Bonds	U.S. Other	Non U.S.	Unlisted Real Estate	Listed Equity REITs	Other	Hedge Funds/TAA	Private Equity
Actions	U.S. Large Cap	n/a	0.92	0.88	-0.03	-0.5	0.66	0.49	0.08	0.54	0.27	0.93	0.49
	U.S. Small Cap	0.92	n/a	0.89	-0.09	-0.62	0.66	0.48	0.01	0.63	0.39	0.79	0.43
	Non U.S.	0.88	0.89	n/a	-0.07	-0.62	0.73	0.58	0.03	0.57	0.54	0.86	0.49
Revenu Fixe	U.S. Broad	-0.03	-0.09	-0.07	n/a	0.61	0.57	0.65	-0.24	0.42	0.01	0.09	-0.23
	U.S. Long Bonds	-0.5	-0.62	-0.62	0.61	n/a	-0.21	0.05	0.03	-0.07	-0.38	-0.39	-0.25
	U.S. Other	0.66	0.66	0.73	0.57	-0.21	n/a	0.79	-0.23	0.68	0.43	0.71	0.2
	Non U.S.	0.49	0.48	0.58	0.65	0.05	0.79	n/a	-0.24	0.62	0.24	0.52	-0.07
Actifs réels	Unlisted Real Estate	0.08	0.01	0.03	-0.24	0.03	-0.23	-0.24	n/a	0.09	0.4	0.16	0.56
	Listed Equity REITs	0.54	0.63	0.57	0.42	-0.07	0.68	0.62	0.09	n/a	0.5	0.49	0.23
	Other	0.27	0.39	0.54	0.01	-0.38	0.43	0.24	0.4	0.5	n/a	0.35	0.62
Autres	Hedge Funds/ TAA	0.93	0.79	0.86	0.09	-0.39	0.71	0.52	0.16	0.49	0.35	n/a	0.56
	Private Equity	0.49	0.43	0.49	-0.23	-0.25	0.2	-0.07	0.56	0.23	0.62	0.56	n/a

Source : CEM Benchmarking Inc. (2016)

Il existe plusieurs méthodes pour investir dans l'immobilier commercial, cependant il existe deux grands types d'investissements immobiliers : l'investissement privé et l'investissement public.

L'investissement privé dans cette classe d'actifs peut s'effectuer de deux façons, soit par l'immobilier direct ou par l'entremise d'un fonds d'investissement immobilier. L'immobilier direct correspond à l'acquisition d'un immeuble de façon directe. Par exemple, un investisseur désirant investir dans l'immobilier peut acheter une unité de condominium, un duplex, un triplex, un immeuble à cinquante logements, etc. Devenant ainsi le propriétaire à part entière de la propriété, l'individu aura investi dans l'immeuble

de façon directe. Ce type d'investissement est prisé par les grandes caisses de retraite, les compagnies d'assurances, les fondations, etc. Ce type d'investissement nécessite un grand déploiement de capital, et ce, même en ayant recours à l'effet de levier. Il s'agit de transactions d'envergure et les actifs d'envergure nécessitent parfois l'embauche de personnel qualifié afin d'assurer une bonne gestion de l'actif. Dans un tel contexte, seuls les grands fonds institutionnels peuvent se permettre de tels investissements. De plus, ce type d'investissement est très peu liquide, c'est-à-dire que la fréquence des transactions est très faible comparativement aux actifs financiers traditionnels et aux REITs. Ainsi, un investisseur qui désirerait vendre rapidement en cas d'urgence pourrait être contraint de vendre à un prix bien en dessous de la valeur marchande de l'actif à cause d'un manque d'acheteurs dû à la fréquence de transactions très peu élevée sur ce marché.

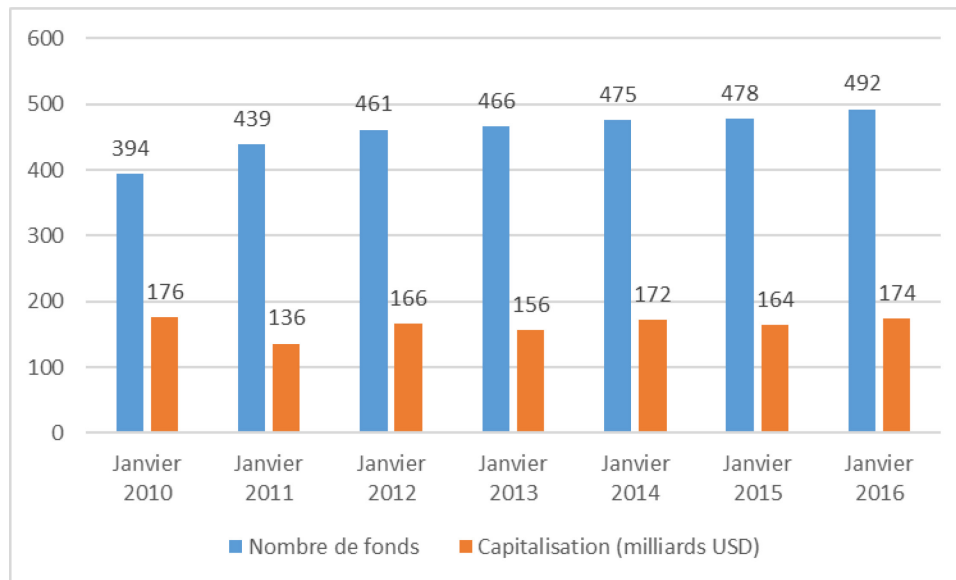
Tous les autres types d'investissements immobiliers, privés ou publics, correspondent à des investissements de type indirect, soit une participation dans une structure comme un fonds privé ou une participation dans une entité dont les unités sont négociées sur les marchés publics.

Un fonds d'investissement immobilier privé est un fonds détenant plusieurs immeubles dont les participants en détiennent les unités.

Les fonds privés fermés sont des investissements très peu liquides, d'une durée limitée, dont le nombre d'unités est fixe et où tous les participants entrent et sortent en même temps du fonds. Selon le rapport paru en 2016 effectué par la firme de recherche Prequin⁶, spécialisée dans la collecte et l'analyse de données sur les investissements alternatifs dans le monde, il y avait 394 fonds d'investissement immobilier privés fermés en janvier 2010 comparativement à 492 en janvier 2016, totalisant des investissements de 174 milliards de dollars américains (voir graphique 3 ci-dessous).

⁶ <https://www.preqin.com/>

Graphique 3 : Évolution des fonds privés immobiliers fermés (*Closed-end*) dans le marché mondial entre janvier 2010 et janvier 2016 selon le rapport de la firme Prequin paru en 2016.

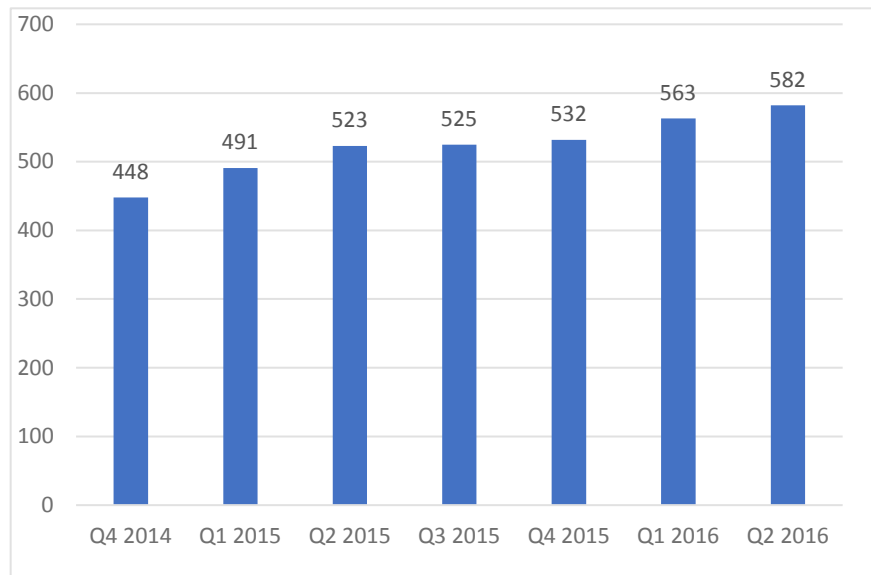


Les fonds immobiliers ouverts, quant à eux, sont des investissements offrant un peu plus de liquidité que les fonds d'investissement immobilier privés fermés, où la durée est illimitée et où le nombre d'unités est variable. En effet, il n'y a pas de limite en ce qui concerne la participation. De nouveaux participants peuvent donc entrer dans le fonds à différents moments après son inauguration, à la manière des fonds mutuels. Selon le rapport sur les fonds d'investissement ouverts dans le monde effectué par le *Investment Company Institute*⁷ (ICI Global) pour le compte de la *International Investment Funds Association*⁸ (IIFA), les actifs des fonds immobiliers ouverts sont passés de 448 milliards au quatrième trimestre de 2014 à 582 milliards au deuxième trimestre de 2016, en dollars américains (voir graphique ci-dessous).

⁷ https://www.iciglobal.org/iciglobal/research/stats/ww/ci.ww_q2_16.global

⁸ http://www.iifa.ca/documents/1439149231_IIFA%20Presents%20New%20Worldwide%20Regulated%20Open%20End%20Fund%20Report.pdf

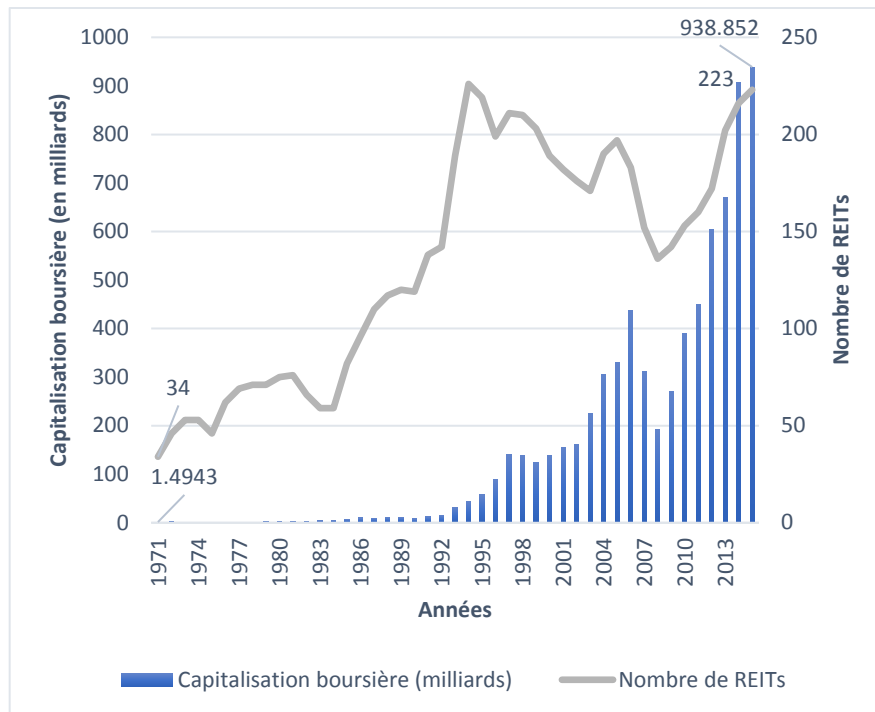
Graphique 4 : Évolution des actifs nets (en milliards de dollars américains) des fonds privés immobiliers ouverts (*Open-end*) dans le marché mondial entre le quatrième trimestre de 2014 et le deuxième trimestre de 2016 selon le rapport de la firme *Investment Company Institute (ICI Global)* paru en 2016.



Pour les particuliers et les fonds institutionnels de plus petite taille, il est aussi possible d'investir dans l'immobilier sans avoir à déboursé une énorme mise de fonds et sans avoir à gérer activement les immeubles sous gestion grâce à l'investissement public. Il existe deux grandes familles de titres immobiliers transigés sur les marchés publics, les fiducies de placements immobiliers (*Real Estate Investment Trusts*) et les compagnies immobilières opérantes (*Real Estate Operating Companies*). La première catégorie, communément appelée les REITs, consiste en des fiducies détenant et opérant des immeubles existants. Les détenteurs d'unités reçoivent des revenus mensuels s'apparentant à des dividendes, qui proviennent en majeure partie des loyers nets perçus par les REITs. D'autres revenus comme du gain en capital et du retour sur capital (*return of capital*) peuvent aussi être distribués aux détenteurs de parts.

Selon le rapport REIT Watch de septembre 2016, de la *National Association of Real Estate Investment Trusts (NAREIT)*, qui est l'association des REITs américains, il y avait 34 REITs représentant 1.494 milliard en capitalisation boursière en 1971 comparativement à 223 représentant 938.85 milliards en 2015 aux États-Unis seulement (voir graphique 5 ci-dessous). Au 31 août 2016, 189 REITs étaient transigés sur le *New York Stock Exchange (NYSE)* et 47 sur le *Toronto Stock Exchange (TSX)*.

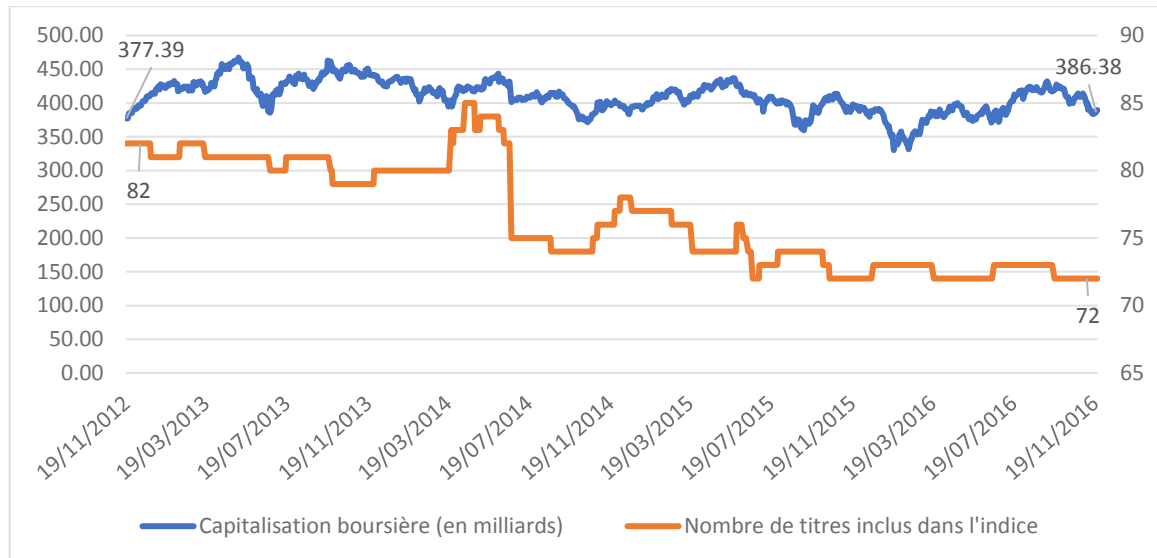
Graphique 5 : Évolution des REITs aux États-Unis, en nombre de titres et en capitalisation boursière (milliards de dollars américains) de 1971 à 2015, selon le rapport REIT Watch de la *National Association of Real Estate Investment Trusts (NAREIT)* paru en septembre 2016.



La deuxième catégorie, communément appelée les REOCs, sont des entreprises du secteur immobilier, mais qui ne sont pas des REITs. Les investisseurs achètent des parts dans l'équité de compagnies non REITs qui exploitent et gèrent des immeubles, oeuvrent dans l'élaboration de développements résidentiels, de développement de condominiums, de développement de résidences pour personnes âgées, etc.

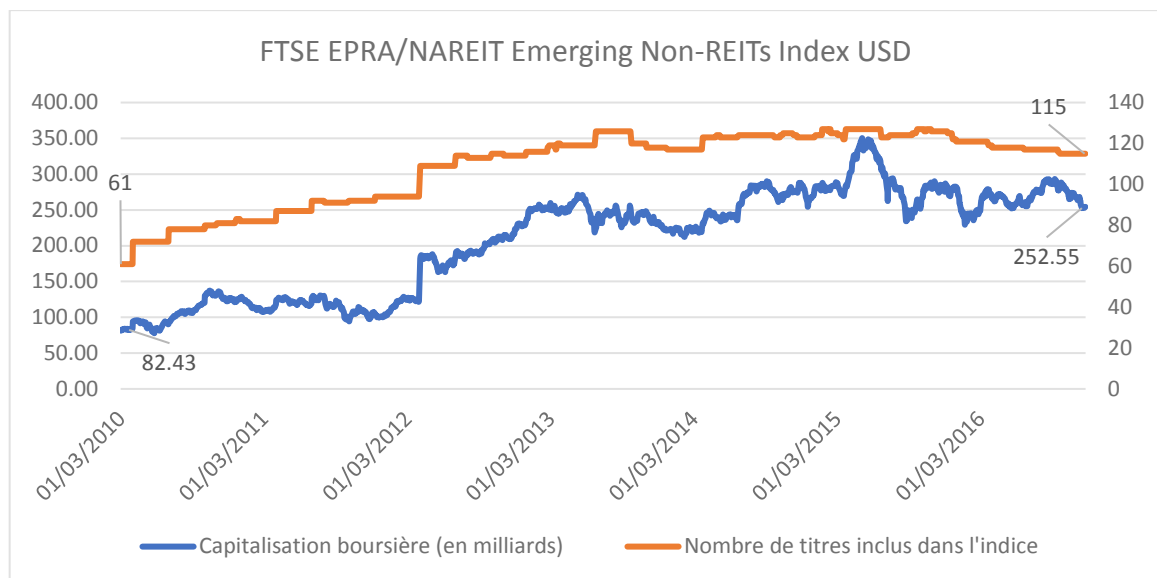
Bien que les indices couvrant les titres immobiliers non REITs soient relativement récents comparativement aux indices REITs, on observe tout de même une légère tendance à la hausse dans leur capitalisation boursière. L'indice FTSE EPRA/NAREIT Developed Non-REITs USD Index couvre l'ensemble des titres immobiliers non REITs provenant des pays industrialisés du monde. De novembre 2012 à novembre 2016, la capitalisation boursière de l'indice a légèrement augmenté, passant de 377 milliards à 386 milliards (en dollar américain), alors que le nombre de titres inclus dans l'indice a légèrement diminué, passant de 82 à 72 (voir graphique 6 ci-dessous).

Graphique 6 : FTSE EPRA/NAREIT Developed Non-REITs USD Index, évolution du nombre de titres et de la capitalisation boursière (en milliards de dollars américains) de l'indice du 19 novembre 2012 au 23 novembre 2016 (Données issues de Bloomberg).



L'indice FTSE EPRA/NAREIT Emerging Non-REITs USD Index couvre l'ensemble des titres immobiliers non REITs provenant des pays émergents du monde. De mars 2010 à novembre 2016, la capitalisation boursière de l'indice a augmenté, passant de 82 milliards à 252 milliards (en dollar américain), et le nombre de titres inclus dans l'indice a aussi augmenté, passant de 61 titres à 115 titres (voir graphique 7 ci-dessous).

Graphique 7 : FTSE EPRA/NAREIT Emerging Non-REITs USD Index, évolution du nombre de titres et de la capitalisation boursière (en milliards de dollars américains) de l'indice du 1^{er} mars 2010 au 23 novembre 2016 (Données issues de Bloomberg).

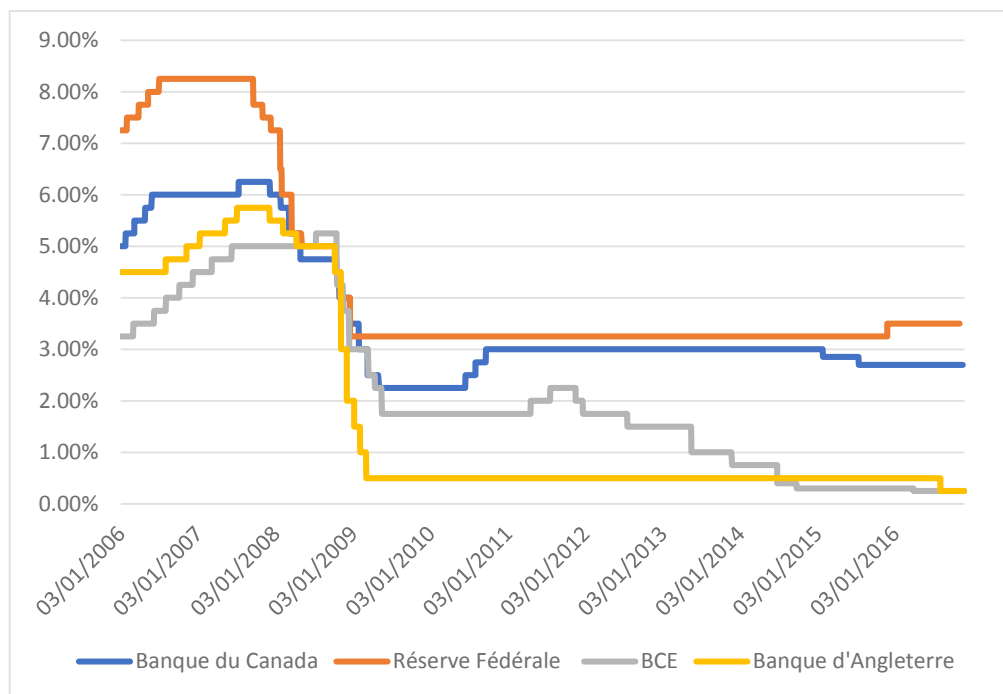


Ainsi, les investissements publics en immobilier se sont développés au cours des dernières années et le nombre de titres immobiliers, REITs et Non-REITs, transigés sur les marchés n'a cessé d'augmenter. Il est maintenant plus facile pour les investisseurs institutionnels et particuliers du monde entier d'investir dans l'immobilier grâce à ces titres.

L'évolution des capitalisations boursières des REITs et des actifs des fonds privés fermés et ouverts investis en immobilier indique qu'il y a eu un déplacement massif de capital au cours des 20 dernières années dans l'immobilier commercial, et ce, partout dans le monde.

En plus de pouvoir investir plus facilement qu'auparavant dans l'immobilier de façon indirecte, l'ensemble des fonds institutionnels peuvent dorénavant acquérir leurs actifs immobiliers de façon directe avec un coût des fonds beaucoup moins élevé. En effet, les taux d'intérêt du Canada, des États-Unis et même des pays européens sont à des niveaux historiquement bas (voir graphique 8 ci-dessous).

Graphique 8 : Évolution des taux directeurs de la Banque du Canada, de la Réserve fédérale américaine, de la Banque Centrale européenne (BCE) et de la Banque d'Angleterre, de janvier 2006 à novembre 2016 (données issues de Bloomberg).



Il est ainsi plus facile et plus attrayant pour les investisseurs de recourir à l'effet de levier, parce que leur revenu net d'opération est plus élevé et parce que leur retour sur investissement est plus attrayant. En effet, les taux d'intérêt historiquement bas permettent aux banques de prêter un pourcentage plus élevé de la valeur marchande, aussi connu sous le nom de *Loan-to-value ratio* (LTV). Autrement dit, les investisseurs peuvent acquérir une propriété avec une mise de fonds plus petite qu'il y a 30 ans, puisque les paiements d'hypothèques sont moins élevés en contexte de taux d'intérêt historiquement bas. De plus, pour un même ratio LTV, le risque de défaut des emprunteurs est plus faible dans le

contexte actuel de bas taux d'intérêt que dans un contexte de taux d'intérêt régulier (moyenne historique), ce qui permet aux emprunteurs d'obtenir des prêts plus importants par rapport à la valeur de leur actif.

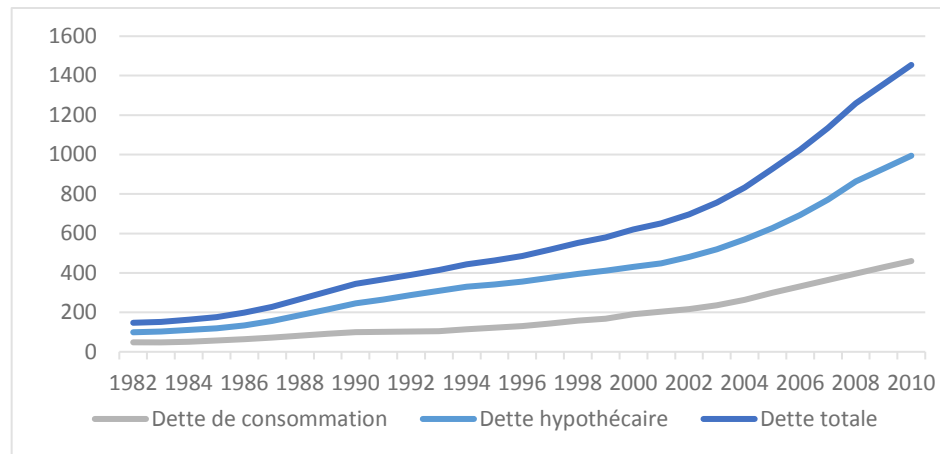
De plus, certaines institutions gouvernementales peuvent parfois assurer le prêt, ce qui permet à l'investisseur d'acquérir la propriété avec une mise de fonds encore plus réduite. Par exemple, au Canada, les investisseurs ont souvent recours à la Société canadienne d'hypothèques et de logements (SCHL) pour assurer leur prêt.

Ainsi, avec une mise de fonds plus petite, bien que le risque financier soit plus élevé, l'effet de levier ainsi créé permet à l'acquéreur d'obtenir un plus grand gain en capital sur son investissement ; si l'hypothèque a été repayée en entier à la fin de la période de détention, l'investisseur pourra récupérer la valeur marchande totale de l'immeuble alors qu'il n'avait mis qu'une mise de fonds initiale correspondant à 5% du prix d'achat par exemple. Cet avantage a toujours fait partie de l'investissement immobilier, mais avec les taux d'intérêt historiquement bas d'aujourd'hui, l'effet de levier n'a jamais été aussi avantageux pour les investisseurs du monde entier.

Dans son rapport annuel de 2015, la SCHL indique qu'en 2015 elle a assuré 55,3 milliards en nouveaux prêts, pour un total de contrats d'assurance en vigueur de 526 milliards, alors que ces valeurs se chiffraient respectivement à 66 et 566 milliards en 2012 (voir graphiques 10 et 11).

Dans son rapport annuel de 2014, la Société mentionne que la mise de fonds minimale requise pour contracter un nouveau prêt hypothécaire assuré était de 5%. Cependant, quelques changements ont eu lieu depuis ce temps. En effet, dans son rapport annuel de 2015, l'institution indique que le 11 décembre 2015, le gouvernement canadien a annoncé des changements aux règles sur l'assurance prêt hypothécaire garantie par l'État en vue de limiter les risques liés au marché de l'habitation, de réduire l'exposition des contribuables et de soutenir la stabilité à long terme (une section sur les bulles immobilières contenant une sous-section traitant du marché de l'habitation de Vancouver suivra). Le gouvernement met donc en place des mesures pour freiner la surchauffe des marchés de l'habitation canadiens, alimentés entre autres par les taux d'intérêt historiquement bas, les investissements étrangers et le surendettement des ménages canadiens. En effet, selon Statistiques Canada, la dette totale des ménages canadiens est passée de 147 milliards en 1982 à 1.4 billion en 2010 (voir graphique 9 ci-dessous).

Graphique 9 : Évolution des dettes des ménages canadiens (en milliards) de 1982 à 2010 selon Statistiques Canada.



De plus, selon le rapport de Statistiques Canada intitulé : Endettement et types de familles au Canada, rédigé en 2011, le ratio d'endettement total des particuliers et des entreprises individuelles correspondait à 93% du revenu après impôt en 1990, alors qu'en 2009, ce ratio s'élevait à 148%.

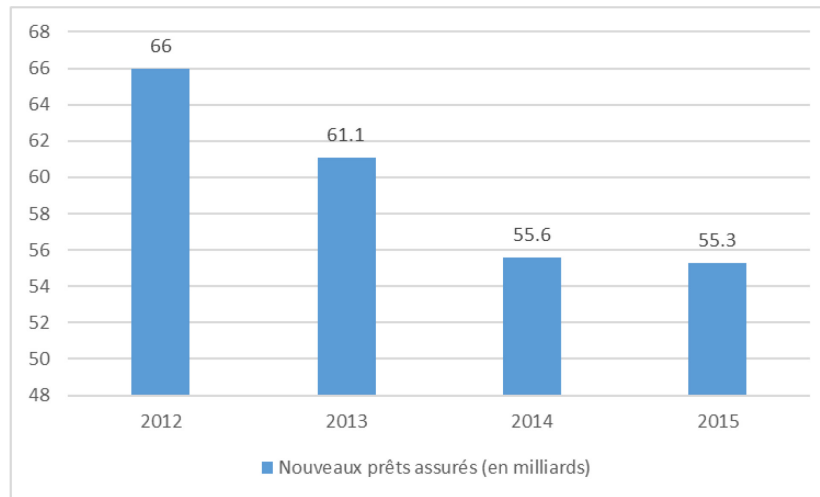
Ainsi, depuis le 15 février 2016, la mise de fonds minimale pour contracter un nouveau prêt hypothécaire assuré par la SCHL est passée de 5 à 10% pour la portion supérieure à 500 000 \$ du prix d'achat, alors qu'elle demeure inchangée à 5% pour les propriétés de 500 000 \$ et moins. De plus, le 4 octobre 2016, le ministre des Finances du Canada Bill Morneau a annoncé de nouvelles règles visant à renforcer les exigences hypothécaires et les règles pour les investisseurs étrangers⁹. Premièrement, tous les prêts hypothécaires voulant s'assurer avec la SCHL devront être soumis à une simulation de crise à partir du 17 octobre 2016, qui assurera la capacité de l'emprunteur à rembourser son hypothèque à un taux plus élevé que le taux auquel les acheteurs peuvent négocier, soit 4.64%, qui est le taux d'hypothèque 5 ans fixe publié par la Banque du Canada au 28 septembre 2016. Il s'agit d'une moyenne des taux publiés par les six grandes banques canadiennes pour cette date. Deuxièmement, le gouvernement va resserrer les règlements quant à l'exemption sur le gain en capital de la résidence principale lors de l'année fiscale 2016, en obligeant les investisseurs à reporter la vente de leur résidence principale à l'Agence du Revenu du Canada (ARC) dans l'année de la vente, afin de contrer l'effet des investisseurs étrangers qui évitent l'impôt à payer sur le gain en capital en déclarant leurs actifs immobiliers comme étant leurs résidences principales au moment des ventes¹⁰. Troisièmement, à partir du 30 novembre 2016, l'assurance hypothécaire offerte par la SCHL devra respecter des critères plus stricts : le prêt devra avoir une période d'amortissement de 25 ans ou moins,

⁹ <http://ici.radio-canada.ca/nouvelle/806506/marche-immobilier-canadien-ministre-finances-bill-morneau-acheteurs-etrange-speculation-taxation>

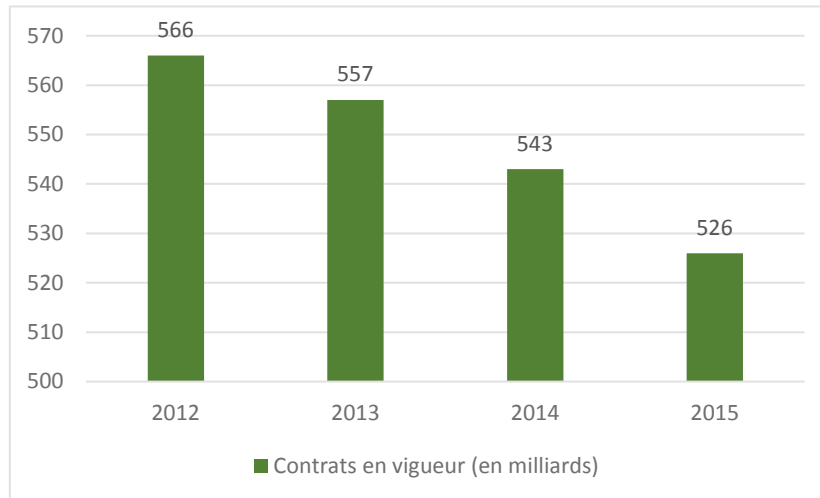
¹⁰ <http://www.theglobeandmail.com/real-estate/four-major-changes-to-canadas-housing-rules/article32223470/>

le prix d'achat devra être inférieur à 1 million de dollars, l'emprunteur devra avoir une cote de crédit d'au moins 600 et la propriété devra être occupée par le propriétaire. De plus, en date du 4 octobre 2016, le gouvernement canadien a annoncé qu'il publierait un document de consultation publique se penchant sur le partage des risques liés aux prêts hypothécaires assurés par la SCHL. En effet, cette institution doit déboursier 100% du prêt assuré en cas de défaut de paiement. Afin de réduire son exposition, le gouvernement étudie la possibilité de partager ce risque avec les prêteurs hypothécaires du marché¹¹. Bref, le ministère des Finances et la SCHL tentent de calmer un marché de l'habitation canadien en surchauffe, plus particulièrement dans les marchés de Vancouver et de Toronto, en imposant des contraintes aux emprunteurs et en se penchant sur le partage du risque avec les banques et les autres prêteurs hypothécaires sur le marché.

Graphique 10 : Volume de prêts assurés (nouveaux prêts) par la SCHL de 2012 à 2015



Graphique 11 : Contrats d'assurance en vigueur de la SCHL de 2012 à 2015



¹¹ <http://www.ledevoir.com/economie/actualites-economiques/481429/immobilier-ottawa-compte-eliminer-une-echappatoire-fiscale>

La tendance à la baisse, observée dans les montants de nouveaux prêts assurés et dans les contrats d'assurance en vigueur de la SCHL présentés aux graphiques 10 et 11, reflète la diminution des activités d'assurance hypothécaire. Ce phénomène peut se traduire par un désir du gouvernement de réduire son exposition à ce risque de marché, dans un contexte de taux d'intérêt historiquement bas et de taux d'endettement des ménages canadiens historiquement élevé.

De plus en plus de fonds d'investissement ont pu s'introduire à la gestion immobilière en acquérant des propriétés au fil des ans. En raison de sa plus faible volatilité, de ses rendements stables à long terme, de son effet de diversification et de l'accès plus facile qu'auparavant à ce genre d'investissement, il y a eu un déplacement massif de capital vers l'immobilier commercial au cours des vingt dernières années, provenant non seulement des investisseurs locaux, mais aussi des investisseurs internationaux. Selon l'étude de Jones Lang Lasalle parue en 2016, les déplacements de capitaux vers les actifs immobiliers seront majoritairement soutenus par les investisseurs internationaux. La firme estime que les investissements transfrontaliers (*cross-border*) surpasseront 50% des investissements totaux d'ici 2020, pour un total de 500 milliards par année (en dollars américains).

Les fonds d'investissement institutionnels du monde entier désirent maintenant détenir cette classe d'actifs dans leur portefeuille. Cette institutionnalisation des actifs immobiliers a eu pour effet d'augmenter considérablement la liquidité dans ce marché, ce qui a non seulement fait gonfler les prix, mais qui a également fait augmenter la corrélation entre ce marché et les marchés financiers. En d'autres mots, les actifs immobiliers sont de moins en moins efficaces pour diversifier un portefeuille. En effet, la corrélation entre l'immobilier (privé et public) et les autres actifs financiers comme les actions et les obligations est plus élevée qu'il y a vingt ans.

Un rapport sur le potentiel de l'effet de diversification de l'immobilier publié en janvier 2015 par la *Norges Investment Bank*, qui gère le fonds de pension des employés du gouvernement norvégien, étudie l'évolution des coefficients de corrélation entre l'immobilier et les actions et entre l'immobilier et les obligations en analysant les moyennes mobiles 10 ans, pour les États-Unis et le Royaume-Uni entre 1978 et 2014. Le rapport mentionne que la corrélation entre l'immobilier et le marché des actions a considérablement augmenté depuis la crise financière de 2008. Aux États-Unis, cette corrélation est passée de 0.2 à 0.45 pour l'immobilier direct (privé) et de 0.3 à 0.8 pour l'immobilier public (REITs), alors qu'au Royaume-Uni, ces corrélations sont passées de 0 à 0.3 et de 0.4 à 0.7, respectivement. La corrélation avec les obligations, quant à elle, est demeurée relativement stable à 0.5 au Royaume-Uni, alors qu'elle a diminué aux États-Unis, passant de 0 à -0.3 pour l'immobilier direct (privé) et l'immobilier public. Les auteurs concluent que la corrélation entre les actifs immobiliers et les actifs financiers varie dans le temps et dépend de l'état des marchés.

Lizieri (2013) étudie la corrélation entre l'immobilier direct et les marchés des actions, des obligations et des REITs au Royaume-Uni entre 1995 et 2010. L'auteur constate que la corrélation avec les actions et la corrélation avec les REITs sont toutes deux passées de 0

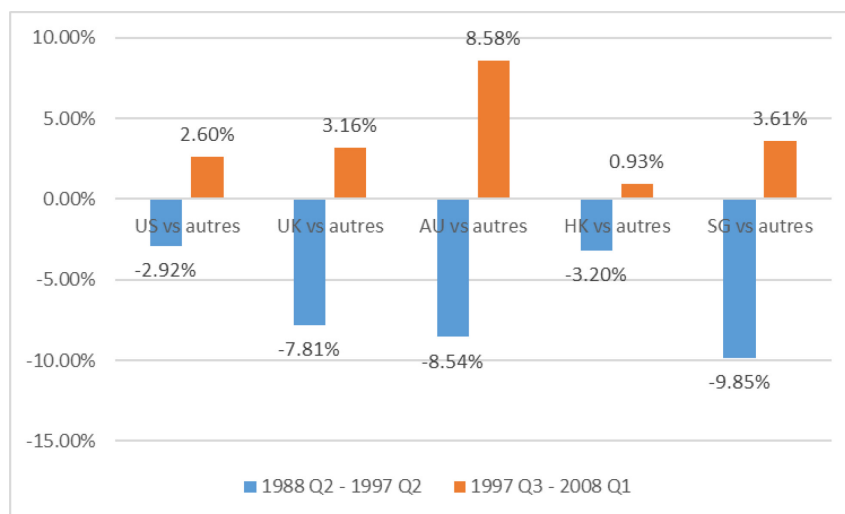
à 0.4 durant la période. La corrélation négative entre l'immobilier direct et les obligations a aussi augmenté, passant de -0.10 à -0.5. L'auteur conclut que la corrélation varie d'une période à l'autre et qu'il semble y avoir une augmentation de la corrélation entre l'immobilier direct et les actions lorsque la performance du marché des actions est faible, indiquant une diminution de l'effet de la diversification lorsque les investisseurs en ont le plus besoin.

Mais il n'y a pas seulement les marchés des actions qui sont de plus en plus corrélés avec les marchés immobiliers. Les corrélations à l'intérieur même du marché immobilier direct mondial, représentant les liens de dépendance entre les rendements des différents marchés géographiques et des différents marchés par types d'immeubles, ont, elles aussi, augmenté depuis les dix dernières années.

Liow (2010) étudie les liens entre les marchés immobiliers directs des États-Unis, du Royaume-Uni, d'Australie, de Hong Kong et de Singapour, en étudiant les indices immobiliers directs propres à chacun de ces marchés. En utilisant le modèle DCC-GARCH (une section détaillée sur les modèles de prévision de la variance univariés et multivariés suivra), l'auteur constate que ces cinq marchés ont tous des liens de dépendance plus élevés depuis les dix dernières années, soit des corrélations dont le coefficient a augmenté considérablement entre 1997 et 2008, alors qu'il avait diminué entre 1988 et 1997 (voir graphique 12 ci-dessous). L'auteur conclut que les gestionnaires de portefeuilles immobiliers devront s'attendre à une réduction de l'effet de diversification à long terme.

Graphique 12 : **Augmentation/Diminution de la corrélation pour les marchés immobiliers directs de type bureaux pour la période étudiée selon l'article de Liow (2010).**

L'évolution des corrélations a été mesurée à l'aide du modèle DCC-GARCH. L'auteur mesure les moyennes des corrélations à chaque période. Par exemple, il regarde les corrélations liées au marché des immeubles à bureaux américain (US vs UK, US vs Au, US vs HK, US vs SG) et en fait une moyenne pour chaque période (US vs autres). Ensuite, il mesure l'augmentation ou la diminution de ce coefficient de corrélation durant la période.



De Wit (2010) analyse les potentiels de diversification en immobilier direct, liés à la répartition par régions du monde et à la répartition par types de propriété. En se basant sur une base de données unique sur 4 types de propriétés dans 25 pays, répartis dans 5 régions du monde, entre le premier trimestre de 1988 et le quatrième trimestre de 2003, l'auteur conclut que les facteurs géographiques ont une plus grande influence sur le risque total du portefeuille que ceux liés aux types de propriétés. Ainsi, les investissements répartis par régions du monde auront des avantages liés à l'effet de diversification beaucoup plus importants que les investissements répartis par types de propriétés.

Néanmoins, la corrélation entre les différents types de propriétés a aussi augmenté dans le temps. Pagliari, Webb et Del Casino (1995) analysent les effets qu'aurait eu la stratégie *Modern Portfolio Theory* (MPT) comparativement à une stratégie naïve *buy and hold* dans le contexte du marché immobilier direct américain entre 1978 et 1992. En se basant sur les données de l'indice Russell NCREIF total return index durant cette période, pour les propriétés de type : bureaux, centres commerciaux, recherche et développement/bureaux, entrepôts et maisons unifamiliales, les auteurs montrent que le coefficient de corrélation moyen entre les différents types de propriétés a augmenté durant la période sous étude. En divisant la période de temps en trois périodes de 5 ans, les auteurs constatent que le coefficient moyen est de 0.41 pour les 5 premières années, alors qu'il augmente à 0.84 pour les 5 dernières années. Ainsi, les avantages liés à l'effet de diversification pour les investissements dans différents types de propriétés varient, eux aussi, dans le temps, et ont diminué entre 1978 et 1992.

Ce phénomène viendra donc tranquillement changer la perception des analystes et des investisseurs qui s'intéressent à l'immobilier, en particulier pour les fonds d'investissement détenant plusieurs actifs immobiliers répartis dans différents marchés géographiques et dans différents marchés par types d'immeubles. Les fonds institutionnels du monde entier auront plus que jamais besoin d'expertise additionnelle en gestion des risques immobiliers afin de mieux mesurer cette dépendance inter-marchés et afin de mieux mesurer les risques propres à chaque marché. En mettant en relation les rendements espérés et les risques par marché, en tenant compte des corrélations, les investisseurs devront déterminer quels marchés peuvent contribuer à augmenter leurs rendements et à diminuer le risque de leur portefeuille.

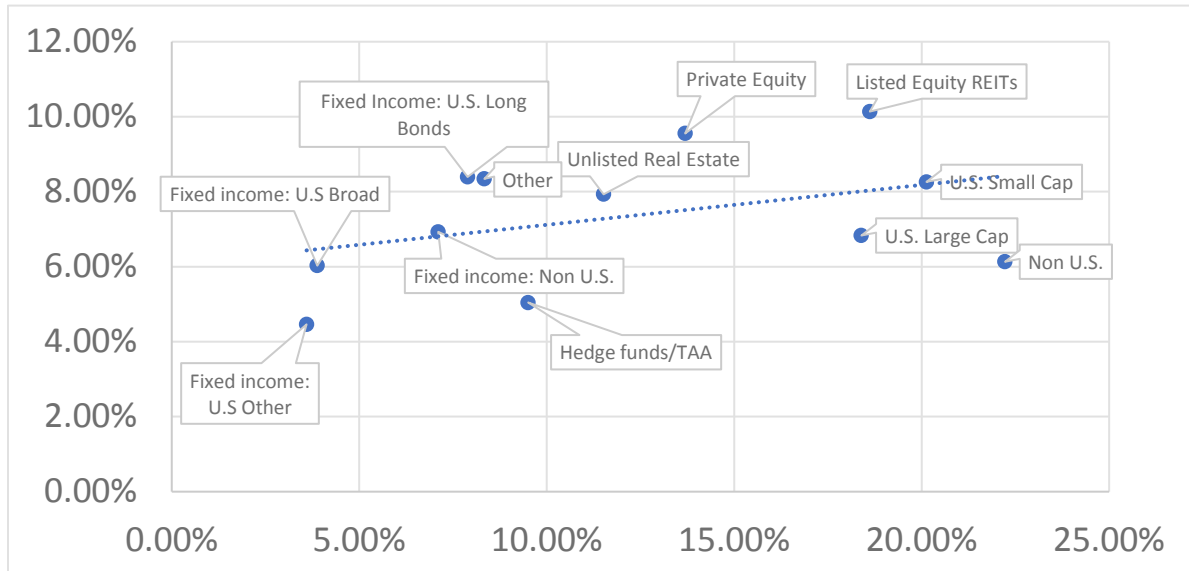
2 Risques liés à l'investissement immobilier

2.1 Risque relatif à la classe d'actifs

Bien que l'immobilier direct soit une classe d'actifs très peu liquide et moins volatile que les actifs financiers traditionnels, elle demeure tout de même une classe d'actifs relativement risquée. Selon l'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016), l'immobilier direct (*Unlisted Real Estate*) se situe au-dessus des titres à revenu fixe (marché monétaire, obligations gouvernementales et corporatives) et en dessous des actions, des REITs et du *Private Equity* dans la relation risque-rendement. Il s'agit donc d'un investissement plus risqué que les actifs à revenu fixe, mais moins risqué que le marché des actions. (Voir graphique 13 ci-dessous).

Graphique 13 : **Relation risque-rendement des différentes classes d'actifs selon l'étude de CEM Benchmarking Inc. (2016)**

Les rendements composés, à l'axe des y, et les écarts-types, à l'axe des x, dont les valeurs sont présentées au tableau 1, sont mis en relation.



Évidemment, cette classe d'actifs fait référence aux actifs immobiliers existants et non aux projets de développement immobilier, qui constituent une classe d'actifs beaucoup plus risquée qui ne sera pas traitée dans le présent mémoire.

L'investissement immobilier direct comporte plusieurs types de risque. Voici les principaux types de risque liés à cette classe d'actifs, dont la plupart sont tirés du manuel de Brooks (2016). L'auteur indique qu'il n'y a pas que le risque de volatilité qui est relié à ces actifs, mais qu'il y a également des risques spécifiques à l'immobilier.

2.2 Risque de contrepartie

Premièrement, il y a un risque de contrepartie. En effet, il peut parfois y avoir des locataires qui ne paient pas leur loyer à temps, ou qui cessent de payer. Certains quittent l'espace loué avant la fin du bail et certains auront parfois même causé des bris et des dégâts sans en assumer les coûts. Le facteur humain est présent dans l'immobilier direct et il ne faut pas négliger le risque de ne pas être payé à temps et en totalité. Les litiges avec les locataires peuvent être longs et coûteux et peuvent réduire les flux monétaires générés par l'immeuble.

2.3 Risque opérationnel

Il y a aussi le risque opérationnel, soit le risque lié à la structure physique de l'actif. Les actifs immobiliers sont des actifs physiques ; ils ont été construits à un endroit précis et ne peuvent être déplacés. Ainsi, le risque opérationnel comprend les risques de catastrophes naturelles comme les glissements de terrain, les inondations, les ouragans, les tsunamis, etc. De plus, l'immeuble lui-même comprend plusieurs systèmes internes comme

l'aération, le système électrique, la balayeuse centrale, la plomberie, les gicleurs, etc. Ces systèmes peuvent parfois mal fonctionner. Un dégât d'eau majeur dans un sous-sol ou de la pourriture dans les conduits d'aération pourrait nécessiter l'évacuation des locataires pour un temps, et même l'annulation de la perception des loyers pour le ou les mois nécessaires au rétablissement de l'immeuble, sans compter les coûts de réparation. Un mauvais fonctionnement du système électrique peut parfois même déclencher un incendie. Si l'immeuble est anéanti par les flammes, l'assurance peut parfois rembourser un montant légèrement inférieur à la valeur marchande à l'investisseur, mais les loyers, quant à eux, cessent drastiquement d'être perçus par l'investisseur après l'incendie. Autrement dit, l'investissement pourrait prendre fin abruptement, et la valeur terminale qui serait reçue serait inférieure à la valeur marchande de l'immeuble.

2.4 Risques macroéconomiques

Il n'y a pas que les risques spécifiquement liés à l'immeuble sous gestion qui affectent l'investissement, il y a aussi les risques macroéconomiques. Il s'agit de l'ensemble des risques liés à la conjoncture économique de l'arrondissement, de la ville, du pays et même du monde.

2.4.1 Dépendance à un secteur d'activité

Par exemple, si l'économie d'une ville est grandement dépendante à une activité économique comme le pétrole, et que le prix du baril de pétrole chute, beaucoup d'entreprises feront faillite, beaucoup d'emplois seront perdus, ce qui viendrait augmenter drastiquement le taux de vacance des immeubles à bureaux. Toute l'économie de la ville serait bouleversée, ce qui aurait un impact direct sur les actifs immobiliers de ce marché. Ce genre de situation s'est produit récemment dans les marchés d'immeubles à bureaux de Houston¹² et de l'Ouest canadien comme Edmonton¹³ et Calgary¹⁴ suite à la chute du prix du baril de pétrole en 2014.

2.4.2 Risque de marché

Un autre type de risque macroéconomique est le risque de marché. Ce risque correspond à une variation défavorable de la valeur marchande de l'immeuble en raison de l'offre et de la demande du marché spécifique dans lequel il évolue ou simplement en raison de la conjoncture économique mondiale au moment de la mise en vente de l'immeuble. Le risque de marché affecte l'investissement par les revenus nets d'opération, mais aussi par la valeur terminale, soit la valeur marchande à laquelle l'investisseur pourra revendre l'immeuble après sa détention. Nous verrons les modèles d'évaluation immobilière et les modèles d'estimation de la valeur terminale en détail un peu plus loin.

Au niveau des loyers demandés par l'investisseur, ceux-ci seront parfois plus élevés, parfois moins élevés et parfois égaux au niveau des loyers au marché (*market rental value*). Cependant, ils seront toujours situés autour de cette valeur. Un investisseur n'aurait pas

¹² <http://www.texasmonthly.com/the-daily-post/oils-price-drop-is-spreading-to-houstons-real-estate-market/>

¹³ <http://www.macleans.ca/news/canada/the-death-of-the-alberta-dream/>

¹⁴ <http://www.theglobeandmail.com/real-estate/the-market/alberta-housing-market-braces-for-painful-year/article28140866/>

intérêt à demander des loyers bien en dessous de ce niveau, il perdrait l'opportunité d'avoir des flux monétaires plus élevés. À l'inverse, il n'aurait pas intérêt à demander des loyers bien au-dessus de ce niveau, car les locataires finiraient par déménager vers des locaux moins coûteux. Ainsi, le propriétaire n'a pas intérêt à s'éloigner significativement de ce niveau. Évidemment, les loyers et les augmentations prévues des loyers ne peuvent être modifiés qu'après la fin des baux, il y a donc un décalage (*lag*) dans l'évolution du niveau des loyers. Le risque de marché attribuable aux flux monétaires correspondrait, par exemple, à une variation à la baisse du niveau des loyers au marché. Généralement, une telle baisse pourrait avoir lieu si les taux de vacances augmentaient significativement, et ce, pour l'ensemble des immeubles d'un même marché. Cette situation pourrait survenir dans un contexte de variation défavorable de l'offre et de la demande dans un marché spécifique.

Le revenu net d'opération dépendra du niveau des loyers au marché et du taux de vacances de l'immeuble au moment de la vente. Ces deux variables permettent à l'acheteur d'évaluer le revenu de loyers qu'il percevra chaque année. Cependant, il doit aussi mesurer les dépenses associées à l'exploitation de l'immeuble, soit les taxes municipales, les assurances, le chauffage, le déneigement, l'entretien, les réparations, les impôts sur le revenu, etc. Le risque de marché affecte également ces dépenses d'exploitation puisqu'elles permettent aux acheteurs de mesurer la rentabilité de l'investissement. Si pour une raison quelconque les dépenses sont élevées et qu'il y a beaucoup de réparations à faire sur un bien immobilier dans un marché où les loyers demandés sont relativement bas par rapport à la moyenne nationale, les acheteurs seront conscients de la faible rentabilité d'un tel investissement et négocieront en conséquence. En soustrayant les dépenses opérationnelles au revenu de loyers, on obtient le revenu net d'opération.

Le risque de marché affecte également le taux de rendement exigé (k) et le taux de capitalisation de l'actif immobilier auxquels sont actualisés les flux monétaires ainsi que le taux de croissance perpétuel des flux monétaires. La section 3.2.1 traitant des facteurs de risque immobiliers couvre spécifiquement cette matière.

2.5 Risque géographique

Bien que le phénomène d'institutionnalisation des actifs immobiliers ait apporté une plus grande corrélation entre les différents marchés au cours des dernières années, il n'en demeure pas moins que le risque supporté par les investisseurs diffère dépendamment du marché géographique dans lequel l'actif se trouve. Plusieurs sous-catégories de risque composent le risque géographique.

2.5.1 Risque politique

Premièrement, il y a le risque politique. Il s'agit du risque que le pays dans lequel l'actif se trouve soit victime d'événements néfastes liés à la politique. Le déclenchement d'une guerre, un attentat terroriste, un coup d'État, un embargo, une hausse exagérée des taxes, une crise sanitaire, etc. L'investisseur n'a aucun contrôle sur les actions ou les inactions du gouvernement local. Certains événements du genre peuvent inquiéter les investisseurs étrangers, ce qui peut faire grandement baisser la liquidité dans de tels marchés. Une telle

diminution du volume de transactions pourrait forcer les vendeurs à baisser drastiquement leur prix pour trouver preneur.

2.5.2 Risque de la dette souveraine

Une autre sous-catégorie du risque géographique, qui est intimement liée au risque politique, est le risque lié à la dette souveraine. Il s'agit du risque que le gouvernement local ne soit pas en mesure de rembourser sa dette. Le défaut de paiement et les conséquences suite à l'annonce du défaut de paiement affectent négativement la valeur de l'actif. Premièrement, un tel événement ferait énormément baisser la cote de crédit du pays, et ce, immédiatement après l'annonce. Par exemple, les obligations gouvernementales du pays pourraient passer d'une classe peu risquée (*investment grade*) à une classe d'actifs très risqués (*junk*), comme ce fut le cas pour la Grèce en 2010 et en 2015¹⁵. Une telle baisse de la cote de crédit du pays ferait baisser le prix des obligations gouvernementales et ferait augmenter le taux de rendement exigé par les investisseurs. Cette augmentation pourrait influencer le taux de rendement exigé pour les actifs immobiliers. En effet, le taux de rendement exigé pour les actifs immobiliers dépend de plusieurs facteurs macroéconomiques, dont le taux sans risque (une section détaillée portant sur les modèles du taux de rendement exigé pour les actifs immobiliers est présentée à l'annexe 1). Ce taux correspond souvent au taux des Bons du Trésor du pays local. Si les agences de cotation baissaient la cote de crédit de ce pays, le taux de rendement exigé par les investisseurs pour les Bons du Trésor augmenterait. Une telle augmentation du taux sans risque viendrait augmenter le taux de rendement exigé pour les actifs immobiliers, ce qui pourrait, à la longue, faire baisser la valeur de ces actifs.

2.5.3 Risque de corruption

Troisièmement, la dernière sous-catégorie de risque géographique qui sera mentionnée dans le présent article est le risque de corruption. Ce risque fait référence à des pertes qui pourraient survenir advenant que les parties locales avec lesquelles l'investisseur fait affaire n'honorent pas leurs engagements, ajoutent des conditions coûteuses aux ententes préalablement négociées ou agissent frauduleusement au bénéfice d'organisations criminelles, ou même pour le financement d'activités terroristes.

2.6 Distinction par types d'immeubles

Il est très important d'analyser et de mesurer le risque géographique, mais il existe une autre facette du risque relatif aux actifs immobiliers qui est tout aussi importante : la distinction des marchés par types d'immeubles. En effet, l'immobilier commercial est un marché extrêmement vaste, qui se subdivise par région du monde, par pays, par villes, par secteurs, mais aussi par types d'immeubles. Un investisseur doit savoir dans quel type d'immeuble il désire investir : résidentiel, à bureaux, commercial ou industriel. Chaque type d'immeuble comporte ses particularités, en termes de complexité d'exploitation, de baux, de types de locataires, de nombre d'espaces, etc. De plus, chaque type d'actif immobilier contient des sous-catégories d'actifs ce qui donne un éventail de choix encore

¹⁵ <http://www.wsj.com/articles/SB10001424052748704471204575210063379043320>
<http://www.bbc.com/news/business-32326547>

plus grand aux investisseurs. D'abord, l'investisseur doit bien comprendre les distinctions qu'il peut y avoir entre les différents types d'actifs immobiliers, et les risques liés à chacun d'eux. Nous ferons un bref survol des caractéristiques propres aux différents types d'immeubles en contexte canadien, qui sera basé sur le manuel de Brooks (2016). Ces caractéristiques pourraient ne pas s'appliquer dans d'autres pays. De plus, les prochaines discussions vont également s'appuyer sur un rapport sur les réglementations immobilières en contexte canadien rédigé par McKean et Di Cresce (2015) dans le cadre du rapport sur les réglementations immobilières internationales rédigé par le Global Legal Group. Bien que la durée des baux varie dépendamment de l'utilisation du local prévue par le locataire, les baux d'immeubles industriels, commerciaux et à bureaux sont en général d'une durée de 5 ans. Cependant les baux de plus courtes et de plus longues durées ne sont pas rares, et il existe tout de même quelques différences entre la durée commune des baux pour ces trois types d'actifs.

2.6.1 Immeubles industriels

Les immeubles industriels sont généralement situés dans les grands parcs industriels des villes. Généralement d'un seul étage, mais avec de grands espaces et des plafonds très hauts, ces immeubles sont souvent loués à des entreprises manufacturières, des industries textiles, des industries chimiques, des entreprises de distribution, etc. Généralement, ces entreprises nécessitent de grands espaces, un accès aux autoroutes et un emplacement où le zonage leur permet d'utiliser des machineries lourdes et des équipements bruyants. Certaines bâtisses industrielles abritent plusieurs espaces, alors que certaines n'en contiennent qu'un seul.

2.6.2 Immeubles commerciaux

Les immeubles commerciaux, quant à eux, sont loués à des commerces de tout genre : salons de coiffure, épiceries, commerces de détail, boutiques de vêtements, restaurants, stations-service, etc. Généralement, la majorité des locataires commerciaux n'ont pas besoin de grands espaces comme c'est le cas pour les locataires industriels. Les espaces peuvent varier dépendamment des besoins ; une bijouterie peut se contenter d'un petit espace de 300 pieds carrés alors qu'un magasin grande surface peut occuper plus de 140 000 pieds carrés d'espace. Il y a des immeubles commerciaux de toutes les formes et de toutes les tailles ; allant de la station-service au mégacentre commercial. Il y a des immeubles commerciaux n'abritant qu'un seul locataire, et d'autres qui peuvent en abriter une centaine.

2.6.3 Immeubles à bureaux

Il y a aussi les immeubles à bureaux, dont les locataires peuvent être des entreprises, des organismes gouvernementaux, des organismes de bienfaisance, des fondations, des associations, etc. Généralement bâties en hauteur, les tours à bureaux sont essentiellement d'immenses structures verticales qui peuvent superposer plusieurs espaces à bureaux. Évidemment, les tailles varient également dans cette catégorie d'actifs, allant des petits immeubles à bureaux d'un étage aux plus hauts gratte-ciels du monde. Selon le rapport CBRE *Global Office Occupier Guide* publié en juillet 2012, la durée des baux des

immeubles à bureaux au Canada se situe entre 5 et 10 ans. Le rapport mentionne que des baux d'une durée se situant entre 10 et 15 ans peuvent également être négociés par des locataires d'envergure.

2.6.4 Immeubles résidentiels

Finalement, le dernier type d'immeuble traité dans le présent mémoire est l'immeuble multirésidentiel. Contrairement aux immeubles industriels, commerciaux et à bureaux, en contexte canadien, les baux résidentiels sont de courte durée. Selon la société canadienne d'hypothèques et de logements (SCHL), les baux résidentiels sont, dans la majorité des cas, d'une durée d'un an¹⁶. Les ententes sont beaucoup moins complexes comparativement aux baux des autres types d'immeubles. Les locataires sont des particuliers, et leur location ne sert pas à exploiter une entreprise ; ils louent un logement pour y habiter. La taille des actifs varie ; certains investisseurs préféreront acheter un duplex ou un triplex, alors que d'autres préféreront des immeubles résidentiels de plus grande envergure comprenant dix, vingt, ou même cinquante logements.

2.7 Risque de dépendance à certains locataires

Les risques supportés par l'investisseur seront différents dépendamment du type d'immeuble qu'il exploite. Premièrement, la dépendance à quelques locataires majeurs peut poser problème pour certains types d'immeubles. Par exemple, le départ d'un locataire dans un immeuble industriel ne comprenant qu'un seul espace est plus problématique pour l'investisseur que dans un immeuble résidentiel de cinquante logements. Pour les immeubles industriels, commerciaux et à bureaux, le taux de roulement des locataires est beaucoup plus petit que pour les immeubles résidentiels, en raison de la durée plus longue de leurs baux. Cependant, lorsqu'un local devient vacant, les conséquences sur les flux monétaires de ces immeubles peuvent être plus néfastes qu'elles ne le seraient pour un immeuble résidentiel, en raison de leur grande dépendance envers leurs locataires.

2.8 Risque de concentration des locataires

Deuxièmement, la diversification des locataires peut être un facteur plus important à considérer pour certains types d'immeubles que pour d'autres. Un investisseur détenant un immeuble à bureaux, par exemple, n'a pas intérêt à avoir des locataires provenant d'un seul secteur d'activités comme l'énergie, la finance, les mines, etc. Tel que mentionné précédemment, le marché de Houston a été durement frappé par la chute du prix du baril de pétrole en 2014. Par exemple, si un investisseur avait détenu un immeuble à bureaux dans ce marché en 2014, et que tous les locataires de l'immeuble étaient des entreprises provenant du secteur de l'extraction pétrolière, les conséquences sur les flux monétaires auraient été beaucoup plus néfastes que si les locataires provenaient de divers secteurs d'activités, puisque la chute du baril de pétrole n'aurait affecté que les locataires œuvrant dans le secteur pétrolier. Ainsi, la diversification des locataires est un facteur important à considérer pour un investisseur s'intéressant au marché des immeubles industriels, des

¹⁶ https://www.cmhc-schl.gc.ca/en/co/reho/yogureho/fore/isdute/isdute_005.cfm

immeubles commerciaux, et en particulier pour les immeubles à bureaux, alors que pour les immeubles multirésidentiels, ce facteur n'a que peu d'importance.

2.9 Risque de désuétude

Troisièmement, certains types d'immeubles sont plus exposés au risque de voir leur marché devenir désuet. Par exemple, le parc industriel d'une ville située loin des artères principales de transport pourrait devenir désuet suite à l'ouverture d'une vaste zone industrielle dans une ville voisine, qui serait située à côté d'une autoroute et d'un port par exemple. Ce genre de situation exceptionnelle pourrait faire quitter plusieurs locataires, ce qui pourrait même aller jusqu'à rendre le parc industriel complètement vacant après quelques années. Même si l'investisseur baissait drastiquement ses loyers, les immeubles de ce marché pourraient demeurer inoccupés pour une longue période de temps puisqu'aucun industriel n'aurait avantage à s'y installer. La désuétude d'un marché est donc un risque important à évaluer pour l'investisseur, en particulier pour les immeubles industriels.

2.10 Risque des cycles immobiliers

Les investisseurs doivent identifier à quelle phase du cycle immobilier se situent les différents marchés immobiliers. Évidemment, il y a des phases où les valeurs diminuent, et d'autres où les valeurs augmentent. Pyhrr, Roulac et Born (1999) expliquent les principaux éléments de la littérature sur les cycles immobiliers et dressent une liste de huit modèles d'analyse de cycles. Ils mentionnent le modèle de Mueller et Laposa (1994) présenté en 1994 à la convention annuelle de la *American Real Estate Society*, qui définit les quatre étapes du cycle sinusoïdal de l'immobilier, soit la récession, la reprise, l'expansion et la contraction. En regardant attentivement le taux d'occupation des immeubles sous étude, les auteurs observent empiriquement un taux de vacances plus élevé qu'à l'équilibre en périodes de récession et de reprise, et un taux de vacances moins élevé qu'à l'équilibre en périodes d'expansion et de contraction. Plus tard, Mueller et Peiser (2015) étudieront la corrélation entre le taux d'occupation, qui dicte les phases du cycle, et le taux de croissance des loyers. Ils observent une croissance des loyers inférieure à l'inflation en période de reprise, plus forte que l'inflation en période d'expansion, en légère baisse lors de la contraction, inférieure à l'inflation au début de la récession, pour devenir négative par la suite. Leur étude, effectuée sur 28 marchés majeurs d'immeubles à bureaux, les amène à constater que même si les différents marchés n'ont pas de cycles d'occupation parfaitement simultanés, il y a une corrélation élevée entre le taux d'occupation et le taux de croissance des loyers malgré des décalages (*lags*) différents pour chaque marché. Ces décalages devraient être pris en compte afin d'améliorer les mesures de corrélation et la précision avec laquelle on observe le cycle.

Wheaton (1987) étudie un échantillon de dix villes américaines et constate que les cycles immobiliers sont d'une durée variant entre dix et douze ans. Bien que Witten (1987) décrive les cycles immobiliers comme étant propres à chaque ville en termes de durée, de magnitude, et de variations de l'offre et de la demande locale, force est d'admettre qu'en général, ces cycles sont plus longs que les cycles du marché boursier. Weinstein (1988) décrit quatre phases du cycle du marché boursier, soit la phase de consolidation (*base*

building), la phase d'avancement (*upward advancement*), le sommet (*culmination*) et le déclin. L'auteur indique que ces cycles durent généralement 4 ans, avec des phases haussières (*bull market*) et baissières (*bear market*) durant entre 1 et 3 ans chacune. Une étude de First Trust Portfolios LP (2016), en collaboration avec Morningstar, indique que de 1926 à 2014, les marchés haussiers (*bull markets*) ont duré en moyenne 8 ans et demi alors que les marchés baissiers (*bear markets*) ont duré en moyenne 1.3 an. Quelques auteurs ont également tenté de mesurer la durée des cycles haussiers (*bull market*) et baissiers (*bear market*) en testant la présence de phénomènes de retour vers la moyenne dans les prix des actions. Jegadeesh (1991) détecte un retour vers la moyenne statistiquement significatif dans les prix des actions aux États-Unis et au Royaume-Uni pour des périodes variant entre 4 et 8 ans. Similairement, Balvers, Yangru et Gilliland (2000) détectent un retour vers la moyenne statistiquement significatif dans plusieurs indices boursiers internationaux pour des périodes variant entre 3 et 3.5 ans. Ainsi, force est de constater que les cycles boursiers, pouvant varier entre 3 et 8 ans, sont relativement plus courts que les cycles immobiliers, pouvant varier entre 10 et 12 ans.

2.11 Risque des bulles immobilières

Une analyse de la relation risque-rendement aide les investisseurs à déceler de potentielles opportunités, certes, mais leur permet aussi de cerner les marchés grandement surévalués, identifiés tels des bulles immobilières. En effet, les marchés où les prix des actifs immobiliers sont exagérément élevés par rapport à leur valeur fondamentale peuvent être risqués pour les investisseurs, puisqu'une bulle spéculative est toujours suivie d'une correction à la baisse des valeurs immobilières ; aussi appelée l'éclatement. Tel qu'indiqué par Nneji, Brooks et Ward (2013), il y a suffisamment d'évidences statistiques pour montrer qu'il y a trois régimes distincts dans le marché de l'habitation, soit la période de stabilité (*steady-state*), la période d'expansion (*boom*) puis la période d'effondrement (*crash*). Les auteurs analysent l'évolution de la croissance des prix des maisons aux États-Unis entre 1960 et 2011, et constatent que chaque période d'expansion est suivie d'un éclatement (*bust*), qui marque le commencement de la période d'effondrement (*crash*).

Plusieurs raisons peuvent expliquer la formation d'une bulle. La conjoncture économique d'un pays peut influencer la formation d'une bulle ; si les taux d'intérêt sont à des niveaux historiquement bas, les ménages auront tendance à se surendetter et à acquérir des propriétés qu'ils n'auraient pas eu les moyens d'acquérir normalement. De plus, les variations de l'offre et de la demande causées par une offre de crédit trop permissive peuvent parfois causer une bulle spéculative. Par exemple, la crise immobilière américaine de 2008 a été engendrée, entre autres, par une offre de crédit beaucoup trop permissive de la part des banques. Comme l'ont indiqué Demyanyk et Van Hemert (2011) et Yang et Zhang (2016), les taux d'intérêt historiquement bas, la déréglementation des marchés financiers et l'insouciance des émetteurs et gestionnaires de titres de créances hypothécaires ont, entre autres choses, mené à la formation de la bulle immobilière américaine. Cependant, les variations anormales de l'offre et de la demande ne sont pas toujours causées par la conjoncture économique d'un pays. Elles pourraient également être

causées par le déplacement massif de capitaux étrangers vers un marché cible. Ce phénomène viendrait gonfler anormalement la demande d'un marché, ce qui pourrait faire gonfler anormalement les prix. C'est d'ailleurs ce qui se produit actuellement à Vancouver, principalement dans le marché des immeubles résidentiels.

Comme l'ont indiqué Moos et Skaburskis (2010), après 1990, beaucoup d'immigrants riches d'Asie ont massivement investi dans le secteur de l'immobilier de Vancouver, tout en continuant de recevoir des revenus de l'étranger. Les auteurs indiquent que la demande pour l'immobilier des investisseurs étrangers a engendré une augmentation significative des prix dans le centre-ville de Vancouver, soit un secteur où la demande ne peut être comblée par une augmentation similaire de l'offre. Les auteurs indiquent également que le caractère distinctif des vagues récentes d'immigration a joué un rôle important dans la séparation du marché immobilier de Vancouver par rapport aux autres marchés environnants et par rapport à d'autres marchés canadiens.

Les journalistes Amy Judd¹⁷ et Jill Slattery¹⁸ du Global News en juillet 2016 ont également révélé que le marché de Vancouver est alimenté par de nombreux investisseurs chinois, dont plusieurs achètent une propriété parfois sans même l'habiter afin de garder leur argent à l'abri du contrôle des capitaux effectué par le parti communiste qui règne dans leur pays. L'investisseur doit donc se renseigner sur les facteurs économiques, réglementaires et sociaux qui peuvent faire gonfler anormalement les prix afin de bien comprendre comment fonctionnent les variations de l'offre et de la demande dans les différents marchés.

2.12 Risques liés à la réglementation immobilière

Plusieurs accords de réglementation ont vu le jour à partir de 1988, soit les accords de Bâle I, Bâle II, Bâle II.5, Bâle III, Solvabilité I et Solvabilité II. À l'échelle mondiale, les institutions financières ont dû mettre en place des systèmes pour mesurer leur exposition aux différents types de risque : risque de crédit, risque de marché, risque de taux d'intérêt, risque de change et même risque de liquidité.

Pour le risque de marché par exemple, les institutions financières ont dû mettre en place des mesures de Valeur à risque (VAR). Ces mesures servent, entre autres, à mesurer les pertes estimées du portefeuille à partir desquelles les institutions financières établissent leur capital en réserve, soit les exigences de capital réglementaire. Ces montants de capital doivent être mis de côté par les institutions financières puisqu'ils serviront à couvrir des pertes potentielles du portefeuille.

Bien que ces accords concernent avant tout les banques (Bâle) et les compagnies d'assurance (Solvabilité), ils renferment néanmoins quelques éléments liés à la

¹⁷<http://globalnews.ca/news/2804304/vancouver-real-estate-is-fueled-by-a-money-laundering-bubble-market-analyst/>

¹⁸<http://globalnews.ca/news/2814577/is-the-end-near-data-shows-vancouver-real-estate-bubble-may-be-starting-to-burst/>

réglementation et à la gestion des risques des investissements immobiliers directs et indirects.

Ces réglementations peuvent imposer des contraintes aux sociétés réglementées qui détiennent des actifs immobiliers, dont des restrictions concernant l'utilisation de leurs liquidités. En obligeant ces sociétés à conserver un montant de capital en réserves pour pallier à d'éventuelles pertes, les organismes de réglementation engendrent un coût d'opportunité pour ces sociétés puisque ce capital aurait pu être investi dans le marché immobilier et rapporter un rendement considérable au lieu d'être maintenu en réserves et rapporter un rendement minime. Le risque lié à la réglementation immobilière est donc important à considérer, car si l'organisme de réglementation impose des contraintes plus sévères en exigeant une proportion (%) de capital réglementaire plus importante, le coût d'opportunité pour ces sociétés sera plus important.

2.12.1 Bâle I

Le premier accord de Bâle (Bâle I), proposé par la Banque des règlements internationaux (BRI) située dans la ville de Bâle en Suisse, fut complété en 1988. Cet accord avait pour but d'assurer la stabilité du système bancaire international et de faire converger les normes de fonds propres réglementaires pour les banques à l'échelle mondiale.

L'une des réglementations clés issues de Bâle I consiste à exiger un ratio minimal de 8% de fonds propres pour l'ensemble des crédits accordés par les banques. Cependant, les crédits accordés par les banques (leurs actifs) ne sont pas tous pondérés (*risk weight*) à 100%. En effet, certains actifs sont pondérés par le risque à des valeurs inférieures à 100%, dépendamment de la qualité du crédit de l'emprunteur. La classification de Bâle I regroupe les actifs de la banque au travers de 5 catégories, soit des actifs pondérés par le risque (APR) à 0%, 10%, 20%, 50% et 100%. Par exemple, une hypothèque résidentielle dont la maison est habitée par l'emprunteur est pondérée à 50% au sens de Bâle I puisque l'actif sous-jacent est tenu en garantie par le prêteur. Ainsi, si la banque octroie une hypothèque de 100 000\$, le capital réglementaire sera de 4000 \$, soit :

$$100\ 000\ \$ * 50\% * 8\% = 4000\ \$$$

Une pondération de 0% sera affectée à des actifs monétaires ou à un crédit envers l'OCDE ou envers le gouvernement du Canada par exemple.

Bien que cet accord, tout comme les accords de Bâle II et Bâle III, vise avant tout les banques et le risque de crédit associé à leurs activités, il y a tout de même une partie qui traite de l'immobilier commercial. En effet, parmi les actifs pondérés par le risque à 100%, Bâle I inclut les prêts pour actifs immobiliers commerciaux (*CRE*) et les prêts pour actifs immobiliers et autres investissements (*Real Estate and other investments*).

2.12.2 Amendement de 1996

En 1996, Bâle instaure l'amendement de 1996¹⁹ qui oblige les institutions financières à réserver du capital attribuable au risque de marché pour les éléments de portefeuille. Ainsi, chaque instrument financier utilisé par les banques pour fins d'investissement (obligations, actions, devises, matières premières et options) doit être couvert par des fonds propres. Afin de calculer le capital requis attribuable au risque de marché, l'amendement de 1996 propose deux approches, soit l'approche standard et l'approche de notations internes (NI).

L'approche standard est une méthode *build-up* qui consiste à identifier les différentes sources de risque d'un portefeuille pour ensuite additionner leurs charges de capital respectives afin de couvrir les fonds propres. Plusieurs mesures comme le risque de taux d'intérêt, le risque spécifique, le risque de marché général, le risque associé aux produits dérivés, le risque associé aux devises et le risque associé aux matières premières peuvent être incluses dans cette mesure.

L'approche NI consiste à estimer la VAR journalière à 99% du portefeuille. Les institutions financières sont libres d'estimer la VAR à l'aide du modèle paramétrique (*Variance-covariance matrix*), de la simulation historique ou de la simulation Monte-Carlo, tant que chacun des modèles prend en considération tous les risques matériels pris par les banques (voir paragraphe précédent).

2.12.3 Bâle II

En 1998, la BRI a débuté l'accord de Bâle II, qui se veut une amélioration de l'accord de Bâle I. Après plusieurs années de préparation, l'accord fut finalisé en 2005. Bâle II repose sur trois principaux piliers (*Pillars*). Le pilier 1 traite des exigences de capital minimum, le pilier 2 traite de la procédure de surveillance de la gestion des fonds propres de la BRI envers les banques et le pilier 3 traite de la discipline de marché. Au niveau du pilier 1, une modification a été apportée puisque Bâle I ne faisait aucune distinction entre les différentes qualités de crédit des emprunteurs. Avec Bâle II, la pondération (*risk weight*) dépend de la cote de crédit de l'emprunteur. Afin de classer les emprunteurs selon leur cote de crédit, les banques ont désormais le choix d'utiliser la méthode standard (*standardized approach*), soit l'utilisation de cotes externes pour déterminer les pondérations, ou la méthode interne (*internal ratings method*), où les banques doivent elles-mêmes développer un modèle pour mesurer le risque de crédit de l'emprunteur en estimant la probabilité de défaut (PD), la perte en cas de défaut (LGD) et l'exposition au défaut (EAD).

En ce qui concerne l'immobilier commercial, Bâle II maintient la pondération à 100%. De plus, les institutions financières voulant utiliser la méthode interne doivent maintenant estimer la probabilité de défaut, la perte en cas de défaut et l'exposition au défaut pour leurs prêts hypothécaires commerciaux.

Bâle II introduit la composante de risque de marché aux exigences de capital réglementaires en lien avec l'amendement de 1996 et ajoute également une composante de

¹⁹ Basel Committee on Banking Supervision-Amendment to the Capital Accord to incorporate market risks-Updated November 2005-Bank for International Settlements.

risque opérationnel, soit le risque de subir des pertes associées à une panne du système informatique, une fraude, une catastrophe naturelle, etc.

2.12.4 Bâle II.5

Bâle II a précédé de peu la crise financière de 2007-2009 et quelques modifications ont été apportées à l'accord de Bâle II, qu'on appelle Bâle II.5. Ces modifications ont été mises en place le 31 décembre 2011. En effet, suite aux pertes importantes qu'ont subies les institutions financières au début de la crise, la BRI a modifié les règles de calcul des fonds propres pour le risque de marché. Les principaux objectifs ont été d'accroître considérablement les fonds propres des banques pour le risque de marché ainsi que d'estimer la VAR extrême.

2.12.5 Bâle III

Suite à Bâle II et aux modifications apportées par l'amendement de 1996 et par Bâle II.5, le comité de Bâle a instauré Bâle III. Cet accord vient, entre autres, renforcer le capital nécessaire pour couvrir les risques de crédit, les risques de marché et les risques opérationnels et vient intégrer des exigences en matière de risque de liquidité.

En ce qui concerne l'immobilier commercial, Bâle III vient répartir la pondération pour les prêts hypothécaires commerciaux entre 50% et 150% dépendamment du type d'immeuble et du type de prêt²⁰. En effet, Bâle III vient classer les prêts hypothécaires commerciaux en trois catégories distinctes : prêts pour immeubles multifamiliaux (*Multifamily loans*), prêts pour immeubles non-HVCRE et non-multifamiliaux (*Non-HVCRE/non-multifamily loans*) et prêts pour immeubles commerciaux à grande volatilité (*High-volatility commercial real estate (HVCRE) loans*).

Premièrement, la catégorie des prêts pour immeubles multifamiliaux est désormais pondérée à 50% si les emprunteurs respectent les échéances et si le prêt respecte certains critères de crédit spécifiques.

Deuxièmement, la catégorie des prêts pour immeubles non-HVCRE et non-multifamiliaux, qui est la catégorie des prêts qui ne se retrouvent ni dans la première catégorie ni dans la troisième catégorie, est pondérée à 100%.

Finalement la catégorie des prêts *HVCRE* englobe les prêts immobiliers commerciaux plus risqués qui comprennent les facilités de crédit qui financent l'acquisition, le développement ou la construction d'actifs immobiliers commerciaux. Ces prêts sont généralement pondérés à 150%, à moins de respecter des exigences spécifiques auquel cas ils seraient pondérés à 100%.

2.12.6 Solvabilité I

Cependant, il n'y a pas seulement que les banques qui sont règlementées au niveau de leurs expositions au risque de marché de l'immobilier commercial, il y a également les compagnies d'assurance. En Europe, les directives de 1973 (73/239/EEC) (*First Non-Life*

²⁰Rubin, J., Giczewski, S., Olson, M. (2013)-Basel III's implications for commercial real estate-Ernst & Young LLP, Financial Services-August 2013

Directive) et de 1979 (79/267/EEC) (*First Life Directive*) pour les compagnies d'assurance de dommages et d'assurance-vie, respectivement, ont ouvert la voie à un système de réglementation établissant une marge de solvabilité adéquate à respecter pour les compagnies d'assurances européennes : Solvabilité I. Cependant, les directives de Solvabilité I avaient comme principaux buts la révision et l'amélioration des exigences de marges de solvabilité et non pas la mesure du risque de marché pris par les compagnies d'assurances. Ainsi, le véritable risque pris par les compagnies d'assurance, incluant l'exposition au risque du marché immobilier commercial, allait être mieux défini et mieux règlementé un peu plus tard avec Solvabilité II.

2.12.7 Solvabilité II

L'accord de Solvabilité II introduit en 2009 (2009/138/EC) a poussé un peu plus loin la réglementation sur l'exposition aux risques des compagnies d'assurance, notamment au niveau du risque de marché immobilier commercial²¹. En effet, les régulateurs ont développé un modèle de Valeur à risque (VAR) standard à partir de l'indice immobilier IPD UK Monthly Property Index Total return. Le comité développe un modèle de VAR par simulation historique à partir des données de l'indice. Au seuil de signification de 0.5%, les régulateurs stipulent qu'un minimum de 200 données mensuelles est nécessaire à la mise en place d'une telle Valeur à risque, ce qui représente 17 ans de données. Avec suffisamment de données, un investisseur pourrait simplement observer le percentile correspondant au seuil de signification désiré dans la distribution empirique pour estimer la VAR par simulation historique inconditionnelle. Cependant, une telle mesure de Valeur à risque est souvent très difficile, voire même impossible à mettre en place en raison du manque flagrant de données portant sur l'immobilier. Les investisseurs doivent donc utiliser d'autres méthodes afin d'estimer la VAR pour l'immobilier direct. De ce fait, le comité laisse la porte ouverte aux investisseurs désirant mettre en place des modèles internes (faits maison). Après avoir estimé la VAR avec le modèle standard, les régulateurs ont implanté la mesure d'exigence de capital requise pour les investissements immobiliers en Europe. Cette exigence stipule que l'investisseur doit conserver au moins 25% de la VAR estimée sous forme de réserves.

Bien que cette exigence soit entièrement basée sur un indice britannique, elle s'applique pour les investissements immobiliers de toute l'Europe. Les régulateurs ont utilisé cet indice en raison de la fréquence élevée de ses données (mensuelle) et en raison de la fiabilité de l'indice pour bien représenter le marché immobilier commercial européen. En effet, l'indice IPD UK Monthly Property Index Total return est l'un des rares indices à avoir une fréquence mensuelle dans le monde. Les régulateurs sont conscients des défauts de leur modèle, dont l'absence de corrections pour mieux représenter le caractère non normal des rendements immobiliers et le conservatisme dans l'utilisation de l'indice du rendement total, suggérant que les rendements locatifs sont réinvestis à un taux équivalent. Cependant, en raison du manque flagrant de données disponibles et en raison de la faible

²¹ Ernst & Young (2015)-Commercial real estate debt, an interesting proposition for European insurers.

exposition des assureurs européens au marché immobilier relativement à leur portefeuille total, les régulateurs ne tentent pas d'améliorer outre mesure leur modèle.

3 Revue de littérature sur l'évaluation immobilière et ses facteurs de risque

3.1 Modèles de prévision de la valeur des actifs immobiliers

Dans la littérature portant sur l'évaluation immobilière, la plupart des auteurs utilisent le modèle d'actualisation des flux monétaires (*Discounted Cash Flow*) afin d'estimer la valeur actuelle des investissements immobiliers. Par exemple, le modèle DCF en contexte d'investissement immobilier avec économies d'impôts tel qu'illustré par Hoesli, Jani et Bender (2005) se formule comme suit :

$$PV_0 = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+k_u)^t} + \sum_{t=1}^n \frac{k_i * \tau * D_{t-1}}{(1+k_i)^t} + \frac{TV_n}{(1+k_u)^n}$$

Où k_u correspond au taux de rendement exigé pour un immeuble financé à 100% par l'équité, FCF_t correspond aux flux monétaires après impôts à la période t , k_i correspond au coût de la dette avant impôt, τ correspond au taux d'impôt, D_t correspond à la valeur de la dette à la période t et TV_n correspond à la valeur terminale de l'immeuble, soit la valeur de revente à la période n .

En effet, la valeur terminale correspond au montant auquel l'investisseur pense pouvoir revendre l'actif après la période de détention. La valeur terminale correspond donc à la valeur marchande de l'actif à la fin de la période de détention.

Le modèle DCF en contexte d'investissement libre d'impôts également illustré par les auteurs se formule comme suit :

$$PV_0 = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+k_u)^t} + \frac{TV_n}{(1+k_u)^n}$$

Similairement, dans leur chapitre sur l'évaluation immobilière par la méthode du revenu (*income approach*), Brueggeman et Fisher (2008) établissent la valeur actuelle de l'actif immobilier selon :

$$PV_0 = PVFCF + PVTV$$

Où $PVFCF$ correspond à la somme des flux monétaires après impôts actualisés au taux d'actualisation approprié et $PVTV$ correspond la valeur terminale actualisée aussi au taux d'actualisation approprié.

La valeur terminale, soit la valeur marchande au moment de la mise en vente de l'actif, s'estime comme une perpétuité, similairement au *Dividend growth model* introduit par Gordon (1959) :

$$P = \frac{D_1}{k - g}$$

La valeur terminale est estimée en divisant les flux monétaires après impôts de la période suivant la vente (n+1) par la différence entre le taux de rendement exigé et le taux de croissance perpétuel des flux monétaires. Hoesli, Jani et Bender (2005) définissent la valeur terminale selon :

$$TV_n = \frac{FCF_{n+1}}{k_u - \bar{g}} = \frac{(FCF_n + FCF_{n-1} + FCF_{n-2})}{3} \frac{(1 + \bar{g})}{k_u - \bar{g}}$$

Où \bar{g} correspond au taux de croissance perpétuel des flux monétaires. Les auteurs estiment donc les flux monétaires après impôts de la prochaine période en calculant la moyenne arithmétique des flux monétaires des trois dernières années, pour ensuite la multiplier par $(1 + \bar{g})$ afin d'insérer le facteur de croissance.

Brueggeman et Fisher (2008) estiment également la valeur terminale selon :

$$TV_n = \frac{FCF_{n+1}}{k_u - \bar{g}}$$

Cependant, contrairement à Hoesli, Jani et Bender (2005), les auteurs utilisent directement la valeur prévue (*forecasted*) des flux monétaires après impôts à la période n+1 au lieu d'utiliser la moyenne arithmétique des trois dernières années.

Certains auteurs tel que Hoesli, Jani, Bender (2015), Ho, Addae-Dapaah et Glascock (2015) et Hutchison et al. (2012) vont décomposer le taux de rendement exigé (k_u) en deux parties, soit la somme du taux sans risque et de la prime de risque immobilière.

$$k_u = Rf + \pi$$

La section 9 de l'annexe 1 couvre différents modèles de prévision utilisés dans la littérature pour modéliser la prime de risque immobilière.

D'autres auteurs utilisent le taux de capitalisation (*cap rate*) comme dénominateur dans l'estimation de la valeur terminale au lieu d'utiliser la différence entre le taux de rendement exigé et le taux de croissance ($k_u - \bar{g}$). Wofford (1978) utilise la formule suivante dans l'estimation de la valeur terminale :

$$TV_n = \frac{FCF_{n+1}}{Cap. rate (\%)}$$

Il faut savoir que Wofford (1978) et bien d'autres auteurs n'actualisent pas les flux monétaires perçus durant la période de détention comme c'est le cas des auteurs utilisant le modèle d'actualisation des flux monétaires (DCF), ces auteurs évaluent plutôt la valeur marchande de l'immeuble au temps t=0 (aujourd'hui) selon une perpétuité, soit en divisant directement les flux monétaires après impôts de la prochaine période par le taux de capitalisation actuel. Dans ce cas-ci, la valeur terminale correspond à la valeur actuelle, car il n'y a pas de période de détention (n=0). Autrement dit, lorsque l'actif immobilier est évalué à l'aide d'une perpétuité, la valeur marchande au temps t=0 correspond à la valeur actuelle de l'actif et à sa valeur terminale.

$$PV_0 = TV_0 = \frac{FCF_1}{Cap.rate(\%)}$$

Le taux de capitalisation se calcule en divisant les flux monétaires après impôts par la valeur marchande de l'actif. Autrement dit, on calcule la proportion (en pourcentage) de la valeur marchande que l'on reçoit, en flux monétaires, chaque année. Par exemple, si le taux de capitalisation sur un immeuble est de 10%, alors l'investisseur reçoit approximativement un revenu net d'opération correspondant à 10% de la valeur marchande de son immeuble chaque année.

$$PV_0 = \frac{FCF}{Cap.rate(\%)} \leftrightarrow Cap.rate(\%) = \frac{FCF}{PV_0}$$

Évidemment, les taux de capitalisation publiés par les grandes firmes de recherche immobilière comme Colliers International, Jones Lang Lasalle et CBRE sont des moyennes de secteurs. Ainsi, les taux de capitalisation publiés sont des mesures de rentabilité moyenne par rapport à la valeur des actifs, pour des immeubles de même type dans un secteur donné.

Cependant, tel qu'illustré par Koubkova (2015), le modèle utilisant le taux de capitalisation et le modèle utilisant la différence entre le taux de rendement exigé et le taux de croissance perpétuel sont équivalents puisqu'ils sont tous deux des modèles de perpétuité évaluant la valeur marchande d'un actif immobilier. Ainsi, le taux de capitalisation (Cap. rate) est égal à la différence entre le taux d'actualisation et le taux de croissance :

$$PV_0 = \frac{FCF}{Cap.rate} = \frac{FCF}{k_u - \bar{g}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{FCF_0(1 + \bar{g})^n}{(1 + k_u)^n}$$

Cependant, l'investisseur ne doit pas seulement estimer la valeur de l'immeuble sous étude, il doit également examiner toutes les variables qui influencent cette valeur. Tel que mentionné précédemment, la valeur de l'actif immobilier peut s'estimer à partir du modèle d'actualisation des flux monétaires selon :

$$PV_0 = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1 + k_u)^t} + \frac{TV_n}{(1 + k_u)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1 + k_u)^t} + \frac{\left(\frac{FCF_{n+1}}{k_u - \bar{g}}\right)}{(1 + k_u)^n} = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1 + k_u)^t} + \frac{\left(\frac{FCF_{n+1}}{Cap.rate(\%)}\right)}{(1 + k_u)^n}$$

La valeur de l'actif immobilier est donc affectée directement par les flux monétaires (FCF_t), par le taux de rendement exigé (k_u) et par le taux de croissance perpétuel (\bar{g}).

L'[annexe 1](#) englobe cinq sections portant sur différents modèles de prévision utilisés dans la littérature pour modéliser : le taux de croissance des flux monétaires, le prix des actifs immobiliers, le rendement des actifs immobiliers, le taux de capitalisation et le taux de rendement exigé, soit les sections 1, 5, 6, 7 et 8, respectivement.

3.2 Facteurs de risque liés à la valeur des actifs immobiliers

Voyons maintenant les différents facteurs de risque qui influencent les différentes variables de l'évaluation immobilière, soit directement ou indirectement.

En contexte de mesure de risques et de mesure de l'incertitude pour un portefeuille d'actifs immobiliers, il est important pour les analystes de bien comprendre ces différents facteurs ainsi que leur volatilité respective pour effectuer une bonne décision d'investissement. Nous classons ces facteurs en deux grandes catégories : les facteurs de risque typiquement immobiliers et les facteurs de risque macroéconomiques.

3.2.1 Facteurs de risque typiquement immobiliers

Il existe une multitude de variables typiquement immobilières pouvant affecter l'investissement immobilier, et les énumérer entièrement dépasserait largement l'objectif du présent mémoire. Nous nous concentrerons donc sur les éléments les plus importants qui ont été utilisés par les auteurs de la littérature.

Les variables typiquement immobilières comme le taux de vacances, le taux de croissance des loyers, le niveau des dépenses opérationnelles (OPEX) et le niveau des dépenses en capital (CAPEX) sont tous des variables ayant un impact direct sur les flux monétaires (FCF_t). De plus, certaines de ces variables ont également un impact indirect sur le taux de rendement exigé, sur le taux de capitalisation et sur la prime de risque immobilière, que nous traiterons un peu plus loin.

3.2.1.1 Taux de vacances

Le taux de vacances de l'immeuble correspond à la proportion des locaux qui sont inoccupés par rapport à l'ensemble des locaux de l'immeuble. Le taux de vacances affecte directement les flux monétaires de l'immeuble. Par exemple, une hausse du taux de vacances viendrait réduire les flux monétaires, puisque la proportion de locaux inoccupés augmenterait.

De plus, le taux de vacances a également un impact indirect sur le taux de capitalisation, et donc sur l'écart entre le taux de rendement exigé et le taux de croissance des flux monétaires après impôts ($k_u - g$). Par exemple, une augmentation du taux de vacances moyen des immeubles d'un secteur aurait un effet indirect sur le taux de capitalisation moyen des immeubles de ce même secteur. En effet, si les immeubles de ce secteur ont plus de locaux vacants qu'auparavant, ils généreront moins de flux monétaires et leur rentabilité en sera diminuée, ce qui viendrait réduire les prix des actifs et augmenter le taux de capitalisation. Plusieurs auteurs incluent le taux de vacances, ou la variation du taux de vacances, à leur modèle de régression multiple du taux de capitalisation, du taux de rendement exigé ou de la prime de risque immobilière.

McDonald et Dermisi (2009) et Elliehausen et Nichols (2012) incluent le taux de vacances à leur modèle de taux de capitalisation, alors que McDonald et Dermisi (2008) et Ho, Addae-Dapaal et Glascock (2015) incluent le taux de vacances à leur modèle de taux de rendement exigé et de prime de risque immobilière, respectivement.

3.2.1.2 Taux de croissance des flux monétaires

Le taux de croissance des flux monétaires générés par l'immeuble affecte directement les flux monétaires générés par l'immeuble par l'entremise des loyers perçus par

l'investisseur. Par exemple, une baisse du taux de croissance viendrait stagner, voire même réduire les loyers demandés par l'investisseur.

D'ailleurs, le taux de croissance perpétuel des flux monétaires (g) fait partie intégrante de la formule de la valeur terminale de l'actif immobilier : $TV_n = \frac{FCF_{n+1}}{k_u - g}$. Ainsi, si le taux de croissance stagne ou décroît à long terme, cela vient affecter directement la valeur terminale, et donc la valeur du bien immobilier.

Le taux de croissance peut également avoir une influence sur le taux de capitalisation. En effet, Hendershott et MacGregor (2005) incluent le taux de croissance réel espéré (*expected future real rental growth*) à leur modèle du taux de capitalisation.

3.2.1.3 Dépenses opérationnelles (OPEX)

Les dépenses opérationnelles affectent directement les flux monétaires. Une hausse significative des dépenses d'opération viendrait réduire les flux monétaires de l'immeuble. Cette variable peut également influencer indirectement le taux de capitalisation (*Cap. rate*) et donc l'écart entre le taux de rendement exigé et le taux de croissance ($k_u - \bar{g}$). Par exemple, une hausse imprévue du niveau des dépenses opérationnelles réduirait la rentabilité de l'actif immobilier, ce qui ferait diminuer la valeur de l'actif immobilier et augmenter son taux de capitalisation.

3.2.1.4 Dépenses en capital (CAPEX)

Les dépenses en capital affectent directement les flux monétaires. Si l'investisseur effectue beaucoup de dépenses en capital durant une certaine année, les flux monétaires générés par l'immeuble seront moins élevés pour cette période.

3.2.1.5 Âge de l'immeuble

L'âge de l'immeuble est un facteur de risque qui affecte indirectement l'évaluation immobilière par l'entremise du taux de capitalisation, du taux de rendement exigé et de la prime de risque immobilière. Un immeuble construit il y a longtemps ne sera pas évalué comme un immeuble neuf. L'âge de l'immeuble est donc un facteur négatif relativement à l'évaluation immobilière. McDonald et Dermisi (2009) et Elliehausen et Nichols (2012) incluent l'âge de l'immeuble dans leur modèle du taux de capitalisation. Similairement, McDonald et Dermisi (2008) et Hoesli, Jani et Bender (2005) incluent l'âge de l'immeuble à leur modèle du taux de rendement exigé et de la prime de risque immobilière, respectivement.

3.2.1.6 Qualité de l'immeuble (*Class*)

La qualité de l'immeuble est également un facteur à considérer puisqu'il affecte indirectement l'évaluation. Pour une même superficie locative, un immeuble de classe A sera évalué à une valeur supérieure par rapport à un immeuble de classe B ou C. La qualité de l'immeuble est donc un facteur positif relativement à l'évaluation immobilière. McDonald et Dermisi (2009), McDonald et Dermisi (2008) et Hoesli, Jani et Bender (2005) incluent la qualité de l'immeuble à leur modèle du taux de capitalisation, du taux de rendement exigé et de la prime de risque immobilière, respectivement.

3.2.1.7 Localisation

La localisation est un facteur important puisqu'elle affecte également l'évaluation immobilière de façon indirecte. Certaines régions métropolitaines d'un pays, tout comme certains arrondissements clés d'une région métropolitaine, sont plus prisées que d'autres, ce qui rend la demande des locataires beaucoup plus élevée pour ces secteurs ce qui vient gonfler les prix de ces actifs. Jud et Winkler (1995), Sivitanides et al. (2001), Elliehausen et Nichols (2012) et Peng (2013) incluent des variables binaires propres à la localisation dans leur modèle du taux de capitalisation et Hoesli, Jani et Bender (2005) et Ho, Addae-Dapaah et Glascock (2015) les incluent dans leur modèle de prime de risque.

3.2.1.8 Rénovations

Le fait qu'il y a eu, ou non, des rénovations et des améliorations apportées à l'immeuble relativement récemment est un autre facteur à considérer. Théoriquement, si l'on comparait deux immeubles parfaitement identiques, où l'un aurait été rénové récemment et l'autre non, l'immeuble ayant été rénové serait évalué supérieurement à l'immeuble n'ayant pas été rénové. Ainsi, les rénovations sont un facteur positif relativement à l'évaluation immobilière. McDonald et Dermisi (2009) et Elliehausen et Nichols (2012) incluent la rénovation à leur modèle du taux de capitalisation et McDonald et Dermisi (2008) l'inclut à son modèle du taux de rendement exigé.

3.2.2 Facteurs de risque macroéconomiques

D'autres variables, qui sont quant à eux des variables macroéconomiques, ont également une influence sur l'évaluation immobilière. Certaines de ces variables ont une influence directe sur les flux monétaires alors que d'autres ont plutôt une influence indirecte sur le taux de capitalisation, sur la prime de risque immobilière, sur le taux de rendement exigé (k_u) ainsi que sur le taux de croissance (\bar{g}).

Très peu de variables macroéconomiques ont un impact direct sur le taux de rendement exigé (k_u) et sur le taux de croissance (\bar{g}). Cependant, il existe une multitude de facteurs macroéconomiques qui peuvent influencer ces variables, ayant donc un impact indirect sur k_u et \bar{g} . Ces facteurs sont souvent intégrés dans des modèles de régression multiple en tant que variables explicatives de la variable influencée. Par exemple, il se peut que le taux de rendement exigé (k_u) soit influencé par le taux d'intérêt sans risque et par une prime de risque liée aux actifs immobiliers. Ainsi, le taux d'intérêt sans risque et la prime de risque immobilière seraient deux facteurs de risque macroéconomiques qui pourraient être des variables explicatives du taux de rendement exigé.

La littérature portant sur les facteurs de risque pouvant influencer l'évaluation immobilière englobe énormément de facteurs macroéconomiques. L'énumération de l'ensemble des facteurs macroéconomiques pouvant avoir une influence sur l'évaluation immobilière dépasse largement l'objectif du mémoire. Cependant, nous vous présentons les facteurs qui, selon notre opinion, semblent faire consensus dans la littérature.

3.2.2.1 Taux d'inflation

L'inflation est un facteur de risque important pour l'investissement immobilier, puisqu'elle influence le prix des actifs. Toutefois, elle peut également influencer les flux monétaires générés par les actifs.

L'inflation aura un effet sur les flux monétaires des immeubles dont les loyers sont indexés à l'inflation annuelle ou à un pourcentage de l'inflation annuelle. Pour de tels loyers, une baisse du taux d'inflation viendra ralentir la croissance des loyers. Cependant, il existe d'autres types de loyers qui ne sont pas indexés à l'inflation. Par exemple, il existe des loyers indexés à un taux fixe, des loyers indexés au niveau des loyers au marché (*rental market value*) et des loyers qui ne sont pas indexés, pour n'en nommer que quelques-uns.

En ce qui concerne l'influence de l'inflation sur l'évaluation immobilière, plusieurs auteurs ont utilisé le taux d'inflation en tant que variable explicative de leur modèle. Sivitanides et al. (2001) et Elliehausen et Nichols (2012) incluent respectivement l'inflation annuelle et la variation de l'indice des prix à la consommation (IPC) dans leur modèle du taux de capitalisation. Plakandaras et al. (2015) inclut également l'inflation dans son modèle du prix des maisons, alors que Ling et Naranjo (1997) incluent l'inflation non anticipée et la variation de l'inflation anticipée dans leur modèle des rendements immobiliers.

Une section portant sur différents modèles de prévision utilisés dans la littérature pour modéliser le taux d'inflation et la variation de l'IPC est présentée à la section 10 de l'annexe 1.

3.2.2.2 Taux d'intérêt

Premièrement, le taux d'intérêt peut influencer les flux monétaires générés par les actifs. En effet, le taux d'intérêt hypothécaire affecte les flux monétaires des actifs détenus avec de la dette (effet de levier). Les flux monétaires générés par ces actifs diminueraient à la suite d'une hausse des taux d'intérêt, puisque les dépenses d'intérêt augmenteraient. Les immeubles détenus à 100% par l'équité ne verraient pas leurs flux monétaires affectés par une hausse des taux d'intérêt puisqu'aucune dépense ni aucun revenu ne serait directement lié au taux d'intérêt.

Le taux d'intérêt est également un facteur de risque important en raison de son influence sur les taux de capitalisation et sur le taux de rendement exigé. Plusieurs auteurs ont établi leurs modèles en y incluant une variable des taux d'intérêt. Le consensus général voulant que si les taux d'intérêt augmentent, les taux de capitalisation et les taux de rendement exigés aient aussi tendance à augmenter, baissant ainsi les valeurs des immeubles.

Cependant, tous les auteurs n'utiliseront pas le même taux d'intérêt. Certains utiliseront le taux des obligations gouvernementales à court terme (considéré comme le taux sans risque) alors que d'autres utiliseront le taux des obligations gouvernementales à long terme.

3.2.2.2.1 Taux sans risque

En général, les auteurs utilisent le taux des bons du Trésor à court terme, soit de 3 à 6 mois, pour le taux sans risque. Hoesli, Jani et Bender (2005) utilisent le taux sans risque afin de modéliser le taux de rendement exigé, tout comme Plakandaras et al. (2015) et Ling et

Naranjo (1997) qui l'incluent dans leur modèle du prix des maisons et du rendement immobilier, respectivement.

Une section portant sur différents modèles de prévision utilisés dans la littérature pour modéliser le taux sans risque est présentée à la section 3 de l'[annexe 1](#).

3.2.2.2.2 Taux des obligations gouvernementales 10 ans

Certains auteurs utilisent également les taux des obligations gouvernementales à plus long terme afin de modéliser leurs variables immobilières. Généralement, les auteurs utilisent les taux du gouvernement 10 ans. C'est le cas de Sivitanides et al. (2001) et Elliehausen et Nichols (2012) qui utilisent les taux du gouvernement 10 ans dans la modélisation du taux de capitalisation. Plakandaras et al. (2015) utilisent également les taux à long terme du gouvernement dans leur modèle du prix des maisons.

Bien qu'ils n'utilisent pas directement le taux du gouvernement à long terme, Ling et Naranjo (1997) utilisent la prime de la structure à terme des taux, soit la différence entre les taux du gouvernement 10 ans et les taux des bons du Trésor 3 mois, afin de modéliser les rendements immobiliers.

Bien que le lien entre le taux d'intérêt et les taux de capitalisation soit évident dans la littérature, cette relation demeure théorique, car dans la pratique, cette relation n'est pas aussi évidente. Comme l'a indiqué Clayton (2014) dans sa présentation à la convention NCREIF à l'été 2014, depuis les 20 dernières années, lorsque les taux d'intérêt ont subi des hausses substantielles, les taux de capitalisation sont demeurés relativement stables. De plus, Storey (2016) mentionne que contrairement aux taux d'intérêt, les taux de capitalisation varient d'un type de propriétés à un autre et d'un endroit à un autre. L'auteur mentionne que la région géographique, le type de propriété et les économies locales ont une grande influence sur les taux de capitalisation et que même si les taux d'intérêt jouent un rôle majeur dans l'estimation de ceux-ci, d'autres facteurs comme l'offre et la demande, l'inflation, le chômage, les déplacements de capitaux et l'appétit pour le risque ont aussi une influence sur eux. Le risque de marché pouvant faire varier défavorablement les taux de capitalisation ne dépend donc pas uniquement des taux d'intérêt, mais de plusieurs autres choses, ce qui rend la gestion de l'incertitude encore plus complexe.

Une section portant sur différents modèles de prévision utilisés dans la littérature pour modéliser le taux des obligations gouvernementales 10 ans est présentée à la section 11 de l'[annexe 1](#).

3.2.2.3 Variables liées au risque de crédit

Puisque le risque de crédit fait partie de l'investissement dans la classe d'actifs immobiliers, plusieurs auteurs incluent des variables approximatives (*proxy*) du risque de crédit à leur modèle. Elliehausen et Nichols (2012) inclut les taux des obligations corporatives AAA à leur modèle du taux de capitalisation. De plus, les auteurs incluent également une prime de risque de crédit à leur modèle, qu'ils approximent (*proxy*) par l'écart entre les taux des obligations corporatives Baa et les taux des obligations corporatives Aaa. D'autres auteurs ont également inclus une prime de risque de crédit à

leur modèle. Jud et Winkler (1995) incluent l'écart de crédit (*debt spread*), soit la différence entre le taux de la dette risquée et le taux sans risque, dans leur modèle du taux de capitalisation. Ling et Naranjo (1997), quant à eux, utilisent la prime de défaut liée aux obligations corporatives, soit l'écart entre les taux des obligations corporatives Baa et les taux du gouvernement à long terme (Baa-T), pour modéliser les rendements immobiliers.

Deux sections portant sur différents modèles de prévision utilisés dans la littérature pour modéliser le taux des obligations corporatives AAA et l'écart de crédit Baa-Aaa sont présentées aux sections 12 et 13 de l'annexe 1, respectivement.

3.2.2.4 Variables liées au marché boursier

Quelques auteurs ont inclus différentes variables liées à la performance du marché boursier dans leurs modèles. Le consensus général voulant que la performance du marché boursier reflète la performance de l'économie en général, et donc reflète la performance de la classe d'actifs immobiliers. Si le marché boursier d'un pays est dans un cycle haussier (*bull market*), il est fort probable que ce pays soit en période d'expansion économique, ce qui affecterait positivement les prix des actifs immobiliers.

3.2.2.4.1 Variation et rendements de l'indice boursier

Elliehausen et Nichols (2012) utilisent la variation de l'indice S&P500 dans la modélisation du taux de capitalisation. La section 14 de l'annexe 1 couvre différents modèles de prévision du rendement des indices boursiers.

3.2.2.4.2 Prime de risque de marché

Ling et Naranjo (1997) utilisent le rendement excédentaire du portefeuille pondéré par la valeur (*value-weighted*) composé des indices NYSE, AMEX et NASDAQ dans leur modèle des rendements immobiliers. Le rendement excédentaire se calcule en soustrayant le taux des bons du trésor 3 mois au rendement réalisé du marché.

Certains auteurs utilisent d'ailleurs le rendement excédentaire du marché comme mesure de la prime de risque de marché (*equity risk premium*), qu'ils insèrent ensuite dans leur modèle. C'est le cas de Jud et Winkler (1995) qui utilisent le rendement excédentaire en tant qu'*equity spread* dans leur modèle du taux de capitalisation.

La section 15 de l'annexe 1 couvre différents modèles de prévision de la prime de risque de marché.

3.2.2.4.3 Bénéfice sur cours (Earnings/Price) et Rendement en dividende (Dividend yield)

Evans (1990) utilise le ratio bénéfice sur cours ($\frac{Earnings}{Price}$) de l'indice S&P500 dans son modèle du taux de capitalisation. Ling et Naranjo (1997) et Hendershott et MacGregor (2005) utilisent plutôt le rendement en dividende (*dividend yield*) dans leur modèle des rendements et du taux de capitalisation, respectivement.

3.2.2.5 Indices immobiliers

Plusieurs auteurs insèrent la variation, le rendement ou même le niveau d'un indice immobilier dans leur modèle. Nous traiterons de deux types d'indices immobiliers utilisés

par les auteurs de la littérature : les indices du prix des actifs et les indices du niveau des loyers.

3.2.2.5.1 Indices des prix des actifs

Les indices des prix utilisés mesurent l'évolution des prix des maisons ou l'évolution des prix des immeubles commerciaux, dépendamment quel type d'indice l'auteur privilégie.

Les indices immobiliers portant sur les immeubles commerciaux, résidentiels et sur les maisons unifamiliales ont une fréquence de variation très basse. Cette fréquence relativement basse des variations des indices est due à la très basse fréquence des transactions dans le marché immobilier et à la basse fréquence de l'évaluation des actifs immobiliers. Pour les indices basés sur l'évaluation des actifs (*appraisal-based value indexes*), les valeurs des immeubles sont évaluées par les analystes et non pas enregistrées suite à une transaction. Ces indices sont donc plus stables que les autres types d'indices. Par exemple, tel qu'indiqué par Fisher, Geltner et Webb (1994), l'indice trimestriel Russell-NCREIF présente beaucoup moins de volatilité que des indices de valeur au marché (*market value indices*) d'autres classes d'actifs. Les auteurs expliquent qu'en combinant des valeurs récentes provenant de la méthode de transactions comparables (*comparable sales method*) avec des valeurs d'évaluation passées pour établir la valeur d'un immeuble, l'indice va lisser (*smoothing*) à travers le temps les valeurs provenant de transactions dans les valeurs d'évaluation. De plus, les auteurs mentionnent qu'avec de tels indices, où les actifs sont évalués à différents moments durant chaque trimestre, les valeurs seront regroupées en moyenne afin d'estimer la valeur pour ce trimestre, ce qui fait que la valeur de l'indice devient une moyenne mobile de valeurs "spot", ajoutant une autre source de lissage dans la construction de l'indice. Afin de contrer le phénomène de "smoothing", les auteurs utilisent différents modèles de délissage (*unsmoothing*), dont le modèle d'autocorrélation d'ordre 1 proposé par Geltner (1993). Une explication détaillée du délissage (*unsmoothing*) et du modèle de Geltner (1993) sera présentée dans la méthodologie à la section 5.4.3.1.

Elliehausen et Nichols (2012) insèrent la variation de l'indice du prix des maisons dans leur modèle du taux de capitalisation. Peng (2013) fait de même, mais prend plutôt la variation décalée (*lagged*) de l'indice, où le décalage correspond à un trimestre. Plakandaras et al. (2015) estiment le prix réel des maisons (*real house prices*) à partir d'un indice du prix des maisons aux États-Unis et l'incluent à leur modèle du prix (nominal) des maisons. Finalement, Ling et Naranjo (1997) estiment le rendement trimestriel (quarterly income yield) de l'indice immobilier commercial *total NCREIF index* et l'intègrent à leur modèle des rendements immobiliers commerciaux.

La section 2 de l'annexe 1 couvre différents modèles de prévision de l'indice du prix des maisons.

3.2.2.5.2 Indices du niveau des loyers

Afin de modéliser le taux de capitalisation, Sivitanides et al. (2001) incluent le niveau de l'indice des loyers réels par région métropolitaine (*MSA*) ainsi que la variation annuelle en pourcentage de celui-ci.

3.2.2.6 Taux de chômage et taux d'emploi

Finalement, certains auteurs ont inclus des variables relatives à la situation de l'emploi dans leurs modèles. Le consensus général voulant qu'un marché où le taux de chômage est en forte baisse corresponde fort probablement à un marché en période d'expansion économique, ce qui contribuera à la croissance des prix du marché immobilier. D'ailleurs, Plakandaras et al. (2015) incluent le taux de chômage à leur modèle du prix des maisons.

De plus, McDonald et Dermisi (2009) et McDonald et Dermisi (2008) incluent la variation du taux d'emploi du secteur financier dans leurs modèles respectifs du taux de capitalisation et du taux de rendement exigé pour les immeubles à bureaux du centre-ville de Chicago. Les auteurs stipulent qu'une telle variable est pertinente dans ce contexte puisque les principaux facteurs influençant les flux monétaires de l'immeuble sont les caractéristiques principales de l'immeuble, le taux d'occupation actuel et le taux d'emploi dans le secteur financier.

3.3 Mesures d'incertitudes liés aux facteurs de risque

La mesure de l'incertitude et la mesure des risques deviennent donc primordiales pour un investisseur institutionnel qui désire prendre une décision d'investissement éclairée, que ce soit par rapport au risque de marché, au risque géographique ou au risque relatif à la classe d'actifs, pour n'en nommer que quelques-uns. En mesurant de manière quantitative l'incertitude (à l'aide de modèles de variance) et le rendement espéré (à l'aide de modèles de régression) relié à ces différents marchés, l'analyste peut étudier la relation risque-rendement et déceler quels marchés seraient sous-évalués par rapport à ceux qui seraient surévalués. Un tel outil pourrait ajouter de la crédibilité à une recommandation d'investissement et pourrait aider les investisseurs institutionnels du monde entier à effectuer de meilleures décisions d'allocation d'actifs pour leur portefeuille immobilier.

3.3.1 Modèles de variance

Une fois que les modèles de régression de chaque facteur de risque sont établis, les analystes doivent travailler sur les erreurs de régression afin de bien mesurer la dispersion de chaque facteur considéré. La dispersion peut être mesurée en analysant la volatilité des erreurs de régression, généralement par l'entremise de la variance des erreurs de régression.

Les analystes doivent travailler avec des distributions d'erreurs de régression, où la variance de l'erreur est parfois indépendante dans le temps, et parfois dépendante dans le temps. On fait généralement référence à ces modèles comme étant respectivement des modèles inconditionnels et conditionnels. Les variances inconditionnelles ne corrigent pas l'hétéroscédasticité et la dépendance sérielle. La variance est inconditionnelle, c'est-à-dire qu'elle n'a pas été modélisée afin d'être conditionnelle à des informations connues aux périodes précédentes. Les variances conditionnelles, quant à elles, incorporent un modèle

prévisionnel. Ces modèles prévisionnels permettent de mieux mesurer la volatilité de la distribution pour la prochaine période, en se basant sur la volatilité passée. Ainsi, la variance de la prochaine période est conditionnelle à la variance des périodes précédentes.

3.3.1.1 Inconditionnelle

Le modèle de variance inconditionnelle servant à mesurer la dispersion des erreurs de régression peut être estimé en calculant simplement la moyenne des variances des erreurs de toute la série, soit le modèle *Equally Weighted Moving Average* (EQWMA).

$$\sigma^2_t = \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m r^2_{t-s}$$

L'utilisation d'une telle méthode sous-entend que la volatilité espérée à la prochaine période ne doit pas être significativement différente de la moyenne historique des variances passées. Cette méthode serait adéquate pour des facteurs ayant des volatilités homoscédastiques et des erreurs indépendantes dans le temps, ce qui est rarement le cas des instruments financiers traditionnels.

3.3.1.2 Conditionnelle

3.3.1.2.1 ARCH

Le premier modèle de prévision de la variance conditionnelle présenté consiste à mesurer la variance de la prochaine période en fonction du carré des innovations précédentes, soit les résidus passés de la série, élevés au carré. Il s'agit du modèle *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) introduit par Engle (1982). Ce modèle de prévision de la variance tient compte de l'hétéroscedasticité des erreurs, c'est-à-dire qu'il tient compte de la magnitude changeante de la variance dans le temps.

$$\sigma^2_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon^2_{t-2} + \alpha_3 \varepsilon^2_{t-3} \dots + \alpha_q \varepsilon^2_{t-q}$$

Sous sa forme simplifiée :

$$\sigma^2_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon^2_{t-i}$$

Les paramètres $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$ du modèle ARCH(q) sont estimés avec erreur.

3.3.1.2.2 GARCH

Le deuxième modèle présenté, qui est en fait une généralisation du modèle ARCH, est le modèle *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH). Introduit par Bollerslev (1986), ce modèle est une extension du modèle ARCH puisqu'en plus d'insérer les résidus passés au carré, l'auteur insère également la variance passée dans le modèle. Par exemple, le modèle GARCH(1,1) s'écrit comme suit :

$$\sigma^2_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} + \beta_1 \sigma^2_{t-1}$$

Similairement, la forme généralisée GARCH(p,q) s'écrit comme suit :

$$\sigma^2_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon^2_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma^2_{t-j}$$

Ainsi, le modèle GARCH introduit un processus autorégressif (AR) à la variance du modèle ARCH.

3.3.1.2.3 GJRGARCH

Plusieurs auteurs se sont basés sur les travaux de Bollerslev (1986) afin d'introduire des modèles dérivés du modèle GARCH. Parmi eux, Glosten, Jagannathan et Runkle (1993) et Engle et Ng (1993) ont introduit le modèle GARCH asymétrique, communément appelé GJRGARCH, qui fait une distinction entre l'effet des termes d'erreurs passés positifs et l'effet des termes d'erreurs passés négatifs sur la variance conditionnelle. Le modèle GJRGARCH(1,1) s'écrit comme suit :

$$\sigma^2_t = \alpha_0 + \alpha \varepsilon^2_{t-1} + \beta \sigma^2_{t-1} + \gamma I^-_{t-1} \varepsilon^2_{t-1}$$

Où le paramètre γ mesure l'effet asymétrique des termes d'erreurs passés négatifs puisque I^- est une variable binaire, affichant la valeur un si le terme d'erreur passé est négatif et la valeur zéro si le terme d'erreur passé est positif. Similairement, la forme généralisée GJRGARCH(p,q) s'écrit comme suit :

$$\sigma^2_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p (\alpha_i + \gamma_i I^-_{t-i}) \varepsilon^2_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma^2_{t-j}$$

Il existe une multitude de modèles économétriques dérivés du modèle GARCH comme les modèles EGARCH, GARCH-M, IGARCH, EVT-GARCH, GARCH-GED et GARCH-X, pour n'en nommer que quelques-uns, qui ne seront pas couverts dans le cadre du présent mémoire.

3.3.1.2.4 Riskmetrics

La variance conditionnelle peut également être estimée par une moyenne mobile pondérée. Ce modèle consiste à pondérer les données selon leur ancienneté. Autrement dit, plus les données sont éloignées dans le temps, moins leur poids dans la moyenne mobile sera important, et ce, de manière exponentielle. On appelle ce modèle : le lissage exponentiel.

$$\sigma^2_t = (1 - \lambda)r^2_t + \lambda(1 - \lambda)r^2_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2 r^2_{t-2} + \lambda(1 - \lambda)^3 r^2_{t-3} + \dots$$

Sous sa forme de moyenne mobile infinie :

$$\sigma^2_t = (1 - \lambda) \sum_{j=1}^{\infty} \lambda^{j-1} r^2_{t-j}$$

Ce modèle s'exprime également comme étant une fonction du rendement au carré et de la variance mesurée à la période t-1, soit :

$$\sigma^2_t = (1 - \lambda)r^2_{t-1} + \lambda\sigma^2_{t-1}$$

Aussi connu sous le nom de modèle *Exponentially Weighted Moving Average* (ci-après nommé EWMA), ce modèle fut introduit par plusieurs auteurs, dont Brown (1956) et Holt (1957). Ces auteurs voulaient développer un modèle de prévision des ventes tenant compte des tendances et de la saisonnalité. Le lissage exponentiel est un modèle de prévision qui tient compte de l'autocorrélation. En effet, puisque $0 < \lambda < 1$, ce modèle affecte un poids de moins en moins élevé aux valeurs passées à mesure qu'elles s'éloignent dans le temps, et ce, de façon exponentielle.

Bien des estimations empiriques peuvent être faites afin d'obtenir la valeur du coefficient (λ) qui rend la prévision la plus précise possible. Certains auteurs ont estimé des valeurs de λ pour lesquelles le modèle serait le plus performant afin de prévoir la variance des rendements financiers. Parmi ces modèles, le modèle Riskmetrics établi par JP MorganReuters (1995) est un modèle EWMA où $\lambda=0,94$ pour les données journalières et $\lambda=0,97$ pour les données mensuelles. Ces valeurs sont devenues des références dans la littérature et plusieurs auteurs les utilisent dans le cadre d'estimations de la variance conditionnelle.

3.3.1.2.5 ARMA

Whittle (1951) et Whittle (1963) décrit un modèle captant à la fois l'autorégression (AR(p)) du paramètre étudié (*Autoregressive model*) :

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \varepsilon_t$$

et la moyenne mobile (MA(q)) de ses erreurs passées (*Moving-Average model*)

$$X_t = c + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

que l'on appelle *Autoregressive-moving-average model* (ci-après nommé modèle ARMA(p,q)).

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Il existe également une généralisation du modèle ARMA permettant la différenciation de la variable sous étude dans le but de transformer une série de données non stationnaire en série stationnaire. Il s'agit du modèle *Autoregressive integrated moving average model* (ARIMA(p,d,q)). Par exemple, un modèle ARIMA(0,1,0), où il n'y aurait qu'une différenciation d'ordre 1, s'écrirait comme suit :

$$X_t - X_{t-1} = c + \varepsilon_t \rightarrow \Delta X_t = c + \varepsilon_t$$

$$\text{où } \Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - L)X_t$$

Ici L est l'opérateur de retard (*lag operator*), où : $L^i * z_t = z_{t-i}$.

Cette méthode a par la suite été popularisée par les travaux de Box et Jenkins (1970), Box et Pierce (1970), Box et Jenkins (1972) et Ljung et Box (1979). Ces auteurs ont introduit un test de sélection par méthode itérative des spécifications du modèle ARMA. Bien que la plupart des modèles ARMA soient utilisés dans un contexte de prévision de la moyenne conditionnelle de données en séries, le modèle peut aussi être utilisé dans un contexte de prévision de la variance.

$$\sigma^2_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i \sigma^2_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Il existe des modèles de prévision où le modèle ARMA s'unit avec un modèle de prévision de la variance RiskMetrics, ARCH ou GARCH. Par exemple, les modèles ARMA-ARCH(p) et ARMA-GARCH(p,q) utilisent le modèle ARMA dans la prévision de l'espérance conditionnelle des rendements.²²

$$\mathbb{E}(Y_t|I_t) = c_0 + \sum_{l=1}^s c_l r_{t-l} + \sum_{k=1}^r \delta_k \varepsilon_{t-k}$$

Tout en utilisant le modèle ARCH(p) ou GARCH(p,q) pour la modélisation et la prévision de la variance conditionnelle à la prochaine période.

$$\mathbb{V}(Y_t|I_t) = \mathbb{V}(\varepsilon_t|I_t) = \sigma^2_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \alpha_j r^2_{t-j} + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma^2_{t-i}$$

De cette manière, l'espérance du rendement de la prochaine période est estimée simultanément avec la variance de la prochaine période.

3.3.2 Normalité et non-normalité

Bien que les erreurs de régression soient généralement distribuées normalement, il est parfois possible que la distribution des erreurs d'une régression ait des caractéristiques non normales. Par exemple, si les valeurs des moments d'ordre 3 (coefficient d'asymétrie) et 4 (coefficient d'aplatissement) de la distribution sont trop éloignées des valeurs théoriques de la loi normale, il est possible de tenir compte de ces caractéristiques dans le processus de diffusion. Par exemple, le terme aléatoire du processus de diffusion d'une variable dont les erreurs ne sont pas distribuées normalement peut être modifié de façon à ce que le bruit blanc dW_t ne soit plus distribué selon une loi normale centrée réduite de moyenne 0 et de variance 1, mais plutôt distribué selon une autre distribution de probabilités. Le plus souvent, cette distribution peut correspondre à la loi t de Student. Le générateur de nombres aléatoires peut donc être basé sur une distribution t de Student au seuil de signification α et au nombre de degrés de liberté ν correspondant au meilleur "fit" de la distribution empirique des erreurs de régression :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma \varepsilon_t \quad \text{Où} \quad \varepsilon_t \sim T(0, \sigma^2, \nu)$$

²² <http://stats.stackexchange.com/questions/41509/what-is-the-difference-between-garch-and-arma>

Par exemple, Kon (1984) utilise la loi de Student symétrique pour tenir compte du coefficient d'aplatissement (*Kurtosis*) plus élevé que la loi normale dans la distribution des erreurs lors de la modélisation des rendements d'actions. McNeil et Frey (2000) utilisent également la distribution de Student afin de corriger l'aplatissement de la distribution des erreurs et mentionnent que cette approche fonctionne bien avec les séries de rendements dont les queues de distribution sont symétriques, mais fonctionne mal lorsque les queues de distribution sont asymétriques. Corlu et Corlu (2015) tentent de tenir compte de l'asymétrie (*Skewness*) et de l'aplatissement (*Kurtosis*) dans la distribution des rendements du taux de change et comparent la distribution lambda généralisée (*Generalized lambda distribution*) avec la distribution normale et la distribution Student asymétrique (*skewed t distribution*). Les auteurs constatent que les trois méthodes performant similairement du point de vue du 'fit', mais que la distribution Student asymétrique et la distribution normale performant légèrement mieux au niveau des queues de distribution.

3.3.3 Corrélation

La corrélation est une mesure statistique servant à établir la force du lien de dépendance entre deux variables aléatoires ou entre deux séries de données. En effet, la corrélation est une mesure n'impliquant que deux variables à la fois. Une étude des liens de dépendance impliquant plus de deux variables à la fois nécessiterait l'utilisation de fonctions de dépendance plus complexes comme les copules, qui ne seront pas traitées dans ce travail.

3.3.3.1 Corrélation de Pearson

Tel que discuté précédemment, la mesure de corrélation la plus fréquemment utilisée dans la littérature financière est la corrélation linéaire, plus particulièrement celle développée par Pearson (1895), puisqu'il s'agit d'une mesure de dépendance entre deux variables linéaires interreliées. Cette mesure est utilisée dans différents contextes comme la diversification, la VAR par simulation Monte-Carlo en immobilier direct et les matrices variance-covariance, pour n'en nommer que quelques-uns. D'ailleurs, la formule de Pearson pour la corrélation découle de la covariance, soit :

$$\rho_{x,y} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])(Y - \mathbb{E}[Y])]}{\sigma_x \sigma_y}$$

On peut écrire le coefficient de corrélation échantillonnal selon :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

En réarrangeant les termes et en remplaçant \bar{x} par $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, on obtient :

$$r = r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

Le coefficient de corrélation de Pearson se situe entre -1 et 1. Une corrélation de +1 correspond à une relation linéaire directe parfaite, alors qu'une corrélation de -1 correspond à une relation linéaire inverse parfaite. Une corrélation de 0, quant à elle, impliquerait une

corrélation nulle entre les deux variables. Autrement dit, plus le coefficient est près de 0, plus la relation de dépendance linéaire est faible, alors que plus le coefficient est près de 1 ou de -1, plus la dépendance linéaire est forte. La corrélation de Pearson suppose par hypothèse que les deux variables doivent être normalement distribuées. De plus, cette mesure se base sur d'autres hypothèses comme l'homoscédasticité et la linéarité des deux variables étudiées. Bien que ces hypothèses soient rarement respectées dans un contexte de rendements financiers ou immobiliers, le coefficient de corrélation de Pearson demeure malgré tout un outil largement utilisé dans la littérature pour mesurer la force du lien de dépendance linéaire qui existe entre les variables.

3.3.3.2 Modèles de matrices variance-covariances (multivarié)

Des modèles de variance peuvent également être estimés en contexte multivarié afin de déterminer la matrice variance-covariance des rendements. De cette manière, au lieu d'estimer la variance du titre à la prochaine période, l'analyste peut estimer la matrice variance-covariance du portefeuille à la prochaine période.

3.3.3.2.1 Inconditionnel

Le modèle EQWMA peut également être estimé en contexte multivarié, c'est-à-dire pour estimer la matrice variance-covariance d'un portefeuille.

Il faut savoir que la matrice variance-covariance Σ équivaut au produit de la matrice diagonale des écarts-types (D), de la matrice des corrélations (R) et de la matrice diagonale des écarts-types transposée (D^t) :

$$\Sigma = DRD^t$$

Puisqu'il s'agit d'une matrice diagonale, la matrice transposée D^t est équivalente à la matrice D :

$$\text{Où } D = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \text{ et } R = \begin{matrix} \Sigma = DRD \\ \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \rho_{1,3} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{1,2} & 1 & \rho_{2,3} & \dots & \rho_{2,n} \\ \rho_{1,3} & \rho_{2,3} & 1 & \dots & \rho_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1,n} & \rho_{2,n} & \rho_{3,n} & \dots & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

En contexte inconditionnel, on suppose que les écarts-types et les coefficients de corrélation sont constants dans le temps. Ainsi, il est inutile d'effectuer le produit matriciel DRD^t pour modéliser la matrice variance-covariance puisque la matrice variance-covariance inconditionnelle correspond simplement à la matrice variance-covariance moyenne de l'échantillon (EQWMA). D'autres modèles que nous verrons un peu plus loin nécessitent la modélisation DRD^t puisqu'ils permettent un certain dynamisme dans la matrice des écarts-types et parfois même dans la matrice des corrélations.

Il faut savoir que la matrice variance-covariance ne peut pas être transformée directement en matrice des écarts-types simplement en appliquant une racine carrée sur les éléments de la matrice. En effet, en contexte multivarié l'utilisation de matrices complexifie légèrement

la méthodologie à utiliser. De plus, la corrélation entre deux rendements peut parfois être négative, ce qui implique que la covariance entre ces deux rendements est négative. Il est impossible d'estimer la racine carrée d'un nombre négatif à moins d'avoir recours aux nombres complexes. Il est donc nécessaire d'appliquer une méthode de décomposition matricielle sur la matrice variance-covariance. En effet, la matrice variance-covariance peut se décomposer à l'aide de la décomposition de Cholesky, qui correspond à transformer une matrice carrée en un produit d'une matrice triangulaire inférieure L et de sa matrice transposée L^t :

$$\Sigma = LL^t$$

Cette opération est d'ailleurs nécessaire à la mise en place des processus de diffusion (la section 5.5 couvre cette matière), puisqu'elle permet d'obtenir les termes aléatoires σdWt des processus de diffusion des différents rendements simulés.

3.3.3.2 Riskmetrics multivarié

La méthode d'estimation de la matrice variance-covariance conditionnelle du rapport Riskmetrics de JP Morgan (1996) est relativement similaire à leur méthode d'estimation de la variance conditionnelle en contexte univarié :

$$\Sigma_t = (1 - \lambda)\epsilon_t\epsilon'_t + \lambda(1 - \lambda)\epsilon_{t-1}\epsilon'_{t-1} + \lambda(1 - \lambda)^2\epsilon_{t-2}\epsilon'_{t-2} + \lambda(1 - \lambda)^3\epsilon_{t-3}\epsilon'_{t-3} + \dots$$

Sous sa forme de moyenne mobile à l'infini :

$$\Sigma_t = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} \epsilon_{t-i} \epsilon'_{t-i}$$

Sous sa forme simplifiée :

$$\Sigma_t = (1 - \lambda)\epsilon_{t-1}\epsilon'_{t-1} + \lambda\Sigma_{t-1}$$

Ici, $\epsilon_{t-i}\epsilon'_{t-i}$ est le produit du vecteur des rendements et de son vecteur transposé, ce qui donne la matrice des produits de rendements croisés (*cross-product returns*), soit :

$$\epsilon_t\epsilon'_t = \begin{bmatrix} r_{1,t} \\ r_{2,t} \\ \vdots \\ r_{n,t} \end{bmatrix} [r_{1,t} \quad r_{2,t} \quad \dots \quad r_{n,t}] = \begin{bmatrix} r_{1,t}^2 & r_{1,t}r_{2,t} & \dots & r_{1,t}r_{n,t} \\ r_{2,t}r_{1,t} & r_{2,t}^2 & \dots & r_{2,t}r_{n,t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n,t}r_{1,t} & r_{n,t}r_{2,t} & \dots & r_{n,t}^2 \end{bmatrix}$$

Et Σ_t est la matrice variance-covariance conditionnelle estimée.

Ainsi, à la manière du modèle RiskMetrics univarié, le modèle RiskMetrics multivarié définit la matrice variance-covariance à la période t comme étant fonction de la matrice des produits de rendements croisés au temps $t-1$ et de la matrice variance-covariance au temps $t-1$.

Les modèles GARCH peuvent également être utilisés dans un contexte multivarié, où la matrice variance-covariance des rendements (Σ_t) est prévue à chaque période. Nous

verrons deux grandes familles de modèles GARCH multivariés : les modèles CCC-GARCH et les modèles DCC-GARCH.

3.3.3.2.3 CCC-GARCH

Le premier modèle de GARCH multivarié fut introduit par Bollerslev (1990). L'auteur propose un modèle de matrice variance-covariances conditionnelle qui varie dans le temps, mais pour laquelle les corrélations conditionnelles sont constantes. Ce modèle est appelé *Constant Conditional Correlation GARCH* (ci-après nommé CCC-GARCH). Ainsi, ce sont les matrices des écarts-types D_t qui varient dans le temps selon le filtre GARCH, tandis que la matrice des corrélations R demeure fixe pour toute la série. La matrice des variances-covariances s'estime donc selon :

$$\Sigma_t = D_t R D_t$$

$$\text{Où } D_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1t} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{2t} & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{nt} \end{bmatrix} \text{ et } R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \rho_{1,3} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{1,2} & 1 & \rho_{2,3} & \dots & \rho_{2,n} \\ \rho_{1,3} & \rho_{2,3} & 1 & \dots & \rho_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1,n} & \rho_{2,n} & \rho_{3,n} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Ce produit matriciel sera estimé dans les modèles GARCH multivariés. Cela nous permet d'estimer une matrice variance-covariance à partir des écarts-types prévisionnels tout en tenant compte de la dépendance qui existe entre les différents titres du portefeuille. La matrice des corrélations est très importante puisqu'elle définit l'interaction qu'ont les rendements des titres avec les rendements des autres titres.

Le produit matriciel nous donne ainsi la matrice variance-covariance

$$\Sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_{1t}^2 & \sigma_{1,2t} & \dots & \sigma_{1,nt} \\ \sigma_{2,1t} & \sigma_{2t}^2 & \sigma_{2,3t} & \sigma_{2,nt} \\ \vdots & \sigma_{3,2t} & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n,1t} & \sigma_{n,2t} & \dots & \sigma_{nt}^2 \end{bmatrix}$$

3.3.3.2.4 DCC-GARCH

Le deuxième modèle de GARCH multivarié fut introduit par Engle (2002) dans son papier sur le modèle de *Dynamic Conditional Correlation* (ci-après nommé DCC-GARCH). Ce modèle découle de Bollerslev (1990) puisqu'il utilise sensiblement la même méthode, à l'exception de la matrice des corrélations R_t , qui contrairement au modèle CCC-GARCH, varie à chaque période t . Ainsi, la corrélation devient, tout comme les écarts-types, conditionnelle.

$$\Sigma_t = D_t R_t D_t$$

$$\text{Où } R_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2_t} & \rho_{1,3_t} & \dots & \rho_{1,n_t} \\ \rho_{1,2_t} & 1 & \rho_{2,3_t} & \dots & \rho_{2,n_t} \\ \rho_{1,3_t} & \rho_{2,3_t} & 1 & \dots & \rho_{3,n_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{1,n_t} & \rho_{2,n_t} & \rho_{3,n_t} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Engle apporte une notion de régimes, où les corrélations varient dépendamment de la volatilité de la période. En effet, comme l'ont indiqué Longin et Solnik (1995), la corrélation entre les titres aura tendance à être plus élevée en période de forte volatilité. Les auteurs étudient les matrices de covariances et de corrélation qui lient les marchés de sept pays entre 1960 et 1990 et rejettent l'hypothèse de corrélation constante du modèle CCC-GARCH. De plus, les auteurs estiment que la corrélation augmente de 0.12 (passant de 0.43 à 0.55), en périodes de fortes volatilités. Le dynamisme de la matrice des corrélations R_t se fait en deux étapes. Premièrement, la matrice diagonale des écarts-types D_t est estimée par le modèle GARCH univarié pour nos différentes séries de rendement, comme c'est le cas avec le modèle CCC-GARCH. Deuxièmement, le modèle utilise les résidus obtenus à la première étape afin d'estimer la matrice des corrélations conditionnelles R_t . En effet, la matrice de la variance conditionnelle des résidus se calcule ainsi :

$$Q_t = (1 - a - b)\bar{Q} + a\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1} + bQ_{t-1}$$

Où a et b sont des scalaires, \bar{Q} est la matrice de la variance non conditionnelle des résidus, $\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}$ est la fonction de décalage des résidus standardisés dérivés de la première étape, et Q_{t-1} est la réalisation passée de la variance conditionnelle. La prévision de cette variance conditionnelle des résidus nous aide ensuite à estimer la matrice des corrélations conditionnelles selon :

$$R_t = Q_t^{-1}Q_tQ_t^{-1}$$

De cette manière, la corrélation conditionnelle R_t , dérivée à partir de la matrice variance-covariance Σ_t , change dans le temps pour nous donner une prévision de la corrélation à la prochaine période en fonction des résidus passés.

Les modèles de variances conditionnelles permettent à l'analyste de mieux prévoir la volatilité de la prochaine période dans un contexte où les rendements sont autocorrélés et où la volatilité est hétéroscédastique.

3.3.3.2.5 BEKK-GARCH

Engle et Kroner (1995) introduisent le modèle BEKK-GARCH qui est construit de manière à ce que la matrice variance-covariance H_t soit définie positive ;

$$H_t = C'C + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q A'_{ik}\varepsilon_{t-i}\varepsilon'_{t-i}A_{ik} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^p B'_{jk}H_{t-j}B_{jk}$$

$$H_t = C'C + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t-1}^2 & \varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1} \\ \varepsilon_{2t-1}\varepsilon_{1t-1} & \varepsilon_{2t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}' \\ + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11t-1} & h_{12t-1} \\ h_{21t-1} & h_{22t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}'$$

Où la matrice de l'ordonnée à l'origine se décompose en CC' , où C est une matrice triangulaire inférieure définie positive et où AA' et BB' sont des matrices de paramètres au carré qui multiplient respectivement la matrice des erreurs au carré (processus ARCH) et la matrice variance-covariance de la période précédente (processus GARCH). Il s'agit d'un modèle d'estimation plus général que l'estimation DCC-GARCH.

3.3.3.3 Exemples empiriques liés à l'immobilier

Long et Bao (2007) ont utilisé le modèle DCC-GARCH dans l'estimation de la matrice des corrélations entre les indices d'immeubles résidentiels situés dans quatre arrondissements de Hong Kong. En utilisant les données du *Centa-City Property Index (CCI) system*, qui est l'un des rares indices immobiliers variant hebdomadairement (en raison de la fréquence élevée de transactions dans le marché immobilier résidentiel de Hong Kong), les auteurs constatent que les corrélations ne sont pas constantes dans le temps. De plus, ils concluent que la dépendance est plus forte en périodes haussières et plus faible en périodes baissières.

3.3.4 Valeur à risque

Il existe un outil de mesure de l'incertitude qui permet à l'utilisateur de mesurer quantitativement la perte potentielle d'un portefeuille immobilier pour un seuil de signification donné ; la Valeur à risque (ci-après nommée Var). Cette mesure consiste à évaluer un quantile précis de la distribution des rendements. À un certain niveau de confiance ($1 - \alpha$), et pour un horizon de placement donné, l'analyste peut déterminer la perte correspondant à la queue de gauche de la distribution des rendements. Ainsi, il y a une probabilité α qu'il y ait une perte plus élevée que la VAR pour le prochain horizon de placement. La VAR est une mesure très répandue dans la pratique. Les fonds de pension, les compagnies d'assurance, les gestionnaires de portefeuilles et les banques mesurent les VAR de marché de leurs portefeuilles. D'ailleurs, tel que mentionné par Jorion (2006), les accords de Bâle obligent les banques du monde entier à implanter des modèles de VAR concernant, entre autres, les exigences de capital réglementaire et l'exposition des courtiers et arbitragistes. Bien que la VAR ait été utilisée pour mesurer l'incertitude de portefeuilles immobiliers directs et indirects, voyons d'abord l'essentiel de la littérature sur les différents types de VAR que l'on retrouve en contexte d'actifs financiers traditionnels. Il existe trois grandes familles de VAR : les VAR paramétriques, les VAR par simulations historiques et les VAR par simulation de Monte-Carlo.

3.3.4.1 Paramétrique

Dans sa forme la plus simple, la VAR paramétrique est estimée à partir de la moyenne et de l'écart-type de la distribution des rendements passés. La grande hypothèse sous-jacente à la méthode de la VAR paramétrique est que les rendements du portefeuille sont distribués normalement, ou quasi normalement. En effet, bien que la plupart des VAR paramétriques soient estimées en assumant que les rendements du portefeuille sont distribués selon la loi

normale, certains auteurs, que nous mentionnerons un peu plus loin, utilisent d'autres types de distributions dans l'estimation de leur VAR paramétrique. Comme l'a indiqué Fama (1965), les distributions des rendements financiers sont souvent caractérisées par une asymétrie à droite (*Skewness* négatif) et un *Kurtosis* plus élevé, c'est-à-dire une distribution légèrement décalée vers la droite et ayant des queues plus épaisses. En testant l'hypothèse de normalité des rendements journaliers des titres du *Dow Jones Industrial Index*, l'auteur conclut que la distribution des rendements révèle un coefficient d'aplatissement *Kurtosis* plus élevé qu'une distribution normale, et qui s'apparente davantage à la distribution stable de Pareto (*Paretian Stable Distribution*) invoquée par Mandelbrot (1961), qui affiche un coefficient d'asymétrie (*Skewness*) négatif. Plus tard, Blattberg et Gonedes (1974) vont comparer la loi *t* de Student à la loi stable symétrique (*symmetric stable*) pour mesurer les rendements journaliers du *Dow Jones Industrial Average* et concluront que la *t* de Student a un plus grand pouvoir descriptif. Ainsi, afin de bien tenir compte de ces caractéristiques, certains auteurs vont utiliser d'autres lois de probabilités que la normale. Certains vont même utiliser une combinaison de lois normales ou encore l'approximation de Cornish-Fisher pour estimer la VAR paramétrique.

L'estimation de la VAR paramétrique demeure fort simple, cependant elle doit impérativement respecter l'hypothèse de normalité, ou de quasi-normalité, de la distribution, qui implique l'indépendance sérielle des rendements. Cette hypothèse est rarement validée dans un contexte d'évolution des rendements financiers. Par exemple, Akgiray (1989) indique que les séries temporelles des rendements journaliers affichent de la dépendance sérielle et que le modèle GARCH (1,1) est le meilleur modèle pour prédire le rendement de la période future. Campbell, Grossman et Wang (1993) indiquent qu'il y a de l'autocorrélation sérielle dans les rendements financiers, et concluent que le coefficient d'autocorrélation AR(1) est inférieur lors de jours où le volume de transactions est élevé et supérieur lors de jours où le volume de transactions est faible.

3.3.4.1.1 Simulation historique

La VAR historique, tout comme la VAR paramétrique, nécessite beaucoup de données historiques. Cependant, contrairement à la VAR paramétrique et à la VAR Monte-Carlo, l'estimation de la VAR historique ne nécessite pas la détermination d'une fonction de probabilités expliquant la distribution des rendements. Dans un contexte de VAR historique inconditionnelle, l'objectif est de classer tous les rendements historiques par ordre croissant afin d'obtenir une distribution empirique des rendements passés. La VAR historique est estimée en observant la perte, dans ce cas-ci le rendement négatif (en \$), qui correspond au quantile de la distribution empirique des rendements du seuil de signification désiré. Par exemple, si la distribution comptait 100 rendements historiques, et que l'analyste désirait connaître le pire rendement au seuil de signification de 95%, il n'aurait qu'à observer le 5^e rendement du classement, et 95% du temps, le portefeuille sous étude n'afficherait pas un rendement inférieur à cette valeur. Bien que très facile à mettre en place, beaucoup d'auteurs critiquent la VAR historique inconditionnelle en raison de sa principale hypothèse, soit que les rendements passés sont parfaitement représentatifs des rendements futurs. Même si l'analyste bénéficiait d'un grand nombre de données, qui lui

procurerait des informations quant aux différentes crises et aux différents changements de cycles à travers les années, bien des experts remettent en doute cette méthode, car il n'est pas certain que les grandes variations du passé, à la hausse comme à la baisse, se répéteront avec la même magnitude dans le futur.

Il existe des corrections que l'on peut apporter à la variance de la VAR par simulation historique, qui forment la classe des VAR historiques conditionnelles. En effet, il est possible d'implanter des filtres à la simulation historique des rendements. Ces filtres permettent de modéliser la variance conditionnelle de la distribution des rendements afin de la rendre plus représentative de la volatilité récente. Ces filtres peuvent être effectués en appliquant le modèle EWMA, le modèle ARCH, le modèle GARCH, etc. Cette méthode s'appelle la simulation historique filtrée. Cette simulation fut introduite par Barone-Adesi, Bourgoin et Giannopoulos (1998) et Barone-Adesi, Giannopoulos et Vosper (1999). L'objectif consiste à contrôler l'autocorrélation dans les rendements pour ensuite tirer aléatoirement des pseudo erreurs qui sont, quant à elles, indépendantes temporellement. Après avoir calculé les variances historiques de la série de données à l'aide d'un modèle ARMA-GARCH, les auteurs déterminent les termes d'erreurs standardisés $z_{i,t}$, qui sont indépendants temporellement. Il s'agit des erreurs du modèle ARMA-GARCH à chaque période qui ont été divisées par l'écart-type correspondant à la même période, soit :

$$z_{i,t} = \frac{\varepsilon_{i,t}}{\sqrt{h_{i,t}}}$$

Où $\varepsilon_{i,t}$ est le terme d'erreur du titre i au temps t et $\sqrt{h_{i,t}}$ est l'écart-type du titre i au temps t

Parallèlement, les auteurs estiment la variance conditionnelle de la prochaine période (volatilité prévue hors échantillon) grâce à un modèle prévisionnel ARCH, GARCH ou EWMA. Par la suite, les auteurs déterminent les pseudo erreurs, c'est-à-dire les termes d'erreurs standardisés ajustés pour tenir compte de la volatilité prévue hors échantillon :

$$\varepsilon^*_{i,t} = z_{i,t} * \sqrt{h_{i,T+1}} = \left(\frac{\varepsilon_{i,t}}{\sqrt{h_{i,t}}} \right) \sqrt{h_{i,T+1}}$$

Où $\varepsilon^*_{i,t}$ est la pseudo erreur du titre i au temps t et $\sqrt{h_{i,T+1}}$ est l'écart-type prévisionnel à la prochaine période selon le filtre ARCH, GARCH, ou EWMA.

Au lieu de tirer aléatoirement les termes d'erreurs standardisés $\varepsilon_{i,t}$, les auteurs effectuent plutôt un tirage aléatoire avec remise sur les pseudo erreurs $\varepsilon^*_{i,t}$. De cette manière, les auteurs obtiennent une distribution des rendements qui demeure représentative des termes d'erreurs passés, mais dont la volatilité est filtrée par un modèle prévisionnel ARCH, GARCH ou EWMA. L'utilisation de tels filtres permet de rendre la distribution des rendements aux goûts du jour, ce qui permet aux auteurs d'estimer des VAR plus représentatives de la volatilité récente, et donc plus performantes.

En contexte multivarié, la VAR par simulation historique filtrée peut être effectuée en utilisant des rendements de plusieurs titres inclus dans un portefeuille, qui seront filtrés

avec un modèle prévisionnel de la variance multivarié comme EWMA multivarié, CCC-GARCH, DCC-GARCH, etc.

Cependant, lorsqu'une simulation historique filtrée est effectuée en contexte univarié sur plusieurs variables, par exemple sur les rendements des différentes actions qui composent un portefeuille, le modèle prend déjà en compte les liens de dépendance implicites qui lient les différents rendements entre eux. En effet, puisque l'on tire aléatoirement les erreurs provenant d'une date contenue dans l'échantillon, et ce pour tous les rendements simulés, la dépendance est déjà prise en compte entre les différents rendements. Par exemple, en tirant les erreurs d'une certaine journée contenue dans l'échantillon, et ce pour tous les rendements, nous capterons la dépendance entre les différents rendements spécifiquement pour cette journée. Si cette journée correspond à une période où le marché boursier a vécu une forte baisse, les erreurs de chacun des rendements iront fort probablement dans le même sens, alors que si le marché est demeuré relativement stable, les erreurs seront probablement plus indépendantes entre elles. Ainsi, lorsque la simulation historique filtrée est effectuée simultanément sur plusieurs variables en contexte univarié, la dépendance n'est pas modélisée par la matrice des corrélations d'un modèle multivarié, mais elle est plutôt implicite relativement à ce qui s'est passé pour chacune des dates de l'échantillon.

3.3.4.2 Simulation Monte-Carlo

La simulation Monte-Carlo fut introduite par les mathématiciens Metropolis et Ulam (1949) afin d'étudier les équations intégro-différentielles avec une approche statistique. Cette technique a été reprise maintes fois, et ce, par des auteurs issus de nombreux domaines comme la médecine, la physique, la chimie, la géologie et la biologie, pour n'en nommer que quelques-uns. Évidemment, les domaines de la finance ne font pas exception, où la simulation Monte-Carlo fut particulièrement utilisée pour les modèles de gestion des risques de marché des options, des actions et de plusieurs autres instruments financiers. Plusieurs auteurs comme Pritsker (1997), Simons (1996) et Stambaugh (1996) ont utilisé la simulation Monte-Carlo dans le but d'évaluer la Valeur à risque de portefeuilles. Pritsker (1997) et Simons (1996) mesurent la VAR de portefeuilles d'options alors que Stambaugh (1996) explique de manière générale la VAR historique, la VAR paramétrique et la VAR par simulation Monte-Carlo dans un contexte de portefeuille. Contrairement à la VAR paramétrique, la VAR par simulation Monte-Carlo permet à l'analyste de travailler avec des rendements qui ne sont pas nécessairement distribués normalement ou quasi normalement. Par exemple, un portefeuille pourrait avoir des rendements se comportant selon une loi log-normale, une loi du Khi deux, une loi de Fisher, une loi de Poisson, etc.

La simulation Monte-Carlo en contexte univarié consiste à identifier la fonction de probabilités qui explique le mieux le comportement des rendements du portefeuille, pour ensuite simuler des trajectoires de rendements en tirant aléatoirement et avec remise des valeurs à partir de cette distribution. Il est donc nécessaire d'estimer l'espérance et la variance des rendements, soit le premier et le deuxième moment de cette distribution, et ce, peu importe la fonction de probabilité utilisée. En effet, les trajectoires de rendement simulées durant la simulation doivent suivre un processus de diffusion, qui dépendra de

l'espérance et de la variance des rendements. Les premiers moments de la distribution peuvent suivre un modèle stationnaire de moyenne zéro, ou un modèle de spécification AR(1), MA(1) ou ARMA(1,1). En ce qui concerne le deuxième moment de la distribution, la VAR par simulation Monte-Carlo, tout comme les autres types de VAR, peut être modélisée avec une variance inconditionnelle, soit estimée selon un modèle de moyenne historique équipondérée EQWMA, ou avec une variance conditionnelle, soit estimée selon un modèle de prévision de la variance EWMA, ARCH ou GARCH. Par exemple, Christoffersen (2003) tente d'expliquer la simulation Monte-Carlo en prenant l'exemple d'une simulation des rendements selon un modèle stationnaire :

$$R_{t+1} = \sigma_{t+1}z_{t+1} \quad \text{où } z_{t+1} \sim N(0,1)$$

dont la variance est modélisée par un modèle GARCH(1,1) :

$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha R_t^2 + \beta \sigma_t^2$$

Chrétien, Coggins et Trudel (2010) décrivent quant à eux le processus de diffusion des rendements journaliers selon un premier moment suivant le modèle MA(1) selon :

$$R_t = c + \phi(\sigma_{j,t-1}\eta_{t-1}) + \eta_t\sigma_{j,t} \quad \text{où } \eta_t \sim N(0,1).$$

Où c correspond au rendement moyen, ϕ correspond au paramètre MA(1), $\sigma_{j,t}$ correspond à l'écart-type conditionnel et η_t correspond au nombre aléatoire tiré de la distribution normale. Les auteurs modélisent la variance selon les modèles RiskMetrics, GARCH et GJRGARCH.

Il est également possible d'estimer la VAR par simulation Monte-Carlo en contexte multivarié. L'objectif consiste à identifier la fonction de probabilités qui explique le mieux le comportement des rendements de chaque titre inclus dans le portefeuille. De cette manière, si le portefeuille contient N titres, il y aura N variables aléatoires générées pour N processus de diffusion. Les N variances de chaque titre seront toutes interreliées entre elles par un modèle de matrice variance-covariance prévisionnelle qui viendra intégrer les corrélations entre chaque titre inclus dans le portefeuille. Similairement aux modèles de variance en contexte univarié, le modèle de matrice variance-covariance prévisionnelle peut être inconditionnel ou conditionnel. Tel que mentionné précédemment, le modèle inconditionnel implique que les écarts-types et les corrélations demeurent constantes dans le temps. Le modèle de matrice variance-covariance conditionnel, quant à lui, peut être estimé à l'aide de différents modèles multivariés tels que EWMA multivarié, CCC-GARCH, DCC-GARCH, etc. La modélisation permet ensuite de simuler des trajectoires de rendements du portefeuille en tirant aléatoirement et avec remise des valeurs à partir des différentes distributions. C'est à partir de la distribution des rendements du portefeuille obtenue par la simulation Monte-Carlo que la VAR sera estimée, selon le seuil de signification désiré. Cette simulation peut s'effectuer en tirant 100, 1 000, voire même 10 000 trajectoires de rendements afin d'obtenir une distribution de plus en plus représentative du comportement du portefeuille.

3.3.4.3 Section empirique

Plusieurs auteurs ont estimé des VAR paramétriques, en contexte inconditionnel et conditionnel de même qu'en contexte univarié et multivarié. Chrétien, Coggins et Gallant (2008) évaluent quatorze modèles de VAR mensuelles univariées pour les indices S&P500 et S&P/TSX composite. Parmi ces modèles, huit correspondent à des VAR par simulation historique (inconditionnels et conditionnels), et six correspondent à des VAR paramétriques, dont deux sont inconditionnelles et quatre sont conditionnelles. Pour les modèles de VAR paramétriques inconditionnels, les auteurs estiment la VAR avec la loi normale et avec la loi t de Student. Pour les modèles de VAR paramétriques conditionnels, les auteurs estiment trois modèles avec la loi normale, soit les modèles Riskmetrics, GARCH et GJRGARCH, ainsi qu'un modèle GJRGARCH avec la loi t de Student. Parmi les modèles paramétriques, les auteurs indiquent que la VAR Riskmetrics et les VAR utilisant la loi de Student sont les plus performantes selon les tests de dépassement de Christoffersen (une section portant sur ces tests sera présentée un peu plus loin).

Un peu plus tard, Chrétien et Coggins (2010) évaluent seize modèles de VAR mensuelles, dont sept sont des VAR par simulation historique (inconditionnels et conditionnels) et neuf sont des VAR paramétriques. Parmi les modèles de VAR paramétrique, quatre sont inconditionnels et cinq sont conditionnels. En plus d'utiliser la loi normale et la loi t de Student comme les auteurs l'avaient fait précédemment dans Chrétien, Coggins et Gallant (2008), les auteurs ajoutent une nouvelle distribution de probabilités dans le cadre de leur estimation de VAR paramétrique ; l'approximation de Cornish-Fisher. Cette approximation, introduite par Cornish et Fisher (1937), permet de transformer une réalisation d'une loi normale en une réalisation tenant compte d'un moment d'ordre 3 (*Skewness*) négatif et d'un moment d'ordre 4 (*Kurtosis*) supérieur à 3. Les quatre modèles de VAR paramétriques inconditionnelles sont estimés en utilisant la loi normale, la loi t de Student et l'approximation de Cornish-Fisher. Les cinq modèles de VAR paramétrique conditionnelles comptent trois modèles utilisant la loi normale, soit MA(1)-GARCH(1,1), MA(1)-GJRGARCH(1,1) et Riskmetrics. Les deux autres sont des modèles utilisant le filtre GJRGARCH(1,1), dont l'un utilise la loi t de Student et l'autre utilise l'approximation de Cornish-Fisher. Les auteurs mentionnent que les VAR paramétriques utilisant la loi normale performent moins bien que celles utilisant la t de Student et l'approximation de Cornish-Fisher, particulièrement au seuil de signification de 1%.

Engel et Gizycki (1999b) estiment trois familles de modèles de VAR paramétrique en contexte multivarié sur les devises et les taux d'intérêt de plusieurs marchés géographiques. Ces trois groupes comptent un modèle inconditionnel, deux modèles de lissage exponentiel EWMA et deux modèles GARCH multivariés. Les modèles GARCH multivariés sont : le CCC-GARCH et le BEKK-GARCH introduit par Engle et Kroner (1995). Étonnamment, les auteurs concluent que le modèle inconditionnel et le modèle EWMA sont aussi performants, sinon plus performants que les modèles GARCH.

Hendricks (1996) compare les modèles VAR par simulation historique inconditionnelle avec les modèles VAR paramétrique inconditionnel et VAR paramétrique conditionnel

utilisant le modèle EWMA. Les modèles inconditionnels sont effectués sur des échantillons de différentes tailles, alors que les modèles conditionnels, dont le coefficient λ est estimé avec les valeurs 0.94, 0.97 et 0.99, sont tous effectués avec le même échantillon. L'auteur constate que la VAR par simulation historique inconditionnelle estimée sur un échantillon de 1250 rendements journaliers est le seul modèle couvrant correctement la VAR aux niveaux de confiance de 95% et de 99%, alors que les autres modèles ne la couvrent pas correctement pour au moins un des niveaux de confiance.

En ce qui concerne la VAR par simulation historique conditionnelle, Hull et White (1998a) utilisent la VAR par simulation historique en utilisant deux filtres de prévision de la variance : le filtre EWMA et le filtre GARCH. Les auteurs examinent les VAR d'un jour sur les rendements de dix taux de change et de cinq indices avec 9 ans de données quotidiennes. Ils comparent la simulation historique filtrée avec la méthode BRW introduite par Boudoukh, Richardson et Whitelaw (1998), qui consiste à accorder un poids de moins en moins élevé aux rendements passés à mesure qu'ils s'éloignent dans le temps. Hull et White (1998a) constatent que la simulation historique filtrée performe beaucoup mieux que la méthode BRW. Chrétien, Coggins et Gallant (2008) comparent des modèles de VAR paramétrique et de VAR par simulation historique filtrée en utilisant les modèles EWMA et GARCH et concluent que les VAR par simulation historique filtrée performent mieux selon les tests de couverture et d'indépendance de Christoffersen (1998).

Chrétien, Coggins et Trudel (2010) estiment des VAR par simulation Monte-Carlo inconditionnelles et conditionnelles. La VAR Monte-Carlo inconditionnelle est estimée en assumant une distribution normale utilisant la moyenne historique des rendements et l'écart-type des rendements journaliers du portefeuille. Pour la VAR Monte-Carlo conditionnelle, tel que mentionné précédemment, les auteurs utilisent le modèle MA(1) pour spécifier le premier moment et les modèles Riskmetrics, GARCH et GJRGARCH pour spécifier les deuxièmes moments de leur distribution des rendements du portefeuille, qui suit théoriquement une loi normale. Dans leur estimation des VAR Monte-Carlo multivariés, Chrétien, Coggins et Trudel (2010) utilisent encore une fois le modèle MA(1) pour spécifier le premier moment, mais utilisent le modèle CCC-GARCH pour spécifier le deuxième moment de la distribution des rendements des différents titres du portefeuille, qui suit une loi normale multivariée. Les auteurs concluent que le modèle univarié MA(1)-GJRGARCH est le modèle le plus performant parmi les modèles Monte-Carlo. Santos, Nogales et Ruiz (2013) comparent des modèles univariés et multivariés en estimant des VAR par simulation Monte-Carlo. Tous les modèles sont conditionnels et sont estimés avec la loi normale et avec la loi t de Student. Parmi ces modèles, les auteurs ont estimé les variances prévisionnelles GARCH, DCC-GARCH, GJRGARCH, DCC-GJRGARCH, EGARCH et DCC-EGARCH. Les auteurs concluent qu'en général, les modèles multivariés sont préférables aux modèles univariés et que les modèles utilisant la t de Student comme distribution de probabilités sont préférables aux modèles utilisant la loi normale. Hull et White (1998b) présentent un modèle où l'hypothèse de normalité peut être remplacée par un modèle où l'on transforme les nombres aléatoires tirés d'une normale

multivariée en nombres aléatoires provenant d'une autre distribution de probabilités multivariée comme la t de Student, la Khi-deux ou encore une combinaison de lois normales. Ce modèle permet de mesurer la VAR en tenant compte des troisièmes et quatrièmes moments propres à la distribution des rendements financiers. Engel et Gizycki (1999a) estiment des modèles de VAR multivarié comprenant des VAR historiques, des VAR paramétriques, des VAR par simulation Monte-Carlo ainsi que des VAR par estimation de valeur extrême (*extreme-value estimation models*). Parmi les VAR Monte-Carlo, les auteurs estiment deux modèles, soit un modèle supposant la normalité des rendements des titres ainsi qu'un modèle utilisant une combinaison de lois normales, similaire au modèle proposé par Zangari (1996), qui permet de refléter le caractère leptokurtique (*leptokurtosis*) des rendements financiers. Les deux modèles sont estimés avec la méthode d'estimation de la matrice variance-covariance inconditionnelle EQWMA. Les auteurs constatent que la VAR Monte-Carlo utilisant une combinaison de lois normales permet une estimation plus conservatrice et plus précise du risque du portefeuille que la VAR Monte-Carlo utilisant la loi normale.

Chrétien, Coggins et Trudel (2010) comparent les modèles de VAR univariés par rapport aux modèles de VAR multivariés, et ce, pour les VAR par simulation historique filtrée et les VAR par simulation Monte-Carlo. Dans le cas du modèle de VAR par simulation historique filtrée multivarié, les auteurs ont utilisé les modèles de variance conditionnelle suivants : Riskmetrics multivarié, CCC-GARCH et CCC-GJRGARCH. Leurs résultats confirment que les modèles univariés par simulation historique avec filtre GJRGARCH et GARCH et le modèle univarié de simulation Monte-Carlo utilisant le modèle GJRGARCH sont parmi les modèles les plus performants. Quant aux modèles multivariés, tous les modèles de simulation historique filtrée sont rejetés avec le test de couverture conditionnelle de Christoffersen (1998) aux niveaux de confiance de 95% et 99%, alors qu'au niveau de confiance de 90%, les modèles avec filtre CCC-GJRGARCH et CCC-GARCH ne sont pas rejetés.

Xu et Chen (2012) explorent des modèles de VAR paramétrique, de VAR par simulation historique et de VAR par simulation Monte-Carlo en contexte multivarié. Les auteurs estiment différents modèles de VAR paramétrique dans le cadre de leur recherche, en utilisant les lois normales et t de Student multivariées. Ces modèles sont la VAR inconditionnelle, la VAR avec filtre DCC-GARCH et la VAR avec filtre EWMA. Les auteurs estiment également quatre modèles de VAR par simulation historique en contexte multivarié. Le premier modèle est le modèle inconditionnel, le deuxième modèle est la simulation historique BRW, et les troisièmes et quatrièmes modèles sont des simulations historiques avec filtre DCC-GARCH et EWMA, respectivement. Concernant les modèles de VAR paramétriques, les auteurs concluent que les modèles inconditionnels sont peu performants dans l'estimation des pertes futures et échouent les tests de Christoffersen alors que les modèles de Variance conditionnelle EWMA et DCC-GARCH estiment bien la volatilité multivariée et passent les tests de Christoffersen. En ce qui concerne les modèles de simulations historiques, les auteurs concluent que le modèle inconditionnel et le modèle

BRW sont peu performants, alors que les simulations historiques avec filtres DCC-GARCH et EWMA sont performants au sens de Christoffersen (1998).

Plusieurs auteurs de la littérature ont également estimé des Valeurs à risque sur les REITs. Une section portant sur cette branche de la littérature est présentée à l'[annexe 2](#).

3.3.4.4 Valeur à risque pour les investissements immobiliers directs

L'incertitude liée à la valeur marchande des actifs immobiliers directs ne se mesure pas avec la volatilité des rendements journaliers de titres transigés en bourse, mais plutôt avec la variation des valeurs marchandes des actifs immobiliers. Puisque les fonds d'investissement évaluent généralement leurs actifs une ou deux fois par année et parce que les transactions dans ce marché n'arrivent pas aussi fréquemment que dans les autres marchés comme les actions, les obligations et les commodités, ces variations de valeurs nécessitent beaucoup de temps avant d'être mesurées par le marché. Les actifs immobiliers directs sont donc très peu liquides et très peu volatils. De plus, puisque la fréquence à laquelle les variations de valeurs sont perçues par le marché est relativement basse, les actifs immobiliers souffrent d'un manque flagrant de données.

Certains types de VAR ne sont donc pas adéquats pour l'investissement immobilier direct. En effet, selon la réforme du monde de l'assurance Solvabilité II (*Solvency II*), la VAR par simulation historique d'un portefeuille immobilier direct au seuil de 0.5% nécessite un minimum de 200 données, ce qui, même avec une fréquence mensuelle, représenterait 17 ans. Considérant le manque de données disponibles pour cette classe d'actifs, la VAR par simulation historique demeure souvent impertinente dans ce contexte. Il est donc nécessaire d'estimer la VAR pour l'immobilier direct en utilisant d'autres approches. Bien que la VAR paramétrique utilisant la loi normale soit une méthode très répandue dans la pratique, l'hypothèse de normalité des rendements sous-jacente à cette méthode ne peut s'appliquer aisément aux actifs immobiliers directs sans quelques complications. Comme l'ont indiqué Kuo (1996) et Myer et Webb (1994), il y a de l'autocorrélation dans les séries de prix des actifs immobiliers résidentiels et commerciaux, respectivement. De plus, les rendements des actifs immobiliers ne sont pas distribués normalement. Myer et Webb (1994) et Young et Graff (1995) indiquent que les actifs immobiliers directs présentent des rendements non normaux caractérisés par une asymétrie négative à droite (*Skewness*) ainsi que des queues de distributions plus épaisses (*Leptokurtosis*). De plus, Young et Graff (1995) indiquent que les rendements de l'indice Russell-NCREIF entre 1980 et 1992 sont hétéroscédastiques, autant en termes de magnitude du risque qu'en termes de *Skewness* de la distribution des rendements. Ainsi, l'estimation de la VAR en contexte immobilier direct doit prendre en compte le manque de données et le caractère non normal des rendements.

Quelques rares auteurs ont estimé la VAR à partir d'indices immobiliers directs. En effet, il existe plusieurs indices immobiliers représentant la performance des actifs du marché sous étude. La fréquence à laquelle les indices varient est relativement basse. Au mieux, les indices varient mensuellement, sinon trimestriellement, semestriellement ou même annuellement, dépendamment du marché sous étude.

Farrelly (2012) présente une étude traitant de la mesure de risque par approche prospective (*forward-looking approach*) pour les fonds immobiliers directs en se basant sur les indices immobiliers INREV, IPD et NCREIF pour les marchés européens et américains. L'auteur considère, entre autres, les moments d'ordre supérieurs à 2 (afin que l'asymétrie et l'aplatissement soient prises en compte) en utilisant l'expansion de Cornish-Fisher. Amédée-Manesme, Barthélémy et Keenan (2015) utilisent également l'expansion de Cornish-Fisher dans l'estimation de la VAR paramétrique ajustée pour l'indice *IPD UK Monthly All Property Total Return Index* pour lequel les auteurs utilisent les données de janvier 1988 à décembre 2010. Les auteurs concluent que l'inclusion de moments d'ordre supérieurs à 2 permet une mesure de VAR plus précise, c'est-à-dire que la VAR avec expansion de Cornish-Fisher est plus adéquate que la VAR Gaussienne pour évaluer le risque immobilier. Les VAR sur les indices immobiliers peuvent être utiles pour les investisseurs qui détiennent des actifs situés dans les marchés étudiés. Cependant, il s'agit de mesures de risque générales des marchés analysés et non de mesures liées aux immeubles spécifiques détenus par les investisseurs. Pour pallier à cette lacune, d'autres auteurs ont tenté d'estimer la VAR pour des portefeuilles immobiliers directs.

Contrairement aux indices immobiliers, qui relatent la performance globale liée à l'évolution moyenne des valeurs immobilières d'un marché sur une longue période, les investisseurs n'ont souvent que très peu de données sur les variations de valeurs des actifs de leur propre portefeuille. Ainsi, très peu d'investisseurs sont en mesure d'évaluer la VAR de leur portefeuille immobilier en ne se basant exclusivement que sur les variations de valeurs des actifs détenus. Afin d'y remédier, plusieurs auteurs se sont plutôt basés sur les variables de l'évaluation immobilière dans l'estimation de la VAR. Tel que discuté précédemment, il y a plusieurs variables qui influencent l'évaluation immobilière comme le taux de vacances, le taux de croissance des loyers, le niveau des dépenses d'opérations (*OPEX*), le niveau des dépenses en immobilisations (*CAPEX*), le taux de capitalisation, etc. En simulant ces différentes variables, les investisseurs peuvent simuler plusieurs valeurs possibles pour leur portefeuille immobilier. Cependant, tout comme c'est le cas pour les données sur les valeurs immobilières, les variables d'évaluation souffrent également d'un manque de données ce qui complexifie l'estimation de la VAR. Plusieurs auteurs ont donc opté pour la VAR par simulation Monte-Carlo. La simulation Monte-Carlo peut être effectuée en associant une fonction de probabilité à chaque variable de l'évaluation immobilière, qu'elle soit macroéconomique ou typiquement immobilière. Par exemple, le taux de vacances peut varier similairement à la loi uniforme, le taux de croissance des loyers peut évoluer selon une loi log-normale, le taux de capitalisation peut évoluer selon une loi normale, etc. Après avoir associé chaque variable à sa fonction de probabilité, il est possible de créer un programme informatique qui viendra tirer aléatoirement des valeurs pour ces différentes variables, pour ensuite les amalgamer à un modèle d'évaluation immobilière. L'analyste peut effectuer cette simulation plusieurs fois afin d'obtenir une distribution de l'ensemble des valeurs possibles pour chaque actif immobilier du portefeuille. Finalement, en consolidant les distributions de valeurs de chaque actif

ensemble, l'analyste obtient la distribution des valeurs possibles du portefeuille immobilier.

Plusieurs auteurs ont effectué des simulations Monte-Carlo à des fins d'évaluation immobilière dans le but de gérer les risques liés à l'investissement immobilier. La première utilisation des techniques de simulation par ordinateur en contexte de gestion des risques immobiliers fut introduite par Pyhrr (1973). L'auteur utilise la simulation Monte-Carlo afin de mesurer l'incertitude, ce qui est une innovation par rapport aux méthodes d'évaluation *Discounted Cash Flow* (DCF) largement utilisées à l'époque, et même encore aujourd'hui. De plus, l'auteur introduit un modèle où il est possible d'insérer plusieurs variables évoluant simultanément. Cependant, tout comme Wofford (1978) et Hughes (1995) après lui, Pyhrr (1973) ne prend pas en compte les liens de dépendance entre les différentes variables. Pourtant, d'autres auteurs tenteront d'intégrer des coefficients de corrélation à la simulation Monte-Carlo. Après avoir associé chaque variable à sa fonction de probabilité, ces auteurs intègrent les corrélations dans la simulation afin que les trajectoires des différentes variables puissent évoluer de façon logique entre eux. En tenant compte de ces liens de dépendance, on évite des trajectoires illogiques, ce qui rend la simulation plus précise.

Plusieurs auteurs ont intégré des liens de dépendance entre les différentes variables en utilisant le coefficient de corrélation linéaire de Pearson (1895). Parmi ces auteurs, certains n'avaient pas assez de données à leurs dispositions ou préféraient ne pas estimer empiriquement le coefficient de corrélation. Ces auteurs ont donc émis des hypothèses, basées sur leur jugement, sur des informations historiques et sur leur expérience, quant aux corrélations entre les différentes variables immobilières. Lorsque les coefficients de corrélation sont supposés et non pas estimés de façon empirique, il s'agit alors d'une mesure de corrélation inconditionnelle basée sur une hypothèse.

Kelliher et Mahoney (2000) comparent la simulation Monte-Carlo au modèle *Discounted Cash Flow* (DCF) en contexte d'évaluation immobilière et émettent des hypothèses quant à certains coefficients de corrélation à imposer à la simulation. Ils établissent le lien de dépendance entre le taux de croissance des loyers et les dépenses d'opération ainsi qu'entre le taux de croissance des loyers et le taux d'intérêt. Dans le même ordre d'idées, Hoesli, Jani et Bender (2005) effectuent une simulation Monte-Carlo sur un portefeuille d'immeubles résidentiels appartenant à un investisseur institutionnel suisse en prenant soin d'émettre des hypothèses pour les coefficients de corrélation entre : le taux de croissance des loyers et le taux de vacances, le niveau des loyers et les dépenses d'opération (OPEX), le niveau des loyers et le taux de vacances, le niveau des loyers et le taux d'intérêt ainsi que le niveau des loyers et le prix des immeubles. Bien que la majorité des corrélations incluses dans la simulation Monte-Carlo de Hoesli, Jani et Bender (2005) soient inconditionnelles, le coefficient de corrélation entre le niveau des loyers et le prix des immeubles fut, quant à lui, estimé empiriquement. Lorsque les coefficients de corrélation sont estimés empiriquement, il s'agit alors d'une mesure de corrélation conditionnelle. De plus, Hoesli, Jani et Bender (2005) sont parmi les rares auteurs à avoir simulé le taux

d'intérêt dans le cadre de leur simulation Monte-Carlo en contexte d'évaluation immobilière. En estimant des primes de risque spécifiques aux actifs, et en estimant le taux d'intérêt de chaque période à l'aide du modèle de prévision de Cox, Ingersoll et Ross (1985), les auteurs ont pu estimer le taux d'actualisation approprié (*Discount rate*), qui varie pour chacune des périodes de la simulation.

Bien que les variables liées à l'évaluation immobilière souffrent souvent d'un manque de données, certains auteurs ont tout de même été en mesure d'estimer empiriquement l'ensemble des corrélations prises en compte dans leur simulation Monte-Carlo. Koubkova (2015) effectue une simulation Monte-Carlo pour un portefeuille d'immeubles à bureaux de classe A situés à Prague. L'auteure identifie les fonctions de probabilités correspondant le mieux aux différentes variables sous étude, soit le taux d'actualisation, le taux de vacances, le niveau des loyers au marché, le taux d'inflation et la valeur terminale. L'auteure estime les coefficients de corrélation liant les différentes variables entre elles pour ensuite les imposer dans la simulation. L'auteure obtient une distribution de l'ensemble des valeurs possibles du portefeuille, ce qui lui permet d'estimer la VAR. Baroni, Barthélémy et Mokrane (2007) modélisent les loyers, les dépenses et les prix des immeubles selon un processus stochastique, soit le mouvement brownien géométrique. Les auteurs se basent sur l'indice OLAP, soit un indice du niveau des loyers du marché parisien, ainsi que sur l'indice des prix du marché parisien estimé par Baroni, Barthélémy et Mokrane (2005) selon la méthode : *weighted repeat sales*. Les auteurs estiment empiriquement le coefficient de corrélation entre les deux indices pour ensuite l'intégrer dans la simulation. De cette manière, les trajectoires des loyers et des prix évoluent sensiblement dans le même sens. Amédée-Manesme et al. (2012) simulent les baux d'un portefeuille immobilier comprenant 16 espaces commerciaux répartis dans différents marchés situés en banlieue de Paris. En plus de simuler les flux monétaires des immeubles en analysant les baux et les mouvements des locataires, les auteurs simulent également les prix des propriétés ainsi que les niveaux des loyers des marchés en question. Tout comme Baroni, Barthélémy et Mokrane (2007), les auteurs estiment les mouvements browniens géométriques des prix et des loyers pour ensuite les simuler. Les auteurs tiennent compte de la corrélation entre les prix et les indices du niveau des loyers, mais ils tiennent également compte de la corrélation liant les différents indices des loyers entre eux.

3.3.4.5 Tests de Christoffersen

Beaucoup d'experts s'entendent sur la nécessité d'avoir un modèle de Valeur à risque qui ne surestime ni ne sous-estime de manière significative le risque du portefeuille. Autrement dit, les gestionnaires de risque désirent une VAR dont les dépassements, en pourcentage, ne sont pas significativement différents du seuil de signification sélectionné. Par exemple, si un gestionnaire analyse une VAR au seuil de signification de 5%, et que 8 % des rendements dépassent cette VAR durant la période de backtesting, il est fort probable que la VAR en question sous-estime le risque du portefeuille. À l'inverse, si seulement 2 % des rendements dépassent la VAR durant le backtesting, alors il est fort probable que la VAR surestime le risque du portefeuille. Ce problème peut être identifié par un test inconditionnel de couverture de la VAR. Cependant, les analystes s'attardent non

seulement aux dépassements VAR, mais aussi à la proportion de dépassements successifs de la VAR. En effet, si les dépassements de la VAR se suivent chronologiquement, c'est donc qu'il y a toujours de la dépendance sérielle dans les rendements. Si c'est le cas, le modèle prévisionnel de la variance peut être mal spécifié, ce qui nécessite parfois une modification à apporter à la VAR. Ce problème peut être identifié par un test d'indépendance des dépassements VAR. Les travaux de Christoffersen (1998) sur les tests de performance des VAR permettent de contrer ces problèmes. En effet, l'auteur introduit trois types de tests ratio de vraisemblance (*Likelihood ratio*). Le premier test correspond aux dépassements VAR, soit le test inconditionnel de couverture :

$$LR_{inc} = 2Log \left[\frac{\left(1 - \frac{n_1}{n_0 + n_1}\right)^{n_0} \left(\frac{n_1}{n_0 + n_1}\right)^{n_1}}{(1 - pr)^{n_0} (pr)^{n_1}} \right] \sim \chi^2(1)$$

Où n_0 correspond au nombre de rendements qui ne dépassent pas la VAR, n_1 correspond au nombre de dépassements VAR, $\frac{n_1}{n_0 + n_1}$ correspond à la probabilité empirique de dépassement VAR et pr correspond à la probabilité théorique de dépassement VAR. Ainsi, si la proportion de dépassements VAR est statistiquement différente à la probabilité théorique de dépassements, le test rejettera l'hypothèse nulle. Un tel rejet implique que le modèle de VAR est biaisé, car il produit une proportion incorrecte de dépassements.

Le deuxième test correspond aux dépassements successifs ; le test d'indépendance. Il s'agit de vérifier si les probabilités d'observer un dépassement VAR sont les mêmes peu importe ce qui s'est passé à la période précédente, qu'il y ait eu dépassement ou non.

$$LR_{ind} = 2Log \left[\frac{\left(1 - \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}\right)^{n_{00}} \left(\frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}\right)^{n_{01}} \left(1 - \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}\right)^{n_{10}} \left(\frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}\right)^{n_{11}}}{\left(1 - \frac{n_1}{n_0 + n_1}\right)^{n_0} \left(\frac{n_1}{n_0 + n_1}\right)^{n_1}} \right] \sim \chi^2(1)$$

Où n_{01} est le nombre de dépassements observés suite à un non-dépassement, n_{00} est le nombre de non-dépassements suite à un non-dépassement, n_{11} est le nombre de dépassements observés suite à un dépassement et n_{10} est le nombre de non-dépassement suite à un dépassement. Ainsi, $\frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}$ correspond à la probabilité empirique de dépassement VAR suite à un non-dépassement alors que $\frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}$ correspond à la probabilité empirique de dépassement VAR suite à un dépassement VAR. Si le test est rejeté, c'est donc qu'il y a de la dépendance dans les dépassements VAR. Si tel est le cas, cela impliquerait que les probabilités d'observer un dépassement VAR seraient plus élevées s'il y avait eu un dépassement VAR à la période précédente comparativement à s'il n'y en avait pas eu.

Finalement, le troisième test de Christoffersen teste conjointement les hypothèses du test inconditionnel de couverture et du test d'indépendance, soit :

$$LR_{cond} = LR_{inc} + LR_{ind} \sim \chi^2(2)$$

Si ce test est rejeté, c'est que les dépassements VAR sont à la fois d'une proportion statistiquement différente à la proportion théorique attendue et à la fois statistiquement dépendants.

3.3.5 Autres mesures de risque

3.3.5.1 Analyse de sensibilité

Plusieurs méthodes servant à mesurer l'incertitude dans les valeurs et les rendements des actifs immobiliers existent. Les analystes peuvent effectuer des analyses de sensibilité. Il s'agit d'une étape additionnelle effectuée après avoir calculé la valeur immobilière. Par exemple, l'analyste peut calculer différentes valeurs de l'actif selon différents taux de capitalisation. Par exemple, en augmentant le taux de capitalisation de 50 points de base, et en recalculant la valeur, l'analyste peut estimer quelle perte, en valeur marchande, l'actif pourrait subir advenant une telle variation dans cette variable. De tels calculs peuvent être effectués avec plusieurs valeurs de taux de capitalisation, ce qui permet à l'investisseur de mesurer de manière quantitative les pertes potentielles attribuables à la variation défavorable d'une variable de l'évaluation immobilière. Une telle analyse de sensibilité peut être faite sur chaque variable.

3.3.5.2 Scénarios-chocs

Une autre méthode de mesure de l'incertitude permet quant à elle de mesurer l'impact des variations sur plusieurs variables à la fois ; l'étude de scénarios-chocs. En effet, un scénario-choc est une analyse de sensibilité effectuée sur plusieurs variables ayant des impacts similaires sur la valeur de l'actif. Par exemple, en plus d'analyser l'impact des variations du taux de capitalisation, un analyste peut analyser les impacts des variations du taux de vacances, du taux de croissance des loyers, du niveau des dépenses opérationnelles (OPEX), etc. L'usage des scénarios-chocs sert souvent à mesurer l'impact sur la valeur marchande des actifs, advenant le meilleur scénario (*best-case scenario*) et advenant le pire scénario (*worst-case scenario*). Il permet de quantifier la perte résultant des variations défavorables de ces variables.

4 Objectifs et hypothèses

4.1 Objectifs de recherche

Notre projet de recherche consiste à simuler les variables macroéconomiques liées à l'évaluation immobilière, qui sont elles-mêmes incorporées à un modèle d'évaluation immobilière dans le but de simuler les valeurs immobilières de trois différents marchés géographiques : le Canada, les États-Unis et le Royaume-Uni. Nous simulons 1000 valeurs immobilières à chaque mois compris dans la période de backtesting. Ainsi, nous obtenons une distribution des 1000 valeurs immobilières simulées à chacun des mois, à partir de laquelle nous pouvons effectuer des mesures de dispersion. Ces mesures correspondent au 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentile de la distribution des valeurs immobilières simulées pour le mois, de même que la moyenne de cette distribution. Nous effectuons le même exercice pour chacun des mois contenus dans la période de backtesting de manière à obtenir des séries chronologiques de ces mesures de dispersion. Nous insérons ensuite ces cinq séries

dans un graphique afin d'observer l'évolution de cette dispersion dans le temps. Finalement, nous calculons la série des étendues entre les 95^e percentiles et les 5^e percentiles de distributions afin d'estimer les mesures statistiques de dispersion, soit la moyenne des étendues, l'écart-type des étendues ainsi que le minimum et le maximum des étendues, et ce pour tous les modèles de simulations ainsi que pour tous les marchés géographiques.

L'objectif principal du mémoire est de comparer l'incertitude reliée à l'effet des variables macroéconomiques sur l'évaluation immobilière pour chacun des modèles de simulations étudiés en analysant les mesures statistiques de dispersion. Pour ce faire, nous utilisons deux modèles de simulation Monte-Carlo et deux modèles de simulation historique.

Pour les simulations Monte-Carlo, nous simulons un modèle inconditionnel (variance-covariance EQWMA) et un modèle conditionnel. Pour la simulation Monte-Carlo conditionnelle, nous estimons la matrice variance-covariance selon le modèle CCC-GARCH. Évidemment, l'utilisation du terme GARCH ne sert qu'à alléger le texte dans ce cas-ci puisque nous estimons la variance des variables selon le modèle univarié GJR-GARCH lorsque les paramètres de ce modèle sont significatifs, et estimons la variance selon le modèle GARCH lorsque seuls les paramètres du modèle GARCH sont significatifs.

Contrairement aux simulations Monte-Carlo, les simulations historiques ne nécessitent pas l'estimation de la matrice variance-covariance, en passant par une analyse multivariée. Nous estimons plutôt la variance de chacune des variables prises individuellement.

La comparaison se fait sur une base descriptive, soit en analysant les graphiques de l'évolution de la dispersion dans le temps et en analysant les mesures statistiques de dispersion pour chacun des modèles, et ce, pour chacun des marchés géographiques étudiés. Puisque notre période de backtesting va de février 2000 à juin 2015, nous simulons 185 mois. Autrement dit, chacune de nos cinq séries chronologiques de mesures de dispersion mensuelles, de même que notre série d'étendues, est composée de 185 mesures correspondant à chacun des 185 mois de la période de backtesting. Nous analysons les mesures statistiques de dispersion pour l'entièreté de la période de backtesting (complet), mais nous les subdivisons également en trois sous-périodes afin de comparer les dispersions entre les trois sous-périodes. Puisque la crise immobilière de 2008 est incluse dans le deuxième tiers, les trois périodes de backtesting correspondent respectivement à avant, pendant et après la crise.

Le premier sous-objectif lié à l'objectif principal est de comparer les mesures statistiques de dispersion obtenues avec les modèles de simulation historique avec ceux obtenus avec les modèles de simulation Monte-Carlo.

Le deuxième sous-objectif lié à l'objectif principal est de comparer les mesures statistiques de dispersion des modèles inconditionnels avec celles des modèles conditionnels. Puisque les modèles inconditionnels ne font pas de prévision sur la variance de la prochaine période conditionnellement à la variance de la période précédente, leur modèle se base sur la

variance moyenne de l'échantillon, ce qui devrait stabiliser la volatilité tout au long des simulations. À l'inverse, les modèles conditionnels font une prévision sur la variance de la prochaine période conditionnellement à la variance de la période précédente, ce qui devrait permettre une certaine variation dans la volatilité mensuelle tout au long des simulations.

Le troisième sous-objectif lié à l'objectif principal, qui est un mélange des sous-objectifs 1 et 2, est de comparer les mesures statistiques de dispersion des modèles de simulation Monte-Carlo conditionnels avec celles des modèles de simulations historiques filtrées (conditionnelles). Tel que mentionné précédemment, les modèles de simulations historiques prennent en compte les liens de dépendance indirects inhérents entre les différentes variables macroéconomiques. Ce n'est pas le cas des modèles de simulation Monte-Carlo, qui eux nécessitent l'estimation de la matrice des corrélations incluse dans la matrice variance-covariance. Ainsi, la dépendance entre les différentes variables n'est pas propre à chaque date dans le cas de la simulation Monte-Carlo, elle est plutôt estimée sur l'échantillon complet par la matrice des corrélations, qui elle est ensuite incluse dans le modèle.

Un quatrième sous-objectif lié à l'objectif principal est de comparer les mesures statistiques de dispersion entre les différents marchés géographiques étudiés, soit le Canada, le Royaume-Uni et les États-Unis. En observant les graphiques de percentiles de distribution dans le temps et en analysant les mesures statistiques de dispersion des différents modèles de simulation effectués, et ce pour chacun des marchés géographiques étudiés, nous sommes en mesure de constater lequel des marchés a les dispersions les plus élevés (moyenne des étendues) et lequel a les dispersions les plus variables (écart-type des étendues). De plus, nous pouvons comparer le comportement des séries du 5^e et 95^e percentile entre les différents marchés et les différents modèles de simulation afin d'analyser les queues de distributions. Toutes ces constatations nous permettent de conclure lequel de ces trois marchés géographiques est le plus risqué relativement aux variables macroéconomiques de l'évaluation immobilière.

4.2 Hypothèses de recherche

En ce qui concerne les hypothèses liées à l'objectif principal, nous nous attendons premièrement à ce que tous les paramètres des modèles de variance conditionnelle GARCH et CCC-GARCH soient statistiquement significatifs. En d'autres termes, nous nous attendons à ce que les coefficients ARCH et GARCH soient significatifs pour les modèles GARCH, et nous tenons compte de l'asymétrie des erreurs positives et négatives sur les variances à l'aide du modèle GJRGARCH lorsque l'effet est significatif.

Des tests d'hypothèse sont effectués pour chacun des paramètres des différents modèles, où l'hypothèse nulle est que le paramètre est équivalent à 0.

Deuxièmement, parmi tous les modèles de simulation effectués, nous nous attendons à ce que le modèle de simulation historique avec filtres GARCH ou GJRGARCH, dépendamment des variables, affiche les moyennes et les écart-types des étendues les plus élevés. En effet, nous croyons que ce modèle peut mesurer la volatilité temporelle avec

plus de précision que les autres modèles, affichant de plus grandes dispersions et de plus grandes variations dans les dispersions, et ce pour tous les marchés géographiques étudiés.

Concernant notre premier sous-objectif lié à l'objectif principal, nous nous attendons à ce que les modèles de simulations historiques affichent des moyennes et des écart-types des étendues plus élevés que les modèles de simulations Monte-Carlo.

En lien avec notre deuxième sous-objectif, nous nous attendons à ce que les modèles inconditionnels de simulation historique et de simulation Monte-Carlo affichent des volatilités relativement stables dans le temps. Puisque ces modèles n'incluent pas de modèles de prévision conditionnels de la variance ou de la matrice variance-covariance, nous nous attendons à ce que la dispersion des distributions de valeurs immobilières simulées demeure relativement stable durant toute la période des simulations. En effet, pour chacune des variables macroéconomiques, la volatilité prévue à chaque période t correspond à la volatilité passée moyenne de l'échantillon. Même si l'échantillon utilisé pour estimer la volatilité moyenne de l'historique évolue sous forme de fenêtre croissante, nous nous attendons à ce que les dispersions de valeurs immobilières soit plus stable tout au long des simulations inconditionnelles. Évidemment, ce ne sera pas le cas des modèles conditionnels, qui permettent à la volatilité de chacune des variables de varier conditionnellement à la volatilité passée. Ainsi, avec les modèles conditionnels, nous nous attendons à ce que la dispersion des valeurs immobilières atteigne de plus hauts niveaux et varie plus rapidement dans le temps qu'avec les modèles inconditionnels. Nous nous attendons donc à ce que les modèles conditionnels affichent des moyennes et des écart-types des étendues plus élevés que les modèles inconditionnels.

En lien avec notre troisième sous-objectif, nous nous attendons à ce que les modèles de simulations historiques filtrées (conditionnels) affichent des moyennes et des écart-types des étendues plus élevés que les modèles de simulation Monte-Carlo conditionnels. Nous croyons que les liens de dépendance indirects inhérents aux modèles de simulations historiques filtrées sont plus efficaces pour mesurer la dépendance entre les différentes variables macroéconomiques que les matrices de corrélation incluses dans les matrices variance-covariance estimées avec les simulations Monte-Carlo conditionnelles, en particulier lors de période de forte volatilité.

Concernant notre quatrième sous-objectif, nous nous attendons à ce que le marché américain soit le marché géographique affichant la plus grande variabilité dans la dispersion de ses valeurs immobilières, c'est-à-dire le marché affichant les plus grands écart-types des étendues. Nous croyons que le marché des États-Unis est plus volatil que les marchés britannique et canadien, notamment en raison de la grande correction négative qu'a subie le marché immobilier commercial américain durant la crise de 2008. Les effets de cette correction se retrouveront dans nos simulations. Cependant, il sera intéressant de comparer la moyenne des étendues entre nos différents marchés ; certains marchés géographiques sont dits plus risqués que d'autres, c'est-à-dire qu'il y a en général plus d'incertitude dans les variables de l'évaluation immobilière pour ces marchés.

5 Méthodologie

L'objectif principal de ce mémoire est de comparer l'incertitude liée aux variables macroéconomiques de l'évaluation immobilière entre différents modèles de simulations historiques et de simulations Monte-Carlo. Cela nous permet d'identifier quels modèles permettent une meilleure lecture de l'incertitude par rapport à d'autres. Toutefois, la mise en place de ces modèles nécessite plusieurs étapes préliminaires.

Nous devons effectuer le traitement de nos données, modéliser notre modèle d'évaluation immobilière, sélectionner et modéliser les modèles de prévision pour chacune des variables du modèle et mettre en place les processus de diffusion pour nos différents modèles de simulation afin de pouvoir simuler les valeurs immobilières de chacun de nos marchés géographiques.

5.1 Notre modèle d'évaluation immobilière

En émettant l'hypothèse que nous nous trouvons dans la position d'un investisseur institutionnel canadien, les flux monétaires de l'actif immobilier sont convertis en dollar canadien. Notre modèle d'évaluation s'écrit comme suit :

$$V_t = \frac{CF_t * (1 + \bar{g}) * (Taux\ de\ change_t)}{k_t - \bar{g}} \quad (1)$$

Il existe un consensus dans le milieu de la pratique, qui est également partagé par quelques rares auteurs dans le milieu académique, qui considère la prime de risque immobilière (π_t) comme étant la différence entre le taux de rendement réalisé (*Yield*) et le taux sans risque, soit :

$$\pi_t = Yield_t - Rf_t \quad (2)$$

Cette formulation est similaire au *Capital Asset Pricing Model* de Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) :

$$k_s = Rf_t + \beta_s(Rm_t - Rf_t) \quad (3)$$

Où la prime de risque de marché (*equity risk premium*) correspond à l'écart entre le rendement du marché et le taux sans risque ($Rm_t - Rf_t$).

Nous pouvons faire un parallèle avec le CAPM et ce modèle du taux de rendement exigé pour les actifs immobiliers. En effet, nous considérons le *Yield* comme étant l'équivalent du rendement de marché (Rm) du modèle CAPM. De plus, nous considérons que le facteur de sensibilité β de l'immobilier équivaut à 1 et que le taux sans risque faisant office d'ordonnée à l'origine est le même que le taux sans risque servant à estimer la prime de risque de marché ($Rm - Rf$).

$$k_{u_t} = Rf_t + \beta_u(Yield_t - Rf_t) = Rf_t + (Yield_t - Rf_t) = Yield_t \quad (4)$$

Ainsi, nous considérons le *Yield* comme étant le taux de rendement exigé k_u pour les actifs immobiliers. Donc :

$$\pi_t = Yield_t - Rf_t = k_{u_t} - Rf_t \quad (5)$$

Le modèle peut donc également s'écrire selon :

$$V_t = \frac{CF_t * (1 + \bar{g}) * (Taux\ de\ change_t)}{(\pi_t + Rf_t) - \bar{g}} \quad (6)$$

Les flux monétaires perçus durant l'année au temps 0 (CF_0) sont d'un montant fixe, soit 100 000, libellé dans la devise locale. Ces flux monétaires sont multipliés par un facteur $(1+g)$, c'est-à-dire qu'ils augmentent au taux de croissance moyen des loyers. Ce montant est ensuite converti en dollars canadiens, puis divisé par la différence entre k_t , soit la somme de la prime de risque immobilière et du taux sans risque (π_t+Rf), et le taux de croissance moyen des loyers (\bar{g}).

Évidemment, pour le marché canadien, puisque les flux monétaires sont déjà dans la devise de l'investisseur, il n'y a pas de conversion du taux de change. Le modèle en contexte canadien s'écrit donc selon :

$$V_t = \frac{CF_t * (1 + \bar{g})}{(\pi_t + Rf_t) - \bar{g}} \quad (7)$$

Ainsi, quatre variables ont un impact direct sur le modèle d'évaluation immobilière : le taux sans risque, le taux de change, le taux de croissance moyen des loyers (\bar{g}) et la prime de risque immobilière (π).

Les variables du taux sans risque et du taux de change sont simulées avec incertitude. Le taux de croissance moyen des loyers (\bar{g}), quant à lui, n'est pas simulé avec la simulation historique ou avec la simulation Monte-Carlo en raison du manque flagrant de données lié à cette variable. Cependant, nous détenons une série de données sur les taux de croissance immobiliers annuels du marché britannique qui provient de la base de données *IPD Digest International*. Bien que cette série ne contienne que très peu de données, il nous est tout de même possible d'estimer la moyenne de ces taux de croissance des loyers pour ensuite incorporer cette valeur dans notre modèle. Puisque cette base de données ne contient aucune information sur les taux de croissance moyens des loyers pour les marchés américains et canadiens, et que nous n'avons pas été en mesure d'obtenir de telles séries de données, nous utilisons la moyenne calculée à partir des données du marché britannique pour tous les marchés géographiques, soit une valeur de 1% (cette valeur sera présentée plus loin dans le sommaire statistique du taux de croissance moyen des loyers). Nous émettons l'hypothèse que cette valeur convient à tous nos marchés géographiques. Ainsi, cette variable est maintenue fixe tout au long de nos simulations.

Finalement, la prime de risque immobilière (π) est modélisée à l'aide d'une régression multiple ; elle dépend donc de plusieurs variables macroéconomiques. Ainsi, contrairement au taux sans risque et au taux de change qui sont simulés avec incertitude à partir du terme d'erreur de leur modèle de prévision, nous n'utilisons pas le terme d'erreur du modèle de la prime de risque immobilière (π) dans la simulation. Nous simulons plutôt chacune des variables indépendantes du modèle de régression de la prime de risque immobilière (π) à partir du terme d'erreur propre au modèle de prévision de chacune de ces variables. En d'autres termes, nous simulons indirectement π en simulant les variables explicatives de π .

5.2 Modèle retenu pour la prime de risque immobilière

Nous nous basons sur le modèle de régression des taux de capitalisation $\left(\frac{X}{P}\right)$ introduits par Elliehausen et Nichols (2012) pour modéliser la prime de risque immobilière (π). Bien que les auteurs utilisent des variables typiquement immobilières, des variables sur les conditions du marché local, des variables sur le type d'acheteur, des variables sur le type de financement et des variables binaires propres à chaque région métropolitaine, notre modèle se base exclusivement sur les variables macroéconomiques (à l'exception des variables binaires de récession et de post-récession) utilisées par les auteurs, soit le taux des Bons du Trésor 10 ans, le taux de rendement à l'échéance (*yield-to-maturity*) des obligations corporatives AAA, la variation de l'IPC²³, l'écart de crédit des obligations corporatives (Baa-Aaa), la variation de l'indice boursier ainsi que la variation de l'indice du prix des maisons.

$$\begin{aligned}\frac{X}{P} = & \beta_0 + \beta_1(10 \text{ yrs Gov. Yield}) + \beta_2(\text{Aaa Corp. Yield}) \\ & + \beta_3(\Delta \text{IPC}) + \beta_4(\Delta \text{Indice Boursier}) \\ & + \beta_5(\Delta \text{Housing prices}) + \beta_6(\text{Baa} - \text{Aaa})\end{aligned}\quad (8)$$

Cependant, nous apportons quelques modifications à ce modèle.

Premièrement, nous remplaçons la variation de l'indice boursier par la prime de risque de marché, soit le rendement excédentaire de l'indice boursier par rapport au taux sans risque ($R_i - R_f$). Puisqu'Elliehausen et Nichols (2012) utilisent les données de l'indice S&P500 pour leur variable de la variation de l'indice boursier, nous utilisons également cet indice pour calculer notre prime de risque de marché américaine. Nous utilisons des indices similaires pour les marchés canadiens et britanniques. Puisqu'il ne s'agit pas d'indices de l'ensemble du marché mais plutôt d'indices boursiers d'entreprises à grandes capitalisations, nous utilisons la notation ($R_i - R_f$) au lieu de la notation ($R_m - R_f$) qui est présentée dans la revue de littérature. Similairement au *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) de Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) et au *Three-factor model* de Fama et French (1996) qui utilisent la prime de risque de marché ($R_m - R_f$) dans leur modèle du taux de rendement exigé sur les actions, nous incluons la prime de risque de marché ($R_i - R_f$) à notre modèle de la prime de risque immobilière. Logiquement, plus la prime de risque de marché est élevée, plus le rendement exigé sur les actions est élevé ce qui fait augmenter le rendement exigé sur les actifs immobiliers, et donc la prime de risque immobilière. Cette modification est en lien avec les travaux de Ling et Naranjo (1997) et Jud et Winkler (1995) qui utilisent la prime de risque de marché ($R_m - R_f$) dans la modélisation des rendements immobiliers et des taux de capitalisation, respectivement.

²³ Nous aurions eu un grand intérêt à inclure la variation de l'IPC dans notre modèle de prévision de la prime de risque immobilière. Cependant, cette variable s'est avérée non-significative dans la régression, autant sur la période d'estimation que sur l'échantillon complet. Pour cette raison, nous avons choisi de retirer cette variable du modèle.

Deuxièmement, afin de mieux tenir compte du risque du marché immobilier commercial propre à chaque marché géographique étudié, nous ajoutons une septième variable macroéconomique au modèle ; la variance de l'indice REITs. De cette manière, plus la variance de l'indice REITs propre au marché géographique est élevée, plus la prime de risque immobilière (π) correspondant à ce marché est élevée. Cette modification apporte une meilleure mesure du rendement exigé (prime de risque immobilière) pour un niveau de risque donné (variance de l'indice REITs)²⁴.

Cet ajustement est présent dans la littérature portant sur la prime de risque de marché (*equity risk premium*). En effet, plusieurs auteurs ont inclus la volatilité du marché boursier dans leur modèle de prime de risque. French, Schwert et Stambaugh (1987) examinent la relation entre les rendements des actions et la volatilité du marché boursier et constatent que la prime de risque de marché espérée est positivement liée à la volatilité prévue du marché boursier. Guo (2006) inclut une mesure de volatilité dans son modèle de prime de risque de marché. En effet, l'auteur effectue des prévisions sur les rendements excédentaires des marchés boursiers et constate que la volatilité du marché boursier, jumelée au ratio consommation-richeesse (*consumption-wealth ratio*), a un grand pouvoir de prédiction hors échantillon (*out-of-sample*). Bollerslev, Engle et Wooldridge (1988) étudient la relation entre la prime de risque de marché et la variance conditionnelle et concluent que les primes de risque des actifs sont significativement influencées par leur variance conditionnelle. De plus, les auteurs indiquent que les primes de risque sont mieux représentées par les covariances entre les rendements des actifs et le rendement du marché que par leur propre variance.

Peu d'auteurs ont inclus la volatilité dans un modèle de prévision de la prime de risque immobilière. Cependant, tel qu'indiqué par Ho, Addae-Dapaah et Glascock (2015), la volatilité historique obtenue suite au processus de délissage des rendements immobiliers, qui est plus élevée que la volatilité sans délissage, est une variable raisonnable à inclure dans l'estimation de la prime de risque immobilière internationale. Bien que nous ne travaillons pas avec des volatilités de rendements déliés, nous croyons tout de même que la volatilité des indices REITs par marché géographique est un bon indicateur de la prime de risque immobilière.

Troisièmement, nous modifions les variables liées au risque de crédit, soit le *yield-to-maturity* des obligations corporatives AAA et l'écart de crédit Baa-Aaa. En effet, puisque les séries de données sur les *yield-to-maturity* des obligations corporatives Aaa et Baa pour tous les marchés géographiques sous étude ne sont pas assez longues pour les fins du mémoire, nous avons remplacé le *yield-to-maturity* des obligations corporatives AAA par le *yield-to-maturity* des obligations corporatives cotées *Investment-Grade* (Corp.)²⁵ et nous

²⁴ Nous aurions eu un grand intérêt à inclure la variance de l'indice REITs et la variation de l'indice du prix des maisons dans notre modèle de prévision de la prime de risque immobilière. Cependant, faute d'un historique de données trop court pour ces deux variables, nous n'avons pas été en mesure de les inclure dans notre modèle.

²⁵ Nous aurions eu un grand intérêt à inclure les *yield-to-maturity* des obligations corporatives cotées *Investment-Grade* (Corp.) dans notre modèle de prévision de la prime de risque immobilière. Cependant,

avons remplacé l'écart de crédit Baa-Aaa par l'écart entre les *yield-to-maturity* des obligations corporatives *Investment-Grade* et les taux des obligations gouvernementales 10 ans (Corp.-T). Une section plus détaillée portant sur ces variables est présentée à la section sur les données.

Notre modèle de régression de la prime de risque immobilière s'écrit donc selon :

$$\begin{aligned} Yield_t - Rf_t = \pi_t = & \beta_0 + \beta_1(Gov. 10 ans)_t + \beta_2(Corp.)_t + \beta_3(\Delta IPC)_t \\ & + \beta_4(R_i - Rf)_t + \beta_5(\Delta \text{indice prix des maisons})_t \\ & + \beta_6(Corp.-T)_t + \beta_7\sigma^2 REITs_t \end{aligned} \quad (9)$$

Toutes les variables du modèle de π sont simulées avec incertitude à l'exception de deux variables : la variation de l'indice du prix des maisons et la variance de l'indice REITs. Ces deux variables sont prévues sans incertitude à chaque mois t . Puisque les séries de données sur ces deux variables sont trop courtes, nous préférons les garder constantes durant nos simulations, soit prévues sans incertitude. L'incertitude liée à π provient donc exclusivement des variables explicatives de la régression qui ont été simulées, soit des variables macroéconomiques.

En résumé, nous simulons sept variables macroéconomiques (taux de change, taux sans risque, Gov. 10 ans, Corp., variation de l'IPC, Ri-Rf, Corp.-T) à l'aide de simulations historiques et de simulations Monte-Carlo, nous maintenons la valeur du taux de croissance moyen des loyers (\bar{g}) fixe et nous effectuons des prévisions sans incertitude pour la variation de l'indice du prix des maisons et la variance de l'indice REITs, pour un total de dix variables.

5.3 Régressions

Afin de simuler les différentes variables macroéconomiques sous étude, nous devons effectuer les régressions qui servent à estimer les différents modèles de prévision.

5.3.1 Taux sans risque

Premièrement, pour le taux sans risque, soit le taux des bons du trésor 3 mois, nous devons effectuer la régression selon les paramètres du modèle de simulation de Cox, Ingersoll et Ross (1985) :

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t \quad (10)$$

Ce processus, qui est une équation stochastique différentielle en temps continu, doit être converti en temps discret dans le but de simuler les taux d'intérêt mensuels. La méthodologie spécifique au modèle CIR est présentée à l'[annexe 3](#).

Le modèle en temps discret s'exprime selon :

$$r_{t+\Delta_t} - r_t = \kappa(\theta - r_t)\Delta_t + \sigma\sqrt{r_t\Delta_t}\varepsilon_t \quad (11)$$

Et la régression à effectuer afin d'estimer le paramètre κ correspond à :

puisque'il y a présence de multicolinéarité dans le modèle (corrélation trop importante entre Corp. et Gov. 10 ans), nous avons été contraints de retirer l'une des variables dans la régression et avons choisi de retirer la variable Corp.

$$\left(\frac{r_{t+\Delta t} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right) = \kappa \left(\frac{(\theta - r_t)}{\sqrt{r_t}}\right) + \varepsilon_t \quad (12)$$

Cette régression nous permet d'estimer notre coefficient de vitesse de retour à la moyenne κ et notre paramètre de volatilité (σ) qui est inséré dans le processus de diffusion.

Bien qu'il s'agisse d'un processus de diffusion où c'est la variable $\left(\frac{Rf_{t+\Delta t} - Rf_t}{\sqrt{Rf_t}}\right)$ qui est simulée, il faut savoir que c'est $Rf_{t+\Delta t}$ qui est directement inséré dans le modèle d'évaluation immobilière.

5.3.2 Taux de change

Deuxièmement, pour le taux de change, plusieurs modèles de prévision issus de la littérature sont présentés à la section 4 de l'[annexe 1](#). Nous nous basons sur celui de Znaczkó (2013) qui conclut que le processus de moyenne mobile MA(1) est le meilleur modèle de prévision pour deux des trois taux de change étudiés.

Cependant, afin de déterminer le meilleur modèle à appliquer dans nos simulations, nous devons tester les modèles ARMA(p,q) et ARIMA(p,d,q) pour différentes valeurs de p, d et q selon la méthode itérative de sélection des modèles de séries chronologiques établie par Box et Jenkins (1970).

5.3.3 Prime de risque immobilière (π)

Troisièmement, pour la prime de risque immobilière (π), le modèle de régression multiple est présenté à l'équation 9.

Le marché du Royaume-Uni est le seul marché géographique pour lequel nous avons accès à suffisamment de données mensuelles sur les *Yield*. Ainsi, nous devons baser notre modèle de la prime de risque immobilière sur les données du marché britannique. En effet, puisque nous n'avons pas accès aux *Yield* mensuels des autres marchés géographiques considérés, nous sommes contraints d'utiliser les facteurs de sensibilités estimés à partir des données britanniques pour prévoir la prime de risque immobilière (π) des autres marchés géographiques. Autrement dit, nous devons appliquer les facteurs de sensibilités britanniques aux variables macroéconomiques des autres marchés. Il s'agit d'une des limites liées aux données que nous ne sommes pas en mesure d'améliorer en raison d'un nombre insuffisant de données pour les *Yield* des autres marchés géographiques.

En vue de simuler avec incertitude la prime de risque immobilière (π), nous devons d'abord estimer les modèles de régression pour chacune des variables contenues dans le modèle de π . En effet, toutes les variables qui font partie du modèle de π sont individuellement simulées avec incertitude, à l'exception de la variation de l'indice du prix des maisons et de la variance des REITs. Les modèles de régression sélectionnés pour les différentes variables correspondent aux modèles qui, au meilleur de nos connaissances, font consensus dans la littérature ou sont les plus pertinents dans notre contexte.

5.3.3.1 Taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans)

Quatrièmement, en ce qui concerne les taux des obligations gouvernementales 10 ans, nous croyons que le modèle de Nelson et Siegel (1987) mentionné précédemment, quoique performant et largement utilisé dans la littérature, soit un modèle un peu trop complexe pour les fins du présent mémoire. En effet, puisqu'il ne nous est pas nécessaire de faire des prévisions sur l'ensemble de la structure à terme des taux d'intérêt, et que nous ne nous intéressons pas à effectuer les prévisions les plus précises, mais bien à étudier la dispersion dans nos simulations, nous n'utilisons pas ce modèle. Ainsi, les taux des obligations gouvernementales 10 ans sont eux aussi simulés à l'aide du modèle de Cox, Ingeroll et Ross (1985) que nous avons couvert précédemment.

Cependant, il faut savoir que les coefficients κ , θ et σ pour les taux du gouvernement 10 ans ne sont pas équivalents aux coefficients qui auront été préalablement estimés dans la régression du taux sans risque. En effet, il faut encore une fois estimer la moyenne à long terme (θ) pour ensuite régresser la variable des variations de taux $\left(\frac{r_{t+\Delta t} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$ sur la variable de l'écart entre la moyenne à long terme et le taux de la période t $\left(\frac{\theta - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$ afin d'estimer le coefficient de vitesse de retour à la moyenne κ .

$$\left(\frac{Gov.10ans_{t+\Delta t} - Gov.10ans_t}{\sqrt{Gov.10ans_t}}\right) = \kappa \left(\frac{(\theta - Gov.10ans_t)}{\sqrt{Gov.10ans_t}}\right) + \varepsilon_t \quad (13)$$

Bien que le modèle CIR soit souvent utilisé pour les taux à court terme (3 mois), et que son utilisation avec des taux à plus long terme comme les taux des obligations gouvernementales 10 ans entraîne des résultats légèrement moins précis, nous croyons qu'un tel modèle convient bien aux objectifs du mémoire.

5.3.3.2 Taux des obligations corporatives *Investment-Grade* (Corp.)

Cinquièmement, en ce qui concerne le rendement à l'échéance (*yield-to-maturity*) des obligations corporatives cotées *Investment-Grade*, bien que les modèles de prévision présentés dans la revue de littérature portant sur cette variable comprennent le modèle de Nelson et Siegel (1987), un modèle basé sur les anticipations des investisseurs ainsi que le modèle ARIMA, nous considérons que ces modèles sont trop complexes ou impertinents pour les fins du présent mémoire. En effet, nous considérons que le modèle CIR sera plus pertinent pour simuler les *Corporate Investment-Grade Bond yields* que le modèle ARIMA, et que même si ce modèle est surtout utilisé pour les taux sans risque, il est tout de même pertinent pour simuler les *yield-to-maturity* des obligations corporatives *Investment-Grade*, relativement peu risquées. Nous devons donc estimer la régression :

$$\left(\frac{Corp.t+\Delta t - Corp.t}{\sqrt{Corp.t}}\right) = \kappa \left(\frac{(\theta - Corp.t)}{\sqrt{Corp.t}}\right) + \varepsilon_t \quad (14)$$

La même méthodologie présentée précédemment pour les taux sans risque et les taux du gouvernement 10 ans est également utilisée pour les taux des obligations corporatives *Investment-Grade*.

5.3.3.3 Variation de l'IPC (Δ IPC)

Sixièmement, pour ce qui est de la variation de l'IPC, nous nous basons sur les auteurs qui ont travaillé sur la prévision du taux d'inflation. Nelson et Schwert (1977) et Stock et Watson (2007) qui établissent que le meilleur modèle de prévision de l'inflation correspond au modèle IMA(1,1) (*integrated moving average*).

$$\text{Taux d'inflation} = \frac{\text{IPC}_t - \text{IPC}_{t-1}}{\text{IPC}_{t-1}} = \frac{\Delta \text{IPC}_t}{\text{IPC}_{t-1}} \quad (15)$$

Ainsi, pour prévoir la variation de l'IPC, soit le taux d'inflation multiplié par l'IPC du mois précédent, nous croyons que le modèle IMA(1,1) s'avère pertinent. Cependant, tout comme c'est le cas pour le taux de change, nous devons tester les modèles ARMA(p,q) et ARIMA(p,d,q) pour différentes valeurs de p,d et q selon la méthode de Box et Jenkins (1970) afin de trouver le modèle le plus pertinent.

5.3.3.4 Prime de risque de marché (Ri-Rf)

Septièmement, pour la prime de risque de marché, nous nous basons sur Welch et Goyal (2008) et Harris et Marston (1999) qui indiquent que la prévision à partir de la moyenne à long terme surperforme les prévisions à partir de variables macroéconomiques et que la prime de risque de marché varie dans le temps, respectivement. Ainsi, nous croyons qu'un modèle ARMA(p,q) est pertinent pour prévoir la prime de risque de marché, ce que nous vérifions avec la méthode de Box et Jenkins (1970).

5.3.3.5 Variation de l'indice du prix des maisons (Δ indice prix des maisons)

Huitièmement, en ce qui concerne le modèle de prévision de la variation de l'indice du prix des maisons, nous nous basons sur les travaux de Crawford et Fratantoni (2003) qui concluent que les modèles ARIMA et les modèles GARCH performant mieux pour les prévisions hors échantillon (*out-of-sample forecasting*) des indices du prix des maisons. Ainsi, pour effectuer des prévisions sur la variation de l'indice prix des maisons, soit l'indice intégré d'ordre 1, nous croyons qu'un modèle ARMA(p,q) est pertinent, ce que nous vérifions avec la méthode de Box et Jenkins (1970).

5.3.3.6 Écart de crédit des obligations corporatives (Corp.-T)

Neuvièmement, pour ce qui est du *credit spread* Corp.-T, nous sélectionnons le modèle ARMA. La littérature financière contient plusieurs ouvrages qui traitent de la modélisation des *credit spreads* entre des obligations corporatives de différents classements (*rankings*) et entre des obligations corporatives et des bons du Trésor à long terme. Cependant, la plupart de ces ouvrages utilisent des modèles complexes tels que les modèles structurels (*Structural form models*) et les modèles à forme réduite (*Reduced form models*) que nous jugeons impertinents et trop laborieux à implanter pour les besoins du présent mémoire. Bhanot (2005) nous indique qu'il y a un phénomène de retour vers la moyenne dans les séries temporelles de *credit spread* Baa-T. Ainsi, nous croyons qu'un modèle ARMA(p,q) est pertinent pour simuler les *credit spreads* Corp.-T, ce que nous vérifions avec la méthode de Box et Jenkins (1970).

5.3.3.7 Variance de l'indice REITs ($\sigma^2 REITs$)

Finalement, en ce qui concerne la modélisation de la variance de l'indice REITs, nous utilisons les modèles ARMA(p,q) dans la prévision la variance des REITs. En effet, puisque nos simulations historiques filtrées et nos simulations Monte-Carlo conditionnelles sont effectuées à l'aide des modèles GARCH et GJRGARCH pour modéliser le deuxième moment, nous croyons que les modèles ARMA(p,q) sont pertinents dans ce contexte de prévision, ce que nous vérifions avec la méthode de Box et Jenkins (1970).

Tableau 3 : **Modèles de prévision sélectionnés pour chaque variable macroéconomique**

Le tableau suivant résume les modèles de prévision sélectionnés pour chacune des variables macroéconomiques

<u>Variable macroéconomique</u>		<u>Modèle sélectionné</u>	<u>Avec / Sans incertitude</u>
Taux sans risque (Rf)		CIR	Avec
Taux de change		ARIMA(p,q) selon Box, Jenkins	Avec
Taux de croissance moyen des loyers (g)		Maintenu fixe	
π	Taux bons du trésor 10 ans (Gov.10 ans)	CIR	Avec
	Taux des obligations corporatives <i>Investment-Grade</i> (Corp.)	CIR	Avec
	Variation de l'IPC (ΔIPC)	ARMA(p,q) selon Box, Jenkins	Avec
	Variation de l'indice du prix des maisons (Δ indice prix des maisons)	ARMA(p,q) selon Box, Jenkins	Sans
	Écart de crédit (Corp.-T)	ARMA(p,q) selon Box, Jenkins	Avec
	Prime de risque de marché (Ri-Rf)	ARMA(p,q) selon Box, Jenkins	Avec
	Variance de l'indice REITs ($\sigma^2 REITs$)	ARMA(p,q) selon Box, Jenkins	Sans

Évidemment, après avoir effectué les régressions pour chacune des variables, il est possible que nous ajustons les modèles si jamais les paramètres d'un modèle ne sont pas statistiquement significatifs. Une analyse des erreurs et de la significativité des variables de la régression est effectuée pour chacune des variables. Par exemple, si jamais la variation de l'indice du prix des maisons n'est pas une variable statistiquement significative dans la régression des primes de risque immobilières (π) britanniques sur les différentes variables du modèle, nous pouvons faire une deuxième régression en omettant la variable de

variation de l'indice du prix des maisons, et si cette seconde régression est plus pertinente au niveau du coefficient de détermination R^2 et au niveau de la significativité des paramètres, nous retenons cette deuxième régression.

Il faut savoir qu'à chaque prévision effectuée, la régression est estimée de façon à ce que l'échantillon retenu contienne une donnée de plus qu'à la prévision précédente, soit la méthode de la fenêtre croissante. Autrement dit, durant les régressions, au lieu d'avoir une fenêtre mobile qui va ajouter une donnée récente et retirer une donnée ancienne de l'échantillon à chaque mesure, l'échantillon ajoute toujours une donnée récente à l'échantillon sans jamais en retirer une. Ainsi, chaque mois, une régression est effectuée à partir de l'échantillon correspondant à cette itération, et puisqu'il y a une donnée de plus qui est ajoutée à l'échantillon à chaque période, les coefficients de la régression varient légèrement chaque mois. Toutes les régressions sont effectuées de cette manière.

Bien entendu, la prévision correspond au terme de tendance de notre processus de diffusion. Ainsi, la simulation (prévision avec incertitude) des variables macroéconomiques de l'évaluation immobilière est effectuée en additionnant le terme de tendance (prévision sans incertitude) aux valeurs aléatoires.

Cependant, dans le cas de la prime de risque immobilière (π), puisque ce sont les variables explicatives de π qui sont simulées, c'est l'effet combiné de ces variables simulées qui déterminent l'incertitude liée à π .

5.4 Traitement des données

Il est nécessaire d'organiser certaines séries de données. En effet, quelques données correspondent aux variables telles quelles alors que d'autres nécessitent une opération mathématique (rendement, variation, écart par rapport à une autre variable) avant de pouvoir être modélisées.

5.4.1 Taux sans risque, Taux des bons du trésor 10 ans, taux des obligations corporatives *Investment-Grade*

En vue de simuler le taux sans risque à l'aide du modèle CIR, nous devons créer la série de variations du taux sans risque divisées par la racine carrée du taux sans risque de la période précédente :

$$\frac{\Delta Rf_t}{\sqrt{Rf_{t-1}}} = \frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}} \quad (136)$$

C'est avec cette série de variations que nous pouvons effectuer la régression nécessaire à la simulation du modèle CIR (une explication plus détaillée suivra). Le même principe s'applique pour les autres variables simulées à l'aide du modèle CIR, soit les taux du gouvernement 10 ans et les taux des obligations corporatives *Investment-Grade*.

5.4.2 Taux de croissance moyen des loyers (\bar{g})

La valeur qui est utilisée dans le modèle correspond à la moyenne des taux de croissance annuels. Nous utilisons simplement la moyenne arithmétique afin d'estimer cette valeur :

$$\bar{g} = \frac{\sum_i^n g_i}{n} \quad (147)$$

5.4.3 Prime de risque immobilière (π)

Il faut savoir que les taux d'actualisation (k) mensuels liés à l'investissement immobilier (*Yield*) nous servent à déduire la prime de risque immobilière (π).

5.4.3.1 Délissage des *yields* immobiliers

Premièrement, les *Yield* doivent subir un délissage (*unsmoothing*). Fisher, Geltner et Webb (1994), expliquent que les données d'indices immobiliers commerciaux basés sur l'évaluation immobilière (*appraisal-based*), comme l'indice IPD UK Monthly Property Digest que nous utilisons²⁶, sont lissées en raison de la méthodologie de construction de l'indice.

Afin de contrer ce phénomène de lissage (*smoothing*), nous utilisons le modèle de délissage AR(1) de Geltner (1993). Ce modèle ignore les effets de saisonnalité et d'accumulation temporelle ; autrement dit nous utilisons le modèle qui suppose que toutes les propriétés qui composent l'indice sont réévaluées une fois par année, et ce, toujours à la fin de l'année.

L'auteur explique que les rendements observés R_t^* (*smoothed*) de l'indice sont en fait un lissage exponentiel des rendements réels R_t qui n'ont pas été observés (*unsmoothed*).

$$R_t^* = \phi R_t + \phi(1 - \phi)R_{t-1} + \phi(1 - \phi)^2 R_{t-2} + \dots \quad (18)$$

L'auteur remplace ensuite la moyenne mobile infinie MA(∞) par le processus autorégressif d'ordre 1. Cette opération transforme ainsi le modèle de lissage exponentiel en modèle *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA), tout comme l'ont fait Riskmetrics (1995) que nous couvrirons plus loin.

$$R_t^* = \phi R_t + (1 - \phi)R_{t-1}^* \quad (19)$$

Il faut comprendre que le modèle AR(1) de R_t^* s'écrit selon :

$$R_t^* = \alpha R_{t-1}^* + v_t \quad \text{où} \quad v_t = (1 - \alpha) R_t \quad (20)$$

En effet, le terme d'erreur aléatoire $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ qui fait normalement partie du modèle est supposé nul dans ce contexte étant donné que les erreurs aléatoires engendrées par les propriétés individuelles sont complètement diversifiées dans l'indice. De cette manière, le terme restant v_t correspond uniquement à la portion qui n'a pas été expliquée par R_{t-1}^* , c'est-à-dire la portion expliquée par le rendement réel non observé (*unsmoothed*) au temps t (R_t). En effet, puisque l'on suppose que R_t^* ne peut pas être expliqué par autre chose que R_{t-1}^* et R_t selon $R_t^* = \phi R_t + (1 - \phi)R_{t-1}^*$, alors :

$$R_t^* = \phi R_t + (1 - \phi)R_{t-1}^* = \alpha R_{t-1}^* + v_t \quad (151)$$

²⁶ Une explication plus détaillée de la base de données suivra.

$$v_t = \phi R_t \text{ et } (1 - \phi) = \alpha \leftrightarrow (1 - \alpha) = \phi \quad (162)$$

Suite à cela, l'auteur isole le rendement non lissé R_t

$$R_t = \frac{(R_t^* - (1 - \phi) * R_{t-1}^*)}{\phi} \quad (173)$$

Ce qui équivaut à :

$$R_t = \frac{(R_t^* - \alpha * R_{t-1}^*)}{(1 - \alpha)} \quad (184)$$

Geltner (1993) indique qu'un coefficient ϕ de 0,4 est la valeur qui minimise les erreurs au carré modèle. Il est important de délisser les données provenant d'indices immobiliers avant d'effectuer des régressions sur ces données. Omettre cette étape ferait en sorte que la volatilité de l'indice serait sous-évaluée par rapport à la réalité. À propos du processus de délissage de l'indice basé sur l'évaluation (*appraisal-based index*), Geltner (1993) indique que les rendements de l'indice délissé affichent une volatilité annuelle environ deux fois plus élevée que les rendements de l'indice non ajusté. De plus, l'auteur indique que le délissage élimine une grande partie de l'autocorrélation positive présente dans les rendements de l'indice.

Plusieurs autres méthodes de délissage d'indices immobiliers ont été développées au cours des dernières années dans la littérature financière et immobilière. Cependant, ces méthodes plus complexes dépassent largement les objectifs de la recherche et ne seront pas couvertes dans le cadre du présent mémoire.

Afin de délisser convenablement notre série de *Yield* immobiliers, nous estimons premièrement le coefficient α à partir du modèle AR(1) suivant :

$$R_t^* = \alpha R_{t-1}^* + v_t \quad (195)$$

Nous utilisons ensuite le modèle de délissage utilisé par l'auteur, soit

$$R_t^* = \alpha R_{t-1}^* + (1 - \alpha)R_t \quad \leftrightarrow \quad R_t = \frac{(R_t^* - \alpha * R_{t-1}^*)}{(1 - \alpha)} \quad (206)$$

Une fois que les *Yield* sont délissés (*unsmoothed*), il est possible de déterminer la série chronologique des primes de risque immobilières du marché britannique en soustrayant le taux sans risque au *Yield* délissé, soit :

$$\pi_t = Yield_t - Rf_t \quad (27)$$

Bien que cette méthode ne soit que très peu couverte dans la littérature, elle demeure largement utilisée dans la pratique.

5.4.4 Variation de l'IPC

La variation de l'IPC se calcule comme suit :

$$\Delta IPC_t = IPC_t - IPC_{t-1} \quad (218)$$

Ainsi, nous devons calculer les variations de l'IPC pour chacun des mois de l'échantillon.

5.4.5 Prime de risque de marché (Ri-Rf)

Afin d'obtenir la série de primes de risque de marché, il faut d'abord calculer les rendements mensuels des indices boursiers pour ensuite soustraire ces rendements aux taux sans risque.

Le rendement mensuel de l'indice se calcule selon :

$$r_i = \frac{V_f - V_i}{V_i} \quad (29)$$

Où V_f correspond au niveau de l'indice au mois t et V_i correspond au niveau de l'indice au mois t-1.

Une fois les rendements calculés, il faut les soustraire aux taux sans risque correspondant au bon marché géographique et à la bonne période selon :

$$\text{Equity risk premium} = r_i - r_f \quad (30)$$

5.4.6 Variation de l'indice du prix des maisons

La variation de l'indice du prix des maisons se calcule en effectuant la différence entre le niveau de l'indice au temps t et le niveau de l'indice au temps t-1.

5.4.7 Écart de crédit des obligations corporatives (Corp.-T)

L'écart de crédit se calcule en soustrayant les *yield-to-maturity* des obligations corporatives Investment-Grade (Corp.) aux taux des bons du Trésor 10 ans (T):

$$\text{Credit premium} = \text{Corp. yield} - T \quad (221)$$

5.4.8 Variance de l'indice REITs

À l'aide des données journalières des indices REITs, nous sommes en mesure d'estimer les variances mensuelles des indices REITs. Nous calculons d'abord les rendements journaliers selon :

$$r_j = \frac{V_f - V_i}{V_i} \quad (232)$$

Une fois les rendements journaliers calculés, nous pouvons calculer les variances mensuelles selon :

$$\hat{\sigma}_i^2 = \sum_{t=1}^{N_t} (r_{j,t} - \bar{r}_{mens.})^2 \quad (243)$$

Où $\bar{r}_{mens.}$ correspond à la moyenne des rendements journaliers du mois i.

5.5 Mise en place des processus de diffusion

Une fois que tous les modèles de régression sont estimés, nous pouvons modéliser les processus de diffusion pour chaque variable, exception faite des deux variables prévues sans incertitude. C'est à partir de ces processus de diffusion que nous pouvons simuler avec incertitude les variables macroéconomiques.

Chaque processus de diffusion, communément appelé mouvement brownien, est composé d'un terme de tendance (*drift*) et d'un terme aléatoire (*uncertainty*).

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dWt \quad (254)$$

Où μ représente le terme de tendance, σ représente l'écart-type des résidus et dWt est le processus aléatoire. Pour la simulation Monte-Carlo, ce processus correspond à un tirage aléatoire provenant d'une distribution théorique de probabilités. La plupart du temps, le processus aléatoire dWt suit une loi normale centrée réduite de moyenne 0 et de variance 1, que l'on appelle processus de Wiener : $dWt \sim N(0,1)$. Puisque certaines variables affichent parfois des distributions de résidus non normales, il est possible que le processus aléatoire d'une variable suive une autre distribution de probabilité que la loi normale centrée réduite, ce que nous verrons en détail un peu plus loin.

En ce qui concerne la simulation historique, le terme aléatoire correspond au tirage aléatoire des résidus correspondant à des dates contenues dans l'échantillon.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \epsilon_t \quad (265)$$

Le fonctionnement du terme aléatoire de la simulation historique est expliqué en détail un peu plus loin.

5.5.1 Terme de tendance

Tel que mentionné précédemment, le terme de tendance (μ) de chaque variable macroéconomique correspond au modèle de prévision établi précédemment. Par exemple, si le meilleur modèle de prévision de la variation du taux de change CADUSD était le processus MA(1), le processus de diffusion s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta(CAD/USD)_t}{\Delta(CAD/USD)_t} &= \mu dt + \sigma dWt \\ &= [\beta_0 + \theta \epsilon_{t-1} + \epsilon_t] dt + \sigma dWt \end{aligned} \quad (276)$$

Le terme de tendance d'un tel processus de diffusion correspond donc à la constante de la régression, β_0 , puisque les autres termes valent zéro en moyenne. Évidemment, les coefficients du modèle de prévision et l'écart-type des résidus changent chaque mois, puisqu'à chaque mois une nouvelle donnée est ajoutée à l'échantillon (fenêtre croissante).

5.5.2 Terme aléatoire

Au niveau du terme aléatoire, la méthodologie diffère dépendamment du type de simulation exécuté. Puisque nous effectuons à la fois des simulations Monte-Carlo et des simulations historiques, il y aura deux méthodes de modélisation du terme aléatoire des processus de diffusion, correspondant aux deux types de simulation envisagés.

5.5.3 Simulation Monte-Carlo

En ce qui concerne la simulation Monte-Carlo, le modèle peut être estimé selon deux hypothèses : l'hypothèse de normalité des résidus et l'hypothèse de non-normalité des

résidus. Dans le cas où l'on émet l'hypothèse que les résidus ne sont pas distribués selon une loi normale, nous pouvons utiliser une autre distribution de probabilités. Dans le cadre du présent mémoire, seule la distribution t de Student a été envisagée dans un tel contexte²⁷.

Le choix de la distribution à utiliser dans l'estimation du modèle va comme suit. Une analyse de la distribution des résidus standardisés du modèle ($z_{i,t}$) doit être effectuée pour chacune des variables macroéconomiques du modèle. Les résidus standardisés correspondent aux résidus du modèle divisés par la racine carrée de la variance des résidus, soit l'écart-type :

$$z_{i,t} = \left(\frac{\varepsilon_{i,t}}{\sqrt{\sigma_i^2}} \right) = \left(\frac{\varepsilon_{i,t}}{\sigma_i} \right) \quad (287)$$

L'analyse de la distribution des résidus standardisés est effectuée lors de l'estimation du modèle retenu pour chacune des variables. Par exemple, s'il s'agit du modèle ARMA(1,1)-GARCH, nous estimons le modèle ARMA(1,1)-GARCH en supposant que les résidus sont distribués normalement (distribution gaussienne) puis nous l'estimons une deuxième fois en supposant cette fois que les résidus suivent une distribution t de Student. Cette deuxième modélisation estimera les coefficients du modèle et estimera également pour quels degrés de liberté l'ajustement (*fitting*) du modèle à la t de Student est le meilleur. Suite à cela, nous analysons les deux modèles en comparant les valeurs des Log-vraisemblance (*Log-likelihood*), des critères d'information d'Akaike (AIC) et des critères d'information bayésiens (BIC).

Le *Log-likelihood* est le logarithme naturel de la fonction de vraisemblance que nous utilisons pour comparer le maximum de vraisemblance entre le modèle estimé à l'aide de la distribution gaussienne et le modèle estimé à l'aide de la distribution t de Student. Le modèle retenu est le modèle affichant le *Log-likelihood* le plus élevé.

Le critère d'information d'Akaike (AIC) mesure la qualité d'un modèle à partir de sa fonction de vraisemblance et de son nombre de paramètres :

$$AIC = 2k - 2\ln(L) \quad (298)$$

Où k est le nombre de paramètres à estimer et L est le maximum de la fonction de vraisemblance du modèle. Le modèle retenu est le modèle affichant le critère AIC le plus faible.

Le critère d'information bayésien (BIC) mesure la qualité d'un modèle à partir de sa fonction de vraisemblance, de son nombre de paramètres et de la taille de l'échantillon étudié :

²⁷ Tel qu'expliqué à la section 5.5.3.3, nous aurions eu grand intérêt à utiliser la distribution t de Student dans nos simulations Monte-Carlo en contexte multivarié. Cependant, en raison d'une méthodologie trop complexe à appliquer pour les fins du mémoire, nous préférons utiliser la distribution normale pour l'ensemble de nos modèles de simulations Monte-Carlo. La méthodologie utilisée dans la modélisation de nos simulations historiques demeure toutefois inchangée.

$$BIC = -2 \ln(L) + \ln(n) k \quad (39)$$

Où k est le nombre de paramètres à estimer, L est le maximum de la fonction de vraisemblance du modèle et n est le nombre d'observations dans l'échantillon étudié. Le modèle retenu est le modèle affichant le critère BIC le plus faible.

Grâce à ces estimations et à ces différents critères de sélection, nous sommes en mesure d'identifier si les résidus du modèle sont distribués selon une loi normale ou selon une loi t de Student, et pour quels degrés de liberté (ν) cette association est la mieux justifiée.

Par exemple, si la distribution de probabilités expliquant le mieux le comportement des résidus standardisés d'un modèle est la t de Student avec 5 degrés de liberté, alors le processus aléatoire (dWt) du processus de diffusion va tirer aléatoirement des nombres provenant d'une t de Student à 5 degrés de liberté pour ce modèle. Si la distribution de probabilité affichant le meilleur *fit* correspond à une distribution t de Student à 30 degrés de liberté et plus, nous considérons que cette distribution se rapproche énormément de la loi normale et sélectionnons la loi normale pour modéliser le terme aléatoire.

5.5.3.1 Inconditionnelle

Une fois que la sélection est faite, nous sommes en mesure de modéliser le terme aléatoire du processus de diffusion.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dWt \quad (300)$$

Il faut comprendre que le terme aléatoire du processus correspond au produit de l'écart-type (σ) et du processus aléatoire (dWt). Dans le cas de la simulation Monte-Carlo inconditionnelle, l'écart-type correspond à la racine carrée de la variance inconditionnelle et le processus aléatoire correspond à un tirage aléatoire à partir de la distribution théorique de probabilités sélectionnée.

5.5.3.2 Conditionnelle

Pour la simulation Monte-Carlo conditionnelle, la même procédure s'applique. Cependant, puisque nous modélisons la variance à l'aide des modèles GARCH et GJR-GARCH, l'écart-type qui est inséré dans le processus de diffusion correspond à la racine carrée de la variance conditionnelle. S'il s'agit d'un modèle ARMA(1,1)-GARCH, alors l'écart-type correspond à l'écart-type de la prochaine période (écart-type prévisionnel) selon le modèle GARCH. Il est ainsi conditionnel et changeant dans le temps.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma_t dWt \quad (41)$$

5.5.3.3 Mise en place de la matrice variance-covariance (analyse multivariée)

Il faut savoir que toutes les simulations Monte-Carlo, autant celles effectuées avec les modèles conditionnels que celles effectuées avec les modèles inconditionnels, sont effectuées en contexte multivarié. Ainsi, au lieu de tirer un seul nombre aléatoire et de le multiplier par la racine carrée de la variance, soit l'écart-type des résidus de la variable simulée, nous tirons un vecteur $n \times 1$ de nombres aléatoires (dWt), correspondant aux nombres aléatoires de chacune des variables simulées, qui est multiplié par la matrice L ,

soit la décomposition de Cholesky²⁸ de la matrice variance-covariance de ces mêmes variables.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ \sqrt{\sigma_{2,1}} & \sigma_2 & 0 \\ \sqrt{\sigma_{3,1}} & \sqrt{\sigma_{3,2}} & \sigma_3 \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} dW_1 \\ dW_2 \\ dW_3 \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} \sigma dW_a \\ \sigma dW_b \\ \sigma dW_c \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad (312)$$

Ce produit matriciel correspond au vecteur nx1 des termes aléatoires (σdW) de nos processus de diffusion. De cette manière, les termes aléatoires de chacune des variables dépendent non seulement de l'écart-type des résidus de la variable, mais également des covariances des résidus de la variable avec les résidus des autres variables. Ainsi, si nous effectuons 1000 simulations, nous tirons 1000 vecteurs de nombre aléatoires nx1 qui sont tous multipliés par la matrice L, soit la décomposition de Cholesky de la matrice variance-covariance des variables macroéconomiques étudiées, ce qui nous donne 1000 vecteurs nx1 de termes aléatoires.

Pour le modèle inconditionnel, la matrice variance-covariance est inconditionnelle à la matrice variance-covariance de la période précédente, il s'agit de la matrice variance-covariance moyenne de l'échantillon ; EQWMA.

Pour les modèles conditionnels, la matrice variance-covariance est conditionnelle à la matrice variance-covariance de la période précédente, c'est-à-dire qu'elle est dépendante de celle-ci. Nous utilisons le modèle multivarié CCC-GARCH en contexte de simulation Monte-Carlo, où le deuxième moment de chacune des variables est modélisé soit à l'aide du modèle GJRGARCH, soit à l'aide du modèle GARCH, dépendamment des variables.

Le modèle CCC-GARCH fait en sorte que la matrice variance-covariance est conditionnelle aux modèles GARCH ou GJRGARCH. Toutefois, la matrice de corrélation incluse dans la matrice variance-covariance n'est pas conditionnelle à la matrice des corrélations précédente et demeure constante dans le temps.

$$\Sigma_t = D_t R D_t \quad (323)$$

Si la distribution t de Student est sélectionnée pour une ou plusieurs variables du modèle, la méthodologie à utiliser pour mettre en place la matrice variance-covariance est plus complexe que la méthodologie à utiliser dans une situation où la distribution normale serait sélectionnée pour toutes les variables du modèle.

L'utilisation de processus aléatoires (dW_t) basés sur la distribution t de Student en contexte multivarié vient complexifier la méthodologie à utiliser puisqu'une mise à l'échelle doit être effectuée avant de pouvoir simuler convenablement les variables dont les résidus sont distribués selon une t de Student. Cette méthodologie est présentée à l'annexe 4 du présent mémoire. Nous jugeons que l'utilisation et la mise en place d'une telle méthode dépassent

²⁸Puisque nous travaillons avec des matrices en contexte multivarié, il n'est pas possible d'effectuer la racine carrée d'une matrice variance-covariance, il est alors nécessaire d'effectuer la décomposition de Cholesky.

largement les objectifs du mémoire et choisissons d'utiliser la distribution normale pour modéliser toutes nos variables dans les simulations Monte-Carlo.

5.5.4 Simulation historique

Au niveau de la simulation historique, la modélisation du terme aléatoire du processus de diffusion est différente. En effet, au lieu de tirer aléatoirement des nombres provenant d'une distribution théorique de probabilités quelconque pour ensuite les multiplier par l'écart-type des résidus, nous tirons aléatoirement les résidus correspondant à des dates contenues dans l'échantillon. Autrement dit, la simulation fait en sorte que l'on pige aléatoirement des nombres qui proviennent de la distribution empirique des résidus. Par exemple, si l'on tire aléatoirement le mois de juillet 1993, nous tirons le résidu correspondant au mois de juillet 1993. Ainsi, la simulation se base sur les résidus passés et non pas sur une distribution théorique des résidus.

Tout comme c'est le cas pour les simulations Monte-Carlo, nous effectuons les simulations historiques à l'aide de modèles inconditionnels ainsi qu'à l'aide de modèles conditionnels, communément appelés modèles de simulations historiques filtrées.

Cependant, contrairement aux simulations Monte-Carlo qui nécessitent la modélisation en analyse multivariée, les simulations historiques sont effectuées en analyse univariée. Puisque les simulations Monte-Carlo nécessitent l'utilisation de distributions de probabilités théoriques pour tirer aléatoirement les résidus de chacune des variables, il est impératif de modéliser les liens de dépendance entre ces variables à l'aide de modèles tenant compte de la corrélation comme les modèles EQWMA multivarié, CCC-GARCH et DCC-GARCH. La simulation historique, quant à elle, ne requiert pas une telle modélisation de la matrice des corrélations puisqu'elle prend déjà en compte les liens de dépendance implicites qui lient les différentes variables entre elles. En effet, puisque l'on tire aléatoirement les résidus provenant d'une date contenue dans l'échantillon, et ce pour toutes les variables simulées, la dépendance est déjà prise en compte entre les différentes variables. Par exemple, en tirant les résidus de juillet 1993 pour toutes les variables, nous captions la dépendance entre les différentes variables spécifiquement pour le mois de juillet 1993. Si ce mois correspond à une période où l'économie du pays a drastiquement chuté, il y a fort à parier que les résidus de chacune des variables seront fortement dépendants entre eux, alors que si l'économie est demeurée relativement stable, les résidus seront probablement plus indépendants entre eux. Ainsi la dépendance n'est pas modélisée, elle est plutôt implicite relativement à ce qui s'est passé pour chacune des dates de l'échantillon, ce qui rend l'analyse multivariée moins pertinente dans ce contexte.

5.5.4.1 Inconditionnel

Pour le modèle inconditionnel, le terme aléatoire correspond au tirage des résidus historiques tels quels, c'est-à-dire des résidus non standardisés du modèle.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \varepsilon_t \quad (334)$$

Dans notre contexte, notre période d'estimation comprend 325 mois et notre période de backtesting comprend 185 mois. Ainsi, pour la première période de prévision lors de la simulation historique, nous tirons aléatoirement le résidu correspondant à l'un des 325 mois de la période d'estimation, et ce pour chacune des variables du modèle. Évidemment, un nouveau résidu s'ajoute à l'échantillon à chaque période de prévision. Ainsi, pour la deuxième période de prévision nous tirons aléatoirement le résidu correspondant à l'un des 326 mois de l'échantillon et ainsi de suite jusqu'à la dernière période de prévision où nous tirons aléatoirement le résidu correspondant à l'un des 509 mois compris dans l'échantillon. Il est impératif qu'à chaque itération, le résidu tiré aléatoirement corresponde à la même date pour toutes les variables du modèle. Ainsi, nous ne faisons que tirer aléatoirement des résidus $(\varepsilon_{i,t})$ correspondant à des dates précises qui proviennent de notre distribution empirique des résidus.

5.5.4.2 Conditionnel

La méthodologie nécessaire à la mise en place de la simulation historique filtrée est similaire à celle de la simulation historique inconditionnelle. Cependant la simulation historique filtrée nécessite une étape préliminaire, soit la standardisation des résidus. En effet, puisque l'on tire des résidus correspondant à une date contenue dans l'échantillon, ces résidus sont directement associés à la volatilité correspondant à cette période. Autrement dit, puisque la volatilité change dans le temps, les résidus tirés d'un mois de forte volatilité sont plus élevés que les résidus tirés d'un mois de faible volatilité. Ainsi, il est nécessaire de standardiser les résidus, soit de les diviser par l'écart-type conditionnel correspondant à leur période. En faisant cela, les résidus sont désormais standardisés et sont similaires à du bruit blanc. Ce sont ces résidus standardisés qui sont tirés aléatoirement dans la simulation historique filtrée, contrairement à la simulation historique inconditionnelle où l'on tire aléatoirement les résidus non standardisés.

Une fois que la standardisation est complétée et que le tirage aléatoire est effectué, il est ensuite nécessaire de mettre en place le filtre. La mise en place du filtre consiste à multiplier le résidu standardisé qui a été tiré aléatoirement par l'écart-type prévisionnel de la prochaine période, soit la racine carrée de la variance prévue par le filtre.

$$\varepsilon^*_{i,t} = z_{i,t} * \sqrt{h_{i,T+1}} = \left(\frac{\varepsilon_{i,t}}{\sqrt{h_{i,t}}} \right) \sqrt{h_{i,T+1}} \quad (345)$$

S'il s'agit d'un filtre GARCH par exemple, les résidus standardisés sont multipliés par l'écart-type prévu à la prochaine période selon le modèle GARCH.

En contexte de simulation historique filtrée, nous utilisons les filtres GARCH et GJR-GARCH, dépendamment des variables.

5.6 Déroulement des Simulations

Les simulations se font sur une fréquence mensuelle. Ainsi, chaque mois, nous simulons 1000 valeurs pour chacune des variables macroéconomiques sous analyse. Ces valeurs sont incluses dans notre modèle d'évaluation immobilière. Autrement dit, pour chacun des mois, nous simulons 1000 valeurs immobilières à partir des 1000 valeurs simulées pour

nos différentes variables macroéconomiques. Puisque notre période de backtesting va de février 2000 à juin 2015, nous effectuons 1000 simulations pour chacun des 185 mois contenus dans notre échantillon.

Nous exécutons et analysons nos simulations pour nos trois marchés géographiques de manière distincte, soit pour les marchés britannique (UK), américain (US) et canadien.

5.6.1 Distinction entre la valeur immobilière au début de la période et les valeurs immobilières simulées à la fin de la période.

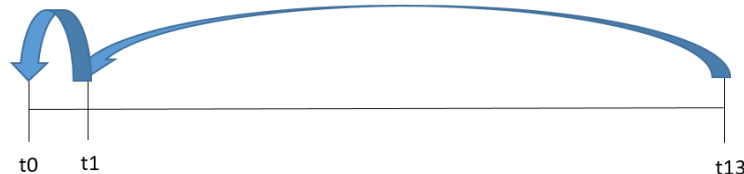
Avant toute chose, il faut rappeler que toutes nos données sont mensuelles et qu'elles correspondent à la fin de chaque mois. Par exemple, en simulant le taux sans risque (R_f) pour le mois de février 2000, nous simulons 1000 valeurs de R_f correspondant à la fin du mois de février 2000. De la même manière, en simulant les autres variables pour le mois de février 2000 et en les intégrant ensuite dans le modèle d'évaluation immobilière, nous obtenons un inventaire de 1000 valeurs immobilières à la fin du mois de février 2000.

Il est nécessaire d'évaluer la valeur immobilière au début de chacun des mois afin de pouvoir calculer les rendements immobiliers simulés. En effet, notre analyse ne couvre pas uniquement la dispersion des valeurs immobilières simulées, elle couvre également la dispersion des rendements immobiliers simulés, qui seront calculés selon :

$$r_{k,t} = \frac{V_{k,t1} - V_{t0}}{V_{t0}} \quad (356)$$

Où $V_{k,t1}$ est la $k^{\text{ième}}$ valeur immobilière simulée à la fin du mois et V_{t0} est la valeur immobilière au début du mois. Cette dernière est connue et fixe puisque nous connaissons les valeurs historiques des variables macroéconomiques qui s'appliquent au moment de l'actualisation au début de chacun des mois (le moment présent est par hypothèse en début de mois). Par exemple, pour la valeur immobilière V_{t0} correspondant au début du mois de février 2000, les variables insérées dans le modèle d'évaluation correspondent aux variables de la fin du mois précédent, soit à la fin du mois de janvier 2000.

Puisque notre modèle d'évaluation correspond à actualiser les flux monétaires de la période $t13$, soit la fin du 12^e mois, vers la période $t1$, soit la fin du 1^{er} mois, il est



nécessaire de diviser l'équation par le facteur $(1 + k)^n$ afin d'actualiser vers la période $t0$, soit le début du 1^{er} mois. Dans notre contexte, k correspond à la somme de la prime de risque immobilière π_t et du taux sans risque Rf_t et n correspond à $\frac{1}{12}$ puisqu'il n'y a qu'un mois qui sépare $t0$ et $t1$. Ainsi, la valeur immobilière au début du mois V_{t0} correspond à :

$$V_{t0} = \frac{\left[\frac{CF_t * (1 + \bar{g})}{(\pi_{t0} + Rf_{t0}) - \bar{g}} \right]}{(1 + (\pi_{t0} + Rf_{t0}))^{(1/12)}} \quad (367)$$

Où π_{t0} correspond à la prime de risque immobilière au début du mois, soit estimée à partir des données qui se sont effectivement réalisées à la fin du mois précédent :

$$\begin{aligned} \pi_{t0} = & \beta_0 + \beta_1(Gov.10\ ans)_{t0} + \beta_2(Corp.)_{t0} + \beta_3(\Delta IPC)_{t0} \\ & + \beta_4(R_i - Rf)_{t0} + \beta_5(\Delta \text{indice prix des maisons})_{t0} \\ & + \beta_6(Corp.-T)_{t0} + \beta_7(\sigma^2 REITS)_{t0} \end{aligned} \quad (378)$$

5.6.2 Mise en place des graphiques d'évolution de la dispersion des distributions de valeurs immobilières simulées

Une fois les simulations complétées, nous avons une distribution de 1000 valeurs immobilières V_{t1} pour chacun des 185 mois de la période de backtesting, pour chacun des marchés géographiques et pour chacun des modèles de simulation. Il nous est alors possible de mesurer la dispersion de chacune de ces distributions en mesurant les valeurs correspondant au 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentile ainsi qu'à la moyenne de la distribution. Une fois que ces cinq mesures de dispersion sont calculées pour chacun des 185 mois de la période de backtesting, il nous est alors possible de les insérer dans un graphique de l'évolution de la dispersion dans le temps.

5.6.3 Mesures statistiques de la dispersion

Afin de comparer la dispersion entre les différents modèles de simulation et les différents marchés géographiques, nous calculons l'étendue entre le 95^e et le 5^e percentile.

$$\hat{Étendue}_t = V_{t,95e} - V_{t,5e} \quad (49)$$

À partir de la série des étendues, nous sommes en mesure de calculer la moyenne arithmétique des étendues

$$\mathbb{E}(\hat{Étendue}_t) = \frac{\sum \hat{Étendue}_t}{n} \quad (380)$$

ainsi que leur écart-type.

$$\begin{aligned} \sigma(\hat{Étendue}_t) &= \sqrt{\sigma^2(\hat{Étendue}_t)} \\ &= \sqrt{\frac{\sum (\hat{Étendue}_t - \mathbb{E}(\hat{Étendue}_t))^2}{(n-1)}} \end{aligned} \quad (391)$$

De plus, nous présentons l'étendue minimale ainsi que l'étendue maximale de chaque série d'étendues.

Ces quatre mesures nous permettent de comparer la dispersion entre les différents modèles de simulation et les différents marchés géographiques. La moyenne de ces étendues nous permet d'observer quel modèle affiche les niveaux de dispersion les plus élevés sur l'ensemble de la période de backtesting et l'écart-type nous permet d'observer quel modèle affiche la plus grande variabilité dans ses étendues. Le minimum et le maximum de ces étendues nous permettent d'observer quels modèles affichent l'étendue la plus réduite et l'étendue la plus grande, respectivement.

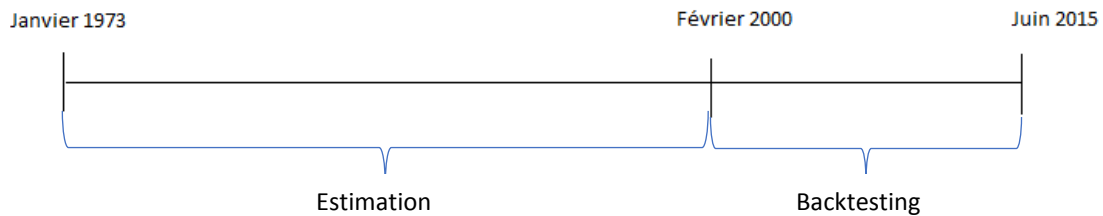
Ces mesures nous permettent de comparer la dispersion des différents modèles et d'identifier lequel des marchés géographiques est le plus volatile, soit en observant la moyenne et l'écart-type des étendues.

La même méthodologie a été utilisée pour l'analyse des rendements immobiliers simulés. Elle est présentée en détail à l'[annexe 5](#).

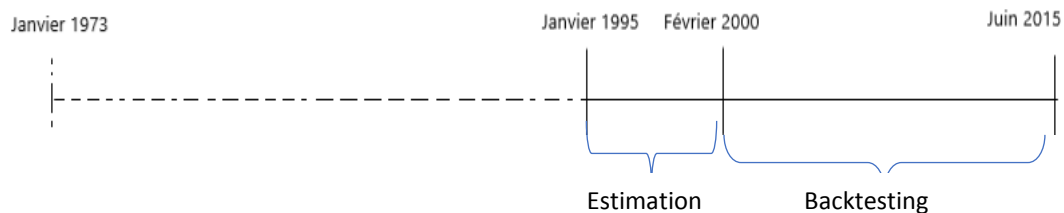
5.6.4 Périodes d'estimation et périodes de backtesting

Nous conservons la plage de données allant de janvier 1973 (limite inférieure des Corp. américains) à juin 2015 (limite supérieure des Corp. canadiens) pour toutes les variables du modèle. Cette plage de données nous permet d'avoir 510 données mensuelles pour chacune des variables macroéconomiques.

Notre période d'estimation va de janvier 1973 à janvier 2000, soit 27 ans de données mensuelles, et notre période de backtesting ira de février 2000 à juin 2015.



Au niveau des modèles inconditionnels, en raison de problèmes d'échantillon liés à différentes variables du modèle, qui sont expliqués en détail à la sous-section 7.4.6 de la section des résultats, nous avons estimé les modèles en conservant la période d'estimation présentée ci-haut (modèles inconditionnels 27 ans) et avons estimé les modèles en réduisant notre période d'estimation de janvier 1995 à janvier 2000 (modèles inconditionnels 5 ans).



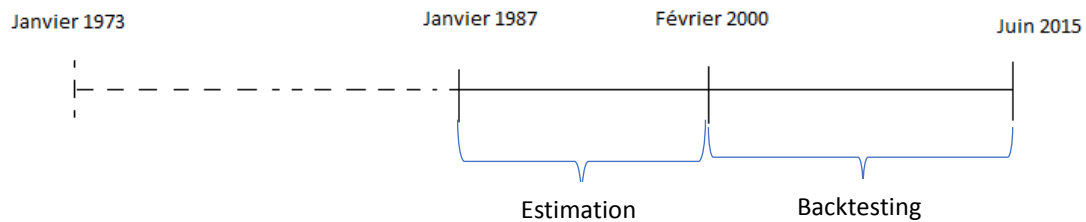
Évidemment, la période de backtesting demeure la même pour tous nos modèles.

Toutes les variables incluses dans notre modèle sont modélisées de cette manière, à l'exception de la prime de risque immobilière.

En effet, concernant l'estimation des paramètres du modèle de prévision de la prime de risque immobilière, nous conservons la plage de données allant de janvier 1987 à juin 2015 afin de respecter les contraintes de données de toutes les variables, et ce pour tous les marchés. Il faut comprendre que notre série de *Yield* immobiliers britanniques, qui nous sert à calculer la série des primes de risque immobilières (π_t), débute en janvier 1987. Ainsi, la période d'estimation du modèle de prévision de π_t doit absolument débiter en janvier 1987. De plus, même si la plage de données du modèle de la prime de risque

immobilière du marché britannique nous permet d'aller aussi loin que février 2016, nous réduisons notre plage de données afin qu'elle se termine en juin 2015 puisqu'il s'agit de la limite de la série des Corp. canadiens. Cette plage de données nous permet d'obtenir 342 données mensuelles pour la prime de risque immobilière (π_t), ainsi que pour chacune de ses variables explicatives.

Ainsi, pour ce modèle exceptionnellement, notre période d'estimation ira de janvier 1987 à janvier 2000 et notre période de backtesting ira de février 2000 à juin 2015.



6 Données

Il est important de mentionner que pour chacune des bases de données qui ont été utilisées, nous émettons l'hypothèse que les erreurs de mesure de la base de données utilisée sont indépendantes dans le temps et indépendantes à notre mesure.

Une description détaillée de l'ensemble des bases de données utilisées est présentée à l'[annexe 6](#).

Voici un tableau qui résume les données que nous avons collectées ainsi que les détails s'y rattachant.

Tableau 4 : **Résumé des données pour les variables macroéconomiques qui sont simulées.**

Les tableaux suivants indiquent d'où proviennent les données (base de données), sous quel nom et sous quel sigle (*ticker*) apparaît la série de données dans la base de données, les dates de début et de fin de l'échantillon ainsi que le nombre de données récoltées.

Variables simulées

Taux de change					
CAD/USD	Bloomberg	USDCAD Curney		01/1971 08/2017	à 560 taux mensuels
CAD/GBP	Datastream	CANADIAN \$ TO UK £ (WMR) - EXCHANGE RATE		12/1964 08/2017	à 633 taux mensuels

Taux sans risque (Rf)					
Canada	Banque du Canada	Treasury Bill Auction Average Yields 3 Months		01/1936 12/2016	à 972 taux mensuels
US	FRED	3-Month Treasury Bill: Secondary Market Rate, Percent, Monthly, Not Seasonally Adjusted	TB3MS	12/1933 06/2017	à 1003 taux mensuels
UK	FRED	3-Month or 90-day Rates and Yields: Treasury Securities for the United Kingdom©, Percent, Monthly, Not Seasonally Adjusted	IR3TTS01G BM156N	12/1959 05/2017	à 690 taux mensuels

Taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans)					
Canada	Statistique Canada (CANSIM)	Statistiques du marché financier, au dernier mercredi sauf indication contraire, Banque du Canada; Canada; Quelques rendements d'obligations types du gouvernement canadien : de plus de 10 ans	V122487	02/1949 à 08/2017	823 taux mensuels
US	FRED	10-Year Treasury Constant Maturity Rate, Percent, Monthly, Not Seasonally Adjusted	GS10	04/1953 à 07/2017	772 taux mensuels
UK	FRED	Long-Term Government Bond Yields: 10-year: Main (Including Benchmark) for the United Kingdom©	IRLTLT01 GBM156N	01/1960 à 04/2017	688 taux mensuels

Variation de l'IPC (ΔIPC)					
Canada	Bloomberg	Canadian CPI index	CACPI Index	02/1960 à 07/2017	690 variations mensuelles
US	Bloomberg	United States CPI Index	CPURNSA Index	02/1913 à 07/2017	1 254 variations mensuelles
UK	Datastream	United Kingdom CPI All Items NADJ	UKOCP009F	01/1955 à 07/2017	750 variations mensuelles

Prime de risque de marché (Ri-Rf) (Voir données du taux sans risque)					
Rendement des indices (Ri)					
Canada	Datastream	S&P/TSX COMPOSITE INDEX	TTOCOMP	01/1970 à 07/2017	571 rendements mensuels
US	Datastream	S&P 500 COMPOSITE INDEX	S&PCOMP	01/1970 à 07/2017	571 rendements mensuels
UK	Datastream	MSCI UK INDEX	MSUTDKL	01/1970 à 08/2017	572 rendements mensuels
Primes de risque de marché (Ri-Rf)					
Canada		01/1970 à 12/2016		564 primes mensuelles	
US		01/1970 à 07/2017		570 primes mensuelles	
UK		01/1970 à 05/2017		569 primes mensuelles	

Variables de crédit						
<i>Investment-Grade yield (Corp.)</i>						
Canada	Voir Chrétien, Coggins (2017)			02/1949 06/2015	à	797 données mensuelles
US	Datastream	Barclays U.S. Corporate Investment Grade USD	LHCCORP (RY)	01/1973 08/2017	à	536 données mensuelles
UK	Bank of England <i>(A millennium of macroeconomic data)</i>	M11. Mthly corp bond yields	Spliced interpolated series 1854- 2015	01/1945 12/2016	à	864 données mensuelles
Écart de crédit (Corp.-T)						
Canada		02/1949 à 06/2015		797 données mensuelles		
US		01/1973 à 07/2017		535 données mensuelles		
UK		01/1960 à 12/2016		684 données mensuelles		

Tableau 5 : **Résumé des données pour la prime de risque immobilière**

Le tableau suivant indique d'où proviennent les données (base de données), les dates de début et de fin de l'échantillon ainsi que le nombre de données récoltées pour les *yields* immobiliers. La prime de risque immobilière correspond aux *yields* excédentaires au taux sans risque ($\pi_t = Yield_t - Rf_t$).

<u>Prime de risque immobilière (π)</u>				
UK	MSCI-IPD Monthly Digest 2016	UK Property February	12/1987 à 02/2016	350 primes mensuelles

Tableau 6 : **Résumé des données pour le taux de croissance moyen des loyers**

Le tableau suivant indique d'où proviennent les données (base de données), les dates de début et de fin de l'échantillon ainsi que le nombre de données récoltées pour le taux de croissance moyen des loyers.

Variable fixe

<u>Taux de croissance moyen des loyers (\bar{g})</u>				
UK	MSCI-IPD International 2014	Digest	1981 à 2013	33 taux de croissance annuels

En ce qui concerne la moyenne des taux de croissance annuels, nous conservons l'échantillon allant de 2000 à 2013, ce qui est l'échantillon se rapprochant le plus de notre période de backtesting, soit de février 2000 à juin 2015.

Tableau 7 : **Résumé des données pour les variables qui sont prévues sans incertitude.**

Les tableaux suivants indiquent d'où proviennent les données (base de données), sous quel nom et sous quel sigle (*ticker*) apparaît la série de données dans la base de données, les dates de début et de fin de l'échantillon ainsi que le nombre de données récoltées.

Variations de l'indice du prix des maisons

Variations de l'indice du prix des maisons (Δ ind. Maisons)					
Canada	MLS-CREA		02/2005	à	144 données mensuelles
			01/2017		
US	S&P Case-Shiller National Home Prices.		02/1987	à	362 données mensuelles
			03/2017		
UK	Nationwide House Price Index (HPI)		02/1991	à	312 données mensuelles
			01/2017		
Variations mensuelles des indices REITs (σ^2 REITs)					
Canada	Datastream	FTSE EPRA/NAREIT CANADA INDEX	FECNDAL	01/2000	à 211 données mensuelles
				07/2017	
US	Datastream	FTSE EPRA/NAREIT UNITED STATES INDEX	FEUSAM\$	01/1990	à 331 données mensuelles
				07/2017	
UK	Datastream	FTSE EPRA/NAREIT UK INDEX	FEUTDKL	01/1990	à 331 données mensuelles
				07/2017	

Nous constatons que nos séries de données sur la variance des indices REITs et sur la variation de l'indice du prix des maisons sont toujours plus courtes pour le marché canadien. Les séries de variances des indices REITs commencent au même moment pour les marchés britanniques et américains alors que les séries de variations de l'indice du prix des maisons commencent toutes à différents moments.

Bien que notre modèle de la prime de risque immobilière (π_t) présenté dans la méthodologie inclut la variance des REITs et la variation de l'indice du prix des maisons, nous préférons enlever ces deux variables explicatives de notre modèle de π_t . En effet, non seulement nos séries de données pour ces deux variables sont très courtes comparativement aux autres variables du modèle, mais elles débutent toutes après le début de la période d'estimation du modèle de π , soit après janvier 1987. De plus, les séries de la variation de l'indice du prix des maisons et de la variance des REITs pour le marché canadien, qui débutent respectivement en février 2005 et en janvier 2000, posent problème pour la prévision de π . En effet, notre période d'estimation débute en janvier 1987 et se termine en janvier 2000, alors que notre période de backtesting débute en février 2000 et se termine en juin 2015. La série de variances des REITs canadiens débute en janvier 2000, soit le dernier mois de la période d'estimation, ce qui ne nous laisse qu'une seule donnée pour effectuer la première prévision en février 2000. La série de variations de l'indice du prix des maisons canadiennes débute en février 2005, soit en plein milieu de notre période de backtesting, ce qui ne nous laisse aucune donnée pour effectuer des prévisions. Nous jugeons que les ajustements nécessaires pour modifier le modèle afin qu'il tienne compte de ces deux variables, qui de toute façon auraient été prévues sans incertitude dans nos simulations, sont peu pertinents et trop complexes dans le cadre du présent mémoire. Ainsi, nous retirons la variance des REITs et la variation de l'indice du prix des maisons de notre modèle de prévision de la prime de risque immobilière (π), ce qui nous donne le modèle à cinq variables explicatives suivant :

$$\pi_t = \beta_0 + \beta_1(Gov. 10 ans)_t + \beta_2(Corp.)_t + \beta_3(\Delta IPC)_t + \beta_4(R_t - R_f)_t + \beta_5(Corp. - T)_t \quad (402)$$

6.1 Sommaire statistique des variables du modèle

Voici les sommaires statistiques de chacune des variables simulées, sur l'échantillon complet (janvier 1973 à juin 2015). Nous avons également analysé les statistiques descriptives de la prime de risque immobilière (π_t) et du taux de croissance moyen des loyers (g) dont les échantillons complets vont de janvier 1987 à juin 2015 et de 2000 à 2013, respectivement.

Tableau 8 : **Sommaire statistique des variables du modèle.**

Le tableau suivant indique le nombre de données (N), la valeur minimum (Min.), la valeur maximum (Max.), la moyenne (Moy.), l'écart-type, la valeur du test de normalité de Jarque-Bera, la valeur du test d'autocorrélation Q de Ljung-Box sur le décalage 1 mois (k=1) de la série (Q-test) et la valeur du test d'autocorrélation Q de Ljung-Box sur le décalage 1 mois (k=1) de la série au carré (Q²-test) pour l'ensemble des variables du modèle. Le tableau est subdivisé en deux parties, où la 1^{re} partie correspond aux variables qui seront utilisées dans le modèle de prévision de la prime de risque immobilière (π_t) et dans le modèle d'évaluation immobilière, et où la 2^e partie correspond aux variables qui ont été transformées afin de pouvoir les simuler convenablement.

Marché canadien								
	N	Min.	Max.	Moy.	Écart-type	Test de Jarque-Bera	Q-test (k=1)	Q ² -test (k=1)
Rf	510	0.17%	20.82%	6.292%	4.216%	33.014***	502.9***	495.3***
Gov 10 ans	510	1.75%	17.66%	7.609%	3.317%	12.125***	504.8***	499.8***
Ri-Rf	510	-33.26%	11.012%	-5.703%	6.346%	117.407***	134.1***	90.3***
Corp.-T	510	0.430%	3.708%	1.190%	0.528%	486.367***	486.7***	481.5***

Marché américain								
	N	Min.	Max.	Moy.	Écart-type	Test de Jarque-Bera	Q-test (k=1)	Q ² -test (k=1)
CAD/USD	510	0.9431	1.6016	1.2227	0.1669	21.1132***	501.5***	501.9***
Rf	510	0.01%	16.30%	4.982%	3.469%	23.2858***	501.1***	483.4***
Gov 10 ans	510	1.53%	15.32%	6.725%	3.008%	22.9356***	505.4***	502.9***
Ri-Rf	510	-27.45%	10.76%	-4.32%	5.681%	25.4143***	80.96***	78.97***
Corp.-T	510	-0.250%	6.087%	1.088%	0.709%	3988.3***	412***	422.9***

Marché britannique								
	N	Min.	Max.	Moy.	Écart-type	Test de Jarque-Bera	Q-test (k=1)	Q ² -test (k=1)
CAD/GBP	510	1.4962	2.8655	2.0936	0.2867	4.6697*	487.8***	486.2***
Rf	510	0.23%	16.28%	7.104%	4.251%	16.465***	501.5***	493.9***
Gov 10 ans	510	1.59%	16.34%	8.103%	3.883%	31.293***	506***	502.7***
Ri-Rf	510	-34.6%	43.79%	-6.425%	6.991%	673.39***	79.85***	27.42***
Corp.-T	510	-1.7%	5.18%	1.17911%	0.738%	445.71***	346.2***	366.5***

Sommaire statistique : variables transformées pour les simulations

Marché canadien								
	N	Min.	Max.	Moy.	Écart-type	Test de Jarque-Bera	Q-test (k=1)	Q ² -test (k=1)
$\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$	510	-9.17%	11.61%	-0.00422%	1.87%	1 314.6***	16.32***	20.88***
$\left(\frac{Gov.10_t - Gov.10_{t-1}}{\sqrt{Gov.10_{t-1}}}\right)$	510	-5.73%	5.26%	-0.03233%	1.12%	177.346***	0.8862	4.858**

Marché américain								
	N	Min.	Max.	Moy.	Écart-type	Test de Jarque-Bera	Q-test (k=1)	Q ² -test (k=1)
ΔCAD/USD	510	-0.101	0.1481	0.0005	0.023	615.617***	0.9638	10.66***
$\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$	510	-12.7%	7.05%	-0.03487%	1.71%	1 822***	65.98***	56.96***
$\left(\frac{Gov.10_t - Gov.10_{t-1}}{\sqrt{Gov.10_{t-1}}}\right)$	510	-5.91%	4.90%	-0.02123%	1.15%	138.40***	42.05***	5.5757**

Marché britannique								
	N	Min.	Max.	Moy.	Écart-type	Test de Jarque-Bera	Q-test (k=1)	Q ² -test (k=1)
Rendement CAD/GBP *100	510	-12.78	12.79	0.01048	2.98	42.218***	0.0176	0.5335
$\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$	510	-9.89%	14.90%	-0.04287%	1.94%	3 339.8***	15.36***	2.8721*
$\left(\frac{Gov.10_t - Gov.10_{t-1}}{\sqrt{Gov.10_{t-1}}}\right)$	510	-5.11%	4.62%	-0.05577%	1.18%	53.1373***	52.05***	15.16***

Tableau 9 : **Sommaire statistique de la prime de risque immobilière et du taux de croissance moyen des loyers.**

Le tableau suivant indique le nombre de données (N), la valeur minimum (Min.), la valeur maximum (Max.), la moyenne (Moy.) ainsi que l'écart-type pour la prime de risque immobilière et le taux de croissance moyen des loyers (g).

Statistiques descriptives					
	N	Minimum	Maximum	Moyenne	Écart-type
π_t	342	-8.57%	14.96%	2.59%	3.56%
\bar{g}	14	-7.65%	7.37%	1.03%	3.61%

7 Résultats

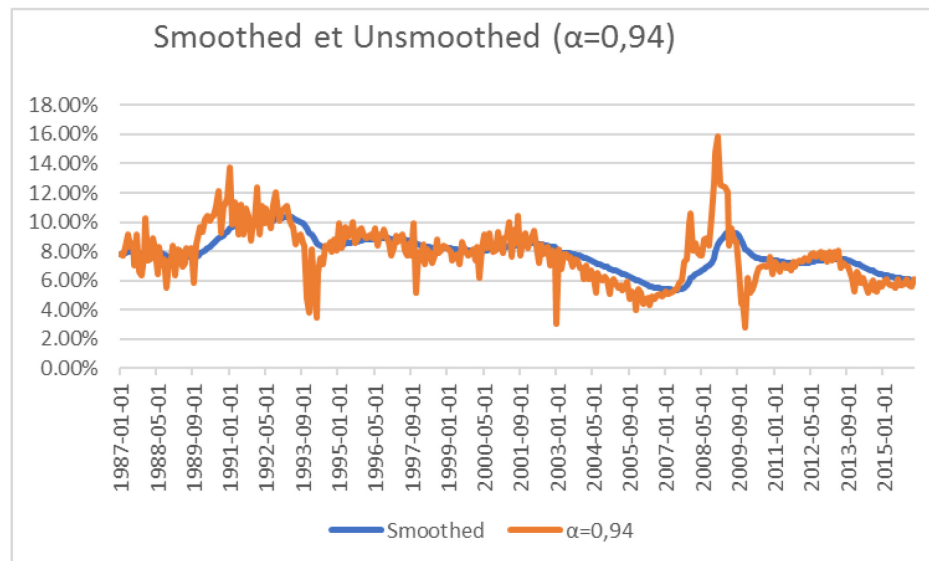
7.1 Délissage (*Unsmoothing*)

Cette section présente le résultat de nos analyses de délissage de notre série de *Yield* immobiliers. Ces analyses sont présentées en détail à l'annexe 7.

En appliquant un coefficient de 0,94, le graphique suivant présente l'évolution de cette variable réelle et déliée sur la période.

Graphique 14 : **Séries des *yields* et des *yields* déliés (*unsmoothed*) selon $\alpha=0,94$.**

Les *yields*, à l'axe des y, et les dates, à l'axe des x.



Cette valeur convient parfaitement à notre modèle puisque la série déliée affiche une plus grande volatilité que la série lissée, sans toutefois qu'il n'y ait apparition de valeurs négatives ou de valeurs exagérément élevées comme ce fut le cas au départ. De plus, cette valeur rappelle les travaux de Riskmetrics (1996) qui mentionnent que la valeur optimale pour le coefficient de lissage exponentiel λ est de 0,94 pour les rendements boursiers journaliers.

Bien qu'il ne s'agit pas de la valeur α estimée selon le modèle AR(1) tel que proposé par Geltner (1993), nous croyons qu'une telle valeur convienne aux objectifs du mémoire puisque nous ne cherchons pas à avoir le modèle d'évaluation immobilière le plus précis possible, mais plutôt à analyser la dispersion des valeurs immobilières dans chacun des marchés géographiques.

7.2 Régression de la prime de risque immobilière

Nous effectuons la régression de notre modèle de la prime de risque immobilière suivant :

$$\pi_t = \beta_0 + \beta_1(Gov. 10 ans)_t + \beta_2(Corp.)_t + \beta_3(\Delta IPC)_t + \beta_4(R_i - R_f)_t + \beta_5(Corp.-T)_t \quad (413)$$

Nous observons que la variable des taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans) est retirée dès le départ par le logiciel Matlab²⁹ lorsque nous tentons d'estimer la régression de la prime de risque immobilière sur ses cinq variables explicatives. Afin de comprendre ce phénomène, nous avons analysé la matrice des corrélations entre nos différentes variables explicatives afin de vérifier s'il n'y avait pas présence de multicolinéarité. La multicolinéarité survient lorsque certaines variables explicatives d'un modèle sont fortement corrélées entre elles. Ce phénomène peut s'avérer problématique puisqu'il peut augmenter considérablement la variance des coefficients de régression et les rendre instables.

Tableau 10 : **Matrice des corrélations entre les différentes variables du modèle de prévision de la prime de risque immobilière.**

Le tableau suivant indique le coefficient de corrélation entre chacune des variables du modèle sur l'échantillon correspondant à la période d'estimation.

Matrice des corrélations-échantillon de janvier 1987 à janvier 2000						
	π	Gov. 10 ans	ΔIPC	Ri-Rf	Corp.	Corp.-T
π	1	-0.614**	-0.201*	0.476**	-0.589**	0.116
Gov. 10 ans	-0.614**	1	0.287**	-0.482**	0.979**	-0.106
ΔIPC	-0.201*	0.287**	1	-0.176*	0.277**	-0.047
Ri-Rf	0.476**	-0.482**	-0.176*	1	-0.475**	0.036
Corp.	-0.589**	0.979**	0.277**	-0.475**	1	0.101
Corp.-T	0.116	-0.106	-0.047	0.036	0.101	1

**La corrélation est significative au niveau 0.01 (bilatéral)

*La corrélation est significative au niveau 0.05 (bilatéral)

²⁹Nous avons utilisé le logiciel Matlab pour l'ensemble du travail de recherche.

Nous observons que la variable des taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans) et la variable des *Corporate Bond Yields* (Corp.) sont fortement corrélées entre elles, avec un coefficient de corrélation de Pearson de 0,979 significatif au niveau de confiance de 99%. Cela confirme qu'il y a effectivement présence de multicolinéarité dans nos variables, ce qui explique pourquoi le logiciel Matlab retire systématiquement la variable Gov. 10 ans.

Afin de remédier à cette problématique, nous préférons retirer l'une de ces deux variables afin de réduire la variance des coefficients de régression et de les stabiliser. Nous choisissons de conserver la variable Gov. 10 ans et de retirer la variable Corp. En effet, puisque nous avons déjà la variable d'écart de crédit (Corp.-T) qui représente le risque de crédit dans notre modèle, nous croyons que la variable Corp. est moins pertinente dans ce contexte ce qui nous pousse à conserver la variable Gov. 10 ans. Suite au retrait de la variable Corp., les coefficients de corrélation semblent tous raisonnables et il ne semble plus y avoir de multicolinéarité entre nos variables.

Lorsque nous effectuons la régression de π_t à quatre variables explicatives, soit le modèle initial suivant :

$$\pi_t = \beta_0 + \beta_1(Gov. 10 ans)_t + \beta_2(\Delta IPC)_t + \beta_3(R_i - R_f)_t + \beta_4(Corp. - T)_t \quad (424)$$

, et que nous estimons les coefficients sur différentes tailles d'échantillon, nous obtenons les résultats suivants :

Tableau 11 : Coefficients du modèle de prévision de la prime de risque immobilière.

Le tableau suivant indique les valeurs des coefficients ainsi que leurs statistiques z. Nous avons inclus les résultats de la régression à 4 variables explicatives sur la période d'estimation, sur la période de janvier 1987 à janvier 2005, sur la période de janvier 1987 à janvier 2010 et sur la période correspondant à l'échantillon complet. De plus, nous avons inclus les résultats du modèle final à 3 variables explicatives estimé sur la période d'estimation.

Variable dépendante : Prime de risque immobilière (au temps T)										
Var. indépendantes	Modèle initial (avec ΔIPC)								Modèle final (sans ΔIPC)	
	Période d'estimation 01/1987 – 01/2000		Estimation+5 ans 01/1987 – 01/2005		Estimation+10 ans 01/1987 – 01/2010		Échantillon complet 01/1987 – 01/2015		Période d'estimation 01/1987 – 01/2000	
	Coefficient	z-Stat	Coefficient	z-Stat	Coefficient	z-Stat	Coefficient	z-Stat	Coefficient	z-Stat
Gov. 10 ans	-0.8356***	-7.2617	-0.7452***	-9.8145	-0.5458***	-7.9881	-0.6833***	-12.7479	-0.8305***	-7.4434
Ri-Rf	0.1299***	3.6112	0.1179***	4.0311	0.1209***	4.4202	0.1213***	5.0037	0.1295***	3.6178
Corp.-T	0.3170	0.6680	0.5139	1.3704	2.4600***	10.1441	2.1496***	10.0394	0.3154	0.6668
ΔIPC	0.0011	0.1884	0.0017	0.3547	-0.0036	-0.8536	-0.0001	-0.0216		
Constante	0.0812***	7.6582	0.0695***	9.2622	0.0312***	5.2217	0.0455***	10.0479	0.0810***	7.7103

***significatif au seuil de signification $\alpha=0.01$

**significatif au seuil de signification $\alpha=0.05$

*significatif au seuil de signification $\alpha=0.10$

Lorsque le modèle initial est estimé sur la période d'estimation, nous remarquons que les coefficients des variables Corp.-T et ΔIPC ne sont pas significatifs au seuil de signification de 10%, alors que toutes les autres variables sont significatives au seuil de signification de 1%. Au lieu d'estimer à nouveau la régression en omettant les variables non significatives, nous avons tenté d'estimer la même régression, mais sur des échantillons plus grands, afin de voir si les variables non significatives deviennent significatives avec plus de données.

Puisque nous effectuons des simulations sur la prime de risque immobilière, et que notre période de backtesting s'étend de février 2000 à juin 2015, nous tentons d'effectuer la même régression sur la période de janvier 1987 à janvier 2005, sur la période de janvier 1987 à janvier 2010 ainsi que sur la période correspondant à l'échantillon complet, soit de janvier 1987 à juin 2015.

Pour les résultats avec l'échantillon allant de janvier 1987 à janvier 2005, nous remarquons que les coefficients des variables Corp.-T et ΔIPC demeurent non significatifs. Cependant, nous remarquons que la valeur-p de la variable Corp.-T a considérablement réduit comparativement à la valeur-p obtenue avec la période d'estimation, ce qui sous-entend que cette variable pourrait devenir significative avec un échantillon plus grand.

Pour les résultats avec l'échantillon allant de janvier 1987 à janvier 2010, nous remarquons que le coefficient de la variable Corp.-T devient significatif au seuil de signification de 1% et que la valeur du coefficient est beaucoup plus élevée que dans les deux estimations précédentes, ce qui implique que la variable Corp.-T devient très significative durant la période de janvier 2005 à janvier 2010, qui inclut la crise financière de 2008. Il est donc évident que le lien entre l'écart de crédit et la prime de risque immobilière s'est grandement intensifié lors de la crise, période durant laquelle ces deux variables ont augmenté significativement. Nous remarquons également que le coefficient de la variable ΔIPC demeure non significatif.

Pour les résultats avec l'échantillon complet allant de janvier 1987 à juin 2015, nous remarquons que le coefficient de la variable Corp.-T demeure significatif au seuil de signification de 1%, et que sa valeur, quoique légèrement inférieure à la valeur du coefficient estimé sur la période de janvier 1987 à janvier 2010, demeure très élevée. Il est clair que la variable Corp.-T a une influence non négligeable sur la prime de risque immobilière et qu'il s'agit de la variable ayant le plus d'influence sur la prime lorsque la période de la crise financière est incluse dans notre échantillon. Nous remarquons également que le coefficient de la variable ΔIPC demeure non significatif.

Ainsi, nous choisissons de retirer la variable de la variation de l'IPC (ΔIPC) à notre modèle de régression de la prime de risque immobilière puisqu'elle s'avère être non significative dans notre modèle. Le modèle de régression final pour la prime de risque immobilière s'exprime donc en fonction de trois variables explicatives, selon :

$$\pi_t = \beta_0 + \beta_1(Gov. 10 ans)_t + \beta_2(R_i - Rf)_t + \beta_3(Corp. -T)_t \quad (43)$$

Au niveau des résultats du modèle final estimé sur la période d'estimation, nous observons que les coefficients de la prime de risque de marché (Ri-Rf) et de l'écart de crédit (Corp.-T) sont positifs, ce qui correspond à nos attentes. En effet, ces deux variables représentent bien le risque perçu par les investisseurs pour le marché des actions et pour le marché du crédit, respectivement. Ainsi, lorsque le risque perçu par les investisseurs augmente pour le marché des actions et le marché des obligations corporatives, il y a fort à parier que le risque perçu par les investisseurs augmente également pour le marché immobilier, ce qui vient augmenter le taux de rendement exigé pour ces actifs. Logiquement, lorsque Ri-Rf et Corp.-T augmentent, la prime de risque immobilière augmente également, toutes choses étant égales par ailleurs.

Nous observons également que le coefficient du taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans) est négatif, ce qui est contraire à nos attentes. Tel que mentionné précédemment dans la revue de littérature, plusieurs auteurs incluent les taux d'intérêt dans leurs modèles de prévision des taux de capitalisation et des taux de rendement exigés pour les actifs immobiliers en lien avec le consensus général voulant que lorsque les taux d'intérêt augmentent, les taux de capitalisation et les taux de rendement exigés augmentent également, faisant ainsi diminuer les valeurs immobilières. Dans notre cas, le coefficient négatif de la variable Gov. 10 ans sous-entend que lorsque le taux des obligations gouvernementales 10 ans augmente, la prime de risque immobilière (π_t) diminue, faisant augmenter les valeurs immobilières, toutes choses étant égales par ailleurs, ce qui contredit le consensus général de la littérature.

Sivitanides et al. (2001), Chaney et Hoesli (2015), McDonald et Dermisi (2008) et McDonald et Dermisi (2009) obtiennent tous des résultats qui vont dans le même sens que le consensus général, soit des coefficients du taux d'intérêt long terme qui sont de signes positifs dans leurs modèles des taux de capitalisation et des taux de rendement exigés. Par exemple, Sivitanides et al. (2001) mentionnent que le coefficient des taux des obligations gouvernementales 10 ans est positif, ce qui indique que les investisseurs du marché immobilier exigent un taux de rendement plus élevé lorsque les taux d'intérêt augmentent. Les auteurs mentionnent également que malgré le fait qu'une augmentation de 100 points de base dans les taux d'intérêt n'entraîne pas nécessairement une augmentation de même magnitude dans les taux de capitalisation, leurs résultats indiquent qu'une augmentation de 100 points de base dans les taux d'intérêt entraînerait une augmentation de 25 points de base dans les taux de capitalisation.

Cependant, Elliehausen et Nichols (2012) obtiennent des résultats similaires aux nôtres, soit un coefficient du taux d'intérêt long terme qui est de signe négatif dans leur modèle des taux de capitalisation. Les auteurs expliquent ce résultat en disant que les taux des obligations gouvernementales sont cycliques, et que durant les périodes d'expansion où les taux d'intérêt sont élevés, les valeurs immobilières devraient également être élevées, réduisant ainsi les taux de capitalisation. D'ailleurs, le coefficient en question, obtenu de leur modèle des taux de capitalisation d'immeubles à bureaux entre 2001 et 2009, affiche

une valeur de -0,860 qui est étrangement similaire à la valeur de notre coefficient estimé sur la période d'estimation, soit -0,8305.

Nous ne sommes pas tout à fait d'accord avec la justification d'Elliehausen et Nichols (2012). Contrairement à eux, nous croyons plutôt que durant les périodes où les taux d'intérêt sont élevés, le volume de transactions est considérablement réduit puisqu'il y a beaucoup moins d'acheteurs présents dans le marché en raison des taux d'emprunts élevés, ce qui fait en sorte que les valeurs immobilières sont relativement basses. Cette sous-évaluation du marché fait en sorte que les actifs immobiliers sont moins risqués, venant ainsi réduire la prime de risque immobilière. À l'inverse, nous croyons que durant les périodes où les taux d'intérêt sont faibles, les valeurs immobilières sont relativement élevées. Cette surévaluation du marché fait en sorte que les actifs immobiliers sont plus risqués, venant ainsi augmenter la prime de risque immobilière.

Un graphique de l'évolution de nos quatre coefficients du modèle de la prime de risque immobilière durant la période de backtesting, soit de février 2000 à juin 2015, est présenté à l'annexe 8 du présent document. Il faut savoir qu'à chaque période, l'échantillon contient un mois de plus que l'échantillon de la période précédente puisque nous utilisons la méthode de la fenêtre croissante.

Nous observons que la constante et le coefficient de la variable Ri-Rf sont relativement stables dans le temps. La constante se maintient autour de 0.08 au début de la période puis commence à diminuer tranquillement au début de l'année 2004 jusqu'à ce qu'elle atteigne un plateau autour de 0.04 à partir de 2011, et ce, jusqu'à la fin de la période de backtesting. Le coefficient de la variable Ri-Rf demeure quant à lui stable autour de 0.12 pour toute la période de backtesting.

Le coefficient de la variable Gov. 10 ans, qui demeure négatif durant toute la période de backtesting, est passé d'une valeur autour de -0.8 au début de la période, pour diminuer (en termes absolus) vers une valeur autour de -0.53 à l'automne 2007, pour ensuite augmenter tranquillement (en termes absolus) vers une valeur autour de -0.7 à la fin de la période.

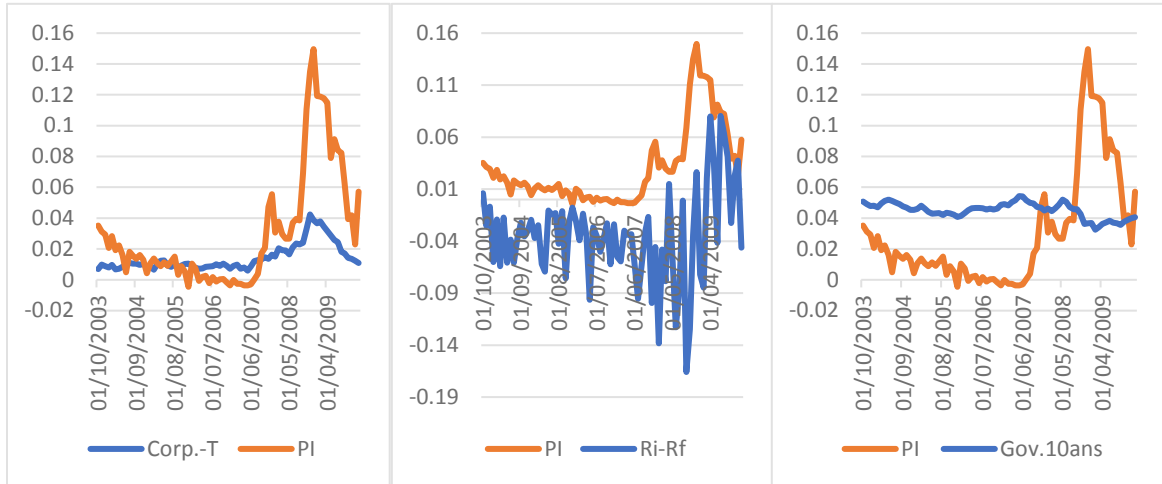
Le coefficient de la variable Corp.-T est de loin le coefficient dont la valeur a le plus évolué. En effet, le coefficient est passé d'une valeur autour de 0.3 au tout début de la période, a diminué jusqu'à un minimum de 0.15 au printemps 2003, puis a augmenté considérablement jusqu'à son maximum de 2,47 en décembre 2009 pour ensuite diminuer tranquillement jusqu'à une valeur de 2,15 à la fin de la période.

Il est clair qu'à partir de l'année 2004 l'écart de crédit Corp.-T a commencé à avoir une grande influence sur la prime de risque immobilière. En effet, il faut rappeler encore une fois que les données correspondant à la période d'estimation, soit de janvier 1987 à janvier 2000, demeurent toujours dans notre échantillon puisque nous utilisons la méthode de la fenêtre croissante. Autrement dit, puisque chaque mois nous ajoutons une donnée de plus dans l'échantillon sans jamais en retirer une, il est clair que pour la période de 2004 à 2009 l'influence de l'écart de crédit Corp.-T sur la prime de risque immobilière a dû être immense pour que le coefficient augmente à ce point. Nous croyons que ce phénomène

peut être expliqué par le synchronisme exceptionnel des séries Corp.-T et π_t entre 2004 et 2009. Bien qu'à première vue les deux séries peuvent sembler assez indépendantes, il est clair que la série Corp.-T se comporte de manière très similaire à la série π_t relativement aux séries Gov.10 ans et Ri-Rf (voir le graphique 15 ci-dessous).

Graphique 15 : Séries Corp.-T UK, Ri-Rf UK et Gov.10 ans UK comparativement à la série de la prime de risque immobilière de 2004 à 2009.

Les graphiques suivants représentent respectivement les séries Corp.-T UK, Ri-Rf UK et Gov.10 ans UK avec la série de la prime de risque immobilière, pour la période d'octobre 2003 à janvier 2010. Les séries, à l'axe des y, et les dates, à l'axe des x.



Nous croyons que durant les quatre années qui ont précédé la crise, l'écart de crédit Corp.-T du marché britannique était à un niveau historiquement bas, reflétant une économie en phase de sommet où la confiance des investisseurs était grande, et la prime risque immobilière était également à un niveau historiquement bas, reflétant des valeurs immobilières élevées. Nous croyons également que durant la crise, l'écart de crédit Corp.-T UK a considérablement augmenté suite à la perte de confiance des investisseurs et que les valeurs immobilières ont drastiquement baissé, augmentant ainsi la prime de risque immobilière. Finalement, durant l'année 2009, soit après la crise, l'écart de crédit a recommencé à diminuer tranquillement et les valeurs immobilières ont recommencé à augmenter tranquillement, baissant ainsi la prime de risque immobilière. Ainsi la série Corp.-T UK a eu un comportement semblable à celui de la série π_t durant la période de 2004 à 2009 comparativement aux séries Gov. 10 ans et Ri-Rf, ce qui explique la grande augmentation de la valeur du coefficient de la variable Corp.-T dans le modèle de la prime de risque immobilière à partir de 2004, au détriment de la constante et de la variable Gov. 10 ans qui ont légèrement diminué (en termes absolus).

En résumé, notre modèle d'évaluation immobilière varie en fonction de cinq variables macroéconomiques qui sont simulées. Deux de ces variables influencent directement l'évaluation immobilière, soit le taux de change et le taux sans risque (Rf), alors que les trois autres variables : le taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov.10ans), la

prime de risque de marché (Ri-Rf) et l'écart de crédit (Corp.-T), servent quant à elles à prévoir la prime de risque immobilière (π_t).

7.3 Modèles révisés

Les modèles de prévision des variables de taux d'intérêt et de taux de change qui ont été présentés dans la méthodologie ont dû être révisés en raison de leur mauvaise performance lors de l'estimation des paramètres.

En ce qui concerne les variables de taux d'intérêt, le modèle CIR fonctionne mal sur notre échantillon. Les résultats de l'estimation des paramètres du modèle ainsi qu'une justification de la mauvaise performance de ce modèle sont présentés à la sous-section 1 de l'annexe 9.

Afin de remédier à cette situation, nous avons sélectionné les modèles ARMA afin de modéliser les taux sans risque et les taux des obligations gouvernementales 10 ans. Même si le modèle CIR était significatif pour trois des six séries de données, nous préférons utiliser les modèles ARMA pour l'ensemble de nos séries de taux d'intérêt.

Cependant, nous travaillons toujours avec la série des variations de taux d'intérêt divisées par la racine carrée du taux précédent $\left(\frac{r_{t+\Delta t} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$. Le modèle ARMA(1,1) s'exprime donc selon :

$$\left(\frac{r_{t+\Delta t} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right) = c + \alpha \left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right) + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (446)$$

Ce qui équivaut à l'expression suivante lorsque nous effectuons des prévisions sur la valeur du taux d'intérêt à la période t :

$$\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right) = c + \alpha \left(\frac{r_{t-1} - r_{t-2}}{\sqrt{r_{t-2}}}\right) + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (457)$$

Le même principe s'applique pour le modèle AR(1) :

$$\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right) = c + \alpha \left(\frac{r_{t-1} - r_{t-2}}{\sqrt{r_{t-2}}}\right) + \varepsilon_t \quad (58)$$

et le modèle MA(1) :

$$\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right) = c + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (59)$$

Autrement dit, les modèles ARMA des taux sans risque (Rf) et des taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov.10 ans) sont maintenant effectués sur la variable du taux d'intérêt avec la contrainte de racine carrée, soit $\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$ et $\left(\frac{Gov.10ans_t - Gov.10ans_{t-1}}{\sqrt{Gov.10ans_{t-1}}}\right)$.

La raison pour laquelle nous conservons les séries de variables de taux d'intérêt sous la forme $\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right)$ dans l'estimation de nos modèles ARMA est simple : nous désirons

conserver la racine carrée du taux d'intérêt ($\sqrt{r_{t-1}}$) dans le terme aléatoire de nos processus de diffusion des variables de taux d'intérêt.

$$\begin{aligned} \left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right) &= c + \alpha \left(\frac{r_{t-1} - r_{t-2}}{\sqrt{r_{t-2}}}\right) + \theta \varepsilon_{t-1} + \sigma dW_t \\ &\quad \updownarrow \\ (r_t - r_{t-1}) &= c + \alpha(r_{t-1} - r_{t-2}) + \theta \varepsilon_{t-1} + \sigma \sqrt{r_{t-1}} dW_t \end{aligned} \quad (460)$$

Cette contrainte permet à la volatilité de devenir de plus en plus élevée à mesure que les taux d'intérêt augmentent, ce qui est une caractéristique recherchée dans nos modèles.

De plus, le fait de diviser les variations de taux d'intérêt ($r_t - r_{t-1}$) par la racine carrée du taux précédent $\sqrt{r_{t-1}}$ fait en sorte que la série est plus propice à l'estimation de modèles ARMA-GARCH. Effectivement, ces modèles s'estiment mieux avec une série de variations relatives qu'avec une série de variations absolues. Il est utile de transformer une série de variations absolues (variation) en série de variations relatives (rendement) puisque cela permet d'éviter certains biais liés à la volatilité des données ; une variation pourrait être parmi les plus élevées dans une série de variations absolues tout en étant dans la moyenne lorsqu'elle est mesurée relativement au niveau qui lui correspond. Par exemple, dans le cas des indices boursiers, il est plus convenable d'estimer un ARMA-GARCH sur les rendements de l'indice que sur les variations de l'indice. Le principe est le même dans ce cas-ci, sauf qu'au lieu d'utiliser les rendements des taux d'intérêt $\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{r_{t-1}}\right)$, nous utilisons plutôt les variations divisées par la racine carrée du taux précédent $\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right)$.

En laissant tomber le modèle CIR, nous perdons la principale caractéristique de ce modèle : le tirage de taux d'intérêt exclusivement positifs. En effet, la contrainte $2\kappa\theta \geq \sigma^2$ propre au modèle CIR, qui empêche le tirage de taux d'intérêt négatifs, ne s'applique plus dans le cas des modèles ARMA. Ainsi, nous devons imposer une contrainte plancher aux variables des taux d'intérêt simulées, de manière à ce qu'un tirage inférieur ou égal à 0% affiche toujours la valeur de 0% (la section 7.4.3 explique en détail la mise en place de cette contrainte et la mise en place des autres contraintes qui ont été insérées à nos modèles de simulation).

En ce qui concerne les variables de taux de change, la différentiation d'ordre 1 de la série du CAD/GBP n'a pas été suffisante pour pouvoir modéliser convenablement le modèle GARCH, contrairement à la série du CAD/USD. Afin d'y remédier, nous avons transformé la série de variations du taux de change en série de rendements du taux de change multipliés par 100. La justification d'une telle transformation est présentée à la sous-section 2 de l'annexe 9.

7.4 Analyse préliminaire des résultats empiriques

7.4.1 Analyse préliminaire : estimation des modèles ARMA-GARCH

Voyons maintenant les modèles du 1^{er} et du 2^e moment qui sont retenus pour chacune des variables macroéconomiques du modèle. Nous avons estimé ces variables à l'aide de modèles inconditionnels (ARMA avec variance inconditionnelle) et à l'aide de modèles conditionnels (ARMA-GARCH). De plus, nous avons estimé les degrés de liberté de la distribution t de Student qui offraient le meilleur ajustement (*fitting*) aux modèles dont les résidus étaient classés comme étant non-normaux (suite aux comparaisons des critères de sélection AIC, BIC et Log-vraisemblance et suite aux tests de robustesse des modèles). Il faut savoir que l'utilisation de la distribution t de Student dans l'estimation des paramètres de ces modèles ne sera effectuée qu'en contexte de simulations historiques. Ainsi, il faut comprendre que les coefficients qui seront présentés dans le tableau suivant correspondent aux coefficients des modèles qui seront utilisés dans les simulations historiques. Cependant, les modèles du 1^{er} et du 2^e moment demeureront les mêmes dans tous nos modèles de simulations, la seule différence réside dans la distribution de probabilités utilisée dans l'estimation des coefficients, où ce sera la t de Student dans les simulations historiques et la Normale gaussienne dans les simulations Monte-Carlo. Évidemment, certaines variables comme la variable Corp.-T UK ne seront jamais modélisées à l'aide de la t de Student puisque leurs résidus auront été classés comme étant normaux. Pour ces variables, les coefficients présentés dans le tableau suivant correspondent aux coefficients des modèles qui seront utilisés autant dans les simulations historiques que dans les simulations Monte-Carlo.

Il faut savoir qu'il s'agit des modèles que nous jugeons les plus pertinents suite à de nombreux essais quant à la stationnarité (fonctions d'autocorrélation totale et partielle de Box et Jenkins (1970)) et à la significativité des paramètres. Par exemple, si le modèle du premier moment sélectionné pour une variable est le modèle AR(1), c'est parce que les fonctions d'autocorrélations totales (ACF) et partielles (PACF) des résidus de ce modèle ne sont pas significatives et parce que le coefficient MA(1) n'est pas significatif. Au niveau du deuxième moment, si le modèle sélectionné est le modèle GARCH, c'est parce que le coefficient d'asymétrie du modèle GJRGARCH n'est pas significatif.

De plus, nous avons pris soin de vérifier si les modèles sélectionnés étaient robustes en estimant les paramètres de chaque modèle sur trois échantillons, soit sur la période d'estimation (janvier 1973 à janvier 2000), sur la période de janvier 1973 à janvier 2005 ainsi que sur l'échantillon complet (janvier 1973 à juin 2015). De cette manière, nous avons pu vérifier si l'un ou l'autre des paramètres GARCH ou GJRGARCH demeure significatif lorsque la taille de l'échantillon augmente. Par exemple, si le coefficient du levier asymétrique d'un modèle GJRGARCH modélisé avec la distribution t de Student (GJRGARCH-t) devient non-significatif avec les échantillons plus grands, nous devons modifier notre modèle de façon à ce qu'il devienne robuste. Dans ce cas précis, nous avons deux alternatives ; enlever le coefficient de levier asymétrique en optant pour le modèle GARCH-t ou conserver le coefficient mais en optant pour la distribution normale

gaussienne (GJRGARCH-Normale). Pour les variables où ces deux alternatives étaient satisfaisantes, nous avons priorisé le modèle GJRGARCH-Normale puisque nous préférons conserver un coefficient significatif dans un modèle légèrement moins performant (selon les valeurs de Log-vraisemblance et les critères AIC et BIC) plutôt que d'omettre un coefficient important au modèle.

Les tableaux suivants présentent les modèles ARMA-GARCH retenus pour chacune des variables de chacun des marchés géographiques. Évidemment, ces coefficients sont estimés à chacun des mois compris dans la période de backtesting de nos simulations.

7.4.2 Modèles retenus pour le 1^{er} et le 2^e moment

Tableau 12 : Coefficients des modèles ARMA-GARCH des variables du modèle

Le tableau suivant présente les modèles ARMA-GARCH pour chacune des variables. Il contient les valeurs des coefficients ainsi que leur erreur-standard et indique si la distribution théorique de probabilités utilisée dans l'estimation du modèle est la t de Student ou la loi normale, et ce, pour chacune des variables. Lorsqu'il s'agit de la loi t de Student, le tableau présente le nombre de degrés de liberté du modèle estimé sur la période d'estimation, ainsi que l'erreur-standard s'y rattachant.

Marché canadien											
$\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté	
	Échantillon	ARMA(1,1)									
		c	AR(1)		MA(1)						
	01/1973-01/2000	-0.0002 (0.0006)	0.5271*** (0.0824)		-0.2042** (0.0912)			Oui	2.0750*** (0.3470)		
	01/1973-01/2005	-0.0003 (0.0005)	0.5427*** (0.0681)		-0.1889** (0.0768)				2.0820*** (0.3103)		
	01/1973-06/2015	-0.0002 (0.0003)	0.5850*** (0.0560)		-0.2758*** (0.0637)				2.0003*** (0.0700)		
	Conditionnel								t de Student	Degrés de liberté	
	Échantillon	ARMA(1,1)			GARCH						
		c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ			
	01/1973-01/2000	5.756e-05* (2.717e-05)	0.6886*** (0.0843)	-0.3768*** (0.1115)	5.1693e-05* (2.7172e-05)	0.3925** (0.1928)	0.6076*** (0.0971)	X	2.8447*** (0.4812)		
01/1973-01/2005	-6.358e-05 (0.0004)	0.6593*** (0.0768)	-0.3047*** (0.1003)	3.7206e-05* (1.9357e-05)	0.3179** (0.1542)	0.6820*** (0.0787)	X	2.8139*** (0.4508)			
01/1973-06/2015	9.769e-05 (0.0003)	0.6800*** (0.0674)	-0.3680*** (0.0885)	1.969e-05*** (7.5622e-06)	0.3058*** (0.1083)	0.6942*** (0.0563)	X	2.9506*** (0.3897)			

$\frac{(Gov10_t - Gov10_{t-1})}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}$	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté			
	Échantillon	ARMA(1,1)						t de Student			Degrés de liberté		
	c	AR(1)			MA(1)				Non	X			
	01/1973-01/2000	2.9901e-05 (0.0122)	-0.7156*** (0.1624)			0.8029*** (0.1453)					Non	X	
	01/1973-01/2005	-0.0003 (0.0011)	-0.7094*** (0.1838)			0.7840*** (0.1688)							Non
01/1973-06/2015	-0.0006 (0.0009)	-0.7564*** (0.1462)			0.8210*** (0.1323)			Non					
Échantillon	ARMA(1,1)			GJRGARCH					t de Student	Degrés de liberté			
c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ	Non				X		
01/1973-01/2000	0.0005 (0.0007)	-0.1540 (0.5594)	0.2541 (0.5578)	7.3298e-06*** (1.8907e-06)	0.2303*** (0.0698)	0.8298*** (0.0428)			-0.2108*** (0.0755)	Non		X	
01/1973-01/2005	0.0001 (0.0007)	-0.3843 (0.6085)	0.4510 (0.5915)	6.3577e-06*** (1.2456e-06)	0.2191*** (0.0589)	0.8181*** (0.0380)		-0.1685** (0.0660)	Non				X
01/1973-06/2015	-0.0004 (0.0008)	-0.7316*** (0.2766)	0.7764*** (0.2574)	6.9332e-06*** (1.5108e-06)	0.1847*** (0.0490)	0.8179*** (0.0378)		-0.1137** (0.0549)					

Ri-Rf	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté			
	Échantillon	ARMA(1,1)						t de Student			Degrés de liberté		
	c	AR(1)			MA(1)				Oui	X			
	01/1973-01/2000	-0.0023 (0.0016)	0.9679*** (0.0190)			-0.7755*** (0.0407)					Oui	X	
	01/1973-01/2005	-0.0015 (0.0012)	0.9742*** (0.0159)			-0.7840*** (0.0357)							Oui
01/1973-06/2015	-0.0006 (0.0007)	0.9834*** (0.0106)			-0.8041*** (0.0269)			Oui					
Échantillon	ARMA(1,1)			GJRGARCH					t de Student	Degrés de liberté			
c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ	Oui				X		
01/1973-01/2000	-0.0034* (0.0018)	0.9557*** (0.0219)	-0.7533*** (0.0498)	0.0005* (0.0003)	1.0984e-08 (0.0651)	0.7247*** (0.1262)			0.2100* (0.1217)	Oui		X	
01/1973-01/2005	-0.0021* (0.0013)	0.9679*** (0.0174)	-0.7610*** (0.0429)	0.0004** (0.0002)	1.0837e-08 (0.0539)	0.7466*** (0.0969)		0.2249** (0.1052)	Oui				X
01/1973-06/2015	-0.0012 (0.0008)	0.9735*** (0.0121)	-0.7770*** (0.0344)	0.0002** (8.1849e-05)	1.7187e-06 (0.0400)	0.8211*** (0.0613)		0.1953*** (0.0695)					

Corp.-T	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté
	Échantillon	AR(1)						MA(1)		
		c	AR(1)		MA(1)					
	01/1973-01/2000	0.0003*	0.9644***						Oui	2.2696***
		(0.0002)	(0.0173)							(0.1355)
	01/1973-01/2005	0.0003*	0.9682***							2.5630***
		(0.0001)	(0.0151)							(0.1880)
	01/1973-06/2015	0.0004***	0.9574***							2.22947***
		(5.585e-05)	(0.0040)							(0.1006)
	Conditionnel								t de Student	Degrés de liberté
Échantillon	AR(1)			GJRGARCH						
	c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ			
01/1973-01/2000	0.0003*	0.9644***		3.4886e-08	0.3659***	0.7288***	-0.1894***	Non		
	(0.0002)	(0.0173)		(1.8123e-07)	(0.0459)	(0.0255)	(0.0669)			
01/1973-01/2005	0.0003*	0.9682***		3.0992e-08	0.3378***	0.7491***	-0.1738***			
	(0.0001)	(0.0151)		(1.6330e-07)	(0.0404)	(0.0217)	(0.0579)			
01/1973-06/2015	0.0004***	0.9574***		2.8111e-08	0.3359***	0.7949***	-0.2617***			
	(5.585e-05)	(0.0040)		(1.3846e-07)	(0.0326)	(0.0139)	(0.0369)			

Marché américain										
ΔCADUSD	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté
	Échantillon	ARMA(0,0)						c		
		c	AR(1)		MA(1)		c		MA(1)	
	01/1973-01/2000	0.0010 (0.0008)								
	01/1973-01/2005	0.0005 (0.0009)						4.0157*** (1.2347)		
	01/1973-06/2015	0.0002 (0.0008)						3.3717*** (0.6170)		
	Conditionnel								t de Student	Degrés de liberté
	Échantillon	ARMA(0,0)			GARCH					
		c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ	Oui	
01/1973-01/2000	0.0009 (0.0008)			1.6339e-05 (1.3977e-05)	0.1365* (0.0749)	0.8334*** (0.0860)		4.0599*** (1.2077)		
01/1973-01/2005	0.0009 (0.0008)			7.6703e-06 (6.6889e-06)	0.1299** (0.0520)	0.8701*** (0.0518)		5.0435*** (1.5324)		
01/1973-06/2015	0.0007 (0.0007)			8.6929e-06 (5.776e-06)	0.1173*** (0.0409)	0.8827*** (0.0364)		4.5268*** (0.9124)		

$\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$	Inconditionnel								
	Échantillon	MA(1)						t de Student	Degrés de liberté
		c	AR(1)		MA(1)				
	01/1973-01/2000	0.0008 (0.0008)			0.3487*** (0.0361)		Oui	2.0658*** (0.3781)	
	01/1973-01/2005	0.0004 (0.0007)			0.3677*** (0.0338)			2.0861*** (0.3518)	
	01/1973-06/2015	0.0002 (0.0006)			0.3833*** (0.0291)			2.0210*** (0.2941)	
	Conditionnel								
Échantillon	MA(1)			GARCH				t de Student	Degrés de liberté
	c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ		
	01/1973-01/2000	0.0003 (0.0008)		0.3858*** (0.0545)	7.1433e-06** (2.7954e-06)	0.2693*** (0.0738)	0.7168*** (0.0540)		7.1338** (3.8089)
	01/1973-01/2005	9.2281e-05 (0.0007)		0.4081*** (0.0499)	9.6217e-06 (3.6968e-06)	0.2882*** (0.0871)	0.6942*** (0.0600)		5.40745*** (2.0739)
	01/1973-06/2015	0.0002 (0.0006)		0.3854*** (0.0450)	1.274e-05*** (4.1993e-06)	0.3327*** (0.0871)	0.6406*** (0.0583)		5.0626*** (1.5611)

$\left(\frac{Gov10_t - Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$	Inconditionnel									
	Échantillon	ARMA(1,1)						t de Student	Degrés de liberté	
		c	AR(1)		MA(1)					
	01/1973-01/2000	-6.229e-05 (0.0009)			-0.1673* (0.0983)		0.6027*** (0.0816)		Oui	6.6939*** (2.5087)
	01/1973-01/2005	-0.0005 (0.0008)			-0.1489 (0.0974)		0.5581*** (0.0832)			6.1119*** (2.0205)
	01/1973-06/2015	-0.0036 (0.0007)			-0.1940** (0.0965)		0.5453*** (0.0853)			6.5503*** (1.7624)
	Conditionnel									
Échantillon	ARMA(1,1)			GARCH				t de Student	Degrés de liberté	
	c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ			
	01/1973-01/2000	6.3681e-07 (0.0008)	-0.1112 (0.1316)	0.5508*** (0.1070)	4.3737e-06 (3.677e-06)	0.0920*** (0.0366)	0.8661*** (0.0516)		12.3507* (7.6728)	
	01/1973-01/2005	-0.0003 (0.0007)	-0.1278 (0.1234)	0.5340*** (0.1034)	4.5583e-06 (3.9342e-06)	0.0782** (0.0334)	0.8799*** (0.0521)		8.8876** (4.0662)	
	01/1973-06/2015	-0.0003 (0.0007)	-0.1616 (0.1174)	0.5233*** (0.0992)	5.0726e-06 (3.7493e-06)	0.0810** (0.0318)	0.8778*** (0.0469)		8.5687*** (3.0692)	

Ri-Rf	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté	
	Échantillon	ARMA(1,1)						c			MA(1)
		c	AR(1)		MA(1)						
	01/1973-01/2000	-0.0007 (0.0010)	0.9868*** (0.0151)		-0.8496*** (0.0320)				Oui	4.83477*** (1.3662)	
	01/1973-01/2005	-0.0007 (0.0009)	0.9858*** (0.0144)		-0.8481*** (0.0312)					5.3220*** (1.5043)	
	01/1973-06/2015	-0.0004 (0.0006)	0.9886*** (0.0100)		-0.8433*** (0.0256)					5.0378*** (1.2253)	
	Conditionnel									t de Student	Degrés de liberté
	Échantillon	ARMA(1,1)			GJRGARCH						
		c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ			
	01/1973-01/2000	-0.0014 (0.0011)	0.9732*** (0.0170)	-0.8506*** (0.0379)	0.0014 (0.0001)	2.0787e-07 (0.0348)	0.8740*** (0.0673)	0.1500* (0.0810)	Oui	5.4228*** (1.6621)	
01/1973-01/2005	-0.0012 (0.0009)	0.9742*** (0.0150)	-0.8463*** (0.0361)	0.0001 (7.2251e-05)	9.0445e-08 (0.0314)	0.8735*** (0.0543)	0.1806** (0.0753)	6.4212*** (2.0034)			
01/1973-06/2015	-0.0010** (0.0005)	0.9761*** (0.0096)	-0.8415*** (0.0289)	7.5465e-05* (4.5713e-05)	4.6803e-07 (0.0267)	0.8686*** (0.0428)	0.2178*** (0.0663)	8.1172*** (2.5787)			

Corp.-T	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté	
	Échantillon	ARMA(1,1)						c			MA(1)
		c	AR(1)		MA(1)						
	01/1973-01/2000	0.0009*** (0.0003)	0.8759*** (0.0313)		-0.2809*** (0.0443)				Oui	3.8989*** (0.8957)	
	01/1973-01/2005	0.0008*** (0.0002)	0.9193*** (0.0209)		-0.2969*** (0.0482)					4.1179*** (0.9032)	
	01/1973-06/2015	0.0011*** (0.0002)	0.8853*** (0.0147)		-0.1514*** (0.0409)					3.42217*** (0.5655)	
	Conditionnel									t de Student	Degrés de liberté
	Échantillon	ARMA(1,1)			GARCH						
		c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ			
	01/1973-01/2000	0.0006*** (0.0002)	0.9215*** (0.0252)	-0.3460*** (0.0673)	5.1024e-07 (6.5613e-07)	0.2272*** (0.0644)	0.7282*** (0.0608)	0.1500* (0.0810)	Oui	9.5731* (6.1413)	
01/1973-01/2005	0.0005** (0.0002)	0.9353*** (0.0211)	-0.3222*** (0.0599)	4.3123e-07 (5.5815e-07)	0.1701*** (0.0467)	0.7856*** (0.0453)	0.1806** (0.0753)	9.3111** (5.1877)			
01/1973-06/2015	0.0008*** (0.0002)	0.9127*** (0.0203)	-0.1985*** (0.0549)	6.6784e-07 (5.8427e-07)	0.2436*** (0.0515)	0.6920*** (0.0496)	0.2178*** (0.0663)	9.42852** (4.6702)			

Marché britannique										
Rendement CADGBP (* 100)	Inconditionnel									
	Échantillon	ARMA(0,0)						t de Student	Degrés de liberté	
		c	AR(1)		MA(1)					
	01/1973-01/2000	0.0046 (0.1646)						Oui	5.7537*** (2.0561)	
	01/1973-01/2005	0.0036 (0.1491)					6.6045*** (2.2832)			
	01/1973-06/2015	-0.0224 (0.1256)					7.1903*** (2.2651)			
	Conditionnel									
	Échantillon	ARMA(0,0)			GJRGARCH				t de Student	Degrés de liberté
		c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ		
	01/1973-01/2000	0.0874 (0.1777)			3.7029 (2.3058)	6.02e-09 (0.0475)	0.5657** (0.2328)	0.1422** (0.0721)	Non	
	01/1973-01/2005	0.0694 (0.1598)			3.1784 (2.1207)	2.6017e-07 (0.0403)	0.6157*** (0.2245)	0.1095* (0.0594)		
01/1973-06/2015	0.0191 (0.1309)			0.4290 (0.3266)	0.0380 (0.0251)	0.8991*** (0.0522)	0.0330 (0.0270)			

$\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$	Inconditionnel								
	Échantillon	AR(1)						t de Student	Degrés de liberté
		c	AR(1)		MA(1)				
	01/1973-01/2000	-0.0020*** (0.0007)	0.0892*** (0.0286)				Oui	2.0001*** (0.0012)	
	01/1973-01/2005	-0.0016*** (0.0006)	0.0893*** (0.0245)					2.0001*** (0.0007)	
	01/1973-06/2015	-0.0013*** (0.0004)	0.1170*** (0.0203)					2.0001*** (0.0009)	
Conditionnel									
Échantillon	AR(1)			GARCH				t de Student	Degrés de liberté
	c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ		
01/1973-01/2000	3.0585e-07 (0.0010)	0.1307*** (0.0467)		2.4082e-13 (2.6596e-06)	0.0165*** (0.0044)	0.9778*** (0.0072)			
01/1973-01/2005	-0.0001 (0.0007)	0.1612*** (0.0431)		1.7029e-12 (1.2034e-06)	0.0205*** (0.0043)	0.9725*** (0.0055)			
01/1973-06/2015	0.0007 (0.0005)	0.1964*** (0.0407)		1.4187e-06* (8.2419e-07)	0.0914*** (0.0063)	0.9086*** (0.0041)			

$\left(\frac{Gov10_t - Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$	Inconditionnel								
	Échantillon	MA(1)						t de Student	Degrés de liberté
		c	AR(1)		MA(1)				
	01/1973-01/2000	-0.0002 (0.0009)					0.3584*** (0.0505)	Oui	8.2728** (3.5464)
	01/1973-01/2005	-0.0003 (0.0008)					0.3583*** (0.0447)		6.8796*** (2.3863)
	01/1973-06/2015	-0.0004 (0.0006)					0.3666*** (0.0387)		7.3378*** (2.2728)
Conditionnel									
Échantillon	MA(1)			GARCH				t de Student	Degrés de liberté
	c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ		
01/1973-01/2000	-0.0006 (0.0008)		0.3604*** (0.0528)	1.4617e-06 (2.8451e-06)	0.0350* (0.0200)	0.9534*** (0.0200)		14.9714* (10.255)	
01/1973-01/2005	-0.0006 (0.0007)		0.3641*** (0.0474)	2.2002e-15 (1.1426e-06)	0.0244** (0.0122)	0.9728*** (0.0123)		15.4966* (10.7065)	
01/1973-06/2015	-0.0007 (0.0006)		0.3720*** (0.0424)	1.2754e-06 (1.8064e-06)	0.0493** (0.0198)	0.9408*** (0.0211)		18.9881* (13.1924)	

Ri-Rf	Inconditionnel									
	Échantillon	ARMA(1,1)						t de Student	Degrés de liberté	
		c	AR(1)		MA(1)					
	01/1973-01/2000	-0.0025 (0.0019)	0.9672*** (0.0204)		-0.8501*** (0.0330)		Oui	4.4302*** (0.8174)		
	01/1973-01/2005	-0.0014 (0.0012)	0.9789*** (0.0141)		-0.8737*** (0.0252)			4.3438*** (0.7491)		
	01/1973-06/2015	-0.0005 (0.0006)	0.9881*** (0.0080)		-0.8790*** (0.0190)			4.3747*** (0.6799)		
	Conditionnel									
	Échantillon	ARMA(1,1)			GJRGARCH				t de Student	Degrés de liberté
		c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ		
	01/1973-01/2000	-0.0058* (0.0032)	0.9259*** (0.0389)	-0.8223*** (0.0672)	0.0003** (0.0001)	0.0196 (0.0343)	0.7887*** (0.0544)	0.2673*** (0.0837)	Non	
01/1973-01/2005	-0.0044** (0.0021)	0.9377*** (0.0277)	-0.8313*** (0.0517)	0.0002*** (8.0435e-05)	0.0195 (0.0336)	0.7935*** (0.0416)	0.2953*** (0.0715)			
01/1973-06/2015	-0.0014** (0.0006)	0.9734*** (0.0096)	-0.8643*** (0.0291)	8.0714e-05** (3.6697e-05)	0.0332 (0.0294)	0.8421*** (0.0250)	0.2375*** (0.0522)			

Corp-T	Inconditionnel								t de Student	Degrés de liberté
	Échantillon	ARMA(1,1)						Non		
		c	AR(1)		MA(1)					
	01/1973-01/2000	0.0030*** (0.0005)	0.7119*** (0.0414)		0.1201* (0.0685)					
	01/1973-01/2005	0.0030*** (0.0005)	0.7299*** (0.0349)		0.1007* (0.0586)					
	01/1973-06/2015	0.0023*** (0.0003)	0.8038*** (0.0239)		0.0544 (0.0440)					
	Conditionnel								t de Student	Degrés de liberté
	Échantillon	ARMA(1,1)			GJRGARCH					
		c	AR(1)	MA(1)	c	α	β	γ		
	01/1973-01/2000	0.0027*** (0.0006)	0.7503*** (0.0548)	-0.0750 (0.0826)	2.3549e-08 (2.8493e-07)	0.0418*** (0.0126)	0.9731*** (0.0163)	-0.0418* (0.0228)		
01/1973-01/2005	0.0018*** (0.0004)	0.8458*** (0.0353)	-0.1988*** (0.0649)	1.7866e-19 (2.2711e-07)	0.0416*** (0.0111)	0.9726*** (0.0158)	-0.0383* (0.0225)			
01/1973-06/2015	0.0002*** (0.0004)	0.8696*** (0.0300)	-0.1045* (0.0563)	1.0208e-07 (3.4433e-07)	0.1107*** (0.0205)	0.8940*** (0.01867)	-0.0180 (0.1051)			

*** significatif au seuil $\alpha=0.01$

** significatif au seuil $\alpha=0.05$

*significatif au seuil $\alpha=0.10$

Tous les modèles inconditionnels sont estimés à l'aide de la distribution t de Student à l'exception des variables $\left(\frac{Gov10_t-Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ du marché canadien et Corp.-T du marché britannique, dont les modèles ont été estimés à partir de la distribution normale gaussienne. En effet, les modèles inconditionnels de ces deux variables estimées avec la t de Student n'étaient pas assez robustes pour les fins du mémoire ; le modèle de la variable $\left(\frac{Gov10_t-Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ du marché canadien n'arrivait pas à converger convenablement sur la période de janvier 1973 à janvier 2005 et sur la période correspondant à l'échantillon complet, alors que le coefficient MA(1) du modèle de la variable Corp.-T UK n'était significatif au seuil $\alpha=0.10$ que lorsqu'il était estimé sur l'échantillon complet. Avec la distribution normale gaussienne, le modèle $\left(\frac{Gov10_t-Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ du marché canadien converge bien sur tous les échantillons et le coefficient MA(1) du modèle de la variable Corp.-T UK est significatif au seuil $\alpha=0.10$ sur la période d'estimation et sur la période de janvier 1973 à janvier 2005. Bien qu'il ne soit pas significatif sur l'échantillon complet, nous conservons tout de même le modèle ARMA(1,1) puisque le coefficient MA(1) est significatif sur une grande partie de l'échantillon. Nous observons que le modèle GJRGARCH est significatif pour les huit variables suivantes : $\left(\frac{Gov10_t-Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ Canada, Ri-Rf Canada, Corp.-T Canada, Ri-Rf US, Rendement CADGBP*100, Ri-Rf UK et Corp.-T UK. Nous observons que pour le marché américain, le coefficient de levier asymétrique est uniquement significatif pour la variable Ri-Rf, alors que pour le marché britannique, le coefficient de levier asymétrique est significatif pour toutes les variables sauf pour les variables $\left(\frac{Gov10_t-Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ et $\left(\frac{Rf_t-Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$.

Nous observons également que l'effet du coefficient de levier asymétrique se dissipe pour les variables Rendement CADGBP*100 et Corp.-T UK lorsque le modèle est estimé sur l'échantillon complet, le rendant non significatif au seuil $\alpha=0.10$. Nous décidons tout de même de conserver ce modèle puisqu'il est significatif sur une grande partie de l'échantillon.

De plus, nous remarquons que le signe du coefficient de levier asymétrique est négatif pour les variables $\left(\frac{Gov10_t-Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ Canada, Corp.-T Canada et Corp.-T UK. Normalement, lorsque le modèle GJRGARCH est estimé sur des rendements boursiers, le signe du coefficient est positif, indiquant que la variance à la période t subit un choc à la hausse lorsque le résidu à la période t-1 est négatif. Autrement dit, lorsque le rendement passé subit un choc à la baisse, la variance de la période suivante aura tendance à être plus élevée, ce qui explique le signe positif du coefficient de levier asymétrique. Dans le cas des trois variables énumérées ci-haut, le coefficient est négatif, ce qui indique que la variance à la période t diminuera lorsque le résidu à la période t-1 est négatif.

Pour la variable $\left(\frac{Gov10_t - Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ du marché canadien, cela implique que lorsque les taux d'intérêt à long terme (10 ans) du gouvernement diminuent pour un mois donné, la variance de ces taux d'intérêt au mois suivant devrait diminuer. Ce résultat correspond à nos attentes puisqu'une diminution des taux d'intérêt long terme est souhaitée et appréciée par les investisseurs du marché des actifs à revenu fixe ; elle vient augmenter la valeur de leur portefeuille et leur génère des rendements positifs. Cela explique pourquoi la variance est plus faible à la suite d'une baisse des taux.

Pour les variables Corp.-T Canada et Corp.-T UK, cela implique que lorsque l'écart de crédit entre les obligations corporatives cotées *Investment-Grade* et les obligations gouvernementales 10 ans se rétrécit pour un mois donné, la variance de cet écart de crédit au mois suivant devrait diminuer. Ce résultat correspond à nos attentes puisqu'un rétrécissement de l'écart de crédit est souhaité et apprécié par les investisseurs. En effet, si l'écart de crédit se rétrécit pour un mois donné, cela implique que le risque perçu par les investisseurs sur le marché des obligations corporatives a diminué. Il est donc logique d'observer que la variance de cet écart de crédit diminue plus souvent qu'autrement suite à un rétrécissement de cet écart de crédit.

Pour les variables modélisées à l'aide de la *t* de Student, aucune estimation des degrés de liberté n'affiche un nombre supérieur ou égal à 30, qui aurait impliqué le choix de la distribution normale gaussienne. Les nombres de degrés de liberté se situent entre 2.01 et 14.97. L'estimation des degrés de liberté de la *t* de Student offrant le meilleur ajustement est significative au seuil $\alpha=0.10$ pour l'ensemble des variables du modèle.

Nous remarquons que le nombre de degrés de liberté estimés avec le modèle conditionnel est toujours plus élevé que le nombre de degrés de liberté estimés avec le modèle inconditionnel, à l'exception de la variable de la variation du taux de change CAD/USD. Cela implique que les résidus standardisés des modèles conditionnels ont une distribution s'approchant davantage de la distribution normale que les résidus standardisés des modèles inconditionnels. Ces résultats correspondent à nos attentes puisque les résidus standardisés (Z_t) correspondent au quotient des résidus non standardisés et de l'écart-type des résidus.

Avec le modèle conditionnel, l'écart-type des résidus à la période *t* correspond à la racine carrée de la variance conditionnelle à la période *t* :

$$Z_t = \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma_t}\right) \quad (471)$$

Dans ce cas-ci, les résidus non standardisés à la période *t* sont divisés par l'écart-type conditionnel correspondant à la même période *t*. De cette manière, les résidus non standardisés élevés sont divisés par un écart-type élevé et les résidus non standardisés faibles sont divisés par un écart-type faible, ce qui vient standardiser efficacement la série et rapprocher les valeurs éloignées vers la moyenne de la distribution.

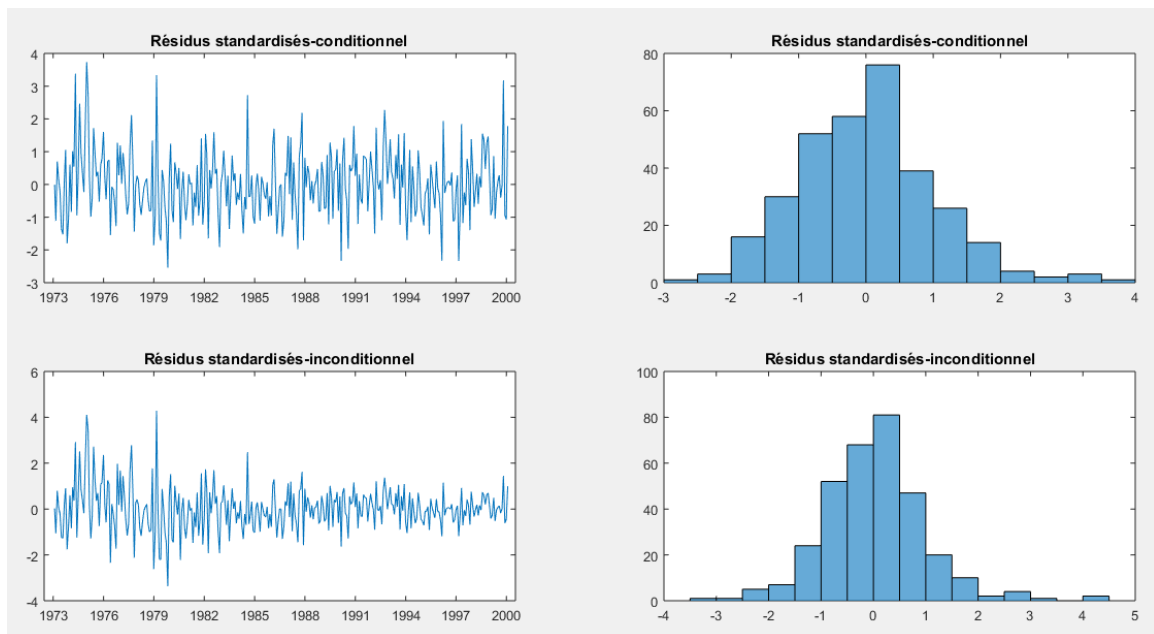
Avec le modèle inconditionnel, l'écart-type des résidus correspond à la racine carrée de la variance moyenne de l'échantillon :

$$z_t = \left(\frac{\varepsilon_t}{\sigma} \right) \quad (482)$$

Dans ce cas-ci, tous les résidus non standardisés sont divisés par le même écart-type, qu'ils soient élevés ou faibles. La distribution des résidus standardisés est donc plus dispersée avec les modèles inconditionnels puisque les résidus non standardisés élevés et les résidus non standardisés faibles sont divisés par la même constante, ce qui laisse place à des valeurs éloignées de la moyenne et donc à des queues de distribution plus épaisses.

Graphique 16 : Résidus standardisés des modèles inconditionnels et conditionnels estimés sur la période d'estimation pour la variable Corp.-T UK

Les graphiques des séries temporelles des résidus standardisés, à gauche, les histogrammes des résidus standardisés, à droite.



Ainsi il n'est pas surprenant de voir que le nombre de degrés de liberté estimés avec le modèle conditionnel soit plus élevé qu'avec le modèle inconditionnel puisque les distributions des résidus standardisés des modèles inconditionnels contiennent plus de valeurs éloignées de la moyenne et donc affichent des queues de distributions plus épaisses que celles des modèles conditionnels.

7.4.3 Essais et erreurs : mise en place de contraintes dans les simulations

Après avoir estimé les modèles de simulation Monte-Carlo inconditionnels, nous avons constaté que les résultats étaient en certaines circonstances irréalistes. En effet, les simulations permettaient à certaines variables simulées d'atteindre des valeurs jugées improbables, ce qui occasionnait des valeurs immobilières négatives ou irréalistes.

Après une analyse approfondie des sorties de π_t et des variables explicatives, soit Gov. 10 ans, Ri-Rf et Corp.-T, les valeurs excessives provenaient de la variable Corp.-T qui atteignait des valeurs négatives, ce qui n'est pas réaliste. En effet, un écart de crédit négatif implique que le taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans) est plus élevé que le taux des obligations corporatives cotées *Investment-Grade*, ce qui est illogique compte tenu de leur risque respectif. Nous avons donc mis en place une contrainte plancher pour l'écart de crédit Corp.-T de 0%. Ainsi, durant nos simulations, dans une situation fictive où l'économie se porterait très bien et où les investisseurs considéreraient que le risque des obligations corporatives *Investment-Grade* (Corp.) serait équivalent au risque des obligations gouvernementales 10 ans (Gov. 10 ans), l'écart de crédit pourrait atteindre le minimum alloué, soit la valeur nulle, mais ne pourrait en aucun cas atteindre une valeur négative.

Deuxièmement, nous avons constaté que notre modèle permettait au taux sans risque (Rf) d'atteindre aussi des valeurs négatives. Bien que les sorties négatives soient très petites (très près de zéro), nous considérons tout de même qu'elles sont peu réalistes et les corrigeons. Nous avons donc mis en place une contrainte plancher pour le taux sans risque (Rf) de 0%.

Après avoir mis en place la contrainte plancher de l'écart de crédit (Corp.-T) et la contrainte plancher du taux sans risque (Rf), nous avons remarqué qu'il y avait encore des valeurs immobilières simulées trop élevées, autant positives que négatives. Nous avons remarqué que notre modèle permettait à la prime de risque immobilière (π_t) d'atteindre des valeurs très faibles, soit des valeurs situées près de zéro. Il faut comprendre que le dénominateur du modèle d'évaluation immobilière correspond à la somme de π_t et Rf, de laquelle on soustrait le taux de croissance moyen des loyers (\bar{g}) qui est de 1% :

$$V_t = \frac{CF_t * (1 + \bar{g}) * (Taux\ de\ change_t)}{(\pi_t + Rf_t) - \bar{g}}$$

$$= \frac{CF_t * (1 + 0.01) * (Taux\ de\ change_t)}{(\pi_t + Rf_t) - 0.01} \quad (493)$$

Ainsi, dans l'éventualité où Rf atteint la contrainte plancher de 0% et où la prime de risque simulée est très faible, ce qui s'est réalisé dans la plupart de nos modèles, les valeurs immobilières générées sont trop élevées, autant positives que négatives.

Si la valeur simulée de π_t est située légèrement au-dessus de 1%, et que Rf atteint 0%, alors le dénominateur sera positif et très petit ce qui donnera une valeur immobilière positive extrêmement élevée. Si la valeur simulée de π_t est plutôt située légèrement en dessous de 1%, et que Rf atteint toujours 0%, alors le dénominateur sera négatif et très petit ce qui donnera une valeur immobilière négative extrêmement élevée.

Afin de remédier à ces problèmes, nous avons mis en place une contrainte plancher pour la prime de risque immobilière (π_t) de 2%. Une valeur plancher de 2% appliquée à π_t est

réaliste puisque dans la situation où l'évaluation est maximale, soit un taux sans risque (R_f) nul et une prime de risque immobilière (π_t) minimale, avec un taux de croissance (g) de 1% et un flux monétaire de 100 000\$ canadiens, nous obtenons une valeur immobilière maximale de 10 millions de dollars canadiens :

$$V_t = \frac{CF_0}{(\pi_t + R_f) - \bar{g}} = \frac{100\,000\$}{(0.02 + 0) - 0.01} = \frac{100\,000\$}{0.01} = 10\,000\,000\$ \quad (64)$$

Il faut comprendre que le flux monétaire de 100 000\$ utilisé dans l'exemple précédent correspond au flux monétaire initial, soit CF_0 , et qu'il n'y a aucun effet de taux de change dans le modèle. La valeur de 10 000 000\$ est donc une valeur maximale fictive correspondant à la période précédente (février 1999) pour le marché canadien. Il est clair que durant la simulation, la valeur immobilière maximale à chaque itération pourra dépasser la valeur de 10 millions de dollars canadiens, puisque le flux monétaire sera plus élevé en raison du facteur multiplicatif du taux de croissance moyen des loyers ($1+g$). De plus, pour les marchés américains et britanniques, le taux de change affectera également à la hausse les flux monétaires perçus, ce qui viendra augmenter davantage la valeur immobilière maximale simulée à chaque itération. Ainsi, en plus des contraintes planchers pour R_f et Corp.-T, nous considérons qu'une contrainte plancher additionnelle de 2% appliquée à π_t empêchera le dénominateur du modèle d'évaluation immobilière d'être inférieur à 1%, ce qui éliminera les résultats jugés irréalistes. Un graphique de l'évolution de la valeur immobilière en fonction du dénominateur est présenté à [l'annexe 11](#).

7.4.4 Discussion sur l'évolution des valeurs immobilières en début de mois (V_t0)

Les graphiques de l'évolution des valeurs immobilières en début de mois (V_t0) pour chacun des marchés géographiques ainsi qu'une explication détaillée de ces graphiques sont présentés à [l'annexe 12](#). Il s'agit des valeurs immobilières correspondant au début de chaque mois de la période de backtesting, évaluées à partir des données sur les variables macroéconomiques du modèle qui se sont effectivement réalisées à la fin du mois précédent. C'est à partir de ces valeurs V_t0 que seront calculés les rendements simulés à chaque période.

Il faut comprendre que ces graphiques représentent l'évolution des valeurs immobilières dans le temps basé exclusivement selon notre modèle. Nous sommes conscients que les marchés immobiliers étudiés, soit de tous types d'immeubles confondus (*All property*) au Canada, aux États-Unis et au Royaume-Uni, n'ont pas réellement évolué ainsi. En observant attentivement les graphiques, il est clair que la chute des valeurs immobilières durant la crise de 2008 peut sembler assez modeste pour certains marchés, et que la hausse des valeurs immobilières dans les trois premières années qui ont suivi la crise peut sembler assez importante comparativement à ce qui s'est réellement passé. Cependant, sur la base de notre modèle d'évaluation immobilière, qui reflète seulement l'effet des variables macroéconomiques et qui omet l'effet des variables typiquement immobilières, nous affirmons que les valeurs immobilières ont effectivement évolué ainsi pour nos trois marchés géographiques. Une explication détaillée de ces deux phénomènes est présentée à la section 7.5.1.

7.4.5 Discussion sur l'évolution temporelle des coefficients et de la matrice des corrélations du modèle CCC-GARCH

Le tableau présenté à l'[annexe 13](#) dresse un portrait de l'évolution de la matrice des corrélations (R) utilisée dans la modélisation du modèle CCC-GARCH durant la période de backtesting pour chacun des marchés géographiques. Nous constatons que la majorité des coefficients de corrélation diminuent (en valeur absolue) dans le temps pour tous les marchés, c'est-à-dire qu'ils varient en se rapprochant de la valeur zéro lorsque l'échantillon est plus grand. Une explication détaillée de l'évolution de la matrice des corrélations dans le temps est présentée à l'[annexe 13](#).

La variation de la corrélation dans le temps aurait pu être prise en compte dans les simulations Monte-Carlo à l'aide du modèle DCC-GARCH, qui n'a pas été utilisé dans le cadre du présent mémoire. Cependant, cette variation de la dépendance dans le temps sera mieux prise en compte dans les simulations historiques en raison des liens de dépendance implicites à ces modèles. Il est vrai que lors du tirage de valeurs immobilières simulées qui seront situées au centre des distributions, il n'y aura que très peu de différences entre les modèles historiques et les modèles Monte-Carlo puisque les termes aléatoires centraux correspondent à des scénarios de périodes de tranquillité où la dépendance entre les variables est faible. Cependant, les liens de dépendance implicites aux simulations historiques vont s'avérer particulièrement efficaces dans les queues de distribution ; lorsque la simulation historique tire des résidus correspondant à des dates de l'échantillon où la dépendance est extrême, ce qui est souvent le cas lors de périodes de crise. Cette forte dépendance sera prise en compte dans le modèle. Il sera alors intéressant de comparer la dispersion entre les modèles Monte-Carlo et les modèles de simulations historiques.

7.4.6 Analyse préliminaire : Discussion sur l'échantillon utilisé dans la modélisation des modèles inconditionnels

Suite à l'obtention de nos résultats, nous avons remarqué que nos modèles inconditionnels, autant pour la simulation Monte-Carlo que pour la simulation historique, nous donnent des dispersions plus élevées et plus volatiles que nos modèles conditionnels. Autrement dit, nous sommes dans une situation où les matrices variance-covariances inconditionnelles des différentes variables sont plus élevées que les matrices variance-covariances conditionnelles CCC-GARCH pour les simulations Monte-Carlo, et où les résidus provenant de l'historique contiennent plus de valeurs extrêmes (*fat-tails*) que les résidus standardisés avec filtres GARCH (ou GJRGARCH) pour les simulations historiques.

En observant l'[annexe 14](#), qui représente les séries historiques de l'ensemble de nos variables pour l'échantillon complet, il apparaît clair que notre période d'estimation contient des données des années 1970 et 1980 dont la volatilité n'a rien à voir avec la volatilité observée de nos jours, en particulier pour les variables Rf, Gov. 10 ans et Corp.-T. Pour ce qui est des variables de taux d'intérêt, il est évident que lors de périodes où les taux sont situés à des niveaux élevés, la volatilité est plus grande que lors de périodes où les taux sont situés près de zéro. L'utilisation de la variance inconditionnelle peut donc

poser quelques problèmes. De plus, notre échantillon des taux d'intérêt contient un changement de régime, où de janvier 1973 jusqu'au début des années 1980 le régime correspond à une hausse des taux d'intérêt, alors que du début des années 1980 jusqu'à la fin de l'échantillon, le régime correspond à une baisse des taux d'intérêt, ce qui d'ailleurs est la raison pour laquelle le modèle CIR envisagé au départ fut rejeté. Ainsi, les résidus historiques contenus dans notre échantillon contiennent de fortes hausses de taux d'intérêt provenant des années 1970 et de fortes baisses de taux d'intérêt provenant des années 1980, ce qui rend les queues de distribution des résidus relativement épaisses. Évidemment, de telles variations de taux ne sont plus réalistes de nos jours.

Afin de remédier à ces problèmes d'échantillon, nous avons choisi de conserver les modèles inconditionnels avec l'échantillon reculant jusqu'en janvier 1973 tout en effectuant de nouvelles simulations avec des modèles inconditionnels dont l'échantillon ne recule que jusqu'en janvier 1995. Ainsi, nous avons des modèles inconditionnels ayant un échantillon de 27 ans de données mensuelles et des modèles inconditionnels ayant un échantillon de 5 ans de données mensuelles.

Le tableau présenté à l'annexe 15 présente les matrices variance-covariances pour les modèles de simulation Monte-Carlo inconditionnel 27 ans, inconditionnel 5 ans et conditionnel CCC-GARCH du marché américain pour la période d'estimation.

Nous constatons que les variances sont toutes plus faibles pour le modèle inconditionnel 5 ans que pour le modèle inconditionnel 27 ans à l'exception du taux de change CADUSD. Il est clair que la réduction de l'échantillon nous a permis de réduire significativement la variance de la majorité des variables du modèle. Cependant, quelques covariances demeurent plus élevées avec le modèle inconditionnel 5 ans qu'avec le modèle inconditionnel 27 ans, ce qui ne règle pas complètement le problème de volatilité trop élevée des variables des modèles de simulations Monte-Carlo inconditionnels. De plus, malgré cette légère diminution, il n'en demeure pas moins que le modèle CCC-GARCH demeure le modèle qui affiche les variances et les covariances les plus faibles pour la période d'estimation.

Le graphique présenté à l'annexe 16 présente les résidus des modèles de simulations historiques : inconditionnel 27 ans, inconditionnel 5 ans et conditionnel avec filtre GARCH (FHS) pour la variable Rf du marché américain.

Nous constatons que les deux modèles inconditionnels atteignent tous deux des résidus positifs maximums semblables et que les queues de distributions de droite (queue des résidus positifs) des deux modèles se ressemblent beaucoup, ce qui ne règle pas le problème des hausses significatives de taux incluses dans l'échantillon pour cette variable.

En ce qui concerne les résidus négatifs, la situation est différente. En effet, nous observons que le modèle inconditionnel 27 ans atteint des résidus négatifs minimums plus bas que le modèle inconditionnel 5 ans. Ce phénomène s'explique en observant la série historique du Rf US ; les minimums atteints correspondent aux grandes variations qu'a subies le Rf US au début des années 1980, qui ne sont pas incluses dans l'échantillon 5 ans. Ces valeurs,

qui sont considérées extrêmes dans le contexte des bas taux d'intérêt d'aujourd'hui, rendent la distribution des résidus trop aplatie (*fat-tails*) pour le contexte d'aujourd'hui, c'est pourquoi l'utilisation d'un échantillon plus court (5 ans) atténue partiellement ce problème.

Malgré l'utilisation d'un échantillon 5 ans, le modèle conditionnel avec filtre GARCH demeure le modèle qui affiche les résidus les moins dispersés. Le produit des résidus standardisés et de l'écart-type prévisionnel GARCH de la variable Rf US donne donc une distribution moins dispersée que les résidus historiques des modèles inconditionnels 27 ans et inconditionnels 5 ans. Nous expliquons ce phénomène par l'écart-type prévisionnel GARCH qui est beaucoup plus petit que l'écart-type inconditionnel ; la volatilité de Rf est beaucoup plus faible en janvier 2000 que la volatilité moyenne de l'échantillon complet et de l'échantillon 5 ans. Cet ajustement à la volatilité des taux d'aujourd'hui permettra au modèle de simulation historique filtrée de tirer des résidus moins dispersés lors des périodes où la volatilité des taux d'intérêt sera plus faible, comme c'est le cas après la crise de 2008.

7.5 Analyse des résultats empiriques

7.5.1 Discussion sur les graphiques des percentiles de distributions des valeurs immobilières simulées.

Les graphiques des percentiles des distributions des valeurs immobilières simulées pour chacun des modèles et pour chacun des marchés géographiques sont présentés à l'annexe 17. Il s'agit des 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées chaque mois de la période de backtesting de même que la moyenne de ces distributions. Ces valeurs immobilières simulées correspondent aux évaluations à la fin de chaque mois de la période de backtesting, simulées à partir des variables macroéconomiques du modèle qui ont été elles-mêmes simulées. C'est à partir de ces valeurs immobilières simulées $V_{k,t1}$ que seront calculés les rendements simulés à chaque période, et c'est à partir des 95^e et 5^e percentiles que seront calculées les statistiques des étendues.

Tel que prévu, les courbes correspondant aux 5^e, 33^e, 67^e, 95^e percentiles et à la moyenne (ci-après nommées mesures de dispersion) évoluent toutes dans le même sens que les valeurs de V_{t0} présentées à l'annexe 12, et la dispersion varie dans le temps comme prévu, ce qui s'explique par la volatilité des variables simulées qui est plus élevée durant certaines périodes que d'autres. Aussi, pour le début de la période de février 2000 jusqu'au début de l'année 2004, l'évolution des valeurs immobilières semble davantage influencée par le taux sans risque (Rf), alors que pour la période 2004 jusqu'à juin 2015, l'évolution des valeurs immobilières est davantage influencée par la variable Corp.-T. Cette information sera utile lors de l'interprétation des résultats.

Pour tous les modèles de simulation et tous les marchés géographiques, les valeurs minimums de toutes les mesures de dispersion coïncident avec les valeurs minimums des valeurs V_{t0} et sont atteintes au début de l'année 2009, soit tout juste après l'éclatement de la crise de 2008. Ce résultat n'est pas surprenant compte tenu de la grande baisse qu'ont

subie les valeurs immobilières durant cette période. Cependant, pour tous nos modèles et pour tous nos marchés, cette période correspond également à la période où la dispersion est la plus faible, c'est-à-dire où les valeurs immobilières simulées sont les plus rapprochées du centre de la distribution. Ce résultat est à priori contre-intuitif compte tenu de la grande volatilité qu'ont subie les marchés immobiliers durant cette période. Les séries historiques des variables macroéconomiques du modèle pour la période correspondant à l'échantillon complet sont présentées à l'annexe 14 et suggèrent que la seule variable du modèle dont la volatilité a effectivement été plus élevée durant cette période est la prime de risque de marché boursier $R_i - R_f$. Pour le CADGBP et les Gov. 10 ans, la volatilité n'a pas été significativement plus élevée durant cette période et les variables se sont maintenues relativement aux mêmes niveaux comparativement aux niveaux d'avant la crise. Pour le CADUSD, les Rf et les Corp.-T, il est clair que les variables ne se sont pas maintenues aux mêmes niveaux comparativement aux niveaux d'avant la crise, subissant une hausse, une baisse et une hausse, respectivement. Par contre, en observant attentivement les graphiques, nous constatons que ces variations ne se sont pas faites de manière chaotique avec une succession de hausses et de baisses à l'image de dents de scie, mais plutôt de façon constante et régulière. Bien qu'à première vue ces variables semblent avoir subi des variations significatives durant cette période, leur volatilité n'a pas été significativement plus élevée, elle a même été plus faible dans le cas des Corp.-T.

En effet, durant la crise de 2008, les variables Corp.-T ont été moins volatiles mais ont tout de même subi une forte hausse, ce qui est la raison pour laquelle le coefficient de cette variable dans la régression de la prime de risque immobilière (π_t) devient aussi élevé. Pour cette raison, les primes de risque immobilières (π_t) simulées durant cette période sont élevées et peu dispersées, ce qui explique pourquoi les valeurs immobilières simulées durant la crise de 2008 sont très faibles et peu dispersées.

La variabilité élevée des prix du marché immobilier s'explique donc par des variables spécifiques à ce marché et non par les variables macroéconomiques qui l'influencent. Ce constat est d'autant plus logique lorsque l'on s'attarde aux différentes causes de la crise immobilière de 2008 ; la bulle immobilière de même que l'éclatement de la bulle qui s'en suivit n'ont pas été causés par les variables macroéconomiques qui influencent l'évaluation immobilière, mais bien par des variables spécifiques aux marchés immobiliers (voir Demyanyk et Van Hemert (2011) et Yang et Zhang (2016)). Ainsi, il n'est pas surprenant de voir qu'un modèle de simulations de valeurs immobilières qui maintient fixes les variables spécifiques à l'immobilier ne soit pas en mesure de bien capter la bulle immobilière et l'éclatement de la bulle immobilière.

En observant les graphiques des mesures de dispersion pour les différents modèles du marché britannique, nous constatons que ce résultat est moins évident pour les modèles inconditionnels 27 ans que pour les modèles inconditionnels 5 ans et les modèles conditionnels. La raison est fort simple : les modèles inconditionnels 27 ans utilisent l'échantillon complet pour modéliser leurs termes aléatoires. En observant la série Corp.-T du marché britannique sur l'échantillon complet à l'annexe 14, il apparaît évident que

les niveaux atteints en fin 2008 et début 2009 ne correspondent pas aux valeurs maximales de l'échantillon puisque les Corp.-T britanniques ont subi une hausse encore plus forte au milieu des années 1970, causée par la récession de 1973-1975³⁰. Ainsi, les termes aléatoires de ce modèle, qui s'en trouvent beaucoup plus dispersés, affectent beaucoup plus les prévisions de Corp.-T, ce qui rend les simulations de Corp.-T plus dispersés, et par conséquent les π_t simulés et les valeurs immobilières également plus dispersés pour le modèle inconditionnel 27 ans. De manière similaire, les termes aléatoires des modèles inconditionnels 5 ans et des modèles conditionnels sont moins dispersés parce que l'échantillon 5 ans ne contient pas la récession de 1973-1975 et parce que l'écart-type conditionnel GARCH de Corp.-T durant cette période est plus faible que l'écart-type inconditionnel 27 ans, respectivement.

Suite à la crise de 2008, nous observons que la dispersion des valeurs immobilières simulées augmente beaucoup, en particulier pour les marchés américain et britannique. Le coefficient Corp.-T est beaucoup plus grand après la crise, ce qui rend la prime de risque immobilière (π_t) beaucoup plus sensible aux variations de Corp.-T, et par conséquent ce qui rend l'évaluation immobilière aussi beaucoup plus volatile. Ceci est d'autant plus remarquable que les Rf de cette période sont à des valeurs planchers, ce qui fait en sorte que la variation des évaluations immobilières provient presque exclusivement des mouvements de la prime (π_t). Ainsi, il est normal que les distributions de valeurs immobilières simulées soient plus dispersées après la crise, une conséquence directe de cette crise. Pour la suite, nous appellerons ce phénomène : l'effet crise.

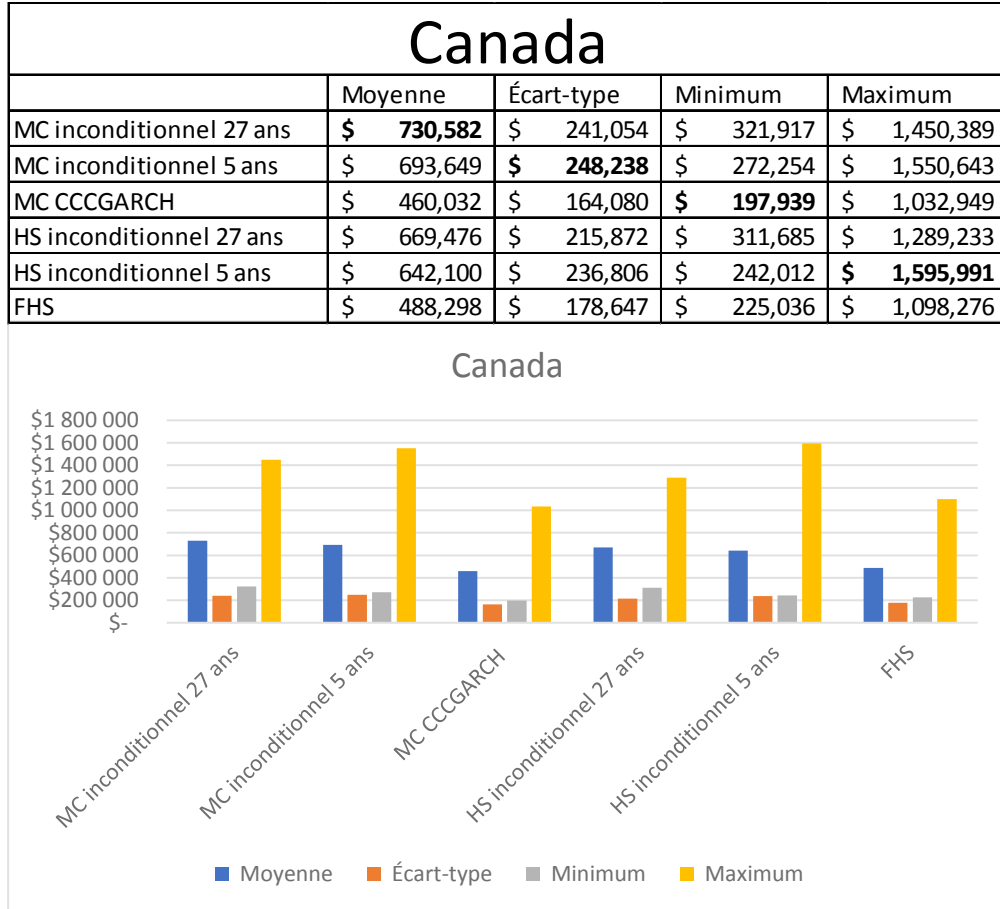
7.5.2 Discussion sur la dispersion des valeurs immobilières simulées pour les différents modèles utilisés.

La section suivante présente les tableaux des statistiques sur les étendues pour la période de backtesting complète, les tableaux des statistiques sur les étendues pour les périodes avant, pendant et après la crise ainsi que les tableaux sur les écarts-types des rendements percentiles, et ce, pour chacun des marchés géographiques. Nous avons mis en gras les valeurs maximales des moyennes des étendues, des écarts-types des étendues et des étendues maximales dans les tableaux, de même que la valeur minimale des étendues minimales.

³⁰https://en.wikipedia.org/wiki/1973-75_recession#United_Kingdom

Tableau 13 : **Statistiques sur les étendues et diagramme des statistiques sur les étendues pour le marché canadien.**

Le tableau suivant présente la moyenne, l'écart-type, le minimum et le maximum des étendues entre le 95^e et le 5^e percentile des distributions de valeurs immobilières simulées pour le marché canadien. Ce tableau est accompagné d'un diagramme à bâtons qui affiche les statistiques présentées dans le tableau.



Nous remarquons que les moyennes des étendues des modèles inconditionnels 5 ans sont légèrement plus faibles que les moyennes des étendues des modèles inconditionnels 27 ans, autant pour les modèles de simulations Monte-Carlo que pour les modèles de simulations historiques. D'ailleurs, le modèle MC inconditionnel 27 ans est le modèle qui affiche la moyenne des étendues la plus élevée, ce qui correspond à nos attentes. Nous constatons que les modèles conditionnels affichent toujours des moyennes des étendues, écarts-types des étendues, étendues minimales et étendues maximales plus faibles que les modèles inconditionnels.

Les moyennes des étendues sont 37% et 34% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 27% et 24% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les écart-types des étendues sont 32% et 34% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 17% et 25% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les minimums des étendues sont 39% et 27% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 28% et 7% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les maximums des étendues sont 29% et 33% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 15% et 31% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Ces résultats correspondent encore une fois à nos attentes, car les variables macroéconomiques sont moins volatiles au cours de la période récente que pour tout l'échantillon. Évidemment, si les variables macroéconomiques avaient été plus volatiles au cours de la période récente, nos modèles conditionnels GARCH et GJRGARCH auraient affiché des étendues plus élevées et plus variables que nos modèles inconditionnels. Autrement dit, une mesure de variabilité plus précise mène à des étendues plus faibles lorsque les risques sont actuellement plus faibles, et plus fortes lorsque les risques sont actuellement plus forts. Les modèles inconditionnels, quant à eux, s'ajustent peu aux nouveaux contextes de volatilité.

En terminant, au niveau des modèles conditionnels, nous remarquons que le modèle CCC-GARCH affiche une moyenne et un minimum des étendues plus faibles que le modèle de simulation historique filtrée (FHS). C'est un résultat qui est propre au marché canadien et qui ne sera pas partagé par les marchés américains et britanniques.

Tableau 14 : **Statistiques sur les étendues pour les périodes avant, pendant et après la crise de 2008 pour le marché canadien.**

Le tableau suivant présente la moyenne, l'écart-type, le minimum et le maximum des étendues entre le 95^e et le 5^e percentile des distributions de valeurs immobilières simulées du marché canadien pour les trois sous-périodes analysées, soit avant, pendant et après la crise.

AVANT				
Canada				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 807,273	\$ 287,428	\$ 372,315	\$ 1,399,707
MC inconditionnel 5 ans	\$ 800,203	\$ 295,797	\$ 372,146	\$ 1,550,643
MC CCCGARCH	\$ 552,706	\$ 202,756	\$ 263,090	\$ 1,032,949
HS inconditionnel 27 ans	\$ 759,053	\$ 257,479	\$ 353,683	\$ 1,265,859
HS inconditionnel 5 ans	\$ 758,507	\$ 297,434	\$ 332,114	\$ 1,595,991
FHS	\$ 588,608	\$ 222,833	\$ 254,806	\$ 1,098,276

PENDANT				
Canada				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 693,349	\$ 213,941	\$ 321,917	\$ 1,236,373
MC inconditionnel 5 ans	\$ 643,400	\$ 207,146	\$ 272,254	\$ 1,153,026
MC CCCGARCH	\$ 431,810	\$ 118,563	\$ 197,939	\$ 739,495
HS inconditionnel 27 ans	\$ 640,458	\$ 186,989	\$ 311,685	\$ 1,167,295
HS inconditionnel 5 ans	\$ 597,974	\$ 188,619	\$ 242,012	\$ 1,095,606
FHS	\$ 457,247	\$ 132,279	\$ 225,036	\$ 873,007

APRÈS				
Canada				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 694,172	\$ 201,142	\$ 476,655	\$ 1,450,389
MC inconditionnel 5 ans	\$ 641,647	\$ 202,888	\$ 405,802	\$ 1,315,615
MC CCCGARCH	\$ 400,048	\$ 118,897	\$ 259,215	\$ 821,916
HS inconditionnel 27 ans	\$ 613,154	\$ 170,406	\$ 409,453	\$ 1,289,233
HS inconditionnel 5 ans	\$ 575,026	\$ 166,394	\$ 379,564	\$ 1,116,535
FHS	\$ 423,853	\$ 123,728	\$ 272,771	\$ 857,410

Le modèle MC inconditionnel 27 ans est le modèle qui affiche les moyennes des étendues les plus élevées avant, pendant et après la crise. Le modèle HS inconditionnel 5 ans affiche l'écart-type des étendues le plus élevé pour la période avant, suivi du modèle MC inconditionnel 27 ans pour la période pendant et du modèle MC inconditionnel 5 ans pour la période après.

La période avant est la période où les moyennes des étendues sont les plus élevées pour l'ensemble des modèles de simulation effectués. C'est un résultat propre au marché canadien qui ne sera pas partagé par les marchés américains et britanniques. Il n'y a que très peu de différences entre les moyennes des étendues de la période pendant et de la période après. Cela implique que les variables macroéconomiques ont généré un marché immobilier canadien plus risqué avant la crise que durant ou après la crise, ce qui encore une fois ne tient pas compte des variables spécifiques aux marchés immobiliers (effets fixes).

Tableau 15 : Écart-types des rendements percentiles pour le marché canadien.

Le tableau suivant présente les écarts-types des rendements du marché canadien correspondant aux 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentiles de même que la moyenne des distributions, pour l'échantillon complet et pour les trois sous-périodes analysées, soit avant, pendant et après la crise.

		Canada				
		Écart-types des rendements				
		5e	33e	moy	67e	95e
MC inconditionnel 27 ans	Complet	6.08%	6.59%	7.12%	7.51%	10.50%
	Avant	6.49%	7.58%	8.52%	9.10%	13.33%
	Pendant	7.11%	7.37%	7.64%	7.88%	9.79%
	Après	4.27%	4.57%	4.90%	5.15%	7.69%
MC inconditionnel 5 ans	Complet	6.22%	6.73%	7.37%	7.73%	11.12%
	Avant	7.03%	7.91%	8.98%	9.38%	14.07%
	Pendant	6.80%	7.46%	7.94%	8.32%	10.67%
	Après	4.06%	4.24%	4.64%	4.91%	7.43%
MC CCCGARCH	Complet	6.42%	6.64%	6.94%	7.15%	8.90%
	Avant	6.84%	7.50%	8.11%	8.42%	11.33%
	Pendant	7.43%	7.60%	7.71%	7.84%	8.43%
	Après	4.44%	4.54%	4.69%	4.84%	5.77%
HS inconditionnel 27 ans	Complet	6.56%	6.92%	7.45%	7.78%	10.22%
	Avant	6.78%	7.89%	8.73%	9.19%	12.93%
	Pendant	7.78%	7.95%	8.29%	8.53%	9.95%
	Après	4.59%	4.62%	5.01%	5.25%	6.96%
HS inconditionnel 5 ans	Complet	6.86%	7.40%	8.09%	8.45%	11.55%
	Avant	7.51%	8.50%	9.55%	9.95%	14.78%
	Pendant	7.71%	8.39%	8.94%	9.29%	11.20%
	Après	4.60%	4.85%	5.34%	5.61%	7.35%
FHS	Complet	6.48%	6.84%	7.22%	7.47%	9.71%
	Avant	7.18%	7.98%	8.61%	8.99%	12.50%
	Pendant	7.45%	7.67%	7.89%	8.00%	9.09%
	Après	4.35%	4.57%	4.74%	4.96%	5.92%

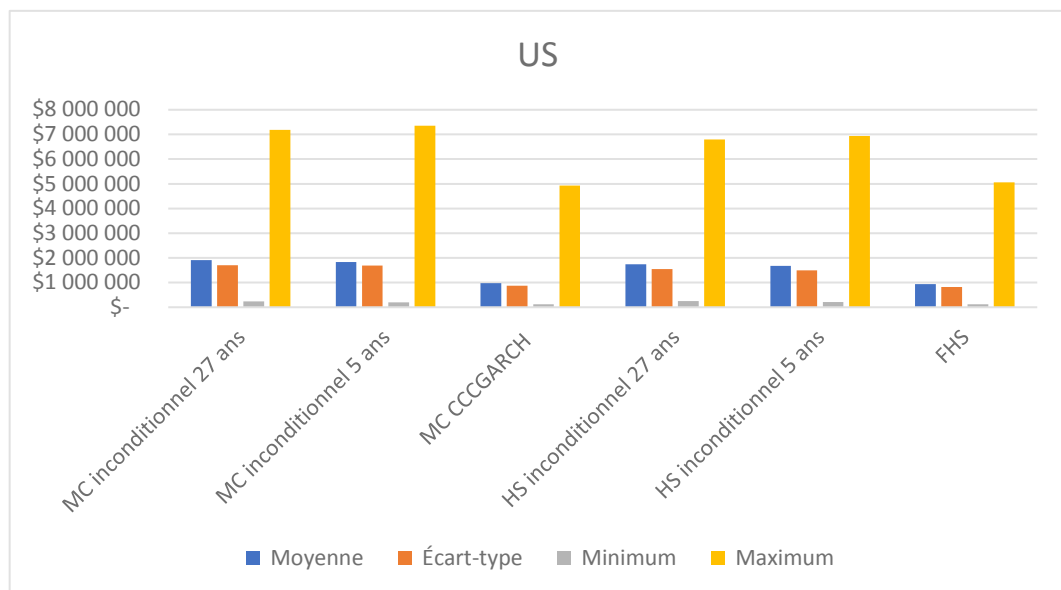
En général, les écarts-types sont plus élevés avant la crise que pendant la crise, ce qui est en ligne avec les résultats obtenus au tableau 14.

Par contre, lorsque nous nous penchons sur le 5^e percentile, soit la queue de distribution des pertes, il est intéressant de constater que pour presque tous les modèles, l'écart-type des rendements pendant la crise est plus élevé que les écarts-types avant et après la crise. Il s'agit d'un résultat intuitif qui ne sera pas partagé par les marchés américain et britannique.

Tableau 16 : **Statistiques sur les étendues et diagramme des statistiques sur les étendues pour le marché américain.**

Le tableau suivant présente la moyenne, l'écart-type, le minimum et le maximum des étendues entre le 95^e et le 5^e percentile des distributions de valeurs immobilières simulées pour le marché américain. Ce tableau est accompagné d'un diagramme à bâtons qui affiche les statistiques présentées dans le tableau.

US				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 1,915,156	\$ 1,706,026	\$ 236,807	\$ 7,189,751
MC inconditionnel 5 ans	\$ 1,827,368	\$ 1,689,380	\$ 200,375	\$ 7,357,825
MC CCCGARCH	\$ 976,817	\$ 867,368	\$ 122,084	\$ 4,923,331
HS inconditionnel 27 ans	\$ 1,741,674	\$ 1,548,054	\$ 251,579	\$ 6,796,713
HS inconditionnel 5 ans	\$ 1,681,330	\$ 1,495,601	\$ 209,285	\$ 6,943,438
FHS	\$ 936,996	\$ 823,549	\$ 124,387	\$ 5,058,070



Nous remarquons que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles inconditionnels 5 ans sont légèrement plus faibles que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles inconditionnels 27 ans, autant pour les modèles de simulations Monte-Carlo que pour les modèles de simulations historiques, et que le modèle MC inconditionnel 27 ans est le modèle qui affiche la moyenne et l'écart-type des étendues les plus élevés. Nous constatons également que les modèles conditionnels affichent toujours des moyennes et des écarts-types des étendues significativement plus faibles que les modèles inconditionnels, ce qui correspond à ce que nous avons obtenu pour le marché canadien.

Les moyennes des étendues sont 49% et 47% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 46% et 44% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les écart-types des étendues sont 49% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, et 47% et 45% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les minimums des étendues sont 48% et 39% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 51% et 41% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les maximums des étendues sont 32% et 33% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 26% et 27% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Nous remarquons que les étendues maximales des modèles inconditionnels 5 ans sont plus élevés que ceux des modèles inconditionnels 27 ans, ce qui s'explique encore une fois par les effets d'asymétrie, de distributions moins dispersées et de centres de distributions situés à des niveaux plus hauts ou plus bas avec les modèles inconditionnels 5 ans.

Au niveau des modèles conditionnels, bien que l'étendue minimale la plus faible appartienne au modèle de simulation Monte-Carlo CCC-GARCH, nous remarquons que le modèle de simulation historique filtrée (FHS) affiche une moyenne et un écart-type des étendues plus faibles que le modèle de simulation Monte-Carlo CCC-GARCH. Ce résultat, qui est contraire à ce que nous avons obtenu avec le marché canadien, correspond néanmoins à nos attentes.

Tableau 17 : **Statistiques sur les étendues pour les périodes avant, pendant et après la crise de 2008 pour le marché américain.**

Le tableau suivant présente la moyenne, l'écart-type, le minimum et le maximum des étendues entre le 95^e et le 5^e percentile des distributions de valeurs immobilières simulées du marché américain pour les trois sous-périodes analysées, soit avant, pendant et après la crise.

AVANT				
US				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 1,215,901	\$ 441,530	\$ 513,585	\$ 2,125,817
MC inconditionnel 5 ans	\$ 1,134,601	\$ 480,222	\$ 337,009	\$ 1,980,048
MC CCCGARCH	\$ 753,872	\$ 274,206	\$ 326,829	\$ 1,370,176
HS inconditionnel 27 ans	\$ 1,117,764	\$ 394,425	\$ 442,534	\$ 1,838,181
HS inconditionnel 5 ans	\$ 1,103,081	\$ 480,412	\$ 309,213	\$ 1,889,619
FHS	\$ 712,550	\$ 257,377	\$ 305,679	\$ 1,236,890

PENDANT				
US				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 1,094,234	\$ 1,420,823	\$ 236,807	\$ 7,189,751
MC inconditionnel 5 ans	\$ 1,072,481	\$ 1,420,292	\$ 200,375	\$ 7,357,825
MC CCCGARCH	\$ 493,258	\$ 569,841	\$ 122,084	\$ 3,622,774
HS inconditionnel 27 ans	\$ 1,008,626	\$ 1,272,390	\$ 251,579	\$ 6,796,713
HS inconditionnel 5 ans	\$ 995,570	\$ 1,217,903	\$ 209,285	\$ 6,713,788
FHS	\$ 487,556	\$ 524,908	\$ 124,387	\$ 3,234,435

APRÈS				
US				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 3,353,148	\$ 1,782,291	\$ 928,275	\$ 6,975,204
MC inconditionnel 5 ans	\$3,196,340	\$ 1,812,649	\$ 756,014	\$ 6,923,989
MC CCCGARCH	\$1,646,720	\$ 1,043,056	\$ 419,589	\$ 4,923,331
HS inconditionnel 27 ans	\$3,025,276	\$ 1,657,354	\$ 898,700	\$ 6,699,887
HS inconditionnel 5 ans	\$2,877,052	\$ 1,636,433	\$ 819,580	\$ 6,943,438
FHS	\$1,575,787	\$ 999,166	\$ 424,564	\$ 5,058,070

Similairement à ce que nous avons obtenu pour le marché canadien, le modèle MC inconditionnel 27 ans affiche les moyennes des étendues les plus élevées pour les trois périodes, et les modèles HS inconditionnel 5 ans, MC inconditionnel 27 ans et MC inconditionnel 5 ans sont encore les modèles affichant l'écart-type des étendues le plus élevé pour la période avant, pendant et après, respectivement.

Cependant, contrairement au marché canadien, ce n'est pas la période d'avant la crise qui affiche les moyennes des étendues les plus élevées pour l'ensemble des modèles de simulation effectués, mais plutôt la période après la crise. Cela correspond à ce que nous avons observé lors de l'analyse des graphiques des valeurs immobilières en début de mois (Vt0). C'est un résultat qui sera également partagé avec le marché britannique et ceci suggère que les variables macroéconomiques ont généré des marchés plus risqués après la crise, tout en maintenant les variables spécifiques aux marchés immobiliers fixes. Il s'agit de l'effet crise expliqué précédemment.

Les moyennes des étendues sont légèrement plus faibles pendant la crise qu'avant la crise, cependant les écarts-types sont beaucoup plus élevés pendant la crise qu'avant la crise. Évidemment, tant les moyennes des étendues que les écarts-types des étendues les plus élevés appartiennent à la période après la crise. En observant les moyennes des étendues et les écarts-types des étendues, tout porte à croire que le marché immobilier américain, d'un point de vue strictement de l'influence des variables macroéconomiques, a été plus risqué après la crise que pendant la crise.

Tableau 18 : **Écarts-types des rendements percentiles pour le marché américain.**

Le tableau suivant présente les écarts-types des rendements du marché américain correspondant aux 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentiles de même que la moyenne des distributions, pour l'échantillon complet et pour les trois sous-périodes analysées, soit avant, pendant et après la crise.

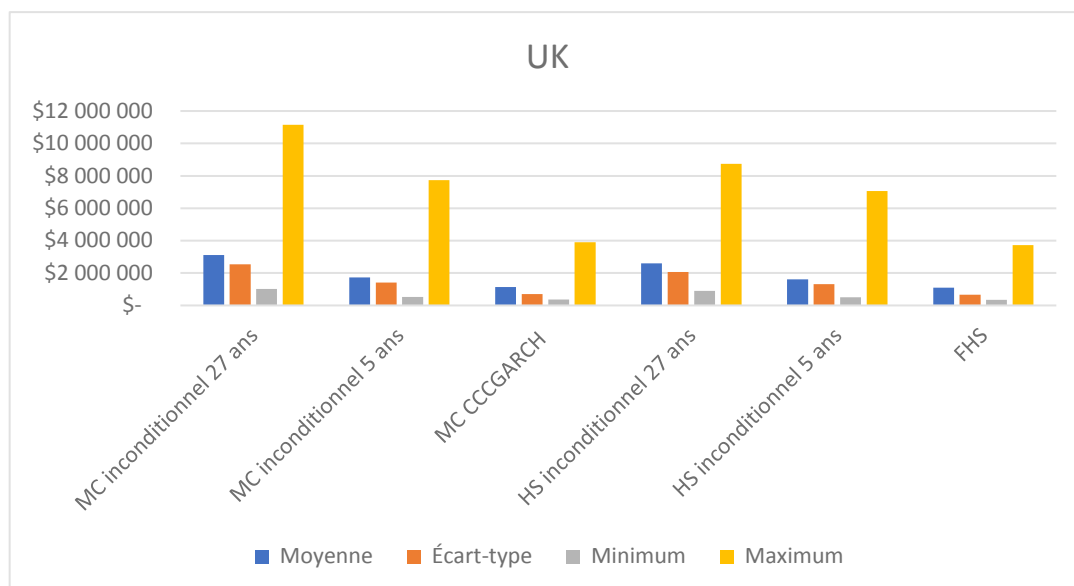
	US					
	Écart-types des rendements					
MC inconditionnel 27 ans	5e	33e	moy	67e	95e	
	Complet	10.98%	9.89%	10.81%	11.79%	28.76%
Avant	8.32%	9.58%	10.47%	11.08%	14.78%	
Pendant	8.89%	8.45%	9.86%	10.14%	27.30%	
Après	10.13%	10.28%	11.89%	13.43%	27.54%	
MC inconditionnel 5 ans	Écart-types des rendements					
	5e	33e	moy	67e	95e	
Complet	10.64%	10.94%	13.47%	15.14%	31.56%	
Avant	9.27%	11.29%	12.86%	13.72%	19.17%	
Pendant	8.86%	10.10%	13.28%	14.16%	31.57%	
Après	10.07%	11.15%	13.79%	16.35%	29.83%	
MC CCCGARCH	Écart-types des rendements					
	5e	33e	moy	67e	95e	
Complet	9.35%	9.33%	9.87%	10.43%	15.62%	
Avant	8.68%	9.62%	10.18%	10.59%	12.69%	
Pendant	8.15%	7.88%	7.94%	8.21%	10.41%	
Après	9.96%	10.35%	11.06%	11.70%	17.65%	
HS inconditionnel 27 ans	Écart-types des rendements					
	5e	33e	moy	67e	95e	
Complet	11.41%	9.71%	9.85%	10.42%	23.85%	
Avant	8.08%	9.31%	10.17%	10.60%	14.13%	
Pendant	9.16%	8.15%	8.53%	8.83%	21.74%	
Après	10.41%	10.33%	10.81%	11.52%	23.61%	
HS inconditionnel 5 ans	Écart-types des rendements					
	5e	33e	moy	67e	95e	
Complet	11.36%	9.91%	11.35%	12.35%	24.71%	
Avant	9.95%	11.26%	13.15%	13.87%	19.89%	
Pendant	7.81%	7.46%	8.90%	9.27%	21.81%	
Après	10.32%	10.43%	11.62%	12.82%	24.13%	
FHS	Écart-types des rendements					
	5e	33e	moy	67e	95e	
Complet	9.45%	9.34%	9.71%	10.15%	14.96%	
Avant	8.86%	9.75%	10.24%	10.58%	12.43%	
Pendant	8.09%	7.84%	7.89%	8.13%	9.96%	
Après	10.03%	10.21%	10.80%	11.25%	17.33%	

En général, les écarts-types sont plus élevés après la crise que pendant la crise, ce qui est à l'image des résultats obtenus au tableau 17.

Tableau 19 : **Statistiques sur les étendues et diagramme des statistiques sur les étendues pour le marché britannique.**

Le tableau suivant présente la moyenne, l'écart-type, le minimum et le maximum des étendues entre le 95^e et le 5^e percentile des distributions de valeurs immobilières simulées pour le marché britannique. Ce tableau est accompagné d'un diagramme à bâtons qui affiche les statistiques présentées dans le tableau.

UK				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 3,105,826	\$ 2,544,982	\$ 1,023,900	\$ 11,140,568
MC inconditionnel 5 ans	\$ 1,738,283	\$ 1,422,099	\$ 527,608	\$ 7,729,136
MC CCCGARCH	\$ 1,137,461	\$ 705,991	\$ 356,473	\$ 3,901,659
HS inconditionnel 27 ans	\$ 2,600,566	\$ 2,063,655	\$ 904,644	\$ 8,740,220
HS inconditionnel 5 ans	\$ 1,617,806	\$ 1,320,148	\$ 507,342	\$ 7,068,192
FHS	\$ 1,089,903	\$ 669,478	\$ 353,433	\$ 3,727,476



Les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles inconditionnels 5 ans sont légèrement plus faibles que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles inconditionnels 27 ans, et le modèle MC inconditionnel 27 ans est le modèle qui affiche la moyenne et l'écart-type des étendues les plus élevés, tout comme ce fut le cas en contexte américain. Nous constatons également que les modèles conditionnels affichent toujours des moyennes et des écarts-types des étendues plus faibles que les modèles inconditionnels, ce qui correspond à ce que nous avons obtenu dans les marchés canadiens et américains et qui correspond à nos attentes.

Les moyennes des étendues sont 63% et 35% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et

58% et 33% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les écart-types des étendues sont 72% et 50% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, et 68% et 49% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les minimums des étendues sont 65% et 32% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 61% et 30% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Les maximums des étendues sont 65% et 50% plus faibles pour le modèle MC CCCGARCH comparativement aux modèles MC incond. 27 ans et MC incond. 5 ans, respectivement, et 57% et 47% plus faibles pour le modèle FHS comparativement aux modèles HS incond. 27 ans et HS incond. 5 ans, respectivement.

Le marché britannique est de loin le marché où la différence entre les mesures statistiques de la dispersion des modèles conditionnels et des modèles inconditionnels est la plus grande. Il s'agit en effet du marché où la moyenne, l'écart-type, le minimum et le maximum des étendues pour les modèles conditionnels sont les plus faibles, en proportion, relativement à ceux des modèles inconditionnels.

Le marché britannique diffère du marché américain au niveau des étendues maximales. En effet, nous remarquons que les maximums des étendues les plus élevés appartiennent aux modèles inconditionnels 27 ans et non pas aux modèles inconditionnels 5 ans comme c'était le cas pour les marchés américain et canadien. La raison est fort simple. Premièrement, tel que mentionné précédemment, la série historique des Corp.-T du marché britannique (voir l'[annexe 14](#)) contient la période de 1973-1975 où la volatilité a été très élevée et où les Corp.-T ont atteint un maximum inégalé dans l'échantillon complet. Ainsi, il est clair que la variance inconditionnelle 27 ans est plus élevée que la variance inconditionnelle 5 ans et que les résidus historiques de l'échantillon 27 ans sont plus dispersés que les résidus historiques de l'échantillon 5 ans pour la variable Corp.-T. Deuxièmement, l'effet d'asymétrie présent dans les échantillons 5 ans des variables de taux d'intérêt des marchés canadien et américain est beaucoup moins important pour les variables de taux d'intérêt du marché britannique. En effet, si l'on compare les graphiques des taux sans risque (R_f) et des Gov. 10 ans pour les trois marchés géographiques (se référer à l'[annexe 14](#)), on observe que la période des années 1970, qui est une période haussière des taux d'intérêt canadiens et américains, n'a pas été une période strictement haussière pour le marché britannique. Bien que la volatilité semble avoir été plus élevée pour cette période, il est clair que l'effet d'asymétrie mentionné précédemment, voulant que les échantillons 5 ans des variables de taux d'intérêt aient une proportion plus élevée de résidus historiques négatifs (baisses de taux) que de résidus historiques positifs (hausse de taux), ne soit pas aussi important pour le marché UK. Ces deux phénomènes font en sorte que les

modèles inconditionnels 27 ans du marché britannique atteignent des maximums des étendues plus élevés que les modèles inconditionnels 5 ans.

Au niveau des modèles conditionnels, nous remarquons que le modèle de simulation historique filtrée (FHS) affiche une moyenne des étendues, un écart-type des étendues et une étendue minimale plus faibles que le modèle de simulation Monte-Carlo CCCGARCH. Ce résultat correspond à nos attentes.

Tableau 20 : **Statistiques sur les étendues pour les périodes avant, pendant et après la crise de 2008 pour le marché britannique.**

Le tableau suivant présente la moyenne, l'écart-type, le minimum et le maximum des étendues entre le 95^e et le 5^e percentile des distributions de valeurs immobilières simulées du marché britannique pour les trois sous-périodes analysées, soit avant, pendant et après la crise.

AVANT				
UK				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 1,499,097	\$ 254,163	\$ 1,058,487	\$ 1,879,538
MC inconditionnel 5 ans	\$ 955,624	\$ 180,251	\$ 648,662	\$ 1,221,987
MC CCCGARCH	\$ 826,771	\$ 119,974	\$ 648,441	\$ 1,039,544
HS inconditionnel 27 ans	\$ 1,328,793	\$ 227,736	\$ 904,644	\$ 1,748,737
HS inconditionnel 5 ans	\$ 896,803	\$ 164,993	\$ 541,377	\$ 1,238,566
FHS	\$ 781,235	\$ 112,922	\$ 564,421	\$ 945,601
PENDANT				
UK				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$ 2,156,902	\$ 2,106,646	\$1,023,900	\$ 9,300,473
MC inconditionnel 5 ans	\$ 1,287,225	\$ 1,246,290	\$ 527,608	\$ 7,729,136
MC CCCGARCH	\$ 827,191	\$ 577,562	\$ 356,473	\$ 3,653,653
HS inconditionnel 27 ans	\$ 1,912,524	\$ 1,768,667	\$ 994,453	\$ 8,740,220
HS inconditionnel 5 ans	\$ 1,209,973	\$ 1,152,959	\$ 507,342	\$ 7,068,192
FHS	\$ 809,827	\$ 545,327	\$ 353,433	\$ 3,486,517
APRÈS				
UK				
	Moyenne	Écart-type	Minimum	Maximum
MC inconditionnel 27 ans	\$5,516,578	\$ 2,322,745	\$ 2,072,920	\$ 11,140,568
MC inconditionnel 5 ans	\$2,901,939	\$ 1,496,971	\$ 1,024,786	\$ 7,107,867
MC CCCGARCH	\$1,724,457	\$ 767,700	\$ 713,718	\$ 3,901,659
HS inconditionnel 27 ans	\$4,448,642	\$ 1,985,415	\$ 1,659,838	\$ 8,242,389
HS inconditionnel 5 ans	\$2,682,462	\$ 1,411,002	\$ 956,559	\$ 7,054,245
FHS	\$1,646,227	\$ 729,910	\$ 715,781	\$ 3,727,476

Nous constatons que le modèle MC inconditionnel 27 ans est le modèle qui affiche non seulement les moyennes des étendues les plus élevées, tout comme ce fut le cas pour les marchés canadien et américain, mais qui affiche également les écarts-types les plus élevés.

De plus, nous constatons que les moyennes et les écarts-types des étendues sont plus élevés pour la période après la crise que pour la période pendant la crise, et que les moyennes et les écarts-types des étendues sont plus élevés pour la période pendant la crise que pour la période avant la crise. En observant les moyennes des étendues et les écarts-types des étendues, tout porte à croire que le risque du marché immobilier britannique a augmenté à

chacune des trois sous-périodes de la période de backtesting, où il a été plus risqué pendant la crise qu'avant la crise et plus risqué après la crise que pendant la crise, selon notre modèle évidemment.

Tableau 21 : **Écart-types des rendements percentiles pour le marché britannique.**

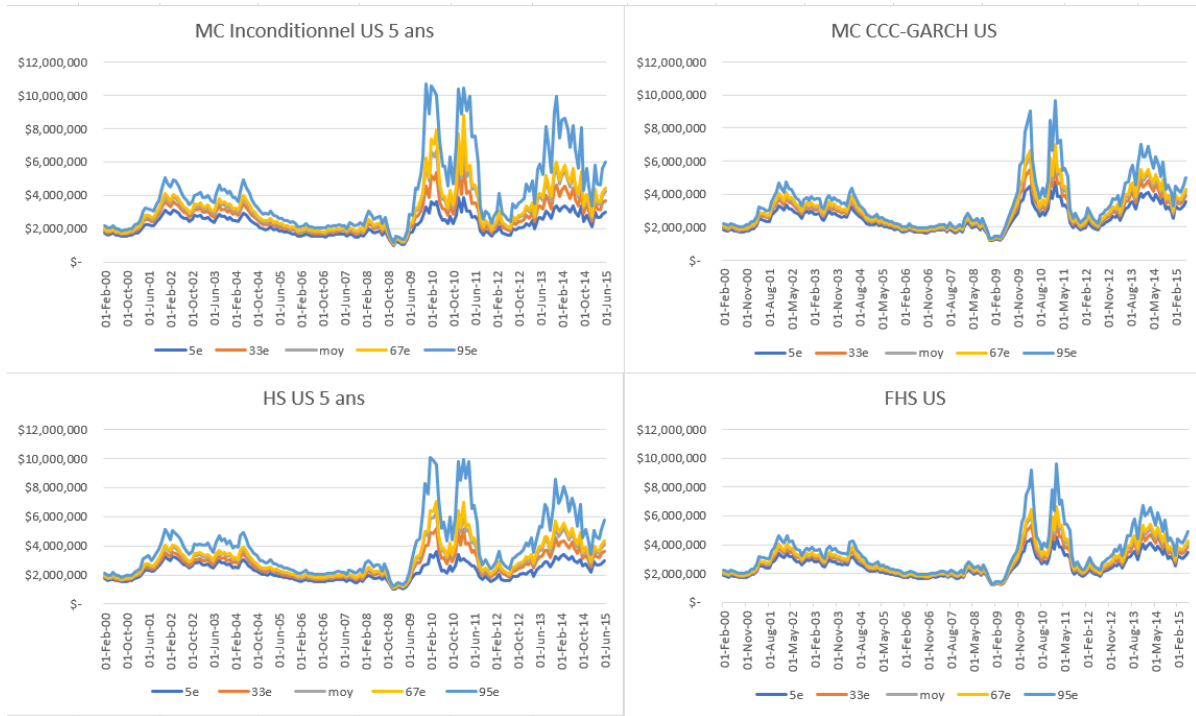
Le tableau suivant présente les écarts-types des rendements du marché britannique correspondant aux 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentiles de même que la moyenne des distributions, pour l'échantillon complet et pour les trois sous-périodes analysées, soit avant, pendant et après la crise.

	UK					
	Écart-types des rendements					
	5e	33e	moy	67e	95e	
MC inconditionnel 27 ans	Complet	10.22%	9.20%	12.29%	13.24%	43.10%
	Avant	5.57%	6.28%	6.83%	7.13%	9.27%
	Pendant	8.95%	10.20%	15.15%	15.75%	43.49%
	Après	9.11%	9.50%	10.94%	12.55%	30.68%
MC inconditionnel 5 ans	Complet	8.51%	8.18%	9.36%	10.11%	21.35%
	Avant	6.35%	7.38%	7.84%	8.18%	9.59%
	Pendant	7.65%	8.03%	9.42%	10.01%	19.87%
	Après	8.21%	8.70%	9.96%	10.68%	20.46%
MC CCCGARCH	Complet	8.19%	8.43%	8.88%	9.37%	12.75%
	Avant	6.13%	6.69%	6.94%	7.17%	8.04%
	Pendant	8.41%	8.99%	9.55%	10.08%	12.78%
	Après	8.71%	9.26%	9.72%	10.15%	13.39%
HS inconditionnel 27 ans	Complet	10.25%	9.25%	11.34%	11.07%	33.43%
	Avant	5.78%	6.51%	6.94%	7.25%	8.62%
	Pendant	8.81%	10.71%	14.07%	13.34%	35.08%
	Après	9.24%	9.45%	10.58%	10.79%	27.37%
HS inconditionnel 5 ans	Complet	8.80%	8.09%	9.25%	10.11%	19.50%
	Avant	6.34%	6.85%	7.35%	7.60%	8.97%
	Pendant	7.12%	8.07%	9.32%	9.94%	18.39%
	Après	8.17%	8.92%	10.14%	10.79%	20.34%
FHS	Complet	8.24%	8.45%	8.90%	9.32%	12.41%
	Avant	6.25%	6.61%	6.93%	7.08%	8.00%
	Pendant	8.36%	9.13%	9.59%	10.04%	12.19%
	Après	8.60%	9.25%	9.75%	10.11%	13.71%

En général, les écarts-types sont plus élevés après la crise que pendant la crise, ce qui est à l'image des résultats obtenus au tableau 20.

7.5.3 Comparaison entre les modèles inconditionnels et les modèles conditionnels.

Graphique 17 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations Monte-Carlo inconditionnelles 5 ans, simulations Monte-Carlo CCC-GARCH, simulations historiques inconditionnelles 5 ans et simulations historiques filtrées pour le marché américain (US)



Le graphique 17 présenté ci-haut illustre bien la différence entre les modèles inconditionnels et les modèles conditionnels. En effet, les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles conditionnels sont tous plus faibles que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles inconditionnels. Il est clair que les distributions de valeurs immobilières simulées sont moins dispersées avec les modèles conditionnels qu'avec les modèles inconditionnels. Quelques facteurs décrits précédemment peuvent expliquer ce résultat.

Au niveau des modèles de simulations Monte-Carlo, il est clair que pour la grande majorité des variables du modèle, les termes aléatoires (σW_t) seront plus dispersés lorsque l'écart-type est inconditionnel (EQWMA) que lorsque l'écart-type est conditionnel (GARCH ou GJRGARCH), ce qui s'explique intuitivement par des variables macroéconomiques qui sont moins volatiles dans le sous-échantillon récent que dans l'échantillon 27 ans et l'échantillon 5 ans. De cette manière, les variances conditionnelles GARCH et GJRGARCH sont significativement plus faibles que les variances inconditionnelles puisqu'elles représentent beaucoup mieux la volatilité récente de ces variables.

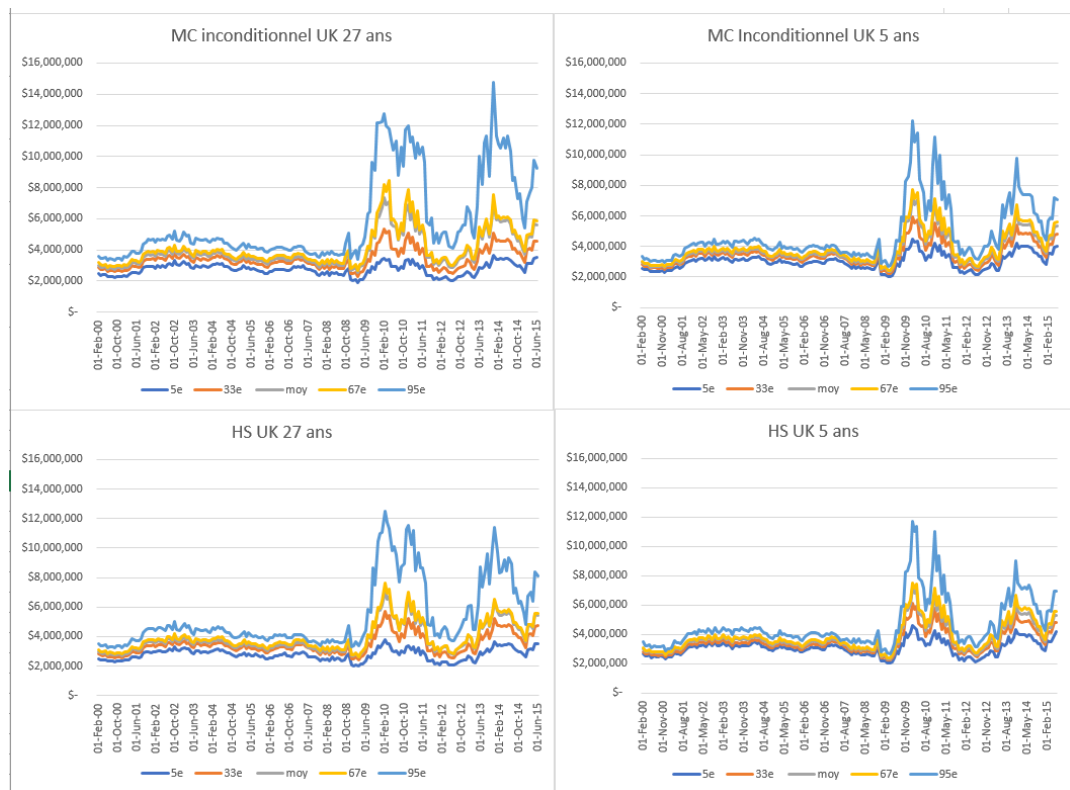
En observant attentivement les graphiques de l'annexe 14, il apparaît évident que l'écart-type moyen de l'échantillon est plus élevé que l'écart-type conditionnel en raison de la forte volatilité qu'ont subie les différentes variables plus particulièrement au début de l'échantillon. Il est évident que l'écart de crédit Corp.-T et la prime de risque de marché

Ri-Rf ont été fortement volatiles dans les années 1970 et 1980 comparativement aux années 2000. Même en utilisant un échantillon historique de 5 années, les modèles conditionnels génèrent des niveaux de volatilité plus faibles que leur équivalent inconditionnel. Par exemple, pour les variables des taux d'intérêt, la volatilité des années 1995 à 2000 demeure plus élevée que la volatilité des taux après la crise de 2008, en particulier pour le taux sans risque qui atteint des valeurs planchers situées près de zéro. Puisque le niveau des taux d'intérêt est plus élevé au début de l'échantillon 5 ans comparativement au niveau des taux après la crise, la volatilité est plus élevée au début de l'échantillon comparativement à la volatilité après la crise, logiquement.

Le même principe s'applique également aux simulations historiques. En effet, il est clair que pour la grande majorité des variables du modèle, les résidus historiques des modèles inconditionnels seront plus dispersés que les résidus standardisés avec filtres GARCH ou GJR-GARCH des modèles conditionnels.

7.5.4 Comparaison entre les modèles inconditionnels 27 ans et les modèles inconditionnels 5 ans.

Graphique 18 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations Monte-Carlo inconditionnelles et de simulations historiques inconditionnelles pour le marché britannique (UK)

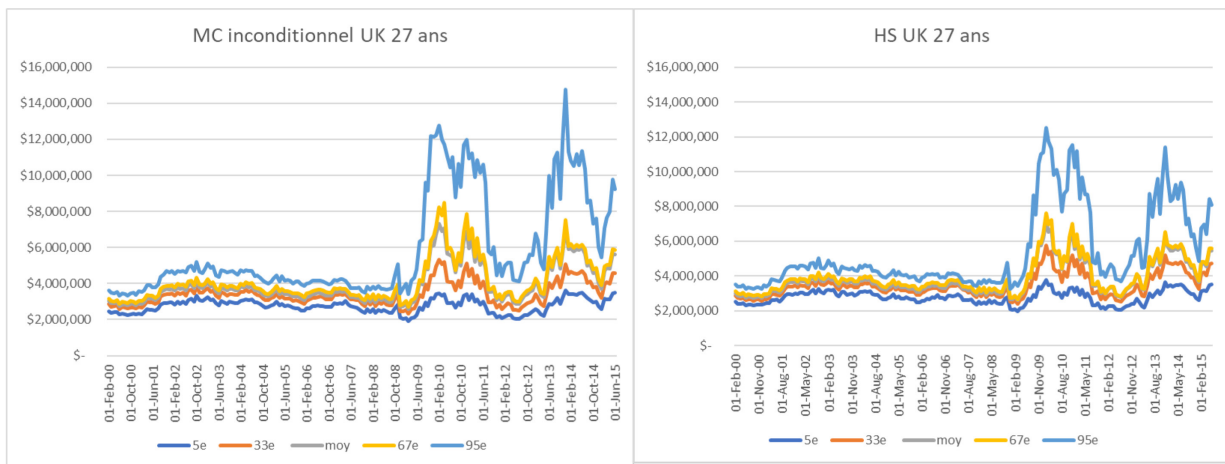


Les graphiques des modèles inconditionnels du marché britannique présentés ci-haut indiquent bien la différence entre les modèles utilisant l'échantillon 27 ans et les modèles utilisant l'échantillon 5 ans. En effet, la tendance générale est que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles inconditionnels 5 ans sont plus faibles que les

moyennes et les écarts-types des étendues des modèles inconditionnels 27 ans, autant pour les modèles de simulations Monte-Carlo que pour les modèles de simulations historiques. Il est clair que les distributions de valeurs immobilières simulées sont plus dispersées avec les modèles 27 ans qu'avec les modèles 5 ans. Plusieurs facteurs décrits précédemment peuvent expliquer ce résultat. Ces facteurs comprennent entre autres la volatilité historique plus élevée avec l'échantillon 27 ans (pour les modèles Monte-Carlo) et les résidus historiques plus dispersés avec l'échantillon 27 ans (pour les modèles historiques).

7.5.5 Comparaison entre les modèles de simulation Monte-Carlo et les modèles de simulation historiques.

Graphique 19 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour le modèle de simulations Monte-Carlo inconditionnel 27 ans et le modèle de simulations historiques inconditionnel 27 ans du marché britannique (UK)



Le graphique 19 présenté ci-haut des modèles inconditionnels 27 ans Monte-Carlo et historique du marché britannique illustre bien la différence entre les modèles Monte-Carlo et les modèles historiques. En effet, la tendance générale est que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles de simulations historiques sont plus faibles que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles de simulations Monte-Carlo. Il est clair que les distributions de valeurs immobilières simulées sont plus dispersées avec les modèles Monte-Carlo qu'avec les modèles historiques. Quelques facteurs décrits précédemment peuvent expliquer ce résultat.

Premièrement, l'effet des liens de dépendance implicites des modèles de simulations historiques joue un rôle important dans les queues de distributions des valeurs immobilières simulées, en particulier dans la queue de distribution de droite (gains immobiliers). Par exemple, durant la crise, plus particulièrement pour les mois allant de juillet 2008 à novembre 2008, le taux sans risque (R_f) a drastiquement diminué alors que Corp-T a drastiquement augmenté, et ce, pour tous les marchés géographiques. Pour cette période exclusivement, la corrélation entre les deux variables pour ces dates précises a dû être fortement négative. Ainsi, dans la simulation historique, lorsque l'on tire une date correspondant à l'un de ces cinq mois, il est peu probable que le modèle tire un résidu

négalif à la fois pour Rf et pour Corp.-T ; il est fort probable que les résidus tirés pour ces deux variables soient plutôt de signes contraires. Le résidu de Corp.-T sera vraisemblablement positif dans ce cas-ci alors que le résidu de Rf sera vraisemblablement négatif. Ce phénomène a une incidence non négligeable puisque ces deux variables ont la même incidence sur l'évaluation immobilière. Le taux sans risque (Rf) est au dénominateur et s'additionne à la prime π_t , qui elle dépend fortement de la variable Corp.-T. Ainsi, lorsque la crise entre dans notre échantillon, le tirage des dates correspondant à cette période sortira fort probablement un Rf simulé plus faible (résidu négatif) et un Corp.-T plus élevé (résidu positif), ce qui fera en sorte qu'un Rf plus faible sera additionné à une π_t plus élevée. Un tel phénomène fera en sorte que les valeurs immobilières simulées se maintiendront à un certain niveau puisque les effets de ces tirages sur l'évaluation immobilière vont se compenser l'un à l'autre. Pour ce qui est des simulations Monte-Carlo, comme la corrélation entre les variables correspond à la corrélation moyenne de l'échantillon, et ce peu importe le scénario simulé, il est clair que la corrélation entre Rf et Corp.-T qui sera utilisée dans le modèle MC sera beaucoup moins forte que celle utilisée implicitement dans les modèles de simulations historiques lors des simulations de scénarios de crise. Autrement dit, puisque la corrélation est plus faible entre les deux, les simulations de ces deux variables pourront aller beaucoup plus souvent dans le même sens ; il y aura donc plus souvent de Rf simulés plus faibles (terme aléatoire négatif) additionnés avec des primes π_t également plus faibles (terme aléatoire de Corp.-T négatif). Ces deux tirages ne vont pas se compenser autant l'un à l'autre, ce qui permettra aux valeurs immobilières simulées d'atteindre des niveaux plus élevés que lors des simulations historiques.

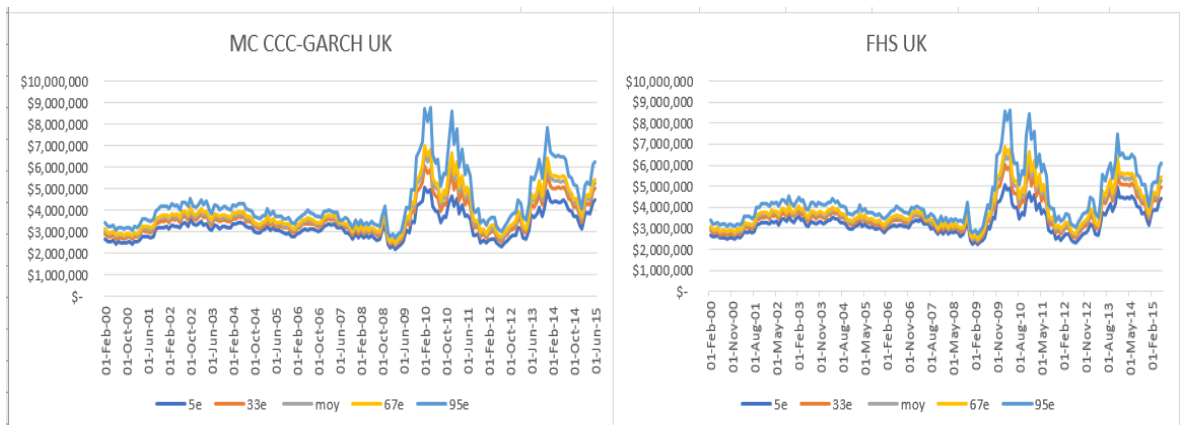
Les liens de dépendance implicites aux modèles de simulations historiques affecteront donc surtout les queues de distribution de droite des valeurs immobilières simulées (gains immobiliers). Les centres ainsi que les queues de gauche des distributions de valeurs immobilières (pertes immobilières) des modèles de simulations historiques ne sont pas significativement différents de ceux des modèles de simulations Monte-Carlo puisque la corrélation entre les différentes variables pour les scénarios de tranquillité et les scénarios de forte croissance économique (hausse des taux d'intérêt) est généralement faible, ce qui implique que les tirages correspondant à des dates de tels scénarios avec les simulations historiques ne nous donnent pas de résultats particulièrement différents des résultats obtenus avec les modèles Monte-Carlo.

Cependant, il faut savoir que les différences entre les résultats obtenus des simulations Monte-Carlo et les résultats obtenus des simulations historiques s'expliquent non seulement par les liens de dépendance implicites aux simulations historiques, mais également par l'asymétrie (*Skewness*) et l'aplatissement (*Kurtosis*) de la distribution des résidus historiques qui ne sont pas pris en compte dans les simulations Monte-Carlo. En effet, puisque nous imposons l'hypothèse de normalité des résidus dans nos modèles de simulations Monte-Carlo, les termes aléatoires de ces modèles sont distribués normalement et non pas distribués en tenant compte des caractéristiques propres à la distribution empirique des résidus comme c'est le cas avec les modèles de simulations historiques.

D'ailleurs, il apparaît évident que la grande majorité des séries de variables du modèle ne sont pas distribuées normalement lorsque l'on observe les tests de Jarque-Bera dans les tableaux de sommaires statistiques présentés précédemment au tableau 8. En effet, le test rejette l'hypothèse H_0 , soit l'hypothèse de normalité des données, pour l'ensemble des variables du modèle. Cette distinction vient donc grandement affecter les résultats puisque les termes aléatoires des simulations historiques proviennent d'une distribution aplatie (*Kurtosis*) dont la moyenne est décalée de zéro (asymétrie), ce qui vient affecter les distributions des variables simulées et donc les distributions de valeurs immobilières simulées.

7.5.6 Comparaison entre les modèles de simulations Monte-Carlo CCC-GARCH et les modèles de simulations historiques filtrées (FHS).

Graphique 20 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations Monte-Carlo CCC-GARCH et de simulations historiques filtrées pour le marché britannique (UK)

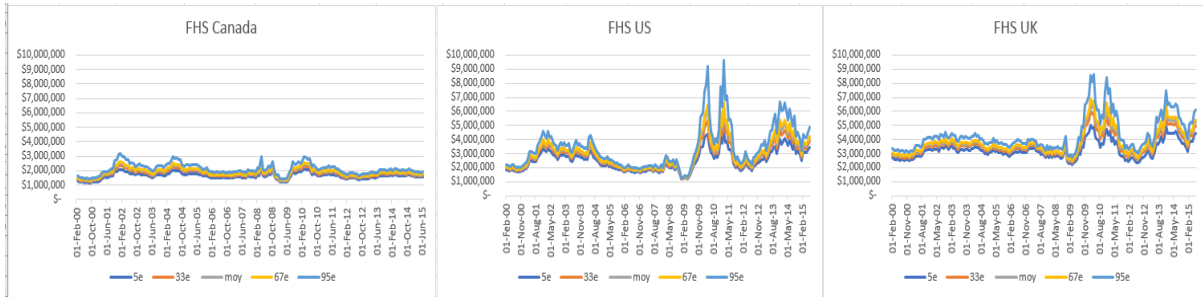


Le graphique 20 présenté ci-haut tente de mettre en lumière la différence entre les modèles de simulations Monte-Carlo CCC-GARCH et les modèles de simulations historiques filtrées (FHS). À première vue, la différence peut être très subtile, mais en observant attentivement le graphique, on peut voir qu'en général les étendues sont plus petites et varient moins dans le temps pour le modèle de simulations historiques filtrées. En effet, les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles de simulations historiques filtrées sont tous plus faibles que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles Monte-Carlo CCC-GARCH.

L'effet des liens de dépendance implicites ainsi que l'effet des caractéristiques propres à la distribution empirique des résidus (*Skewness*, *Kurtosis*) dans la modélisation des variables lors des simulations historiques s'appliquent encore dans ce cas-ci.

7.5.7 Comparaison entre les marchés canadien, américain et britannique.

Graphique 21 : Percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées pour les modèles de simulations historiques filtrées des marchés canadien, américain (US) et britannique (UK)



Le graphique 21 présenté ci-haut met en lumière la différence entre les différents marchés géographiques étudiés. On constate que le marché canadien affiche les moyennes, les écarts-types et les maximums des étendues les plus faibles des trois marchés sous étude. Il s'agit donc du marché qui, selon notre modèle, semble avoir été le moins affecté par l'évolution des variables macroéconomiques au cours de cette période. Nous constatons également que le marché britannique affiche les moyennes des étendues les plus élevées pour les trois marchés. Ainsi, sur une base générale, la dispersion des distributions de valeurs immobilières simulées est plus élevée pour le marché britannique que pour les deux autres marchés étudiés.

Cependant, le marché américain présente lui aussi des résultats intéressants. En effet, bien que ce marché n'affiche pas les moyennes des étendues les plus élevées, il affiche tout de même les écarts-types des étendues les plus élevés au niveau des modèles inconditionnels 5 ans et des modèles conditionnels. De plus, c'est également le marché américain qui affiche les étendues minimales les plus faibles de tous les marchés. Force est d'admettre que selon notre modèle, le marché immobilier des États-Unis affiche la plus grande variabilité dans les étendues de ses distributions. Autrement dit, il s'agit du marché où le risque lié aux variables macroéconomiques de l'évaluation immobilière s'est avéré le plus instable dans le temps parmi nos trois marchés.

8 Innovations et limites du mémoire

Le présent mémoire contient deux principales innovations.

Premièrement, l'utilisation de *Yield* immobiliers déliés excédentaires au taux sans risque ($Yield_t - Rf_t$) en tant que série de primes de risque immobilières (π_t) est une méthode répandue dans la pratique qui n'a été que très peu utilisée dans la littérature. L'utilisation d'une telle méthode dans un contexte académique est une innovation en soi.

Deuxièmement, la simulation de valeurs immobilières à l'aide de simulations historiques filtrées n'a, à notre connaissance, jamais été utilisée dans la littérature. L'utilisation d'une telle méthodologie dans un contexte académique est une innovation en soi.

En revanche, le présent mémoire contient également plusieurs limites. Il ne s'agit pas de limites liées au mémoire cependant, mais plutôt de limites liées aux problèmes de données lié au secteur, soit l'immobilier commercial.

La plupart de ces limites n'ont pas pu être améliorées en raison de la rareté des données portant sur ce secteur. En effet, l'accessibilité à de telles données est très difficile pour un chercheur externe puisque les bases de données sur les investissements en immobilier direct appartenant aux investisseurs institutionnels et/ou aux fournisseurs de données sont soit privées et confidentielles, soit très dispendieuses. De plus, ces bases de données ne contiennent en général que très peu de données puisqu'il s'agit d'investissements privés détenus à long terme dont la fréquence des évaluations est relativement basse comparativement aux actifs financiers usuels.

Il s'agit d'ailleurs de la première limite ; le faible nombre d'observations sur les *Yield* immobiliers. La base de données IPD UK Monthly Property Digest que nous avons utilisée contenait des *Yield* sur une fréquence mensuelle, ce qui, dans un contexte de données sur l'immobilier direct, est une fréquence très élevée comparativement aux autres bases de données existantes. L'accès à une autre base de données affichant une fréquence plus élevée aurait été très peu probable dans notre contexte. Cependant, malgré sa fréquence élevée, cette base de données contient des *Yield* qui ne remontent que jusqu'en janvier 1987. Cette série de données est donc très courte comparativement aux autres séries utilisées pour nos variables macroéconomiques.

La deuxième limite concerne le manque de spécificité des données sur les *Yield* immobiliers. D'abord, il faut savoir que nous avons sélectionné la série correspondant aux *Yield* des actifs immobiliers de l'ensemble du Royaume-Uni (UK), qui consolide le centre-ville de Londres (*City*), les arrondissements *Mid Town* et *West End* de la ville de Londres, la région Sud-Est du pays (*PAS Rest South East*) ainsi que le reste du Royaume-Uni (*PAS Rest UK*). Puisque l'objectif du mémoire est de comparer trois marchés géographiques distincts, nous n'avons pas d'autres choix que d'utiliser les données de l'ensemble du pays. Ensuite, il faut savoir que la série de *Yield* immobiliers que nous avons utilisé correspond aux *Yield* qui offraient la série de données la plus longue. Nous avons donc été contraints d'utiliser la série des *Yield* de la catégorie d'immeubles *All property*, qui consolide tous les types d'immeubles présents dans la base de données, soit les immeubles commerciaux (*Retail*), les immeubles à bureaux (*Office*) et les immeubles industriels (*Industrial*). Il s'agit d'une limite relativement importante, car en consolidant les différentes villes et arrondissements d'un pays et en consolidant les différents types d'immeubles, on se retrouve avec des données correspondant à la moyenne du pays et à la moyenne des différents types d'immeubles, où les effets des extrêmes se neutralisent entre eux. Il est préférable d'avoir des données par ville ou par arrondissement et des données par types d'immeubles, ce que nous n'avons pas été en mesure d'obtenir.

D'ailleurs, la méthode de déliissage AR(1) de Geltner (1993) n'a pas donné les résultats escomptés sur cette série de données. Puisque le coefficient AR(1) estimé était beaucoup trop élevé, les *Yield* déliissés selon cette méthode étaient extrêmement volatiles, à un point tel que l'utilisation d'une telle série déliissée dans le cadre du mémoire n'était pas réaliste. Afin d'y remédier, nous avons dû essayer de façon arbitraire différentes valeurs de coefficients jusqu'à l'obtention d'une série déliissée convenable pour les objectifs du

mémoire. Tout en utilisant une valeur similaire à celle de Geltner (1993), la valeur sélectionnée de 0,94 convient bien à ces objectifs puisque les *Yield* déliés obtenus sont significativement plus volatiles que la série des *Yield* lissés sans toutefois qu'ils n'atteignent de valeurs inférieures à zéro. Cependant, il est clair que la sélection de la valeur 0,94 demeure arbitraire dans tous les cas.

La troisième limite concerne l'utilisation des coefficients du modèle de la prime de risque immobilière (π_t), qui ont été estimés avec les ($Yield_t - Rf_t$) du marché britannique, pour l'ensemble de nos marchés géographiques. Puisque nous n'avons pas été en mesure d'obtenir des séries de *Yield* de longueur suffisante pour les marchés canadien et américain, nous avons été contraints d'utiliser les facteurs de sensibilité de la prime de risque immobilière britannique pour ces deux marchés géographiques. Il aurait été préférable d'avoir des séries de $Yield_t - Rf_t$ pour les marchés canadien et américain également, afin de pouvoir estimer les coefficients de la prime de risque immobilière propres à ces marchés. Ces coefficients auraient sans doute évolué différemment.

La quatrième limite, qui est similaire à la troisième limite, concerne l'utilisation du taux de croissance moyen des loyers (g) du marché britannique dans les modèles d'évaluation immobilière des marchés canadien et américain. La base de données *IPD Digest International*, qui fut utilisée pour sélectionner la valeur du taux de croissance moyen des loyers (g) de 1%, contient des données sur les taux de croissance des loyers (*Rental Value Growth*) annuels du marché britannique (UK) mais aucune donnée sur les taux de croissance annuels des marchés canadien et américain. Puisque nous n'avons pas été en mesure d'obtenir de telles données, nous avons choisi d'appliquer le taux de croissance moyen des loyers (g) britannique de 1% aux modèles d'évaluation de tous les marchés géographiques étudiés.

9 Conclusion

L'objectif principal du mémoire était de comparer l'incertitude liée à l'effet des variables macroéconomiques sur l'évaluation immobilière pour chacun des modèles de simulations étudiés.

La première hypothèse liée à l'objectif principal était que tous les paramètres des modèles de variance GARCH, et CCC-GARCH dans le cas des simulations Monte-Carlo, allaient être statistiquement significatifs. Cette hypothèse s'est avérée vraie puisque les différents modèles GARCH et GJRGARCH sont très performants. En effet, nous n'avons aucun problème majeur au niveau de la significativité de nos paramètres et au niveau de la robustesse de nos modèles. Il est vrai que dans le cas des variables modélisées à l'aide du modèle GJRGARCH, il arrive parfois que le coefficient ARCH ne soit pas significatif au seuil de signification de 10% mais que les deux autres coefficients du modèle le soient. De plus, il arrive parfois que le coefficient de levier asymétrique cesse d'être significatif lorsque l'échantillon devient plus grand (léger manque de robustesse). Malgré cela, nous considérons ces modèles comme étant pertinents pour appliquer des simulations conditionnelles dans le cadre de nos modèles.

La deuxième hypothèse liée à l'objectif principal était que le modèle de simulation historique avec filtres GARCH ou GJRGARCH allait être le modèle qui afficherait les moyennes et les écart-types des étendues les plus élevés parmi tous les modèles. Cependant, nos résultats montrent que c'est tout le contraire ; le modèle de simulations historiques avec filtres GARCH ou GJRGARCH est le modèle qui, en général, affiche les moyennes des étendues et les écarts-types des étendues les plus faibles parmi tous nos modèles. Les prochains paragraphes contiennent des explications sur la cause de ce phénomène, sur la différence entre les résultats des modèles conditionnels et inconditionnels et sur la différence entre les résultats des simulations historiques et de simulations Monte-Carlo.

L'hypothèse liée au premier sous-objectif était que les modèles de simulations historiques allaient afficher des moyennes et des écart-types des étendues plus élevés que les modèles de simulation Monte-Carlo. Encore une fois, les résultats montrent que c'est plutôt le contraire, les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles de simulations historiques sont généralement plus faibles que les moyennes et les écarts-types des étendues des modèles de simulations Monte-Carlo. Les prochains paragraphes contiennent des explications à ce sujet.

L'hypothèse liée au deuxième sous-objectif était que les modèles conditionnels allaient afficher des moyennes et des écart-types des étendues plus élevés que les modèles inconditionnels. Puisque les modèles conditionnels s'adaptent mieux au contexte de volatilité récente, ces modèles varient plus rapidement que les modèles inconditionnels lorsque la volatilité augmente ou diminue d'une période à l'autre. Pour cette raison, nous croyions au départ que ce modèle allait afficher de plus grandes dispersions et de plus grandes variations dans les dispersions, et ce, pour tous les marchés géographiques étudiés.

Cependant, les résultats montrent que c'est tout le contraire : les modèles conditionnels affichent des dispersions (moyenne des étendues) et des variations de dispersions (écart-types des étendues) beaucoup plus faibles que les modèles inconditionnels.

Plusieurs raisons expliquent ce phénomène. D'abord, pour la majorité des variables du modèle, il est clair que la volatilité dans le sous-échantillon récent, soit de février 2000 à juin 2015 (période de backtesting), est plus faible que la volatilité moyenne historique, aussi bien avec l'échantillon 27 ans qu'avec l'échantillon 5 ans. D'ailleurs, il faut rappeler que les deux variables ayant le plus d'influence dans notre modèle sont le taux sans risque (R_f) et l'écart de crédit Corp.-T, qui sont des variables représentant le taux d'intérêt et le risque de crédit, respectivement. La volatilité de ces deux variables durant la période de backtesting est excessivement plus faible que la volatilité moyenne historique, aussi bien avec l'échantillon 27 ans qu'avec l'échantillon 5 ans. Même si les modèles conditionnels s'ajustent beaucoup plus rapidement (plus variables) au contexte de volatilité récente que les modèles inconditionnels, puisque la variance conditionnelle de chacun des mois contenus dans la période de backtesting est plus faible que la variance moyenne de l'échantillon, alors il est clair que les variables macroéconomiques simulées à l'aide des modèles conditionnels sont moins dispersées. Si les variables macroéconomiques simulées

sont moins dispersées, alors les valeurs immobilières simulées sont également moins dispersées, ce qui explique pourquoi la moyenne des étendues et l'écart-type des étendues des modèles conditionnels sont plus faibles que ceux des modèles inconditionnels.

L'hypothèse liée au troisième sous-objectif était que les modèles de simulations historiques filtrées allaient afficher des moyennes et des écart-types des étendues plus élevés que les modèles de simulation Monte-Carlo CCC-GARCH (conditionnels). Puisque les liens de dépendance indirects inhérents aux modèles de simulations historiques filtrées permettent une mesure plus dynamique de la dépendance entre les variables macroéconomiques que la matrice des corrélations constante modélisée avec les simulations Monte-Carlo CCC-GARCH (en particulier lors de périodes de crise), et puisque les termes aléatoires des processus de diffusion des simulations historiques filtrées sont tirés de distributions empiriques des résidus standardisés plus aplatis (*Kurtosis*) et plus asymétriques (*Skewness*) que les distributions normales utilisées dans les simulations Monte-Carlo CCC-GARCH, nous croyions au départ que ce modèle allait afficher de plus grandes dispersions et de plus grandes variations dans les dispersions, et ce, pour tous les marchés géographiques étudiés. Cependant, les résultats montrent que c'est le contraire : les modèles de simulations historiques filtrées affichent des dispersions (moyenne des étendues) et des variations de dispersions (écart-types des étendues) généralement plus faibles que les modèles de simulations Monte-Carlo CCC-GARCH.

Ce résultat, que l'on obtient également lorsque l'on compare les simulations historiques inconditionnelles et les simulations Monte-Carlo inconditionnelles d'ailleurs, s'explique par les liens de dépendance indirects inhérents aux modèles de simulations historiques qui créent parfois un effet de compensation entre certaines variables macroéconomiques du modèle d'évaluation immobilière. Par exemple, les résidus du taux sans risque (R_f) et de l'écart de crédit Corp.-T correspondant à certaines dates de la crise de 2008 évoluent en sens strictement contraires. Lorsque l'on tire aléatoirement ces résidus dans notre modèle, leurs effets sur l'évaluation immobilière se compensent puisqu'un taux sans risque (R_f) qui diminue s'additionne à une prime de risque immobilière (π_t) qui augmente en raison de l'écart de crédit Corp.-T. Bien que cet exemple soit spécifique à une période précise, il est clair que les liens de dépendance implicites aux simulations historiques engendrent des effets de compensation similaires entre diverses variables et sur différentes périodes incluses dans l'échantillon, ce qui explique pourquoi les modèles de simulations historiques affichent généralement des moyennes et des écart-types des étendues plus faibles que les modèles de simulations Monte-Carlo.

L'hypothèse liée au quatrième sous-objectif était que le marché américain allait afficher la plus grande variabilité dans la dispersion de ses valeurs immobilières. Les résultats montrent que notre hypothèse s'est avérée véridique, puisque le marché américain est effectivement le marché qui affiche les écarts-types des étendues les plus élevés au niveau des modèles inconditionnels 5 ans et des modèles conditionnels. Il s'agit donc du marché géographique où l'incertitude liée aux variables macroéconomiques de l'évaluation immobilière a le plus varié dans le temps. Toutefois, c'est le marché britannique qui affiche

les moyennes des étendues les plus élevées ; il s'agit donc du marché géographique où l'incertitude liée aux variables macroéconomiques de l'évaluation immobilière est, en moyenne, la plus élevée.

Le présent travail de recherche contient plusieurs innovations intéressantes pour le milieu académique, mais il contient également des éléments qui pourraient intéresser le milieu de la pratique. D'abord, pour les modèles inconditionnels, nous avons indiqué que l'utilisation d'un échantillon de données plus court, dans ce cas-ci 5 ans au lieu de 27 ans, ne permet pas d'avoir des variances similaires aux variances conditionnelles GARCH et GJRGARCH. En effet, nos modèles inconditionnels 5 ans demeurent encore trop volatiles en raison de la volatilité moyenne de l'échantillon qui demeure trop élevée. De plus, les paramètres ARMA sont moins précis lorsqu'estimés sans modèle de variance conditionnelle. Nous avons indiqué l'importance d'utiliser des modèles de variances conditionnelles GARCH ou GJRGARCH plutôt que des variances inconditionnelles EQWMA dans les processus de diffusion des variables macroéconomiques incluses dans un modèle de simulations de valeurs immobilières. Nous avons également indiqué ce que l'utilisation de modèles de simulations historiques filtrées implique en contexte de simulations de valeurs immobilières comparativement à l'utilisation de modèles de simulations Monte-Carlo conditionnels CCC-GARCH. Quatrièmement, nous avons dressé un portrait de l'évolution de trois variables macroéconomiques (Gov.10 ans, Ri-Rf, Corp.-T) dans un modèle de la prime de risque immobilière. Cet élément est d'autant plus intéressant que nous pouvons constater l'influence grandissante de la variable Corp.-T sur la prime de risque immobilière lors d'une période de crise. Finalement, les statistiques de moyennes et d'écart-types des étendues entre les 95^e et les 5^e percentiles qui ont été présentées dans le cadre du présent mémoire pourraient servir de mesures de risque macroéconomique dans l'établissement d'une relation risque-rendement pour l'investissement immobilier. Un investisseur institutionnel n'ayant pas accès à beaucoup de données sur l'immobilier commercial mais qui désirerait tout de même établir une telle relation pourrait utiliser notre méthodologie afin de comparer les investissements dans différents marchés géographiques sur la base du rendement espéré par rapport au risque macroéconomique.

Dans le cadre du présent travail de recherche, nous nous sommes plus spécifiquement concentrés sur l'effet des variables macroéconomiques de l'évaluation immobilière. Si un chercheur démontrait un intérêt à bonifier la présente recherche, il aurait grand intérêt à obtenir des données sur les variables typiquement immobilières de chacun des marchés géographiques étudiés afin de pouvoir simuler ces variables. Il serait très intéressant de séparer l'effet des variables typiquement immobilières et l'effet des variables macroéconomiques sur l'évaluation immobilière en simulant un groupe de variables à la fois. Un tel exercice permettrait au chercheur de comparer l'influence de chaque groupe de variables sur la dispersion des valeurs immobilières simulées. Il pourrait ensuite simuler conjointement les deux groupes de variables et analyser les résultats.

Références

- Akgiray, V. (1989) «Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts», *Journal of Business*, Vol. 62, No. 1, pp. 55-80.
- Amédée-Manesme, C-O., Barthélémy, F., Baroni M. et Dupuy, E. (2012) «Combining Monte Carlo simulations and options to manage the risk of real estate portfolios», *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 31 No. 4, pp 360-389.
- Amédée-Manesme, C-O., Barthélémy, F., Keenan, D. (2015) «Cornish-Fisher Expansion for Commercial Real Estate Value at Risk», *Journal of Real Estate Finance & Economics*, Vol. 50, No. 1, pp 439-464.
- Baghestani, H. (2005). «On the rationality of professional forecasts of corporate bond yield spreads. » *Applied Economics Letters*, Vol. 12, No. 4, pp. 213-216.
- Balvers, R., Yangru, W., Gilliland, E. (2000). «Mean Reversion Across National Stock Markets and Parametric Contrarian Investment Strategies», *Journal of Finance*, Vol. 55, No. 2, pp. 745–772.
- Barone-Adesi, G., Bourgoin, F., Giannopoulos, K. (1998) «Don't look back», *Risk*, Vol. 11, pp 100-104.
- Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K., Vosper, L. (1999) «Var without Correlations for nonlinear Portfolios of Derivative Securities», *Journal of Futures Markets*, Vol. 19, pp 583-602.
- Baroni, M., Barthélémy, F., Mokrane, M. (2005), «Physical real estate: a paris repeat sales residential index», *Journal of Real Estate Literature*, Vol. 13, pp. 303-24.
- Baroni, M., Barthélémy, F. et Mokrane, M. (2007) «Using rents and price dynamics in real estate portfolio valuation», *Journal of Property Management*, Vol. 25 No. 5, pp 462-486.
- Basel Committee on Banking Supervision (1988) “International convergence of capital measurement and capital standards,” July, available at www.bis.org.
- Basel Committee on Banking Supervision (1996) “Amendment to the Capital Accord to incorporate market risks,” January, available at www.bis.org/publ/bcbs66/pdf.
- Basel Committee on Banking Supervision, (1999). A New Capital Adequacy Framework. No. 50, June. Basel Committee on Banking Supervision, 1999a. Credit Risk Modeling: Current Practices and Applications. No. 49, April.
- Basel Committee on Banking Supervision, (2001). The New Basel Capital Accord. Consultative Document, January. Basel Committee on Banking Supervision, 2000. Credit Ratings and Complementary Sources of Credit Quality Information. No 3, August.
- Basel Committee on Banking Supervision (2003), “Overview of the New Basel Capital Accord,” BIS consultative document.

Basel Committee on Banking Supervision, (2003). The New Basel Capital Accord. Consultative Document, April. Basel Committee on Banking Supervision, 2001. Potential Modifications to the Committee's Proposals, November.

Basel Committee on Banking Supervision, (2005). Basel II Comprehensive version part 2 (2005) : The First Pillar – Minimum Capital Requirements", November 2005. p. 86.

Basel Committee on Banking Supervision, (2010) Revisions to the Basel II market risk framework. (2010). 1st ed. [ebook] Basel Committee on Banking Supervision. <http://www.bis.org/publ/bcbs193.pdf>

Basel Committee on Banking Supervision (2016). Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems - revised version June 2011. <https://www.bis.org/publ/bcbs189.htm>

Beghazi, K., Asteriou, D., Pilbeam, K. (2016) «A Multivariate analysis of United States and global real estate investment trusts», *International Economics and Economic Policy*, pp 1-16.

Bhanot, K. (2005) «What causes mean reversion in corporate bond index spreads? The impact of survival», *The Journal of Banking & Finance*, Vol. 29, No. 6, pp 1385-1403.

BlackRock-The Economist Intelligence Unit (2014) «The Ascent of Real Assets, Gauging Growth and Goals in Institutional Portfolios».

Blattberg, R.C., Gonedes, N.J. (1974) «A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices», *The Journal of Business*, Vol. 47, No. 2, pp 244-280.

Bollerslev, T., Engle, R.F., Wooldridge, J.M. (1988) «A Capital Asset Pricing Model with Time varying Covariances», *Journal of Political Economy*, Vol. 96, pp. 116-131.

Bollerslev, T. (1986) «Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity», *Journal of Econometrics*, Vol. 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T. (1990) «Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model», *The Review of Economics and Statistics*, Vol.72, No. 3 pp. 498-505.

Boudoukh, J., Richardson, M., Whitelaw, R.F. (1998) «The best of both worlds-A Hybrid Approach to Calculating Value at Risk», *RISK*, May 1998, pp.64-67.

Bourassa, S.C., Hoesli, M., Sun, J. (2006) «A simple alternative house price index method», *Journal of Housing Economics*, Vol. 15, pp. 80-97.

Box, G.E.P, Jenkins, G.M. (1970) «Time series Analysis Forecasting and Control», San Francisco: Holden-Day.

- Box, G.E.P, Jenkins, G.M. (1972) «Estimation of parameters in integrated autoregressive-moving average time series models-Part 1», Madison, Wis. : Mathematics Research Center, University of Wisconsin
- Box, G.E.P, Jenkins, G.M. (1972) «Estimation of parameters in integrated autoregressive-moving average time series models-Part 2», Madison, Wis. : Mathematics Research Center, University of Wisconsin
- Box, G.E.P, Pierce, D.A. (1970) «Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models», *Journal of American Statistics Association*, Vol. 65, pp. 1509-1526.
- Brooks, M.S (2016) Canadian Commercial Real Estate: Theory, Practice, Strategy-5th Edition. Association des biens immobiliers du Canada/Real Property Association of Canada.
- Brown, R.G. (1956) «Exponential smoothing for predicting demand», Arthur D. Little, Inc. Cambridge 42, Massachusetts
- Brown, S. J., Dybvig, P. H. (1986). «The empirical implications of the Cox, Ingersoll, Ross theory of the term structure of interest rates. » *The Journal of Finance*, Vol. 41, No. 3, pp. 617-630.
- Brueggeman, W. B., Fisher, J. D. (2008). «Real estate finance & investments. » McGraw-Hill/Irwin.
- Campbell, J. Y., Cocco, J. F. (2007). «How do house prices affect consumption? Evidence from micro data.» *Journal of monetary Economics*, Vol. 54, No. 3, pp. 591-621.
- Campbell, J.Y., Grossman, S.J., Wang, J. (1993) «Trading Volume and Serial Correlation in Stock Returns», *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 108, No. 4, pp. 905-939.
- Case, K.E., Shiller, R.J. (1989) «The Efficiency of the Market for Single-Family Homes», *The American Economic Review*, Vol. 79, No. 1, pp. 125-137.
- Cassidy, D.T. (2016) «A Multivariate Student's t-Distribution», *Open Journal of Statistics*, Vol. 6, No. 3, pp. 443-450.
- Castellani, M., Dos Santos, E. A. (2006) «Forecasting long-term government bond yields: an application of statistical and AI models. »
- CBRE Global Office Occupier Guide, Canada, Version 7, juillet 2012, CBRE Canada.
- CEM Benchmarking Inc. (2016) «Asset Allocation and fund performance of defined benefit pension funds in the United States», CEM Benchmarking Inc.
- Chaney, A., Hoesli, M. (2015) « Transaction-Based and Appraisal-Based Capitalization Rate Determinants», *International Real Estate Review*, Vol. 18, pp. 01-43.
- Chrétien, S., Coggins, F., Gallant, P. (2008) « La performance et le conservatisme des modèles VAR mensuelle », *Assurances et Gestion des risques*, Vol. 76, pp. 169-202

- Chrétien, S., Coggins, F. (2010) «Performance and conservatism of monthly FHS var: An international investigation», *International Review of Financial Analysis*, Vol. 19, pp. 323-333
- Chrétien, S., Coggins, F. (2017) «Additional Evidence on Information variables and Equity Premium Predictability »
- Chrétien, S., Coggins, F., Trudel, Y. (2010) « Performance of multivariate filtered historical simulation Value at risk», *Journal of Risk Management in Financial Institutions*, Vol. 3, No. 3, pp. 259-277
- Christoffersen, P.F. (1998) «Evaluating Interval Forecasts», *International Economic Review*, Vol. 39, pp. 841-862.
- Christoffersen, P.F. (2003) «Elements of Financial Risk Management», *Academic Press*, San Diego, CA.
- Clayton, J. (2014) «Real Estate Investment and Capital Market Perspectives», présenté au comité d'évaluation NCREIF, NCREIF Summer meeting, Leesburg, VA, 25 juin 2014.
- Corlu, C.G., Corlu, A. (2015) «Modelling exchange returns: which flexible distribution to use? », *Journal of Quantitative Finance*, Vol. 15, No. 11, pp. 1851-1864.
- Cornell University, Baker Program in Real Estate, Hodes Weill & Associates (2015) «Institutional Real Estate Allocations Monitor»
- Cornish, E. A., Fisher, R. A. (1937) «Moments and cumulants in the specification of distributions», *Revue de l'Institut International de Statistique*, Vol. 5, No. 4, pp. 307-320
- Cotter, J., Stevenson, S. (2006) «Multivariate Modeling of Daily REIT Volatility», *Journal of Real Estate Finance & Economics*, Vol. 32, No. 1, pp. 305-325.
- Cox, C.J., Ingersoll, J.E. and Ross, S.A. (1985), «A theory of the term structure of interest rates», *Econometrica*, Vol. 53 No. 2, pp. 385-407.
- Crawford, G.W., Fratantoni, M.C. (2003) «Assessing the Forecasting Performance of Regime-Switching, ARIMA and GARCH Models of House Prices», *Real Estate Economics*, Vol. 31 No. 2, pp 223-243.
- Demyanyk, Y., Van Hemert, O. (2011) «Understanding the Subprime Mortgage Crisis», *Review of financial studies*, Vol. 24 No.6 , pp 1848-1880.
- De Wit, I. (2010) «International Diversification Strategies for Direct Real Estate», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 41, pp 433-457.
- Diebold, F. X., Li, C. (2006). «Forecasting the term structure of government bond yields.» *Journal of econometrics*, Vol. 130, No.2, pp. 337-364.

Elliehausen, G., Nichols, J.B. (2012) «Determinants of Capitalization Rates for Office Properties», *Federal Reserve Board*.

Endettement et types de familles au Canada. (2011), Statistiques Canada., Tendances sociales canadiennes, Catalogue de Statistiques Canada, No. 11-008-X.

Engel, J., Gizycki, M. (1999a), «Conservatism, Accuracy and Efficiency: Comparing Value-at-risk models», *Working Paper*

Engel, J., Gizycki, M. (1999b), «Value at risk : On the stability and Forecasting of the variance-Covariance Matrix», *Research Discussion Paper*

Engle, R.F. (1982), «Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the variance of United Kingdom Inflation», *Econometrica*, Vol. 50 No. 4, pp 987-1007.

Engle, R.F. (2002), «Dynamic Conditional Correlation : A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models», *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 20, No. 3, pp 339-350.

Engle, R.F., Kroner, K.F. (1995) «Multivariate simultaneous generalised GARCH. » *Econometric Theory*, Vol.11, No.1, pp.122–150.

Engle, R. F., Ng, V. (1993) «Measuring and testing the impact of news on volatility», *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 4, pp. 1749–1778.

Ernst & Young (2015)-«Commercial real estate debt, an interesting proposition for European insurers.»

Evans, R.D., (1990), «A Transfer Function Analysis of Real Estate Capitalization Rates», *The Journal of Real Estate Research*, Vol. 5, No. 3, pp 371-379.

Fama, E.F., (1965), «The Behavior of Stock-Market Prices», *Journal of Business*, Vol. 38 No. 1, pp 34-105.

Fama, E. F., & French, K. R. (1996). «Multifactor explanations of asset pricing anomalies. » *The Journal of finance*, Vol. 51, No. 1, pp. 55-84.

Fama, E.F., Schwert, G.W. (1977), «Assets returns and inflation», *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, pp 115-146.

Fang, Y., Xu, D. (2003), «The predictability of asset returns: an approach combining technical analysis and time series forecasts», *International Journal of Forecasting*, Vol. 19, No. 3, pp 369-385.

Farrelly, K. (2012), «Measuring the Risk of Unlisted Property Funds-A Forwards Looking Approach», Henley University of Reading-CBRE Global Investors-June 2012.

- Feng, K., Yan, Y., Li, Q. (2015), «REIT Performance and Dynamic Portfolio Considerations», In *2015 Information Technology and Mechatronics Engineering Conference*. Atlantis Press.
- Ferson, W. E., Harvey, C. R. (1991). «The variation of economic risk premiums.» *Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 2, pp. 385-415.
- Ferson, W., Harvey, C. R. (1994). «An exploratory investigation of the fundamental determinants of national equity market returns. » *The internationalization of equity markets* (pp. 59-147). University of Chicago Press.
- First Trust Portfolios L.P (2016) "History of U.S. Bear and Bull Markets Since 1926", chart by First Trust Portfolios L.P., accessed 01 May 2016
- Fisher, J.D., Geltner, D.M, Webb, R.B. (1994) «Value Indices of Commercial Real Estate: A Comparison of Index Construction Methods», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 9, No. 1, pp. 137–164.
- French, K. R., Schwert, G. W., Stambaugh, R. F. (1987). «Expected stock returns and volatility. » *Journal of financial Economics*, Vol.19, No. 1, pp. 3-29.
- Geltner, D. (1993). «Estimating Market Values from Appraised Values Without Assuming an Efficient Market», *Journal of Real Estate Research*, Vol. 8, No. 3.
- Geltner, D. M., Miller, N. G., Clayton, J., Eichholtz, P. (2007) «Commercial real estate analysis and investments. » South-Western Publication.
- Glosten, L., Jagannathan, R., Runkle, D. (1993) «On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks», *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 4, pp. 1779–1801.
- Gordon, M.J. (1959), «Dividends, Earnings and Stock Prices», *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 41, No. 2, pp 99-105.
- Goyal, A., Welch, I. (2003). «Predicting the equity premium with dividend ratios.», *Management Science*, Vol. 49, No. 5, pp. 639-654.
- Guo, H. (2006) «On the out-of-sample predictability of stock market returns. » *Journal of Business*, Vol. 79, No. 1, pp.645–670.
- Gyourko, J., Linneman, P. (1988), «Owner-Occupied Homes, Income-Producing Properties, and REITs as Inflation Hedges: Empirical Findings», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 1, pp 347-372.
- Harris, R.S., Marston, F.C. (1999), «The Market Risk Premium: Expectational Estimates Using Analysts' Forecasts.» Darden Business School Working Paper No. 99-08.

Disponible sur SSRN: <https://ssrn.com/abstract=252671>
ou <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.252671>

Hendershott, P.H., MacGregor, B.D. (2005) «Investor Rationality: Evidence from U.K. Property Capitalization Rates», *Real Estate Economics*, Vol. 33, No. 2, pp 299-322.

Hendricks, D. (1996) «Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data», *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, No. 2, pp 39-69.

Ho, D.K.H., Addae-Dapaah, K., Glascock, J.L. (2015) «International Direct Real Estate Risk Premiums in a Multi-Factor Estimation Model», *Journal of Real Estate Finance & Economics*, Vol. 51 No. 1, pp 52-85.

Hoesli, M., Jani, E. et Bender, A. (2005), «Monte Carlo simulations for real estate valuation», *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 24 No. 2, pp 102-122.

Holt, C.C. (1957). «Forecasting Trends and Seasonal by Exponentially Weighted Averages», Office of Naval Research Memorandum. 52.

Hughes, W.T. (1995), «Risk Analysis and Asset Valuation: A Monte Carlo Simulation Using Stochastic Rents», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 11 No. 2, pp 177-187.

Hull, J. et White, A. (1998a), «Incorporating volatility updating into the historical simulation method for Value at risk», *Journal of Risk*, Vol. 1 No. 1, pp 5-19.

Hull, J. et White, A. (1998b), «Value at risk when daily changes in market variables are not normally distributed», *Journal of Derivatives*, Vol. 5 No. 3, pp 9-19.

Hutchison, N., Fraser, P., Adair, A., Srivatsa, R. (2012) «Regime shifts in ex post UK commercial property risk premiums», *Journal of Property Research*, Vol. 29, No. 3, pp.247–269.

International Investment Funds Association (IIFA) (2016) «IIFA Presents Expanded Worldwide Regulated Open-End Fund Assets and Flows Report», IIFA.

Jegadeesh, N. (1991). «Seasonality in Stock Price Mean Reversion: Evidence from the U.S. and the U.K.», *Journal of Finance*, Vol. 46, No. 4, pp.1427–1444.

Jones Lang Lasalle IP, Inc. (2016), «Cross-border capital flows to thrive as world grows older», *Global Capital Markets Research*

Jorion, P. (2006). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk-3rd Edition*. New York: McGraw-Hill.

JP Morgan (1995) «RiskMetrics Technical Document», JP Morgan, New York.

JP Morgan and Reuters, (1996) «RiskMetrics Technical Document», 4th Edition, New York.

- Jud, G.D., Winkler, D.T., (1995), «The Capitalization Rate of Commercial Properties and Market Returns», *The Journal of Real Estate Research*, Vol. 10, No. 5, pp 509-518.
- Kelliher, C.F. et Mahoney, L.S. (2000), «Using Monte Carlo simulation to improve long-term investment decisions», *The Appraisal Journal*, Vol. 68 No. 1, pp 44-56.
- Kon, S.J. (1984) «Models of Stock Returns-A Comparison», *The Journal of Finance*, Vol. 39 No. 1, pp 147-165.
- Koubkova, K. (2015) «Risk model for real estate assets: Analysis and development», Master thesis, Institute of Economic Studies, Faculty of Social Sciences, Charles University in Prague.
- Kuo, C-L. (1996) «Serial Correlation and Seasonality in the Real Estate Market», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 12, pp 139-162.
- Lamdin, D. J. (2004). «Corporate bond yield spreads in recent decades. » *Business Economics*, Vol. 39, No. 1, pp. 28-35.
- Lee, Y-H. (2014) «An international analysis of REITs and stock portfolio management based on dynamic conditional correlation models», *Financial Markets and Portfolio Management*, Vol. 28, No. 2, pp 165-180.
- Ling, D.C., Naranjo, A. (1997) «Economic Risk Factors and Commercial Real Estate Returns», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 15, No. 3, pp 283-307.
- Lintner, J. (1965) «The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. » *The review of economics and statistics*, pp. 13-37.
- Liow, K.H. (2010) «International Direct Real Estate Market Linkages: Evidence from Time-Varying Correlation and Cointegration Tests», *Journal of Real Estate Literature*, Vol. 18, No. 2, pp 283-312.
- Lizieri, C. (2013). «After the fall: Real estate in the mixed-asset portfolio in the aftermath of the global financial crisis» *Journal of Portfolio Management, Special Real Estate Issue 2013*, 43-59.
- Ljung, G., Box, G. (1979) «On a measure of lack of fit in time series models», *Biometrika*, Vol. 65, No. 2, pp. 297-303.
- Long, X., Bao, H.X.H. (2007) «Multivariate Modelling of Price Volatility in the Hong Kong Residential Property Market», *University of Cambridge. Working Paper. Available at <http://ssrn.com/abstract,979802>*.
- Longin, F., Solnik, B. (1995) «Is the correlation in international equity returns constant: 1960-1990?», *Journal of International Money and Finance*, Vol. 14, No. 1, pp 3-26.
- Lothian, J.R., Taylor, M.P. (1996) «Real Exchange Rate Behavior: The Recent Float from the Perspective of the Past Two Centuries», *The Journal of Political Economy*, Vol. 104, No. 3, pp 488-509.

- Lu, J-R., Hwang, C-C., Chen, Y-C., Wen, C-T. (2013) «Including More Information Content to Enhance the Value at Risk Estimation for Real Estate Investment Trusts», *International Journal of Financial Research*, Vol. 4, No. 3, pp 25-34.
- Lu, C., Wu, S-C., Ho, L-C. (2009) «Applying VAR to REITs: A comparison of alternative methods», *Review of Financial Economics*, Vol. 18, No. 2, pp 97-102.
- Mandelbrot, B. (1961) «Stable Paretian Random Functions and the multiplicative variation of income», *Econometrica*, Vol. 29, No. 4, pp 517-543.
- Marquering, W., Verbeek, M. (2004). «The economic value of predicting stock index returns and volatility.» *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 39, No. 2, pp. 407-429.
- McDonald, J.F., Dermisi, S. (2008) «Capitalization Rates, Discount Rates, and Net Operating Income: The Case of Downtown Chicago Office Buildings», *Journal of Real Estate Portfolio Management*, Vol. 14, No. 4, pp 363-374.
- McDonald, J.F., Dermisi, S. (2009) «Office Building Capitalization Rates: The Case of Downtown Chicago», *Journal of Real Estate Finance & Economics*, Vol. 39, pp 472-485.
- McGough, T., Tsolacos, S. (1995) «Forecasting commercial rental values using ARIMA models», *Journal of Property Valuation and Investment*, Vol. 13, No. 5, pp.6 - 22
- McKean, H., Di Cresce, S. (2015) «ICLG, The International Comparative Legal Guide to: Real Estate 2015», 10th edition, Published by Global Legal Group, pp.45-54.
- McNeil, A.J., Frey, R. (2000) «Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series : an extreme value approach», *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, No. 3, pp. 271-300.
- Metropolis, N., Ulam, S. (1949) «The Monte Carlo Method», *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 44, No. 247, pp 335-341.
- MLS Home Price Index Methodology-July 6, 2016-Version 2.1
- Moos, M., Skaburskis, A. (2010) «The Globalization of Urban Housing Markets: Immigration and Changing Housing Demand in Vancouver», *Urban Geography*, Vol. 31, No. 6, pp. 724-749.
- Mossin, J. (1966). «Equilibrium in a capital asset market. » *Econometrica: Journal of the econometric society*, pp. 768-783.
- Mueller, G.R. et Laposa, S.P. (1994) «Evaluating Real Estate Markets Using Cycles Analyses», papier présenté à la *American Real Estate Society Annual meeting*, Santa Barbara, CA, 15 avril 1994.
- Mueller, G.R. et Peiser, R.D. (2015) «International Real Estate Office Market Cycles», *Real Estate Finance (Aspen Publishers Inc)*, Spring 2015, Vol. 31, issue 4, pp 147-156.

Myer, F.C.N. et Webb, J.R. (1994) «Statistical Properties of Returns: Financial Assets Versus Commercial Real Estate», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 8, pp 267-282.

National Association of Real Estate Investment Trusts (NAREIT)-REITWatch report-September 2016. <https://www.reit.com/data-research/reit-market-data/reitwatch-nareits-monthly-industry-data-update>

Nelson, C.R., Schwert, G.W. (1977) «Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation: On Testing the Hypothesis that the Real Rate of Interest Is Constant. » *American Economic Review*, Vol. 67, pp. 478–86.

Nelson, C.R., Siegel, A.F. (1987), «Parsimonious Modeling of Yield Curves» *Journal of Business*, Vol. 60, pp. 473-489.

Nneji, O., Brooks, C., Ward, C.W.R. (2013) «House price dynamics and their reaction to macroeconomic changes», *Economic Modelling*, Vol. 32, pp. 172-178.

Norges Investment Bank (2015) «The Diversification Potential of Real Estate»

Pagliari, J.L., Webb, J.R., Del Casino, J.J. (1995). «Applying MPT to Institutional Real Estate Portfolios: The Good, the Bad and the Uncertain», *The Journal of Real Estate Portfolio Management*, Vol. 1, pp. 67-88.

Pearson, K. (1895) «Notes on regression and inheritance in the case of two parents», *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. 58, pp 240–242.

Peng, L. (2013) «Finding Cap Rates: A Property Level Analysis of Commercial Real Estate Pricing».

Plakandaras, B., Gupta, R., Gogas, P., Papadimitriou, T. (2015) «Forecasting the U.S. real house price index», *Economic Modelling*, Vol. 45, pp. 259-267.

Poterba, J. M., Summers, L. H. (1988) «Mean reversion in stock prices: Evidence and implications. » *Journal of financial economics*, Vol. 22, No.1, pp. 27-59.

Preqin (2016). «2016 Preqin Global Real Estate Report-Sample Pages»

Pritsker, M. (1997). «Evaluating Value at Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time», Papier présenté à la Wharton Financial Institutions Center's conference on Risk Management in Banking, October 13-15, 1996.

Pyhrr, S. (1973). «A computer simulation model to measure the risk in real estate investment», *Real Estate Economics*, Vol. 1 No.1. pp 48-78.

Pyhrr, S., Roulac, S. et Born, W. (1999) «Real Estate Cycles and Their Strategic Implications for Investors and Portfolio Managers in the Global Economy», *Journal of Real Estate Research*, Vol. 18, No. 1, pp. 7-68.

Rapach, D. E., Wohar, M. E., Rangvid, J. (2005). «Macro variables and international stock return predictability.» *International journal of forecasting*, Vol. 21, No. 1, pp. 137-166.

- Rubin, J., Giczewski, S., Olson, M. (2013)- «Basel III's implications for commercial real estate.»-Ernst & Young LLP, Financial Services-August 2013
- Santos, A.A.P., Nogales, F.J., Ruiz, E. (2013) «Comparing Univariate and Multivariate Models to Forecast Portfolio Value-at-Risk», *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 11, No. 2, pp. 400-441.
- Schindler, F. (2013) «Predictability and Persistence of the Price Movements of the S&P/Case-Shiller House Price Indices», *Journal of Real Estate Finance Economics*, Vol. 46, No. 1, pp. 44-90.
- Serrano, C., Hoesli, M.J. (2010) «Are Securitized Real Estate Returns more Predictable than Stock Returns ?» *Journal of Real Estate Finance & Economics*, Vol. 41, No.2, pp.170-192.
- Sharpe, W. F. (1964) «Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. » *The Journal of finance*, Vol. 19, No. 3, pp.425-442.
- Sharpe, W.F. (1966) «Mutual Fund Performance», *Journal of Business*, Vol. 39, No. 1, pp. 119-138.
- Shilling, J.D. (2003) «Is There a Risk Premium Puzzle in Real Estate? », *Journal of Real Estate Economics*, Vol. 31, No. 4, pp. 501-525.
- Simons, K. (1996) «Value at Risk-New Approaches to Risk Management», *New England Economic Review*, (Sep), 3-13.
- Sivitanides, P., Southard, J., Torto, R.G., Wheaton, W.C. (2001) «The Determinants of Appraisal-Based Capitalization Rates», *Real Estate Finance*, Vol. 18, No. 2, pp 27-38 .
- Société Canadienne d'Hypothèques et de Logements (SCHL), Rapport annuel 2014
- Société Canadienne d'Hypothèques et de Logements (SCHL), Rapport annuel 2015
- Solvabilité II - European Insurance and Occupational Pensions Authority. (2010). Solvency II Calibration Paper, CEIOPS-SEC-40-10. European Commission.
- Stambaugh, F. (1996) «Risk and Value at risk», *European Management Journal*, Vol. 14, No. 6, pp. 612-621.
- Stock, J.H., Watson, M.W. (2007) «Why Has U.S. Inflation Become Harder to Forecast? », *Journal of Money, Credit and Banking*, Supplement to Vol. 39, No. 1, pp.3-33.
- Storey, E.B. (2016) «Interest rates vs capitalization rates: trends & differences», *Journal of Property Management*, Vol. 81, No. 1, pp. 38-42.
- Tsolacos, S., Keogh, G., McGough, T. (1998) «Modelling use, investment and development in the British office market », *Environment and Planning*, Vol. 30, No. 1, pp.1409-1427.

- Vasicek, O. (1977). «An equilibrium characterization of the term structure. » *Journal of financial economics*, Vol. 5, No. 2, pp.177-188.
- Weinstein S., (1988) «Secrets for Profiting in Bull and Bear Markets», McGraw Hill, 1988.
- Welch, I., Goyal, A. (2008) « A Comprehensive Look at The Empirical Performance of Equity Premium Prediction», *The Review of Financial Studies*, Vol. 21, No. 4, pp. 1455-1508.
- Wheaton, W.C. (1987), «The Cyclic Behavior of the National Office Market», *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*, 1987, Vol. 15, No. 4, pp. 281-299.
- Whittle, P. (1951). Hypothesis Testing in Time Series Analysis. Almqvist and Wicksell.
- Whittle, P. (1963). Prediction and Regulation. English Universities Press. ISBN 0-8166-1147-5. Republié sous: Whittle, P. (1983). Prediction and Regulation by Linear Least-Square Methods. University of Minnesota Press. ISBN 0-8166-1148-3.
- Witten, R.G. (1987), «Riding the Real Estate Cycle», *Real Estate Today*, 1987, pp. 42-48.
- Wofford, L. (1978), «A simulation approach to the appraisal of income producing real estate», *Real Estate Economics*, Vol. 6 No.4, pp. 370-394.
- Xu, C., Chen, H. (2012), «Measuring Portfolio Value at Risk», Department of Economics, School of Economics and Management, Lund University
- Yang, T.T, Zhang, J.Y. (2016), «Contagious Real Estate Cycle: Case of the US Subprime Related Crisis», *International Real Estate Review*, Vol. 19 No.2, pp. 171-196.
- Young, M.S, Graff, R.A, (1995), «Real Estate Is Not Normal: A Fresh Look at Real Estate Return Distributions», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 10, No. 3, pp. 225-259.
- Yu, W. C., Salyards, D. M. (2009). «Parsimonious modeling and forecasting of corporate yield curve. » *Journal of Forecasting*, Vol. 28, No. 1, pp.73-88.
- Yu, W. C., Zivot, E. (2011). «Forecasting the term structures of Treasury and corporate yields using dynamic Nelson-Siegel models. » *International Journal of Forecasting*, Vol. 27, No. 2, pp. 579-591.
- Zangari, P. (1996), «An Improved Methodology for Measuring var», RiskMetrics Monitor, 2nd quarter 1996, New York, pp. 7-25.
- Zeytun, S., Gupta, A. (2007) «A Comparative Study of the Vasicek and the CIR Model of the Short Rate», *Berichte des Fraunhofer, ITWM*, No. 124.
- Zhou, J., Anderson, R.I. (2012), «Extreme Risk Measures for International REIT Markets», *Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 45, No. 1, pp. 152-170.

Zietz, J., Traian, A. (2014), «When was the U.S. housing downturn predictable? A comparison of univariate forecasting methods», *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 54, No. 2, pp. 271-281.

Znaczko, T.M. (2013), «Forecasting Foreign Exchange Rates», Applied Economics Theses. Paper 4. State University of New York College at Buffalo-Buffalo State College

Annexes

Annexe 1 : Revue des modèles de prévision pour différents facteurs de risque liés à l'évaluation immobilière

1. Taux de croissance des flux monétaires (\bar{g})

Le taux de croissance moyen des loyers, qui est une moyenne de l'ensemble des taux de croissance des loyers d'un même marché, peut être modélisé économétriquement. Bien qu'ils n'estiment pas directement le taux de croissance, McGough et Tsolacos (1995) développent un modèle de prévision ARIMA pour le niveau des loyers. Les auteurs concluent que les loyers d'immeubles commerciaux (*retail*) sont fortement liés à leurs valeurs passées alors que les loyers d'immeubles industriels et à bureaux sont plutôt liés aux variations de l'offre et la demande. Tsolacos, Keogh et McGough (1998) modélisent la variation des loyers d'immeubles à bureaux au Royaume-Uni en incluant trois variables, soit les variations passées (*lagged*) du PIB, du niveau d'emploi du secteur financier et du volume de nouveaux immeubles dans le marché. Les auteurs concluent que les changements dans les conditions économiques générales et les tendances dans le niveau d'emploi du secteur financier sont déterminants dans les variations des loyers réels d'immeubles à bureaux.

2. Indice du prix des maisons

Pour ce qui est du prix des maisons, Crawford et Fratantoni (2003) utilisent des modèles ARIMA, GARCH et des modèles de changement de régime (*regime-switching model*) en contexte univarié pour effectuer des prévisions sur les taux de croissance des prix des maisons en Californie, Floride, Massachusetts, Ohio et au Texas de janvier 1979 à avril 2001. Les auteurs concluent que les modèles de changement de régime performant mieux pour les prévisions à l'intérieur de l'échantillon (*in-sample forecasting*) alors que les modèles ARIMA et GARCH performant mieux pour les prévisions à l'extérieur de l'échantillon (*out-of-sample forecasting*). Finalement, les auteurs mentionnent que même si les modèles de changement de régime sont utiles pour modéliser la volatilité des prix des maisons, des modèles plus simples sont plus appropriés pour effectuer des prévisions. Similairement, Zietz et Traian (2014) effectuent des prévisions en contexte univarié à partir des données des indices mensuels Standard and Poor's Case-Shiller Home Price index pour dix grandes villes américaines. Les auteurs utilisent les modèles de changement de régime de Markov (*Markov Switching Model*), les modèles ARIMA et les modèles structurels de séries temporelles (*Structural time series model*). Bien que les *Structural time series model* semblent être les modèles les plus prometteurs, les auteurs mentionnent que les *Markov Switching model* et les modèles ARIMA ont également été capables de prévoir une correction négative imminente du marché immobilier dès l'été 2006.

3. Taux sans risque

Pour le taux sans risque, les modèles dynamiques de prévision des taux d'intérêt ont, en général, deux composantes : un terme de tendance et un terme aléatoire. Le modèle de Cox, Ingersoll et Ross (1985), ci-après nommé CIR, implique un retour vers la moyenne à long terme. En effet, le terme de tendance du modèle fait en sorte que les taux d'intérêt

diminuent sur le long terme lorsqu'ils sont au-dessus du taux d'équilibre, et augmentent sur le long terme lorsqu'ils sont en dessous du taux d'équilibre. Le modèle se formule comme suit :

$$dr_t = \underbrace{\kappa(\theta - r_t)dt}_{\text{Tendance}} + \underbrace{\sigma\sqrt{r_t}dW_t}_{\text{Aléatoire}}$$

Où dr_t est l'incrément dans le taux d'intérêt à court terme au temps t , κ est la vitesse de retour vers la moyenne (constante positive), θ est le taux d'équilibre à long terme (constant), σ est la volatilité du taux d'intérêt et dW_t est un processus aléatoire de Wiener.

Contrairement aux autres modèles de prévision des taux d'intérêt, le modèle de Cox, Ingersoll et Ross (1985) est conçu de façon à empêcher que les taux d'intérêt simulés deviennent négatifs. En effet, tant et aussi longtemps que la contrainte :

$$2\kappa\theta \geq \sigma^2$$

est respectée, le modèle CIR est bien défini et le tirage de taux d'intérêt simulés négatifs est impossible. De plus, le facteur $\sqrt{r_t}$ qui multiplie σ dans le terme aléatoire de la formule fait en sorte que le processus de simulation s'arrête lorsque r_t atteint une valeur inférieure à zéro, ce qui est possible uniquement lorsque la contrainte n'est pas respectée ($2\kappa\theta \not\geq \sigma^2$). En effet, le modèle CIR sert à simuler un taux d'intérêt sur plusieurs périodes consécutives, soit la simulation de trajectoires. Cette simulation est itérative, c'est-à-dire qu'à chaque temps t , la sortie de la simulation précédente ($t-1$) est utilisée pour estimer la sortie de la prochaine simulation (t). Ainsi, lorsque r_t atteint une valeur inférieure à zéro, la simulation s'arrête dès l'itération suivante, puisque le taux r_{t-1} situé sous la racine carrée est négatif, rendant le tirage du taux de la période suivante impossible à estimer (à moins d'utiliser les nombres complexes). Le facteur $\sqrt{r_t}$ a une double utilité, puisqu'il permet également à la volatilité d'augmenter lorsque les taux d'intérêt deviennent plus élevés.

Zeytun et Gupta (2007) effectuent une analyse comparative du modèle de Cox, Ingersoll et Ross (1985) et du modèle de Vasicek (1977) pour les taux d'intérêt à court terme (sans risque) et concluent que bien que les deux modèles réagissent similairement aux changements dans les paramètres, une forte volatilité pouvait engendrer des taux d'intérêt négatifs avec le modèle de Vasicek ce qui n'est pas le cas avec le modèle CIR.

4. Taux de change

En ce qui concerne le taux de change, Lothian et Taylor (1996) analysent les données historiques de 1791-1990 pour le USD/GBP et de 1803-1990 pour le Franc/GBP et constatent que les deux séries affichent un phénomène de retour vers la moyenne. Les auteurs concluent que les modèles de prévision stationnaires, univariés et comprenant un processus autorégressif AR(1) expliquent environ 80 % de la variation dans le USD/GBP et 60% de la variation dans le Franc/GBP. Znaczko (2013) tente d'identifier le meilleur modèle de prévision pour trois taux de change, soit le CAD/USD, le JPY/USD et le GBP/USD. L'auteur utilise les modèles de lissage exponentiel, de moyenne mobile MA(1),

de marche aléatoire, ainsi que deux modèles de régression multiple incluant, entre autres, le PIB ainsi que l'indice des prix à la consommation (IPC). L'auteur conclut que la moyenne mobile est le meilleur modèle de prévision pour deux des trois taux de change étudiés et que les meilleurs indicateurs de la valeur future du taux de change demeurent les valeurs de taux de change actuelles et passées.

5. Prix des actifs immobiliers

Certains auteurs ont identifié des facteurs de risque immobilier sans toutefois modéliser les taux de capitalisation. En effet, puisque les taux de capitalisation affectent directement les prix des actifs immobiliers, certains auteurs ont plutôt tenté de modéliser directement ces prix. Plakandaras et al. (2015) modélisent les prix des maisons aux États-Unis en utilisant 11 variables macroéconomiques : le prix réel des maisons, une variable de la politique fiscale américaine, le PIB réel par habitant, le taux de chômage, le taux d'intérêt à long terme, le taux d'intérêt à court terme, le taux d'inflation, la population, les coûts réels de construction, le prix réel des actions et le prix réel du pétrole. Les auteurs concluent que leur modèle peut être utilisé comme instrument politique afin de déterminer à quelle phase du cycle immobilier se trouvent les maisons dans l'économie américaine, ce qui en fait un bon outil de prévision du prix des actifs.

6. Rendement des actifs immobiliers

D'autres auteurs, en revanche, ont plutôt choisi d'établir les facteurs de risque en fonction du rendement lié aux investissements immobiliers. Le risque n'est donc plus lié directement ou indirectement aux prix des actifs, mais bien aux rendements générés par ceux-ci. Ling et Naranjo (1997) modélisent les rendements immobiliers en fonction de 11 variables macroéconomiques, soit : le portefeuille de marché (portefeuille pondéré par la capitalisation boursière des indices NYSE, AMEX et NASDAQ), la prime de défaut des obligations corporatives (écart entre le *yield-to-maturity* des obligations corporatives cotées Baa et des bons du Trésor à long terme), le taux de croissance de la consommation réelle par habitant, le taux réel des Bons du Trésor 3 mois, la prime de la structure à terme des taux d'intérêt (écart entre les taux des Bons du Trésor 10 ans et 3 mois), le taux de croissance de la production industrielle, l'inflation non anticipée, la variation de l'inflation anticipée, le rendement en dividende (*dividend yield*) des actions, le rendement des revenus immobiliers (basés sur l'indice NCREIF) et la taille des marchés (logarithme de la capitalisation boursière des indices NYSE, AMEX et NASDAQ). Les auteurs constatent que parmi ces variables, il y en a quatre qui sont des facteurs fondamentaux affectant systématiquement les rendements immobiliers : le taux de croissance de la consommation réelle par habitant, le taux réel des Bons du Trésor 3 mois, la prime de la structure à terme des taux d'intérêt et l'inflation non anticipée.

7. Taux de capitalisation

Quelques auteurs ont tenté d'élaborer des modèles d'estimation des taux de capitalisation. Certains ont tenté de les estimer en basant leur modèle sur des modèles théoriques d'évaluation d'actifs provenant de la littérature financière comme le coût moyen pondéré

du capital (*WACC*), le *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) introduit par Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966), et le *Three-factor model* introduit par Fama et French (1996), pour n'en nommer que quelques-uns.

Evans (1990) modélise les taux de capitalisation d'immeubles multifamiliaux et d'immeubles non résidentiels américains à partir du ratio bénéfice sur cours (*earnings/price ratio*) tiré du marché boursier américain. L'auteur utilise un modèle ARIMA, et constate que les taux de capitalisation sont sensibles au ratio, malgré un décalage (*lag*) d'un trimestre. Jud et Winkler (1995) développent un modèle d'estimation du taux de capitalisation en excès par rapport au taux sans risque basé sur les modèles *WACC* et *CAPM*. Les auteurs modélisent le taux de capitalisation en excès en fonction de la prime de dette risquée (*debt spread*), de la prime de marché (*equity spread*) et de la variable structurelle propre à chaque région métropolitaine statistique (*MSA*) du pays. La prime de dette risquée correspond au taux des obligations corporatives BAA moins le taux sans risque et la prime de marché correspond aux rendements du S&P 500 moins le taux sans risque. Les variables structurelles servent à capturer les différences entre les niveaux de taux de capitalisation pour les 21 régions métropolitaines statistiques. Les auteurs constatent que les taux de capitalisation en excès répondent bien aux deux primes. Ils remarquent cependant un certain décalage (*lag*) dans l'ajustement des taux de capitalisation en excès suite aux changements dans les primes. Hendershott et MacGregor (2005) se basent sur le CAPM en introduisant un modèle à correction d'erreurs (*ECM*) qui lie le taux de capitalisation au taux de croissance réel (espéré) des loyers futurs (*expected future real rental growth*) et à deux variables tirées du marché boursier, soit le ratio dividende sur prix (*current dividend/price ratio*) et le taux de croissance réel (espéré) des dividendes (*expected future real dividend growth*). En effectuant ces estimations sur le marché du Royaume-Uni, les auteurs constatent que leurs résultats sont cohérents avec les anticipations rationnelles de retour vers la moyenne. Par exemple, lorsque les dividendes réels sont au-dessus de la moyenne à long terme, les investisseurs anticipent une baisse des dividendes réels, ce qui rendrait les actifs immobiliers plus attrayants ce qui, en fin de compte, ferait baisser les taux de capitalisation. McDonald et Dermisi (2009) se basent également sur le CAPM, mais introduisent une panoplie de facteurs intimement liés à l'immobilier, dont certains sont macroéconomiques alors que d'autres sont plutôt microéconomiques. À partir d'une base de données sur 132 transactions immobilières ayant eu lieu au centre-ville de Chicago entre 1996 et 2007, les auteurs se basent sur le modèle de Jud et Winkler (1995), et y ajoutent les facteurs spécifiques suivants : la qualité de l'immeuble (*Class*), l'âge ainsi qu'une variable binaire distinguant les immeubles ayant été rénovés. De plus, les auteurs ajoutent deux variables de changements du marché immobilier, soit la variation du taux de vacances et la variation du taux d'emploi du secteur financier.

D'autres auteurs ont également tenté de modéliser les taux de capitalisation à l'aide de régressions multiples, dont les variables explicatives ne sont plus exclusivement macroéconomiques, sans toutefois se baser sur les modèles classiques d'évaluation des

actifs financiers mentionnés précédemment. Sivitanides et al. (2001) utilisent des variables macroéconomiques et des variables liées aux marchés locaux dans l'estimation des taux de capitalisation moyens de quatre types de propriétés à travers 14 régions métropolitaines des États-Unis sur une période de 16 ans. Les variables macroéconomiques comprennent le taux d'intérêt (taux des Bons du Trésor américains 10 ans) et l'inflation annuelle. Les variables liées aux marchés locaux, quant à elles, comprennent les niveaux des loyers par région métropolitaine, la variation annuelle de ces niveaux ainsi qu'une variable structurelle propre à chaque région métropolitaine. Leur régression se fait à partir du logarithme des taux de capitalisation annuels, dont le premier décalage (*first lag*) est également une variable explicative de la régression, ce qui en fait un modèle avec spécification AR(1). Les auteurs concluent que l'évolution des taux de capitalisation dans les marchés spécifiques n'est pas seulement influencée par les facteurs locaux, mais également par les facteurs nationaux, et que les mouvements dans les taux de capitalisation peuvent être modélisés adéquatement à l'aide d'indicateurs des marchés locaux et à l'aide de prévisions du taux d'intérêt et du taux d'inflation. Elliehausen et Nichols (2012) effectuent des régressions multiples sur les taux de capitalisation en se basant sur un échantillon de 8000 taux de capitalisation d'immeubles à bureaux entre 2001 et 2009. Les auteurs utilisent différentes variables explicatives comme des variables macroéconomiques, des variables microéconomiques, une variable sur le type d'acheteur, une variable sur le type de financement, des variables sur les conditions du marché local et des variables binaires propres à chaque région métropolitaine. Les variables macroéconomiques sont : le taux des Bons du trésor américain 10 ans, les taux de rendement des obligations corporatives cotées AAA, la variation de l'IPC annuel, la variation de l'indice S&P500, la variation de l'indice des prix des maisons et l'écart entre le rendement exigé (*yield-to-maturity*) des obligations corporatives Baa et celui des obligations corporatives Aaa. Les variables microéconomiques sont des caractéristiques propres aux immeubles, soit : l'emplacement au centre-ville de la région métropolitaine, la présence d'un terrain excédentaire, la surface (en pieds carrés), la présence de multiples locataires, le taux d'occupation, l'âge de l'immeuble ainsi qu'une variable binaire distinguant les immeubles ayant été rénovés. La variable sur le type d'acheteur permet de distinguer si l'acheteur est un institutionnel, un investisseur étranger, un investisseur public, un syndicat ou un utilisateur, alors que la variable sur le type de financement distingue le type de prêt ayant servi à l'acquisition de la propriété, soit un prêt en titrisation (CMBS) ou un autre type de prêt. Les variables sur les conditions du marché local sont : le taux de vacances, le taux de croissance des loyers, l'offre d'espace de même que l'absorption nette du marché. Finalement, les auteurs incluent une variable binaire propre à chaque région métropolitaine. Les auteurs constatent que ce sont les variables macroéconomiques et les variables des conditions du marché local qui expliquent la plus grande partie des variations du taux de capitalisation. Par exemple, au niveau macroéconomique, une hausse des taux des Bons du trésor 10 ans entraîne la baisse des taux de capitalisation, ce qui hausse les prix des actifs. Cependant, lorsque les taux de rendement exigés (*yield-to-maturity*) des obligations corporatives, les prix des maisons, les

prix des actions et les primes de risque de marché augmentent, les taux de capitalisation ont plutôt tendance à augmenter, ce qui fait baisser les prix des actifs. Similairement à Elliehausen et Nichols (2012), Peng (2013) modélise le taux de capitalisation à partir de plusieurs variables explicatives différentes, soit des variables macroéconomiques, des variables propres aux conditions du marché et des variables spécifiques à l'immeuble. En utilisant 10000 taux de capitalisation issus de transactions d'immeubles résidentiels, commerciaux, industriels et à bureaux aux États-Unis entre 1980 et 2012, l'auteur constate que les variables binaires (*fixed effects*) des régions métropolitaines statistiques et les variables macroéconomiques, plus particulièrement l'offre de crédit disponible aux investisseurs (à partir du développement des *CMBS*), la performance ajustée au risque de l'investissement immobilier par le passé (à partir de l'Alpha de Jensen), l'appréciation décalée (*lagged appreciation*) de l'indice des prix des maisons et les dépenses en construction non résidentielle, sont les variables ayant le plus grand pouvoir explicatif du taux de capitalisation.

8. Taux de rendement exigé

Au lieu de modéliser les taux de capitalisation, certains auteurs ont plutôt choisi de modéliser le taux de rendement exigé (k). Par exemple, Hoesli, Jani et Bender (2005) utilisent le modèle dynamique CIR pour simuler le taux d'intérêt à chaque période et y ajoutent deux primes de risque liées à l'immobilier afin d'estimer le taux de rendement exigé. La première correspond au risque lié à la classe d'actifs immobiliers en général, tandis que la deuxième correspond à une fonction linéaire des caractéristiques hédoniques de l'immeuble, soit la localisation, la qualité de l'immeuble et l'âge du bâtiment. Certaines de ces caractéristiques seront également utilisées par McDonald et Dermisi (2008), qui modélisent également le taux de rendement exigé par l'investisseur. En utilisant la même base de données sur le centre-ville de Chicago que McDonald et Dermisi (2009), les auteurs modélisent le taux de rendement exigé à partir du taux de capitalisation, qui sera par la suite ajusté en ajoutant d'autres variables explicatives, soit : la qualité de l'immeuble, l'âge du bâtiment, une variable binaire distinguant les immeubles ayant été rénovés, la variation du taux de vacances et la variation du taux d'emplois dans le secteur financier.

9. Prime de risque immobilière

Peu d'auteurs ont tenté de modéliser la prime de risque liée à l'investissement immobilier. Shilling (2003) tente de déterminer si la prime de risque liée aux actifs immobiliers est prévisible et bien mesurée par le marché en utilisant les données d'un sondage sur les attentes des investisseurs depuis les quinze dernières années. L'auteur mentionne que les primes de risques espérées (*ex ante*) pour le marché immobilier sont relativement élevées par rapport à leur risque. Trop élevées d'ailleurs pour être pleinement expliquées par des modèles économiques standards. L'auteur mentionne également que les rendements espérés (*ex ante*) sont plus élevés que les rendements moyens réalisés, suggérant ainsi que l'utilisation de moyennes historiques pour estimer la prime de risque de l'immobilier peut être trompeuse.

Tel que mentionné précédemment, Hoesli, Jani et Bender (2005) modélisent deux primes de risque qui, une fois additionnées ensemble, donnent la prime de risque de l'immobilier : $P = p_1 + p_2$. La prime p_1 provient de la participation dans le marché des actifs immobiliers. Elle est modélisée par une loi normale tronquée avec une moyenne de 0.075%, un minimum de 0% et un maximum de 1.5%. La deuxième prime p_2 correspond à un système de classement de l'immeuble utilisant des caractéristiques hédoniques immobilières :

$$TP = \omega(\text{building quality}) * P(\text{building quality}) + \omega(\text{location}) * P(\text{location}) + \omega(\text{age}) * P(\text{age})$$

Où ω est le poids et P est le nombre de points attribués à la caractéristique. La prime p_2 s'estime ainsi :

$$p_2 = (100 - TP)/100$$

Cette prime se situe entre 0 et 1%. Ainsi, la prime de risque totale P se situe entre 0 et 2.5%, ce qui, selon les auteurs, est conforme avec la prime de risque exigée pour l'investissement immobilier par les fonds de pension situés à Genève.

Hutchison et al. (2012) tentent de déterminer si les primes de risque immobilières commerciales (*ex post*) ont des moyennes stables dans leur processus de variation temporelle (*time-varying framework*) en utilisant un modèle de changement de régime de Markov. À partir des données de l'indice IPD UK Monthly Property Index, les auteurs développent un modèle de prime de risque incluant un processus AR(2), une variable binaire μ du changement de régime (période de contraction ou d'expansion) ainsi qu'une variable de probabilité transitionnelle de se trouver dans une période où la prime de risque est élevée ($prob_t$) :

$$p_t = \mu + \varphi_1 p_{t-1} + \varphi_2 p_{t-2} + \gamma prob_t + \varepsilon_t$$

Les auteurs concluent que même si les changements de régime ne semblent pas aussi pertinents dans l'immobilier commercial que dans les actions et les obligations, ils existent dans certains secteurs. De plus, ils expliquent que l'utilisation de moyennes simples pour estimer les primes de risque (*ex post*) par secteurs pourrait masquer des phénomènes de changements structurels. En d'autres termes, les résultats des auteurs indiquent que les moyennes des primes de risque immobilières commerciales ne sont pas parfaitement stables dans le temps.

Ho, Addae-Dapaah et Glascock (2015) tentent d'estimer les primes de risque immobilières du marché américain et des marchés du Nord et du sud de l'Asie en développant un modèle de la théorie d'arbitrage (APT). À partir des bases de données JLL-REIS Asia et Russell-NCREIF Property Indexes, les auteurs délisent (*unsmoothing*) les rendements immobiliers en utilisant le modèle autorégressif de premier et de quatrième ordre établi par Geltner et al. (2007). Le modèle comprend le taux sans risque (ordonnée à l'origine), la croissance réelle du PIB à t-1, le taux d'inflation annuel capitalisé trimestriellement, le taux de vacances, ainsi que deux variables binaires tenant compte de la région géographique (USA,

North Asia, South Asia). Ainsi, les auteurs estiment la prime de risque associée à chaque facteur de risque inclus dans le modèle, et ce, pour chacun des secteurs immobiliers (bureaux, commercial, résidentiel) et pour chacune des villes comprises dans l'échantillon (Bangalore, Beijing, Bangkok, Chennai, New Delhi, Hong Kong, Jakarta, Kuala Lumpur, Mumbai, Manila, Singapore, Shanghai, Seoul, Tokyo, United States). Ils concluent que la véritable volatilité historique obtenue suite au processus de déliassage des rendements est une variable pertinente pour estimer la prime de risque immobilière internationale et que l'utilisation de rendements lissés (*smoothed*) sous-estime significativement les primes de risque immobilières de tous les marchés étudiés. Les auteurs concluent également que les changements macroéconomiques et les variables immobilières expliquent plus significativement les rendements d'immeubles à bureaux et d'immeubles commerciaux que les rendements d'immeubles résidentiels. De plus, les auteurs indiquent que les primes de risque pour les marchés d'Asie du Nord et d'Asie du Sud sont plus élevées que les primes de risque du marché américain.

10. Inflation et variation de l'indice des prix à la consommation (ΔIPC)

Tout d'abord, il faut comprendre que l'IPC est l'indice des prix à la consommation qui sert, entre autres, à estimer le taux d'inflation :

$$\text{Taux d'inflation} = \frac{IPC_t - IPC_{t-1}}{IPC_{t-1}}$$

Ainsi, la variation de l'IPC est égale au taux d'inflation multiplié par l'IPC de la période précédente :

Très peu d'auteurs ont directement modélisé la variation de l'IPC. Cependant, pour ce qui est du taux d'inflation, Nelson et Schwert (1977) tentent d'identifier le meilleur modèle de prévision de l'inflation mensuelle aux États-Unis à partir d'un échantillon allant de février 1953 à juillet 1971 et sélectionnent le modèle IMA(1,1). Stock et Watson (2007) tentent d'expliquer pourquoi l'indice des prix à la consommation aux États-Unis est plus difficile à prévoir qu'auparavant, et concluent qu'en contexte univarié, parmi les modèles AR, MA et les modèles utilisant les chaînes de Markov, le modèle de moyenne mobile intégrée IMA(1,1) (*integrated moving average*) affiche les erreurs de prévision au carré moyennes (*MSFE*) les plus faibles pour tous les horizons étudiés et pour toutes les séries d'inflation utilisées.

11. Taux des obligations gouvernementales 10 ans

Il existe quelques modèles servant à prévoir les taux des obligations gouvernementales 10 ans. Par exemple, Castellani et Dos Santos (2006) comparent huit modèles de prédiction des taux de rendement (*yield-to-maturity*) des obligations gouvernementales américaines 10 ans (*US 10-year Treasury bonds*), soit six modèles utilisant l'intelligence artificielle ainsi que deux modèles classiques, soit le modèle ARIMA et le modèle à correction d'erreur (ECM). Les auteurs concluent que le modèle ECM performe un peu mieux que les autres modèles, suivi de près par le modèle ARIMA.

D'autres auteurs comme Diebold et Li (2006) ont également utilisé le modèle de Nelson et Siegel (1987) afin d'effectuer des prédictions sur la structure à terme des taux d'intérêt. Ce modèle de prévision permet d'estimer la structure à terme des taux d'intérêt, soit les taux d'intérêt de la prochaine période pour chacune des maturités, selon la sensibilité des taux d'intérêt à trois facteurs : le niveau des taux d'intérêt (*level*), la pente (*steepness*) ainsi que l'effet de courbure (*curvature*).

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right)$$

Diebold et Li (2006) mentionnent que même si les prévisions d'un horizon d'un mois ne sont pas meilleures que les modèles de marche aléatoire et les autres modèles de prévision, les prévisions d'un horizon d'un an sont grandement supérieures.

Cependant, les taux (*yield-to-maturity*) des obligations gouvernementales 10 ans peuvent, tout comme le taux des Bons du Trésor 3 mois (taux sans risque), être simulés à l'aide du modèle CIR. Brown et Dybvig (1986) effectuent la simulation des taux d'intérêt à l'aide du modèle CIR en utilisant les données mensuelles de chaque bon du Trésor (*Treasury Bill*), Note et obligation gouvernementale (*Treasury Bond*) pour différentes maturités entre décembre 1952 et décembre 1983.

12. Taux des obligations corporatives AAA

En ce qui concerne les taux de rendement (*yield-to-maturity*) des obligations corporatives AAA, divers modèles ont été utilisés dans la littérature pour prévoir la structure à terme des obligations corporatives ou encore pour prévoir l'écart entre les taux des obligations corporatives et les taux des obligations gouvernementales (*corporate bond yield spreads*).

Yu et Salyards (2009) et Yu et Zivot (2011) utilisent également le modèle de Nelson et Siegel (1987) afin de prévoir les taux de rendement à l'échéance (*yield-to-maturity*) d'obligations corporatives. Les deux papiers indiquent que le modèle performe bien et Yu et Salyards (2009) concluent que le modèle à trois facteurs de Nelson et Siegel (1987) est suffisant pour expliquer environ 92% des variations des taux (*corporate yields*), faisant en sorte qu'un quatrième facteur incluant le risque de défaut et l'écart de crédit (*credit spread*) n'est pas nécessaire.

Baghestani (2005) étudie le *credit spread* entre les obligations corporatives AAA et les taux des obligations gouvernementales 10 ans (*Treasury Bonds*). L'auteur compare le modèle de prévision ARIMA avec le modèle se basant sur le sondage *Survey of Professional Forecasters* (SPF). L'auteur conclut que les prévisions SPF sont généralement sans biais et surperforment constamment les prévisions du modèle ARIMA.

13. Écart de crédit Baa-Aaa

Très peu d'auteurs ont spécifiquement traité de l'écart entre les *yield-to-maturity* des obligations corporatives Baa et Aaa. Cependant, quelques auteurs ont traité du *credit spread* (Baa-T) entre les obligations corporatives Baa et les obligations gouvernementales

de maturité similaire. Lamdin (2004) est l'un des rares auteurs qui examine les *credit spreads* entre des obligations corporatives et gouvernementales ainsi que les *credit spreads* entre des obligations corporatives de différentes qualités (c.-à-d. ayant des cotes différentes). En utilisant des données de février 1970 à mai 2003, l'auteur constate que les *credit spreads* Aaa-T et Baa-T ont augmenté dans le temps, alors que le *credit spread* Baa-Aaa n'a pas suivi la même tendance, ayant plutôt diminué dans le temps suggérant une diminution du risque relatif pour ces deux familles d'obligations. L'auteur ajoute qu'à court terme, avec des données mensuelles, il y a un lien de causalité entre les variations du marché boursier et les *credit spreads* ; une hausse ou une baisse du marché boursier tend à précéder (prévoir) un changement opposé dans les *credit spreads*. Cependant la relation inverse n'est pas toujours vraie.

Bhanot (2005) étudie le phénomène de retour vers la moyenne pour l'écart de crédit (Baa-T). L'auteur indique que la littérature financière portant sur la simulation des écarts de crédit contient plusieurs modèles de processus de diffusion (*continuous time diffusions*) où les termes de tendance sont linéaires, alors que le terme de tendance de son modèle de diffusion indique que l'écart de crédit devrait montrer un phénomène de retour vers la moyenne (*mean-reverting process*) élevé lorsque l'écart est à des niveaux élevés ainsi qu'à des niveaux bas. L'auteur ajoute qu'un tel phénomène nécessite un terme de tendance non linéaire dans le cadre de simulations.

14. Variation des indices boursiers

Au niveau de la variation des indices boursiers, peu d'auteurs ont tenté de prévoir la variation directement. Cependant, plusieurs auteurs ont travaillé sur la prévision des rendements d'indices boursiers. Poterba et Summers (1988) étudient le phénomène de retour vers la moyenne dans les prix des actions et constatent que les rendements présentent de l'autocorrélation positive à court terme alors qu'ils présentent de l'autocorrélation négative sur de plus longs intervalles. Fang et Xu (2003) établissent un modèle de prévision des rendements boursiers qui combine des modèles de séries temporelles (*time series approach*) avec des modèles d'analyse technique. Les modèles de séries temporelles comprennent : AR(1), AR(1)-GARCH(1,1), AR(1)-GARCH(1,1)-M et AR(1)-EGARCH(1,1). Les auteurs indiquent que les modèles d'analyse technique performant mieux lors de périodes haussières du marché alors que les modèles de séries temporelles performant mieux lors de périodes baissières du marché. Les paramètres des modèles de séries temporelles AR sont tous significatifs à l'exception de quelques paramètres sur les ordonnées à l'origine (*intercept*) et sur le coefficient δ du modèle GARCH-M. Serrano et Hoesli (2010), quant à eux, comparent la prévisibilité (*predictability*) des rendements d'actions et des rendements de REITs pour plusieurs marchés géographiques, soit les États-Unis, Hong Kong, Japon, Australie, Royaume-Uni, France, Singapour, les Pays-Bas, Allemagne et Suède. Les auteurs effectuent leurs prévisions en utilisant les modèles ARMA et ARMA-EGARCH. Les auteurs concluent que les stratégies de transactions actives (*Active trading strategies*) basées sur les prévisions ARMA et ARMA-EGARCH

performent mieux que le *buy and hold benchmark* pour tous les marchés, autant pour les actions que pour les REITs.

Bien que les rendements d'un indice ne soient pas équivalents aux variations de celui-ci, nous croyons que les modèles servant à prédire les rendements peuvent aisément s'appliquer en contexte de prévision de la variation.

15. Prime de risque de marché (Rm-Rf)

Il existe une vaste littérature portant sur la modélisation du rendement excédentaire du marché par rapport au taux sans risque (Rm-Rf), soit la prime de risque de marché. Plusieurs auteurs modélisent la prime de risque à partir de variables macroéconomiques (voir Ferson et Harvey (1991), Ferson et Harvey (1994), Goyal et Welch (2003), Marquering et Verbeek (2004) et Rapach, Wohar et Rangvid (2005)). Welch et Goyal (2008) testent le pouvoir de prédiction de modèles largement utilisés dans la littérature qui utilisent des variables macroéconomiques afin de prévoir la prime de risque de marché. Ces variables comprennent de multiples variables macroéconomiques comme le ratio *book-to-market*, l'inflation, le taux sans risque (T-bill), le rendement en dividende (*dividend yield*), le ratio bénéfice sur cours (*Earnings Price ratio*), et plusieurs autres. Les auteurs concluent que depuis les trente dernières années (soit environ de 1975 à 2005), ces modèles de prévision ont été très peu performants. Les auteurs ajoutent même qu'une décision d'investissement basée sur la prime de risque moyenne de l'historique, soit la prévision de la prime de risque basée sur sa valeur depuis toujours, aurait mieux performé pour prévoir la prime de risque et aurait permis aux investisseurs d'obtenir de meilleurs rendements qu'une décision d'investissement basée sur les différentes variables macroéconomiques utilisées dans la littérature. Harris et Marston (1999) étudient la prime de risque de marché et comparent un modèle qui se base sur les anticipations des investisseurs avec un modèle qui se base sur les rendements historiques. Les auteurs indiquent qu'aucun des deux modèles ne se démarque de l'autre, et que la prime de risque de marché est largement comparable aux primes de risque historiques à long terme, soit les écarts entre les rendements du marché et les taux sans risque historiques. Cependant, les auteurs indiquent qu'il y a assez d'évidences pour dire que la prime de risque de marché varie dans le temps et que l'utilisation d'une prime de risque constante dans le temps ne permettrait pas de capturer pleinement les changements dans le rendement exigé par les investisseurs.

Annexe 2 : Littérature portant sur la Valeur à risque des REITs.

Plusieurs auteurs ont tenté d'estimer la VAR et de modéliser la volatilité conditionnelle des REITs. En contexte univarié, quelques auteurs ont tenté d'estimer la Valeur à risque de portefeuilles de REITs. Lu, Wu et Ho (2009) emploient 5 méthodes d'estimation de la Valeur à risque pour 12 portefeuilles de REITs, qui sont formés en fonction des types d'immeubles détenus (résidentiel, commercial, industriel, résidences de personnes âgées, bureaux, entrepôts, hôtels et diversifié) et en fonction de l'effet de levier utilisé (inférieur à 30%, entre 30 et 60%, supérieur à 60%). Les auteurs estiment la VAR historique inconditionnelle, la VAR par la méthode du Bootstrap ainsi que trois modèles de VAR paramétriques : le modèle inconditionnel EQWMA avec la loi normale, le modèle inconditionnel EQWMA avec la loi t de Student (EQWMA-t) et le modèle conditionnel EWMA. Les auteurs constatent qu'au niveau de confiance de 95%, le modèle EWMA performe le mieux, alors que le modèle EQWMA-t affiche la pire performance en surestimant la VAR pour tous les portefeuilles. Au niveau de confiance de 99%, le modèle EQWMA performe le mieux alors que le modèle EWMA affiche la pire performance en sous-estimant la VAR. Lu et al. (2013) estiment six modèles de VAR à partir d'un échantillon de 122 REITs américains pour la période de 1981 à 2011. Les six modèles comprennent une VAR par simulation historique inconditionnelle, une VAR par simulation Monte-Carlo, une VAR paramétrique conditionnelle avec le modèle RiskMetrics, une VAR paramétrique conditionnelle GARCH ainsi que deux estimations de la VAR par composite des 4 modèles précédents, soit une moyenne équipondérée des 4 VAR et une moyenne pondérée par la racine de la moyenne des erreurs au carré (RMSE weight methods) des 4 VAR. Les auteurs constatent qu'au niveau de confiance de 95%, les modèles VAR paramétrique GARCH et VAR par simulation historique inconditionnelle performent le mieux alors que le modèle VAR paramétrique RiskMetrics performe le mieux au niveau de confiance de 99%. Zhou et Anderson (2012) estiment quatre modèles de VAR avec un échantillon de rendements journaliers de REITs provenant de 9 marchés internationaux d'envergure, soit l'Australie, la France, l'Allemagne, Hong Kong, l'Italie, le Japon, Singapour, le Royaume-Uni et les États-Unis, entre le 3 janvier 1993 et le 31 décembre 2009. Les modèles comprennent deux modèles de VAR paramétriques conditionnels, soit un modèle GARCH avec la distribution t de Student (GARCH-t) et un modèle GARCH avec la distribution d'erreur généralisée (GARCH-GED), un modèle de VAR semi-paramétrique, soit un modèle GARCH appliqué avec la théorie des valeurs extrêmes (GARCH-EVT), ainsi que deux modèles non paramétriques, soit deux modèles de simulation historique filtrée dont l'un utilise 500 rendements passés (FHS500) et l'autre 250 (FHS250). Les auteurs constatent que parmi les trois catégories, ce sont les modèles non paramétriques, soit les deux modèles de simulation historique filtrée, qui performent le mieux.

En contexte multivarié, très peu d'auteurs ont traité des modèles de VAR sur les REITs. Cependant, quelques auteurs ont utilisé les modèles de prévision de la volatilité en contexte multivarié, non pas pour estimer des VAR, mais pour étudier le comportement et le potentiel de l'effet de diversification qu'offrent les REITs à l'intérieur d'un

portefeuille. Pour un portefeuille composé exclusivement de REITs, Begiazi, Asteriou et Pilbeam (2016) analysent le potentiel de diversification qu'ont offert les marchés des REITs répartis dans trois régions du monde, soit les Amériques, l'Europe et la région Asie Pacifique entre février 2006 et juillet 2013. Les auteurs utilisent le modèle DCC-GARCH pour mesurer l'évolution de la matrice de corrélations puis utilisent le modèle BEKK-GARCH pour mesurer l'évolution de la matrice des variances-covariances entre les différents marchés. Similairement, Cotter et Stevenson (2006) utilisent le modèle BEKK-GARCH afin d'analyser les liens de dépendance entre la volatilité des REITs d'équité (*Equity REITs*) et des REITs d'hypothèque (*Mortgage REITs*) américains de janvier 1999 à juin 2003. Pour un portefeuille composé de différentes classes d'actifs, Cotter et Stevenson (2006) utilisent également le modèle BEKK-GARCH afin d'analyser les liens de dépendance entre les REITs et les actions américaines pour la même période. Lee (2014) analyse la volatilité et l'asymétrie entre les REITs et les actions dans 9 pays, soit l'Australie, la Belgique, l'Allemagne, l'Italie, le Japon, les Pays-Bas, Singapour, le Royaume-Uni et les États-Unis. L'auteur constate que les modèles DCC-GARCH permettent une meilleure estimation de la matrice de corrélation que les modèles CCC-GARCH. Feng, Yan et Li (2015) utilisent également le modèle DCC-GARCH dans l'estimation de la corrélation et de la volatilité dynamique des REITs américains par rapport aux actions et à l'immobilier direct, de janvier 1987 à février 2014. Cette estimation leur permet de comparer la performance et le potentiel de diversification qu'offrent ces différentes classes d'actifs.

Annexe 3 : Discrétisation du modèle CIR

Le modèle CIR, qui est un modèle en temps continu, s'exprime comme suit :

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t$$

Dans le cadre de la présente recherche, nous devons modifier le modèle CIR afin qu'il puisse s'exprimer en temps discret selon :

$$r_{t+\Delta_t} - r_t = \kappa(\theta - r_t)\Delta_t + \sigma\sqrt{r_t}\Delta_t\varepsilon_t$$

Nous devons déterminer la moyenne à long terme des taux sans risque (θ) à partir de notre échantillon. De plus, nous devons diviser les deux côtés de l'équation par $\sqrt{r_t}$ afin de bien mesurer la valeur de l'écart-type à insérer dans l'équation. Ce paramètre (σ) s'estime à partir de l'écart-type de la régression de $\left(\frac{r_{t+\Delta_t} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$ sur $\left(\frac{(\theta - r_t)}{\sqrt{r_t}}\right)$. En effet, il faut faire attention, car l'écart-type ($\sigma_{r_{ég.}}$) de la régression présentée à l'équation 14 n'est pas équivalent à l'écart-type des résidus (σ_ε) ; la présence de la racine carrée du taux d'intérêt au temps t ($\sqrt{r_t}$) à l'intérieur du terme aléatoire du processus de diffusion CIR fait en sorte que $\sigma_{r_{ég.}} \neq \sigma_\varepsilon$. Dans un processus de diffusion habituel, le terme aléatoire correspond simplement au produit de l'écart-type des résidus et du processus de Wiener.

$$\varepsilon = \sigma_\varepsilon dW_t \text{ où } dW_t \sim N(0,1)$$

Ainsi, avec le modèle CIR, il est nécessaire de diviser le terme aléatoire par $\sqrt{r_t}$ afin de bien mesurer la valeur de l'écart-type à insérer dans l'équation.

$$\varepsilon = \sigma_\varepsilon \sqrt{r_t} dW_t \leftrightarrow \frac{\varepsilon}{\sqrt{r_t}} = \sigma_\varepsilon dW_t$$

Cette division doit donc être effectuée pour toute l'équation du modèle CIR en valeurs discrètes selon :

$$r_{t+\Delta_t} - r_t = \kappa(\theta - r_t)\Delta_t + \sigma\sqrt{r_t}\Delta_t\varepsilon_t$$

$$\frac{r_{t+\Delta_t} - r_t}{\sqrt{r_t}} = \kappa\left(\frac{(\theta - r_t)}{\sqrt{r_t}}\right)\Delta_t + \sigma\sqrt{\Delta_t}\varepsilon_t$$

Puisque les données sont sur une fréquence mensuelle et que nous simulons chaque mois, alors $\Delta_t = 1$. Ainsi, le processus de diffusion s'écrit selon :

$$\frac{r_{t+\Delta_t} - r_t}{\sqrt{r_t}} = \kappa\left(\frac{(\theta - r_t)}{\sqrt{r_t}}\right) + \sigma dW_t$$

Il faut rappeler que la condition $2\kappa\theta \geq \sigma^2$ doit être respectée durant le processus de diffusion afin que le modèle CIR soit bien défini et que le tirage de taux d'intérêt simulés négatifs soit impossible.

Annexe 4 : Discussion sur la distribution t de Student multivariée.

La distribution t de Student multivariée se distingue de la distribution normale multivariée non seulement par la nature des distributions marginales qui la compose, mais également par la méthodologie nécessaire à son application dans un contexte de simulations Monte-Carlo multivariées.

Au niveau de la distribution normale multivariée, les distributions marginales qui composent la distribution correspondent à des lois normales centrées réduites de moyenne 0 et de variance 1 ($dW_t \sim N(0,1)$). La variance unitaire de ces distributions marginales facilite grandement la modélisation en contexte multivarié. En effet, pour simuler les termes aléatoires de chacune des n variables, il est nécessaire d'effectuer une mise à l'échelle afin de simuler des termes aléatoires (σdW_t) où $\sigma dW_t \sim N(0, \sigma^2)$. Tout comme l'a indiqué Cassidy (2016), cette mise à l'échelle s'effectue en estimant la matrice $[M]$, décomposée à partir de la matrice d'échelle (*scale matrix*) $[\Sigma_s]$ à l'aide de la décomposition de Cholesky, puis en la multipliant par le vecteur nx1 des nombres aléatoires dW_t .

$$[\Sigma_s] = \begin{bmatrix} m_{1,1}^2 & m_{1,1}m_{2,1} & m_{1,1}m_{3,1} & m_{1,1}m_{4,1} \\ m_{1,1}m_{2,1} & m_{2,1}^2 + m_{2,2}^2 & m_{2,1}m_{3,1} + m_{2,2}m_{3,2} & m_{2,1}m_{4,1} + m_{2,2}m_{4,2} \\ m_{1,1}m_{3,1} & m_{2,1}m_{3,1} + m_{2,2}m_{3,2} & m_{3,1}^2 + m_{3,2}^2 + m_{3,3}^2 & m_{3,1}m_{4,1} + m_{3,2}m_{4,2} + m_{3,3}m_{4,3} \\ m_{1,1}m_{4,1} & m_{2,1}m_{4,1} + m_{2,2}m_{4,2} & m_{3,1}m_{4,1} + m_{3,2}m_{4,2} + m_{3,3}m_{4,3} & m_{4,1}^2 + m_{4,2}^2 + m_{4,3}^2 + m_{4,4}^2 \end{bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ m_{2,1} & m_{2,2} & 0 & 0 \\ m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} & 0 \\ m_{4,1} & m_{4,2} & m_{4,3} & m_{4,4} \end{bmatrix}$$

$$[M]_{n \times n} [dW_t]_{n \times 1} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ m_{2,1} & m_{2,2} & 0 & 0 \\ m_{3,1} & m_{3,2} & m_{3,3} & 0 \\ m_{4,1} & m_{4,2} & m_{4,3} & m_{4,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dW_{i,t} \\ dW_{i,t} \\ dW_{i,t} \\ dW_{i,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_i dW_{i,t} \\ \sigma_i dW_{i,t} \\ \sigma_i dW_{i,t} \\ \sigma_i dW_{i,t} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Dans le cas de la distribution normale multivariée, les facteurs de mise à l'échelle β_i (*scaling factors*) de chacune des n variables qui composent la matrice $[M]$ correspondent directement aux écarts-types des résidus de chacune des n variables.

$$\beta_i = |m_{i,i}| = \sigma_i$$

Ainsi, la matrice d'échelle $[\Sigma_s]$ est égale à la matrice variance-covariance de nos résidus standardisés $[\Sigma]$.

$$[\Sigma] = [\Sigma_s] = [M][M]^T$$

Il s'agit d'une propriété de la distribution normale multivariée qui n'est pas partagée par toutes les distributions de probabilités multivariées et qui facilite grandement la modélisation du modèle de simulation Monte-Carlo multivariée.

En ce qui concerne la distribution t de Student multivariée, la modélisation est un peu plus complexe.

Il faut comprendre que les distributions marginales qui composent la distribution t de Student multivariée correspondent à des lois t de Student de moyenne 0 et de variance $\frac{v}{v-2}$ ($\epsilon_t \sim t_v(0, \frac{v}{v-2})$), où v correspond au nombre de degrés de liberté de la loi t de Student. Il est nécessaire d'effectuer une mise à l'échelle afin de simuler des termes aléatoires ($\sigma\epsilon_t$) où $\sigma\epsilon_t \sim t_v(0, \sigma^2)$. Tout comme c'est le cas avec la distribution normale multivariée, cette mise à l'échelle s'effectue en estimant la matrice (M), décomposée à partir de la matrice d'échelle (*scale matrix*) [Σ_s] à l'aide de la décomposition de Cholesky, puis en la multipliant par le vecteur nx1 des nombres aléatoires ϵ_t . Cependant, la variance des distributions marginales de la t de Student multivariée n'est pas égale à 1 comme c'est le cas avec la normale multivariée.

Cela fait en sorte que les facteurs de mise à l'échelle β_i (*scaling factors*) de chacune des n variables qui composent la matrice [M] ne correspondent pas aux écarts-types des résidus de chacune des n variables,

$$\beta_i = |m_{i,i}| \neq \sigma_i$$

et que la matrice d'échelle [Σ_s] n'est pas égale à la matrice variance-covariance de nos résidus [Σ].

$$[L][L]^T = [\Sigma] \neq [\Sigma_s] = [M][M]^T$$

Il est donc nécessaire d'estimer la matrice d'échelle (*scale matrix*) [Σ_s] propre à la t de Student multivariée pour ensuite la décomposer au sens de Cholesky afin d'obtenir la matrice [M]. C'est cette matrice [M] qui devra multiplier le vecteur nx1 des nombres aléatoires ϵ_t afin que les termes aléatoires $\sigma\epsilon_t$ suivent bel et bien une t de Student de moyenne 0 et de variance σ^2 ($\sigma\epsilon_t \sim t_v(0, \sigma^2)$).

Ignorer cette étape en utilisant directement la matrice [L], soit la décomposition de Cholesky de la matrice variance-covariance des résidus standardisés [Σ], ferait en sorte que les liens de dépendance entre les résidus du modèle seraient mal spécifiés et que les termes aléatoires $\sigma\epsilon_t$ ne suivraient pas une t de Student de variance σ^2 .

$$\sigma\epsilon_t \sim t_v(0, \sigma^2)$$

Puisque la loi t de Student a une moyenne de 0 et une variance de $\frac{v}{v-2}$, il est nécessaire d'associer chaque composante $m_{i,i}^2$ de la matrice [Σ]³¹ à la variance $\frac{v_j}{v_j-2}$ qui lui correspond afin de calculer les variances de chacune des n variables, et il est nécessaire d'associer

³¹ Nous conservons la notation $m_{i,j}$ utilisée plus haut dans la présentation de la matrice d'échelle [Σ_s] de la normale multivariée. Le lecteur doit comprendre que pour la normale multivariée, [Σ_s] = [Σ], et il doit comprendre que dans le contexte de la t de Student multivariée, les notations $m_{i,j}$ correspondent en fait aux composantes de la matrice L. Le lecteur doit également comprendre que les sommes des produits de $m_{i,j}$ et $\frac{v_k}{v_k-2}$ servent à calculer les composantes de la matrice d'échelle [Σ_s] de la t de Student multivariée. Nous avons conservé la même notation pour fins de simplicité de présentation.

chaque composante $m_{i,k}m_{j,k}$ de la matrice $[\Sigma]$ à la variance $\frac{v_k}{v_k-2}$ qui lui correspond afin de calculer les covariances entre chacune des n variables. Voyons quelques exemples.

Pour calculer la variance mise à l'échelle (*scaled*) correspondant à l'élément situé à la première ligne et à la première colonne (1,1) de la matrice d'échelle $[\Sigma_s]$, il est nécessaire de multiplier la composante $m_{1,1}^2$ apparaissant à l'élément (1,1) de la matrice variance-covariance $[\Sigma]$ par la variance $\frac{v_1}{v_1-2}$ qui lui correspond. Ainsi, l'élément (1,1) de la matrice $[\Sigma_s]$, se calcule selon :

$$E\{y_1^2\} = \frac{v_1}{v_1 - 2} \times m_{1,1}^2$$

Pour calculer la variance mise à l'échelle (*scaled*) correspondant à l'élément situé à la quatrième ligne et à la quatrième colonne (4,4) de la matrice d'échelle $[\Sigma_s]$, il est nécessaire de multiplier chaque composante de la somme $m_{4,1}^2 + m_{4,2}^2 + m_{4,3}^2 + m_{4,4}^2$ apparaissant à l'élément (4,4) de la matrice variance-covariance $[\Sigma]$ par les variances $\frac{v_j}{v_j-2}$ qui leur correspondent. Ainsi, l'élément (4,4) de la matrice $[\Sigma_s]$ se calcule à partir de la somme des produits suivante :

$$E\{y_4^2\} = \frac{v_1}{v_1 - 2} \times m_{4,1}^2 + \frac{v_2}{v_2 - 2} \times m_{4,2}^2 + \frac{v_3}{v_3 - 2} \times m_{4,3}^2 + \frac{v_4}{v_4 - 2} \times m_{4,4}^2$$

Pour calculer la covariance mise à l'échelle (*scaled*) correspondant à l'élément situé à la première ligne et à la troisième colonne (1,3) de la matrice d'échelle $[\Sigma_s]$, il est nécessaire de multiplier la composante $m_{1,1}m_{3,1}$ apparaissant à l'élément (1,3) de la matrice variance-covariance $[\Sigma]$ par la variance $\frac{v_1}{v_1-2}$ qui lui correspond. Ainsi, l'élément (1,3) de la matrice $[\Sigma_s]$, se calcule selon :

$$E\{y_1y_3\} = \frac{v_1}{v_1 - 2} \times m_{1,1}m_{3,1}$$

Pour calculer la covariance mise à l'échelle (*scaled*) correspondant à l'élément situé à la quatrième ligne et à la troisième colonne (4,3) de la matrice d'échelle $[\Sigma_s]$, il est nécessaire de multiplier chaque composante de la somme $m_{3,1}m_{4,1} + m_{3,2}m_{4,2} + m_{3,3}m_{4,3}$ apparaissant à l'élément (4,3) de la matrice variance-covariance $[\Sigma]$ par les variances $\frac{v_k}{v_k-2}$ qui leur correspondent. Ainsi, l'élément (4,3) de la matrice $[\Sigma_s]$, se calcule selon :

$$E\{y_3y_4\} = \frac{v_1}{v_1 - 2} \times m_{3,1}m_{4,1} + \frac{v_2}{v_2 - 2} \times m_{3,2}m_{4,2} + \frac{v_3}{v_3 - 2} \times m_{3,3}m_{4,3}$$

Nous pouvons exprimer ces équations en généralisant pour une matrice nxn, où la variance mise à l'échelle de la variable i correspond à :

$$E\{y_i^2\} = \sum_{j=1}^i \frac{v_j}{v_j - 2} \times m_{j,j}^2$$

Et où la covariance mise à l'échelle entre les variables i et j correspond à :

$$E\{y_i y_j\} = \sum_{k=1}^{\min(i,j)} \frac{v_k}{v_k - 2} \times m_{i,k} m_{j,k}$$

Évidemment, les deux dernières équations correspondent à la situation où le nombre de degrés de liberté v_i de chacune des distributions marginales qui composent la t de Student multivariée est différent pour toutes les n variables.

Dans la situation où le nombre de degrés de liberté v_i de chacune des distributions marginales qui composent la t de Student multivariée est identique pour toutes les n variables ($v_i = v$), les calculs à effectuer demeurent les mêmes outre le fait que v_i correspond toujours à v . Dans ce contexte, la variance mise à l'échelle de la variable i correspond à :

$$E\{y_i^2\} = \sum_{j=1}^i \frac{v}{v - 2} \times m_{j,j}^2$$

Et la covariance mise à l'échelle entre les variables i et j correspond à :

$$E\{y_i y_j\} = \sum_{k=1}^{\min(i,j)} \frac{v}{v - 2} \times m_{i,k} m_{j,k}$$

Annexe 5 : Méthodologie-Analyse des rendements immobiliers simulés.

Une fois que les rendements immobiliers simulés auront été calculés, nous aurons, tout comme ce sera le cas avec les valeurs immobilières, une distribution de 1000 rendements immobiliers $r_{k,t}$ pour chacun des

185 mois de la période de backtesting, pour chacun des marchés géographiques et pour chacun des modèles de simulation. Nous pourrons encore une fois mesurer la dispersion de chacune de ces distributions en mesurant les valeurs correspondant au 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentile ainsi que la moyenne de la distribution.

$$\mathbb{E}(r_t) = \frac{\sum r_t}{n}$$

Nous pourrons ensuite calculer l'écart-type de ces séries de rendements.

$$\sigma(r_t) = \sqrt{\sigma^2(r_t)} = \sqrt{\frac{\sum (r_t - \mathbb{E}(r_t))^2}{(n - 1)}}$$

Ces calculs nous permettront de comparer l'écart-type de ces rendements pour les différents percentiles de la distribution. Par exemple, si la variance du 5^e percentile est plus élevée que les variances de la moyenne et du 95^e percentile, cela impliquera que les rendements sont généralement plus volatiles dans la queue de distribution des pertes que dans le centre et dans la queue de distribution des gains.

De plus, nous pourrons comparer les différents modèles de simulation utilisés ainsi que les différents marchés géographiques étudiés. Nous allons calculer l'écart-type de ces séries de rendements sur toute la période de backtesting (complet), mais nous allons également calculer l'écart-type de ces rendements sur nos trois sous-périodes, soit avant, pendant et après la crise.

La première période s'étend de février 2000 à janvier 2005, la deuxième période s'étend de février 2005 à février 2010 et la troisième période s'étend de mars 2010 à juin 2015. Puisque la deuxième période inclut la crise financière de 2008, nous pouvons analyser la première, deuxième et troisième période comme étant avant, pendant et après la crise, respectivement. Il sera intéressant de comparer l'écart-type des rendements pendant la crise avec les écarts-types avant et après la crise.

Annexe 6 : Description des données.

1. Taux sans risque (Rf)

En ce qui concerne le taux sans risque, nous utilisons les taux des bons du Trésor 3 mois pour chacun des marchés géographiques étudiés, et ce, sur une fréquence mensuelle. Ces taux correspondent aux taux affichés par la banque centrale de chaque pays considéré. Par exemple, pour le marché britannique, les taux des bons du Trésor 3 mois correspondent aux taux affichés par la Banque d'Angleterre alors que ceux du marché canadien correspondent aux taux affichés par la Banque du Canada. Cependant, les données utilisées ne sont pas toujours issues directement des sites internet de ces banques centrales.

Pour le marché canadien, nous obtenons 972 taux mensuels, allant de janvier 1936 à décembre 2016, issus du site internet de la Banque du Canada. <http://www.bankofcanada.ca/>

Pour le marché américain, nous obtenons 1003 taux mensuels, allant de décembre 1933 à juin 2017, issus du site internet de la Réserve fédérale américaine. <https://fred.stlouisfed.org>

Pour le marché britannique, nous obtenons 690 taux mensuels, allant de décembre 1959 à mai 2017, issus du site internet de la *Federal Reserve Economic Data* (FRED). Étonnamment, le site de la FRED nous permettait d'obtenir une plus longue série que le site de la Banque d'Angleterre pour les bons du Trésor britanniques. <https://fred.stlouisfed.org>

2. Taux de change

Tous les taux de change ont comme devise de base (*Base currency*) le dollar canadien puisque nous nous mettons dans le contexte d'un investisseur institutionnel canadien. Nous utiliserons deux taux de change, soit le CAD/USD pour le marché américain et le CAD/GBP pour le marché britannique.

Pour le CAD/USD, nous obtenons 560 taux de change mensuels allant de janvier 1971 à août 2017 issus du logiciel Bloomberg.

Pour le CAD/GBP, nous obtenons 633 taux de change mensuels allant de décembre 1964 à août 2017 issus de la base de données Thomson Reuters Datastream.

3. Taux de croissance moyen des loyers (\bar{g})

Les taux de croissance moyens des loyers du marché britannique proviennent de la base de données *IPD Digest International* de 2014 qui provient du fournisseur de données MSCI.

<https://www.msci.com/real-estate>

Cette base de données contient 33 taux de croissance moyens des loyers annuels allant de 1981 à 2013. Bien que cette base de données contienne des séries de données sur différents types d'immeubles (commercial, bureaux, industriels, résidentiel et autres), nous utilisons la série correspondant à tous les types de propriétés (*All property*). Tel que mentionné

précédemment, nos données sur les taux de croissance annuels concernent seulement le marché britannique. Les modèles d'évaluation immobilière des marchés canadien et américain utiliseront donc eux aussi la moyenne des taux de croissance des loyers du marché britannique.

4. Prime de risque immobilière (π)

Tel que mentionné précédemment, nous devons calculer la série de primes de risque immobilières du marché britannique en soustrayant le taux sans risque au *Yield* déléssé pour chaque mois contenu dans l'échantillon.

$$\pi_t = Yield_t - Rf_t$$

Les *Yields* du marché britannique proviennent de la base de données IPD UK Monthly Property Digest de février 2016, qui provient du fournisseur de données MSCI. <https://www.msci.com/real-estate>

Cette base de données contient 350 *Yields* mensuels allant de janvier 1987 à février 2016. Similairement à la série des taux de croissance moyens des loyers, nous utilisons également la série correspondant à tous les types de propriétés (*All property*) pour les *Yields*. Tel que mentionné précédemment, nos données sur les *Yields* mensuels concernent seulement le marché britannique. La régression de π_t sur ses différentes variables explicatives sera donc estimée à partir des données britanniques, ce qui servira ensuite à simuler la prime de risque immobilière (π_t) pour le marché britannique mais également pour tous les marchés étudiés.

5. Taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov.10ans)

Pour le marché canadien, nous obtenons 823 taux mensuels, allant de février 1949 à août 2017, issus de la base de données CANSIM du site internet de Statistique Canada. <http://www5.statcan.gc.ca/cansim/home-accueil?lang=fra>

Pour le marché américain, nous obtenons 772 taux mensuels allant d'avril 1953 à juillet 2017, issus du site internet de la FRED. <https://fred.stlouisfed.org>

Pour le marché britannique, nous obtenons 688 taux mensuels allant de janvier 1960 à avril 2017. Ces données sont, tout comme c'est le cas pour les bons du Trésor, issues du site internet de la FRED puisque celui-ci nous permettait d'extraire une plus longue série de données que le site de la Banque d'Angleterre. <https://fred.stlouisfed.org>

6. Variation de l'IPC (Δ IPC)

Pour le marché canadien, nous utilisons les données provenant du logiciel Bloomberg afin d'extraire le niveau mensuel de l'IPC. Nous obtenons 691 niveaux mensuels de l'IPC, allant de janvier 1960 à juillet 2017, ce qui nous donne 690 variations mensuelles de l'IPC.

Pour le marché américain, nous utilisons également les données provenant du logiciel Bloomberg. Nous obtenons 1 255 niveaux mensuels de l'IPC allant de janvier 1913 à juillet 2017, ce qui nous donne 1 254 variations mensuelles de l'IPC.

Pour le marché britannique, nous utilisons le logiciel Thomson Reuters Datastream. Nous obtenons 751 niveaux mensuels de l'IPC allant de janvier 1955 à juillet 2017, ce qui nous donne 750 variations mensuelles de l'IPC.

7. Prime de risque de marché (Ri-Rf)

Nous utilisons la base de données Thomson Reuters-Datastream pour la prime de risque de marché de chacun des marchés géographiques étudiés. Les rendements mensuels des indices boursiers (Ri) seront calculés à partir des niveaux des indices et le taux sans risque (Rf) utilisé correspond au taux sans risque mentionné précédemment.

Tout comme c'est le cas avec les autres variables, nous utilisons les rendements boursiers sur une fréquence mensuelle. Nous nous basons sur Jud et Winkler (1995) qui utilisent le rendement excédentaire du S&P500 par rapport au taux sans risque dans leur modèle du taux de capitalisation. Nous utiliserons donc cet indice pour le marché américain ainsi que l'indice S&P/TSX composite pour le marché canadien. En ce qui concerne l'indice boursier propre au marché britannique, puisque l'indice FTSE100 ne débute qu'en décembre 1983³², nous avons plutôt opté pour un indice plus ancien : l'indice MSCI UK.

Pour le marché canadien, nous obtenons 564 primes mensuelles allant de janvier 1970 à décembre 2016.

Pour le marché américain, nous obtenons 570 primes mensuelles allant de janvier 1970 à juillet 2017.

Pour le marché britannique, nous obtenons 569 primes mensuelles allant de janvier 1970 à mai 2017.

8. Variation de l'indice du prix des maisons (Δ indice prix des maisons)

Les données sur les indices des prix des maisons que nous utilisons proviennent de différentes bases de données dépendamment du marché géographique étudié.

Pour le marché canadien, nous utilisons l'indice Home Price Index (HPI) calculé à partir des données du système *Multiple Listing Service* (MLS) par *The Canadian Real Estate Association* (CREA). Il s'agit d'un indice mensuel du prix des maisons pour lequel nous obtenons 145 données allant de janvier 2005 à janvier 2017, ce qui nous donne 144 variations mensuelles de l'indice. L'indice est construit selon un modèle hybride qui fusionne les méthodes *Repeat-Sales* et *Hedonic Price approach*. Toute la méthodologie est expliquée sur le site web de CREA.

http://www.crea.ca/wp-content/uploads/2016/02/HPI_Methodology.pdf

<http://www.crea.ca/housing-market-stats/mls-home-price-index/>

Pour les États-Unis, nous utiliserons les données de l'indice *S&P Case-Shiller National Home Prices*. Il s'agit d'un indice mensuel du prix des maisons aux États-Unis implanté par Karl E. Case et Robert J. Shiller au début des années 1990 pour lequel nous obtenons

³² https://fr.wikipedia.org/wiki/FTSE_100

363 données allant de janvier 1987 à mars 2017, ce qui nous donne 362 variations mensuelles de l'indice. L'indice est construit selon la *weighted repeat sales methodology (WRS)* décrite par Case et Shiller (1989) et par Schindler (2013).

<http://us.spindices.com/index-family/real-estate/sp-corelogic-case-shiller>

Pour le Royaume-Uni, nous utiliserons les données de l'indice *Nationwide House Price Index (HPI)*. Il s'agit d'un indice mensuel du prix des maisons pour lequel nous obtenons 313 données allant de janvier 1991 à janvier 2017, ce qui nous donne 312 variations mensuelles de l'indice. Tel que mentionné par Bourassa et al. (2006) et Campbell et Cocco (2007), cet indice est construit selon la *Hedonic Price approach*. Toute la méthodologie est expliquée sur le site web de Nationwide.

<http://www.nationwide.co.uk/about/house-price-index/headlines>

9. Données sur les variables liées au risque de crédit

Tel que mentionné précédemment, nous avons remplacé le *yield-to-maturity* des obligations corporatives cotées AAA par le *yield-to-maturity* des obligations corporatives incluses dans le classement plus général *Investment-Grade*. Une obligation corporative est considérée *Investment-Grade* lorsque sa cote est égale ou supérieure à BBB- selon Standard & Poor's et lorsque sa cote est égale ou supérieure à Baa3 selon Moody's³³. Cette classification plus large nous permet d'obtenir de plus longues séries de données.

Nous avons également remplacé l'écart Baa-Aaa par l'écart entre les *yield-to-maturity* des obligations corporatives *Investment-Grade* et les taux des obligations gouvernementales 10 ans (Corp.-T). Cette modification nous permet également d'obtenir de plus longues séries de données.

a. Taux des obligations corporatives Investment-Grade (Corp.)

Pour le marché canadien, nous n'avons pas été en mesure d'obtenir une série de *yield-to-maturity* d'obligations *Investment-Grade* assez longue. Afin de remédier à la situation, nous avons utilisé la série de données utilisée par Chrétien et Coggins (2017) qui mesurent le *yield-to-maturity* des obligations corporatives canadiennes à long terme. Ces obligations ne sont pas exclusivement cotées AAA, BBB, ou encore *Investment-Grade*, il s'agit plutôt d'un indice qui englobe des obligations corporatives canadiennes de divers classements dont la maturité est de 10 ans ou plus. En combinant trois séries historiques, les auteurs obtiennent une série de 797 taux mensuels allant de février 1949 à juin 2015. Nous considérons que la série de données décrite ci-haut représente bien le comportement des *yield-to-maturity* d'obligations corporatives *Investment-grade* du marché canadien et choisissons de la conserver.

Pour le marché américain, nous utilisons le logiciel Thomson Reuters Datastream afin d'extraire les données de l'indice Barclays US Corporate Investment Grade USD. Nous obtenons 536 *yield-to-maturity* mensuels allant de janvier 1973 à août 2017.

³³ https://en.wikipedia.org/wiki/Bond_credit_rating

Pour le marché britannique, nous n'avons pas été en mesure d'obtenir une série de *yield-to-maturity* d'obligations *Investment-Grade* assez longue. Afin de remédier à la situation, nous avons utilisé la base de données de la Banque d'Angleterre : *A millennium of macroeconomic data*, disponible sur son site internet.

<http://www.bankofengland.co.uk/research/Pages/datasets/default.aspx#threecenturies>

L'onglet M11 de ce classeur Excel contient une longue série de données sur les *yield-to-maturity* mensuels des obligations corporatives britanniques qui couvre la période de janvier 1854 à décembre 2016. Cette série, construite par la Banque d'Angleterre, combine plusieurs séries de données. Nous nous concentrerons sur la période de janvier 1945 à décembre 2016, pour laquelle la série est composée de deux séries de données. Pour la période de janvier 1945 à décembre 1996, la série s'intitule : *Yield on debentures, loan stocks and other corporate bonds* et est construite à partir des données provenant de plusieurs publications de différents périodiques : *Monthly Digest of Statistics*, *The Economist*, *Financial Statistics*, *Bank of England Statistical Abstract and Quarterly Bulletin*. Pour la période de janvier 1997 à décembre 2016, les données proviennent de *Bank of America Merrill Lynch Global Research* et correspondent à l'indice *Sterling Corporate bond yields on industrials rated AAA-BBB* qui, comme son nom l'indique, regroupe les obligations corporatives dont la cote se situe entre BBB et AAA. Nous considérons que les deux séries de données décrites ci-haut représentent bien le comportement des *yield-to-maturity* d'obligations corporatives *Investment-grade* du marché britannique et choisissons de les conserver. Nous obtenons donc 864 *yield-to-maturity* mensuels allant de janvier 1945 à décembre 2016.

b. Écart de crédit (Corp.-T)

Pour le marché canadien, nous avons soustrait la série de taux des obligations gouvernementales 10 ans, décrite précédemment, à la série des taux des obligations corporatives canadiennes, également décrite précédemment, de façon à obtenir la série d'écart de crédit (Corp.-T). Nous obtenons 797 écarts de crédit mensuels allant de février 1949 à juin 2015.

Pour le marché américain, nous avons également soustrait la série de taux des obligations gouvernementales 10 ans à la série de *yield-to-maturity* des obligations corporatives américaines. Nous obtenons 535 écarts de crédit mensuels allant de janvier 1973 à juillet 2017.

Pour le marché britannique, nous avons soustrait la série de taux des obligations gouvernementales 10 ans à la série de *yield-to-maturity* des obligations corporatives britanniques. Nous obtenons 684 écarts de crédit mensuels allant de janvier 1960 à décembre 2016.

10. Variance des indices REITs ($\sigma^2 REITs$)

Nous utilisons la base de données Thomson Reuters Datastream pour les indices REITs de chaque marché géographique étudié. Nous utilisons les données journalières des indices

REITs afin de calculer la variance mensuelle des indices REITs pour chacun des mois considérés. Pour tous les marchés géographiques, nous utiliserons les indices *FTSE/EPRA NAREIT Index*. Ces indices sont calculés par la société FTSE en collaboration avec la *National Association of Real Estate Investment Trusts* (NAREIT) et la *European Public Real Estate Association* (EPRA). Ces deux organismes, qui sont américain et européen, respectivement, étudient les REITs du monde entier.

<http://www.ftse.com/products/indices/epra-nareit>

<https://www.reit.com/nareit>

<http://www.epra.com/>

Pour le Canada, l'indice utilisé correspond au FTSE EPRA/NAREIT Canada index et contient 4 596 données journalières allant du 31 décembre 1999 au 11 août 2017, ce qui nous permet de calculer 211 variances mensuelles allant de janvier 2000 à juillet 2017.

Pour les États-Unis, l'indice utilisé correspond au FTSE EPRA/NAREIT US Index et contient 7 206 données journalières allant du 29 décembre 1989 au 11 août 2017, ce qui nous permet de calculer 331 variances mensuelles allant de janvier 1990 à juillet 2017.

Pour le Royaume-Uni, l'indice utilisé correspond au FTSE EPRA/NAREIT UK index et contient 7 206 données journalières allant du 29 décembre 1989 au 11 août 2017, ce qui nous permet de calculer 331 variances mensuelles allant de janvier 1990 à juillet 2017.

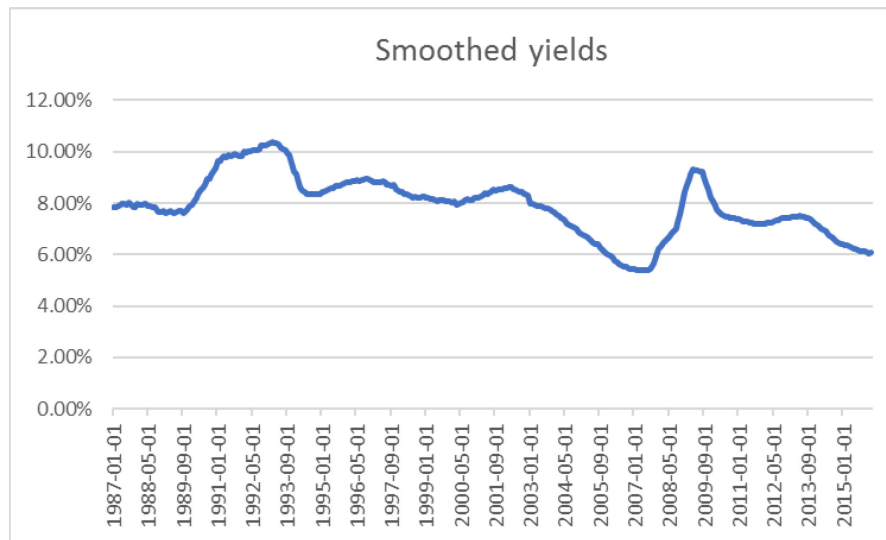
Annexe 7 : Analyses du processus de déliissage de notre série de *Yield* immobiliers.

Cette annexe présente les analyses quant aux applications de déliissage à notre série de *Yield* immobiliers.

Le modèle de déliissage AR(1) de Geltner (1993) s'avère inadéquat pour la série de données sous analyse.

Série des *yields* immobiliers

Les *yields*, à l'axe des y, et les dates, à l'axe des x.



En effet, l'estimation du coefficient AR(1) pour la série de *Yield* immobiliers effectuée à l'aide du logiciel Matlab nous donne la valeur de 0,9994.

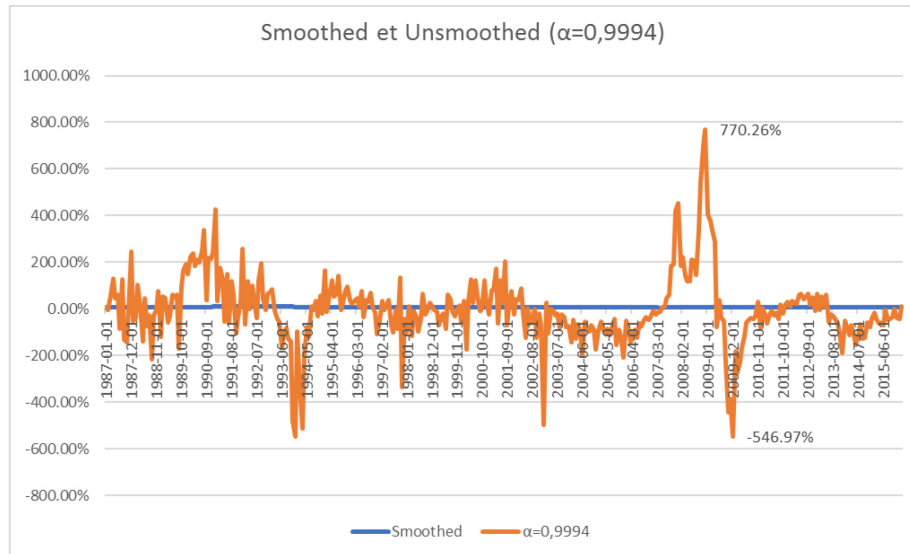
Il y a donc énormément d'autocorrélation dans cette série. Puisque le coefficient α est très élevé, soit très près de la valeur unitaire, les valeurs déliissées suite au processus de *Unsmoothing* sont monstrueusement volatiles. Si α est près de la valeur unitaire, ce qui est le cas ici, alors $(1-\alpha)$ est extrêmement petit (d'une valeur de 0,0006 dans ce cas-ci). Étant donné que l'on déliisse la série selon

$$R_t = \frac{(R_t^* - \alpha * R_{t-1}^*)}{(1 - \alpha)}$$

alors $(R_t^* - \alpha * R_{t-1}^*)$ est divisé par quelque chose d'extrêmement petit $(1 - \alpha)$, ce qui fait en sorte que les valeurs déliissées sont extrêmement volatiles.

Séries des *yields* et des *yields* déliésés (*unsmoothed*) selon le modèle AR(1) de Geltner (1993).

Les *yields*, à l'axe des y, et les dates, à l'axe des x.

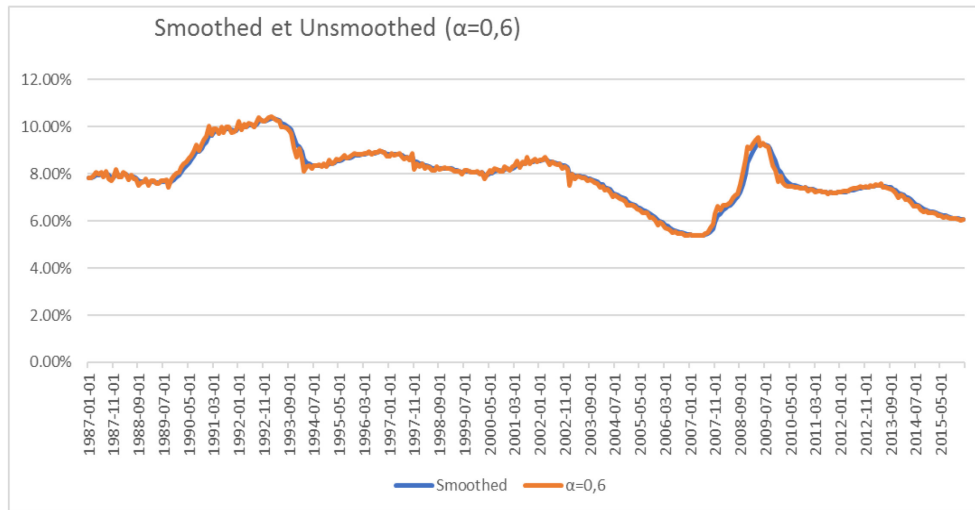


Ces valeurs extrêmement élevées ne sont pas souhaitées dans notre modèle de la prime de risque immobilière puisqu'elles apporteraient beaucoup trop de bruit au modèle ce qui viendrait biaiser nos résultats. De plus, un coefficient α trop élevé peut engendrer des valeurs négatives. Évidemment, puisque le dénominateur du processus de déliésage ($1 - \alpha$) demeure toujours positif lorsque $0 < \alpha < 1$, le signe négatif provient donc nécessairement du numérateur de l'opération, soit $(R_t^* - \alpha * R_{t-1}^*)$. Si α est trop près de 1 et que R_{t-1}^* est légèrement plus élevé que R_t^* , alors le processus nous sortira une valeur négative. Un *yield* négatif est contre-intuitif et indésirable dans ce cas-ci, puisqu'il impliquerait que le taux de rendement espéré pour les investisseurs immobiliers serait négatif.

Nous avons donc tenté de trouver une valeur de α qui était juste assez inférieure à la valeur unitaire pour éviter l'apparition de valeurs négatives, mais qui n'était tout de même pas trop éloignée de 1 afin de pouvoir déliésage convenablement la série. Nous avons utilisé un α de 0,6 en lien avec Geltner (1993) qui mentionne que le coefficient ϕ optimal est de 0,4. Et puisque $\phi = 1 - \alpha$, alors $1 - 0,4 = 0,6$.

Séries des yields et des yields déliés (*unsmoothed*) selon $\alpha=0,6$.

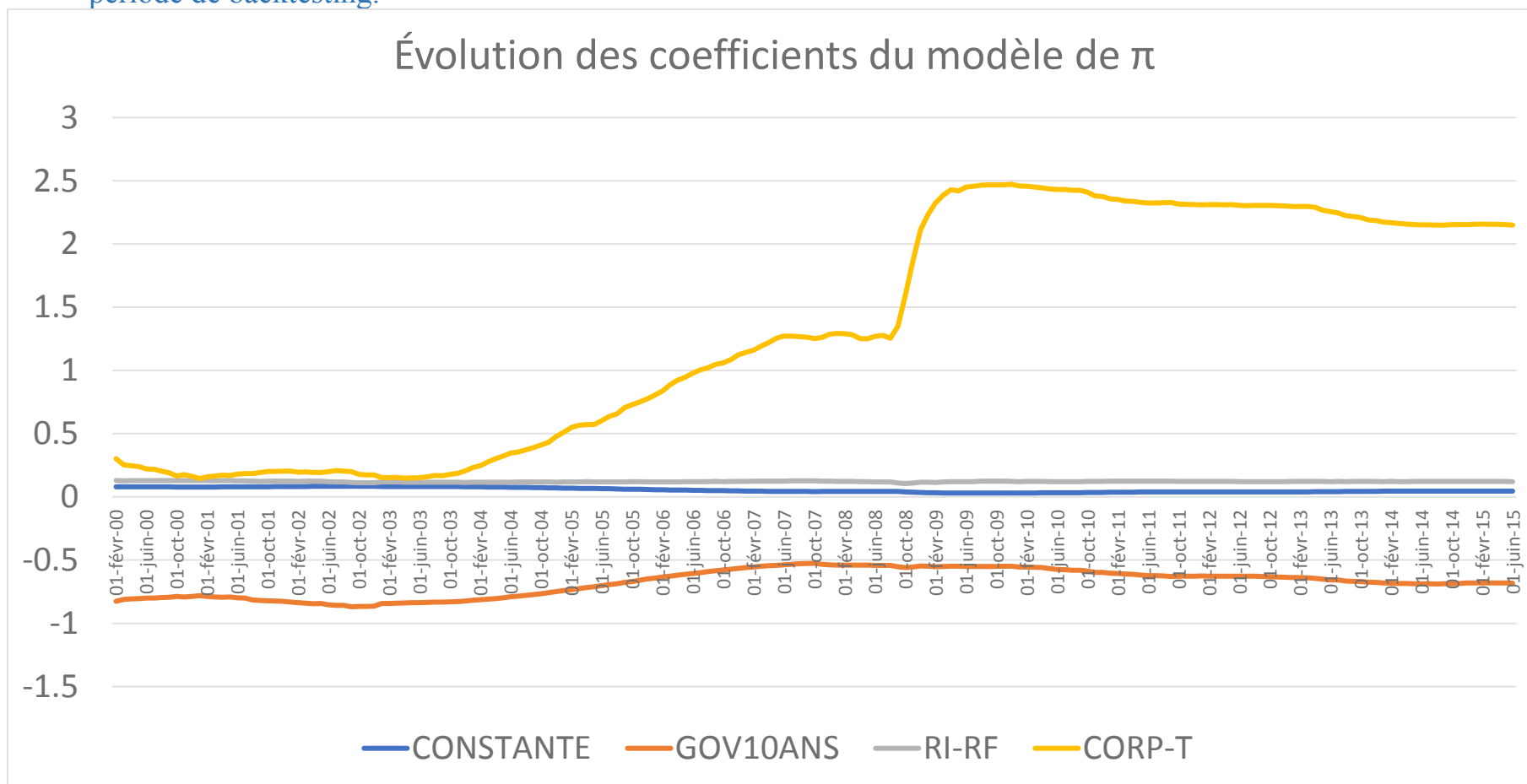
Les *yields*, à l'axe des y, et les dates, à l'axe des x.



Puisque la valeur du coefficient est trop faible, la série déliée est presque identique à la série lissée. La volatilité de la série n'a donc pas été augmentée significativement suite au déliage, ce qui est pourtant l'objectif de l'opération.

Après plusieurs essais, nous sélectionnons la valeur de $\alpha=0,94$.

Annexe 8 : Graphique de l'évolution des coefficients du modèle de la prime de risque immobilière durant la période de backtesting.



Annexe 9 : Modèles problématiques

1. Modèles CIR

Deux des cinq variables macroéconomiques retenues pour notre modèle devaient initialement être modélisées à l'aide du modèle de Cox, Ingersoll et Ross (1985), soit le taux sans risque et le taux des obligations gouvernementales 10 ans. Le modèle de régression suivant a été estimé pour le taux sans risque et le taux des obligations gouvernementales 10 ans pour chacun des trois marchés géographiques.

$$\left(\frac{r_{t+\Delta t} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right) = c + \kappa \left(\frac{(\theta - r_t)}{\sqrt{r_t}}\right) + \varepsilon_t$$

Après avoir estimé ces modèles en modélisant le deuxième moment de la régression à l'aide du modèle GARCH, nous observons que la variable de retour vers la moyenne $\left(\frac{\theta - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$ n'est pas statistiquement significative pour le taux sans risque canadien, le taux sans risque britannique ainsi que pour le taux des obligations gouvernementales 10 ans américaines.

Résultats des modèles CIR

Le tableau suivant indique la valeur du coefficient de retour à la moyenne du modèle CIR $\left(\frac{\theta - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$, sa statistique t et sa valeur-p, et ce pour le taux sans risque (Rf) et le taux des obligations gouvernementales 10 ans (Gov.10 ans) de chacun des marchés géographiques.

Variable dépendante : $\left(\frac{r_{t+\Delta t} - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$	Variable indépendante : $\left(\frac{\theta - r_t}{\sqrt{r_t}}\right)$		
	Coefficient	t-stat	Valeur-p
Rf Canada	-0,0024	-0,3378	0,7355
Rf US	-0,0105	-1,6891	0,0912
Rf UK	-0,0038	-0,4391	0,6606
Gov. 10 ans Canada	-0,0154	-2,1790	0,0293
Gov. 10 ans US	-0,0111	-1,4181	0,1562
Gov. 10 ans UK	-0,0147	-2,4944	0,0126

Ainsi, trois modèles CIR sur six affichent un phénomène de retour vers la moyenne qui n'est pas significatif. Nous attribuons cette piètre performance du modèle CIR à la longueur de l'échantillon utilisé. En effet, notre échantillon s'étend de janvier 1973 à janvier 2000, période où la plupart des marchés géographiques ont subi une hausse considérable des taux d'intérêt entre 1973 et le début des années 1980, pour ensuite subir une baisse progressive des taux d'intérêt jusqu'en janvier 2000. Ainsi, en utilisant la moyenne de l'échantillon entier (θ) pour établir notre variable de retour vers la moyenne $\left(\frac{(\theta - r_t)}{\sqrt{r_t}}\right)$, nous nous retrouvons avec un coefficient κ qui n'est pas significatif pour les séries de données où le taux demeure relativement éloigné de θ sur de longues périodes de temps, que ce soit au-dessus ou en dessous. Puisque ces séries subissent un changement de régime à partir du début des années 1980, le phénomène de retour vers la moyenne n'est pas significatif

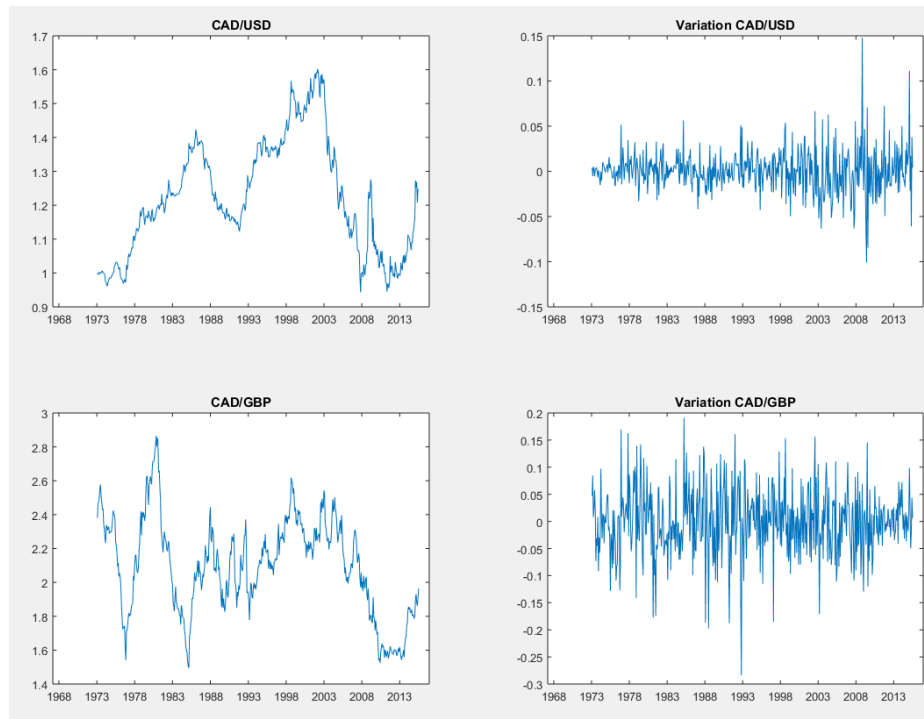
puisque θ n'est pas représentatif du taux d'intérêt dans une situation d'équilibre pour aucun des deux régimes (voir les graphiques de l'[annexe 10](#)).

2. Modèles des variables de taux de change

Premièrement, il est nécessaire de différencier les séries de taux de change afin d'obtenir des séries stationnaires. Puisque les taux de change ne sont pas stationnaires, l'estimation des modèles GARCH à partir des niveaux du taux de change s'avèrerait inutile.

Séries des taux de change et des variations de taux de change (différenciés d'ordre 1)

Les graphiques suivants représentent les séries de taux de change ainsi que les séries de variation de taux de change sur l'échantillon complet (janvier 1973 à juin 2015). Les séries, à l'axe des y, et les dates, à l'axe des x.



En ce qui concerne le taux de change CAD/USD, la différenciation d'ordre 1 nous permet d'estimer un modèle GARCH satisfaisant. Ainsi, nous n'effectuerons pas des prévisions sur le niveau du taux de change (CAD/USD) mais plutôt sur la variation du taux de change (Δ CAD/USD). Il faut savoir que les prévisions de variations du taux de change, tout comme ce sera le cas avec les prévisions de variations du taux d'intérêt avec la contrainte $\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right)$, seront retransformés en niveaux du taux de change lorsque viendra le temps de les insérer dans le modèle d'évaluation immobilière.

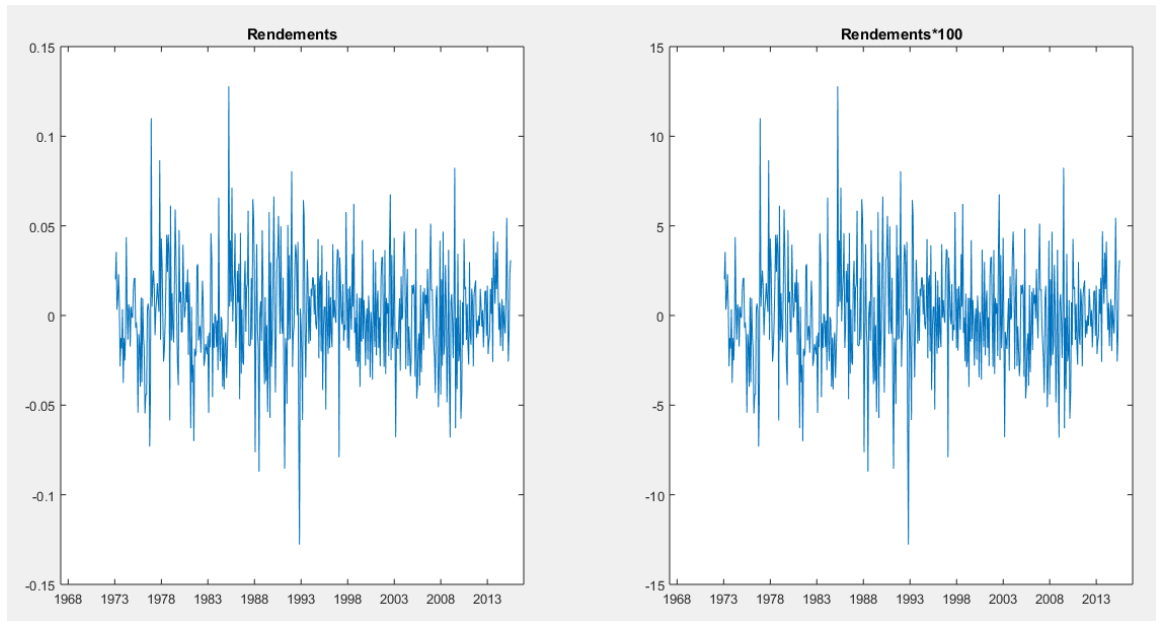
En ce qui concerne le taux de change CAD/GBP, la différenciation d'ordre 1 ne nous permet pas d'estimer un modèle GARCH satisfaisant. Nous avons donc transformé la série des niveaux du taux de change en série des rendements du taux de change selon :

$$R_t = \frac{CAD/GBP_t}{CAD/GBP_{t-1}} - 1 \quad (50)$$

Par la suite, faute de problèmes persistants dans l'estimation du modèle GARCH malgré cette transformation, nous avons dû multiplier chaque rendement par 100 de façon à ce que la série soit plus dispersée.

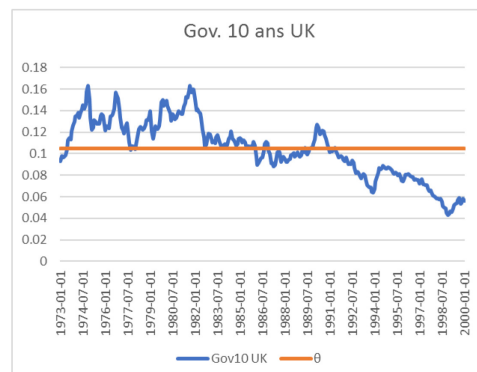
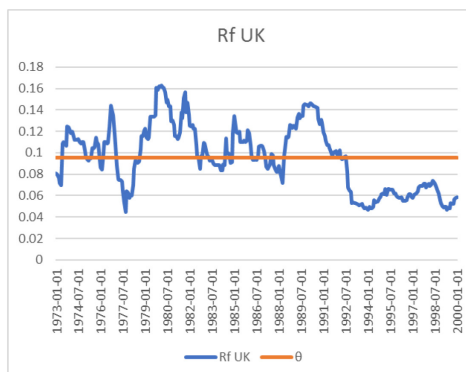
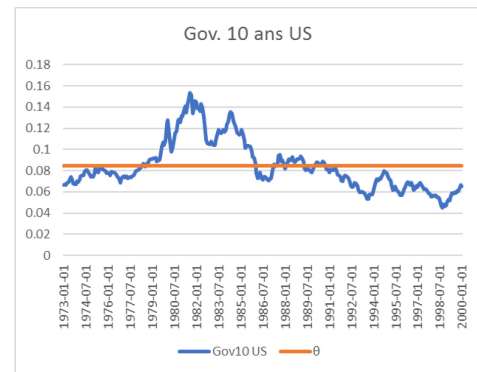
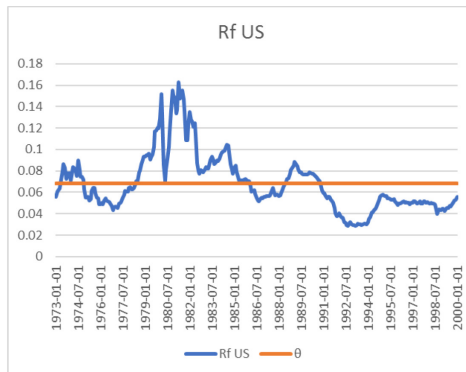
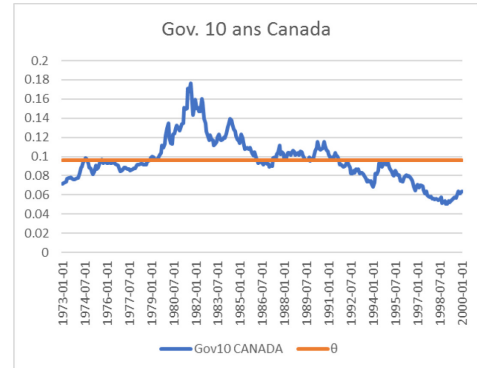
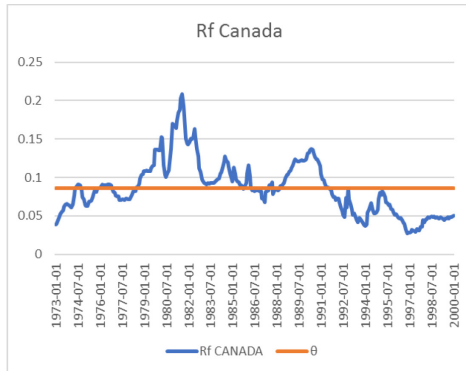
Rendements du taux de change CAD/GBP et Rendements multipliés par 100 du taux de change CAD/GBP

Les rendements, à l'axe des y, et les dates, à l'axe des x.



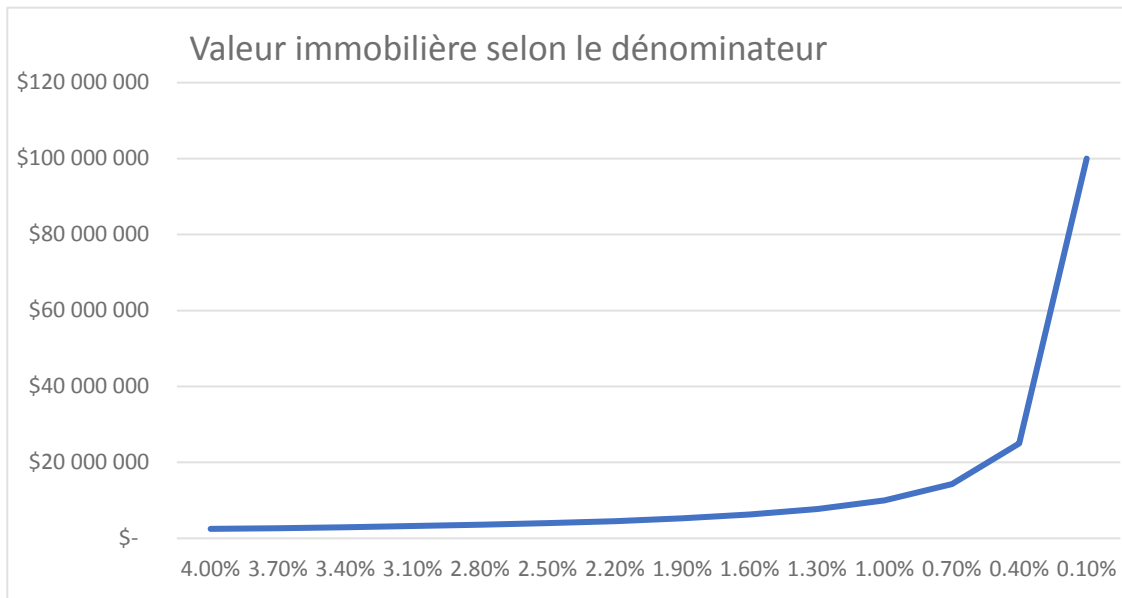
Bien que cette opération puisse sembler futile à première vue, elle nous permet de régler nos problèmes d'estimation GARCH tout en nous donnant des résultats satisfaisants. Les prévisions de rendements CAD/GBP multipliés par 100 seront également retransformées en prévisions de niveaux CAD/GBP lorsque viendra le temps de les insérer dans le modèle d'évaluation immobilière.

Annexe 10: Graphiques des taux d'intérêt et de leur moyenne (constante θ dans le modèle CIR) sur l'échantillon correspondant à la période d'estimation (janvier 1973 à janvier 2000).

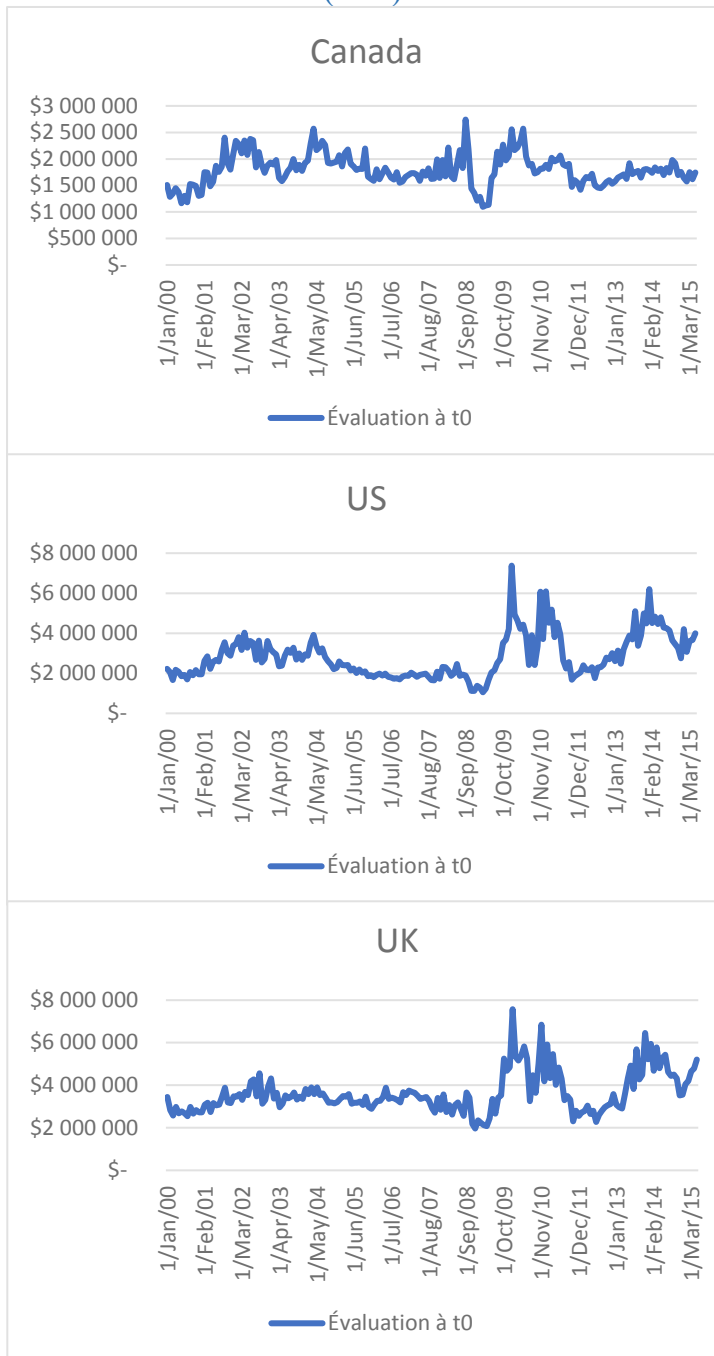


Annexe 11 : Graphique de l'évolution de la valeur immobilière en fonction du dénominateur.

Le graphique suivant affiche la série des valeurs immobilières fictives calculée selon $\left(\frac{100\ 000\$}{k}\right)$, où k varie de 4% à 0.1%. Lorsque k devient inférieur à 1%, l'évaluation immobilière devient instable.



Annexe 12 : Graphique de l'évolution des valeurs immobilières en début de mois (Vt0).



Avant toute chose, il est important de rappeler que les coefficients de la prime de risque immobilière (π_t), dont le graphique de leur évolution durant la période de backtesting est présenté à l'annexe 8, sont basés sur les données du marché britannique et s'appliquent à tous les marchés géographiques étudiés. Il s'agit d'une grande faiblesse du mémoire que nous n'avons pas été en mesure de corriger faute de manque de données. Ainsi, le

coefficient de la variable Corp.-T passe de 0.3 à 2.15 non seulement pour le marché britannique, mais également pour les marchés américains et canadiens.

En général, nous remarquons que pour l'ensemble des marchés géographiques étudiés, pour la période allant de février 2000 jusqu'au début de l'année 2004, l'évolution de la courbe Vt_0 s'explique majoritairement par les mouvements du taux sans risque (R_f) et du taux de change (pour les marchés américain et britannique), alors que pour la période allant de 2004 jusqu'à la fin de la période de backtesting, l'évolution de la courbe Vt_0 s'explique majoritairement par les mouvements de la variable Corp.-T, dont l'influence sur la prime de risque immobilière (π_t) augmente jusqu'à la fin.

Pour le marché canadien, nous observons que les valeurs immobilières se maintiennent dans une fourchette située entre 1 et 3 millions tout au long de la période de backtesting. Nous observons un premier pic au début d'octobre 2001, causé par une baisse significative du taux sans risque, suivi d'une diminution au début de juin 2003 causé par une hausse du taux sans risque. Au début du mois de mai 2004, les valeurs remontent à cause d'une autre baisse du taux sans risque mais également à cause de la variable Corp.-T qui atteint son minimum pour la période de backtesting. La valeur immobilière maximale de 2.74 M\$ est atteinte au début du mois d'octobre 2008 suite à une légère baisse du taux sans risque mais surtout suite à un grand choc négatif de la variable $R_i - R_f$ qui atteint son minimum pour la période de backtesting, entraînant la prime (π_t) vers le bas. La valeur immobilière minimale de 1.1 M\$ est atteinte six mois plus tard, soit au début d'avril 2009, suite à la hausse de la variable Corp.-T qui atteint son maximum pour l'échantillon complet. Après cela, l'évolution de la courbe des Vt_0 allant de mai 2009 jusqu'à la fin de la période de backtesting s'explique majoritairement par les mouvements de la variable Corp.-T. Nous observons que les valeurs immobilières Vt_0 du marché canadien après la crise ne montent jamais plus haut que le maximum atteint tout juste avant la crise. Nous expliquons ce phénomène par le comportement de la variable Corp.-T, qui demeure autour de 2% pour le restant de la période et qui ne redescend jamais aux niveaux d'avant la crise, soit autour de 1%. Cela explique pourquoi les Vt_0 se maintiennent sensiblement au même niveau durant toute la période malgré un coefficient Corp.-T beaucoup plus grand vers la fin. C'est une caractéristique propre au marché canadien qui ne sera pas partagée par les marchés américain et britannique.

Pour le marché américain, nous observons que les valeurs immobilières se maintiennent dans une fourchette située entre 1 et 4 millions avant la crise, pour ensuite atteindre un sommet à 7.4 M\$ avant de varier énormément entre 1.5 et 6.5 M\$ pour le restant de la période. Nous observons un premier pic au début de mai 2002, causé par un taux de change qui atteint ses valeurs maximales pour l'échantillon complet, suivi d'un deuxième pic au début de mai 2004 causé par la variable Corp.-T qui atteint son minimum pour la période de backtesting. La série des Vt_0 atteint un minimum local au début janvier 2009, suivi du minimum global au début avril 2009 qui atteint 1.05 M\$. Ces deux minimums sont causés par la variable Corp.-T qui atteint son maximum global à la fin décembre 2008, et qui atteint un maximum local à la fin mars 2009. La raison pour laquelle le minimum global

des Vt_0 n'est pas atteint à la même date que le maximum global des Corp.-T s'explique par le coefficient de la variable Corp.-T dans le modèle de (π_t) , qui est de 2.11 à la fin décembre 2008 et de 2.39 à la fin mars 2009. Ainsi, même si les Corp.-T atteignent leur maximum global à la fin décembre 2008, le maximum local à la fin mars 2009 est multiplié par un coefficient plus élevé, ce qui donne une prime (π_t) plus grande et donc une valeur Vt_0 plus faible. La valeur immobilière maximale de 7.4 M\$ est atteinte au début du mois de février 2010 puisque la série des Corp.-T atteint des niveaux très bas et parce que le coefficient de la variable Corp.-T atteint des niveaux très élevés (valeur de 2.46). Après cela, l'évolution de la courbe des Vt_0 allant de mars 2010 jusqu'à la fin de la période de backtesting s'explique majoritairement par les mouvements de la variable Corp.-T. Nous observons que les valeurs immobilières Vt_0 du marché américain après la crise atteignent des valeurs plus élevées que les maximums atteints tout juste avant la crise. Nous expliquons ce phénomène par le comportement de la variable Corp.-T, qui redescend aux niveaux d'avant la crise, soit autour de 1%. Puisque les Corp.-T sont redescendus à des niveaux assez bas, cela fait diminuer la prime de risque immobilière ce qui permet aux Vt_0 d'atteindre des niveaux élevés. Et puisque le coefficient Corp.-T est beaucoup plus grand après la crise, cela rend les valeurs Vt_0 beaucoup plus sensibles aux variations de Corp.-T, rendant les Vt_0 beaucoup plus volatiles après la crise. Nous observons que la valeur Vt_0 atteint trois pics suite à la crise, correspondant aux mois de janvier 2010, janvier 2011 et janvier 2014. Ces pics de valeurs immobilières simulées correspondent aux différentes valeurs minimales de la variable Corp.-T qui ont été atteintes aux mêmes dates. De plus, les taux sans risque (R_f) américains ont grandement diminué après la crise, atteignant une valeur plancher située près de zéro, ce qui pousse le dénominateur du modèle d'évaluation immobilière vers le bas, ce qui amène les valeurs immobilières vers le haut.

Pour le marché britannique, nous observons que les valeurs immobilières se maintiennent dans une fourchette située entre 2 et 5 millions avant la crise, pour ensuite atteindre un sommet à 7.6 M\$ avant de varier énormément entre 2 et 7 M\$ pour le restant de la période. Nous observons un premier pic au début d'octobre 2002, causé par un taux de change qui atteint ses valeurs maximales pour la période de backtesting. La série des Vt_0 atteint ensuite son minimum de 1.96 M\$ au début janvier 2009, causé par la variable Corp.-T qui atteint sa valeur maximum à la fin décembre 2008. La valeur immobilière maximale de 7.6 M\$ est atteinte au début du mois de février 2010, tout comme pour le marché américain, puisque la série des Corp.-T atteint également des niveaux très bas et parce que le coefficient atteint des niveaux très élevés. Après cela, l'évolution de la courbe des Vt_0 allant de mars 2010 jusqu'à la fin de la période de backtesting s'explique majoritairement par les mouvements de la variable Corp.-T. Nous constatons que la série des Vt_0 britanniques évolue de façon similaire à la série des Vt_0 américains. En effet, les valeurs immobilières Vt_0 du marché britannique après la crise atteignent également des valeurs plus élevées que les maximums atteints tout juste avant la crise. Nous expliquons encore une fois ce phénomène par le comportement de la variable Corp.-T qui redescend aux niveaux d'avant la crise et par le coefficient de Corp.-T qui rend l'évaluation immobilière plus sensible aux variations de Corp.-T. Tout comme ce fut le cas pour le marché américain,

nous observons que la valeur V_{t0} du marché britannique atteint elle aussi trois pics suite à la crise, correspondant cette fois aux mois de janvier 2010, novembre 2010 et novembre 2013. Encore une fois, ces pics de valeurs immobilières simulées correspondent aux différentes valeurs minimales de la variable Corp.-T qui ont été atteintes aux mêmes dates. De plus, les taux sans risque (R_f) britanniques ont eux aussi grandement diminué après la crise, ce qui amène les valeurs immobilières vers le haut.

Il est clair que pour chacun des marchés géographiques, les valeurs correspondant au 5^e, 33^e, 67^e et 95^e percentile des distributions de valeurs immobilières simulées ainsi que la moyenne de ces distributions évolueront toutes dans le même sens que les valeurs de V_{t0} . Autrement dit, lorsqu'il y aura une hausse/baisse dans la série des V_{t0} , nous nous attendons à ce qu'il y ait une hausse/baisse dans les différentes mesures de dispersion puisque le centre de la distribution se sera déplacé vers le haut/bas pour cette période. Évidemment, nous nous attendons à ce que la dispersion, qui sera mesurée par l'étendue entre le 95^e et le 5^e percentile, varie dans le temps puisqu'il y aura des périodes où les queues de distribution seront plus épaisses, notamment à cause des variables simulées qui seront plus volatiles et des coefficients de π_t qui rendront parfois l'évaluation immobilière moins stable pour certaines périodes, faisant ainsi élargir l'écart entre le 95^e et le 5^e percentile.

Annexe 13 : Matrices des corrélations (R) du modèle CCC-GARCH de chacun des marchés géographiques pour la période d'estimation (janvier 1973 à janvier 2000), pour la période de janvier 1973 à janvier 2010 ainsi que pour l'échantillon complet (janvier 1973 à juin 2015).

Canada CCC-GARCH				
période d'estimation Janvier 1973-Janvier 2000				
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T
Rf	1.000	0.452	-0.308	-0.067
Gov.10 ans	0.452	1.000	-0.404	0.022
Ri-Rf	-0.308	-0.404	1.000	0.053
Corp.-T	-0.067	0.022	0.053	1.000

Canada CCC-GARCH				
Janvier 1973-Janvier 2010				
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T
Rf	1.000	0.428	-0.264	-0.054
Gov.10 ans	0.428	1.000	-0.329	0.020
Ri-Rf	-0.264	-0.329	1.000	0.031
Corp.-T	-0.054	0.020	0.031	1.000

Canada CCC-GARCH				
échantillon complet Janvier 1973-Juin 2015				
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T
Rf	1.000	0.412	-0.254	-0.048
Gov.10 ans	0.412	1.000	-0.287	0.011
Ri-Rf	-0.254	-0.287	1.000	-0.005
Corp.-T	-0.048	0.011	-0.005	1.000

US CCC-GARCH					
période d'estimation Janvier 1973-Janvier 2000					
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADUSD
Rf	1.000	0.576	-0.004	-0.440	-0.089
Gov.10 ans	0.576	1.000	-0.012	-0.703	-0.140
Ri-Rf	-0.004	-0.012	1.000	-0.307	-0.260
Corp.-T	-0.440	-0.703	-0.307	1.000	0.209
CADUSD	-0.089	-0.140	-0.260	0.209	1.000

US CCC-GARCH					
Janvier 1973-Janvier 2010					
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADUSD
Rf	1.000	0.531	0.039	-0.410	-0.116
Gov.10 ans	0.531	1.000	0.033	-0.638	-0.165
Ri-Rf	0.039	0.033	1.000	-0.326	-0.354
Corp.-T	-0.410	-0.638	-0.326	1.000	0.330
CADUSD	-0.116	-0.165	-0.354	0.330	1.000

US CCC-GARCH					
échantillon complet Janvier 1973-Juin 2015					
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADUSD
Rf	1.000	0.477	0.031	-0.388	-0.096
Gov.10 ans	0.477	1.000	0.026	-0.622	-0.121
Ri-Rf	0.031	0.026	1.000	-0.334	-0.387
Corp.-T	-0.388	-0.622	-0.334	1.000	0.302
CADUSD	-0.096	-0.121	-0.387	0.302	1.000

UK CCC-GARCH					
période d'estimation Janvier 1973-Janvier 2000					
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADGBP
Rf	1.000	0.492	-0.146	-0.448	-0.081
Gov.10 ans	0.492	1.000	-0.215	-0.812	-0.080
Ri-Rf	-0.146	-0.215	1.000	0.166	-0.046
Corp.-T	-0.448	-0.812	0.166	1.000	0.019
CADGBP	-0.081	-0.080	-0.046	0.019	1.000

UK CCC-GARCH					
Janvier 1973-Janvier 2010					
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADGBP
Rf	1.000	0.453	-0.087	-0.445	-0.050
Gov.10 ans	0.453	1.000	-0.178	-0.810	-0.067
Ri-Rf	-0.087	-0.178	1.000	0.114	-0.125
Corp.-T	-0.445	-0.810	0.114	1.000	0.021
CADGBP	-0.050	-0.067	-0.125	0.021	1.000

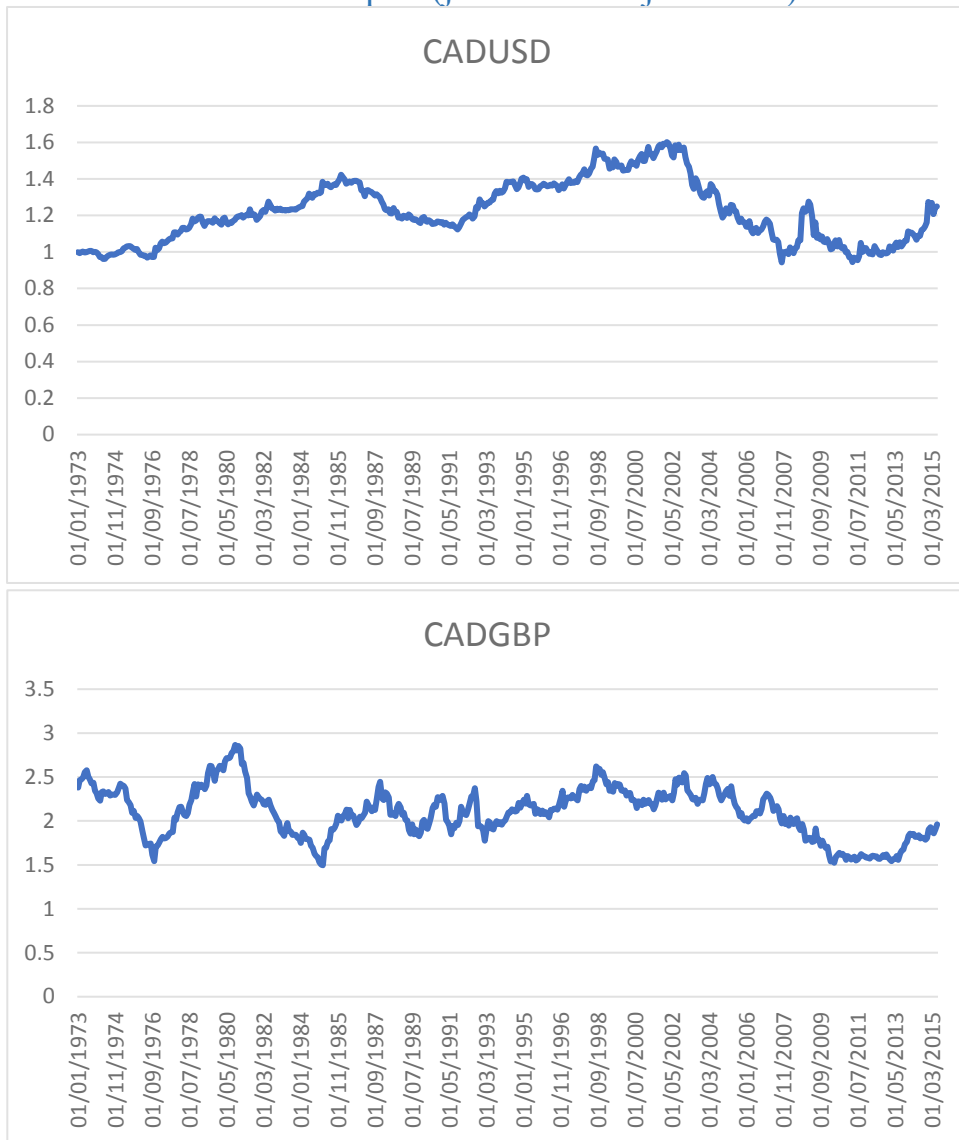
UK CCC-GARCH					
échantillon complet Janvier 1973-Juin 2015					
	Rf	Gov.10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADGBP
Rf	1.000	0.442	-0.095	-0.440	-0.054
Gov.10 ans	0.442	1.000	-0.152	-0.803	-0.059
Ri-Rf	-0.095	-0.152	1.000	0.091	-0.136
Corp.-T	-0.440	-0.803	0.091	1.000	0.018
CADGBP	-0.054	-0.059	-0.136	0.018	1.000

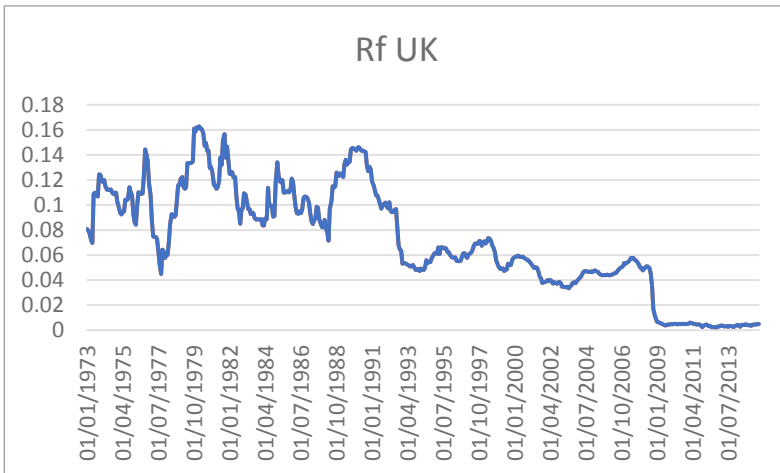
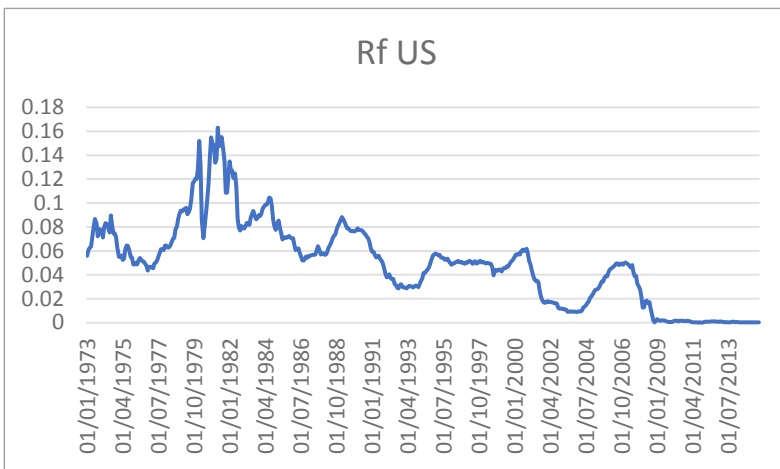
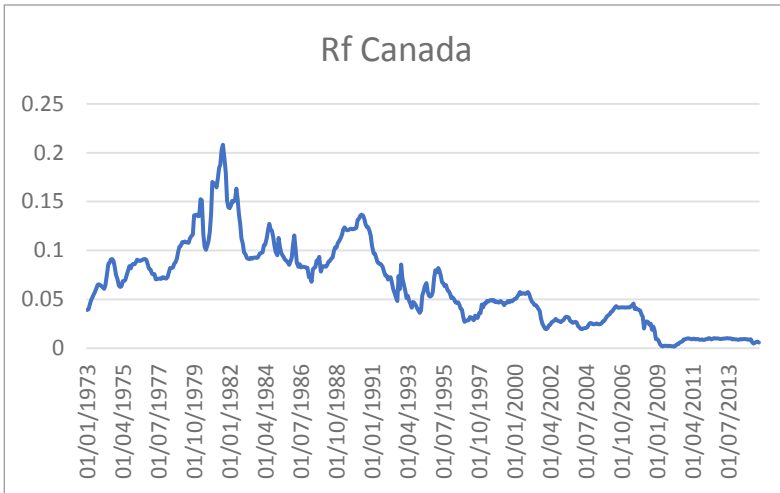
Il faut savoir qu'il s'agit de la corrélation entre les résidus des différentes variables et que les séries des variables Rf, Gov. 10 ans, CADUSD et CADGBP n'ont pas encore été transformées en niveaux, c'est-à-dire qu'ils sont toujours sous la forme $\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$, $\left(\frac{Gov.10\ ans_t - Gov.10\ ans_{t-1}}{\sqrt{Gov.10\ ans_{t-1}}}\right)$, $\Delta CADUSD$ et (Rendement CADGBP * 100), respectivement.

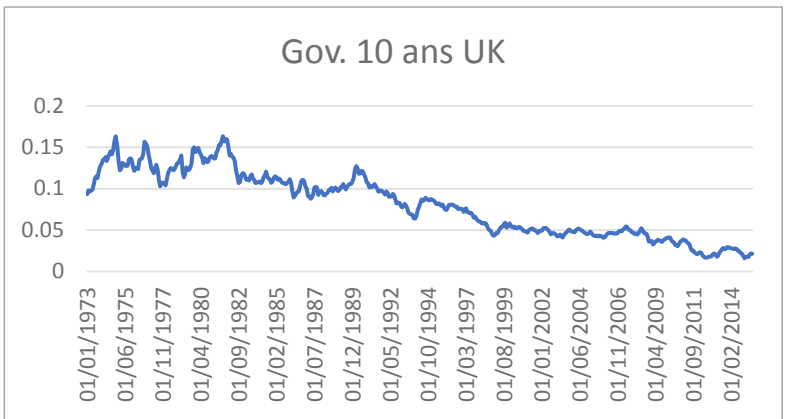
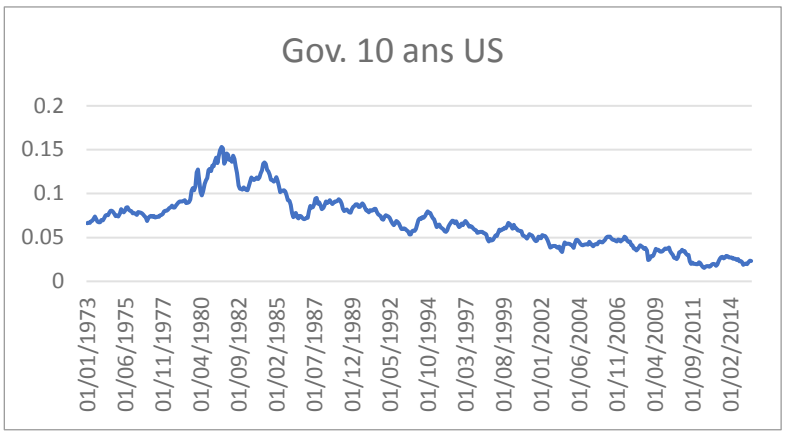
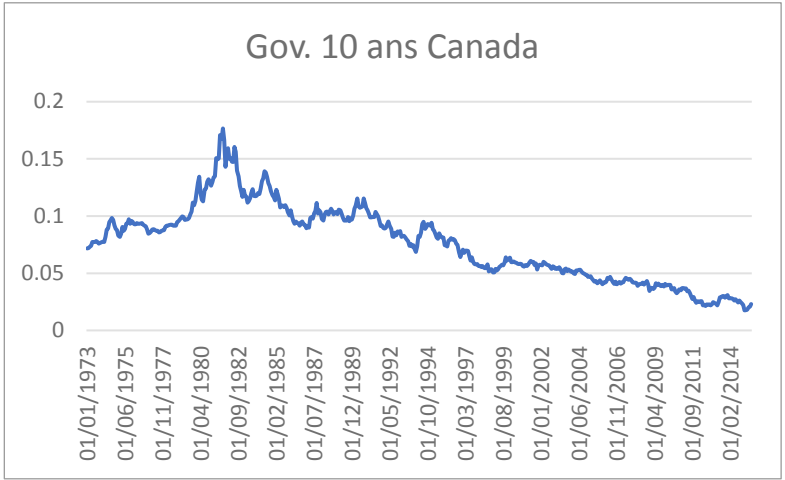
La majorité des coefficients de corrélation diminuent dans le temps pour tous les marchés. Les autres coefficients demeurent en général aux mêmes niveaux pour les trois périodes présentées alors qu'une minorité de coefficients augmentent dans le temps, soit le coefficient de corrélation entre CADGBP et Ri-Rf du marché britannique, entre CADUSD et Ri-Rf du marché américain et entre CADUSD et Corp.-T du marché américain.

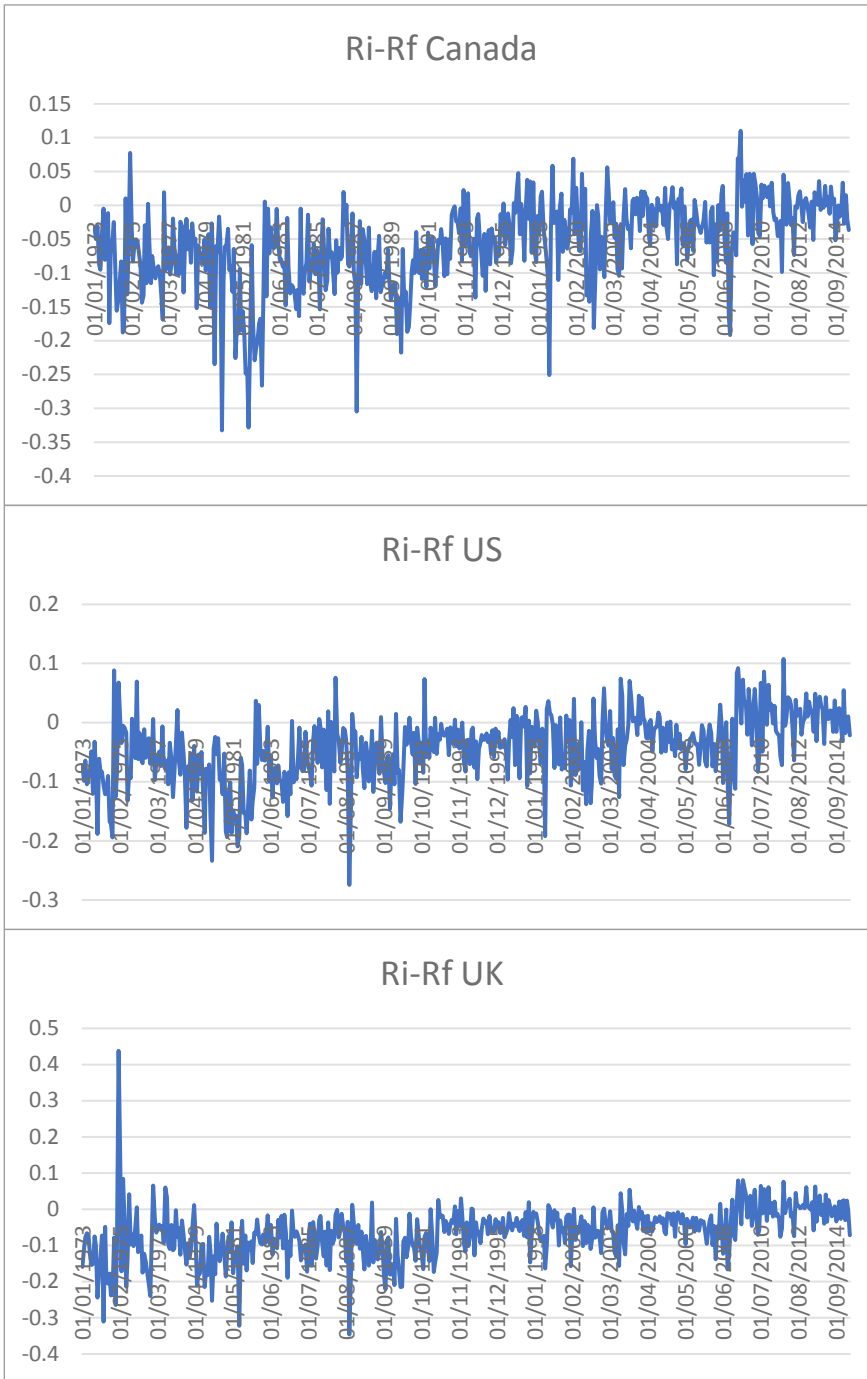
La diminution de la majorité des coefficients de corrélation dans le temps sous-entend que la dépendance a dû varier dans le temps durant le backtesting, avec plus de périodes où les différentes variables ont évolué de manière plus indépendante entre elles comparativement à ce qu'elles avaient fait durant la période d'estimation, diminuant ainsi la force de leur lien de dépendance sur l'échantillon complet. Si la corrélation est demeurée stable dans le temps, c'est signe que la dépendance entre les différentes variables n'a pas dû varier de façon significative, maintenant la force du lien de dépendance entre les différentes variables relativement constante dans le temps. Finalement, si la corrélation a augmenté dans le temps, c'est signe que la dépendance a dû varier dans le temps, avec plus de périodes où les différentes variables ont évolué de manière plus dépendante entre elles comparativement à ce qu'elles avaient fait durant la période d'estimation, augmentant ainsi la force de leur lien de dépendance sur l'échantillon complet.

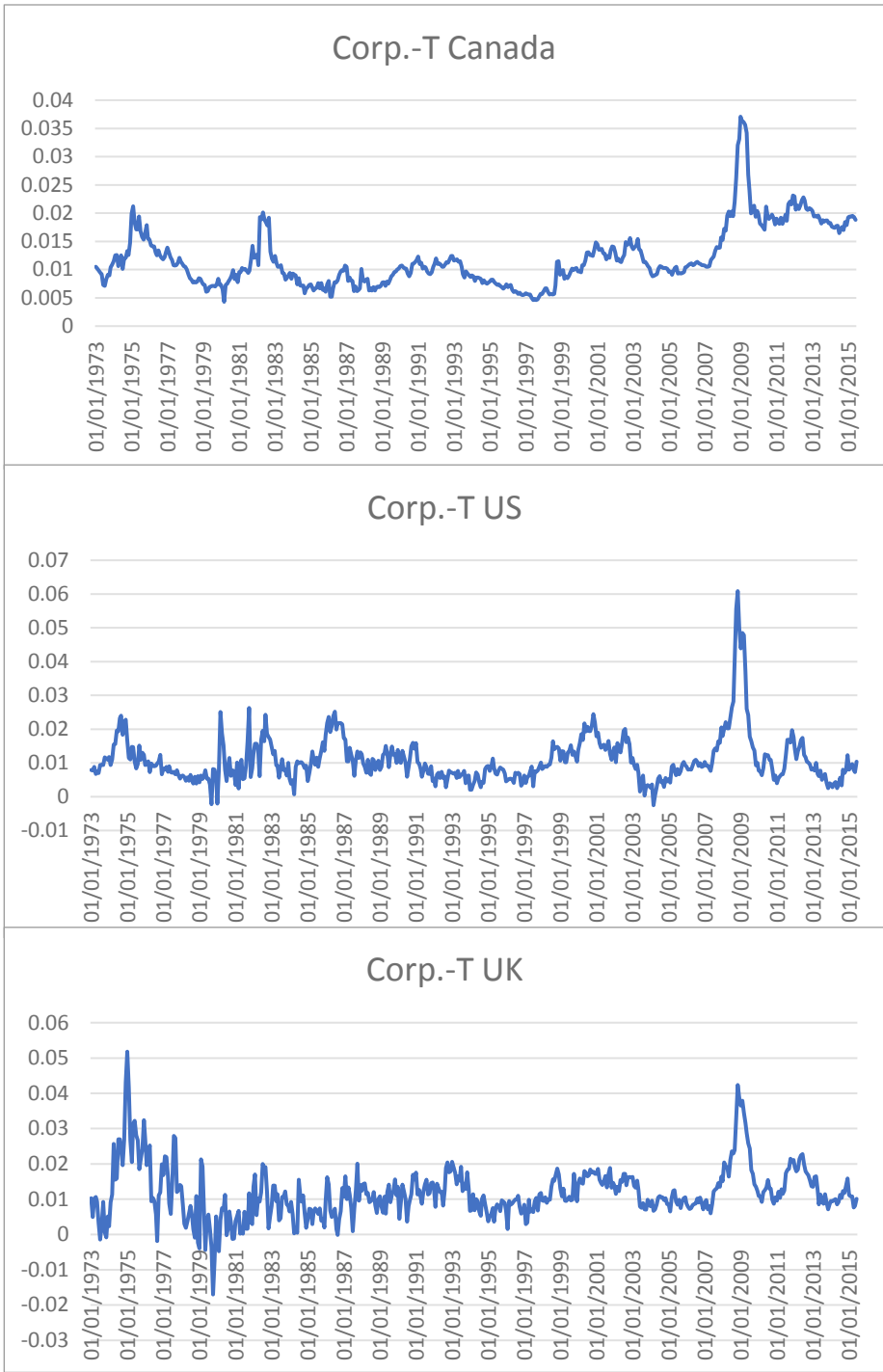
Annexe 14: Séries historiques de toutes les variables du modèle sur l'échantillon complet (janvier 1973-juin 2015).











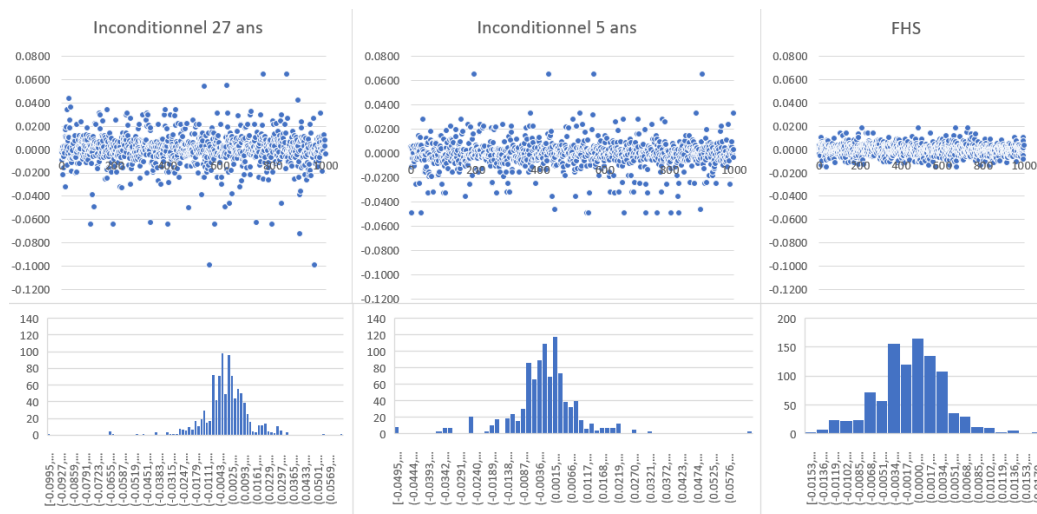
Annexe 15 : Matrices des variances-covariances des modèles de simulation Monte-Carlo inconditionnel 27 ans, inconditionnel 5 ans et conditionnel CCC-GARCH du marché américain pour la période d'estimation.

Le tableau suivant présente les matrices variance-covariances des modèles inconditionnel 27 ans, inconditionnel 5 ans et conditionnel CCC-GARCH du marché américain pour la période d'estimation (janvier 1973 à janvier 2000). Les variances sont affichées en gras et sont situées sur la diagonale. Il faut savoir qu'il s'agit de la matrice variance-covariances des résidus des différentes variables et que les variables Rf, Gov. 10 ans, CADUSD et CADGBP sont sous la forme $\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$, $\left(\frac{Gov.10\ ans_t - Gov.10\ ans_{t-1}}{\sqrt{Gov.10\ ans_{t-1}}}\right)$, $\Delta CADUSD$ et (Rendement CADGBP * 100), respectivement.

US						US						US					
MC incond. 27 ans						MC incond. 5 ans						MC CCC-GARCH					
	Rf	Gov. 10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADUSD		Rf	Gov. 10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADUSD		Rf	Gov. 10 ans	Ri-Rf	Corp.-T	CADUSD
Rf	2.87E-04	9.84E-05	-5.57E-06	-2.31E-05	-2.29E-05	Rf	4.97E-05	3.02E-05	2.60E-05	-2.10E-06	3.86E-06	Rf	2.75E-05	1.75E-05	-6.21E-07	-3.39E-06	-5.69E-06
Gov. 10 ans	9.84E-05	1.03E-04	-1.09E-05	-2.16E-05	-2.22E-05	Gov. 10 ans	3.02E-05	7.94E-05	7.01E-05	-9.32E-06	-1.13E-05	Gov. 10 ans	1.75E-05	3.33E-05	-2.31E-06	-5.96E-06	-9.87E-06
Ri-Rf	-5.57E-06	-1.09E-05	2.42E-03	-4.40E-05	-2.01E-04	Ri-Rf	2.60E-05	7.01E-05	1.36E-03	-3.19E-05	-3.23E-04	Ri-Rf	-6.21E-07	-2.31E-06	1.08E-03	-1.48E-05	-1.04E-04
Corp.-T	-2.31E-05	-2.16E-05	-4.40E-05	9.44E-06	9.45E-06	Corp.-T	-2.10E-06	-9.32E-06	-3.19E-05	3.31E-06	8.89E-06	Corp.-T	-3.39E-06	-5.96E-06	-1.48E-05	2.15E-06	3.74E-06
CADUSD	-2.29E-05	-2.22E-05	-2.01E-04	9.45E-06	2.47E-04	CADUSD	3.86E-06	-1.13E-05	-3.23E-04	8.89E-06	3.98E-04	CADUSD	-5.69E-06	-9.87E-06	-1.04E-04	3.74E-06	1.49E-04

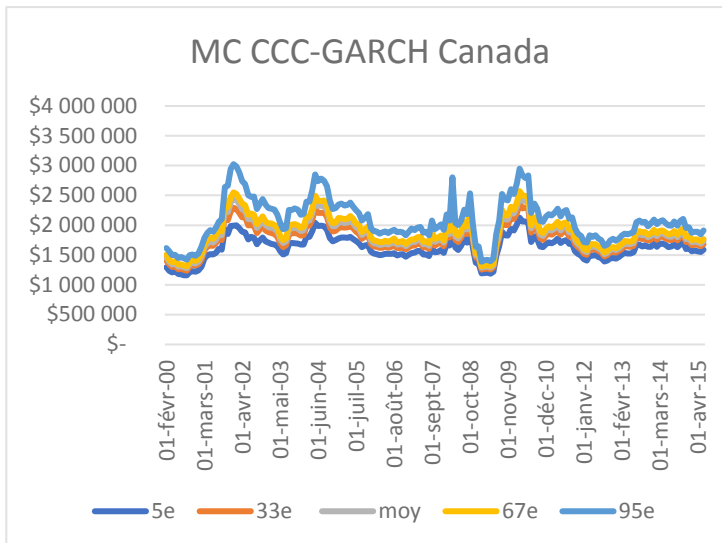
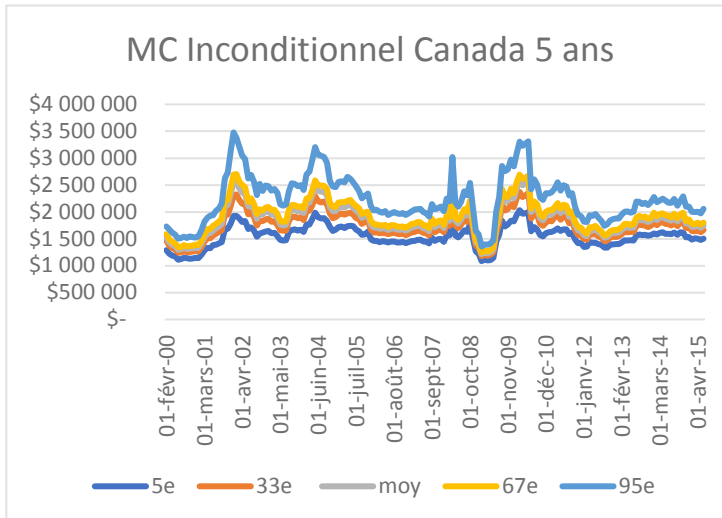
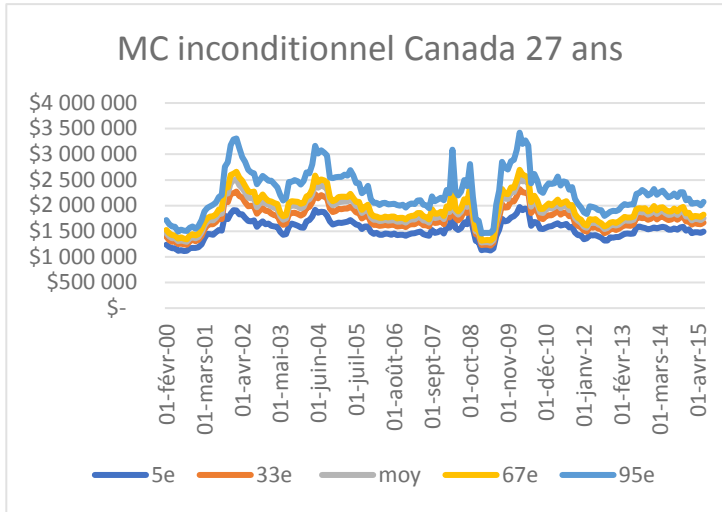
Annexe 16_: Résidus tirés aléatoirement lors des modèles de simulations historiques : inconditionnel 27 ans, inconditionnel 5 ans et conditionnel avec filtre GARCH (FHS) pour la variable Rf du marché américain sur la période d'estimation.

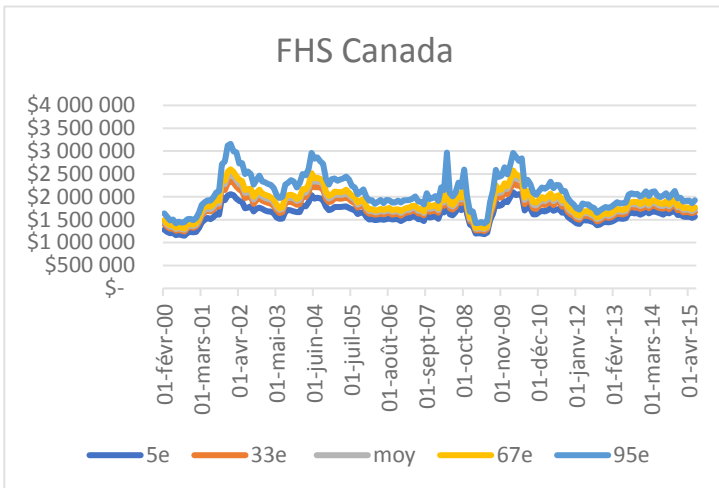
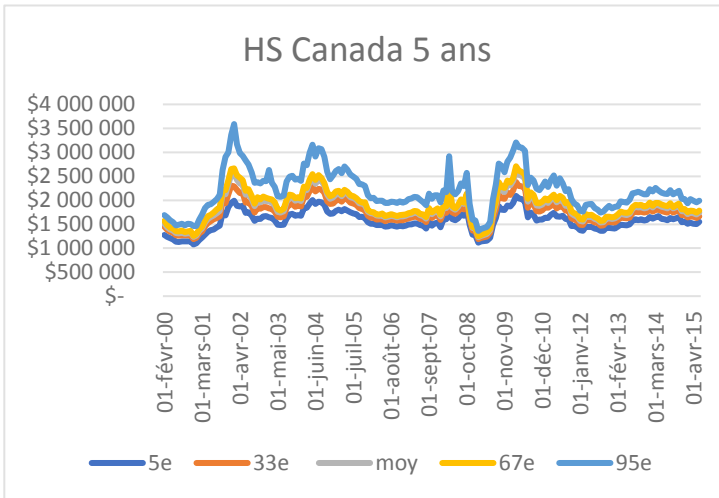
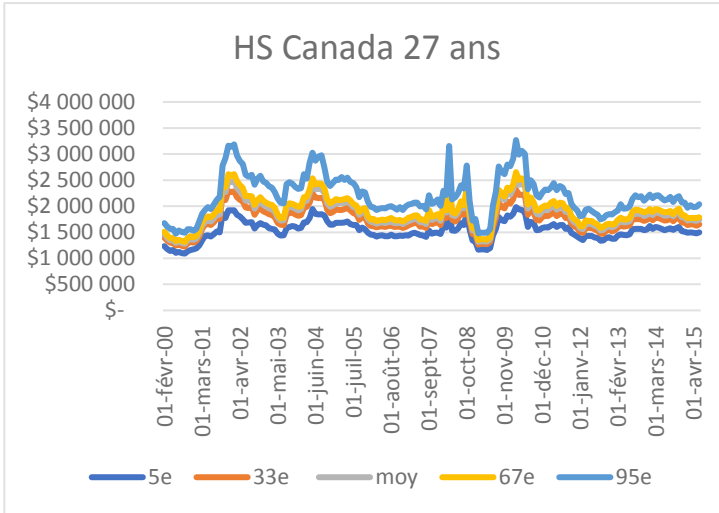
Les 1000 résidus tirés aléatoirement sont présentés à l'aide de nuages de points (graphiques du dessus) et à l'aide d'histogrammes (graphiques du dessous). De plus, le tableau situé au bas des graphiques affiche les statistiques des trois distributions, soit la moyenne, l'écart-type, le coefficient d'asymétrie (*Skewness*) et le coefficient d'aplatissement (*Kurtosis*). Il faut savoir qu'il s'agit des résidus de la variable Rf US, modélisée selon $\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$.

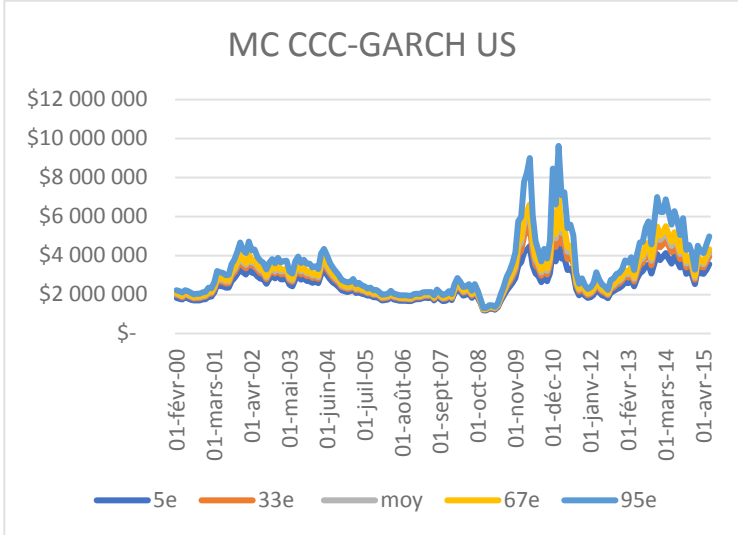
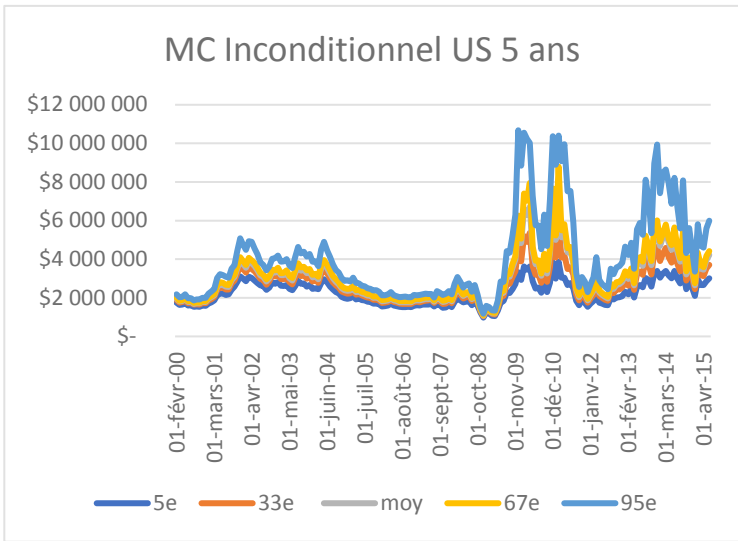
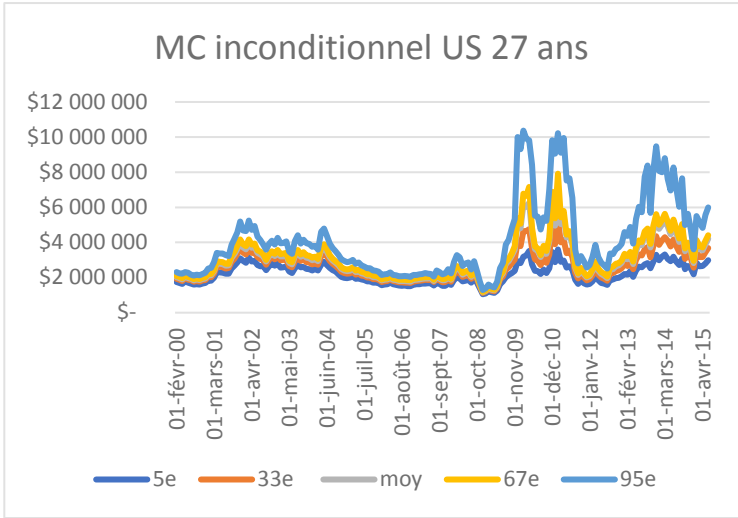


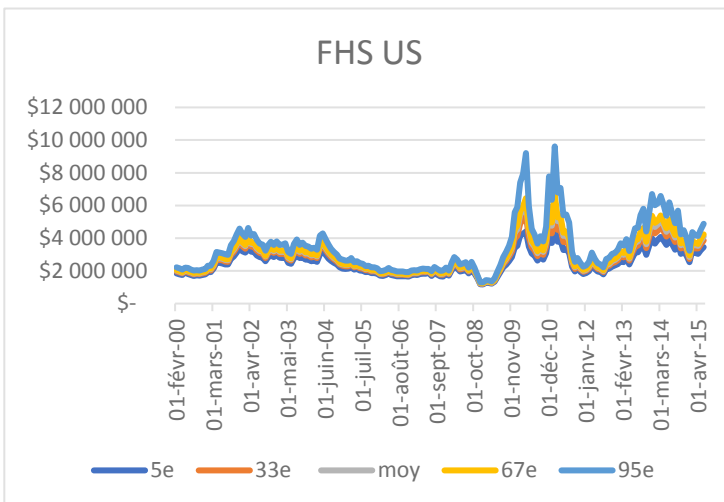
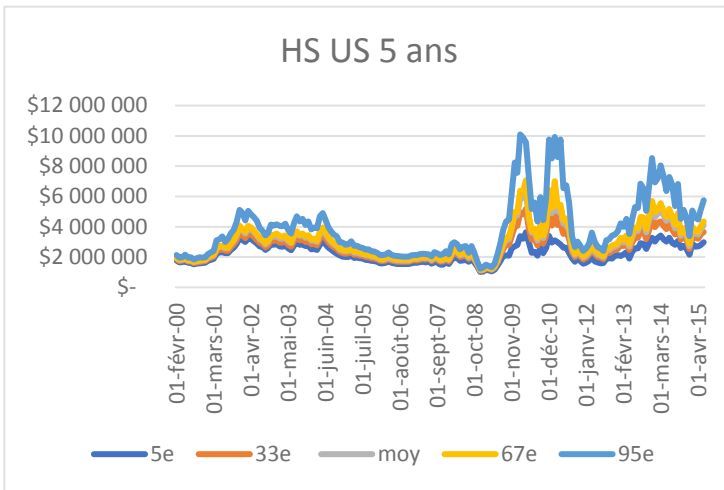
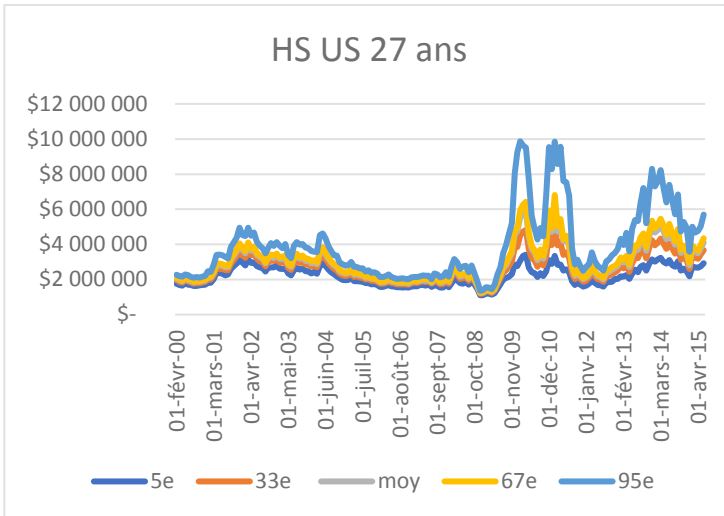
	Inconditionnel 27 ans	Inconditionnel 5 ans	FHS
moyenne	-0.0002	-0.0011	-0.0002
écart-type	0.0145	0.0120	0.0049
skewness	-1.1359	-0.1503	0.0587
kurtosis	8.2736	5.9671	0.9165

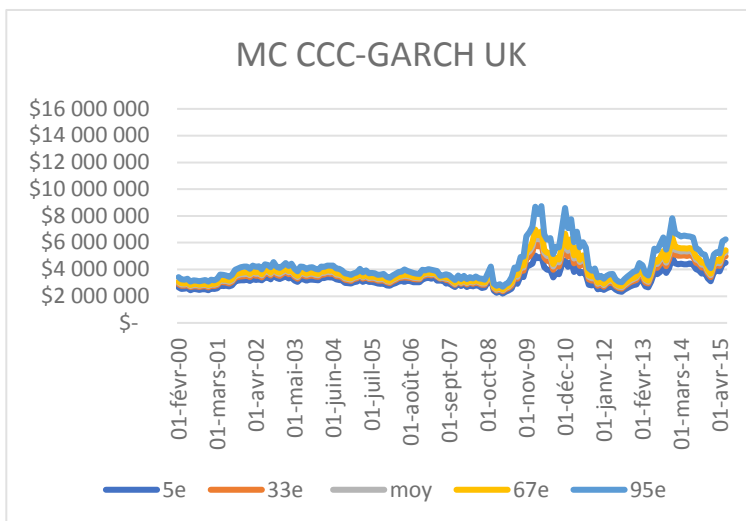
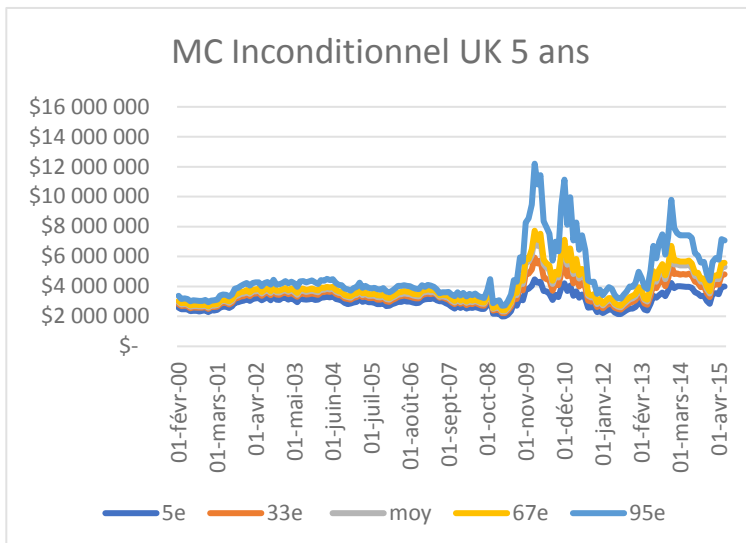
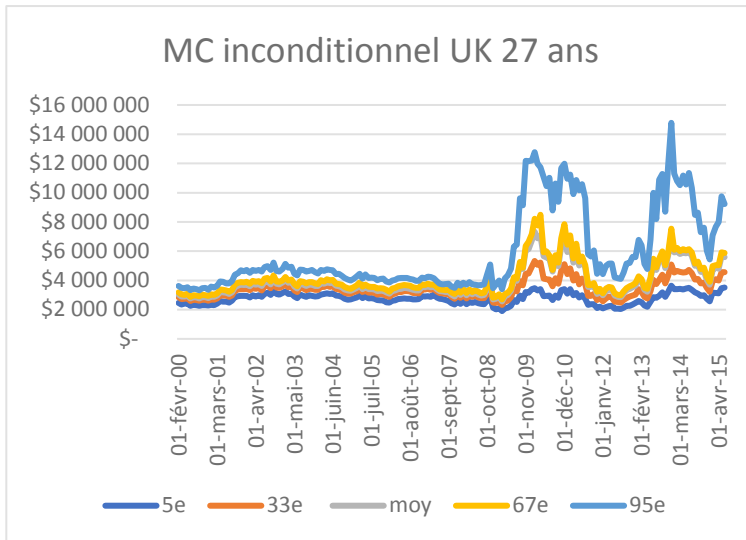
Annexe 17 : Graphiques de l'évolution des percentiles des distributions de valeurs immobilières simulées

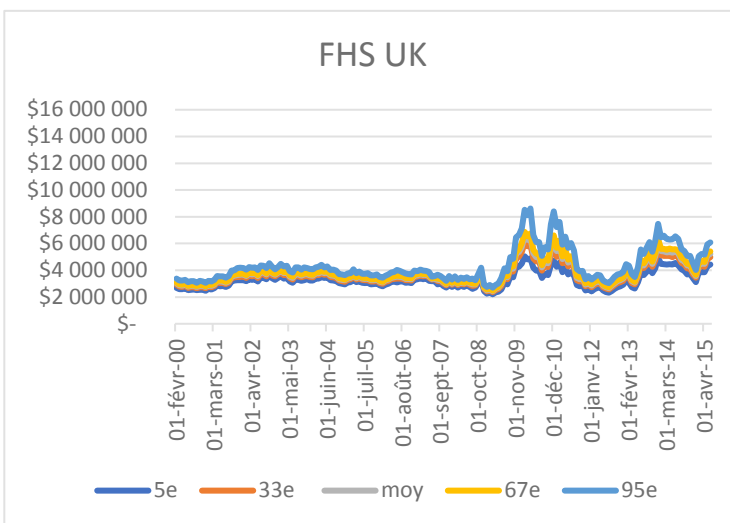
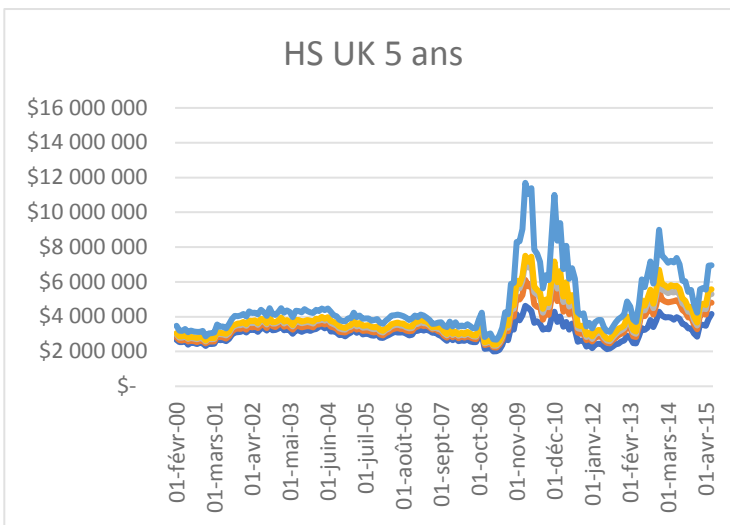
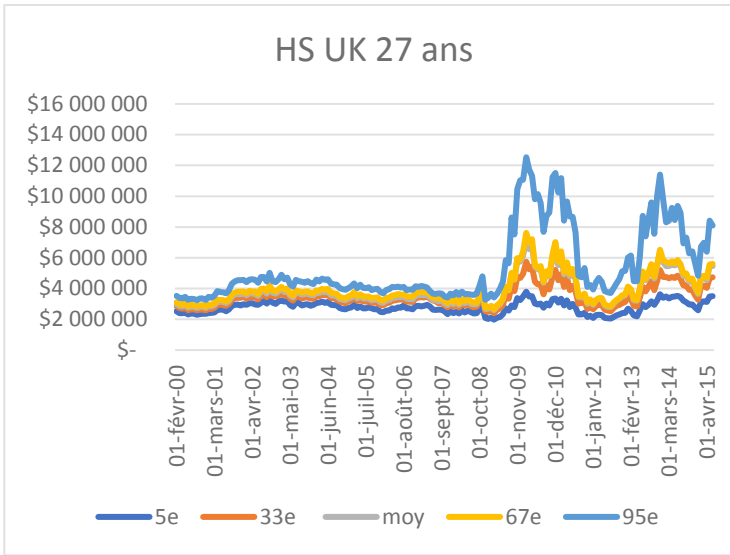












Annexe 18 : Explication de la présence d'écart-types (des étendues) et d'étendues maximales parfois plus élevés pour les modèles inconditionnels 5 ans que pour les modèles inconditionnels 27 ans, en contexte canadien et américain.

Nous constatons que les modèles inconditionnel 5 ans affichent parfois des écart-types (des étendues) et des étendues maximales plus élevés que les modèles inconditionnels 27 ans, autant pour les simulations Monte-Carlo que pour les simulations historiques, en contexte canadien et américain.

Par souci de concision, nous vous présenterons seulement les raisons principales qui, à notre avis, expliquent la grande majorité de ces phénomènes, aussi bien pour le marché canadien que pour le marché américain. Nous utiliserons les dates de février et janvier 2002 pour expliquer ce phénomène dans les simulations Monte-Carlo du marché canadien et dans les simulations historiques du marché canadien, respectivement. Il s'agit des dates correspondant aux étendues maximales pour les modèles inconditionnels 5 ans, qui sont plus élevées que les étendues maximales des modèles inconditionnels 27 ans.

Premièrement, en ce qui concerne les modèles de simulations Monte-Carlo, nous remarquons que les variances contenues dans la matrice variance-covariances (tableau suivant) sont plus faibles avec l'échantillon 5 ans qu'avec l'échantillon 27 ans, ce qui fait en sorte que les termes aléatoires de ces modèles sont moins dispersés, ce qui correspond à nos attentes.

Matrices variance-covariances des modèles Monte-Carlo inconditionnel 27 ans et inconditionnel 5 ans du marché canadien pour le mois de février 2002.

MC inconditionnel 27 ans Février 2002					MC inconditionnel 5 ans Février 2002				
	Rf	Gov. 10 ans	Ri-Rf	Corp.-T		Rf	Gov. 10 ans	Ri-Rf	Corp.-T
Rf	4.108E-04	1.066E-04	-3.301E-04	-1.621E-06	Rf	1.68E-04	3.03E-05	-3.21E-05	6.42E-07
Gov. 10 ans	1.066E-04	1.431E-04	-2.398E-04	1.498E-07	Gov. 10 an	3.03E-05	8.97E-05	-1.15E-04	-8.78E-08
Ri-Rf	-3.301E-04	-2.398E-04	0.0030	3.520E-06	Ri-Rf	-3.21E-05	-1.15E-04	0.0028	4.18E-06
Corp.-T	-1.621E-06	1.498E-07	3.520E-06	1.150E-06	Corp.-T	6.42E-07	-8.78E-08	4.18E-06	5.77E-07

Toutefois, c'est en observant le terme de tendance (tableau suivant) de ces variables, où Rf et Gov. 10 ans sont toujours sous la forme $\left(\frac{r_t - r_{t-1}}{\sqrt{r_{t-1}}}\right)$, que nous comprenons mieux le problème.

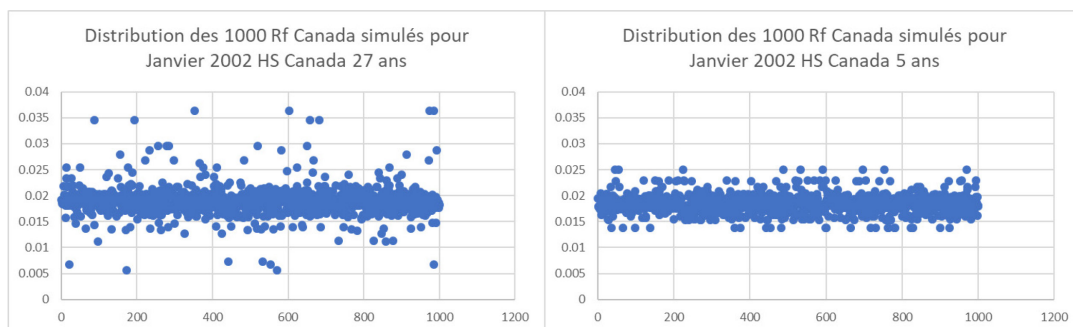
Prévisions des variables du modèle pour les simulations Monte-Carlo inconditionnelle 27 ans et inconditionnelle 5 ans du marché canadien pour le mois de février 2002.

Prévisions des variables (non brutes) du modèle pour Février 2002		
	MC incond 27 ans	MC incond 5 ans
Rf	-0.0021	-0.0074
Gov. 10 ans	0.0019	-0.0017
Ri-Rf	-0.0338	-0.0374
Corp.-T	0.0128	0.0130

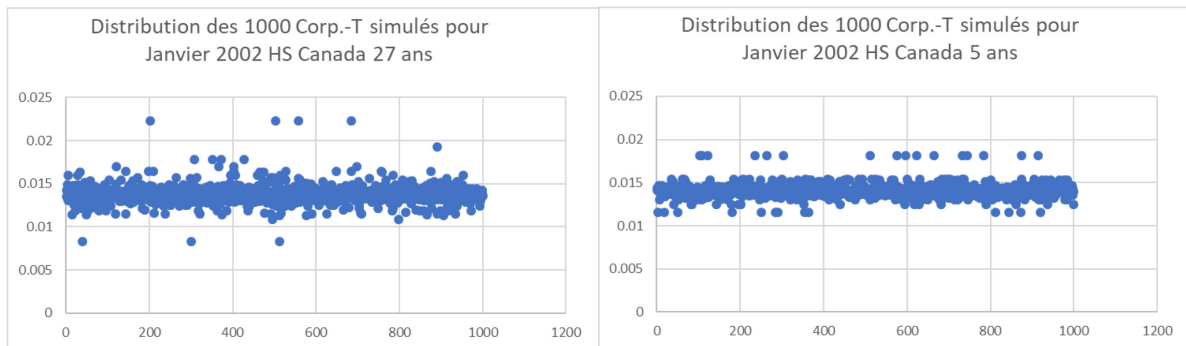
Les prévisions des variables $\left(\frac{Rf_t - Rf_{t-1}}{\sqrt{Rf_{t-1}}}\right)$ et $\left(\frac{Gov10_t - Gov10_{t-1}}{\sqrt{Gov10_{t-1}}}\right)$ pour février 2002 sont plus faibles (nombre négatif plus élevé en valeur absolue) avec le modèle Monte-Carlo inconditionnel 5 ans qu'avec le modèle Monte-Carlo inconditionnel 27 ans (évidemment, les mêmes résultats s'appliquent également pour les modèles de simulations historiques). Comme l'échantillon est plus petit avec le modèle 5 ans, les paramètres des modèles ARMA sont différents, ce qui explique pourquoi la prévision effectuée peut être différente. Cela fait en sorte que les centres de distribution des 1000 simulations pour ces deux variables en février 2002 sont situés à des niveaux plus bas pour le modèle 5 ans. Ainsi, bien que la dispersion des variables simulées soit moins élevée en raison des termes aléatoires, les centres de distributions de ces variables peuvent tout de même être amenés plus vers le bas ou plus vers le haut comparativement au modèle 27 ans en raison des termes de tendance. Dans le cas du taux sans risque, même si la dispersion des valeurs simulées est plus faible, une prévision plus basse amènera le centre de la distribution vers le bas, ce qui amènera l'évaluation immobilière vers le haut. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle le modèle Monte-Carlo inconditionnel 5 ans du marché canadien affiche un maximum en février 2002, date où le taux sans risque canadien venait tout juste de subir une forte baisse (voir [annexe 14](#)).

Deuxièmement, en ce qui concerne les modèles de simulations historiques, la situation n'est pas si différente. Évidemment, les prévisions du modèle 5 ans sont encore différentes des prévisions du modèle 27 ans avec les simulations historiques. De plus, nous remarquons que les variables simulées à l'aide des modèles de simulations historiques pour le mois de janvier 2002 demeurent moins dispersées avec l'échantillon 5 ans qu'avec l'échantillon 27 ans en raison des résidus qui sont, eux aussi, moins dispersés, ce qui correspond à nos attentes (les nuages de points des simulations de Rf , Corp.-T et π sont présentées dans les graphiques suivant).

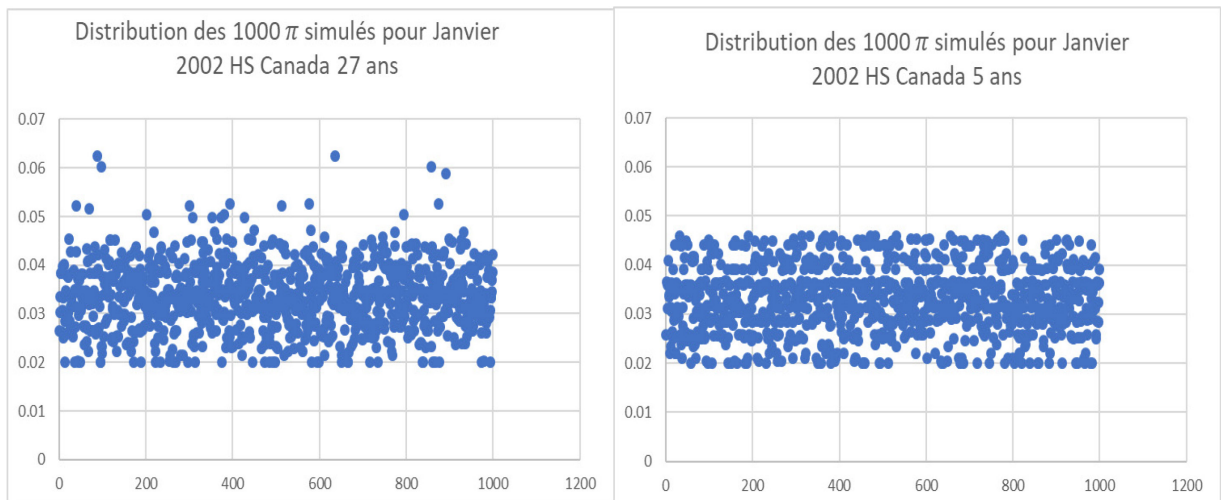
Distributions des Rf simulés à l'aide des modèles de simulations historiques inconditionnel 27 ans et inconditionnel 5 ans du marché canadien pour janvier 2002.



Distributions des Corp.-T simulés à l'aide des modèles de simulations historiques inconditionnel 27 ans et inconditionnel 5 ans du marché canadien pour janvier 2002.



Distributions des π_t simulés à l'aide des modèles de simulations historiques inconditionnel 27 ans et inconditionnel 5 ans du marché canadien pour janvier 2002.



Ainsi, les termes de tendance des modèles 5 ans sont différents des termes de tendance des modèles 27 ans, et les termes aléatoires des modèles 5 ans sont moins dispersés que les termes aléatoires des modèles 27 ans, exactement comme avec les modèles de simulations Monte-Carlo.

Par contre, bien que l'effet soit très subtil sur le graphique, il y a un effet d'asymétrie bien réel dans l'échantillon 5 ans des taux d'intérêt : le coefficient d'asymétrie (*Skewness*) de la distribution des 1000 Rf simulés en janvier 2002 est de 0.38 pour l'échantillon 5 ans et de 1.28 pour l'échantillon 27 ans. C'est donc dire que la distribution des Rf simulés est décalée vers la gauche avec l'échantillon 5 ans comparativement à la distribution des Rf simulés avec l'échantillon 27 ans, affichant ainsi une plus grande proportion de baisses de taux que de hausses de taux. Ce résultat n'est pas partagé par les simulations Monte-Carlo ; il s'agit d'un phénomène qui est propre aux simulations historiques. Cela nous paraît parfaitement logique lorsque nous observons les graphiques de taux d'intérêt sur l'échantillon complet à l'[annexe 14](#) : depuis 1995, les taux ont majoritairement baissé, ce qui explique pourquoi les distributions sont décalées vers la gauche comparativement aux distributions du modèle 27 ans. Dans le cas du taux sans risque, la présence de l'effet d'asymétrie fait en sorte que

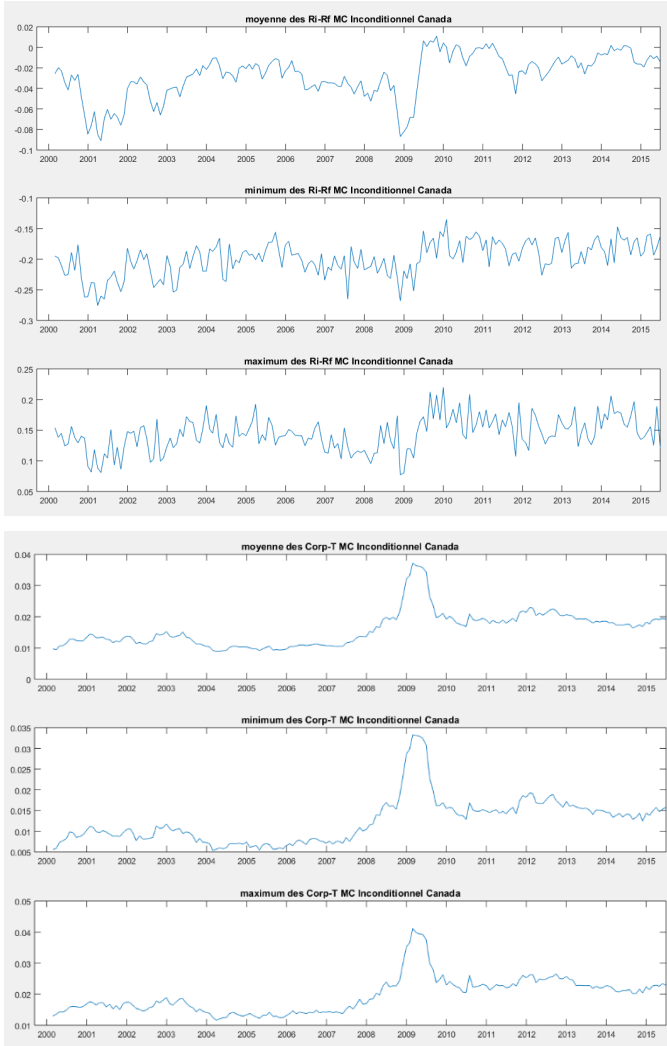
les modèles de simulations historiques tireront beaucoup plus souvent des résidus correspondant à des dates où les taux ont baissé que des résidus correspondant à des dates où les taux ont monté. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle le modèle historique inconditionnel 5 ans du marché canadien affiche un maximum en janvier 2002, date où le taux sans risque canadien a subi une forte baisse (voir [annexe 14](#)).

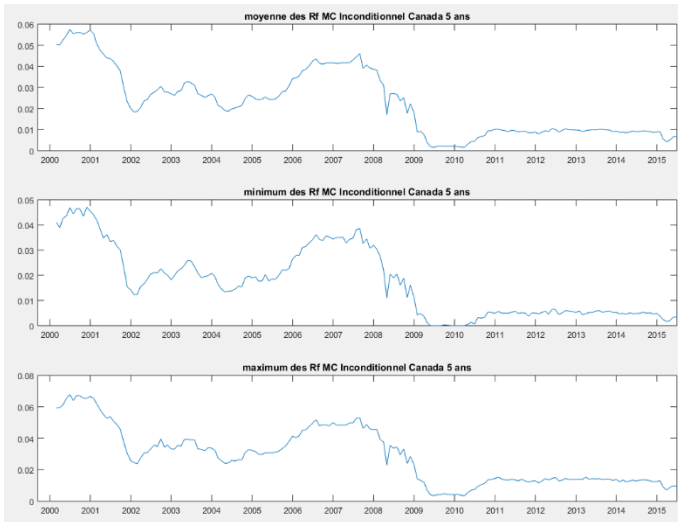
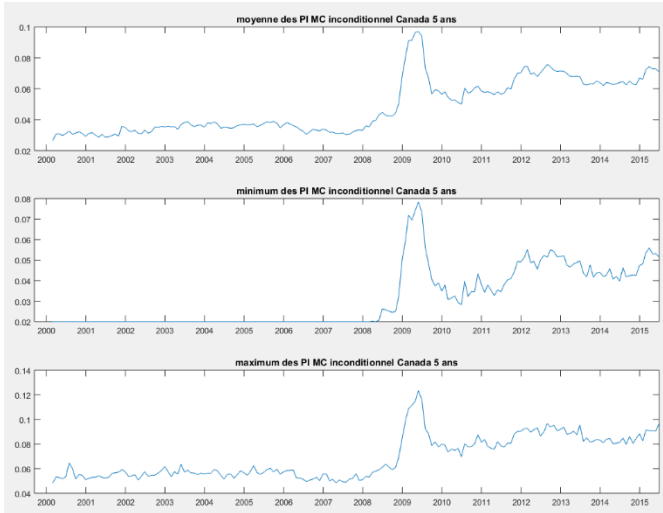
Bien que les exemples précédents concernent surtout les variables des taux d'intérêt du marché canadien, ces explications s'appliquent à tous les marchés géographiques. De plus, même si l'effet d'asymétrie concerne plus particulièrement les variables des taux d'intérêt, l'effet des distributions moins dispersées et l'effet des centres de distributions situés à des niveaux plus hauts ou plus bas avec les modèles inconditionnels 5 ans affectent l'ensemble des variables incluses dans le modèle, et donc affectent la prime de risque immobilière π_t . D'ailleurs, bien que cela soit très subtil sur le dernier graphique, le nombre de π_t simulés en janvier 2002 qui atteignent la contrainte plancher de 2% est plus élevé avec le modèle de simulation historique inconditionnel 5 ans (38 fois) qu'avec le modèle de simulation historique inconditionnel 27 ans (33 fois). Ce résultat fait en sorte que les valeurs immobilières simulées sont davantage amenées vers le haut avec le modèle 5 ans, ce qui s'explique encore une fois par l'effet d'asymétrie, par l'effet des distributions moins dispersées et par l'effet des centres de distributions situés à des niveaux plus hauts ou plus bas avec les modèles inconditionnels 5 ans.

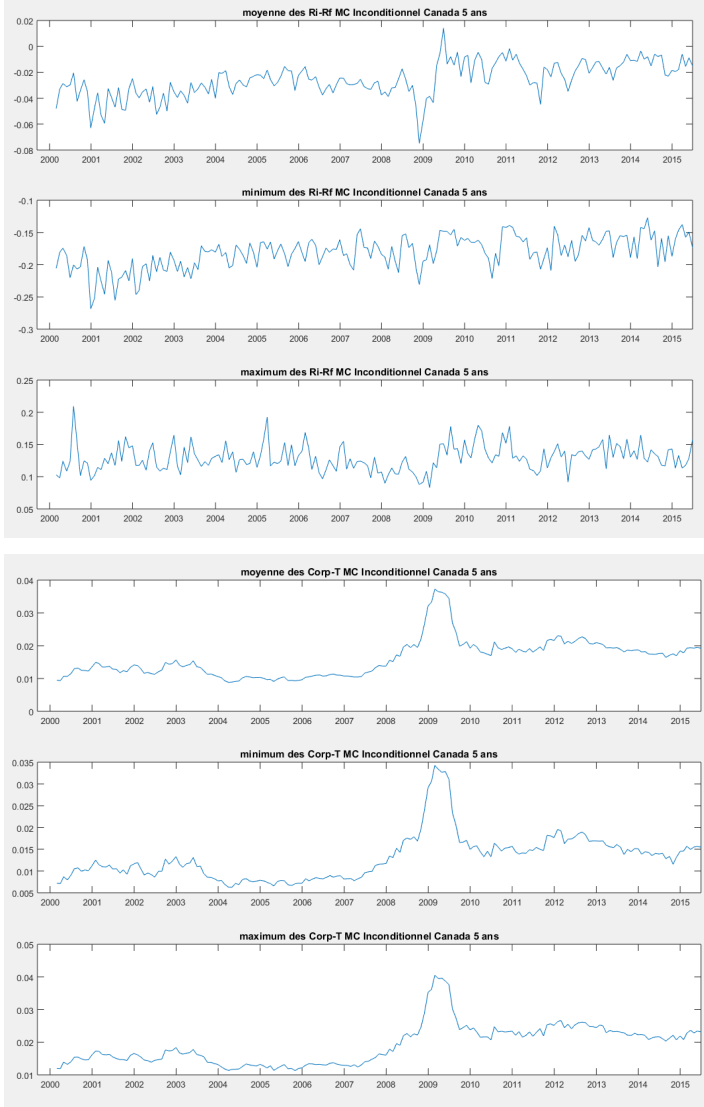
Annexe 19 : Graphiques des variables simulées pour nos différents modèles : moyenne, minimum et maximum des simulations.

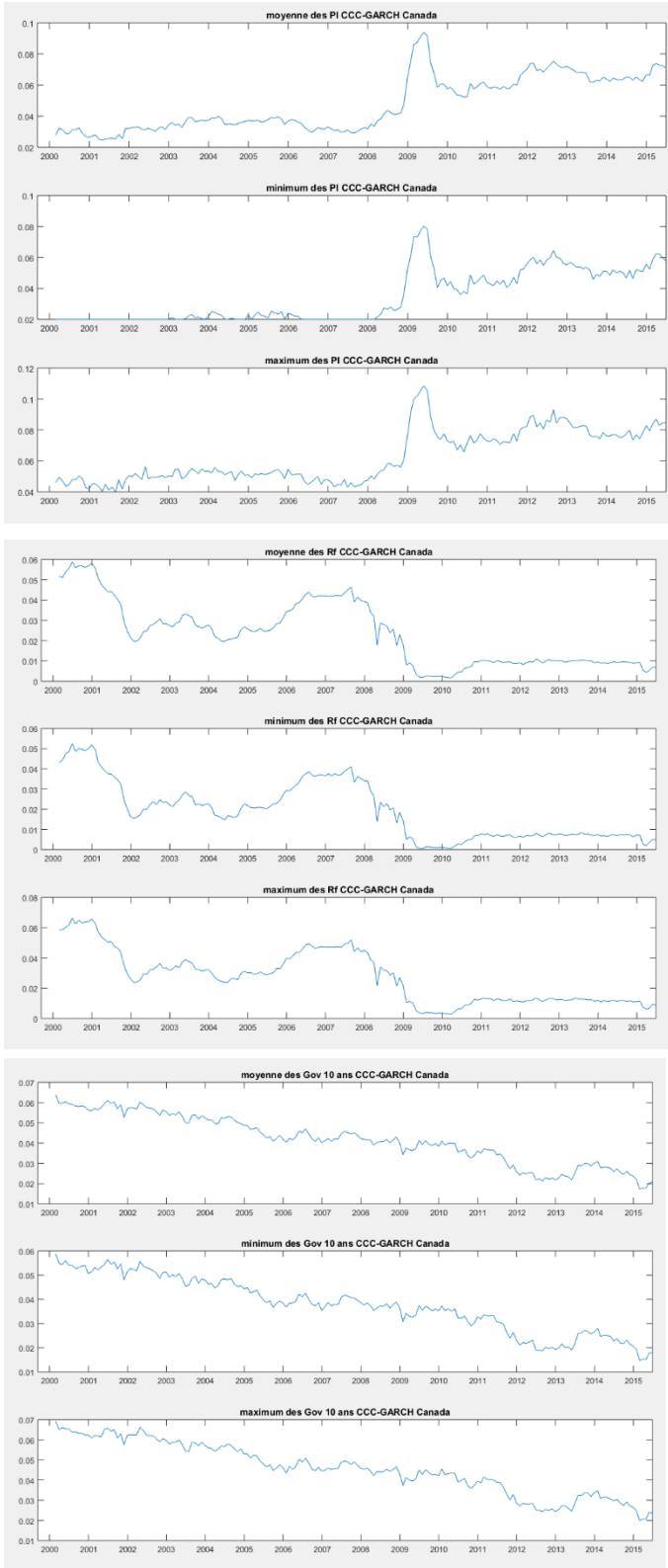
Veillez prendre note que les notations «MC inconditionnel» et «HS» font référence aux modèles inconditionnels 27 ans.

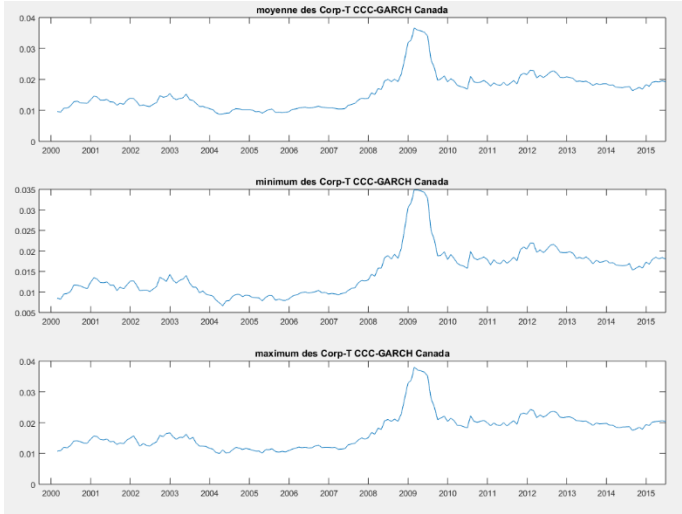
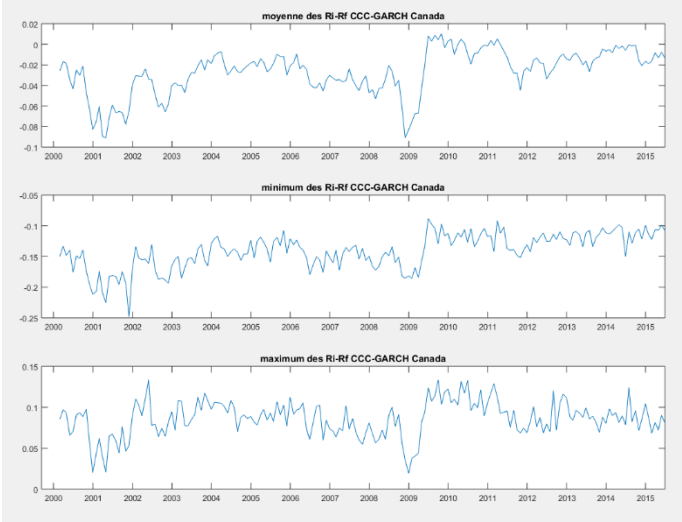


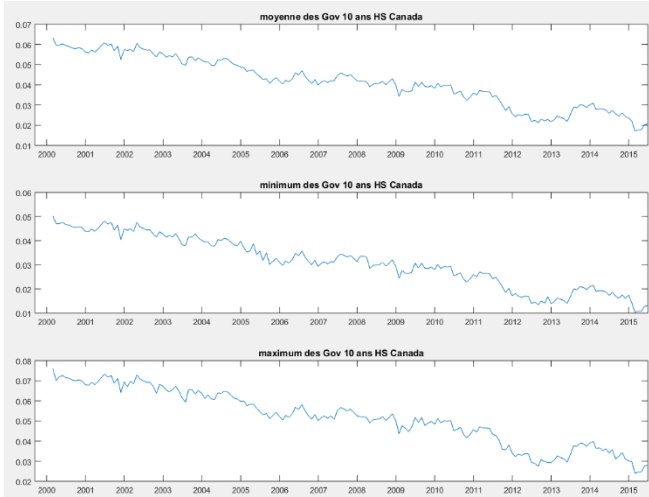
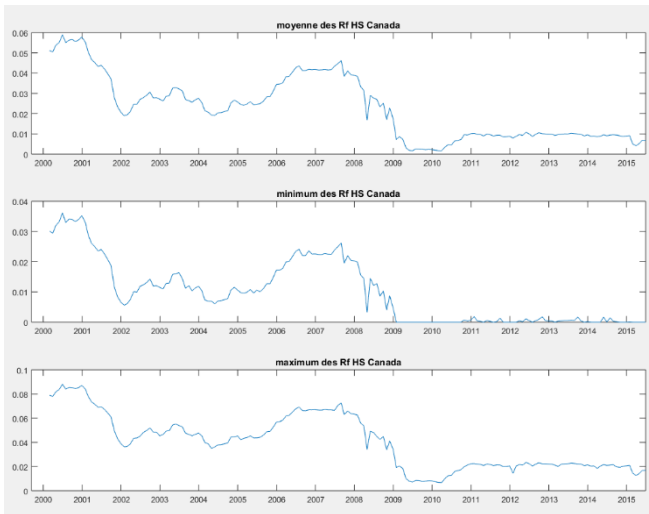
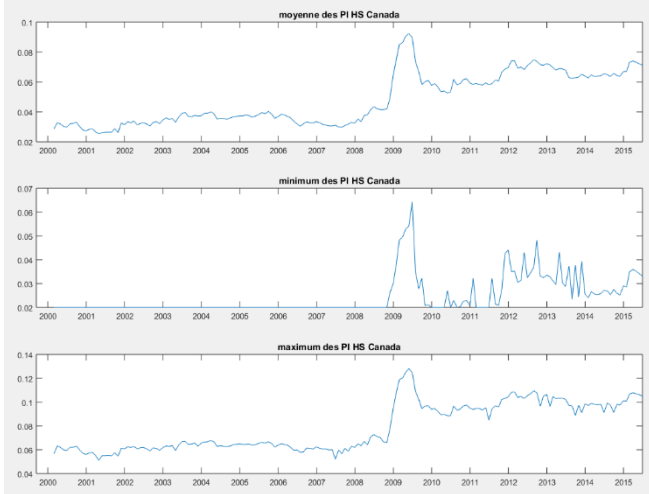




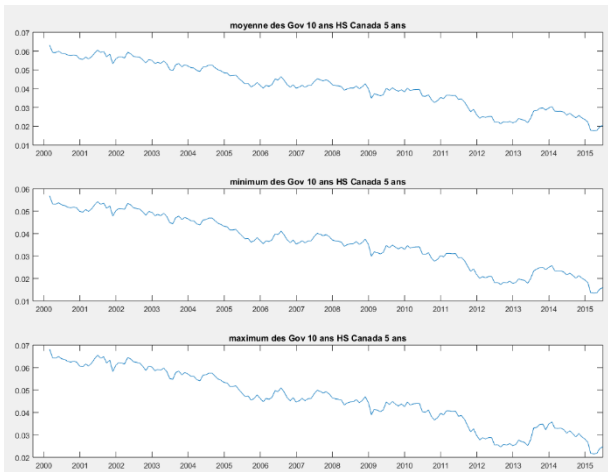
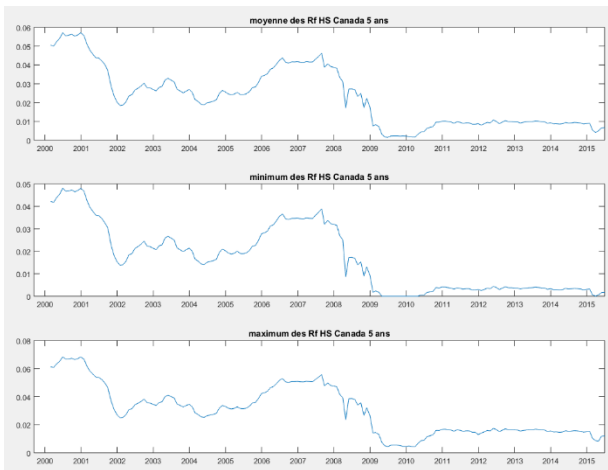


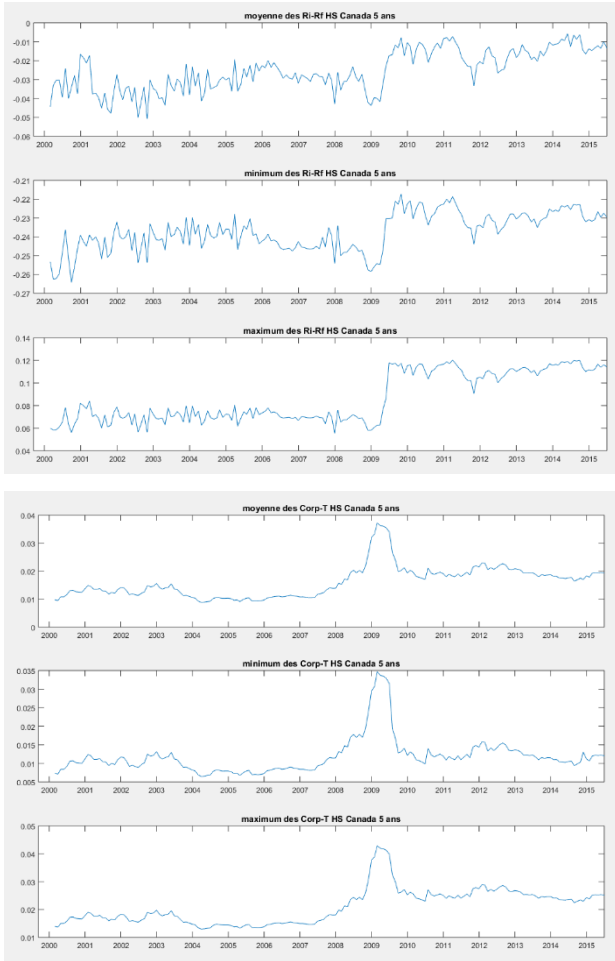


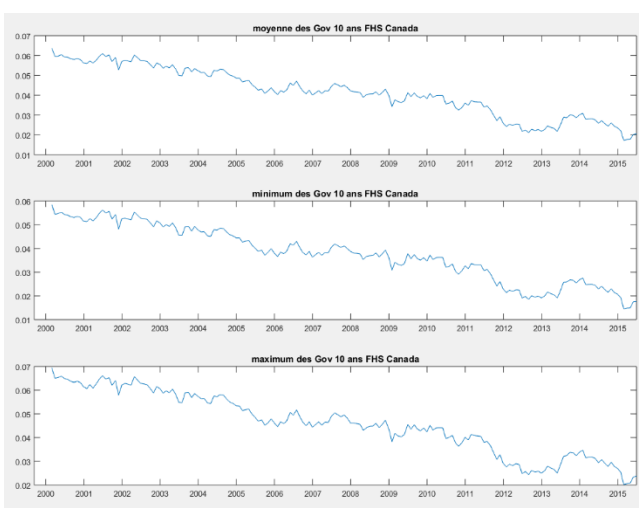
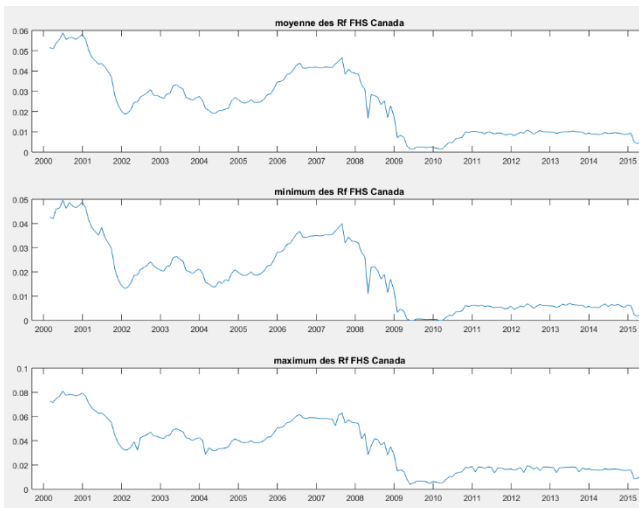




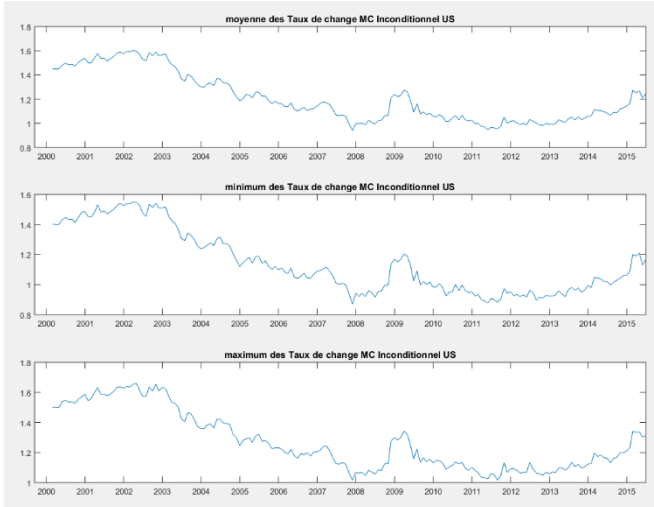
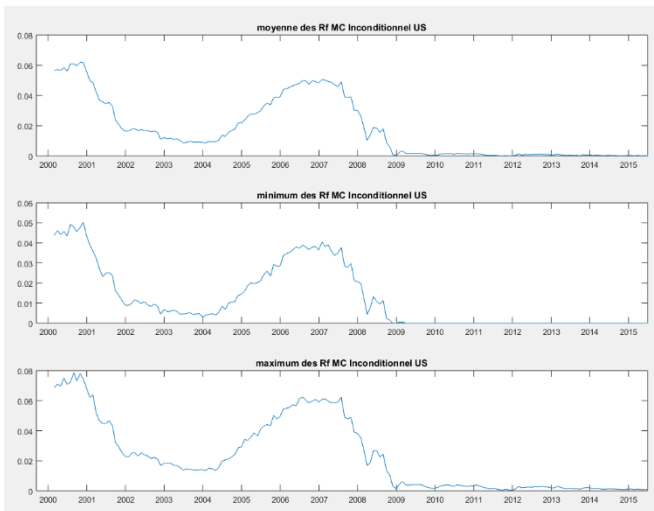
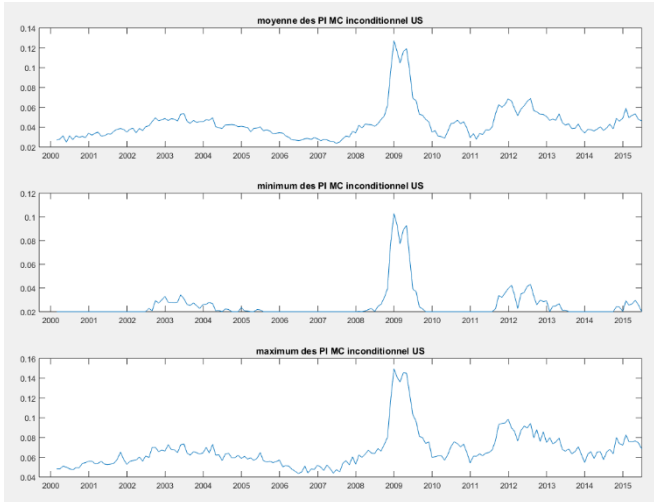


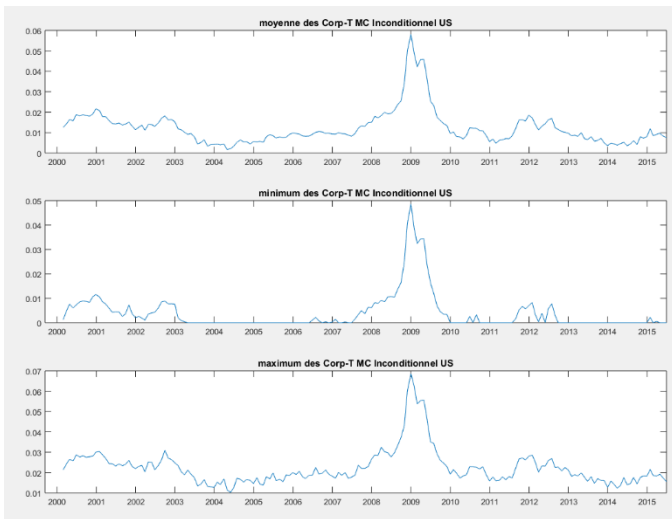
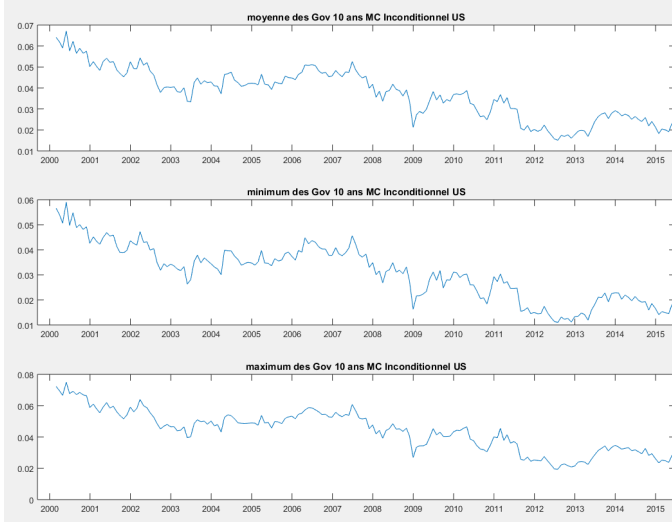


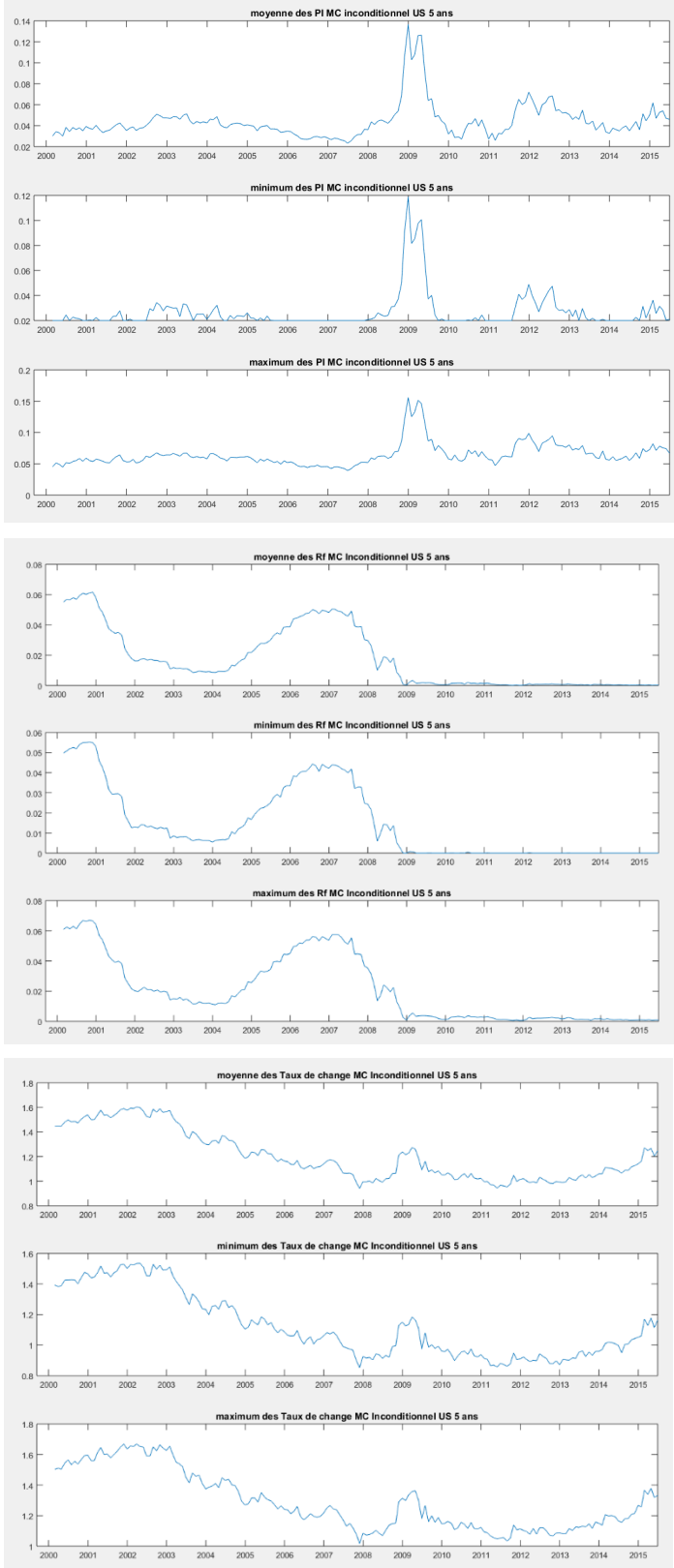


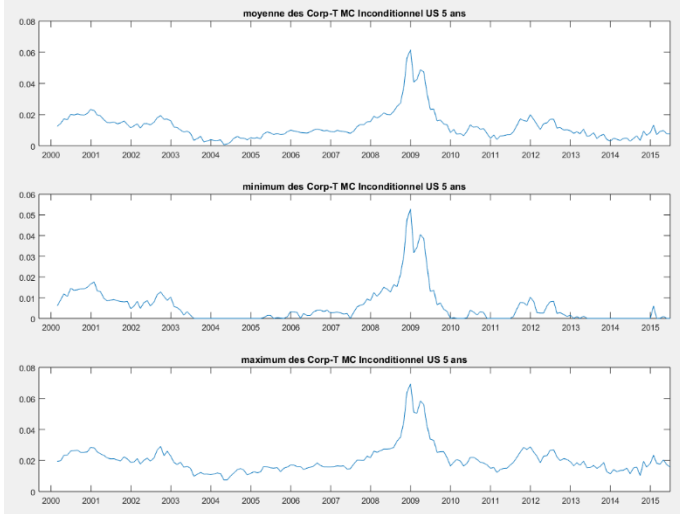


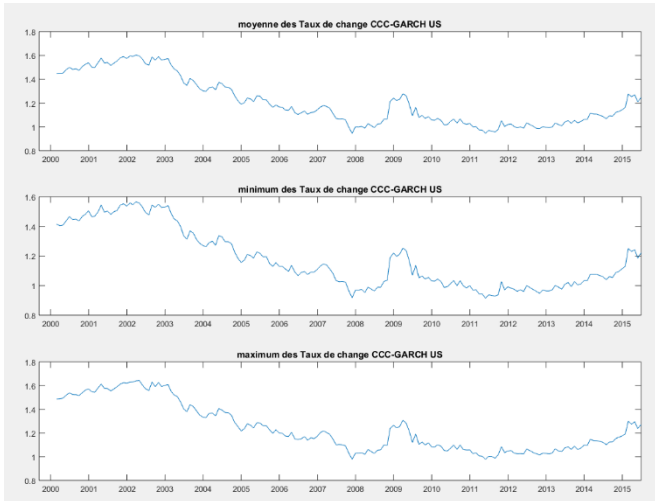
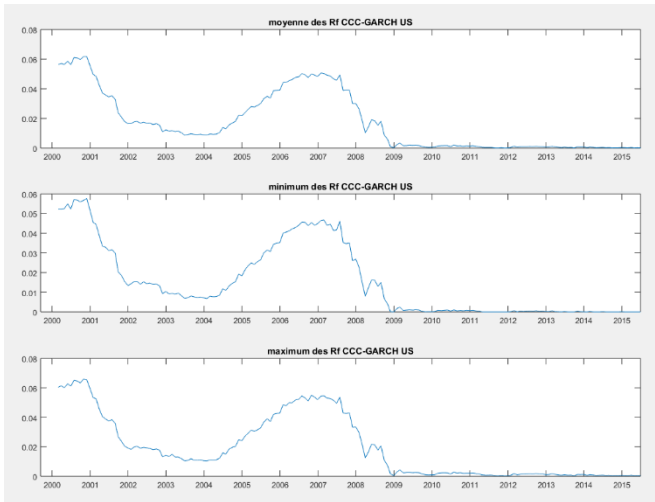
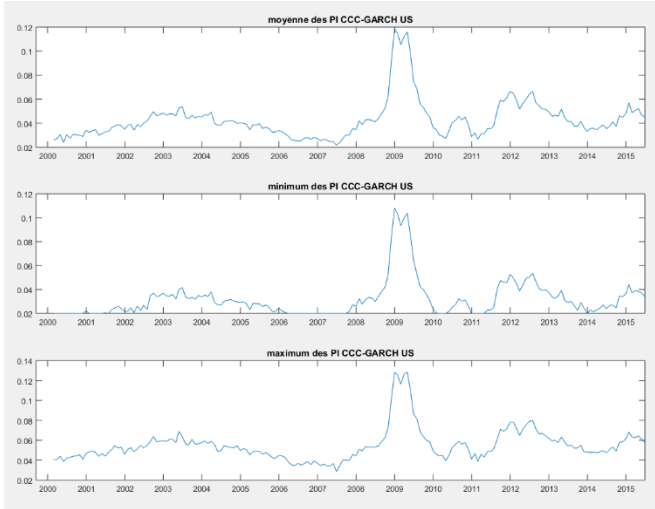


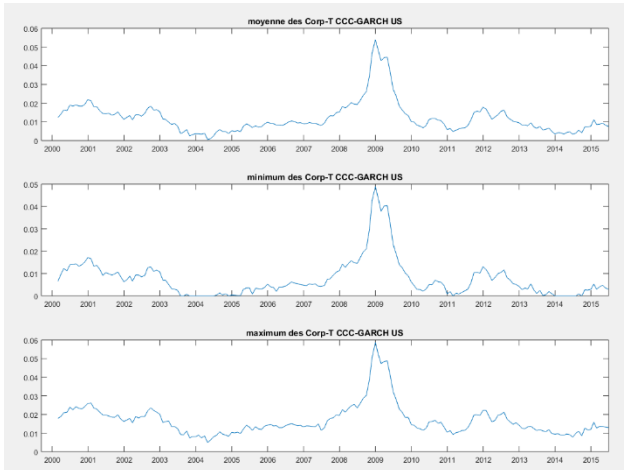
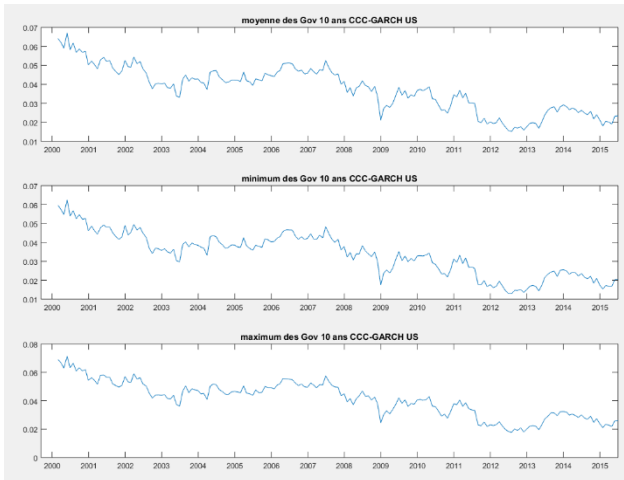


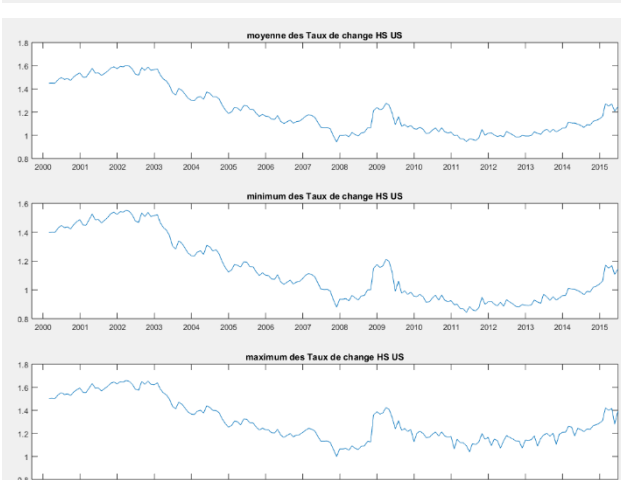
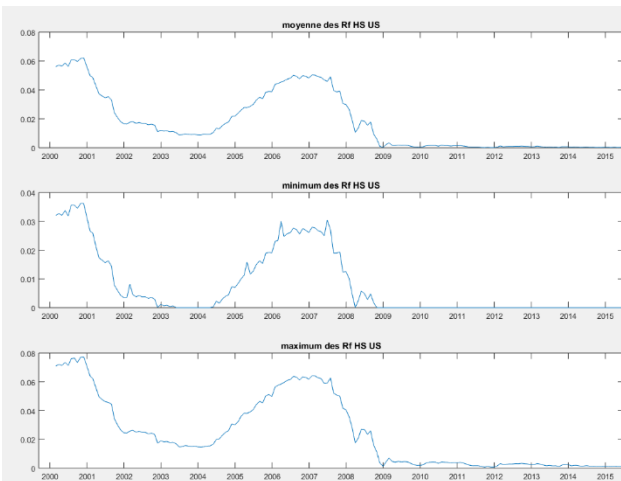
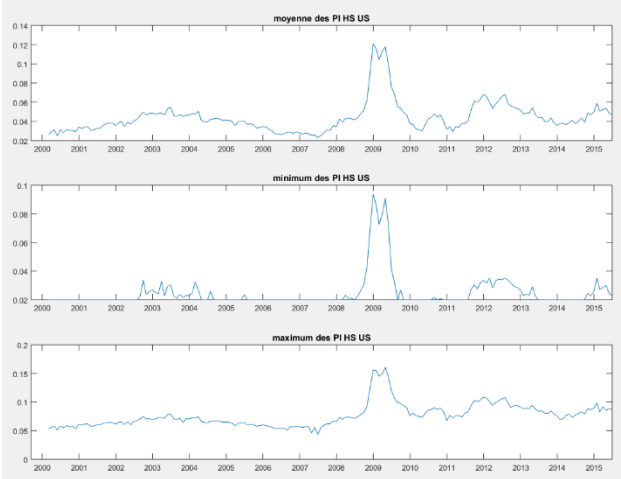


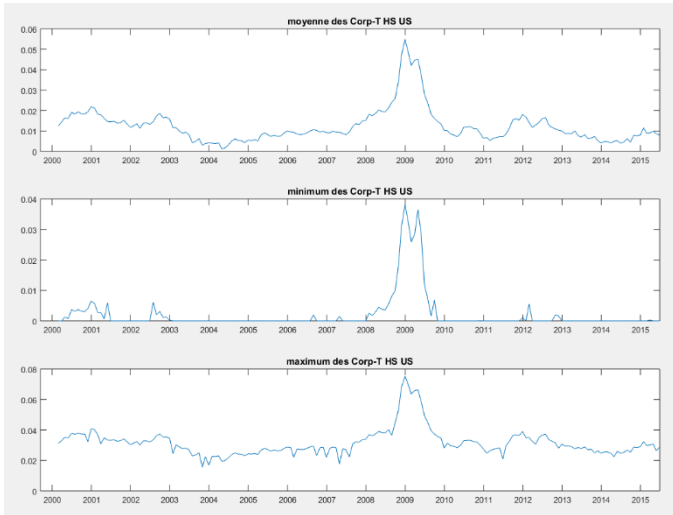
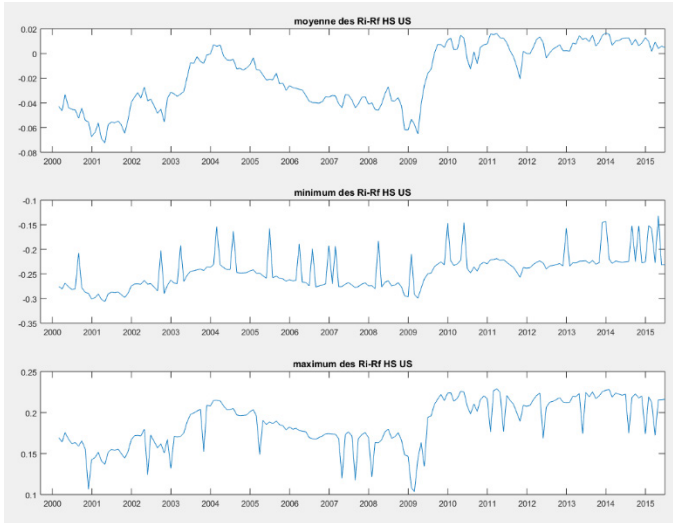
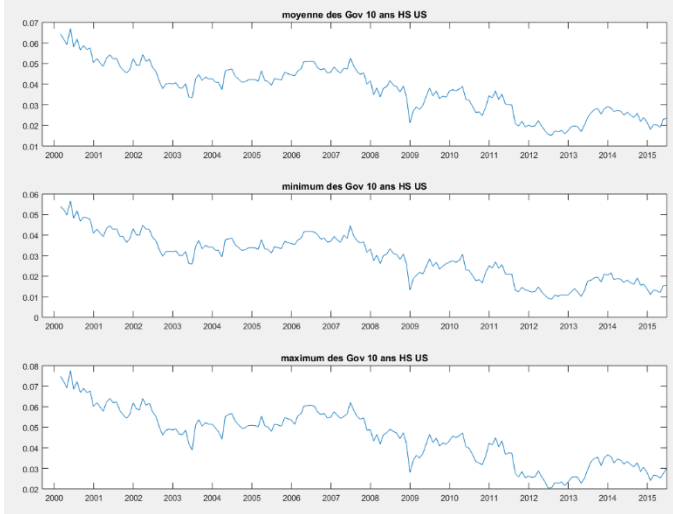


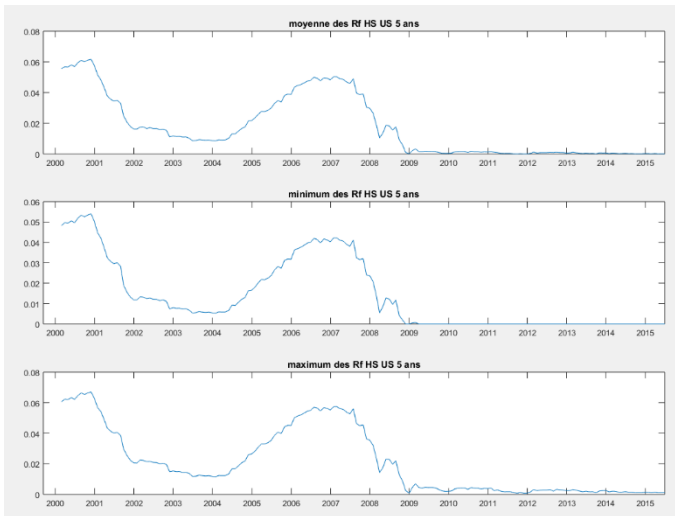
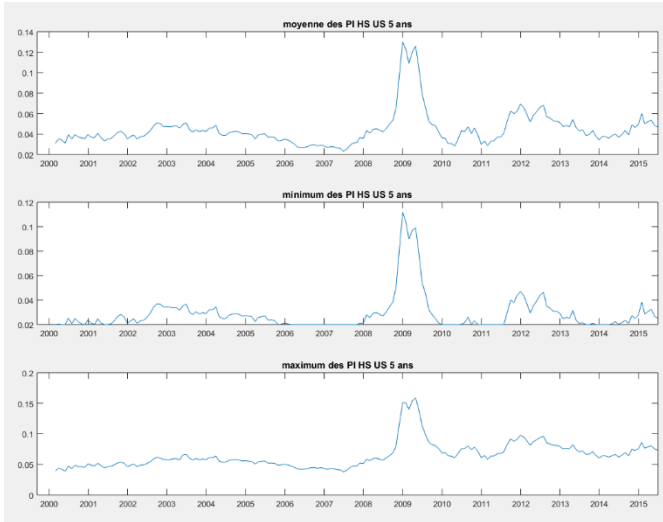




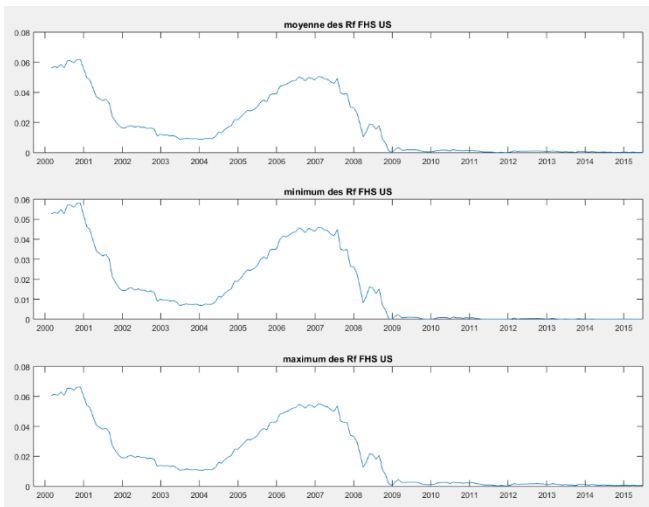
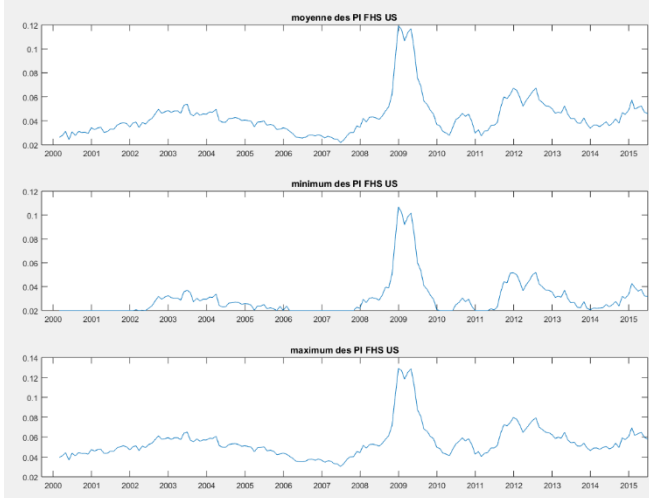


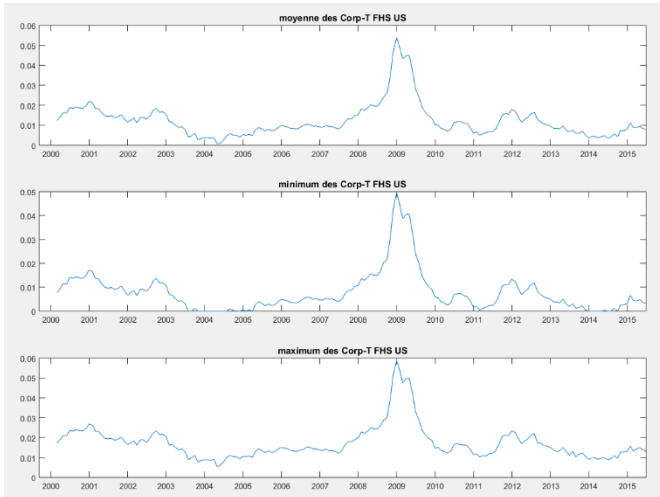
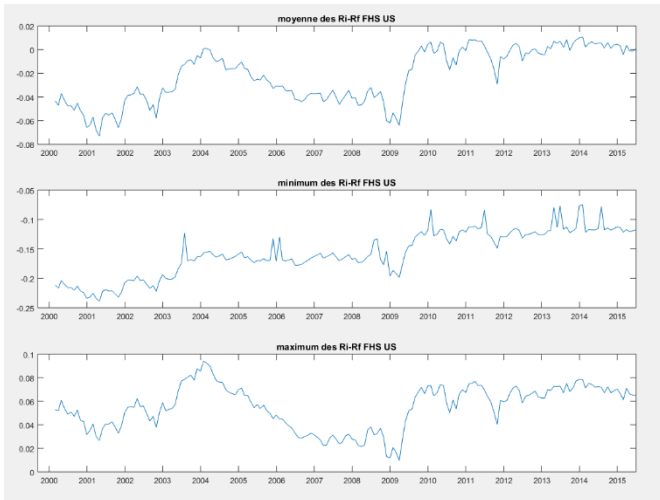
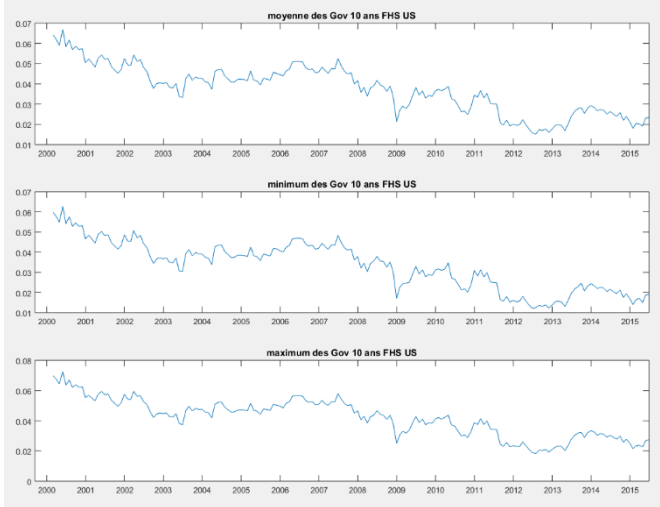


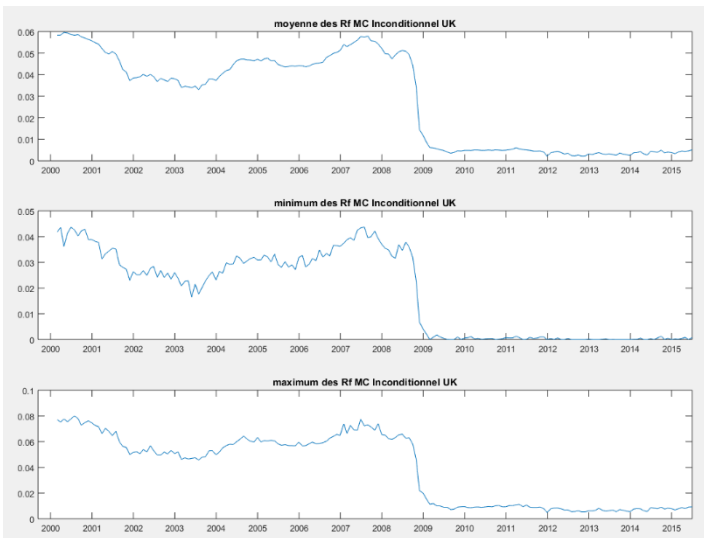
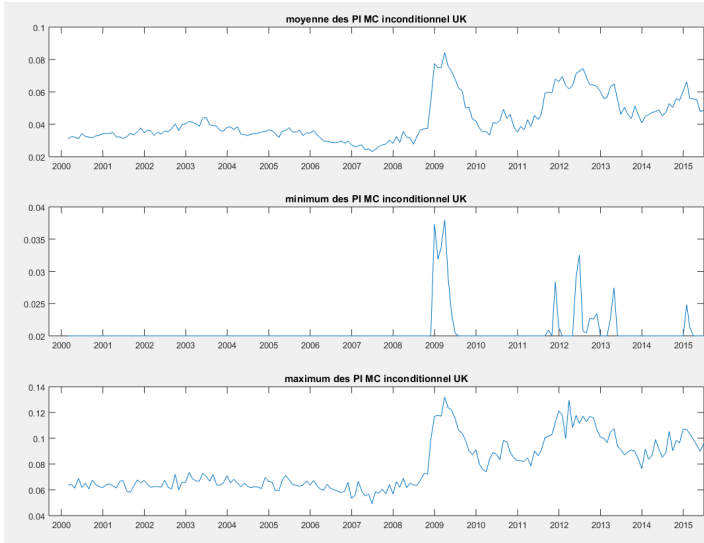


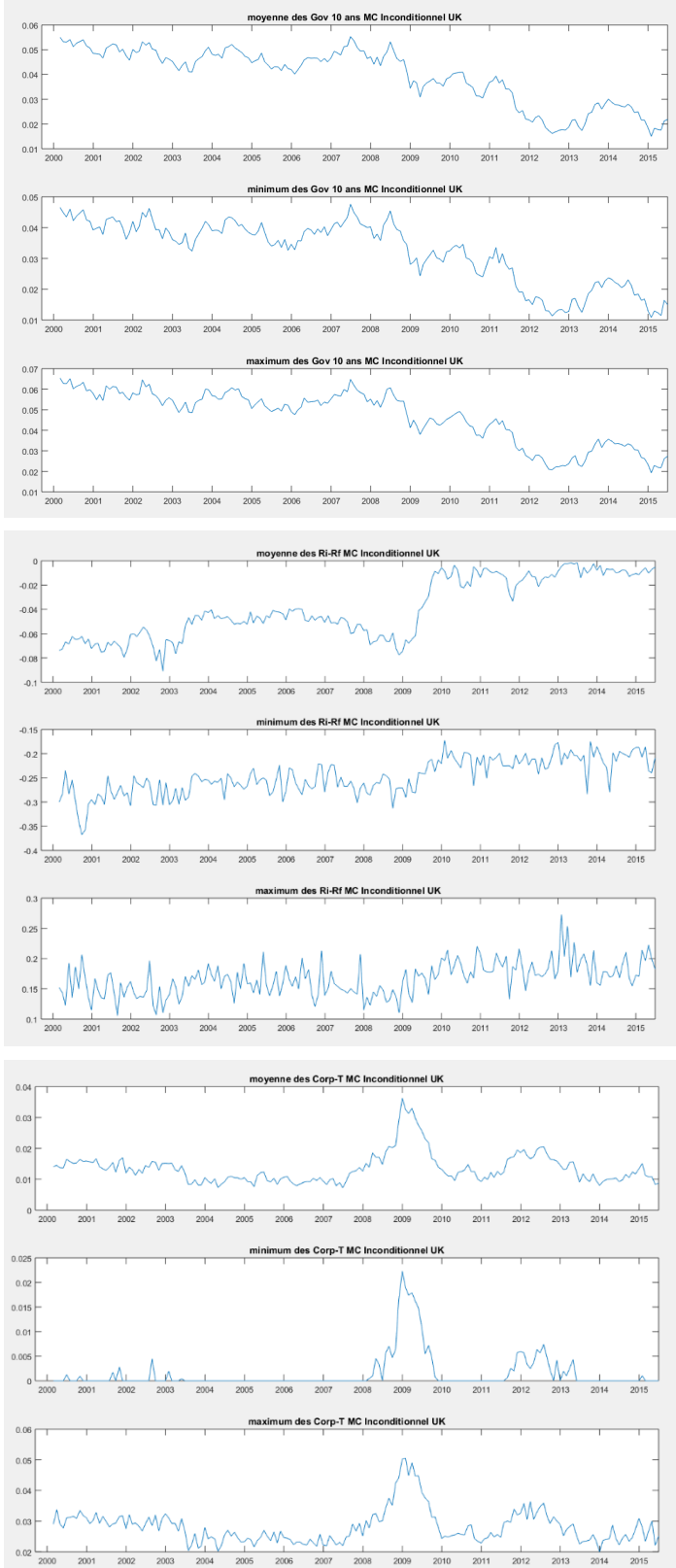


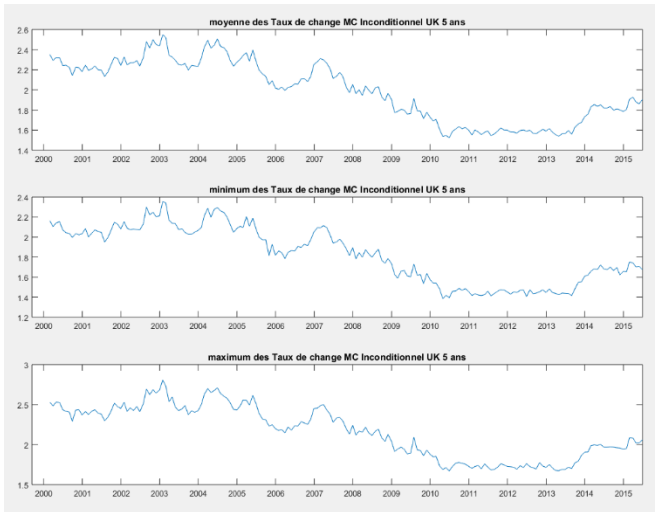
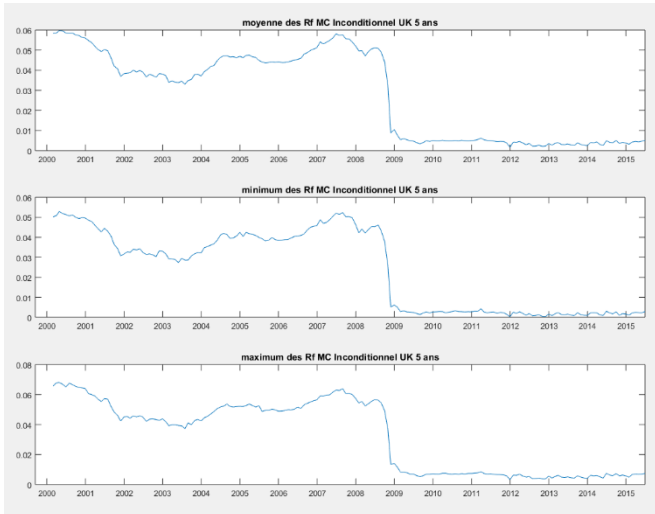
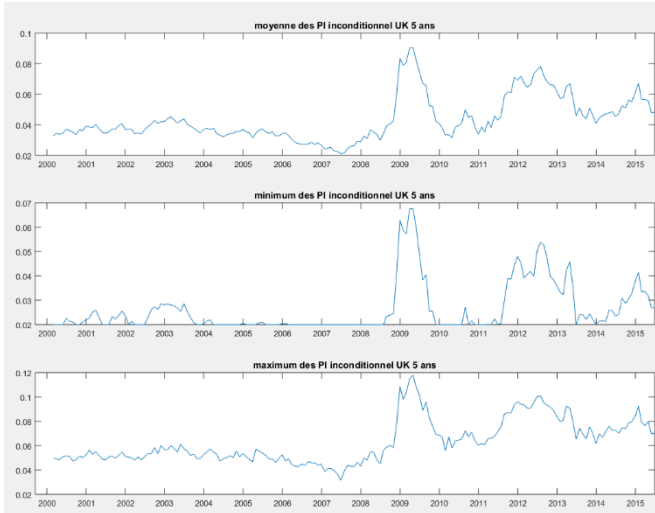


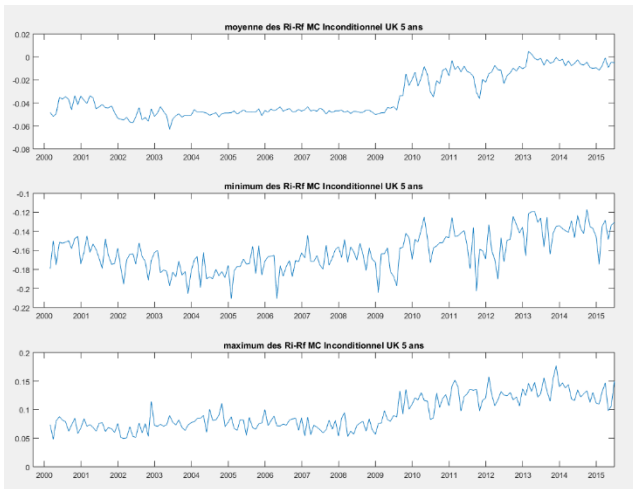
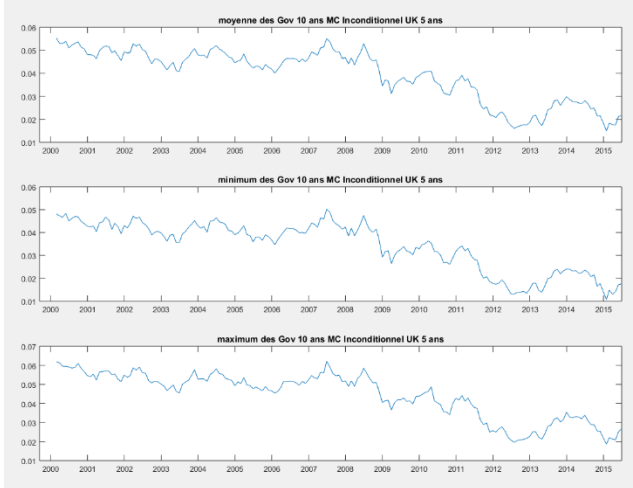


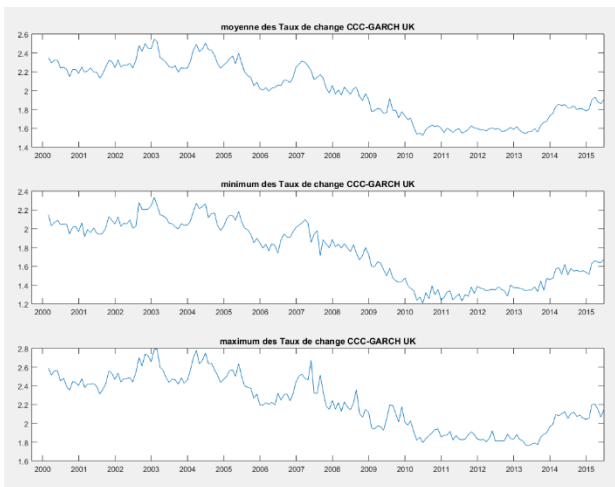
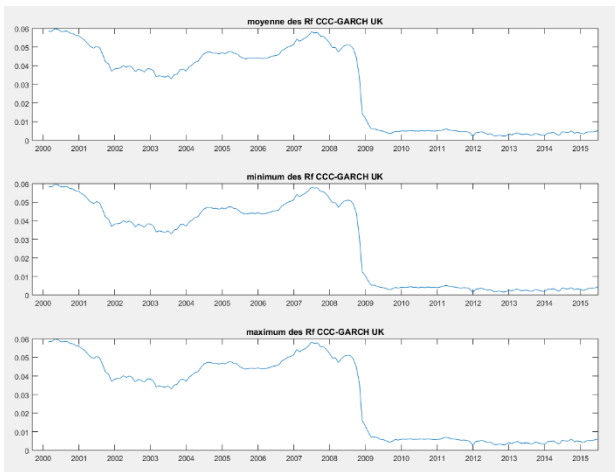


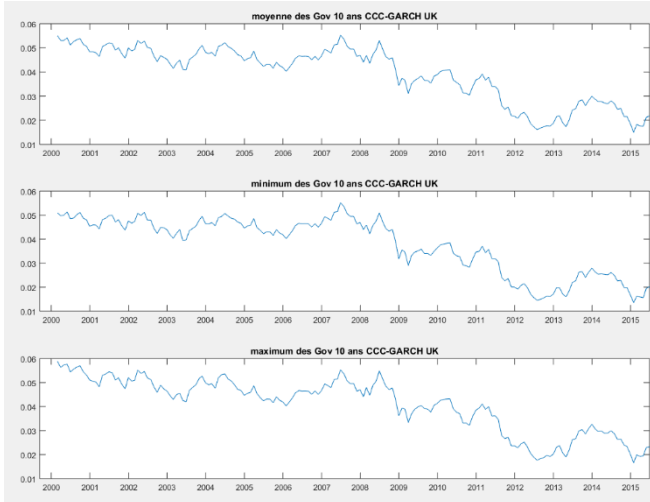


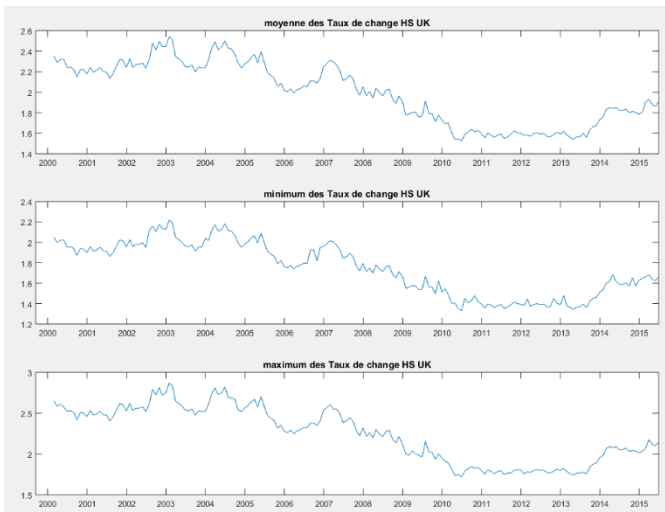
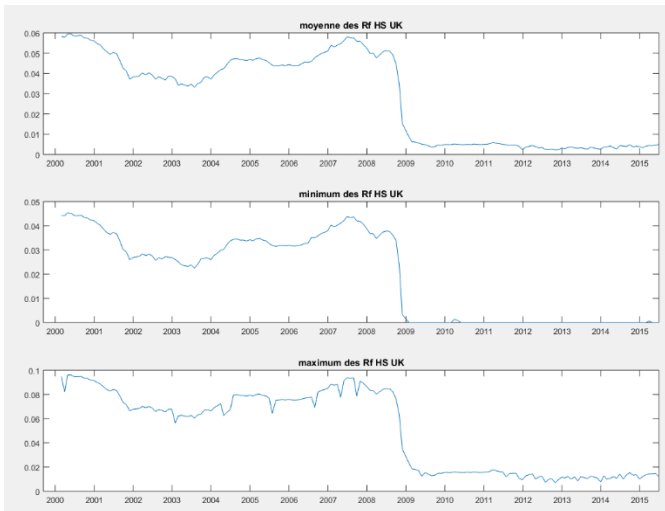
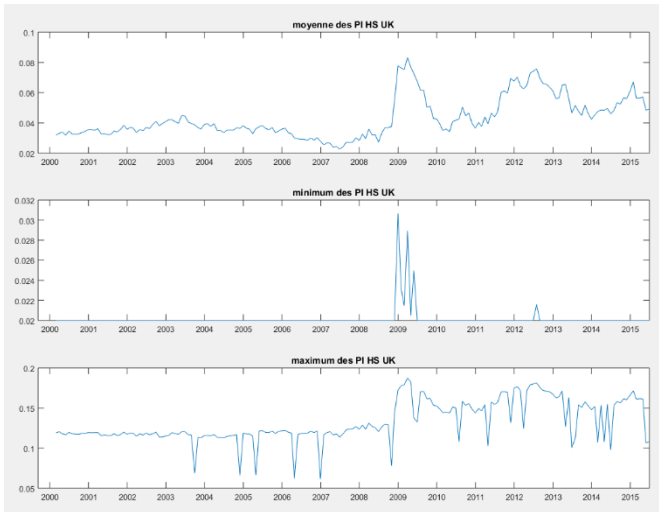


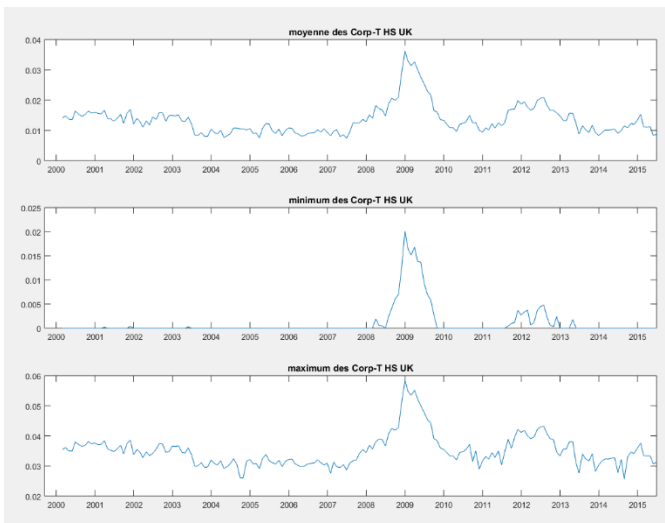
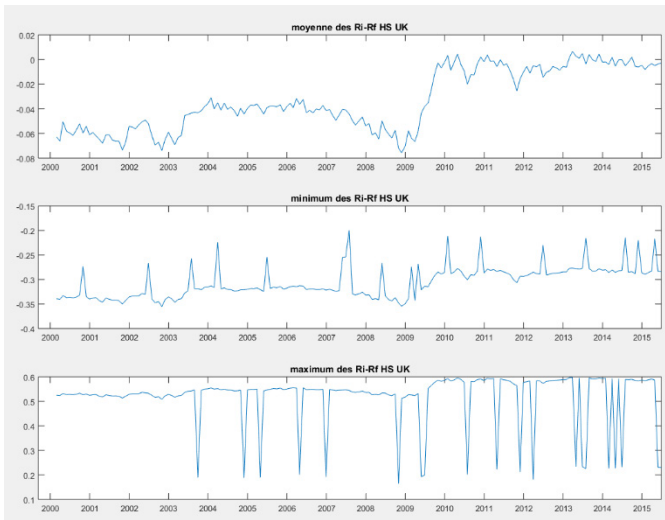
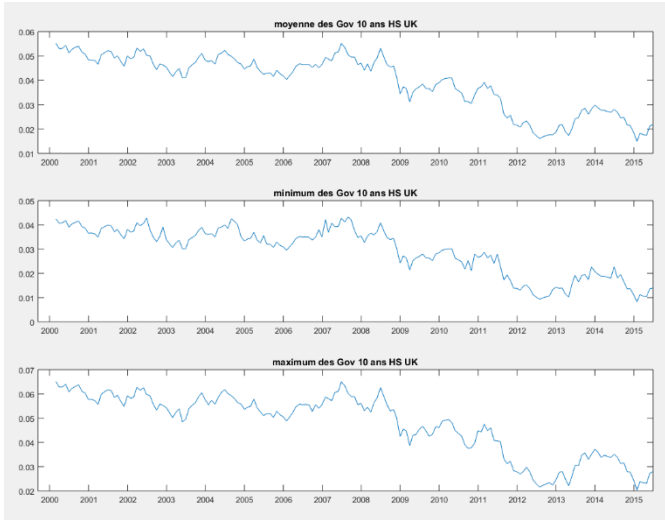


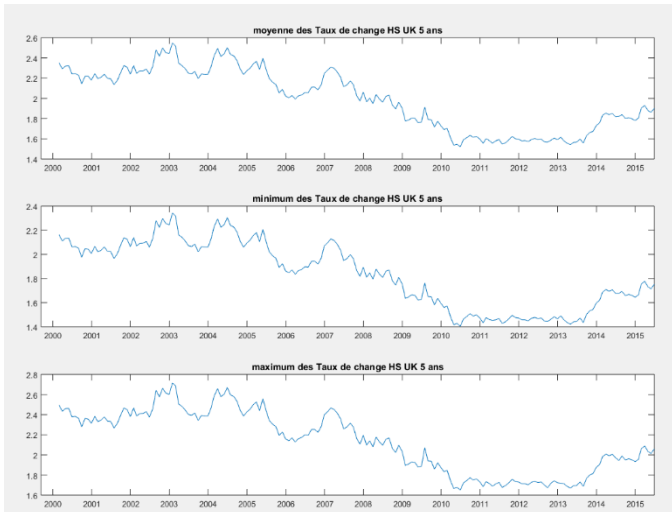
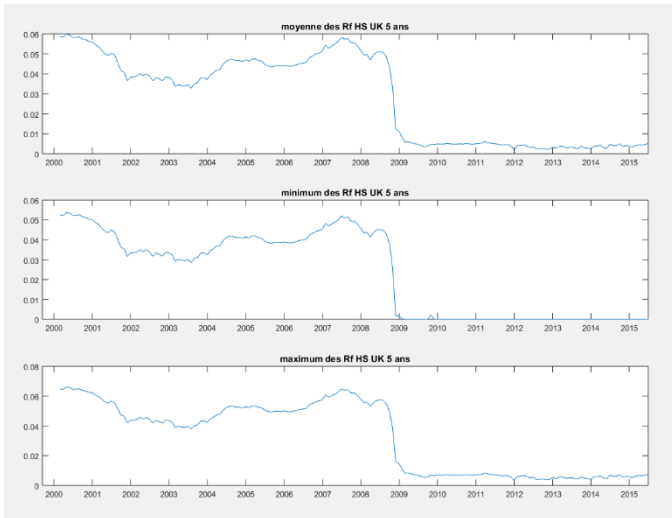
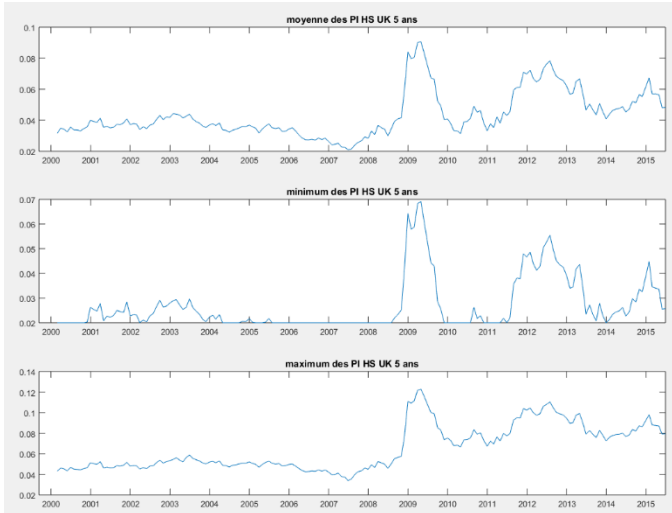


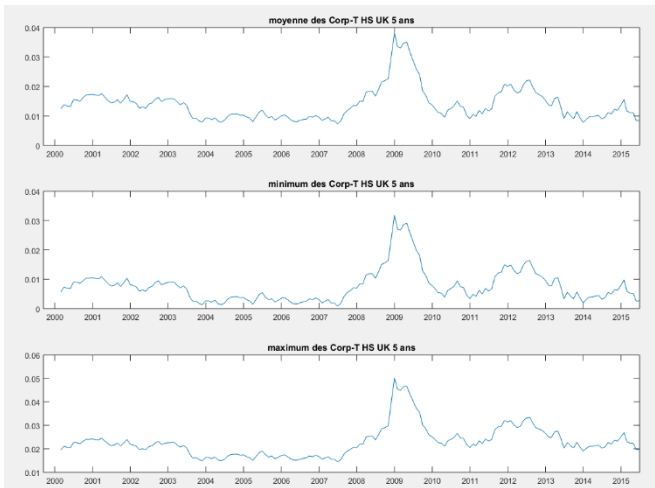
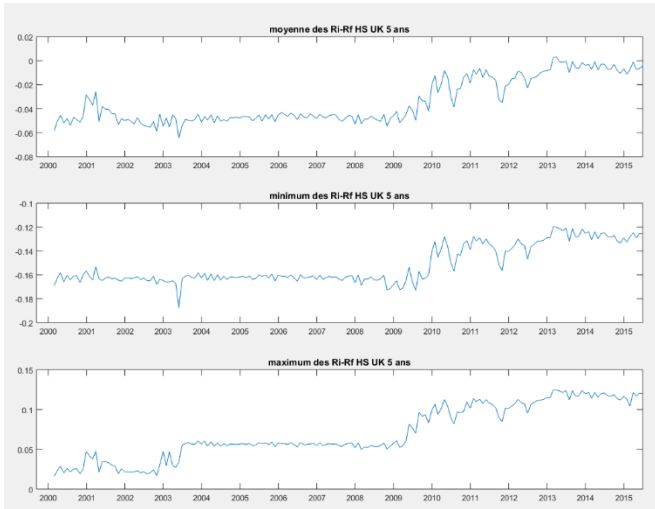
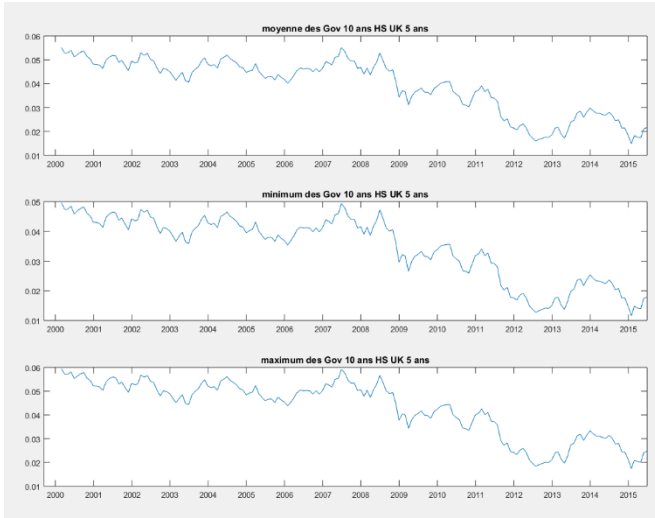


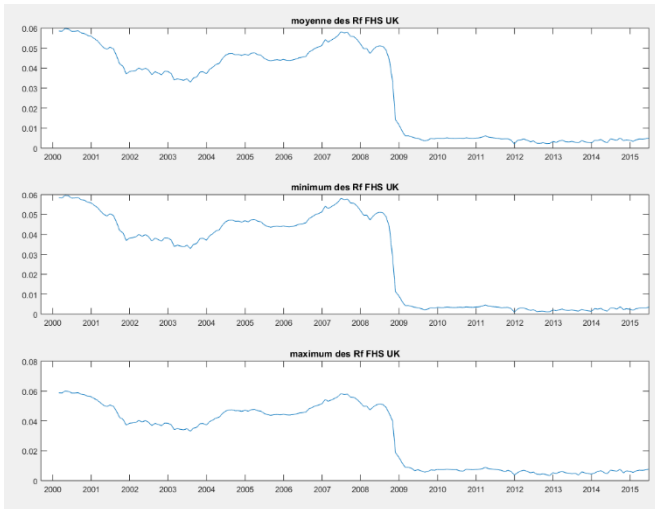


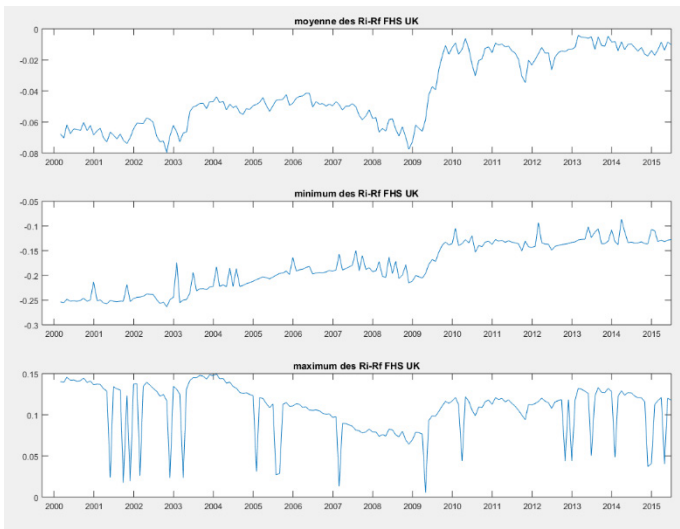
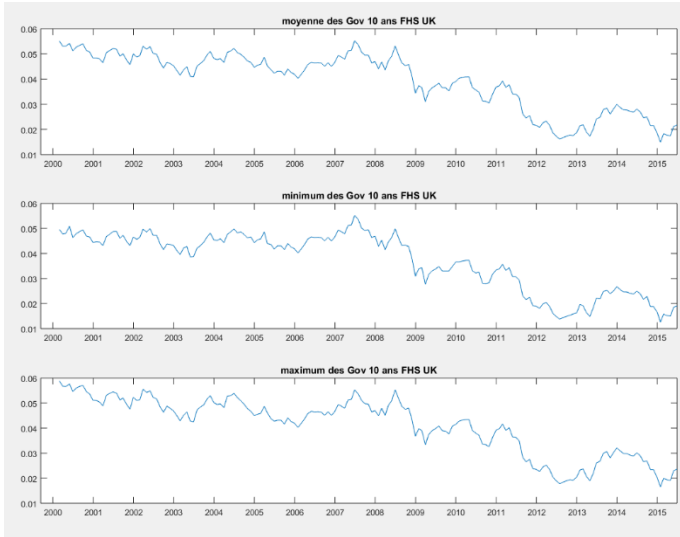




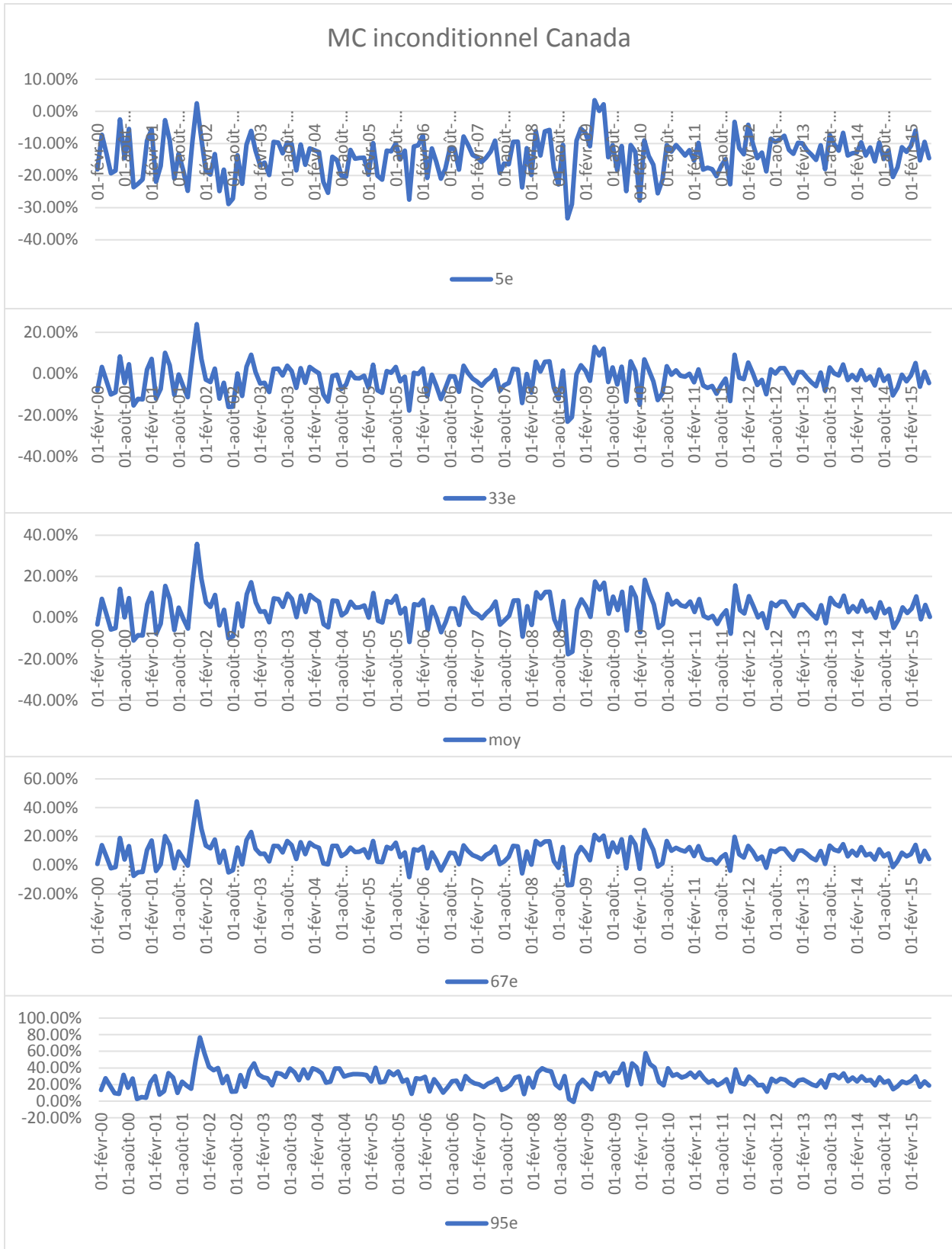




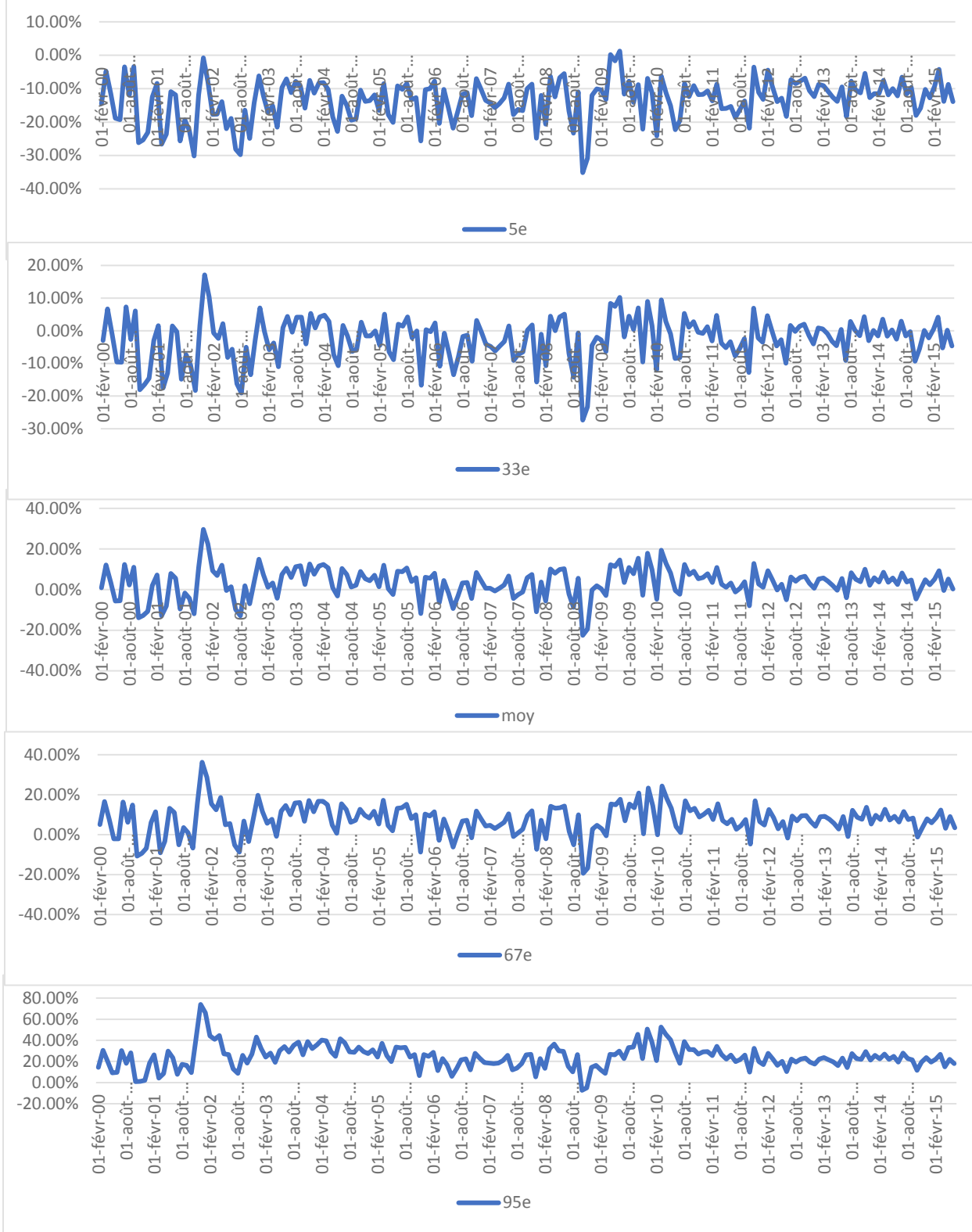




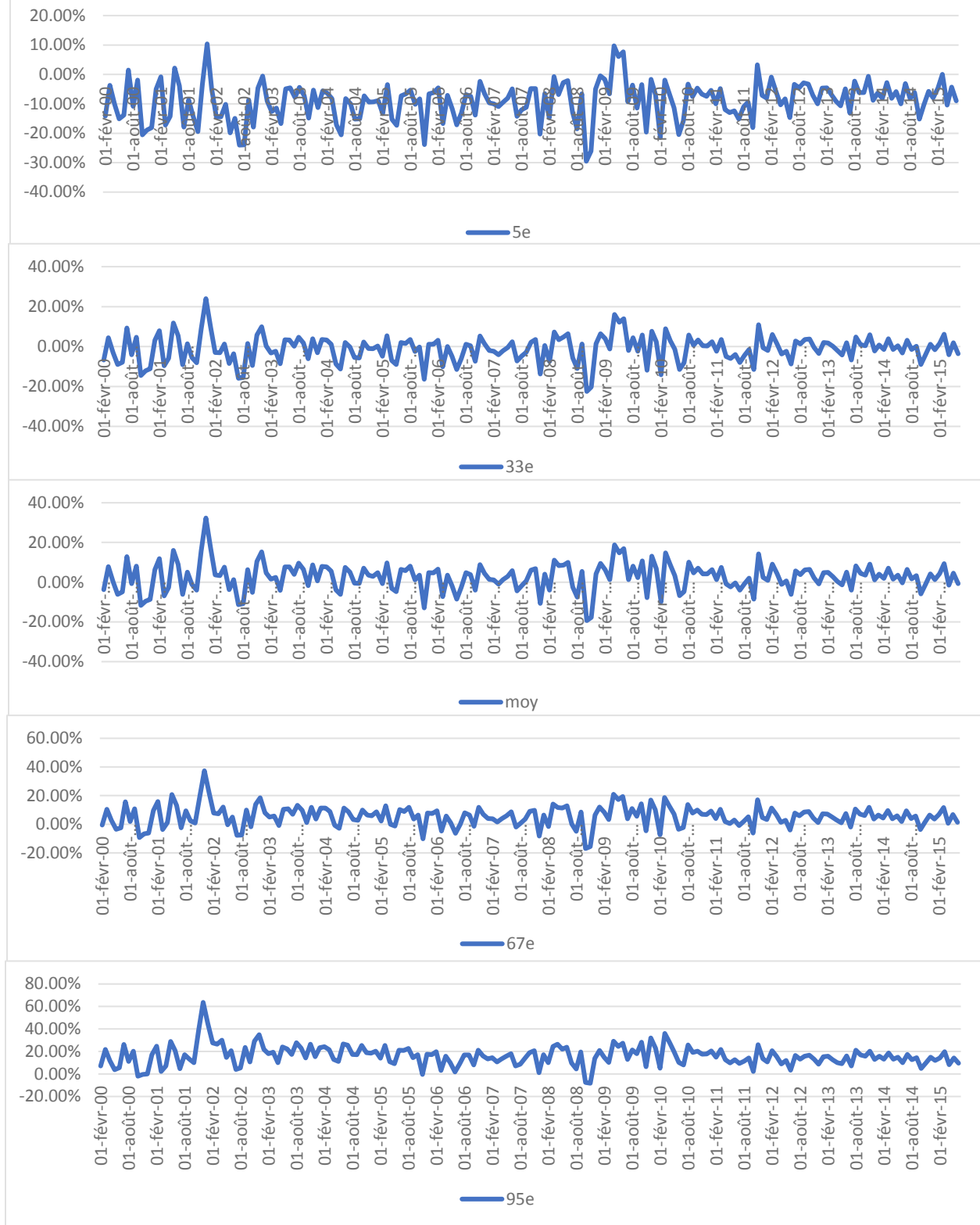
Annexe 20 : Graphiques de l'évolution des percentiles des distributions de rendements.



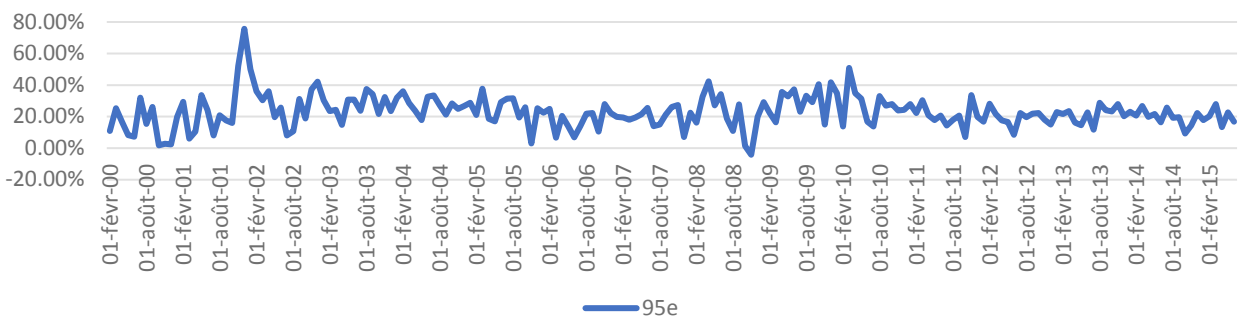
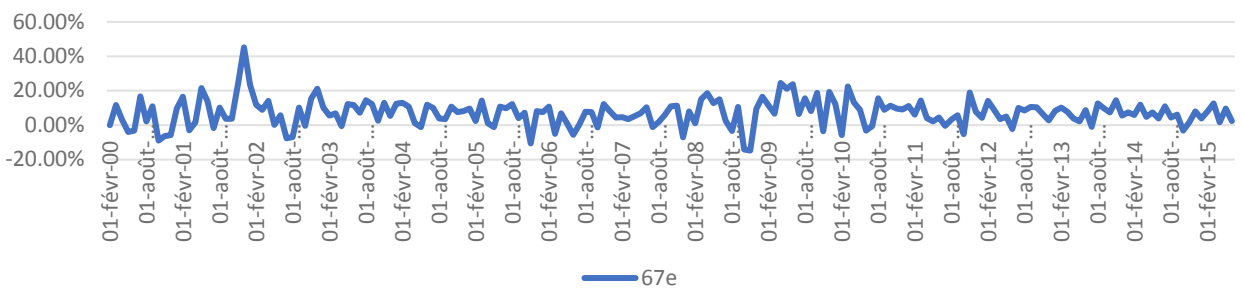
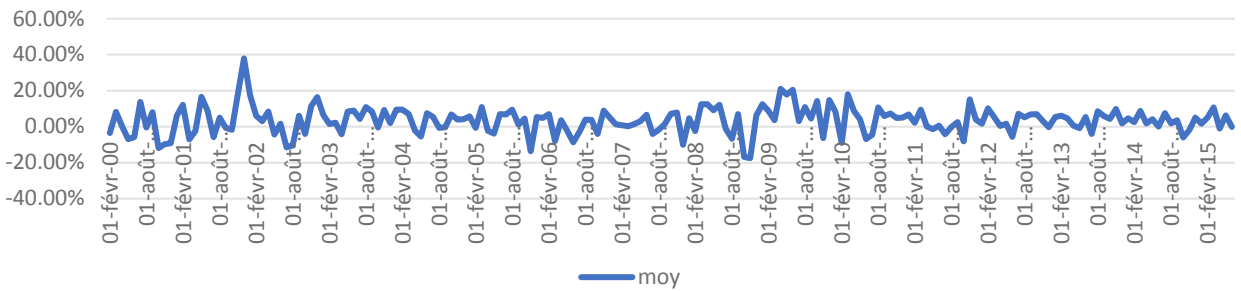
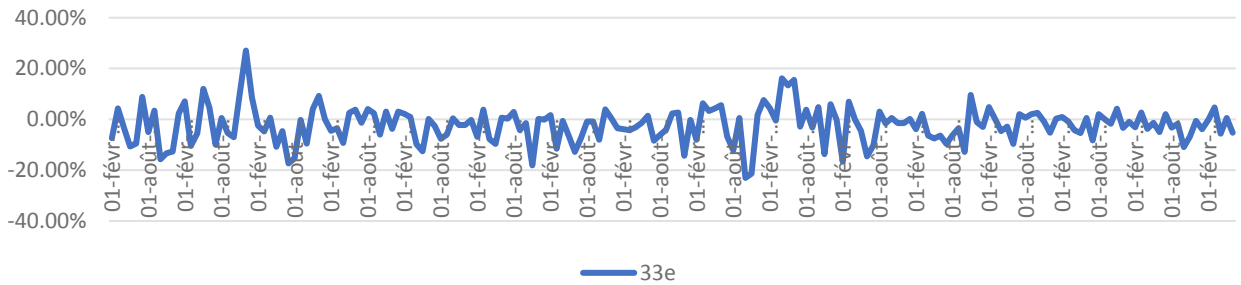
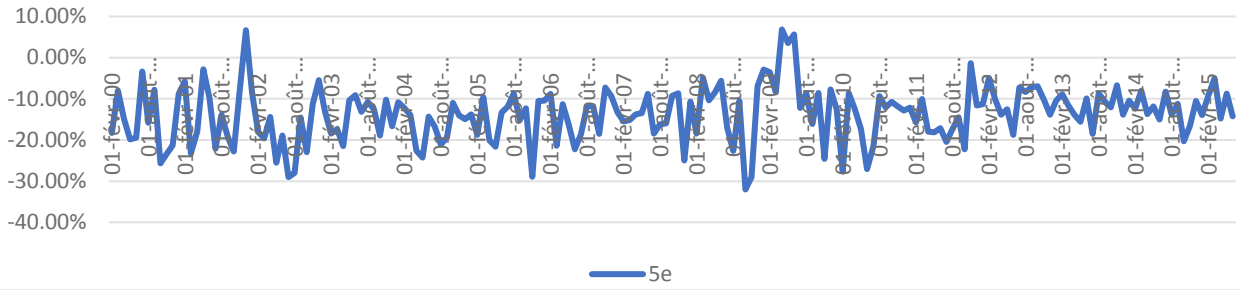
MC Inconditionnel Canada 5 ans



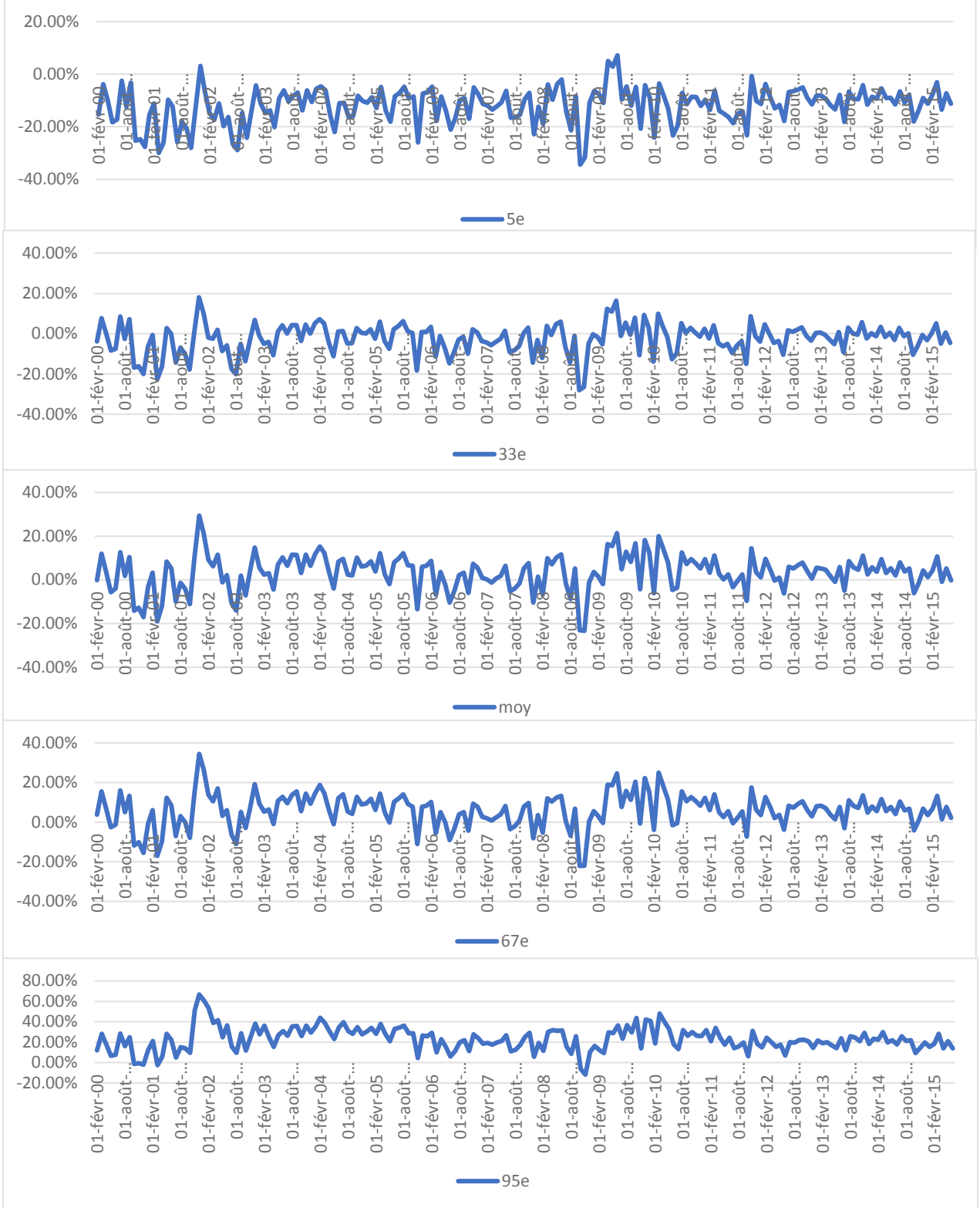
MC CCC-GARCH Canada



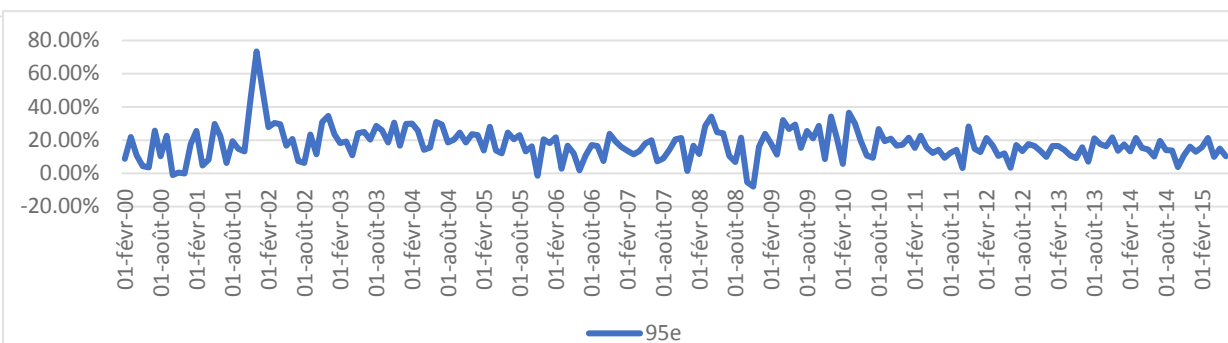
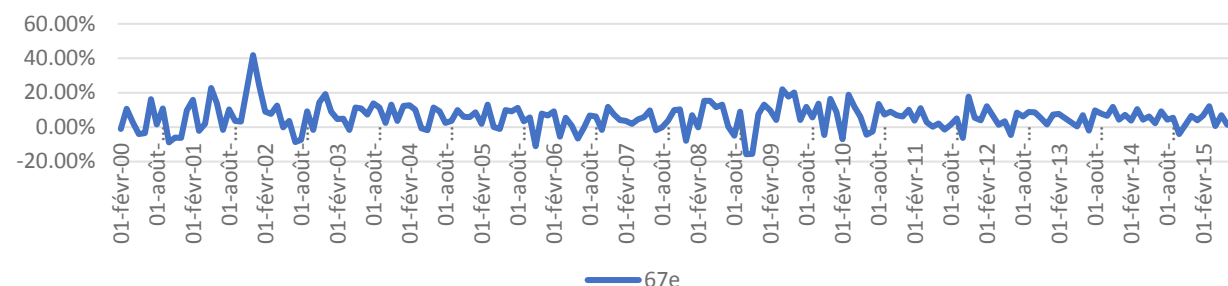
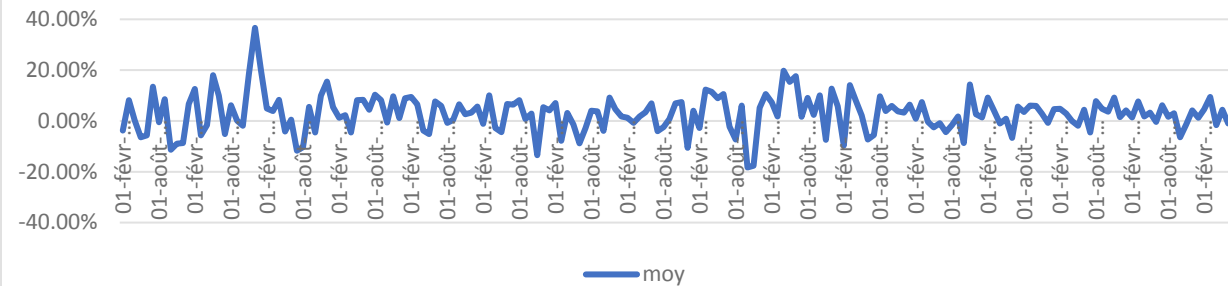
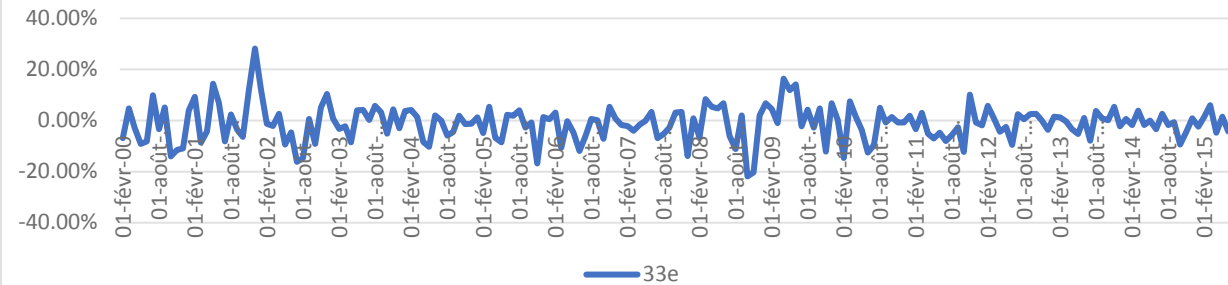
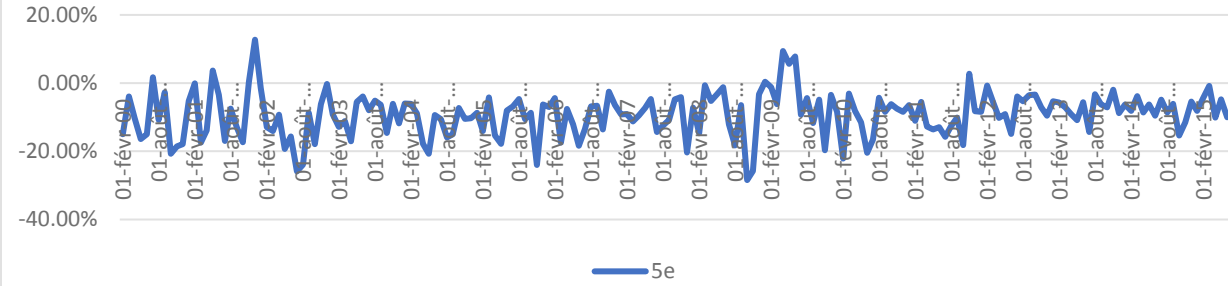
HS Canada



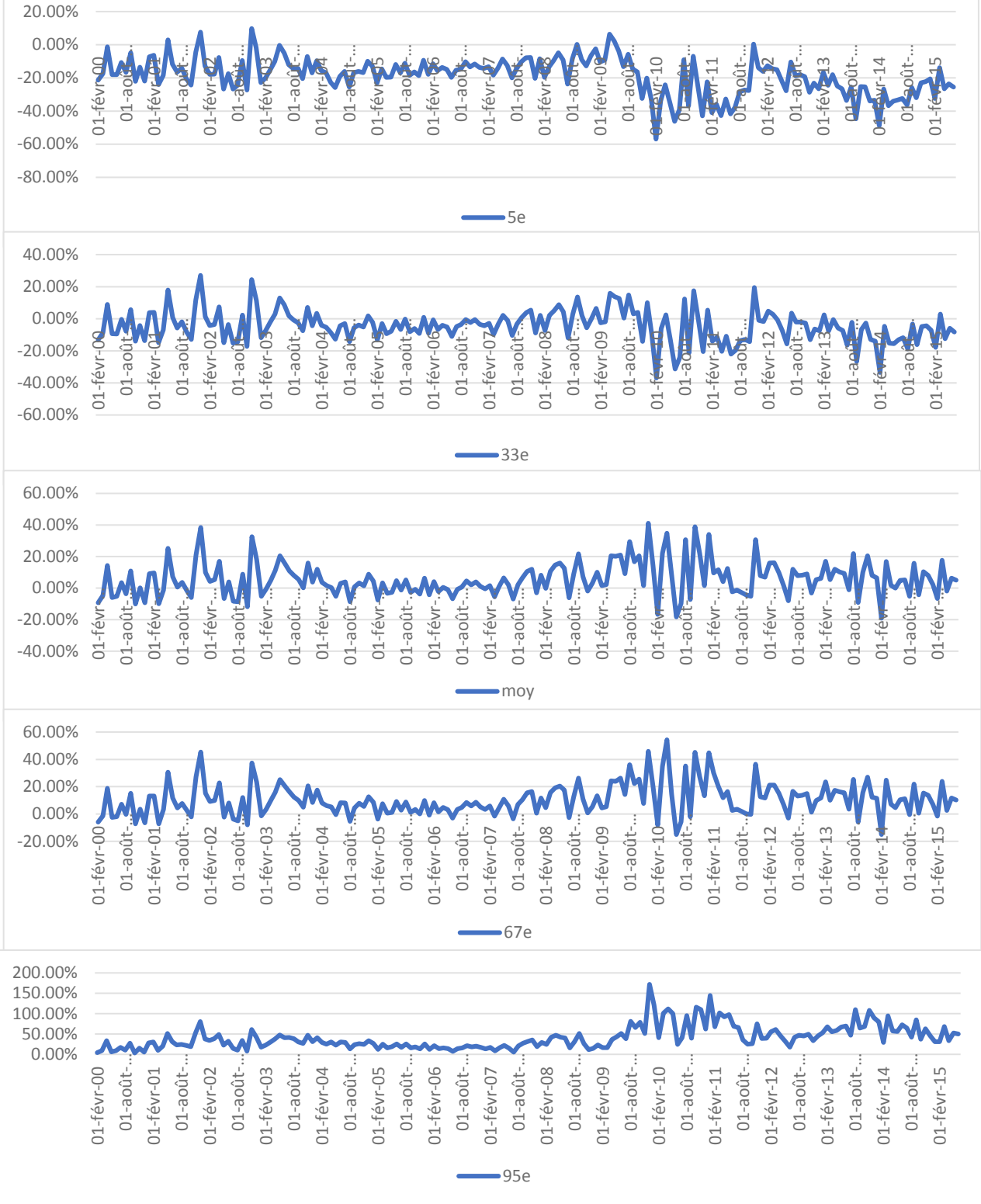
HS Canada 5 ans

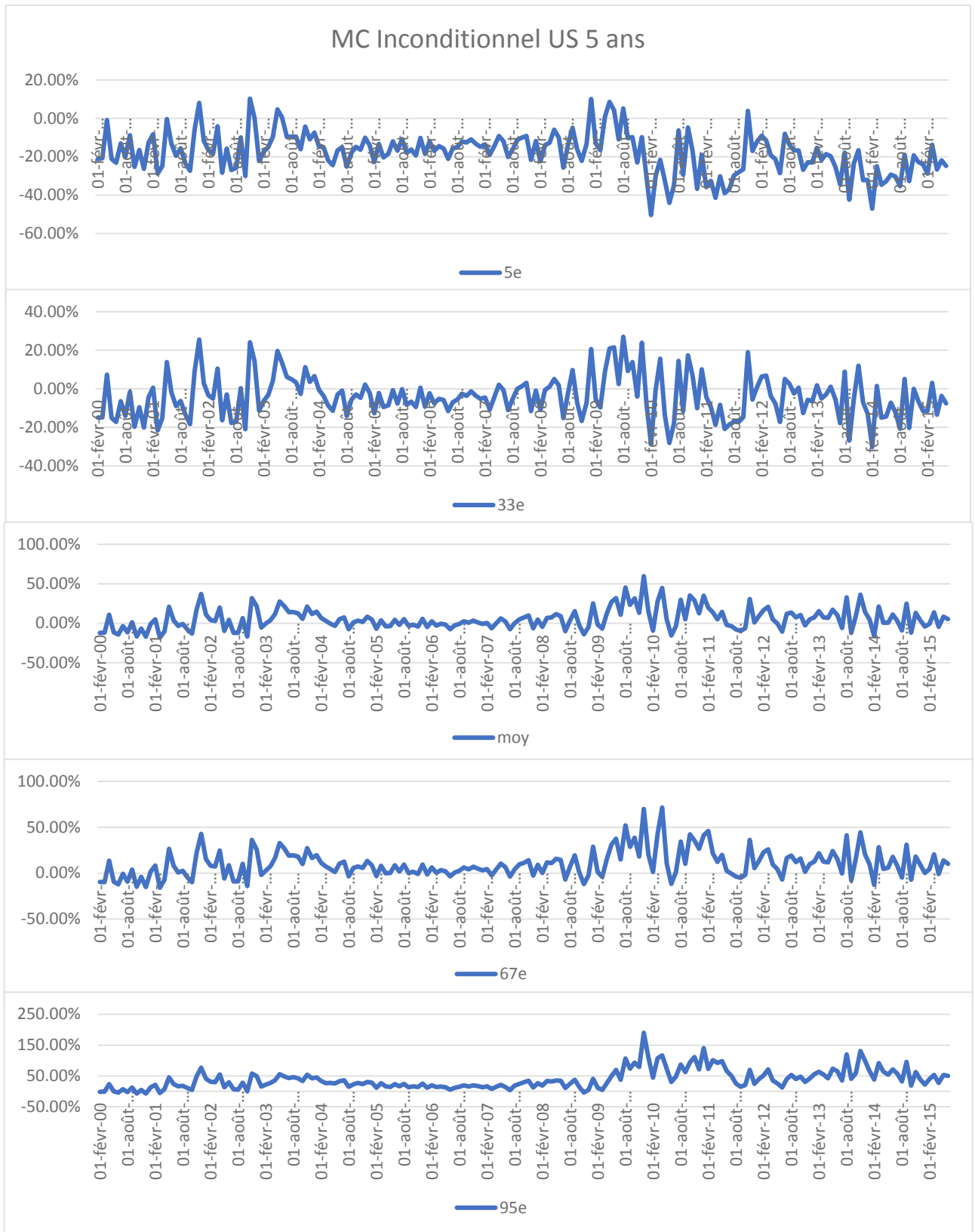


FHS Canada

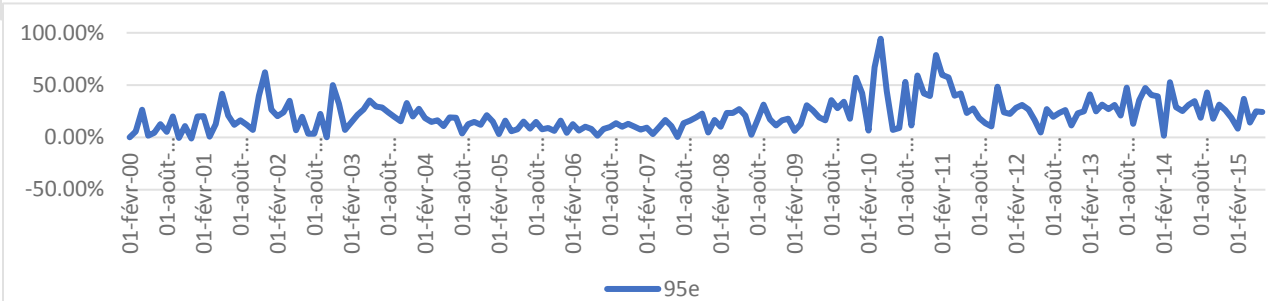
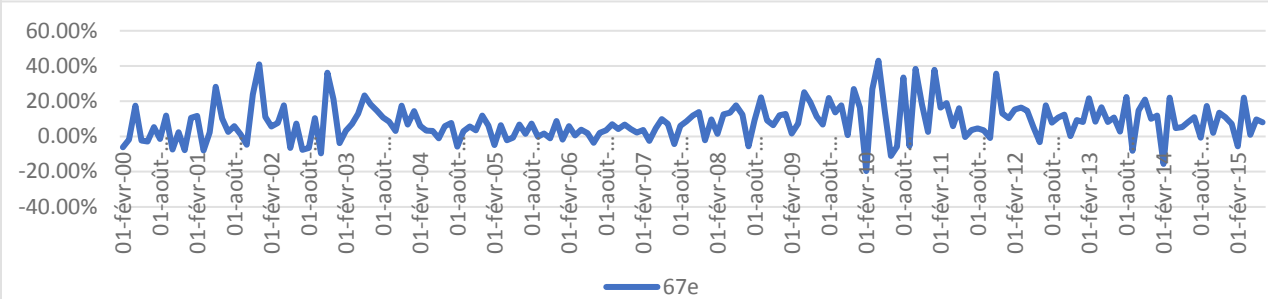
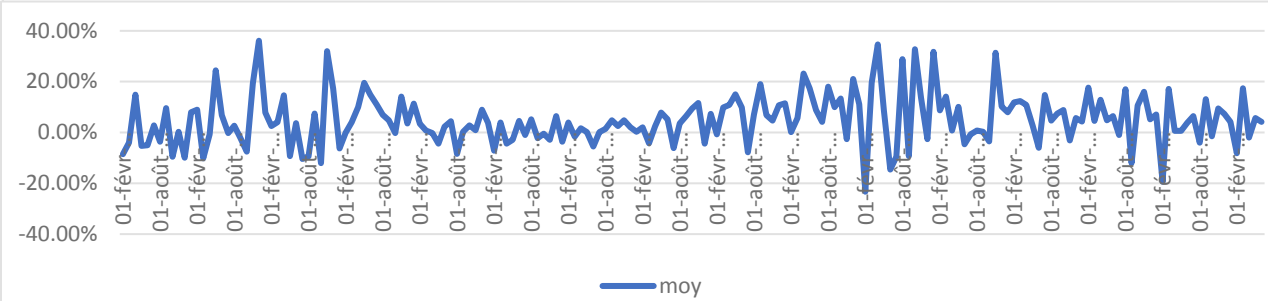
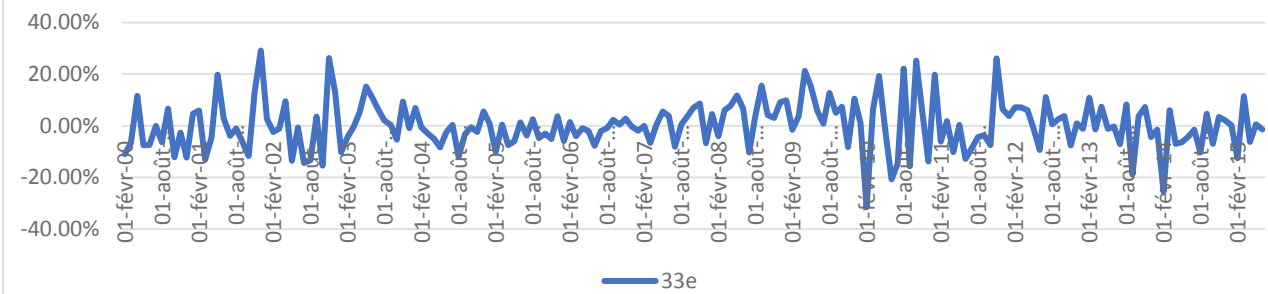
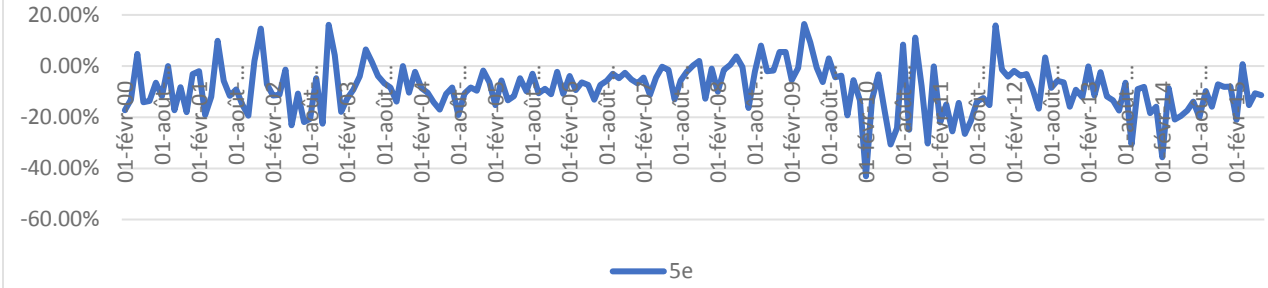


MC inconditionnel US

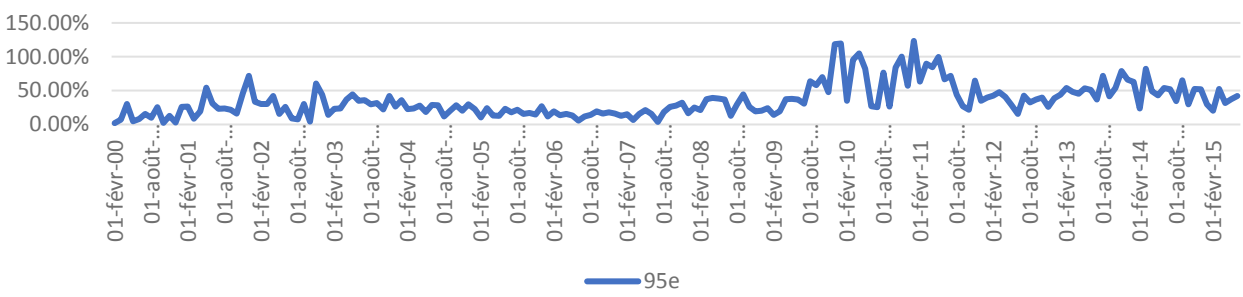
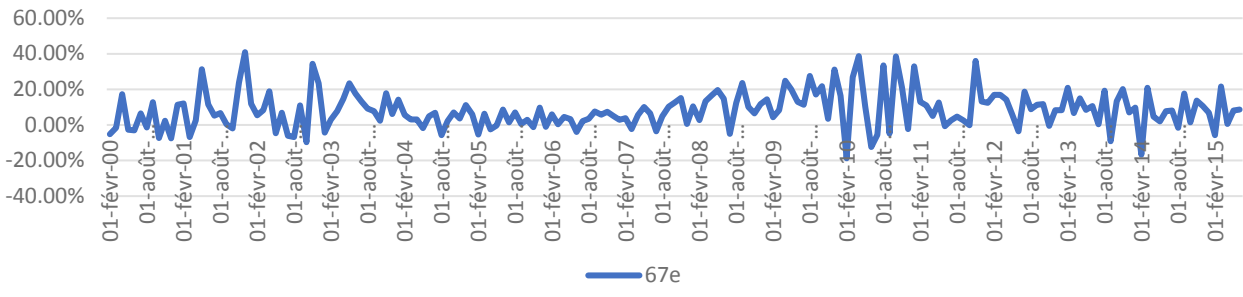
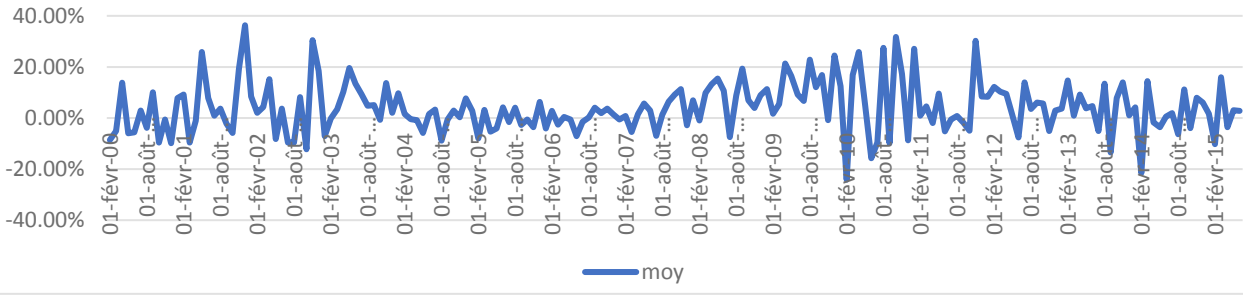
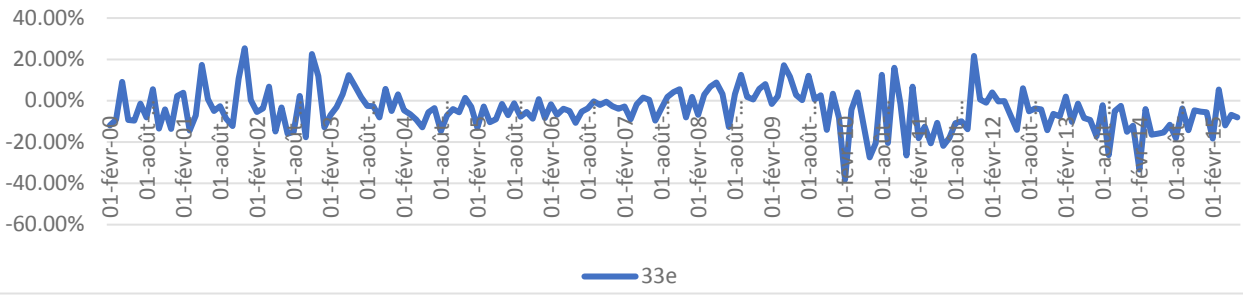
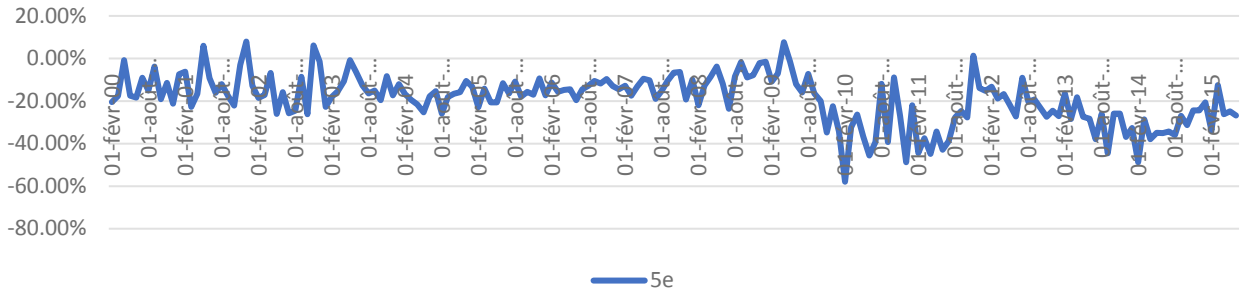




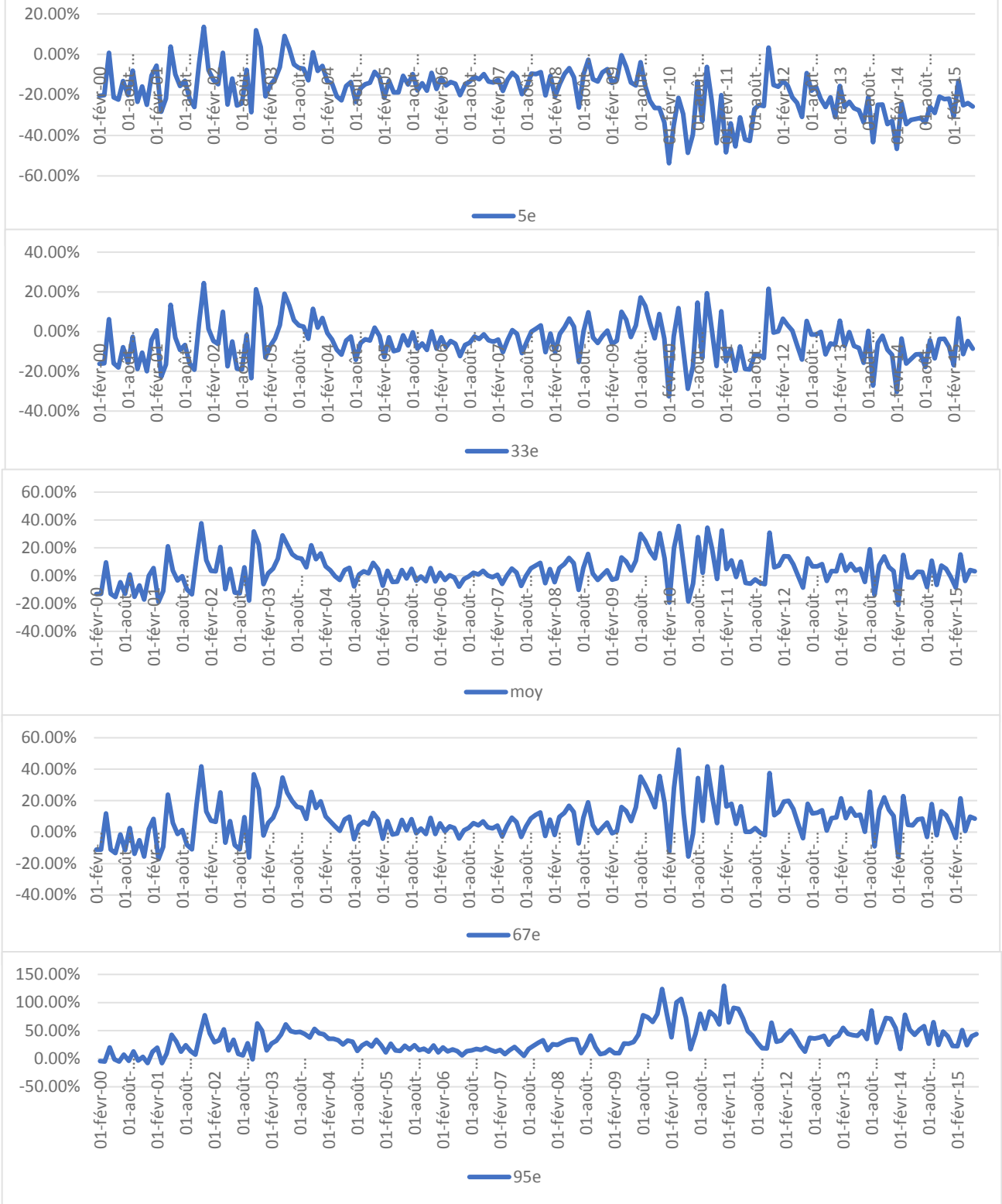
MC CCC-GARCH US

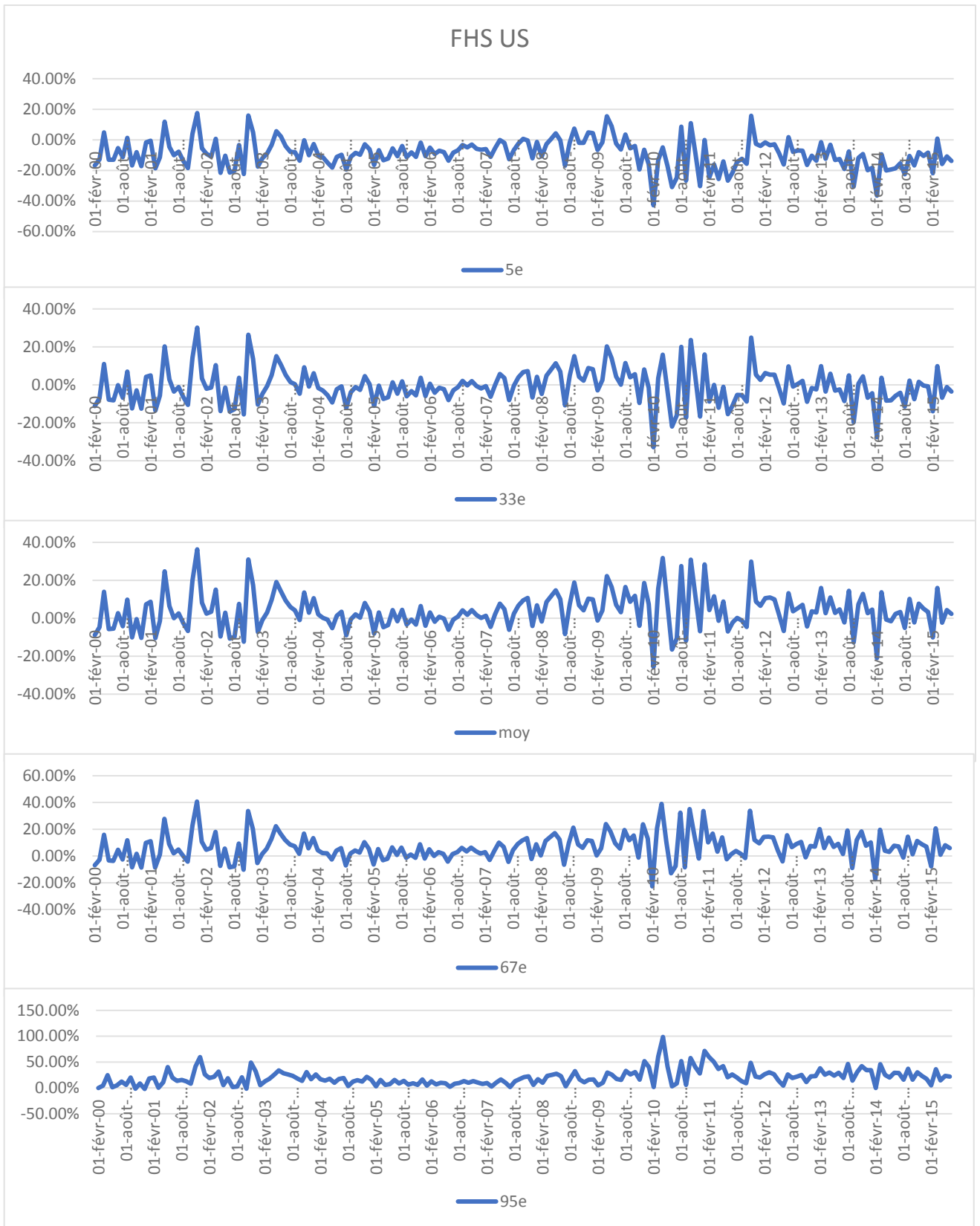


HS US

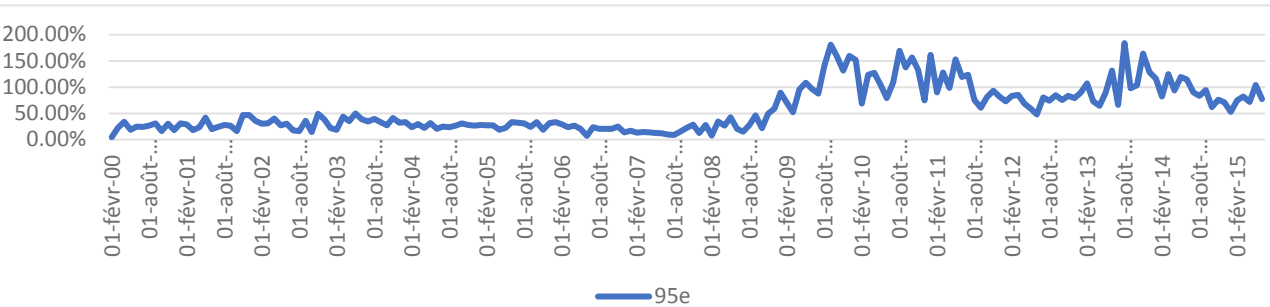
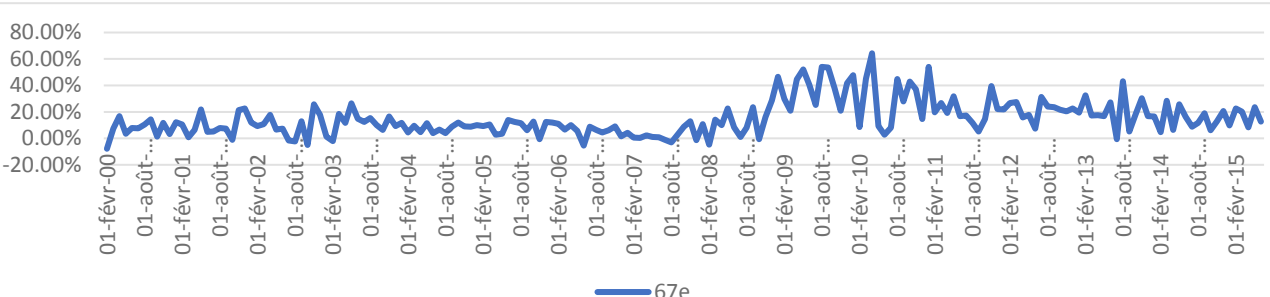
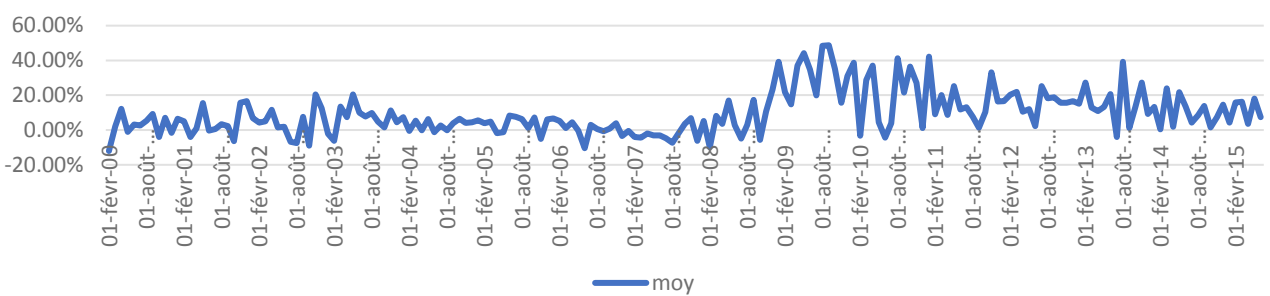
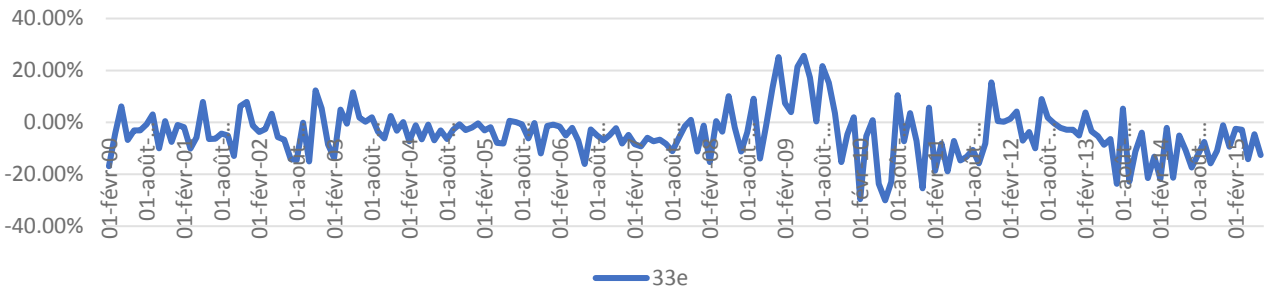
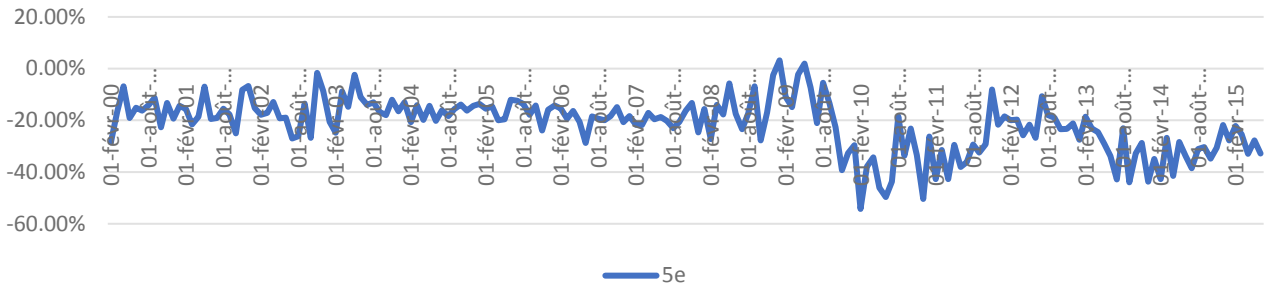


HS US 5 ans

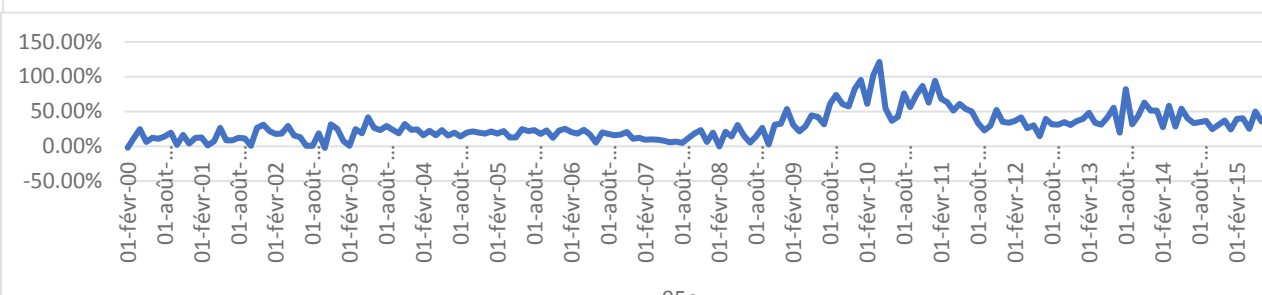
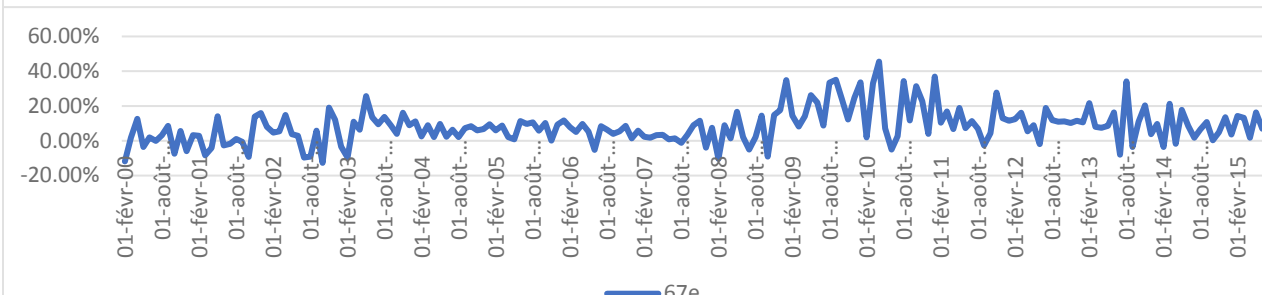
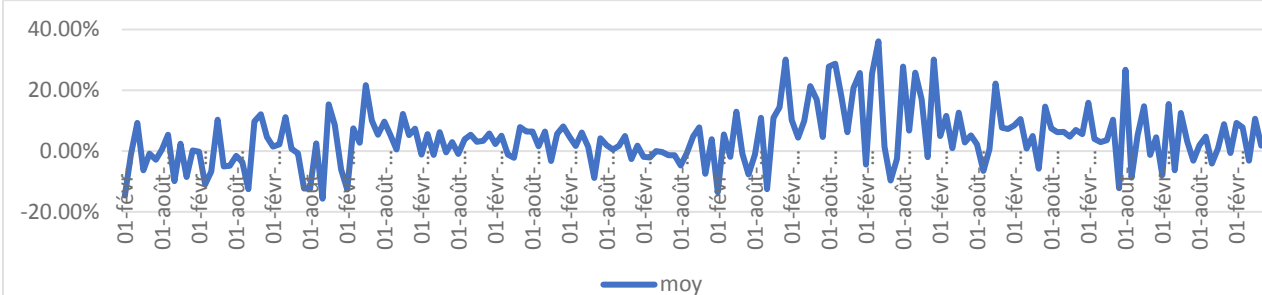
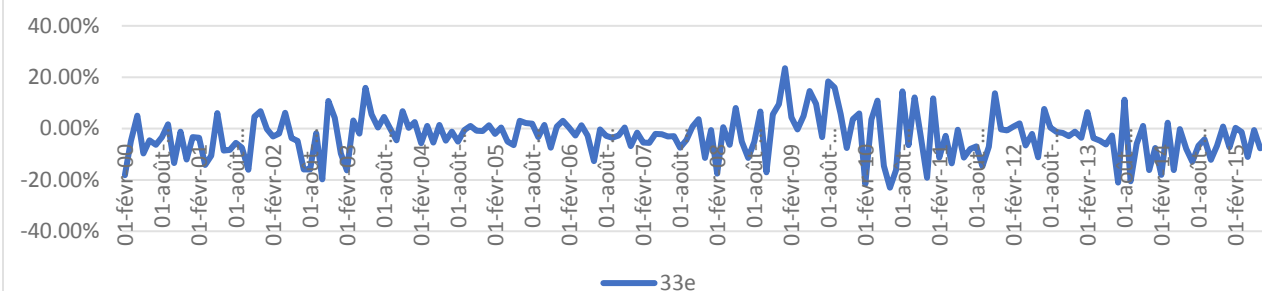
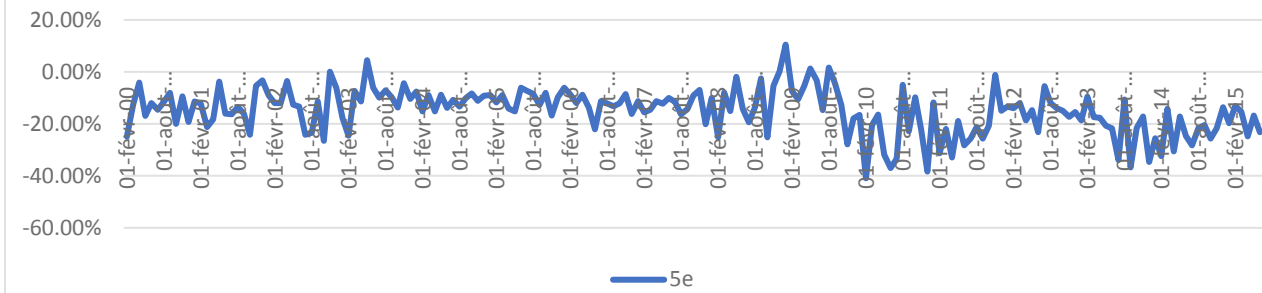




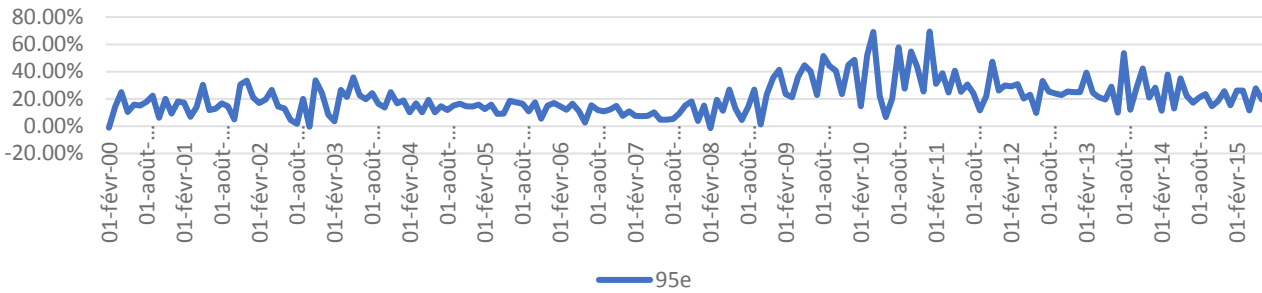
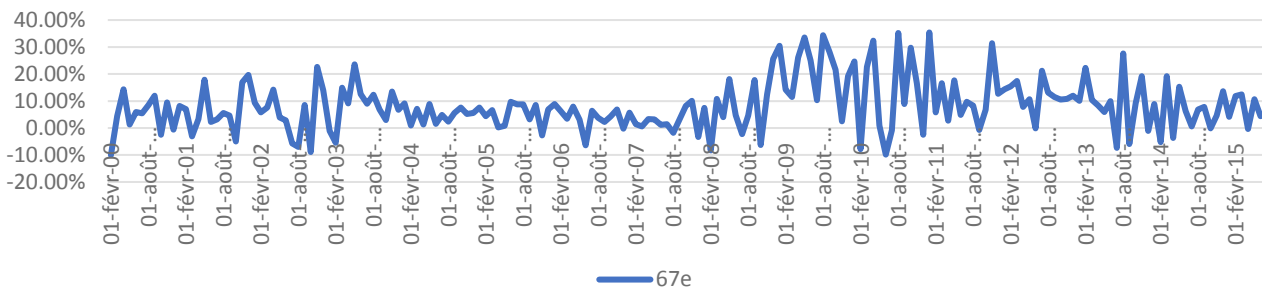
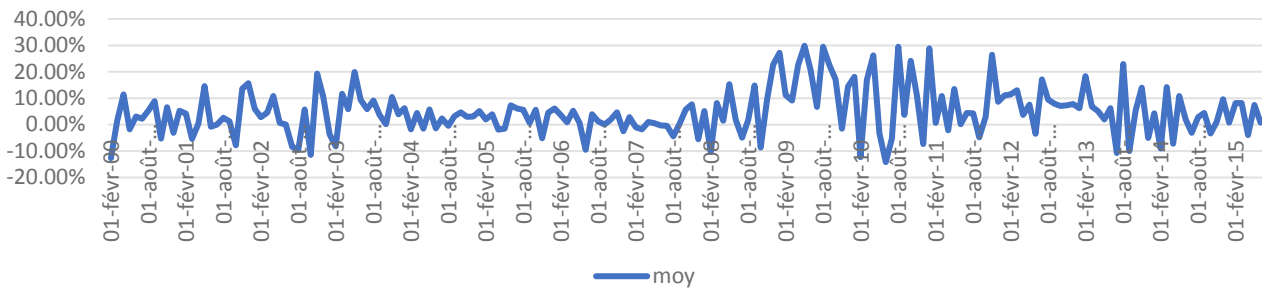
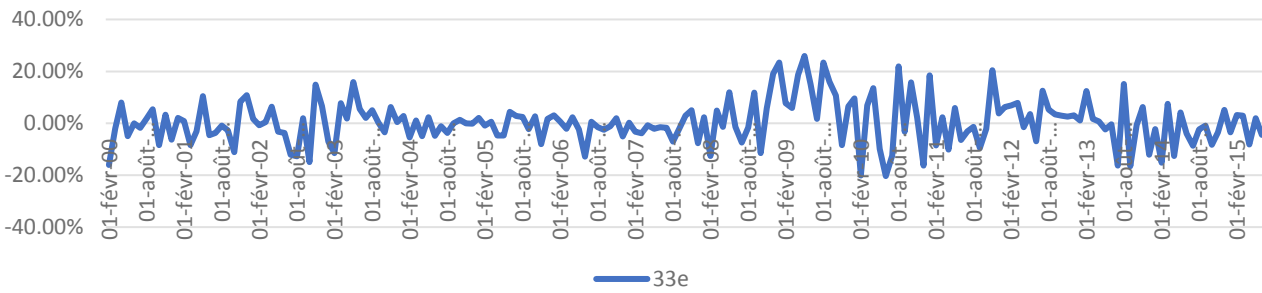
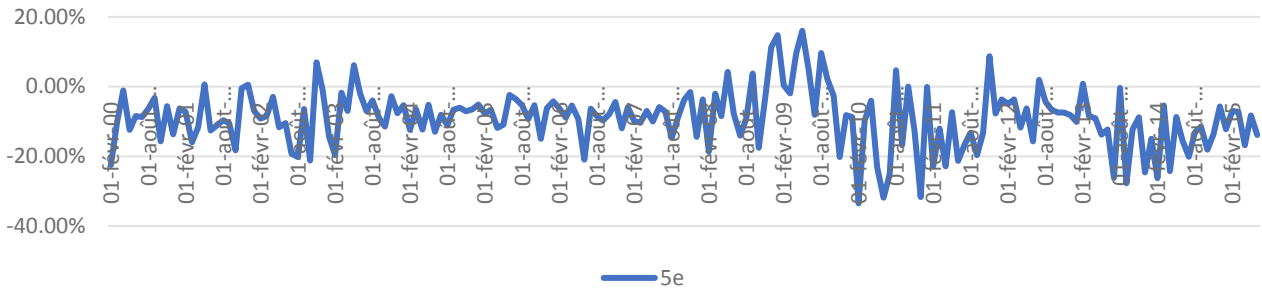
MC inconditionnel UK



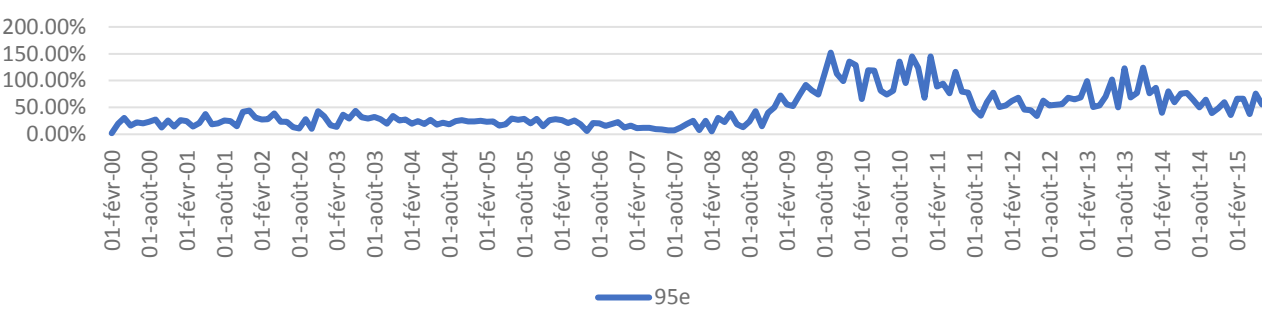
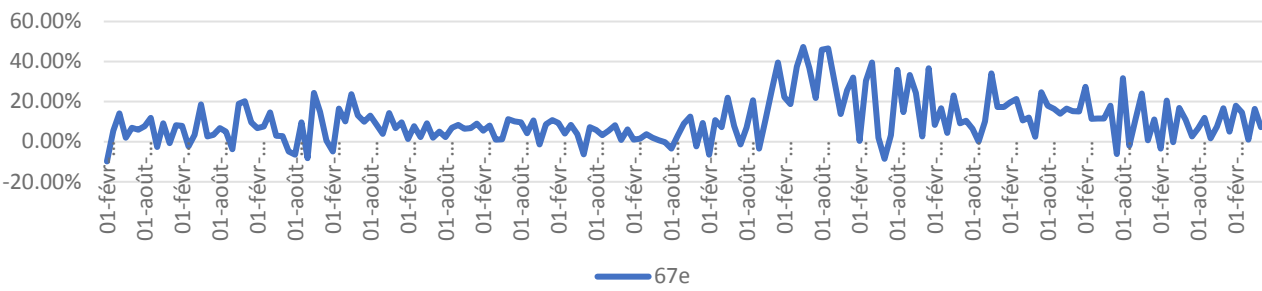
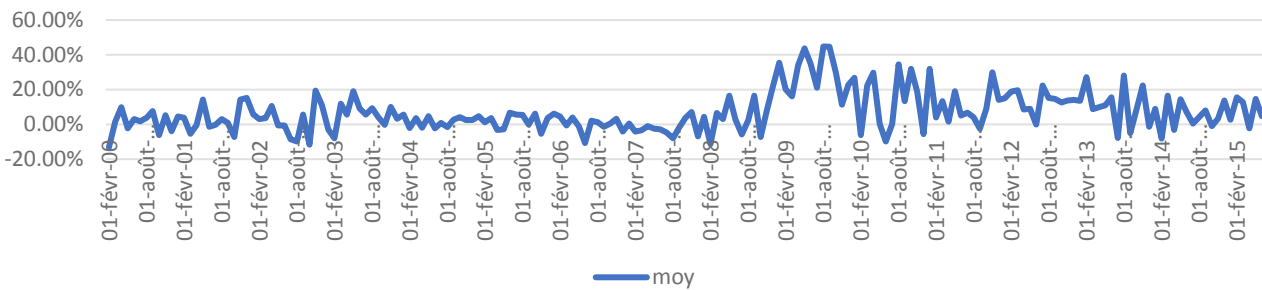
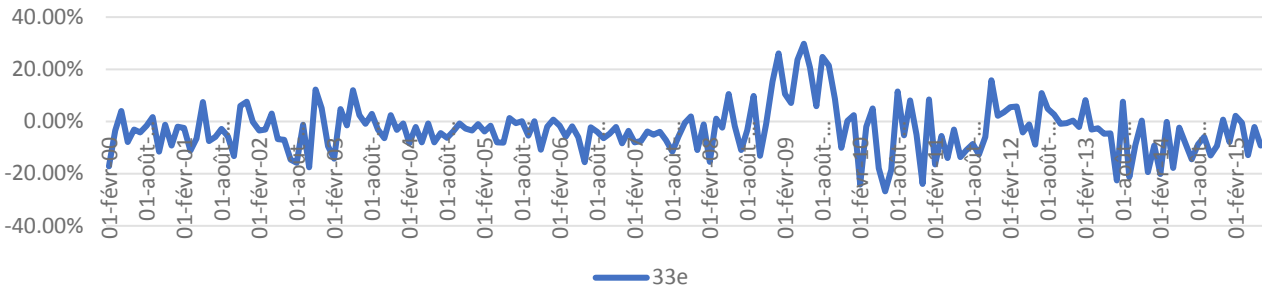
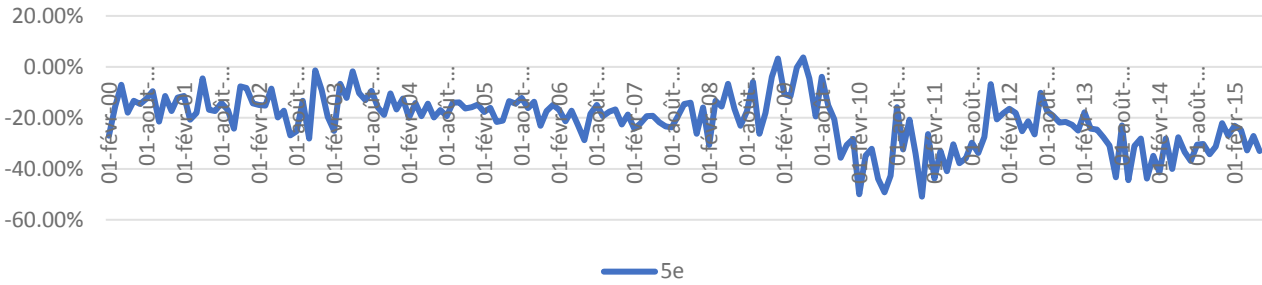
MC Inconditionnel UK 5 ans



MC CCC-GARCH UK



HS UK



HS UK 5 ans

