Dipartimento di Scienze Statistiche Università di Bologna

Matematica finanziaria aa 2013-2014

lezione 17: 17 marzo 2014

professor Daniele Ritelli

www.unibo.it/docenti/daniele.ritelli

Il capitale €9 884,58 viene costituito con 20 versamenti anticipati di 200. Il tasso di costituzione è:

1. 5%
2. 6%
3. 7%
4. 8%

Il capitale €9 884,58 viene costituito con 20 versamenti anticipati di 200. Il tasso di costituzione è:

1. 5%
2. 6%
3. 7%
4. 8%

$$K = 200(1+i)s_{\overline{20}|i}$$

Il capitale €9 884,58 viene costituito con 20 versamenti anticipati di 200. Il tasso di costituzione è:

1. 5%
2. 6%
3. 7%
4. 8%

$$K = 200(1+i)s_{\overline{20}|i}$$

sostituendo il 7% si trova il montante 8 773,04

Il capitale €9 884,58 viene costituito con 20 versamenti anticipati di 200. Il tasso di costituzione è:

1. 5%
2. 6%
3. 7%
4. 8%

$$K = 200(1+i)s_{\overline{20}|i}$$

sostituendo il 7% si trova il montante 8 773,04

per la monotonia rispetto al tasso quella giusta è la 4

€25 000 sono rimborsati con 25 rate costanti di importo €1 600,30. Il tasso è

1. 0,01
2. 0,04
3. 0,02
4. 0,07

€25 000 sono rimborsati con 25 rate costanti di importo €1 600,30. Il tasso è

1. 0,01
2. 0,04
3. 0,02
4. 0,07

Calcolare $1\,600,30\, a_{\overline{25}|i}$ dando ad i l'uno via l'altro i valori proposti

€25 000 sono rimborsati con 25 rate costanti di importo €1 600,30. Il tasso è

1. 0,01
2. 0,04
3. 0,02
4. 0,07

Calcolare $1\,600,30\, a_{\overline{25}|i}$ dando ad i l'uno via l'altro i valori proposti

$i = 0,02 \implies 1\,600,30\, a_{\overline{25}|0,02} = 31\,243,387$

€25 000 sono rimborsati con 25 rate costanti di importo €1 600,30. Il tasso è

1. 0,01
2. 0,04
3. 0,02
4. 0,07

Calcolare $1\,600,30\, a_{\overline{25}|i}$ dando ad i l'uno via l'altro i valori proposti

$i = 0,02 \implies 1\,600,30\, a_{\overline{25}|0,02} = 31\,243,387$ no

€25 000 sono rimborsati con 25 rate costanti di importo €1 600,30. Il tasso è

1. 0,01
2. 0,04
3. 0,02
4. 0,07

Calcolare $1\,600,30\, a_{\overline{25}|i}$ dando ad i l'uno via l'altro i valori proposti

$i = 0,02 \implies 1\,600,30\, a_{\overline{25}|0{,}02} = 31\,243,387$ no

$i = 0,04 \implies 1\,600,30\, a_{\overline{25}|0{,}04} = 25\,000,01$

€25 000 sono rimborsati con 25 rate costanti di importo €1 600,30. Il tasso è

1. 0,01
2. 0,04
3. 0,02
4. 0,07

Calcolare $1\,600,30\, a_{\overline{25}|i}$ dando ad i l'uno via l'altro i valori proposti

$i = 0,02 \implies 1\,600,30\, a_{\overline{25}|0{,}02} = 31\,243,387$ no

$i = 0,04 \implies 1\,600,30\, a_{\overline{25}|0{,}04} = 25\,000,01$ si

La rendita costante di termine 210 ha, al tasso $i = 0,02$ valore attuale 4 099,93. Il numero dei termini è

1. 20
2. 15
3. 10
4. 25

La rendita costante di termine 210 ha, al tasso $i = 0,02$ valore attuale 4 099,93. Il numero dei termini è

1. 20
2. 15
3. 10
4. 25

Si calcola $210\, a_{\overline{n}|0{,}02}$ usando i valori alternativi di n

La rendita costante di termine 210 ha, al tasso $i = 0,02$ valore attuale 4 099,93. Il numero dei termini è

1. 20
2. 15
3. 10
4. 25

Si calcola $210\, a_{\overline{n}|0,02}$ usando i valori alternativi di n

per $n = 15$ si ha $210 \times 12,8492635 = 2\,698,3453$ che è troppo basso, serve un valore di n più grande

La rendita costante di termine 210 ha, al tasso $i = 0,02$ valore attuale 4 099,93. Il numero dei termini è

1. 20
2. 15
3. 10
4. 25

Si calcola $210\, a_{\overline{n}|0,02}$ usando i valori alternativi di n

per $n = 15$ si ha $210 \times 12,8492635 = 2\,698,3453$ che è troppo basso, serve un valore di n più grande

va bene $n = 25$ che porta $210 \times 19,5235 = 4\,099,93$

€50 000 rimborsati in dieci anni, rate mensili tasso $i = 0,045$. Dopo 3 anni tasso passa a $k = 0,052$ nuova rata:

1. 531,036
2. 527,685
3. 516,020
4. 536,970

€50 000 rimborsati in dieci anni, rate mensili tasso $i = 0,045$. Dopo 3 anni tasso passa a $k = 0,052$ nuova rata:

1. 531,036
2. 527,685
3. 516,020
4. 536,970

La nuova rata viene dalla formula generale

€50 000 rimborsati in dieci anni, rate mensili tasso $i = 0,045$. Dopo 3 anni tasso passa a $k = 0,052$ nuova rata:

1. 531,036
2. 527,685
3. 516,020
4. 536,970

La nuova rata viene dalla formula generale

$$\boldsymbol{A\,\alpha_{\overline{120}|i_{12}}\,a_{\overline{120-36}|i_{12}}\quad\alpha_{\overline{120-36}|k_{12}}}$$

€50 000 rimborsati in dieci anni, rate mensili tasso $i = 0,045$. Dopo 3 anni tasso passa a $k = 0,052$ nuova rata:

1. 531,036
2. 527,685
3. 516,020
4. 536,970

La nuova rata viene dalla formula generale

$$\boldsymbol{A\,\alpha_{\overline{120}|i_{12}}\,a_{\overline{120-36}|i_{12}}\;\alpha_{\overline{120-36}|k_{12}}}$$

buona la **seconda** infatti

$$i_{12} = \sqrt[12]{1,045} - 1 = 0,00367481 \qquad a_{\overline{84}|i_{12}} = 72,159264$$

$$\alpha_{\overline{120}|i_{12}} = 0,0103204$$

$$i_{12} = \sqrt[12]{1,045} - 1 = 0,00367481 \qquad a_{\overline{84}|i_{12}} = 72,159264$$

$$\alpha_{\overline{120}|i_{12}} = 0,0103204$$

$$k_{12} = \sqrt[12]{1,052} - 1 = 0,00423336 \qquad \alpha_{\overline{84}|k_{12}} = 0,0141715$$

$$i_{12} = \sqrt[12]{1,045} - 1 = 0,00367481 \qquad a_{\overline{84}|i_{12}} = 72,159264$$

$$\alpha_{\overline{120}|i_{12}} = 0,0103204$$

$$k_{12} = \sqrt[12]{1,052} - 1 = 0,00423336 \qquad \alpha_{\overline{84}|k_{12}} = 0,0141715$$

$$50\,000 \times 0,0103204 \times 72,159264 \times 0,0141715 = 527,6846371$$

Il capitale €65 158,01 viene costituito con 15 versamenti anticipati di €3 000. Il tasso di costituzione è:

1. 6,3%
2. 4,5%
3. 5,6%
4. 6,1%

Il capitale €65 158,01 viene costituito con 15 versamenti anticipati di €3 000. Il tasso di costituzione è:

1. 6,3%
2. 4,5%
3. 5,6%
4. 6,1%

$$\boldsymbol{M = R(1+i)s_{\overline{n}|i}}$$

Il capitale €65 158,01 viene costituito con 15 versamenti anticipati di €3 000. Il tasso di costituzione è:

1. 6,3%
2. 4,5%
3. 5,6%
4. 6,1%

$$\boldsymbol{M = R(1+i)s_{\overline{n}|i}}$$

Provo con uno dei due valori intermedi per esempio $0,056$

$$1,056 \times 3000 \times s_{\overline{15}|0,056} = 1,056 \times 3000 \times 22.5790953$$

Il capitale €65 158,01 viene costituito con 15 versamenti anticipati di €3 000. Il tasso di costituzione è:

1. 6,3%
2. 4,5%
3. 5,6%
4. 6,1%

$$\boldsymbol{M = R(1+i)s_{\overline{n}|i}}$$

Provo con uno dei due valori intermedi per esempio $0,056$

$$1,056 \times 3000 \times s_{\overline{15}|0{,}056} = 1,056 \times 3000 \times 22.5790953$$

trovo 71 530,5739

Il capitale €65 158,01 viene costituito con 15 versamenti anticipati di €3 000. Il tasso di costituzione è:

1. 6,3%
2. 4,5%
3. 5,6%
4. 6,1%

$$\boldsymbol{M = R(1+i)s_{\overline{n}|i}}$$

Provo con uno dei due valori intermedi per esempio $0,056$

$$1,056 \times 3000 \times s_{\overline{15}|0{,}056} = 1,056 \times 3000 \times 22.5790953$$

trovo 71 530,5739 dunque la risposta esatta è la 2) cioè 4,5%

€50 000 rimborsati in dodici anni, rate mensili tasso $i = 0,065$. Dopo 4 anni la rata passa a 456 allora il tasso passa a:

1. 0,0532822
2. 0,0414374
3. 0,0473833
4. 0,0666749

€50 000 rimborsati in dodici anni, rate mensili tasso $i = 0,065$. Dopo 4 anni la rata passa a 456 allora il tasso passa a:

1. 0,0532822
2. 0,0414374
3. 0,0473833
4. 0,0666749

$$\boldsymbol{\delta_{48} = 50\,000\alpha_{\overline{144}|i_{12}} a_{\overline{144-48}|i_{12}}}$$

€50 000 rimborsati in dodici anni, rate mensili tasso $i = 0,065$. Dopo 4 anni la rata passa a 456 allora il tasso passa a:

1. 0,0532822
2. 0,0414374
3. 0,0473833
4. 0,0666749

$$\boldsymbol{\delta_{48} = 50\,000\,\alpha_{\overline{144}|i_{12}}\, a_{\overline{144-48}|i_{12}} = 37\,314,3520}$$

€50 000 rimborsati in dodici anni, rate mensili tasso $i = 0,065$. Dopo 4 anni la rata passa a 456 allora il tasso passa a:

1. 0,0532822
2. 0,0414374
3. 0,0473833
4. 0,0666749

$$\boldsymbol{\delta_{48} = 50\,000\alpha_{\overline{144}|i_{12}} a_{\overline{144-48}|i_{12}} = 37\,314,3520}$$

$$\boldsymbol{456 = \delta_{48}\alpha_{\overline{96}|\sqrt[12]{1+x}-1}}$$

€50 000 rimborsati in dodici anni, rate mensili tasso $i = 0,065$. Dopo 4 anni la rata passa a 456 allora il tasso passa a:

1. 0,0532822 2. 0,0414374 3. 0,0473833 4. 0,0666749

$$\boldsymbol{\delta_{48} = 50\,000\alpha_{\overline{144}|i_{12}} a_{\overline{144-48}|i_{12}} = 37\,314,3520}$$

$$\boldsymbol{456 = \delta_{48}\alpha_{\overline{96}|\sqrt[12]{1+x}-1}}$$

tento con $x = 0,0473833$ e trovo 466 quindi la soluzione è la 2)

La rendita costante di termine 360 ha, al tasso $i = 0,0551011$ valore attuale 5 586. Il numero dei termini è

1. 37
2. 26
3. 36
4. 27

La rendita costante di termine 360 ha, al tasso $i = 0,0551011$ valore attuale 5 586. Il numero dei termini è

1. 37
2. 26
3. 36
4. 27

$$\boldsymbol{n = -\frac{\ln\left(1 - \dfrac{5\,586}{360} \times 0,0551011\right)}{\ln(1,0551011)}}$$

La rendita costante di termine 360 ha, al tasso $i = 0,0551011$ valore attuale 5 586. Il numero dei termini è

1. 37
2. 26
3. 36
4. 27

$$\boldsymbol{n = -\frac{\ln\left(1 - \frac{5\,586}{360} \times 0,0551011\right)}{\ln(1,0551011)}}$$

Si trova 36.0001

Per rimborsare 10 000 € al 5% annuo sono pagate per 24 mesi rate di 250 €. La quota interessi della 25$^{\text{ma}}$ rata è

1. 236,7650
2. 19,2922
3. 100,50
4. dipende dalla rata

Per rimborsare 10 000 € al 5% annuo sono pagate per 24 mesi rate di 250 €. La quota interessi della 25^{ma} rata è

1. 236,7650
2. 19,2922
3. 100,50
4. dipende dalla rata

Ci sono forti sospetti che la risposta esatta sia la 2) per confermarli calcolo δ_{24}

Per rimborsare 10 000 € al 5% annuo sono pagate per 24 mesi rate di 250 €. La quota interessi della 25$^{\text{ma}}$ rata è

1. 236,7650
2. 19,2922
3. 100,50
4. dipende dalla rata

Ci sono forti sospetti che la risposta esatta sia la 2) per confermarli calcolo δ_{24}

$$\delta_{24} = 10\,000(1,05)^2 - 250 s_{\overline{24|}\ \sqrt[12]{1{,}05}-1} = 4\,735,3040$$

Per rimborsare 10 000 € al 5% annuo sono pagate per 24 mesi rate di 250 €. La quota interessi della 25^ma^ rata è

1. 236,7650
2. 19,2922
3. 100,50
4. dipende dalla rata

Ci sono forti sospetti che la risposta esatta sia la 2) per confermarli calcolo δ_{24}

$$\delta_{24} = 10\,000(1,05)^2 - 250 s_{\overline{24|}\ \sqrt[12]{1{,}05}-1} = 4\,735,3040$$

$$h_{25} = (\sqrt[12]{1,05} - 1)\delta_{24}$$

Per rimborsare 10 000 € al 5% annuo sono pagate per 24 mesi rate di 250 €. La quota interessi della 25^{ma} rata è

1. 236,7650
2. 19,2922
3. 100,50
4. dipende dalla rata

Ci sono forti sospetti che la risposta esatta sia la 2) per confermarli calcolo δ_{24}

$$\delta_{24} = 10\,000(1,05)^2 - 250 s_{\overline{24|}\ \sqrt[12]{1,05}-1} = 4\,735,3040$$

$$h_{25} = (\sqrt[12]{1,05} - 1)\delta_{24} = 0,00407412 \times 4\,735,3040$$

Voglio costituire al tasso $i = 0,02$ il capitale $10\,000$ **€** a versamenti mensili anticipati, in 4 anni, in **regime semplice.** La rata è

1. 200,16
2. 139,82
3. 200,03
4. 123,55

Voglio costituire al tasso $i = 0,02$ il capitale 10 000 € a versamenti mensili anticipati, in 4 anni, in **regime semplice.** La rata è

1. 200,16
2. 139,82
3. 200,03
4. 123,55

$$R = \frac{K}{n\left(1 + \frac{n+1}{2}\,i\right)}$$

Voglio costituire al tasso $i = 0,02$ il capitale $10\,000$ **€** a versamenti mensili anticipati, in 4 anni, in **regime semplice.** La rata è

1. 200,16
2. 139,82
3. 200,03
4. 123,55

$$R = \frac{K}{n\left(1 + \frac{n+1}{2}i\right)}$$

$$n = 48, \quad i = j_{12} = \frac{0,02}{12} = \frac{1}{600} = 0,0016666\cdots$$

Voglio costituire al tasso $i = 0,02$ il capitale 10 000 **€** a versamenti mensili anticipati, in 4 anni, in **regime semplice.** La rata è

1. 200,16
2. 139,82
3. 200,03
4. 123,55

$$R = \frac{K}{n\left(1 + \frac{n+1}{2} i\right)}$$

$$n = 48, \quad i = j_{12} = \frac{0,02}{12} = \frac{1}{600} = 0,0016666\cdots$$

buona la 1)

€2 500 sono rimborsati in ventiquattro mesi, rate mensili, tasso $i_{12} = 0.0051$. Per le prime 23 rate vengono pagati €110, allora la rata a saldo è

1. 243.172
2. 133.851
3. 359.822
4. 246.836

€2 500 sono rimborsati in ventiquattro mesi, rate mensili, tasso $i_{12} = 0.0051$. Per le prime 23 rate vengono pagati €110, allora la rata a saldo è

1. 243.172
2. 133.851
3. 359.822
4. 246.836

Detta r la rata a saldo, vale $r = \delta_{23}(1 + 0,0051)$ e

$$\delta_{23} = 2500(1 + 0,0051)^{23} - 110\, s_{\overline{23}|0,0051} = 133,172$$

quindi $r = 133,851$

51 500 €sono rimborsati in venti anni, rate mensili, a durata variabile, nel caso di cambi del tasso. La rata iniziale è 380, tasso di interesse 0,06557951. Se, dopo quattro anni e due mesi, il tasso passa a $k = 0,060865$ il numero complessivo di rate diventa:

1. 233
2. 230
3. 232
4. 231

51 500 €sono rimborsati in venti anni, rate mensili, a durata variabile, nel caso di cambi del tasso. La rata iniziale è 380, tasso di interesse 0,06557951. Se, dopo quattro anni e due mesi, il tasso passa a $k = 0,060865$ il numero complessivo di rate diventa:

1. 233
2. 230
3. 232
4. 231

Va per prima cosa determinato il debito residuo stanti il pagamento di 50 rate mensili di € 380, il tasso annuo $i = 0,06557951$ e il debito iniziale di € 51 500:

$$\delta_{50} = 51\,500\ (1,06557951)^{50/12} - 380\ s_{\overline{50}|\ \sqrt[12]{1,06557951}-1} = 45\,409,91711$$

Adesso va ricordata la formula che porge il numero m di rate mensili necessarie per rimborsare un dato debito di importo $\mathbf{D}$ fissato il tasso k_{12} pagando rate di importo α

$$m = -\frac{\ln\left(1 - \dfrac{\mathbf{D}\, k_{12}}{\alpha}\right)}{\ln(1 + k_{12})}$$

Adesso va ricordata la formula che porge il numero m di rate mensili necessarie per rimborsare un dato debito di importo $\mathbf{D}$ fissato il tasso k_{12} pagando rate di importo α

$$m = -\frac{\ln\left(1 - \dfrac{\mathbf{D}\, k_{12}}{\alpha}\right)}{\ln(1 + k_{12})}$$

Nel nostro specifico $\mathbf{D} = \delta_{50} = 45\,409,91711$, $k_{12} = 0,00493586$, $\alpha = 380$, quindi, a conti fatti

$$m = 181,0001$$

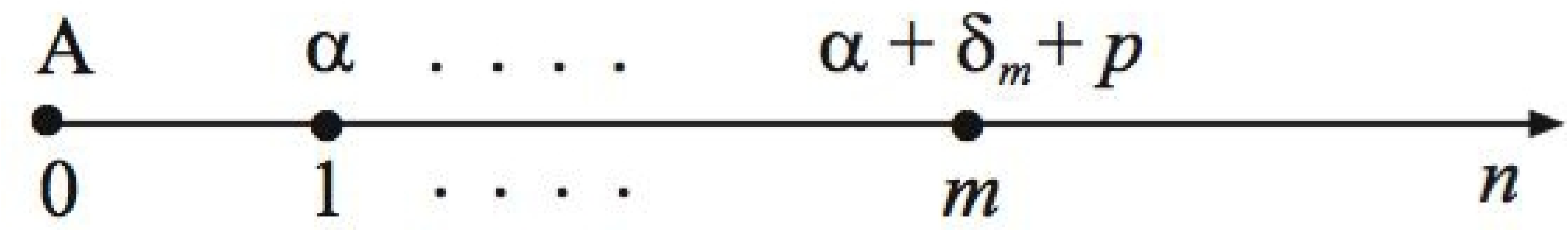
che naturalmente può arrotondare in 181. Ricordato che 50 rate sono già state pagate, il numero complessivo di rate è $50 + 181 = 231$, quindi è d) la risposta cercata.

€50 000 rimborsati con 90 rate mensili costanti, tasso $i = 0,045$. La penale per anticipata estinzione €1 000. Il tasso annuo di indifferenza per anticipata estinzione alla fine del terzo anno è:

1. 3,06535%
2. 2,78217%
3. 4,02525%
4. nessuno degli altri

€50 000 rimborsati con 90 rate mensili costanti, tasso $i = 0,045$. La penale per anticipata estinzione €1 000. Il tasso annuo di indifferenza per anticipata estinzione alla fine del terzo anno è:

1. 3,06535%
2. 2,78217%
3. 4,02525%
4. nessuno degli altri



$$(\boldsymbol{\delta}_m + \boldsymbol{p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n-m}|x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n}|i}$$

$$(\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{m}} + \boldsymbol{p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{\boldsymbol{n-m}}|\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{\boldsymbol{n}}|\boldsymbol{i}}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$(\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{m}} + \boldsymbol{p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{\boldsymbol{n-m}}|\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{\boldsymbol{n}}|\boldsymbol{i}}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{\boldsymbol{n}}|\boldsymbol{i}}$$

$$(\boldsymbol{\delta}_m + \boldsymbol{p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n-m}|x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n}|i}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n}|i} = \mathbf{50\,000}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{90}|i_{12}}$$

$$(\boldsymbol{\delta_m + p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n-m}|x} = \boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i} = \mathbf{50\,000}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{90}|i_{12}} = \mathbf{50\,000} \times \mathbf{0,0130698}$$

$$(\boldsymbol{\delta_m} + \boldsymbol{p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n-m}|x} = \boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i} = \mathbf{50\,000}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{\mathbf{90}}|i_{\mathbf{12}}} = \mathbf{50\,000} \times \mathbf{0,0130698} = \mathbf{653,492}$$

$$(\boldsymbol{\delta_m + p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n-m}|x} = \boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i} = \mathbf{50\,000}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{90}|i_{12}} = \mathbf{50\,000} \times \mathbf{0,0130698} = \mathbf{653,492}$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$(\boldsymbol{\delta}_m + \boldsymbol{p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n-m}|x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n}|i}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n}|i} = \mathbf{50\,000}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{90}|i_{12}} = \mathbf{50\,000} \times \mathbf{0,0130698} = \mathbf{653,492}$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$\boldsymbol{\delta}_{36} = \mathbf{653,492}\boldsymbol{a}_{\overline{90-36}|i_{12}}$$

$$(\boldsymbol{\delta_m + p})\boldsymbol{\alpha_{\overline{n-m}|x}} = \boldsymbol{A\alpha_{\overline{n}|i}}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha_{\overline{n}|i} = 50\,000\alpha_{\overline{90}|i_{12}} = 50\,000 \times 0,0130698 = 653,492}$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$\boldsymbol{\delta_{36} = 653,492a_{\overline{90-36}|i_{12}} = 31\,954,725}$$

$$(\boldsymbol{\delta_m + p)\alpha_{\overline{n-m}|x} = A\alpha_{\overline{n}|i}}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha_{\overline{n}|i} = 50\,000\alpha_{\overline{90}|i_{12}} = 50\,000 \times 0,0130698 = 653,492}$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$\boldsymbol{\delta_{36} = 653,492a_{\overline{90-36}|i_{12}} = 31\,954,725}$$

Allora calcoliamo

$$(\boldsymbol{\delta_m} + \boldsymbol{p})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{n-m}|x} = \boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha}_{\overline{n}|i} = \mathbf{50\,000}\boldsymbol{\alpha}_{\overline{90}|i_{12}} = \mathbf{50\,000 \times 0,0130698 = 653,492}$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$\boldsymbol{\delta_{36}} = \mathbf{653,492}\boldsymbol{a}_{\overline{90-36}|i_{12}} = \mathbf{31\,954,725}$$

Allora calcoliamo

$$(\mathbf{31\,954,725 + 1\,000})\boldsymbol{\alpha}_{\overline{54}|\sqrt[12]{1+x}-1}$$

$$(\delta_m + p)\alpha_{\overline{n-m}|x} = A\alpha_{\overline{n}|i}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$A\alpha_{\overline{n}|i} = 50\,000\alpha_{\overline{90}|i_{12}} = 50\,000 \times 0,0130698 = 653,492$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$\delta_{36} = 653,492 a_{\overline{90-36}|i_{12}} = 31\,954,725$$

Allora calcoliamo

$$(31\,954,725 + 1\,000)\alpha_{\overline{54}|\sqrt[12]{1+x}-1}$$

essendo $\alpha_{\overline{54}|\sqrt[12]{1,0306535}-1} = 0,0198299789$ si ha

$$(\boldsymbol{\delta_m + p})\boldsymbol{\alpha_{\overline{n-m}|x}} = \boldsymbol{A\alpha_{\overline{n}|i}}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha_{\overline{n}|i} = 50\,000\alpha_{\overline{90}|i_{12}} = 50\,000 \times 0,0130698 = 653,492}$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$\boldsymbol{\delta_{36} = 653,492 a_{\overline{90-36}|i_{12}} = 31\,954,725}$$

Allora calcoliamo

$$\boldsymbol{(31\,954,725 + 1\,000)\alpha_{\overline{54}|\sqrt[12]{1+x}-1}}$$

essendo $\boldsymbol{\alpha_{\overline{54}|\sqrt[12]{1{,}0306535}-1} = 0,0198299789}$ si ha

$\boldsymbol{32\,954,725 \times 0,0198299789}$

$$(\boldsymbol{\delta_m + p})\boldsymbol{\alpha_{\overline{n-m}|x} = A\alpha_{\overline{n}|i}}$$

Si verifica che è la prima, vediamo perché

$$\boldsymbol{A\alpha_{\overline{n}|i} = 50\,000\alpha_{\overline{90}|i_{12}} = 50\,000 \times 0,0130698 = 653,492}$$

Fine del terzo anno significa $m = 36$

$$\boldsymbol{\delta_{36} = 653,492 a_{\overline{90-36}|i_{12}} = 31\,954,725}$$

Allora calcoliamo

$$\boldsymbol{(31\,954,725 + 1\,000)\alpha_{\overline{54}|\sqrt[12]{1+x}-1}}$$

essendo $\boldsymbol{\alpha_{\overline{54}|\sqrt[12]{1,0306535}-1} = 0,0198299789}$ si ha

$\boldsymbol{32\,954,725 \times 0,0198299789 = 653,492}$

Esercizio

Si vuole costituire un capitale di €2 500 al tasso annuo $i = 35/1\,000$ con venti versamenti mensili posticipati con le seguenti modalità:

primi dieci versamenti costanti $R_1 = \cdots = R_{10} = R$

secondi dieci versamenti costanti $R_{11} = \cdots = R_{20} = \frac{5}{4}R$

Si chiede di calcolare il valore di R.

Il tempo di costituzione del capitale è $t = 20$ in mesi, mentre il tasso è $i_{12} = 0,0028708987$. Il montante dei primi dieci versamenti in $t = 20$ è:

$$m_1 = R(1 + i_{12})^{10} s_{\overline{10}|i_{12}}$$

Il montante dei secondi dieci versamenti in 20 è

$$m_2 = \frac{5}{4} R s_{\overline{10}|i_{12}}$$

Il tempo di costituzione del capitale è $t = 20$ in mesi, mentre il tasso è $i_{12} = 0,0028708987$. Il montante dei primi dieci versamenti in $t = 20$ è:

$$m_1 = R(1 + i_{12})^{10} s_{\overline{10}|i_{12}}$$

Il montante dei secondi dieci versamenti in 20 è

$$m_2 = \frac{5}{4} R s_{\overline{10}|i_{12}}$$

Il montante complessivo va uguagliato al capitale da costituire

$$m_1 + m_2 = R s_{\overline{10}|i_{12}} \left((1 + i_{12})^{10} + \frac{5}{4} \right) = 2500$$

$$R = \frac{2500}{s_{\overline{10}|i_{12}}\left((1+i_{12})^{10}+\frac{5}{4}\right)} = 108,284$$

Esercizio

Si vuole costituire un capitale di €2 500 al tasso annuo $i = 35/1\,000$ con venti versamenti mensili posticipati con le seguenti modalità:

versamenti di epoca dispari costanti $R_1 = \cdots = R_{19} = R$

versamenti di epoca pari costanti $R_2 = R_4 = \cdots = R_{20} = \frac{5}{4}R$

Si chiede di calcolare il valore di R.

Siccome fra due versamenti di epoca pari (rispettivamente dispari) passano due mesi va ricavato il tasso bimestrale $i_6 = 0,00575004$. Il montante in $t = 20$ dei versamenti dispari è (attenzione i versamenti dispari terminano in 19, quindi vanno capitalizzati per un mese ulteriore)

$$m_1 = R(1 + i_{12})s_{\overline{10}|i_6}$$

Siccome fra due versamenti di epoca pari (rispettivamente dispari) passano due mesi va ricavato il tasso bimestrale $i_6 = 0,00575004$. Il montante in $t = 20$ dei versamenti dispari è (attenzione i versamenti dispari terminano in 19, quindi vanno capitalizzati per un mese ulteriore)

$$m_1 = R(1 + i_{12})s_{\overline{10}|i_6}$$

quello dei mesi pari

$$m_2 = \frac{5}{4}Rs_{\overline{10}|i_6}$$

quindi

$$m_1 + m_2 = Rs_{\overline{10}|i_6}\left((1 + i_{12}) + \frac{5}{4}\right) = 2500$$

quindi

$$m_1 + m_2 = R s_{\overline{10}|i_6} \left((1 + i_{12}) + \frac{5}{4} \right) = 2500$$

$$R = \frac{2500}{s_{\overline{10}|i_6} \left((1 + i_{12}) + \frac{5}{4} \right)} \Longrightarrow R = 108,128$$

La somma di €1 000 impiegata in regime misto per 5 anni e 5 mesi ha fruttato il montante di €1 155,3425. Il tasso di impiego è:

1. 0,027
2. 27%
3. 0,28
4. 2,7

La somma di €1 000 impiegata in regime misto per 5 anni e 5 mesi ha fruttato il montante di €1 155,3425. Il tasso di impiego è:

1. 0,027
2. 27%
3. 0,28
4. 2,7

$$m(t;C) = C\,(1+i)^{[t]}\,(1+(t-[t])i)$$

La somma di €1 000 impiegata in regime misto per 5 anni e 5 mesi ha fruttato il montante di €1 155,3425. Il tasso di impiego è:

1. 0,027
2. 27%
3. 0,28
4. 2,7

$$m(t;C) = C\,(1+i)^{[t]}\,(1+(t-[t])i)$$

$$m(t+\frac{5}{12};1000) = 1000\,(1+i)^5\left(1+\frac{5}{12}i\right)$$

La somma di €1 000 impiegata in regime misto per 5 anni e 5 mesi ha fruttato il montante di €1 155,3425. Il tasso di impiego è:

1. 0,027
2. 27%
3. 0,28
4. 2,7

$$m(t; C) = C\,(1+i)^{[t]}\,(1+(t-[t])i)$$

$$m(t+\frac{5}{12}; 1000) = 1000\,(1+i)^5\left(1+\frac{5}{12}i\right)$$

buona la prima