PROYEKSI MATRIKS LESLIE PADA LAJU PERTUMBUHAN POPULASI
(Studi Kasus :Pertumbuhan Populasi di Dusun Marannu)

Skiripsi

Diajukan untuk Memenuhi Salah Satu Syarat untuk Lanjut Pada Penyusunan Tugas Akhir Pada Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Uin Alauddin Makassar

Oleh :

FITRIANI
NIM. 60600111018

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI ALAUDDIN MAKASSAR

2016

PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Fitriani

NIM : 60600111018

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Menyatakan bahwa skripsi ini benar adalah hasil karya penyusun sendiri. Jika di kemudian hari terbukti bahwa ia merupakan duplikat, tiruan, plagiat, atau dibuat oleh orang lain, sebagian atau seluruhnya, maka skripsi dan gelar yang diperoleh karenanya batal demi hukum.

Makassar, Januari 2016

Penyusun,

FITRIANI
NIM: 60600111018

MOTTO DAN PERSEMBAHAN

Motto

Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan. Maka Apabila engkau telah selesai (dari sesuatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain). Dan hanya kepada Tuhan-mulah engkau berharap.

(Q.s. Asy-Syarh : 6-8)

Kerjakanlah urusanmu dengan Niat Baik, Kejujuran dan Keberanian

Persembahan

Skripsi ini kupersembahkan kepada :

- *Ibuku Tersayang, Rosniar dan Bapakku Tersayang, Abd. Rauf (Alm)*
- *Adik-adikku yang Tercinta*
- *Seluruh keluarga besarku, dan almamaterku*

KATA PENGANTAR

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيْمِ

Assalamu alaikum wr. wb.

Segala puji hanya milik Allah SWT. atas limpahan nikmat-Nya yang tiada hentinya diberikan kepada penulis. Sehingga skripsi ini dapat selesai meski hanya dalam bentuk yang sangat sederhana. Serta tidak lupa penulis mengirimkan *shalawa*t bermutiara salam kepada Rasulullah SAW. Nabi sebagai *uswahtun hasanah* dalam menjalankan aktivitas keseharian di atas permukaan bumi ini, juga kepada keluarga beliau, para sahabat dan orang-orang mukmin yang senangtiasa *istiqamah* meniti jalan hidup ini hingga akhir zaman.

Sebagai seorang peneliti pemula, penulis menyadari sepenunya bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan baik dari segi bahasa, sistematika penulisan, maupun isi yang terkandung di dalamnya. Oleh karena itu, kritikan dan saran yang bersifat membangun senangtiasa penulis harapkan guna penyempurnaannya kelak dan semoga hasil penelitian ini memberikan manfaat.

Penulis menyadari sepenuhnya bahwa skripsi ini tidak dapat diselesaikan tanpa adanya bantuan dari berbagai pihak, baik bantuan yang bersifat moril maupun material. Karena itu, penulis merasa berkewajiban untuk menyampaikan terima kasih yang setulus-tulusnya kepada:

1. Ayahanda Abd. Rauf (Alm) dan Ibunda Rosniar yang telah mengasuh dan membesarkan penulis dengan curahan kasih sayang yang penuh perjuangan serta semangat.

2. Prof. Dr. H. Musafir Pababbari, M.Si., selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar dan segenap jajarannya.
3. Prof. Dr. H. Arifuddin Ahmad, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar dan segenap jajarannya.
4. Irwan, S.Si., M.Si., selaku ketua Jurusan Matematika dan Wahidah Alwi, S.Si., M.Si., selaku sekretaris Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.
5. Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd selaku Pembimbing I dan Try Azisah Nurman, S.Pd., M.Pd selaku Pembimbing II yang dengan penuh kesabaran telah meluangkan waktu dan pikirannya untuk memberikan bimbingan, arahan, dan petunjuk mulai dari membuat proposal hingga rampungnya skripsi ini.
6. Ermawati, S.Pd., M.Si., selaku Penguji I, Risnawati Ibnas, S.Si., M.Si., selaku Penguji II dan Muh. Rusydi Rasyid, S.Ag., M.Ed., selaku Penguji III.
7. Seluruh dosen Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar yang telah menyalurkan ilmunya kepada penulis selama berada di bangku kuliah.
8. Segenap karyawan dan karyawati Fakultas Sains dan Teknologi yang telah bersedia melayani penulis dari segi administrasi dengan baik selama penulis terdaftar sebagai mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.
9. Teman-teman dan sahabat-sahabat LIMIT (Leader in Math ScienTech) terkhusus untuk LIMIT ‘A’ 2011 yang telah menjadi teman terbaik dan terhebat bagi penulis, HMJ Matematika, senior maupun junior Matematika

Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar yang selama ini memberikan banyak motivasi dan bantuan bagi penulis.

10. Teman-teman KKN Angkatan 50 Desa Lalabata kecamatan Rilau Ale Kabupaten Barru, yang menemani canda tawa selama di posko.
11. Adik-adikku tercinta yang selalu memberi motivasi, menemani bercanda dan tertawa.
12. Keluarga dan semua pihak yang telah banyak memberikan bantuan berupa moril dan materil yang tidak bisa saya sebutkan satu persatu. Rasa terima kasih yang tiada hentinya penulis haturkan, semoga bantuan yang telah diberikan bernilai ibadah di sisi Allah SWT. dan mendapat pahala yang setimpal. *Aamiin*.

Akhirnya, diharapkan agar hasil penelitian ini dapat bermanfaat dan menambah khasanah ilmu pengetahuan. *Aamiin Ya Rabbal Alamin*

Makassar, Januari 2016

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR SIMBOL

O	=	Matriks Nol
A	=	Matriks A
U	=	Matriks Segitiga Atas
B	=	Matriks Segitiga Bawah
D	=	Matriks Diagonal
k	=	Matriks Skalar
I	=	Matriks Identitas
A^t	=	Matriks Transpose
L	=	Matriks Leslie (Leslie Matrics)
a_i	=	Rata-rata jumlah anak perempuan yang lahir dari tiap perempuan ketika si ibu berada pada kelas umur ke – i.
b_i	=	Perbandingan perempuan pada kelas umur ke – i yang dapat bertahan dan mencapai kelas umur ke - $(i + 1)$.
i	=	Kelas umur
x_i^0	=	Populasi awal penduduk perempuan pada tiap kelas umur ke - i
A_i	=	Jumlah Kelahiran anak perempuan pada tiap kelas umur ke - i
B_i	=	Jumlah kematian populasi perempuan pada tiap kelas umur ke - i
k	=	Waktu pengamatan
c_i^{k-1}	=	Rata-rata kematian populasi perempuan pada tiap kelas umur ke - i
$v^{(0)}$	=	Vektor kolom berukuran n x 1 dan elemennya bukan nol

λ	=	Lambda (Nilai eigen)
$>$	=	Lebih besar
$<$	=	Lebih kecil
$\vec{x}$	=	Vektor eigen

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Nama : **Fitriani**

Nim : **60600111018**

Judul : **Proyeksi Matriks Leslie Pada Laju Pertumbuhan Populasi (Studi Kasus: Pertumbuhan Populasi di Dusun Marannu)**

Penelitian ini membahas tentang proyeksi matriks Leslie pada laju pertumbunan populasi. Model matriks Leslie merupakan suatu model yang digunakan untuk memproyeksi matriks Leslie pada laju pertumbuhan suatu populasi perempuan. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan proyeksi matriks Leslie pada laju pertumbuhan suatu populasi. Elemen matriks Leslie terdiri dari tingkat kesuburan (a_i) dan ketahanan hidup (b_i) dari suatu populasi. Bentuk umun dari model matriks Leslie yaitu :

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

Untuk menentukan laju pertumbuhan populasi dicari nilai eigen positif λ_1. Tiga kasus yang muncul yang sesuai dengan nilai eigen positif λ_1, yaitu populasi akan cenderung meningkat jika $\lambda_1 > 1$, populasi akan cenderung menurun jika $\lambda_1 < 1$, dan populasi akan cenderung stabil jika $\lambda_1 = 1$. Laju pertumbuhan populasi yang diteliti yaitu laju pertumbuhan populasi perempuan di Dusun Marannu. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh nilai eigen positif $\lambda_1 = 0.638$ maka diperoleh laju pertumbuhan populasi perempuan di Dusun Marannu akan menurun.

Kata Kunci: Model matriks Leslie, Laju pertumbuhan Populasi, nilai eigen

BAB I

PENDAHULUAN

A. *Latar Belakang*

Perkembangan suatu ilmu pengetahuan banyak memegang peranan penting dalam perkembangan suatu teknologi. Tanpa ilmu pengetahuan, teknologi akan sulit bisa berkembang dengan cepat. Matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan yang dibutuhkan masyarakat untuk menyelesaikan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari dengan mudah.

Oleh karenanya Allah selalu memerintahkan kita untuk selalu belajar dari apa-apa yang ada di diri dan sekitar kita, sebagai mana yang diterangkan dalam QS Ar-Ruum/30: 8 :

أَوَلَمْ يَتَفَكَّرُوا۟ فِىٓ أَنفُسِهِم ۗ مَّا خَلَقَ ٱللَّهُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضَ وَمَا بَيْنَهُمَآ إِلَّا بِٱلْحَقِّ

وَأَجَلٍ مُّسَمًّى ۗ وَإِنَّ كَثِيرًا مِّنَ ٱلنَّاسِ بِلِقَآئِ رَبِّهِمْ لَكَٰفِرُونَ

Terjemahnya :

Dan mengapa mereka tidak memikirkan tentang (kejadian) diri mereka? Allah tidak menciptakan langit dan bumi dan apa yang ada di antara keduanya melainkan dengan (tujuan) yang benar dan dalam waktu yang ditentukan. Dan sesungguhnya banyak di antara manusia benar-benar mengingkari pertemuan dengan Tuhan-nya. [1]

---

[1] Departemen Agama RI, *Al-Qur'an Tajwid & Terjemah* (Bandung : CV Penerbit Diponegoro, 2010), h. 405

Kata *fi anfusihim* dapat dipahami berkedudukan sebagai objek terhadap kata *yatafakkaru/*berpikir, sehingga ayat diatas bermakna apakah mereka tidak berpikir tentang diri mereka. Misalnya, dari mana mereka datang dan kemana mereka akan dibawa oleh pergantian malam dan siang? Suatu ketika pernah mereka tidak berada di pentas bumi ini, lalu wujud. Ini berarti pasti ada yang mewujudkan mereka. Apakah mereka tidak berpikir tentang anatomi tubuh serta jiwa dan pikiran mereka yang demikian serasi, atau berpikir tentang masa tua dan akhir perjalanan hidup mereka dan lain-lain sebagainya, karena sungguh banyak yang dapat dipikrkan manusia tentang dirinya. Hingga kini masih terdapat sekian banyak pertanyaan yang diajukan oleh para ahli tentang manusia yang belum mendapat jawaban yang memuaskan. Sungguh manusia hingga kini masih merupakan "Makhluk tak dikenal". Setelah kecaman itu, barulah ayat di atas melanjutkan dengan menyebut tujuan penciptaan langit dan bumi, yakni bahwa itu bukan permainan atau sia-sia tetapi untuk tujuan yang benar. [2]

Dari ayat di atas dapat diketahui bahwa Allah swt menganjurkan pada mereka untuk berpikir tentang Allah swt menciptakan mereka. Allah menciptakan mereka dengan beberapa proses sehingga mereka menjadi makhluk yang sempurna dan berakal. Berpikir pada dasarnya merupakan suatu proses untuk mendapatkan ilmu pengetahuan. Oleh karena itu mereka seharusnya mengetahui banyak hal tentang kejadian mereka dan tujuan. Allah menjadikan langit, benda-benda angkasa, dan benda-benda bumi lainnya tidaklah sia-sia tetapi untuk tujuan yang benar, agar mereka dapat mengambil pelajaran darinya. sebagaimana dalam

[2]M. Quraish Shihab, *Tafsir Al-Misbah* (Jakarta : Lentera Hati, 2007). h. 14-15

ilmu matematika yang sangat besar manfaatnya dalam kelangsungan hidup manusia dan ilmu matematika tidaklah sia-sia.

Salah satu cabang ilmu matematika adalah aljabar. Kata aljabar (*algebra)* berasal dari bahasa Arab *"al-jabr"* yang berarti *restoration*, *reunion*, *resetting of broken parts or bringing together broken parts*. Kata ini didapatkan dari buku yang diterjemahkan dari bahasa Arab ke bahasa Latin yang ditulis oleh seseorang yang bernama Muhammad ibn Musa Al-Khawarizmi, berjudul "AL-Jabr wa'l-Muqabala = "restorasi dan reduksi". Ketika buku diterjemahkan ke dalam bahasa Latin, kata keduanya-wa'l-Muqabala--dihilangkan, jadi tinggal kata Al-Jabr, yang menjadi "algebra" dan dari nama Al-Khawarizmi didapatkan kata "algoritma" dan "logaritma". Bukunya telah diterjemahkan ke dalam bahasa Latin dan dipergunakan sebagai buku teks.[3]

Aplikasi aljabar linear mencakup berbagai bidang keilmuan. Aljabar linear banyak digunakan untuk memecahkan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, diantaranya dalam bidang fisika (Jaringan Listrik), ekonomi (Model Ekonomi Leontief), Ramalan Cuaca (Rantai Markov), Sains dan Teknik (Distribusi Suhu Kesetimbnagan), Demografi (Laju Pertumbuhan populasi) dan lain sebagainya. Sehingga dapat dikatakan aplikasi aljabar linear merupakan ilmu pengetahuan yang digunakan untuk mempermudah kehidupan sehari-hari.

Model matriks Leslie merupakan salah satu model yang digunakan oleh para ahli demografi, yang ditemukan oleh seorang pakar ekologi yang bernama P.H Leslie pada tahun 1940-an. Model ini menjelaskan pertumbuhan populasi

---

[3] Qurrotul Aini dan Meinarini Catur Utami, *Aljabar Linear Dasar* (Bandung : Alfabeta, 2013), h.2

perempuan. Dalam model ini perempuan (manusia) atau betina (hewan) dibagi kelas-kelas umur dalam durasi waktu yang sama.

Statistik adalah suatu kumpulan data yang berbentuk angka dan tersusun rapi dalam suatu tabel, grafik, gambar dan lain-lain. Sedangkan statistika adalah suatu ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara mengumpulkan fakta atau data, pengolahan data, kemudian menganalisis data tersebut sehingga diperoleh suatu kesimpulan. Populasi adalah adalah sekumpulan data yang mempunyai karakteristik yang sama dan menjadi objek inferensi. Proyeksi populasi merupakan kalkulasi-kalkulasi yang menggambarkan perkembangan populasi tentang laju pertumbuhan populasi di masa depan.

Jumlah pada suatu populasi dipengaruhi oleh tiga proses yaitu kelahiran kematian, dan ketahanan hidup. Ketiga proses ini dapat menentukan pertumbuhan populasi apakah populasi akan meningkat, akan menurun, atau akan cenderung stabil pata tahun berikutnya. Dengan diketahui diketahui ketiga proses ini maka dapat diproyeksi pertumbuhan populasi tahun berikutnya dengan mengunakan model matriks Leslie.

Allah selalu memerintahkan kita untuk selalu untuk mengetahui bilangan dan perhitungan waktu, sebagai mana yang diterangkan dalam QS Yunus/10: 5:

هُوَ ٱلَّذِى جَعَلَ ٱلشَّمۡسَ ضِيَآءٗ وَٱلۡقَمَرَ نُورٗا وَقَدَّرَهُۥ مَنَازِلَ لِتَعۡلَمُواْ عَدَدَ

ٱلسِّنِينَ وَٱلۡحِسَابَۚ مَا خَلَقَ ٱللَّهُ ذَٰلِكَ إِلَّا بِٱلۡحَقِّۚ يُفَصِّلُ ٱلۡأٓيَٰتِ لِقَوۡمٖ يَعۡلَمُونَ

Terjemahnya :

Dia-lah yang menjadikan matahari bersinar dan bulan bercahaya dan ditetapkan-Nya manzilah-manzilah (tempat-tempat) bagi perjalanan bulan itu, supaya kamu mengetahui bilangan tahun dan perhitungan (waktu). Allah tidak menciptakan yang demikian itu melainkan dengan hak. Dia menjelaskan tanda-tanda (kebesaran-Nya) kepada orang-orang yang mengetahui.

Ayat ini merupakan salah satu bukti keesaan Allah swt. dalam *rububiyyah*-Nya (pemeliharaan-Nya) terhadap manusia. Ayat ini menekankan bahwa Allah swt. yang menciptakan matahari dan bulan seperti yang dijelaskan-Nya diatas, sehingga dengan demikian manusia-bahkan seluruh makhluk di planet bumi ini-memperoleh manfaat yang tidak sedikit guna kelangsungan dan kenyamanan hidup mereka. Pengaturan sistem ini serta tujuan yang diharapkan darinya adalah *haq*. Dengan demikian ia bukan kebetulan bukan pula diciptakan tanpa tujuan. Dan dengan demikian pula, manusia harus menjadikannya dan menggunakannya untuk tujuan yang *haq* dan benar pula. Kalimat *liqaumin ya'lamun*/bagi orang yang mengetahui menjanjikan tersingkapnya ayat/tanda-tanda kebesaran Allah swt. setiap saat dan secara bekesinambungan sepanjang masa bagi mereka yang ingin mengetahui dengan jalan terus menerus berupaya mengetahuinya.[4]

Dari ayat di atas dapat diketahui bahwa Allah swt menciptakan matahari yang mempunyai sinar dan bulan bercahaya sehingga terjadinya siang dan malam. Dan hal ini membentuk sebuah penanggalan (perhitungan waktu) yang bermanfaat bagi ummat manusia. Allah tidak menciptakan yang demikian itu bukannya main-

[4] M. Quraish Shihab, *Tafsir Al-Misbah volume 6* (Jakarta : Lentera Hati, 2007). h. 21-22

main tetapi dengan tujuan yang benar. Allah menerangkan tanda-tanda kepada orang yang mengetahui yakni orang-orang yang mau berpikir.

Nilai eigen dan vektor eigen berperan penting untuk menentukan dinamika populasi jangka panjang serta untuk menentukan apakah populasi meningkat, menurun atau konstan. Beberapa kasus dapat terjadi pada sebuah populasi yang terkait dengan nilai eigen positif dari matriks Leslie, yaitu populasi akan bertambah jika nilai eigen positif lebih besar dari satu, populasi akan berkurang jika nilai eigen positif kurang dari satu dan populasi stabil jika nilai eigen positif n sama dengan satu. Jadi, nilai eigen sangat penting untuk mendefinisikan angka pertumbuhan populasi, atau memberikan informasi yang berharga tentang keadaan populasi sedangkan vektor eigen menunjukkan kestabilan distribusi umur.[5]

Peranan penduduk dalam pembangunan meliputi dua aspek yaitu sebagai pelaku pembangunan dan sasaran pembagunan. Oleh karena itu, permasalahan dalam kependudukan sangat kompleks, dan sepanjan zaman permasalahan itu tidak ada habis-habisnya. Persoalan pertumbuhan penduduk di suatu wilayah dapat diatasi, akan tetapi persoalan yang lain belum tentu bisa teratasi dalam waktu bersamaan, karena kebutuhan penduduk yang semakin kompleks dan terus berkembang dari waktu ke waktu.[6]

Dengan mengetahui proyeksi jumlah dan laju pertumbuhan penduduk apakah pertumbuhan penduduk meningkat, menurun atau tetap stabil tahun

[5] Irvin Montshiwa, *Leslie Matrix Model in Population Dynamics* (07 juni 2007) : h. 1-31

[6] BPS Gowa, *Indikator Kesejahteraan rakyat Kabupaten Gowa* (Gowa : BPS Kabupaten Gowa, 2013), h. 9

kedepannya. Maka akan berpengaruh terhadap pembangunan yang dilaksanakan yang bertujuan untuk menyediakan kebutuhan sandang dan pangan sebagai kebutuhan dasar, berbagai fasilitas pendidikan, kesehatan dan berbagai sarana sosial lainnya yang cukup dan merata dalam rangka peningkatan kesejahteraan.

Sebagaimana yang diketahui bahwa Allah SWT yang memberikan rezeki dan kebutuhan kepada hambanya. Oleh karena itu, Allah melarang hambanya membatasi jumlah penduduk sebagaimana yang diterangkan dalam QS Ál-Isra/17 : 31 :

وَلَا تَقْتُلُوٓا۟ أَوْلَـٰدَكُمْ خَشْيَةَ إِمْلَـٰقٍ ۖ نَّحْنُ نَرْزُقُهُمْ وَإِيَّاكُمْ ۚ إِنَّ قَتْلَهُمْ كَانَ خِطْـًٔا كَبِيرًا

Terjemahnya :

Dan janganlah kamu membunuh anak-anakmu karena takut kemiskinan. kamilah yang akan memberi rezki kepada mereka dan juga kepadamu. Sesungguhnya membunuh mereka adalah suatu dosa yang besar.

Ayat ini menunjukkan bahwa sesungguhnya kasih sayang Allah SWT kepada hamba-hamba-Nya melebihi kasih sayang orang tua terhadap anak-anaknya. Pada ayat “Dan janganlah kamu membunuh anak-anakmu karena takut kemiskinan’’ dikemudian hari. Dan karena itulah Allah mendahulukan penyebutan rezki anak, yakni pada firman-Nya “kamilah yang akan memberi rezki kepada mereka dan juga kepadamu’’.[7]

Ayat ini menjelaskan bahwa Allah sangat sayang kepada hamba-hamba-Nya, lebih dari kasih sayang orang tua kepada anaknya, pada ayat ini Allah telah melarang umat manusia membunuh anak-anak mereka. Bahkan ada salah seorang

---

[7] Tim Pustaka Ibnu Katsir, *Shahih Tafsir Ibnu Katsir Jilid 5* (Jakarta : Pustaka Ibnu Katsir, 2011). h. 364

di antara mereka yang membunuh anak perempuannya dengan tujuan agar tidak semakin banyak beban hidupnya. Dan janganlah kamu membunuh anak-anakmu karena takut kemiskinan maksudnya karena kalian takut menjadi miskin dalam keadaan yang kedua. Oleh karena itu, Dia mengedepankan perhatian terhadap rezki mereka.

Berdasarkan uraian di atas pada penelitian ini akan dibahas aplikasi aljabar linear dalam bidang demografi yaitu memproyeksikan laju pertumbuhan populasi perempuan dengan mencari nilai eigen positif λ_1 dan vektor eigen dari model matriks leslie. Oleh karena itu pada penelitian ini penulis mengambil judul " Proyeksi Matriks Leslie Pada Laju Pertumbuhan Populasi".

B. *Rumusan Masalah*

Berdasarkan latar belakang, maka dapat disusun rumusan masalah bagaimana menentukan proyeksi laju pertumbuhan populasi menggunakan matriks Leslie?

C. *Tujuan Penelitian*

Tujuan dari penelitian skripsi ini adalah untuk menentukan proyeksi laju pertumbuhan populasi menggunakan matriks Leslie.

D. *Manfaat*

Penulisan skripsi ini diharapkan dapat bermanfaat bagi :

1. Penulis :

   Penelitian yang dilakukan merupakan penerapan teori-teori yang telah diperoleh di bangku kuliah, mengasah ketajaman berpikir dalam analisis, serta menambah pengetahuan tentang aljabar linear khususnya penerapan Matriks Leslie.

2. Pembaca :

   - Sebagai sarana informasi tentang aplikasi aljabar linear khususnya penerapan Matriks Leslie.
   - Sebagai bahan informasi dalam melakukan kajian lebih lanjut tentang aljabar linear khususnya penerapan Matriks Leslie.

3. Lembaga :

   Sebagai tambahan bahan pustaka di lembaga khususnya di Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar sehingga dapat dijadikan sebagai sarana pengembangan wawasan keilmuan di bidang Matematika.

E. *Batasan Masalah*

Agar penelitian ini terfokus pada masalah, maka peneliti membuat batasan masalah, yaitu proyeksi matriks Leslie pada laju pertumbuhan populasi manusia (Demografi).

F. *Sistematika Penulisan*

Adapun sistematika penulisan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Awal terdiri dari Sampul, Pernyataan Keaslian Skripsi, Motto dan Persembahan, Kata Pengantar, Daftar Lampiran, Daftar Simbol, dan Abstrak
2. BAB I berupa pendahuluan yang terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, manfaat penulisan, dan sistematika penulisan.
3. BAB II berupa kajian pustaka yang terdiri dari sistem persamaan linear, matriks, jenis-jenis matriks, matriks identitas, determinan, nilai eigen dan vektor eigen, model matriks Leslie, model matriks Leslie dalam memproyeksikan jumlah populasi, dan model matriks Leslie dalam memproyeksi laju pertumbuhan populasi.
4. BAB III berupa metodologi penelitian yang terdiri dari jenis penelitian jenis dan sumber data, waktu dan tempat penelitian, teknik pengumpulan data, dan prosedur penelitian.
5. BAB IV berupa hasil dan pembahasan dalam bab ini menjelaskan mengenai hasil penelitian kemudian membentuk model matriks Leslie yang diperoleh dari data hasil penelitian. Dari model yang didapatkan digunakan untuk memproyeksikan jumlah dan laju pertumbuhan populasi.
6. BAB V berupa penutup yang terdiri dari kesimpulan dan saran.
7. Akhir terdiri dari Daftar Pustaka, Lampiran, Riwayat Hidup.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. *Sistem Persamaan Linear*

Sistem persamaan Linear adalah sekumpulan persamaan linear dengan variabel-variabel tidak diketahui yang sama. Secara khusus, sistem persamaan linear yang terdiri dari *m* persamaan $L_1,\ L_2,\ \ldots\ L_m$, dengan *n* variabel tidak diketahui $x_1,\ x_2,\ldots\ x_n$, dapat disusun dalam bentuk standard :

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{11}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_b \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dimana a_{ij} dan b_1 adalah konstanta. Huruf a_{ij} adalah koefesien dari variabel tidak diketahui x_j pada persamaan L_j, dan bilangan b_i adalah konstanta dari persamaan L_j. Sistem (2.1) disebut sistem *m x n.* sistem ini disebut system bujur sangkar jika m = n, yaitu, jika banyaknya persamaan *m* sama dengan banyaknya variabel tidak diketahui *n.* Sistem (2.1) disebut sistem homogen jika semua suku konstantanya adalah nol, yaitu, jika $b_1 = 0$, $b_2 = 0$, … , $b_m = 0$. Jika tidak maka sistem itu disebut sistem nonhomogen. [1]

[1] Seymour Lipschutz, P.HD. & Mark Lars Lipson, P.HD, *Aljabar Linear* (Jakarta : Erlangga, 2009), h. 31

Penyajian sistem persamaan linear itu dapat dalam bentuk matriks $AX = B$, yaitu :[2]

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

Dimana, $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$

B. *Matriks*

Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan/skalar-skalar atau fungsi yang dibatasi dengan tanda kurung. Bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri atau elemen dalam matriks.

Bentuk umum dari matriks A_{mxn} adalah :

$$A_{mxn} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Baris-baris dari matriks A seperti di atas adalah m deret horizontal yang terdiri dari scalar-skalar :

$$(a_{11}, a_{12}, \cdots, a_{1n}), (a_{21}, a_{22}, \cdots, a_{2n}) \cdots, (a_{m1}, a_{m2}, \cdots, a_{mn})$$

---

[2] Kartono, *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple* (Yogyakarta : Penerbit Graha Ilmu, 2005), h. 48

dan kolom-kolom dari matriks A adalah n deretan vertikal yang terdiri dari scalar-skalar :

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{bmatrix}, \cdots, \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mm} \end{bmatrix}$$

Elemen disebut elemen ij atau entri ij dari matriks A yang terletak pada baris i dan kolom j atau sering kali matriks tersebut hanya ditulis sebagai $A = [ij]$ suatu matriks dengan m baris dan n kolom dikatakan sebagai matriks mxn. Pasangan m kali n disebut ukuran matriks. Ukuran matriks dijelaskan dengan menyatakan banyaknya baris (garis horizontal) dan banyaknya kolom (garis vertikal) yang terdapat dalam matriks tersebut.[3]

Contoh 1:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & -3 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & 5 \\ -2 & 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

1. Jenis-jenis Matriks

Ada beberapa jenis matriks yang perlu diketahui dan sering digunakan, diantaranya :

a. Matriks Bujur Sangkar (*Square Matrix of order n)*

[3] Ririen Kusumawati, M.kom, *Aljabar Linear & Matriks* (Surabaya : UIN-Malang Press, 2009), h. 1

Matriks dengan banyak baris dan banyak kolom yang sama dinamakan matriks bujur sangkar, berukuran matriks A berikut ini :[4]

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Contoh 2 :

$$A_{33} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \\ -3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

b. Matriks Nol (*zero matriks*)

Matriks yang semua entrinya sama dengan nol dan biasanya dinyatakan dengan O.

Contoh 3 :

$$O_{4x4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

c. Matriks Segitiga Atas (*upper triangular*)

Matriks yang entri-entrinya $a_{ij} = 0$ untuk $i > j$ atau entri-entri di bawah diagonal utama bernilai nol.

[4] R. Gunawan Santosa, *Aljabar Linear Dasar* (Yogyakarta : Penerbit Andi, 2008), h. 24

Contoh 4 :

$$U = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

d. Matriks Segitiga Bawah (*lower triangular*)

Matriks bujur sangkar yang entri-entrinya $a_{ij} = 0$ untuk $i < j$ atau entri-entri di atas diagonal utama bernilai nol.

Contoh 5:

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

e. Matriks Diagonal

Matriks bujur sangkar yang semua entri-entrinya bernilai nol, kecuali entri-entri diagonal utama (merupakan bilangan bulat), biasanya diberi lambang D.

Contoh 6:

$$D = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

f. Matriks Skalar

Matriks diagonal di mana $a_{11} = a_{22} = L = a_{nn} = k$ (k scalar = bilangan konstan) atau matriks yang diagonal utamanya bernilai sama, tetapi bukan bernilai 1.

Contoh 7 :

$$K = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

g. Matriks Transpose

Jika A adalah sebarang matriks $m' n$, maka transpose A dinyatakan oleh A^t dan didefenisiskan dengan matriks $n' m$ yang kolom pertamanya adalah baris pertama dari A, kolom kedua baris kedua dari A dan seterusnya.

Contoh 8 :

Jika

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 1 & 0 \\ 5 & 7 & 22 & 20 \\ -7 & 2 & 11 & 13 \end{bmatrix}$$

Maka

$$A^t = \begin{bmatrix} 6 & 5 & -7 \\ -4 & 7 & 2 \\ 1 & 22 & 11 \\ 0 & 20 & 13 \end{bmatrix}$$

h. Matriks Simetris

Matriks bujur sangkar yang matriks transposenya sama dengan matriks semula (A' = A), atau matriks bujur sangkar $A = a_{ij}$ adalah simetris jika $a_{ij} = a_{ji}$ untuk semua nilai i dan j (entri-entrinya simetris terahadap diagonal utama).

Contoh 9 :

$$A=\begin{bmatrix}1 & 4 & 5\\ 4 & -3 & 0\\ 5 & 0 & 7\end{bmatrix} \text{ adalah matriks, sebab } A^t=\begin{bmatrix}1 & 4 & 5\\ 4 & -3 & 0\\ 5 & 0 & 7\end{bmatrix}$$

i. Matriks Skew-Simetris

Matriks bujur sangkar yang mempunyai sifat bahwa $A^t = A$. atau matriks bujur sangkar $A = a_{ij}$ adalah skew-simetris jika $a_{ij} = -a_{ij}$ untuk semua nilai i dan j (entri-entri diagonal utama adalah nol).[5]

Contoh 10 :

$$A=\begin{bmatrix}1 & 4 & 5\\ 4 & -3 & 0\\ 5 & 0 & 7\end{bmatrix}$$

adalah matriks skew-simetris, sebab :

$$A=\begin{bmatrix}-1 & -4 & 5\\ -4 & 3 & 0\\ -5 & 0 & -7\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}-1 & -4 & 5\\ -4 & 3 & 0\\ -5 & 0 & -7\end{bmatrix}=-A$$

2. Matriks Identitas

Matriks identitas bujursangkar-n atau matriks satuan, dinotasikan dengan I_n, atau singkatnya I, adalah matriks bujursangkar-n dengan entri 1 pada diagonalnya dan entri pada bagian lainnya. Matriks identitas I mirip dengan

[5] Ririen Kusumawati, M.kom, *Aljabar Linear & Matriks* (Surabaya : UIN-Malang Press, 2009), h. 9-14

scalar 1 sehingga di dalam sebarang matriks bujursangkar $-n \quad A$, $AI = IA = A$. Dalam uraian yang lebih umum, jika B adalah matriks mxn, maka :

$$BI_n = I_m B = B \tag{2.3}$$

Untuk sebarang scalar k, matriks kI yang mengandung k pada diagonalnya dan 0 di bagian lainnya disebut matriks scalar yang terkait dengan scalar k. Amati bahwa $(kI)A = k(IA) = kA$. Yang berarti, mengalikan matriks A dengan matriks scalar kI adalah ekuivalen dengan mengalikan A dengan skalar k.

Contoh 11 :

Berikut ini adalah matriks-matriks identitas berorde 3 dn berorde 4, dan matriks-matriks sklar yang terkait untuk $k = 5$:[6]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Determinan

Misal diketahui matriks A adalah matriks bujursangkar, memiliki sifat yang dapat digunakan untuk menentukan determinan matriks tersebut, yaitu :

a. Bila A memiliki satu baris atau kolom bilangan nol, maka $\det(A) = 0$.

b. Bila A adalah matriks segi tiga atas, bawah atau diagonal, maka $\det(A)$ adalah hasil kali dari entri-entri pada diagonal utama matriks tersebut.

---

[6] Seymour Lipschutz, P.HD. & Mark Lars Lipson, P.HD, *Aljabar Linear* (Jakarta : Erlangga, 2009), h. 16

Contoh 12 :

$$\begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 7 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \det\ (A) = (2)(3)(6)(8)(4) = 1152$$

c. Bila suatu baris dari A dikalikan dengan suatu scalar, maka : $k\ \det(A)$

Contoh 13 :

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{22} & ka_{13} \\ ka_{21} & ka_{22} & ka_{23} \\ ka_{31} & ka_{32} & ka_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

d. Bila dua baris atau dua kolom dari A depertukarkan, maka menjadi det (A)

Contoh 14 :

$$\det\ (A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det\ (A) = \begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

e. Bila matriks bujursangkar dengan dua baris atau dua kolom yang proporsional maka det $(A) = 0$

Contoh 15 :

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 7 \\ -4 & 8 & 5 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \text{ kolom dua adalah } -2x \text{ kolom } 1$$

Menentukan determinan matriks $2x2$ sebenarnya berdasarkan hasil perkalian elementer entri dan permutasi. Namun secara cepat metode yang digunakan untuk menentukan determinan adalah :

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan rumus :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Matriks ini dapat dibalik bila $ad - bc \neq 0$, yang sering disebut determinan dari matriks $A = \det(A)$.

Bila diketahui matriks berukuran $3x3$, maka metode yang digunakan untuk menentukan determinannya adalah :

$$\det \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} \tag{2.5}$$

Untuk menentukan determinan matriks $4x4$ maka dilakukan dengan cara ekspansi kofaktor dan operasi aljabar elementer.

f. Ekspansi kofaktor, sebelum menentukan determinan dengan ekspansi kofaktor, terlebih dahulu harus memahami istilah minor dan kofaktor, dengan ketentuan sebagai berikut :

   Bila A matriks bujursangkar, minor entri $a_{ij} = M_{ij}$ (determinan submatriks yang tersisa setelah baris ke-i kolom ke-j dihilangkan dari A). Sedangkan kofaktor entri a_{ij} adalah $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

Contoh 16 :

Jika

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix},$$

maka :

Minor entri a_{ij} adalah : $M_{11} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 16$

Kofaktor entri a_{ij} adalah $C_{11} = (-1)^{1+1} M_{11} = 1.16 = 16$

Kofaktor dan minor dari entri a_{ij} dapat berbeda tanda $C_{ij} = \pm M_{ij}$. Cara yang digunakan untuk mengetahui tanda+/- dari minor dengan model papan catur.

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ + & - & + & - & + & \cdots \\ - & + & - & + & - & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}$$

Jadi untuk menentukan det(A) dapat ditulis sebagai C dan M menentukan determinan dapat ditentukan dari baris ataupun kolom manapun.

$$\det(A) = A_{11}M_{11} + a_{12}(-M_{12}) + a_{13}M_{13} + a_{14}(-M_{14})$$

$$= A_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} + a_{14}C_{14}$$

$$= A_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} + a_{24}C_{24} \text{ dst}$$

Ekspansi kofaktor sepanjang kolom ke-*j*

$$\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + ... + a_{n4}C_{n4} \quad (2.6)$$

Ekspansi kofaktor sepanjang baris ke-*i*

$$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + ... + a_{in}C_{in} \qquad (2.7)$$

g. Operasi Baris Elementer

Sebelum melakukan operasi baris elementer, harus diketahui sifat detreminan. Operasi baris elementer biasanya dikombinasikan dengan ekspansi kofaktor untuk mencari determinan matriks 4 x 4 keatas.

Contoh 17 :

Tentukan determinan matriks berikut dengan ekspansi kofaktor dan operasi baris elementer baris 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 6 \\ 0 & 6 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 3 & 0 \\ 7 & 3 & 1 & -26 \end{bmatrix}$$

Ternyata matriks yang dihasilkan adalah matriks segitiga bawah, maka determinan matriks *A* adalah perkalian entri diagonal utamanya :

$$(1)(7)(3)(-26) = -546$$

h. Menghitung determinan dengan reduksi baris[7]

Contoh 18 :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

---

[7] Qurrotul Aini & Meinari Catur Utami, Aljabar linear Dasar (Jakarta : Alfabeta, 2013), h. 58-66

Hitung $\det(A)$

Penyelesaian :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ (} R_2 \text{ ditambahkan 2 kali } R_1,\ R_3 \text{ dikurang } R_1\text{)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A = 1.1.(-2)$$

$$A = -2$$

4. Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Apabila diberikan transformasi linear $T : V \to V$, kita perlu menentukan skalar λ, sehingga persamaan $T\vec{x} = \lambda\vec{x}$ mempunyai penyelesaiaan tak nol.

Definisi 2.2

Jika A adalah sebuah matriks berukuran $n\ x\ n$, maka sebuah vector tak nol $\vec{x}$ di R^n dinamakan vector eigen dari A jika $A\vec{x}$ adalah kelipatan scalar dari $\vec{x}$, yaitu :

$$A\vec{x} = \lambda\vec{x} \tag{2.8}$$

Scalar λ ini dinamakan nilai eigen dari A, sedangkan $\vec{x}$ dinamakan vector eigen yang bersesuaian dengan λ.

Contoh 2.12

Vector $\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ adalah vector eigen dari matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$ yang bersesuaian dengan nilai eigen $\lambda = 3$ karena

$$A\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 3\vec{x}$$

Untuk mencari nilai eigen dari matriks A yang berukuran n x n, maka :

$$A\vec{x} = \lambda\vec{x}$$

$$A\vec{x} = \lambda I\vec{x}$$

Atau

$$(\lambda I - A)\vec{x} = 0 \text{ atau } (A - \lambda I)\vec{x} = 0 \qquad (2.8)$$

Persamaan (2.8) akan mempunyai penyelesaian tak nol jika dan hanya jika :

$$\det(\lambda I - A) = 0 \text{ atau } \det(A - \lambda I) = 0$$

Persamaan ini dinamakan " persamaan karakteristik".

$\det(\lambda I - A)$ adalah sebuah polinomial dalam λ yang dianamakan polinomial karakteristik dari A.

Teorema 2.1

Jika A adalah matriks yang berukuran $n \, x \, n$, pernyataan-pernyataan berikut ini ekuivalen satu sama lain :

1. λ adalah nilai eigen dari A.
2. System persamaan $(\lambda I - A)\,\vec{x} = 0$ mempunyai pemecahan yang tidak trivial.
3. Ada sebuah vector tak nol $\vec{x}$ di R^n sehingga $A\,\vec{x} = \lambda\,\vec{x}$.
4. λ adalah penyelesaian real dari persamaan karakteristik det $(\lambda I - A) = 0$.

Bukti:

Kita akan memperlihatkan bahwa (a), (b), (c), dan (d) ekuivalen satu sama lainnya dengan membuktikan urutan implikasi (a) $\Rightarrow$ (b) $\Rightarrow$ (c) $\Rightarrow$ (d) $\Rightarrow$ (a).

(a) $\Rightarrow$ (2). Karena λ adalah nilai-nilai eigen dari matriks A, maka menurut definisi nilai eigen berlaku: $A\vec{x} = \lambda\vec{x}$ dengan $\vec{x}$ tak nol.

$$\lambda I\vec{x} - A\vec{x} = 0$$

$$(\lambda I - A)\vec{x} = 0$$

Karena x tak nol maka sistem persamaan linear homogen $(\lambda I - A)\vec{x} = 0$

Harus mempunyai penyelesaian non-trivial.

(b) $\Rightarrow$ (c). Karena $(\lambda I - A)\vec{x} = 0$ maka

$$A\vec{x} = \lambda I\vec{x}$$

$$A\vec{x} = \lambda\vec{x}$$

(c) $\Rightarrow$ (d). Karena $A\vec{x} = \lambda\,\vec{x}$

$$A\vec{x} = \lambda I\vec{x}$$

$$(\lambda I - A)\vec{x} = 0$$

Karena ada $\vec{x}$ tidak nol, maka sistem persamaan linear homogen $(\lambda I - A)\vec{x} = 0$ haruslah det $(\lambda I - A) = 0$ dengan λ adalah suatu penyelesaian realnya.

(d) $\Rightarrow$ (a) Karena λ adalah penyelesaian real dari persamaan det $(\lambda I - A) = 0$, maka λ adalah penyelesaian dari persamaan karakteristik det $(\lambda I - A) = 0$ atau dengan kata lain λ adalah nilai eigen dari matriks A.

Contoh 2.13

Carilah basis-basis untuk ruang eigen dari :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Jawab :

$$|\lambda I - A| = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \lambda - 3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda - 3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|cc} \lambda - 3 & 2 & 0 & \lambda - 3 & 2 \\ 2 & \lambda - 3 & 0 & 2 & \lambda - 3 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$$= ((\lambda^2 - 6\lambda + 9)\lambda - 5) - (4\lambda - 20)$$

$$= \lambda^3 - 11\lambda^2 + 39\lambda - 45 - 4\lambda + 20$$

$$= \lambda^3 - 11\lambda^2 + 35\lambda - 25$$

$$= (\lambda - 1)(\lambda - 5)(\lambda - 5)$$

Persamaan karakteristik dari A adalah $(\lambda - 1)(\lambda - 5)^2 = 0$ (λ - 1), maka nilai eigen dari A adalah $\lambda = 1$ dan $\lambda = 5$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Dan $\vec{x}$ adalah penyelesaian tak trivial dari (λ - I) $\vec{x} = \vec{0}$, yakni :

$$\begin{bmatrix} \lambda-3 & 2 & 0 \\ 2 & \lambda-3 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda-5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Untuk $\lambda = 5$, maka

$$\begin{bmatrix} 5-3 & 2 & 0 \\ 2 & 5-3 & 0 \\ 0 & 0 & 5-5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Akan didapat penyelesaian $x_1 = -s_1$, $x_2 = s$, x_3 = t sehingga vector eigen yang bersesuaian dengan $\lambda = 5$ adalah :

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -s \\ s \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s \\ s \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{bmatrix} = s\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Karena $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ dan $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ adalah vector-vektor yang bebas linear,

Maka vector ini membentuk sebuah basis untuk ruang eigen yang bersesuaian dengan $\lambda = 5$.

Untuk $\lambda = 1$, maka

$$\begin{bmatrix} 1-3 & 2 & 0 \\ 2 & 1-3 & 0 \\ 0 & 0 & 1-5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

akan didapat penyelesaian x_1 = t, x_2= t, x_3 = 0.

$\vec{x} = \begin{bmatrix} -t \\ t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ sehingga $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ adalah baris yang bersesuaian untuk λ = 1.

Teorema 2.2

Nilai-nilai eigen dari matriks segitiga adalah elemen diagonal utamanya.

Bukti :

Matriks segitiga terbagi dua yaitu, matriks segitiga bawah dan matrik segitiga atas:

1. Matrik segitiga atas (U)

   Dengan mengingat bahwa determinan matriks segitiga adalah perkalian diagonal utama maka diperoleh :

$$\lambda I - A = \begin{bmatrix} \lambda - a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & \lambda - a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & \lambda - a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda - a_{44} \end{bmatrix}$$

$$= (\lambda - a_{11})(\lambda - a_{22})(\lambda - a_{33})(\lambda - a_{44})$$

   Sehingga persamaan karakteristiknya adalah :

$$(\lambda - a_{11})(\lambda - a_{22})(\lambda - a_{33})(\lambda - a_{44}) = 0$$

   Dan diperoleh nilai eigen adalah :

   $\lambda = a_{11}; \lambda = a_{22}; \lambda = a_{33}; \lambda = a_{44}$ yang merupakan elemen-elemen diagonal utama dari L.

2. Matrik segitiga bawah (B)

Dengan mengingat bahwa determinan matriks segitiga adalah perkalian diagonal utama maka diperoleh :

$$\lambda I - A = \begin{bmatrix} a_{11}-\lambda & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22}-\lambda & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}-\lambda & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44}-\lambda \end{bmatrix}$$

$$= (\lambda - a_{11})(\lambda - a_{22})(\lambda - a_{33})(\lambda - a_{44})$$

Sehingga persamaan karakteristiknya adalah :

$$(\lambda - a_{11})(\lambda - a_{22})(\lambda - a_{33})(\lambda - a_{44}) = 0$$

Dan diperoleh nilai eigen adalah :

$\lambda = a_{11}; \lambda = a_{22}; \lambda = a_{33}; \lambda = a_{44}$ yang merupakan elemen-elemen diagonal utama dari U.

Teorema 2.3

Matriks bujur sangkar A adalah invertible jika dan hanya jika nol bukan nilai eigen dari A.

Bukti :

Asumsikan bahwa A adalah matriks n x n dan diperhatikan terlebih dahulu bahwa $\lambda = 0$ adalah solusi dari persamaan karakteristik

$$\lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + \cdots + c_n = 0 \tag{2.10}$$

Jika dan hanya jika konstanta c_n adalah nol. Sehingga, akan cukup bagi kita untuk membuktikan bahwa A invertible jika dan hanya jika $c_n \neq 0$. Namun

$$\det(\lambda I - A) = \lambda^n + c_1\lambda^{n-1} + \cdots + c_n \tag{2.11}$$

atau dengan menetapkan, $\lambda = 0$

$$\det(-A) = c_n \qquad \text{atau} \qquad (-1)^n \det(A) = c_n$$

berdasarkan persamaan terakhir, $\det(A) = 0$ jika dan hanya jika $c_n = 0$, dan hal ini pada gilirannya akan mengimplikasikan bahwa A invertible jika dan hanya jika $c_n \neq 0$.

Teorema 2.4

A adalah matriks bujur sangkar dengan nilai eigen λ dan vektor eigen yang bersesuaian dengan vektor eigen adalah $\vec{x}$.

1. Untuk sembarang bilangan bulat positif n, maka λ^n adalah nilai eigen dari A^n yang bersesuaian dengan vektor eigen $\vec{x}$.
2. Jika A matriks yang invertibel, maka $\frac{1}{\lambda}$ adalah nilai eigen dari A^{-1} dengan vektor eigen yang bersesuaian adalah $\vec{x}$.
3. Untuk sembarang bilangan bulat n, maka λ^n adalah nilai eigen dari A^n dengan vector eigen yang bersesuaian adalah $\vec{x}$.[8]

Bukti :

1. Dengan menggunakan hubungan $Ax = \lambda x$ yang berulang, sehingga

   $$A^n \vec{x} = A^{n-1}(A\vec{x}) = A^{n-1}(\lambda \vec{x}) = \lambda A^{n-1}\vec{x} = \cdots = \lambda^n \vec{x}$$

2. Karena matriks A invertible akibatnya ada A^{-1}. Untuk A^{-1} dan vektor $\vec{x} \neq 0$ dapat ditulis,

   $$A^{-1}\vec{x} = A^{-1}(\frac{1}{n}\lambda \vec{x}) = \frac{1}{\lambda}A^{-1}(\lambda \vec{x})$$

---

[8] R. Gunawan Santosa, *Aljabar Linear Dasar* (Yogyakarta : Penerbit, 2008), h. 160-161

Untuk λ nilai eigen dari A yang bersesuaian dengan vektor $\vec{x} \neq 0$ memenuhi persamaan

$$A\vec{x} = \lambda\vec{x}$$

Maka

$$A^{-1}\vec{x} = \frac{1}{\lambda}A^{-1}(A)\vec{x} = \frac{1}{\lambda}(A^{-1}A)\vec{x} = \frac{1}{\lambda}\vec{x}$$

Ini menunjukkan bahwa $\frac{1}{\lambda}$ adalah nilai eigen dari matriks A^{-1}

C. *Model Matriks Leslie*

Salah satu dari antara model-model yang paling lazim mengenai pertumbuhan populasi yang digunakan oleh para ahli kependudukan adalah model yang dinamakan model Leslie, yang dikembangkan sekitar tahun 1940. Model ini menjelaskan pertumbuhan betina dari populasi manusia atau hewan. Dalam model ini, yang betina dibagi atas kelompok umur yang kurun waktunya sama.[9]

Matriks Leslie ditemukan oleh seorang pakar Ekologi bernama P. H Leslie pada tahun 1945. Pada matriks Leslie, untuk mengetahui model pertumbuhan suatu populasi ada beberapa asumsi yang harus terpenuhi yaitu :

1. Hanya dibutuhkan jumlah populasi perempuan/betina.
2. Usia maksimum yang dapat dicapai suatu populasi.
3. Kelompok usia dari populasi
4. Daya tahan hidup (*survival rate*) tiap kelompok usia menuju tahap usia selanjutnya diketahui.
5. Angka kelahiran (*age birth*) untuk tiap kelompok usia diketahui

[9] Howard Anton & Chris Rorres, Penerapan Aljabar Linear (Bandung : Erlangga, 1987), h. 143

6. Distribusi umur awal (*Initial Age Distribution*) diketahui. [10]

Misalkan T adalah umur maksimum yang dapat dicapai oleh perempuan pada suatu populasi. Apabila populasi perempuan dibagi kedalam n kelompok berdasarkan kelompok umur, maka jarak interval masing-masing kelompok adalah T/n. Setiap saat, komposisi jumlah perempuan dalam kelompok dipengaruhi oleh tiga faktor yaitu faktor kelahiran, kematian dan pertambahan umur.

Misalkan a_i adalah rata-rata banyaknya anak perempuan yang lahir dari setiap kelompok i dan b_i adalah perbandingan antara banyaknya perempuan yang bertahan hidup sehingga mampu masuk kedalah kelompok $i+1$, dengan banyaknya perempuan dalam kelompok i. Misalkan x_i^k adalah banyaknya perempuan pada kelompok$i$ pada pengamatan t_k untuk $i = 1,2,\ldots,n$. Maka Model Leslie dapat dituliskan dengan persamaan,

$$x^k = Lx^{k-1}, \qquad k = 1,2,\ldots$$

dan

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

Disebut Matriks Leslie.[11]

[10] Kevin Yokoyama "population Modeling Using The Leslie Matriks" *Part 2*, (17 November 1997) : h. 1

D. *Model Matriks Leslie dalam memproyeksikan Jumlah Populasi*

Dalam model ini perempuan (manusia) atau betina (hewan) dibagi menjadi kelas-kelas umur dalam durasi waktu yang sama. Misalnya umur maksimum yang dicapai oleh sebarang perempuan dalam suatu populasi adalah T tahun (atau satuan waktu lainnya) maka populasi tersebut dibagi tersebut menjadi n kelas umur. Maka, tiap kelas mempunyai durasi $T/$n tahun. Penentuan kelas-kelas umur tesebut dapat dilihat berdasarkan table 1 berikut ini.

Tabel 1 Penentuan kelas-kelas umur

Kelas Umur (i)	Interval Umur
1	$[0, T/n]$
2	$[T/n],[2T/n]$
3	$[2T/n],[3T/n]$
$\vdots$	$\vdots$
$(n-1)$	$[(n-2)T/n,(n-1)T/n]$
n	$[(n-1)T/n,)T]$

Misalnya jika jumlah perempuan diketahui dalam masing-masing dari n kelas tersebut pada waktu $t = 0$. Secara khusus, misalkan terdapat $x_1^{(0)}$ perempuan di dalam kelas pertama, $x_2^{(0)}$ perempuan di dalam kelas kedua, dan seterusnya. Dengan n bilangan-bilangan ini, dibentuk sebuah vektor kolom :

[11] Udin Simanihuruk & Hartanto, *Karakteristik Matriks Ordo Tiga* Universitas Bengkulu Indonesia Jurnal Gradien Vol.2 No.1 Januari 2006 hal. 134-138

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

$x^{(0)}$ ini disebut sebagai vektor jumlah populasi awal (*initial age distribution vektor*).

Setiap saat, komposisi jumlah perempuan dalam kelompok umur dipengaruhi oleh tiga faktor yaitu faktor kelahiran, kematian dan pertambahan umur. Dengan menguraikan ketiga proses ini secara kuantitatif, dapat dilihat bagaimana memproyeksikan vektor distribusi umur awal ke masa depan.

Cara termudah untuk mempelajari proses pertambahan umur adalah dengan mengobservasi populasi dalam waktu diskrit, misalnya, $t_0, t_1, t_2, \ldots, t_k$. Model Leslie mempersyaratkan bahwa interval antara dua waktu observasi yang berurutan sama dengan durasi interval waktu umur. Dengan demikian

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = T/n$$

$$t_2 = 2T/n$$

$$\vdots$$

$$t_2 = kT/n$$

$$\vdots$$

Dengan asumsi ini seluruh perempuan pada kelas ke -$(i+1)$ pada waktu t_{k+1} sebelumnya berada dalam kelas ke-i pada waktu t_k.

Proses kelahiran dan kematian di antara dua waktu observasi yang berurutan dapat dijelaskan dengan parameter demografi berikut :

Definisi 1 :

a_i adalah rata-rata jumlah anak perempuan yang lahir dari tiap perempuan ketika si ibu berada dalam kelas umur ke-i dimana $a_i \geq 0$ untuk $(i = 1,2,\ldots n)$.

$$a_1 = \frac{A_i}{x_i} \qquad (i = 1,2,\ldots n) \qquad (2.12)$$

A_i adalah jumlah kelahiran perempuan pada kelompok umur ke $-\ i$, $(i = 1,2,\ldots n)$. Diketahui $a_i > 0$ karena jika $a_i = 0$ maka pada kelas tersebut tidak ada kelahiran yang terjadi. Setiap kelas umur yang memiliki nilai $a_i > 0$ disebut kelas umur kesuburan (*fertile age class*).

Dari persamaan 2.12 diperoleh

$$A_i = a_i x_i \qquad (2.13)$$

Untuk pengamatan waktu t_{k-1} diperoleh

$$A_i^{k-1} = b_i^{k-1} x_i^{k-1} \qquad (2.14)$$

Berikutnya didefinisikan vektor distribusi umur x^k pada waktu t_k dengan

$$x^{(k)} = \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ \vdots \\ x_n^{(k)} \end{bmatrix}$$

Di mana $x_1^{(k)}$ adalah jumlah perempuan pada kelas umur ke–i pada waktu t_k. Selanjutnya, pada waktu t_k, perempuan yang berada dalam kelas umur pertama adalah anak perempuan yang lahir antara waktu t_{k-1} dengan t_k. Sehingga,

$$\left\{\begin{array}{c}\text{jumlah}\\ \text{perempuan}\\ \text{pada}\\ \text{kelas 1 pada}\\ \text{waktu } t_k\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c}\text{jumlah anak}\\ \text{perempuan}\\ \text{yang lahir}\\ \text{dari}\\ \text{perempuan}\\ \text{dalam kelas 1}\\ \text{antara waktu}\\ t_{k-1} \text{ dengan}\\ t_k\end{array}\right\} + \left\{\begin{array}{c}\text{jumlah anak}\\ \text{perempuan}\\ \text{yang lahir}\\ \text{dari}\\ \text{perempuan}\\ \text{dalam kelas}\\ \text{2 antara}\\ \text{waktu } t_{k-1}\\ \text{dengan } t_k\end{array}\right\} + \ldots +$$

$$\left\{\begin{array}{c}\text{jumlah anak}\\ \text{perempuan}\\ \text{yang lahir}\\ \text{dari}\\ \text{perempuan}\\ \text{dalam kelas}\\ \text{n antara}\\ \text{waktu } t_{k-1}\\ \text{dengan } t_k\end{array}\right\}$$

secara matematis,

$$x_1^{(k)} = A_1^{(k-1)} + A_2^{(k-1)} + \cdots + A_n^{(k-1)}$$

atau,

$$x_1^{(k)} = a_1^{(k-1)} x_1^{(k-1)} + a_2^{(k-1)} x_2^{(k-1)} + \cdots + a_n^{(k-1)} x_n^{(k-1)} \qquad (2.15)$$

Definisi 2 :

b_i adalah perbandingan perempuan pada kelas umur ke - i yang diharapkan dapat bertahan dan mencapai kelas umur ke - $(i + 1)$ dimana $0 < b_i < 1$ untuk

$$i = 1,2,\ldots, n-1$$

Misalkan c_i adalah rata-rata jumlah kematian dari tiap kelompok umur, maka

$$c_i = \frac{B_i}{x_i} \qquad (i = 1,2,\ldots, n) \qquad (2.16)$$

B_i adalah jumlah kematian perempuan dari tiap kelompok umur ke-i, $i = 1,2,\ldots 3$. Dapat diperhatikan bahwa nilai $b_i \neq 0$ karena jika $b_i = 0$ maka tidak ada perempuan yang hidup melewati kelas umur ke – i.

Dari persamaan 2.16 diperoleh,

$$B_i = c_i x_i \tag{2.17}$$

$x_{i+1}^{(k)}$ jumlah perempuan pada kelas umur ke-i dengan $i = 1,2,\ldots 3$ pada pengamatan waktu t_{k-1} dikurangi jumlah kematian perempuan pada kelompok umur ke-i pada waktu t_{k-1}.

$$x_{i+1}^{(k)} = x_i^{(k-1)} B_i^{(k-1)} \tag{2.18}$$

Berdasarkan persamaan 2.17 untuk pengamatan waktu ke t_{k-1} diperoleh,

$$B_i^{k-1} = c_i^{k-1} x_i^{k-1} \tag{2.19}$$

Persamaan 2.18 dapat ditulis sebagai

$$x_{i+1}^{(k)} = x_i^{(k-1)} - c_i^{(k-1)} x_i^{k-1}$$

atau

$$x_{i+1}^{(k)} = (1 - c_i^{(k-1)}) x_i^{k-1} \tag{2.20}$$

Dimana $(1 - c_i^{(k-1)})$ adalah jumlah perempuan pada kelompok umur ke-i pada pengamatan waktu t_{k-1} yang mampu bertahan hidup sampai ke kelompok umur ke- $(i+1)$ sampai pengamatan waktu k untuk $k = 1,2,\ldots$. Misalkan $b_i = (1 - c_i^{(k-1)})$ dengan $0 < b_i \leq 1, i = 1,2,\ldots,n$. sehingga,

$$\left\{\begin{matrix}\text{jumlah}\\ \text{perempuan}\\ \text{pada}\\ \text{kelas } i+1 \text{ pada}\\ \text{waktu } t_k\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}\text{perbandingan}\\ \text{perempuan}\\ \text{pada kelas } i\\ \text{yang bertahan}\\ \text{hidup dan}\\ \text{memasuki}\\ \text{kelas } i+1\end{matrix}\right\} \left\{\begin{matrix}\text{jumlah}\\ \text{perempuan}\\ \text{pada}\\ \text{kelas } i \text{ pada}\\ \text{waktu } t_{k-1}\end{matrix}\right\}$$

Atau secara matematis,

$$x_{i+1}^{(k)} = b_i^{(k-1)} x_i^{(k-1)}, \qquad i = 1,2,\ldots,n-1 \tag{2.21}$$

Dengan menggunakan notasi matriks, persamaan (2.15) dan (2.21) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} x_1^{(k)} \\ x_2^{(k)} \\ x_3^{(k)} \\ \vdots \\ x_n^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1^{(k-1)} \\ x_2^{(k-1)} \\ x_3^{(k-1)} \\ \vdots \\ x_n^{(k-1)} \end{bmatrix}$$

Atau singkatnya,

$$x^{(k)} = Lx^{(k-1)}, \qquad k = 1,2,\ldots \tag{2.22}$$

Di mana L adalah matriks Leslie (Leslie Matrics)

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Dari persamaan (2.22) akan dihasilkan

$$x^{(1)} = Lx^{(0)}$$

$$x^{(2)} = Lx^{(0)} = L^2 x^0$$

$$x^{(3)} = Lx^{(2)} = L^3 x^0$$

$$\vdots$$

$$x^{(k)} = Lx^{(k-1)} = L^k x^0 \qquad (2.24)$$

Dengan demikian, jika diketahui distribusi umur awal x^0 dan matriks Leslie L, maka dapat ditentukan distribusi umur perempuan pada sebarang waktu di masa mendatang.[12]

[12] Howard Anton & Chris Rorres, *Aljabar Linear Elementer Jilid 1* (Jakarta : Erlangga, 2004), h. 333-336

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. *Jenis Penelitian*

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah Kajian Pustaka. Kajian pustaka merupakan salah satu jenis penelitian yang menggunakan metode pengumpulan informasi dalam bentuk pustaka, membaca dan mencatat serta mengolah bahan penelitian. Kajian pustaka memanfaatkan sumber kepustakaan untuk memperoleh informasi penelitian dengan mengumpulkan beberapa literatur baik berupa buku maupun jurnal yang berkaitan dengan penelitian ini. Dalam penelitian ini hasil kajian pustaka akan diaplikasikan pada populasi manusia.

B. *Waktu dan Tempat Penelitian*

Lokasi penelitian adalah perpustakaan UIN Alauddin Makassar yang memiliki buku-buku yang berkaitan dengan judul penelitian. Serta jurnal yang di peroleh dari internet yang berkaitan dengan judul penelitian. Adapun data yang dijadikan contoh untuk aplikasinya adalah data penduduk yang diambil di Dusun Marannu Desa Pattalasang Kabupaten Gowa tahun 2014. Adapun waktu penelitian dimulai dari Juni sampai Desember 2015.

C. *Teknik Sampling*

Teknik sampling yang digunakan adalah Multi stage sampling. Multi stage Sampling merupakan proses pengambilan sampel dilakukan secara bertingkat baik bertingkat dua maupun bertingkat lebih dari dua.

D. *Prosedur Penelitian*

Adapun prosedur dari penelitian dalam proyeksi Model Matriks Leslie dalam pertumbuhan populasi perempuan yaitu sebagai berikut :

a. Menentukan kelas-kelas umur

b. Membentuk model matriks Leslie

1. Mencari nilai tingkat kesuburan (a_i) yaitu rata-rata jumlah anak perempuan yang lahir dari tiap perempuan ketika si ibu berada dalam kelas umur ke – i.
2. Mencari nilai tingkat ketahanan hidup (b_i) yaitu perbandingan perempuan pada kelas umur ke – i yang diharapkan dapat bertahan dan mencapai kelas umur ke – $(i + 1)$.
3. Menentukan Model matriks Leslie

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

c. Menentukan nilai eigen dari matriks Leslie untuk memproyeksi laju pertumbuhan populasi. Dari nilai-nilai eigen dicari nilai eigen positif. Tiga kasus yang muncul berkaitan dengan nilai dari nilai eigen positif λ_1 :

1. Suatu populasi akhirnya meningkat jika $\lambda_1 > 1$
2. Suatu populasi akhirnya berkurang jika $\lambda_1 < 1$
3. Suatu populasi cenderung stabil jika $\lambda_1 = 1$

d. Mengaplikasikan kajian pustaka kedalam contoh

Data populasi perempuan yang dibutuhkan dalam penelitian ini adalah data populasi perempuan menurut umur, data kelahiran anak perempuan menurut umur ibu saat melahirkan, dan data kematian populasi perempuan.

BAB IV

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. *Model Matriks Leslie dalam memproyeksikan Laju Pertumbuhan Populasi*

Model Matriks Leslie merupakan salah satu model pertumbuhan populasi yang digunakan para ahli demografi dikembangkan pada tahun 1945 oleh P.H Leslie. Model ini digunakan untuk memproyeksikan matriks Leslie pada laju petumbuhan populasi perempuan. Adapun bentuk umum dari Model Matriks Leslie yaitu :

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

dimana :

a_i : adalah rata-rata jumlah anak perempuan yang lahir dari tiap perempuan ketika si ibu berada dalam kelas umur ke-i dimana $a_i \geq 0$ untuk $(i = 1,2,...n)$.

b_i : adalah perbandingan perempuan pada kelas umur ke - i yang diharapkan dapat bertahan dan mencapai kelas umur ke - $(i + 1)$ dimana $0 < b_i < 1$ untuk $i = 1,2,..., n-1$

Nilai eigen dan vektor eigen berperan penting untuk menentukan dinamika populasi jangka panjang serta untuk menentukan apakah populasi meningkat, menurun atau stabil. Meskipun matriks pertumbuhan dapat menentukan jumlah populasi perempuan pada sebarang waktu dimasa mendatang namun persamaan itu tidak segera memberikan suatu gambaran umum mengenai laju pertumbuhan populasi. Oleh karena itu perlu diselidiki nilai-nilai eigen dari matriks Leslie tersebut. Nilai-nilai eigen dari L adalah akar-akar polinomial karakteristiknya. Polinomial karakteristiknya adalah :

$$p(\lambda) = |\lambda I - L| = 0 \tag{3.1}$$

$$p(\lambda) = \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$= \left\| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix} \right\| = 0$$

$$= \left\| \begin{bmatrix} \lambda - a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & \lambda - 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \lambda - 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix} \right\| = 0$$

$$= \lambda^n - a_1 \lambda^{n-1} + a_2 b_1 \lambda^{n-2} + a_3 b_1 b_2 \lambda^{n-3} - \cdots - a_n b_1 b_2 \cdots b_{n-1} = 0 \tag{3.2}$$

$$\lambda^n = a_1 \lambda^{n-1} + a_2 b_1 \lambda^{n-2} + a_3 b_1 b_2 \lambda^{n-3} - \cdots + a_n b_1 b_2 \cdots b_{n-1}$$

$$\frac{\lambda^n}{\lambda^n} = \frac{a_1\lambda^{n-1}}{\lambda^n} + \frac{a_2 b_1 \lambda^{n-2}}{\lambda^n} + \frac{a_3 b_1 b_2 \lambda^{n-3}}{\lambda^n} - \cdots + \frac{a_n b_1 b_2 \cdots b_{n-1}}{\lambda^n}$$

$$1 = \frac{a_1}{\lambda^n} + \frac{a_2 b_1}{\lambda^n} + \frac{a_3 b_1 b_2 \lambda}{\lambda^n} + \cdots + \frac{a_n b_1 b_2 \cdots b_{n-1}}{\lambda^n}$$

Untuk menganalisis akar-akar dari polinomial ini maka dapat digunakan fungsi sebagai berikut :

$$q(\lambda) = \frac{a_1}{\lambda} + \frac{a_2 b_1}{\lambda^2} + \frac{a_3 b_1 b_2}{\lambda^3} + \cdots + \frac{a_n b_1 b_2 \cdots b_{n-1}}{\lambda^n} \quad (3.3)$$

Dengan menggunakan fungsi ini, persamaan karakteristik $p(\lambda) = 0$, dapat ditulis :

$q(\lambda) = 1$ untuk $\lambda \neq 0$

Karena semua elemen a_i dan b_i bernilai positif, jika nilai-nilai eigen dari matriks Leslie L disubtitusikan ke persamaan matriks pertumbuhan populasi, dimisalkan λ_i bernilai positif dari dari 0 sampai ∞, maka nilai dari $q(\lambda_i)$ akan menuju monoton turun.

Dari nilai-nilai eigen dicari nilai eigen positif. Tiga kasus yang muncul berkaitan dengan nilai dari nilai eigen positif λ_1 :

1. Suatu populasi akhirnya meningkat jika $\lambda_1 > 1$
2. Suatu populasi akhirnya berkurang jika $\lambda_1 < 1$
3. Suatu populasi cenderung stabil jika $\lambda_1 = 1$

Dengan demikian, maka matriks pertumbuhan vektor eigen unik yang positif. Dan dengan demikian maka dapat diketahui vektor eigen, yaitu :

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ b_1 / \lambda_1 \\ b_1 b_2 / \lambda^2{}_1 \\ b_1 b_2 b_3 / \lambda^3{}_1 \\ \vdots \\ b_1 b_2 \cdots b_{n-1} / \lambda^{n-1}{}_1 \end{bmatrix}$$

Jadi, nilai eigen sangat penting untuk mendefinisikan angka pertumbuhan populasi, atau memberikan informasi yang berharga tentang keadaan populasi sedangkan vektor eigen menunjukkan kestabilan distribusi umur.

B. *Aplikasi Proyeksi Matriks Leslie pada Laju Pertumbuhan Populasi*

Pada penelitian ini untuk menentukan proyeksi laju pertumbuhan populasi menggunakan model matriks Leslie. Pada penelitian menentukan proyeksi laju pertumbuhan populasi penduduk perempuan di suatu daerah. Adapun laju pertumbuhan populasi penduduk perempuan yang digunakan sebagai berikut :

a. Data penduduk perempuan

Data yang digunakan penulis pada penelitian ini merupakan data penduduk perempuan di Dusun marannu Desa Pattalasang Kecamatan Pattalasang Kabupaten Gowa pada tahun 2014. Data yang digunakan merupakan data yang diambil pada bulan Januari sampai Desember 2014. Adapun data yang diperoleh yaitu data populasi perempuan menurut umur, data kelahiran anak perempuan menurut umur Ibu saat melahirkan, dan data kematian populasi perempuan. Dari hasil penelitian diperoleh umur maksimal penduduk perempuan di Dusun Marannu adalah 81 tahun. Data yang diperoleh dari penelitian ini dibagi menjadi kelas-kelas umur dalam interval waktu yang sama.

Adapun langkah-langkah Menentukan tabel distribusi frekuensi yaitu :

1. Mencari range (J)

   $J = x_{\max} - x_{\min}$

2. Mencari banyak kelas umur (n)

   $n = 1 + 3.3 \log p$

3. Mencari interval umur (k)

   $k = \frac{J}{n}$

Sehingga diperoleh :

1. Range (J)

   $J = x_{\max} - x_{\min}$

   $J = 81 - 0$

   $J = 0$

2. Banyaknya kelas umur

   $n = 1 + 3.3 \log p$

   $n = 1 + 3.3 \log 81$

   $n = 1 + 6.298$

   $n = 7.298$

   $n = 7$

3. Interval umur (k)

   $k = \frac{J}{n}$

   $k = \frac{81}{7}$

$k = 11.57$

$k = 12$

Tabel 4.1 Data Populasi Perempuan di Dusun Marannu bulan Januari - Desember 2014

Kelas Umur ($\boldsymbol{i}$)	**Interval Umur (Tahun)**	**Populasi Awal** ($\boldsymbol{x_i^0}$)	**Kelahiran** ($\boldsymbol{A_i}$)	**Kematian** ($\boldsymbol{B_i}$)
1	0-12	37	0	0
2	13-24	40	4	0
3	25-36	33	5	0
4	37-48	36	1	1
5	49-60	23	0	1
6	61-72	6	0	1
7	73-84	3	0	1
	Jumlah	178	10	4

Dari **Tabel 4.1** jumlah populasi awal penduduk perempuan $(x^{(o)})$ di Dusun Marannu sebanyak 178 orang, jumlah kelahiran anak perempuan (A_i) sebanyak 10 orang, dan jumlah kematian penduduk perempuan (B_i) sebanyak 4 orang.

b. Membentuk model matriks Leslie

Dari data penduduk perempuan pada **Tabel 4.1** maka diperoleh tingkat kesuburan (a_i) dan ketahanan hidup (b_i) perempuan di Dusum Marannu. a_i adalah rata-rata jumlah anak perempuan yang lahir dari tiap perempuan ketika si ibu berada dalam kelas umur ke-i dimana $a_i \geq 0$ untuk $i = 1,2,\ldots,n$. Tingkat Kesuburan diperoleh :

$$a_i = \frac{A_i}{x_i^0} \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

$$a_1 = \frac{A_1}{x_1^0} = \frac{0}{37} = 0 \qquad a_5 = \frac{A_5}{x_5^0} = \frac{0}{23} = 0$$

$$a_2 = \frac{A_2}{x_2^0} = \frac{4}{40} = 0{,}1 \qquad a_6 = \frac{A_6}{x_6^0} = \frac{0}{6} = 0$$

$$a_3 = \frac{A_3}{x_3^0} = \frac{5}{33} = 0.152 \qquad a_7 = \frac{A_7}{x_7^0} = \frac{0}{3} = 0$$

$$a_4 = \frac{A_4}{x_4^0} = \frac{2}{36} = 0.028$$

b_i adalah perbandingan perempuan pada kelas umur ke–i yang diharapkan dapat bertahan dan mencapai kelas umur ke – $(i+1)$ dimana $0 < b_i < 1$ untuk $i = 1,2,\ldots,n-1$. c_i^{k-1} adalah rata-rata jumlah kematian dari tiap kelompok umur,

$$c_i^{k-1} = \frac{B_i}{x_i^{k-1}} \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

$$c_1^{1-1} = \frac{B_1}{x_1^{1-1}} = \frac{0}{37} = 0$$

$$c_2^{1-1} = \frac{B_2}{x_2^{1-1}} = \frac{0}{40} = 0$$

$$c_3^{1-1} = \frac{B_3}{x_3^{1-1}} = \frac{0}{33} = 0$$

$$c_4^{1-1} = \frac{B_4}{x_4^{1-1}} = \frac{0}{36} = 0$$

$$c_5^{1-1} = \frac{B_5}{x_5^{1-1}} = \frac{0}{23} = 0.043$$

$$c_6^{1-1} = \frac{B_6}{x_6^{1-1}} = \frac{1}{6} = 0.167$$

$$c_7^{1-1} = \frac{B_7}{x_7^{1-1}} = \frac{1}{3} = 0.333$$

Sehingga,

$$b_i = (1 - c_i^{k-1}),\ (i = 1, 2, \ldots, n)$$

$$b_1 = (1 - 0) = 1$$

$$b_2 = (1 - 0) = 1$$

$$b_3 = (1 - 0) = 1$$

$$b_4 = (1 - 0.028) = 0.972$$

$$b_5 = (1 - 0.043) = 0.957$$

$$b_6 = (1 - 0.167) = 0.8333$$

$$b_7 = (1 - 0333.) = 0.667$$

Tabel 4.2 Tingkat Kesuburan dan Ketahanan hidup Perempuan di Dusun Marannu bulan Januari – Desember 2014

Kelas Umur (i)	**Tingkat Kesuburan (a_i)**	**Rata-rata kematian (c_i^{k-1})**	**Tingkat Ketahanan (b_i)**
1	0	0	1
2	0.1	0	1
3	0.152	0	1
4	0.028	0.028	0.972
5	0	0.043	0.957

6	0	0.167	0.833
7	0	0.333	0.667

Pada **Tabel 4.2** tingkat kesuburan dari penduduk perempuan pada kelas pertama adalah 0, kelas kedua 0.1, dan seterusnya. Tingkat ketahanan hidup penduduk perempuan pada kelas pertama adalah 1, kedua 1, dan seterusnya. Jumlah dan laju pertumbuhan populasi perempuan dapat diproyeksikan mengunakan model matriks Leslie.

Dari **Tabel 4.2** diperoleh model matriks Leslie. Matriks Leslie yang diperoleh adalah matriks 7×7 yang elemen-elemennya terdiri dari tingkat kesuburan (a_i) dan tingkat ketahanan hidup (b_i) penduduk perempuan.

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.152 & 0.028 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.972 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.833 & 0 \end{bmatrix}$$

c. Menentukan Proyeksi jumlah populasi

Rumus untuk mencari proyeksi jumlah populasi perempuan adalah sebagai berikut :

$$x^{(1)} = Lx^{(0)}$$

$$x^{(2)} = Lx^{(0)} = L^2 x^0$$

$$x^{(3)} = Lx^{(2)} = L^3 x^0$$

$$\vdots$$

$x^{(k)} = Lx^{(k-1)} = L^k x^0$

dimana :

L : Model matriks Leslie (Leslie Matrics)

$x^{(k)}$: Jumlah keseluruhan perempuan pada kelas umur ke – i.

x : Jumlah awal populasi perempuan

Dari persamaan di atas diperoleh model pertumbuhan popolasi perempuan di Dusun marannu pada tahun berikutnya :

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ x_4^{(0)} \\ x_5^{(0)} \\ x_6^{(0)} \\ x_7^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.152 & 0.028 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.972 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.833 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 37 \\ 40 \\ 33 \\ 36 \\ 23 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 37 \\ 40 \\ 33 \\ 34 \\ 22 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$x^{(1)} = 10 + 37 + 40 + 33 + 34 + 22 + 4 = 182$

$$x^{(2)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ x_4^{(0)} \\ x_5^{(0)} \\ x_6^{(0)} \\ x_7^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.152 & 0.028 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.972 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.833 & 0 \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} 37 \\ 40 \\ 33 \\ 36 \\ 23 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 10 \\ 37 \\ 40 \\ 32 \\ 33 \\ 18 \end{bmatrix}$$

$x^{(2)} = 11 + 10 + 37 + 40 + 32 + 33 + 18 = 181$

$$x^{(3)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ x_4^{(0)} \\ x_5^{(0)} \\ x_6^{(0)} \\ x_7^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.152 & 0.028 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.972 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.833 & 0 \end{bmatrix}^3 \begin{bmatrix} 37 \\ 40 \\ 33 \\ 36 \\ 23 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 11 \\ 10 \\ 37 \\ 38 \\ 31 \\ 27 \end{bmatrix}$$

$x^3 = 8 + 11 + 10 + 37 + 38 + 31 + 27 = 162$

$$x^{(4)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ x_4^{(0)} \\ x_5^{(0)} \\ x_6^{(0)} \\ x_7^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.152 & 0.028 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.972 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.833 & 0 \end{bmatrix}^4 \begin{bmatrix} 37 \\ 40 \\ 33 \\ 36 \\ 23 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 11 \\ 10 \\ 36 \\ 37 \\ 26 \end{bmatrix}$$

$$x^{(4)} = 4 + 8 + 11 + 10 + 36 + 37 + 26 = 132$$

$$x^{(5)} = \begin{bmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \\ x_3^{(0)} \\ x_4^{(0)} \\ x_5^{(0)} \\ x_6^{(0)} \\ x_7^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0.152 & 0.028 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.972 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.957 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.833 & 0 \end{bmatrix}^5 \begin{bmatrix} 37 \\ 40 \\ 33 \\ 36 \\ 23 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 8 \\ 11 \\ 10 \\ 34 \\ 31 \end{bmatrix}$$

$$x^{(5)} = 3 + 4 + 8 + 11 + 10 + 34 + 31 = 101$$

d. Proyeksi Matriks Leslie pada Laju pertumbuhan populasi

Dengan menggunakan nilai eigen dari matriks Leslie dapat ditentukan proyeksi laju pertumbuhan populasi penduduk perempuan di Dusun Marannu. Untuk menentukan apakah populasi meningkat, menurun, atau cenderung stabil. Maka akan ditentukan nilai eigen positif dari λ_1. Dalam kasus ini λ_1 akan menentukan suatu populasi akan cenderung meningkat, cenderung menurun, atau suatu populasi akan cenderung stabil. Adapun rumus yang digunakan untuk mencari nilai eigen dari matriks Leslie yaitu

$$p(\lambda) = | \lambda I - L |$$

Dengan menggunakan aplikasi matlab maka diperoleh nilai eigen dari matriks Leslie yaitu :

$$P(\lambda)=\begin{bmatrix}\lambda&0&0&0&0&0&0\\0&\lambda&0&0&0&0&0\\0&0&\lambda&0&0&0&0\\0&0&0&\lambda&0&0&0\\0&0&0&0&\lambda&0&0\\0&0&0&0&0&\lambda&0\\0&0&0&0&0&0&\lambda\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0&0.1&0.152&0.028&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0.972&0&0&0\\0&0&0&0&0.957&0&0\\0&0&0&0&0&0.833&0\end{bmatrix}$$

$$P(\lambda)=\begin{bmatrix}\lambda&-\frac{1}{10}&-\frac{19}{125}&-\frac{7}{250}&0&0&0\\-1&\lambda&0&0&0&0&0\\0&-1&\lambda&0&0&0&0\\0&0&-1&\lambda&0&0&0\\0&0&0&-\frac{243}{250}&\lambda&0&0\\0&0&0&0&-\frac{957}{1000}&\lambda&0\\0&0&0&0&0&-\frac{833}{1000}&\lambda\end{bmatrix}$$

$$P(\lambda)=-\frac{7}{20}\lambda^3+\lambda^7-\frac{1}{10}\lambda^5-\frac{19}{125}\lambda^4$$

Dari persamaan karakteristik di atas diperoleh diatas maka diperoleh nilai eigen terbesar dari matriks Leslie yaitu 0.6380

C. *Pembahasan*

Pada penelitian ini menentukan proyeksi laju pertumbuhan populasi menggunakan model matriks Leslie. Untuk memperoleh laju pertumbuhan populasi maka perlu diselidiki nilai eigen dan vektor eigen dari matriks Leslie. Beberapa kasus dapat terjadi pada sebuah populasi yang terkait dengan nilai eigen positif dari matriks Leslie, yaitu populasi akan bertambah jika nilai eigen positif lebih besar dari satu, populasi akan berkurang jika nilai eigen positif kurang dari satu dan populasi stabil jika nilai eigen positif sama dengan satu. Jadi, nilai eigen sangat penting untuk mendefinisikan angka pertumbuhan populasi, atau memberikan informasi yang berharga tentang keadaan populasi sedangkan vektor eigen menunjukkan kestabilan distribusi umur.

Pada penelitian ini penulis mengaplikasikan matriks Leslie pada data penduduk perempuan di dusun Marannu Desa Pattalassang kecamatan Pattalassang pada tahun 2014. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh jumlah populasi awal penduduk perempuan $(x^{(o)})$ di Dusun Marannu sebanyak 178 orang, jumlah kelahiran anak perempuan (A_i) sebanyak 10 orang, dan jumlah kematian penduduk perempuan (B_i) sebanyak 4 orang. Karena usia maksimal penduduk perempuan 81 tahun maka dapat ditentukan 7 kelas umur dengan interval 7.

Berdasarkan Analisis tingkat kesuburan (a_i) dan ketahanan hidup (b_i) perempuan di Dusun Marannu tahun 2014. Diperoleh tingkat kesuburan pada kelas $ke - 1 = 0$, kelas $ke - 2 = 0.1$, kelas $ke - 3 = 0.152$, kelas $ke - 4 = 0.028$, kelas $ke - 5 = 0$, kelas $ke - 6 = 0$, kelas $ke - 7 = 0$. Tingkat ketahanan hidup diperoleh pada kelas $ke - 1 = 1$, kelas $ke - 2 = 1$, kelas $ke - 3 = 1$, kelas $ke - 4 = 0.972$, kelas $ke - 5 = 0.957$, kelas $ke - 6 = 0.833$, kelas $ke - 7 = 0.667$.

Pada Analisis proyeksi Jumlah populasi diperoleh $x^{(1)} = 182$, $x^{(2)} = 181$, $x^{(3)} = 162$, $x^{(4)} = 132$, $x^{(5)} = 101$. Maka dapat dilihat bahwa tiap tahunnya jumlah populasi berkurang yaitu pada tahun 2016, 2017, 2018, 2019. jumlah populasi akan selalu berkurang. Pada Analisis proyeksi laju pertumbuhan penduduk perempuan di Dusun Marannu dengan menggunakan aplikasi matlab maka diperoleh nilai eigen terbesar yaitu 0.638 maka laju pertumbuhan populasi perempuan di Dusun Marannu akan menurun.

BAB V

PENUTUP

A. *Kesimpulan*

Pada Analisis proyeksi Jumlah populasi diperoleh $x^{(1)} = 182$, $x^{(2)} = 181$, $x^{(3)} = 162$, $x^{(4)} = 132$, $x^{(5)} = 101$. Maka dapat dilihat bahwa tiap tahunnya jumlah populasi berkurang yaitu pada tahun 2016, 2017, 2018, 2019. jumlah populasi akan selalu berkurang. Berdasarkan Analisis menentukan nilai eigen terbesar dari model matriks Leslie untuk memproyeksi laju pertumbuhan penduduk perempuan di Dusun Marannu maka diperoleh nilai eigen terbesar yaitu 0.638 maka laju pertumbuhan populasi perempuan di Dusun Marannu akan menurun.

B. *Saran*

Dalam penelitian ini terdapat banyak kekurangan oleh karena itu diharapkan kritikan yang membangun dari para pembaca.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, Howard & Chris Rorres. 1987. *Penerapan Aljabar Linear*. Bandung : Erlangga

Anton, Howard & Chris Rorres.2004 . *Aljabar Linear Elementer Jilid 1*. Jakarta : Erlangga

BPS Kabupaten Gowa. 2013. *Indikator Kesejahteraan Kabupaten Gowa 2013.* Gowa : BPS Kabupaten Gowa

Departemen Agama RI. 2010. *AlQur'an Tajwid & Terjemah*. Bandung : CV Penerbit Diponegoro

Hadley, G. 1983. *Aljabar Linear (Edisi Revisi)*. Jakarta : Erlangga.

Heri Purwanto, dkk. 2005. *Aljabar Linear*. Jakarta : Ercontara Rajawali

Kartono. 2005. *Aljabar Linear, Vektor dan Eksplorasinya dengan Maple*. Yogyakarta : Penerbit Graha Ilmu

Kusumawati, Ririen M.kom. 2009. *Aljabar Linear & Matriks*. Surabaya : UIN-Malang Press

Lipschutz , Seymour, P.HD. & Mark Lars Lipson, P.HD. 2009. *Aljabar Linear* . Jakarta : Erlangga

Montshiwa, Irvin. "Leslie Matrix Model in Population Dynamics". African Institute for mathematical Science (AIMS) (2007)

Santosa R. Gunawan. 2008. *Aljabar Linear Dasar* . Yogyakarta : Penerbit Andi

Shihab, M. Quraish. 2007. *Tafsir Al-Misbah Volume Volume 9.* Jakarta : Lentera Hati

Shihab, M. Quraish. 2007. *Tafsir Al-Misbah Volume 6.* Jakarta : Lentera Hati

Simanuhuruk, Udin & Hartanto. "karakteristik matriks Ordo Tiga" Universitas Indonesia Jurnal Gradien Vol.2 No.1 (2006). Hal. 134-138

Tim Pustaka Ibnu Katsir. 2011. *Shahih Tafsir Ibnu Katsir Jilid 5.* Jakarta : Pustaka Ibnu Katsir

Qurrotul Aini & Meinarini Catur Utami.2013. *Aljabar Linear Dasar.* Bandung : Alfabet

Yokoyama, Kevin. 1997. "Population Modeling Using The Leslie Matrix". *Part 2* 17 November 1997

LAMPIRAN – LAMPIRAN

LAMPIRAN A
PROGRAM & OUTPUT

KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) ALAUDDIN MAKASSAR
FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
Kampus I: Jl. Sultan Alauddin No.63 Telp. 864924 (Fax 864923)
Kampus II: Jl. Sultan Alauddin No.36 Telp. 5622375-424835 (Fax 424836)

Nomor : ST.VI.1/PP.009/2860/2015 Makassar, 27 Agustus 2015
Sifat : Penting
Lamp : -
Hal : **Izin Penelitian**
Untuk Menyusun Skripsi

Kepada Yth
Kepala Badan Koordinasi Penanaman Modal Daerah (BKPMD)
Di-
Tempat

Assalamu Alaikum Wr. Wb.

Dengan hormat kami sampaikan, bahwa mahasiswa UIN Alauddin Makassar yang tersebut namanya di bawah ini:

Nama	: Fitriani
NIM	: 60600111018
Semester	: IX
Fakultas	: Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar
Jurusan	: Matematika
Pembimbing	: 1. Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd.
	2. Try Azisah Nurman, S.Pd., M.Pd.

Bermaksud melakukan penelitian dalam rangka penyusunan Skripsi berjudul **" Penerapan Matriks Leslie Dalam Memproyeksikan Jumlah dan Laju Pertumbuhan Populasi Perempuan di Dusun Marannu"** sebagai salah satu syarat penyelesaian Studi akhir Sarjana/S.1.

Untuk maksud tersebut kami mengharapkan kiranya kepada mahasiswa yang bersangkutan diberi izin untuk penelitian di **Dusun Marannu, Desa Pattallassang, Kec. Pattalassang, Kab. Gowa.**

Demikian harapan kami, atas perhatian dan kerjasamanya kami ucapkan terima kasih.

Wassalam
Dekan

Prof. Dr. H. Arifuddin, M.Ag.
NIP. 19691205 199303 1 001

Tembusan:
1. Ketua Prodi/Jurusan Matematika Fak. Sainstek UIN Alauddin
2. Arsip

PEMERINTAH PROVINSI SULAWESI SELATAN

BADAN KOORDINASI PENANAMAN MODAL DAERAH

Unit Pelaksana Teknis – Pelayanan Perizinan Terpadu

Jln. Bougenville No. 5 Telp (0411) 441077 Fax. (0411) 448936

MAKASSAR 90222

Makassar, 22 Oktober 2015

Kepada

Nomor : 14206/P2T-BKPMD/19.36P/VII/10/2015

Lampiran : -

Perihal : Izin Penelitian

Yth. Bupati Gowa

di-

Sungguminasa

Berdasarkan surat Dekan Fak. Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar Nomor : ST.VI.1/PP.009/2860/2015 tanggal 27 Agustus 2015 perihal tersebut diatas, mahasiswa/peneliti dibawah ini :

Nama	: **Fitriani**
Nomor Pokok	: 60600111018
Program Studi	: Matematika
Pekerjaa	: Mahasiswa
Alamat	: Jl. Slt Alauddin No. 63, Makassar

Bermaksud untuk melakukan penelitian di daerah/kantor saudara dalam rangka penyusunan Skripsi, dengan judul :

"PENERAPAN MATRIKS LESLIE DALAM MEMPROYEKSIKAN JUMLAH DAN LAJU PERTUMBUHAN POPULASI PEREMPUAN DI DUSUN MARANNU"

Yang akan dilaksanakan dari : Tgl. 26 Oktober s/d 25 November 2015

Sehubungan dengan hal tersebut diatas, pada prinsipnya kami ***menyetujui*** kegiatan dimaksud dengan ketentuan yang tertera di belakang surat izin penelitian.

Demikian disampaikan untuk dimaklumi dan dipergunakan seperlunya.

a.n. GUBERNUR SULAWESI SELATAN
KEPALA BADAN KOORDINASI PENANAMAN MODAL DAERAH
PROVINSI SULAWESI SELATAN
Selaku Administrator Pelayanan Perizinan Terpadu

PEMERINTAH PROVINSI SULAWESI SELATAN
BKPMD

A. M. YAMIN, SE., M.S
Pangkat : Pembina Utama Madya
NIP : 19610513 199002 1 002

TEMBUSAN : Kepada Yth :
1. Dekan Fak. Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar di Makassar;
2. Pertinggal

website : www.p2tprovsulsel.com, email : p2t_provsulsel@yahoo.com

PEMERINTAH KABUPATEN GOWA
BADAN KESATUAN BANGSA DAN POLITIK
Jln. Mesjid Raya No. 30. Telepon. 884637. Sungguminasa – Gowa

Sungguminasa, 26 Oktober 2015

Kepada

Nomor : 070/ 3368 /BKB.P/2015
Lamp : -
Perihal : ***Rekomendasi Penelitian***

Yth. Camat Pattallassang
Kab. Gowa

Di-
Tempat

Berdasarkan Surat Badan Koordinasi Penanaman Modal Daerah Provinsi Sul-Sel Nomor : 14206/P2T-BKPMD/19.36P/VII/10/2015 tanggal 22 Oktober 2015 tentang Rekomendasi Penelitian.

Dengan ini disampaikan kepada saudara bahwa yang tersebut di bawah ini:

Nama	: **Fitriani**
Tempat/Tanggal Lahir	: Tanutung, 21 Maret 1992
Jenis kelamin	: Parempuan
Pekerjaan	: Mahasiswa
Alamat	: Mannuruki 2 B

Bermaksud akan mengadakan Penelitian/Pengumpulan Data dalam rangka penyelesaian Skripsi/Tesis di wilayah/tempat saudara yang berjudul : ***"PENERAPAN MATRIKS LESLIE DALAM MEMPROYEKSIKAN JUMLAH DAN LAJU PERTUMBUHAN POPULASI PEREMPUAN DI DUSUN MARANNU".***

Selama	: 26 Oktober 2015 s/d 25 November 2015
Pengikut	: Tidak Ada

Sehubungan dengan hal tersebut di atas, maka pada prinsipnya kami dapat menyetujui kegiatan tersebut dengan ketentuan :

1. Sebelum dan sesudah melaksanakan kegiatan kepada yang bersangkutan harus melapor kepada Bupati Cq. Badan Kesatuan Bangsa dan Politik Kab.Gowa;
2. Penelitian/Pengambilan Data tidak menyimpang dari izin yang diberikan.;
3. Mentaati semua peraturan perundang-undangan yang berlaku dan mengindahkan adat istiadat setempat;
4. Menyerahkan 1 (satu) Eksemplar copy hasil penelitian kepada Bupati Gowa Cq. Kepala Badan Kesatuan Bangsa dan Politik Kab.Gowa.

Demikian disampaikan dan untuk lancarnya pelaksanaan dimaksud diharapkan bantuan seperlunya.

An. BUPATI GOWA
KEPALA BADAN,

PEMERINTAH KABUPATEN GOWA
BADAN KESATUAN BANGSA

KAMALUDDIN SERANG, S.Sos, MM
Pangkat : Pembina Utama Muda
NIP : 19590205 198003 1 013

Tembusan :
1. Bupati Gowa (sebagai laporan);
2. Dekan Fak. Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar di Makassar;
3. Yang bersangkutan;
4. Pertinggal.-

PEMERINTAH KABUPATEN GOWA
KECAMATAN PATTALASSANG
Jl. POROS PATTALLASSANG – PALLANTIKANG NO. 10

Kepada
Yth. Kepala Desa Pattallassang
di -
Pattallassang

Nomor : 070/46/KPTL/XI/2015
Lampiran : -
Perihal : Rekomendasi Penelitian

Berdasarkan Surat Kepala Badan Kesatuan Bangsa dan Politik Kabupaten Gowa Nomor : 070/3368/BKB.P/2015 tertanggal 26 Oktober 2015, perihal tersebut diatas, maka dengan ini kami sampaikan kepada saudara bahwa yang bersangkutan :

Nama	: **FITRIANI**
Tempat/Tanggal Lahir	: Tanutung, 21 Maret 1992
Jenis Kelamin	: Perempuan
Pekerjaan	: Mahasiswa
Alamat	: Mannuruki 2 B

Untuk mengadakan Penelitian / Pengumpulan Data dalam rangka penyelesaian skripsi / thesis di wilayah / tempat saudara dengan judul :

"PENERAPAN MATRIKS LESLIE DALAM MEMPROYEKSIKAN JUMLAH DAN LAJU PERTUMBUHAN POPULASI PEREMPUAN DI DUSUN MARANNU KECAMATAN PATTALLASSANG KABUPATEN GOWA)"

Selama : 26 Oktober s/d 25 November 2015
Pengikut : Tidak ada

Demikian untuk dimaklumi dan diketahui seperlunya, atas perhatian dan kerjasamanya diucapkan terima kasih.

Dikeluarkan di : Pattallassang
Pada tanggal : 04 Nopember 2015

CAMAT

ANDY AZIS PETER, SH, M.Si
Pangkat : Penata TK. I
NIP : 19720902 199303 1 003

Tembusan : Kepada Yth. :
1. Bupati Gowa (sebagai laporan)
2. Kepala Dusun Marannu

PEMERINTAH KABUPATEN GOWA KECAMATAN PATTALLASSANG DESA PATTALLASSANG

Jln. Poros Pattallassang Pakkatto

Nomor : 001/IP/DPT/XI/2015
Lampiran : -
Perihal : Izin Penelitian

Kepada Yth. Bapak / Ibu
Dekan Fakultas Sains dan Teknologi
Di-
Tempat

Berdasarkan surat camat pattalassang Nomor : 070/146/KPTL/XI/2015 tertanggal 26 oktober 2015, perihal tersebut, maka dengan ini kami mengizinkan kepada yang bersangkutan :

Nama	: Fitriani
Tempat tanggal lahir	: Tanuntung, 21 maret 1992
Jenis Kelamin	: perempuan
Pekerjaan	: Mahasiswa
Alamat	: Mannuruki 2 B

"PENERAPAN MATRIKS LESLIE DALAM MEMPROYEKSIKAN JUMLAH DAN LAJU PERTUMBUHAN POPULASI (STUDI KASUS : PERTUMBUHAN POPULASI PEREMPUAN DI DUSUN MARANNU)"

Selama : 26 oktober s/d 25 November 2015

Pengikut : Tidak ada

Dengan demikian untuk dimaklumi dan diketahui seperlunya, atas perhatian dan kerjasamanya diucapkan terima kasih :

Dikeluarkan di Pattalassang
Pada Tanggal : 06 November 2015
Kepala Desa Pattalassang

Alimuddin Sijaya

LAMPIRAN C

DATA HASIL PENELITIAN

Data Penduduk Perempuan di Dusun Marannu
Desa Pattalassang Kecamatan Pattalassang
Januari 2014 - Desember 2014

No	No. KK	Tanggal Lahir		Umur
1	1	1956	2014	58
2	2	1978	2014	36
3		2005	2014	9
4	3	1971	2014	43
5		1997	2014	17
6		1999	2014	15
7		2009	2014	5
8	4	1960	2014	54
9		1997	2014	17
10		2008	2014	6
11		2009	2014	5
12	5	1993	2014	21
13		2009	2014	5
14	6	1958	2014	56
15		1986	2014	28
16		2006	2014	8
17		2008	2014	6
18	7	1958	2014	56
19	8	1957	2014	57
20		1975	2014	39
21		1985	2014	29
22		2006	2014	8
23		2009	2014	5
24	9	1979	2014	35
25		1998	2014	16
26	10	1974	2014	40
27		1994	2014	20
28		1999	2014	15
29	11	1954	2014	60
30		1977	2014	37
31	12	1983	2014	31
32	13	1975	2014	39
33		2002	2014	12
34	14	1978	2014	36
35		1999	2014	15
36		2004	2014	10
37	15	1981	2014	33
38		2004	2014	10
39	16	1959	2014	55
40		1985	2014	29
41	17	1974	2014	40
42		1997	2014	17
43		2005	2014	9

44	18	1944	2014	70
45		2002	2014	12
46	19	1971	2014	43
47		1996	2014	18
48	20	1961	2014	53
49		1990	2014	24
50	21	1973	2014	41
51		2000	2014	14
52	22	1994	2014	20
53	23	1981	2014	33
54		2006	2014	8
55		2008	2014	6
56	24	1992	2014	22
57	25	1946	2014	68
58		2005	2014	9
59	26	1967	2014	47
60	27	1983	2014	31
61		2009	2014	5
62	28	1970	2014	44
63	29	1958	2014	56
64		1954	2014	60
65	30	1974	2014	40
66		2000	2014	14
67		2004	2014	10
68	31	1971	2014	43
69		2007	2014	7
70	32	1980	2014	34
71	33	1976	2014	38
72		2004	2014	10
73	34	1983	2014	31
74		2001	2014	13
75	35	1983	2014	31
76		1970	2014	44
77		1981	2014	33
78		1987	2014	27
79	36	1974	2014	40
80		1994	2014	20
81	37	1959	2014	55
82		2011	2014	3
83	38	1959	2014	55
84		1990	2014	24
85	39	1971	2014	43
86	40	1948	2014	66
87		1969	2014	45
88		1975	2014	39
89	41	1972	2014	42
90		1996	2014	18
91		2001	2014	13

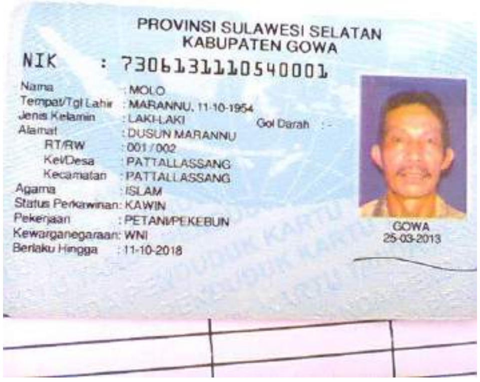
92	42	1959	2014	55
93	43	1977	2014	37
94	44	1986	2014	28
95		1940	2014	74
96	45	1981	2014	33
97		2005	2014	9
98		2011	2014	3
99	46	1958	2014	56
100		1992	2014	22
101	47	1992	2014	22
102	48	1987	2014	27
103		2011	2014	3
104	49	1962	2014	52
105		2002	2014	12
106	51	1995	2014	19
107	50	1977	2014	37
108	52	1984	2014	30
109		1953	2014	61
110	53	1975	2014	39
111	54	1960	2014	54
112	55	1988	2014	26
113	56	1965	2014	49
114		1989	2014	25
115	57	1973	2014	41
116		1968	2014	46
117		1997	2014	17
118	58	1975	2014	39
119		2001	2014	13
120	59	1968	2014	46
121		1994	2014	20
122		1996	2014	18
123		2003	2014	11
124	60	1978	2014	36
125		2005	2014	9
126	61	1969	2014	45
127		1975	2014	39
128	62	1982	2014	32
129	64	1935	2014	79
130		1970	2014	44
131	65	1975	2014	39
132		2005	2014	9
133	66	1980	2014	34
134		2001	2014	13
135	67	1995	2014	19
136	68	1947	2014	67
137		1980	2014	34
138		2005	2014	9
139	69	1958	2014	56

140		1985	2014	29
141		1934	2014	80
142	70	1975	2014	39
143	71	1945	2014	69
144	72	1980	2014	34
145		2001	2014	13
146		2010	2014	4
147	73	1957	2014	57
148	74	1965	2014	49
149	75	1976	2014	38
150	76	1975	2014	39
151		1992	2014	22
152		1995	2014	19
153		2001	2014	13
154	77	1995	2014	19
155		1983	2014	31
156	78	1955	2014	59
157	79	1990	2014	24
158		2010	2014	4
159	80	1963	2014	51
160		1982	2014	32
161	81	1983	2014	31
162		2002	2014	12
163		2004	2014	10
164		2008	2014	6
165	82	1969	2014	45
166		1985	2014	29
167		1991	2014	23
168	83	1981	2014	33
169		2007	2014	7
170	84	1980	2014	34
171		1994	2014	20
172		2001	2014	13
173	85	1973	2014	41
174		2008	2014	6
175	86	1975	2014	39
176		2000	2014	14
177	87	1965	2014	49
178		1998	2014	16

LAMPIRAN D

DOKUMENTASI

DOKUMENTASI


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306131110540001
Nama : MOLO
Tempat/Tgl Lahir : MARANNU, 11-10-1954
Jenis Kelamin : LAKI-LAKI
Gol Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 001 / 002
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : PETANI/PEKEBUN
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 11-10-2018
GOWA
25-03-2013


KARTU KELUARGA
No. 7306062901056901


KARTU KELUARGA


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306131603690001
Nama : SUPARNO
Tempat/Tgl Lahir : SOLO, 16-03-1969
Jenis Kelamin : LAKI-LAKI
Gol Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 002 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : PETANI/PEKEBUN
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 16-03-2018
GOWA
25-03-2013


KARTU KELUARGA


KARTU KELUARGA
No. 7306132201150002


KARTU KELUARGA


KARTU KELUARGA


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306130107410002
Nama : SAMAILA DG SARRO
Tempat/Tgl Lahir : PA'BANGIANG, 01-07-1941
Jenis Kelamin : LAKI-LAKI
Gol. Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 001 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : PETANI/PEKEBUN
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : SEUMUR HIDUP
GOWA
24-03-2013


Alamat
PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306134511800001
Nama : KASMAWATI
Tempat/Tgl Lahir : PATTALLASSANG, 05-11-1980
Jenis Kelamin : PEREMPUAN
Gol. Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 001 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : MENGURUS RUMAH TANGGA
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 05-11-2018
GOWA
24-03-2013

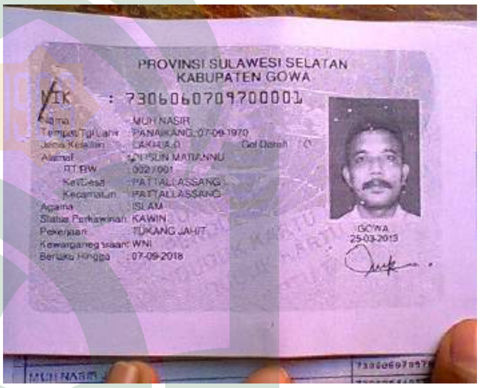

KARTU KELUARGA
No. 7306062901055469


KARTU KELUARGA

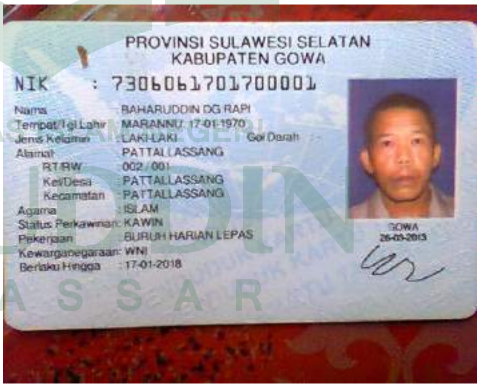

KARTU KELUARGA
No. 7306131404090023
Nama Kepala Keluarga : BASRI BIN DINDO
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 002 / 002
Desa : PATTALASSANG


L
22 - 04 - 2007
PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306135401710001
Nama : SITTI RAHMA
Tempat/Tgl Lahir : BOLLANGI, 14-01-1971
Jenis Kelamin : PEREMPUAN Gol. Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : - / -
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : CERAI MATI
Pekerjaan : MENGURUS RUMAH TANGGA
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 14-01-2018
GOWA
25-03-2013


KARTU
No. 73
Nama Kepala Keluarga : JAMADO
Alamat : MARANNU
RT/RW : 002 / 001
Desa/Kelurahan : PATTALLASSANG
Nama Lengkap
NIK
Jenis Kelamin
JAMADO
HASIAH
NURHAEDAH
SURIANI
ABDULLAH
SUPANDI
LAKI-LAKI
PEREMPUAN
PEREMPUAN
PEREMPUAN
LAKI-LAKI
LAKI-LAKI

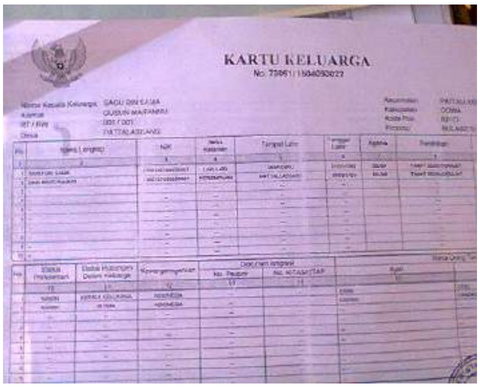

PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306060709700001
Nama : MUH NASIR
Tempat/Tgl Lahir : PANAIKANG, 07-09-1970
Jenis Kelamin : LAKI-LAKI Gol Darah : O
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 002 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : TUKANG JAHIT
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 07-09-2018
GOWA
25-03-2013

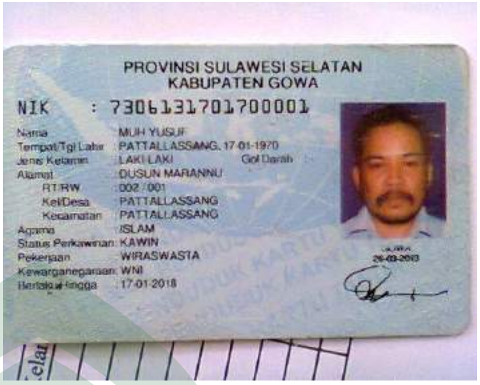

PROPINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 730613 690586 0001
Nama : Mina
Tempat/Tgl.Lahir : Marannu, 29 Mei 1986
Jenis Kelamin : Perempuan Golongan Darah : Tidak Tahu
Alamat : Dusun Marannu
RT / RW : 002 / 001
Desa : Pattallassang
Kecamatan : Pattallassang
Kabupaten : Gowa
Agama : Islam Stat.Perkawinan : Belum Kawin
Pekerjaan : Mengurus Rumah Tangga
Kewarganegaraan : Indonesia
Berlaku hingga : 29-05-2015
Gowa, 19 Feb. 2010
Kepala Dinas Kependudukan Dan Catatan Sipil


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306061701700001
Nama : BAHARUDDIN DG RAPI
Tempat/Tgl Lahir : MARANNU, 17-01-1970
Jenis Kelamin : LAKI-LAKI Gol Darah : -
Alamat : PATTALLASSANG
RT/RW : 002 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : BURUH HARIAN LEPAS
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 17-01-2018
GOWA
26-03-2013


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306134403580001
Nama : BASSE
Tempat/Tgl Lahir : MARANNU, 04-03-1958
Jenis Kelamin : PEREMPUAN Gol Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 002 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : MENGURUS RUMAH TANGGA
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 04-03-2018
GOWA
25-03-2013
10


Nama KK : DIMMING
PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306130405900001
Nama : DIMMING BIN BASO
Tempat/Tgl Lahir : JULU MATENE, 04-05-1990
Jenis Kelamin : LAKI-LAKI Gol. Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 002 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : PETANI/PEKEBUN
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 04-05-2018
GOWA
24-03-2013
8


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306065507950001
Nama SYAMSINAR
Tempat/Tgl Lahir PATTALLASSANG, 15-07-1995
Jenis Kelamin PEREMPUAN Gol Darah
Alamat DUSUN MARANNU
RT/RW 002 / 001
Kel/Desa PATTALLASSANG
Kecamatan PATTALLASSANG
Agama ISLAM
Status Perkawinan KAWIN
Pekerjaan MENGURUS RUMAH TANGGA
Kewarganegaraan WNI
Berlaku Hingga 15-07-2018
GOWA
25-03-2013

KARTU KELUARGA

KARTU KELUARGA
No. 7306130405090002

PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306131701700001
Nama MUH YUSUF
Tempat/Tgl Lahir PATTALLASSANG, 17-01-1970
Jenis Kelamin LAKI-LAKI Gol Darah
Alamat DUSUN MARANNU
RT/RW 002 / 001
Kel/Desa PATTALLASSANG
Kecamatan PATTALLASSANG
Agama ISLAM
Status Perkawinan KAWIN
Pekerjaan WIRASWASTA
Kewarganegaraan WNI
Berlaku Hingga 17-01-2018

PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306062101630001
Nama CACOA
Tempat/Tgl Lahir PATTALLASSANG, 21-01-1963
Jenis Kelamin LAKI-LAKI Gol Darah
Alamat DUSUN MARANNU
RT/RW 002 / 002
Kel/Desa PATTALLASSANG
Kecamatan PATTALLASSANG
Agama ISLAM
Status Perkawinan KAWIN
Pekerjaan BURUH TANI/PERKEBUNAN
Kewarganegaraan WNI
Berlaku Hingga 21-01-2018
GOWA

PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306135504750002
Nama SITTI
Tempat/Tgl Lahir PATTALLASSANG, 15-04-1975
Jenis Kelamin PEREMPUAN Gol. Darah
Alamat MARANNU
RT/RW 001 / 001
Kel/Desa PATTALLASSANG
Kecamatan PATTALLASSANG
Agama ISLAM
Status Perkawinan KAWIN
Pekerjaan MENGURUS RUMAH TANGGA
Kewarganegaraan WNI
Berlaku Hingga 15-04-2018
GOWA

Nama Kepala Keluarga : MUH JAFAR
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 002/001
Desa/Kelurahan : PATTALLASSANG
Nama Lengkap
MUH JAFAR
ROSMIATI
KAWIN
KEPALA KELUARGA
WNI

PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306060204630002
MUH JAFAR
LAKI-LAKI
DUSUN MARANNU
PATTALLASSANG
PATTALLASSANG
ISLAM
KAWIN
GOWA

PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306062804800001
Nama SAHARUDDIN
Tempat/Tgl Lahir PATTALLASSANG, 28-04-1980
Jenis Kelamin LAKI-LAKI Gol Darah
Alamat DUSUN MARANNU
RT/RW 002 / 001
Kel/Desa PATTALLASSANG
Kecamatan PATTALLASSANG
Agama ISLAM
Status Perkawinan BELUM KAWIN
Pekerjaan WIRASWASTA
Kewarganegaraan WNI
Berlaku Hingga 28-04-2018
GOWA

PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
7306132001670001
NURYADI
BONTORAMBA, 20-01-1967
LAKI-LAKI Gol. Darah
DUSUN MARANNU
001 / 001
PATTALLASSANG
PATTALLASSANG
ISLAM
KAWIN
WIRASWASTA
WNI
20-01-2018
GOWA
26-03-2013


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA

NIK : 7306131006750001

Nama : MUH SAHRIR BIN MALLA
Tempat/Tgl Lahir : MARANNU, 10-06-1975
Jenis Kelamin : LAKI-LAKI Gol. Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 002 / 002
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : TUKANG BATU
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 10-06-2018

GOWA
24-03-2013


KARTU KELUARGA


KARTU KELUARGA
No. 7306062901053197


Nama Kepala Keluarga : JUFRI BIN SANGKALA
Alamat : MARANNU
RT / RW : 001 / 001
Desa : PATTALLASSANG


KARTU KELUARGA


KARTU KELUARGA
No. 7306131011110001


KART
No.
Nama Kepala Keluarga : SUKRI
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 001 / 001
Desa/Kelurahan : PATTALLASSANG

No	Nama Lengkap	NIK	Jenis Kelamin
	(1)	(2)	(3)
1	SUKRI	[illegible]	LAKI-LAKI
2	NURSANTI	[illegible]	PEREMPU
3	MANTIARA	[illegible]	PEREMPU
4	-		
5	-		
6	-		
7	-		
8	-		
9	-		
10	-		


KARTU K
No. 73060
Nama Kepala Keluarga : ROWA
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 001 / 001
Desa/Kelurahan : PATTALLASSANG


KARTU KEL
No. 7371120204
Nama Kepala Keluarga : DG RUMPA
Alamat : JL INSPEKSI PAM LR 6
RT/RW : 007/001
Desa/Kelurahan : BATUA


KARTU KELUARGA
Nama Kepala Keluarga : HAMBO DG NGEMBA
Alamat : DUSUN MARANNU
RT / RW : 001 / 001
Desa : PATTALLASSANG


KARTU K
Nama Kepala Keluarga HAMID DG NGEMBA
Alamat DUSUN MARANNU
RT / RW 001 / 001
Desa PATTALASSANG
No.
Nama Lengkap
NIK
Jenis Kelamin
HAMID DG NGEMBA
BABI DG NGAI
SURIATI
BURHADI
AMIRUDDIN
HASRIYANI


PROVINSI SULAWESI SELATAN
KABUPATEN GOWA
NIK : 7306134101810003
Nama : FATMAWATI
Tempat/Tgl Lahir : ROMANG POLONG, 01-01-1981
Jenis Kelamin : PEREMPUAN Gol. Darah : -
Alamat : DUSUN MARANNU
RT/RW : 001 / 001
Kel/Desa : PATTALLASSANG
Kecamatan : PATTALLASSANG
Agama : ISLAM
Status Perkawinan : KAWIN
Pekerjaan : MENGURUS RUMAH TANGGA
Kewarganegaraan : WNI
Berlaku Hingga : 01-01-2018
GOWA
24-03-2013


KARTU KELUARGA


KART
Nama Kepala Keluarga MUHAMMAD JUFRI
Alamat DUSUN MARANNU
RT / RW 001 / 001
Desa PATTALASSANG
No
Nama Lengkap
NIK
Jenis Kelamin
MUHAMMAD JUFRI
FATMAWATI
DEA ADELIA


KARTU KELUARGA


KARTU


KARTU KELUARGA


DUSUN MARANNU
PATTALASSANG

LAMPIRAN E
PERSETUJUAN PEMBIMBING

PERSETUJUAN PEMBIMBING

Pembimbing penulisan tugas akhir saudari Fitriani, Nim: 60600111018, mahasiswa jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar, setelah seksama meneliti dan mengoreksi tugas akhir yang bersangkutan dengan judul "Penerapan Matriks Leslie dalam Memproyeksikan Jumlah dan Laju Pertumbuhan Populasi (Studi Kasus : Pertumbuhan Populasi Perempuan di Kabupaten Bulukumba)" memandang bahwa tugas akhir tersebut telah memenuhi syarat-syarat ilmiah dan dapat disetujui untuk diajukan ke sidang ujian proposal.

Demikian persetujuan ini diberikan untuk diproses lebih lanjut.

Makassar, Mei 2015

Pembimbing I	Pembimbing II
Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd	**Try Azisah Nurman, S.Pd., M.Pd**
Nip : 1984314 200912 2 006	Nip : 19830524 200912 2 004

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Ermawati, S.Pd., M.Si

Nip: 19830717 200912 2 004

PERSETUJUAN PEMBIMBING

Pembimbing penulisan tugas akhir saudari Fitriani, Nim: 60600111018, mahasiswa jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar, setelah seksama meneliti dan mengoreksi tugas akhir yang bersangkutan dengan judul "Penerapan Matriks Leslie dalam Meproyeksikan Jumlah dan Laju Pertumbuhan Populasi (Studi Kasus : Pertumbuhan Populasi Perempuan di Dusun Marannu)" memandang bahwa tugas akhir tersebut telah memenuhi syarat-syarat ilmiah dan dapat disetujui untuk diajukan ke sidang ujian hasil.

Demikian persetujuan ini diberikan untuk diproses lebih lanjut.

Makassar, Oktober 2015

Pembimbing I	Pembimbing II
Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd	**Try Azisah Nurman, S.Pd., M.Pd.**
Nip : 1984314 200912 2 006	Nip : 19830524 200912 2 004

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Irwan, S.Si., M.Si

Nip: 119780922200604 1 001

PERSETUJUAN PEMBIMBING

Pembimbing penulisan tugas akhir saudari Fitriani, Nim: 60600111018, mahasiswa jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar, setelah seksama meneliti dan mengoreksi tugas akhir yang bersangkutan dengan judul "Proyeksi Matriks Leslie pada Laju Pertumbuhan Populasi" memandang bahwa tugas akhir tersebut telah memenuhi syarat-syarat ilmiah dan dapat disetujui untuk diajukan ke sidang munaqasyah.

Demikian persetujuan ini diberikan untuk diproses lebih lanjut.

Makassar, Oktober 2015

Pembimbing I	Pembimbing II
Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd	**Try Azisah Nurman, S.Pd., M.Pd**
Nip : 1984314 200912 2 006	Nip : 19830524 200912 2 004

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika

Irwan, S.Si., M.Si
Nip: 119780922200604 1 001

LAMPIRAN F

SK

KEPUTUSAN DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
UIN ALAUDDIN MAKASSAR
NOMOR : 1524 TAHUN 2014

TENTANG

PEMBIMBING/PEMBANTU PEMBIMBING DALAM PENELITIAN DAN PENYUSUNAN SKRIPSI MAHASISWA JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

Membaca	:	Surat Permohonan Mahasiswa Fakultas Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar, Nama **FITRIANI**, Nim: **60600111018** tertanggal **22 Desember 2014** untuk mendapatkan Pembimbing Skripsi dengan Judul:**"Penerapan Matriks Leslie dalam Memprediksi Laju Pertumbuhan Umur Populasi (Studi Kasus Pertumbuhan Penduduk pada Tahun 2013 Kabupaten Bulukumba)"**
Menimbang	:	a. Bahwa untuk membantu penelitian dan penyususnan skripsi mahasiswa tersebut, dipandang perlu untuk menetapkan pembimbing/pembantu pembimbing penyusunan skripsi mahasiswa tersebut diatas b. Bahwa mereka yang ditetapkan dalam surat keputusan ini dipandang cakap dan memenuhi syarat untuk diserahi tugas sebagai pembimbing/pembantu pembimbing penyusunan skripsi mahasiswa tersebut diatas.
Mengingat	:	1. Undang-undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional; 2. Peraturan Pemerintah Nomor 60 Tahun 1999 tentang Pendidikan Tinggi; 3. Keputusan Presiden Nomor 17 Tahun 2000 tentang pelaksanaan Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara; 4. Keputusan Menteri Agama RI. No. 492 Tahun 2003 tentang Pemberian Kuasa Pendelegasian Wewenang Pengangkatan, Pemindahan dan Pemberhentian PNS ditingkat Depag ; 5. Keputusan Menteri Agama RI. Nomor 25 Tahun 2013 tentang Organisasi dan Tata Kerja UIN Alauddin Makassar ; 6. Surat Menteri Agama RI. Nomor 93 Tahun 2007 Tentang Statuta UIN Alauddin Makassar; 7. Keputusan Menteri Keuagan Nomor: 330/KMK/05/ Tahun 2008 Tentang Penetapan UIN Alauddi Makassar pada Depag Sebagai Institusi Pemerintah yang Menerapkan Pengelolaan Badan Layanan Umum (BLU); 8. Surat Keputusan Rektor UIN Alauddin Nomor 129 C Tahun 2013 Tentang Pedoman Edukasi UIN Alauddin

MEMUTUSKAN

Pertama	:	Mengangkat / Menunjuk saudara : 1. **Wahyuni Abidin S.Pd., M.Pd.** sebagai Pembimbing Pertama. 2. **Try Azisah Nurman S.Pd., M.Pd.**, sebagai Pembimbing Kedua
Kedua	:	Tugas Pembimbing/ Pembantu Pembimbing dalam penelitian dan penyusunan skripsi mahasiswa adalah memeriksa draft skripsi dan naskah skripsi, memberi bimbingan, petunjuk-petunjuk, perbaikan mengenai materi, metode, bahasa dan kemampuan menguasai masalah.
Ketiga	:	Segala biaya yang timbul akibat dikeluarkannya surat keputusan ini dibebankan kepada Anggaran Belanja Fakultas Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar
Keempat	:	Surat Keputusan ini mulai berlaku sejak tanggal ditetapkan dan apabila dikemudian hari terdapat kekeliruan didalamnya akan diperbaiki sebagaimana mestinya
Kelima	:	Surat Keputusan ini disampaikan kepada masing-masing yang bersangkutan untuk diketahui dan dilaksanakan dengan penuh tanggungjawab.

Ditetapkan di : Makassar
Pada tanggal : 22 Desember 2014

Dekan,

Dr. Muhammad Khalifah Mustami, M.Pd.
NIP. 19710412 200003 1 001

KEPUTUSAN DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
UIN ALAUDDIN MAKASSAR
NOMOR : 543 TAHUN 2015

TENTANG

PANITIA SEMINAR DRAFT PENELITIAN DAN PENYUSUNAN SKRIPSI MAHASISWA
FITRIANI NIM 60600111018
JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

Membaca : Surat Permohonan Mahasiswa Fakultas Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar, FITRIANI, NIM 60600111018, **tertanggal 25 Mei 2015**, untuk melaksanakan seminar draft .

Menimbang : Bahwa untuk pelaksanaan dan kelancaran seminar draft/hasil, perlu dibentuk panitia seminar draft dan penyusunan skripsi

Mengingat :
1. Undang-undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional;
2. Peraturan Pemerintah Nomor 60 Tahun 1999 tentang Pendidikan Tinggi;
3. Keputusan Presiden Nomor 17 Tahun 2000 tentang pelaksanaan Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara;
4. Keputusan Menteri Agama Nomor: 289 Tahun 1993 JO Nomor: 202 B Tahun 1998 tentang Pemberian Kuasa dan Pendelegasian Wewenang Menandatangani Surat Keputusan
5. Keputusan Menteri Agama Nomor: 2 Tahun 2006 tentang Pedoman Pembayaran dalam Pelaksanaan Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara di Lingkungan Departemen Agama
6. Keputusan Menteri Agama RI. No. 25 Tahun 2013 tentang Organisasi dan Tata Kerja UIN Alauddin Makassar
7. Keputusan Menteri Agama RI. Nomor 93 Tahun 2007 tentang Statuta UIN Alauddin Makassar
8. Keputusan Menteri Keuangan No.330/05/2008 tentang penetapan UIN Alauddin Makassar pada Dep.Agama sebagai Instansi Pemerintah yang Menerapkan Pengelolaan Badan Layanan Umum (BLU)

MEMUTUSKAN

Menetapkan
Pertama : Membentuk Panitia Seminar draft, Jurusan **Matematika**Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar dengan komposisi :

Ketua	: **Irwan,S.Si.,M.Si**
Sekertaris	:**Muh. Irwan, S.Si., M.Si.**
Pembimbing I	: **Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd.**
Pembimbing II	: **Try Azisah Nurman,S.Pd., M.Pd.**
Penguji I	: **Ermawati, S.Pd., M.Si.**
Penguji II	: **Risnawati Ibnas, S.Si., M.Si.**
Penguji III	: **Muh. Rusyidi Rasyid, S.Ag., M.Ag., M.Ed.**
Pelaksana	: **Jusmulyadi,S.T.**

Kedua :
1. Panitia bertugas melaksanakan seminar draft/hasil, memberi bimbingan, petunjuk-petunjuk, perbaikan mengenai materi, metode, bahasa dan kemampuan menguasai masalah penyusunan skripsi
2. Biaya pelaksanaan seminar draft penelitian dibebankan kepada anggaran Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar
3. Apabila dikemudian hari ternyata terdapat kekeliruan dalam surat keputusan ini akan diubah dan diperbaiki sebagaimana mestinya

Surat Keputusan ini disampaikan kepada yang bersangkutan untuk diketahui dan dilaksanakan dengan penuh tanggungjawab.

Ditetapkan di : **Makassar**
Pada tanggal : **25 Mei 2015**

[illegible]mad Khalifah Mustami,M.Pd.
NIP. 19710412 200003 1 001

KEPUTUSAN DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
UIN ALAUDDIN MAKASSAR
NOMOR : 641 TAHUN 2015

TENTANG

PANITIA UJIAN KOMPREHENSIF
JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

Membaca : Surat permohonan Ujian Komprehensip : **FITRIANI, NIM: 60600111018**

Menimbang : Bahwa untuk pelaksanaan dan kelancaran ujian komprehensif perlu dibentuk panitia ujian

Mengingat :
1. Undang-undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional;
2. Peraturan Pemerintah Nomor 60 Tahun 1999 tentang Pendidikan Tinggi;
3. Keputusan Presiden Nomor 57 Tahun 2005 tentang Perubahan Institut Agama Islam Negeri Alauddin menjadi Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar;
4. Keputusan Menteri Agama RI Nomor 2 Tahun 2006 tentang Mekanisme Pelaksanaan Pembayaran atas Bahan Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara di Lingkungan Kementrian Agama;
5. Keputusan Menteri Agama RI. Nomor 93 Tahun 2007 tentang Statuta UIN Alauddin Makassar;
6. Keputusan Menteri Agama RI. No. 25 Tahun 2013 tentang Organisasi dan Tata Kerja UIN Alauddin Makassar
7. Surat Keputusan Rektor UIN Alauddin No.129 C tahun 2013

MEMUTUSKAN

Menetapkan :
1. Membentuk Panitia Ujian Komprehensif, Jurusan **Matematika** Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar dengan komposisi:

   Ketua : Dr.Ir.Andi Suarda, M.Si.
   Sekertaris : Nassar,S.Ag.
   Penguji I : Dr.Hasyim Haddade,S.Ag., M.Ag
   Penguji II : Irwan,S.Si., M.Si.
   Penguji III : Wahidah Alwi,S.Si., M.Si.
   Pelaksana : Andi Apriana,S.E.
2. Panitia bertugas melaksanaan ujian
3. Biaya pelaksanaan ujian dibebankan kepada anggaran Fakultas Sains dan Teknonologi UIN Alauddin Makassar.
4. Panitia dianggap bubar setelah menyelesaikan tugasnya.
5. Apabila dikemudian hari ternyata terdapat kekeliruan dalam surat keputusan ini akan diubah dan diperbaiki sebagaimana mestinya.

Surat keputusan ini disampaikan kepada yang bersangkutan untuk diketahui dan dilaksanakan dengan penuh rasa tanggung jawab.

Ditetapkan di **Makassar**
Pada tanggal **27-Mei-15**

Dekan,

Dr.Muhammad Khalifah Mustami, M.Pd.
NIP. 19710412 200003 1 001

KEPUTUSAN DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
UIN ALAUDDIN MAKASSAR
NOMOR : 1161 TAHUN 2015

TENTANG

PANITIA SEMINAR HASIL PENELITIAN DAN PENYUSUNAN SKRIPSI MAHASISWA SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

Membaca : Surat Permohonan **FITRIANI, NIM 60600111018, tertanggal 04 November 2015**, untuk melaksanakan seminar Hasil .

Menimbang : Bahwa untuk pelaksanaan dan kelancaran seminar draft/hasil, perlu dibentuk panitia seminar Hasil dan penyusunan skripsi

Mengingat :
1. Undang-undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional;
2. Peraturan Pemerintah Nomor 60 Tahun 1999 tentang Pendidikan Tinggi;
3. Keputusan Presiden Nomor 17 Tahun 2000 tentang pelaksanaan Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara;
4. Keputusan Menteri Agama Nomor: 289 Tahun 1993 JO Nomor: 202 B Tahun 1998 tentang Pemberian Kuasa dan Pendelegasian Wewenang Menandatangani Surat Keputusan
5. Keputusan Menteri Agama Nomor: 2 Tahun 2006 tentang Pedoman Pembayaran dalam Pelaksanaan Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara di Lingkungan Departemen Agama
6. Keputusan Menteri Agama RI. No. 25 Tahun 2013 tentang Organisasi dan Tata Kerja UIN Alauddin Makassar
7. Keputusan Menteri Agama RI. Nomor 93 Tahun 2007 tentang Statuta UIN Alauddin Makassar;
8. Keputusan Menteri Keuangan No.330/05/2008 tentang penetapan UIN Alauddin Makassar pada Dep.Agama sebagai Instansi Pemerintah yang Menerapkan Pengelolaan Badan Layanan Umum (BLU)

MEMUTUSKAN

Menetapkan
Pertama : Membentuk Panitia Seminar Hasil, Jurusan **Matematika** Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar dengan komposisi :

Ketua	: Irwan,S.Si.,M.Si
Sekertaris	: Muh.Irwan,S.Si.,M.Si.
Pembimbing I	: Wahyuni Abidin,S.Pd.,M.Pd.
Pembimbing II	: Try Azisah Nurman, S.Pd, M.Pd
Penguji I	: Ermawati,S.Pd., M.Si.
Penguji II	: Risnawati Ibnas,S.Si., M.Si.
Penguji III	: Muh.Rusydi Rasyid,S.Ag., M.Ag.,M.Ed.
Pelaksana	: Jusmulyadi,S.T.

Kedua :
1. Panitia bertugas melaksanakan seminar draft/hasil, memberi bimbingan, petunjuk-petunjuk, perbaikan mengenai materi, metode, bahasa dan kemampuan menguasai masalah penyusunan skripsi
2. Biaya pelaksanaan seminar draft penelitian dibebankan kepada anggaran Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar
3. Apabila dikemudian hari ternyata terdapat kekeliruan dalam surat keputusan ini akan diubah dan diperbaiki sebagaimana mestinya

Surat Keputusan ini disampaikan kepada yang bersangkutan untuk diketahui dan dilaksanakan dengan penuh tanggungjawab.

Diteta pkan di : Makassar
Pada tanggal : 04 November 2015

Dekan,

Prof. Dr.H.Arifuddin,M.Ag.
NIP. 19691205 199303 1 001

KEPUTUSAN DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI
UIN ALAUDDIN MAKASSAR
NOMOR :2056 TAHUN 2015

TENTANG

PANITIA UJIAN MUNAQASYAH
JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI

DEKAN FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI UIN ALAUDDIN MAKASSAR

Membaca : Surat permohonan : FITRIANI
NIM : 60600111018
Tanggal : 14 Desember 2015
Mahasiswa Jurusan : MATEMATIKA
Untuk Ujian Skripsi/ Munaqasyah yang berjudul " **Proyeksi Matriks Leslie pada Laju Pertumbuhan Populasi"**

Menimbang :
1. Bahwa saudara tersebut diatas telah memenuhi persyaratan Ujian Skripsi/ Munaqasyah
2. Bahwa untuk pelaksanaan dan kelancaran ujian/ Munaqasyah perlu dibentuk panitia ujian.

Mengingat :
1. Undang-undang No. 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional;
2. Peraturan Pemerintah Nomor 60 Tahun 1999 tentang Pendidikan Tinggi;
3. Keputusan Presiden Nomor 57 Tahun 2005 tentang Perubahan IAIN Alauddin menjadi UIN Alauddin Makassar;
4. Keputusan Menteri Agama RI Nomor 2 Tahun 2006 tentang Mekanisme Pelaksanaan Pembayaran atas Bahan Angga*/ran Pendapatan dan Belanja Negara di Lingkungan Kementrian Agama;
5. Keputusan Menteri Agama RI. Nomor 93 Tahun 2007 tentang Statuta UIN Alauddin Makassar;
6. Keputusan Menteri Keuangan No.330/05/2008 tentang penetapan UIN Alauddin Makassar pada Departemen Agama sebagai Instansi Pemerintah yang menerapkan pengelolaan Badan Layanan Umum (BLU)
7. Keputusan Menteri Agama RI. No. 25 Tahun 2013 tentang Organisasi dan Tata Kerja UIN Alauddin Makassar
8. Surat Keputusan Rektor UIN Alauddin Nomor 129 C Tahun 2013 Tentang Pedoman Edukasi UIN Alauddin

MEMUTUSKAN

Menetapkan :
1. Membentuk Panitia Ujian Skripsi/ Munaqasyah Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar dengan komposisi :

Ketua	: **Prof.Dr.H.Arifuddin,M.Ag.**
Sekertaris	: **Irwan,S.Si., M.Si.**
Penguji I	: **Ermawati, S.Pd.M.Si.**
Penguji II	: **Risnawati Ibnas,S.Si., M.Si.**
Penguji III	: **Muh.Rusyidi Rasyid,S.Ag., M.Ed.**
Pembimbing I	: **Wahyuni Abidin,S.Pd., M.Pd.**
Pembimbing II	: **Try Azisah Nurman,S.Pd., M.Pd.**
Pelaksana	: **Jusmulyadi,S.T.**

2. Panitia bertugas melaksanakan ujian Skripsi/Munaqasyah bagi saudara yang namanya tersebut diatas.
3. Biaya pelaksanaan ujian dibebankan kepada anggaran Fakultas Sains & Teknonologi UIN Alauddin Makassar.
4. Apabila dikemudian hari ternyata terdapat kekeliruan dalam surat keputusan ini akan diubah dan diperbaki sebagaima na mestinya.

Keputusan ini disampaikan kepada yang berangkutan untuk diketahui dan dilaksanakan dengan penuh rasa tanggung jawab.

Diletapkan di Makassar

Pada tanggal, 14 Desember 2015

Dekan,

Prof.Dr.H.Arifuddin,M.Ag.
NIP. 19691205 199303 1 001

RIWAYAT HIDUP

Fitriani, Lahir pada tanggal 21 Maret 1992, di kelurahan Tanuntung, Kecematan Herlang, Kabupaten Bulukumba, anak pertama dari empat bersaudara, pasangan Alm. Abd. Rauf dan Rosniar.

RIWAYAT PENDIDIKAN

1. Sekolah Dasar 344 Alorang Kecamatan Herlang Kabupaten Bulukumba tahun 1998 – 2004.
2. Sekolah Menengah Pertama Negeri 1 Herlang Kecamatan Herlang Kabupaten Bulukumba tahun 2004 – 2007.
3. Sekolah Menengah Atas Negeri 1 Herlang Kecamatan Herlang Kabupaten Bulukumba tahun 2007 – 2010.

Pada tahun 2011 melanjutkan pendidikan pada Perguruan Tinggi Negeri yakni Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar pada Fakultas Sains dan Teknologi Jurusan Matematika dengan Konsentrasi Statistik.

Atas rahmat Allah SWT, penulis berhasil menyelesaikan program studi strata satu (S1) dengan judul skripsi "**Proyeksi Matriks Leslie pada laju Pertumbuhan Populasi Perempuan di Dusun Marannu. (Study kasus : pertumbuhan Populasi di Dusun Marannu** ".