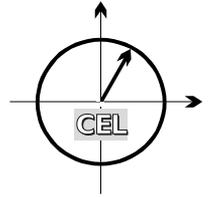


■ *Forschungsberichte aus dem  
Institut für Nachrichtentechnik des  
Karlsruher Instituts für Technologie*



Sebastian Koslowski

■ **Synchronisation und  
Entzerrung in Filterbank-  
Multicarrier-Empfängern**

■ Band 39

Copyright: Institut für Nachrichtentechnik (CEL)  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Mai 2018

Druck: Frick Kreativbüro & Onlinedruckerei e.K.  
Brühlstraße 6  
86381 Krumbach

ISSN: 1433-3821

**Forschungsberichte aus dem Institut für Nachrichtentechnik  
des Karlsruher Instituts für Technologie**  
Herausgeber: Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Jondral

- Band 1 Marcel Kohl  
**Simulationsmodelle für die Bewertung von  
Satellitenübertragungsstrecken im  
20/30 GHz Bereich**
- Band 2 Christoph Delfs  
**Zeit-Frequenz-Signalanalyse: Lineare und  
quadratische Verfahren sowie vergleichende  
Untersuchungen zur Klassifikation von Klaviertönen**
- Band 3 Gunnar Wetzker  
**Maximum-Likelihood Akquisition von Direct  
Sequence Spread-Spectrum Signalen**
- Band 4 Anne Wiesler  
**Parametergesteuertes Software Radio  
für Mobilfunksysteme**
- Band 5 Karl Lütjen  
**Systeme und Verfahren für strukturelle  
Musteranalysen mit Produktionsnetzen**
- Band 6 Ralf Machauer  
**Multicode-Detektion im UMTS**
- Band 7 Gunther M. A. Sessler  
**Schnell konvergierender Polynomial Expansion  
Multiuser Detektor mit niedriger Komplexität**
- Band 8 Henrik Schober  
**Breitbandige OFDM Funkübertragung bei  
hohen Teilnehmergegeschwindigkeiten**
- Band 9 Arnd-Ragnar Rhiemeier  
**Modulares Software Defined Radio**
- Band 10 Mustafa Mengüç Öner  
**Air Interface Identification for  
Software Radio Systems**

Forschungsberichte aus dem Institut für Nachrichtentechnik  
des Karlsruher Instituts für Technologie  
Herausgeber: Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Jondral

- Band 11 Fatih Çapar  
**Dynamische Spektrumverwaltung und elektronische Echtzeitvermarktung von Funkspektren in Hotspotnetzen**
- Band 12 Ihan Martoyo  
**Frequency Domain Equalization in CDMA Detection**
- Band 13 Timo Weiß  
**OFDM-basiertes Spectrum Pooling**
- Band 14 Wojciech Kuropatwiński-Kaiser  
**MIMO-Demonstrator basierend auf GSM-Komponenten**
- Band 15 Piotr Rykaczewski  
**Quadratureempfänger für Software Defined Radios: Kompensation von Gleichlauf Fehlern**
- Band 16 Michael Eisenacher  
**Optimierung von Ultra-Wideband-Signalen (UWB)**
- Band 17 Clemens Klöck  
**Auction-based Medium Access Control**
- Band 18 Martin Henkel  
**Architektur eines DRM-Empfängers und Basisbandalgorithmen zur Frequenzakquisition und Kanalschätzung**
- Band 19 Stefan Edinger  
**Mehrträgerverfahren mit dynamisch-adaptiver Modulation zur unterbrechungsfreien Datenübertragung in Störfällen**
- Band 20 Volker Blaschke  
**Multiband Cognitive Radio-Systeme**

**Forschungsberichte aus dem Institut für Nachrichtentechnik  
des Karlsruher Instituts für Technologie**  
Herausgeber: Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Jondral

- Band 21 Ulrich Berthold  
**Dynamic Spectrum Access using OFDM-based  
Overlay Systems**
- Band 22 Sinja Brandes  
**Suppression of Mutual Interference in  
OFDM-based Overlay Systems**
- Band 23 Christian Körner  
**Cognitive Radio – Kanalsegmentierung und  
Schätzung von Periodizitäten**
- Band 24 Tobias Renk  
**Cooperative Communications: Network Design and  
Incremental Relaying**
- Band 25 Dennis Burgkhardt  
**Dynamische Reallokation von spektralen Ressourcen  
in einem hierarchischen Auktionssystem**
- Band 26 Stefan Nagel  
**Portable Waveform Development for  
Software Defined Radios**
- Band 27 Hans-Ulrich Dehner  
**Interferenzuntersuchungen für inkohärente  
Multiband Ultra-Breitband (UWB) Übertragung**
- Band 28 Maximilian Hauske  
**Signalverarbeitung für optoelektronische Sensoren**
- Band 29 Jens Elsner  
**Interference Mitigation in  
Frequency Hopping Ad Hoc Networks**
- Band 30 Georg Vallant  
**Modellbasierte Entzerrung  
von Analog/Digital-Wandler-Systemen**

Forschungsberichte aus dem Institut für Nachrichtentechnik  
des Karlsruher Instituts für Technologie  
Herausgeber: Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Jondral

- Band 31 Martin Braun  
**OFDM Radar Algorithms  
in Mobile Communication Networks**
- Band 32 Michael Sebastian Mühlhaus  
**Automatische Modulationsartenerkennung  
in MIMO-Systemen**
- Band 33 Michael Schwall  
**Turbo-Entzerrung: Implementierungsaspekte für  
Software Defined Radios**
- Band 34 Ralph Tanbourgi  
**Diversity Combining under Interference Correlation  
in Wireless Networks**
- Band 35 Florian Engels  
**Multidimensional Frequency Estimation with  
Applications in Automotive Radar**
- Band 36 Noha El Gemayel  
**Smart Passive Localization Using Time  
Difference of Arrival**
- Band 37 Ankit Kaushik  
**Performance Analysis of Cognitive Radio Systems  
with Imperfect Channel Knowledge**
- Band 38 Johannes Fink  
**Software Defined Radar für den Nahbereich**
- Band 39 Sebastian Koslowski  
**Synchronisation und Entzerrung in  
Filterbank-Multicarrier-Empfängern**

# Vorwort des Herausgebers

Seit seiner Einführung vor über 25 Jahren schreibt der digitale Mobilfunk eine beeindruckende Erfolgsgeschichte. Die Funktechnik erobert immer neue Anwendungsfelder und ist zu einer tragenden Säule des privaten wie des öffentlichen Lebens geworden. Die Erfolgsgeschichte des Mobilfunks kann jedoch nur fortgeschrieben werden, wenn es zu laufenden Verbesserungen, d.h. Effizienzsteigerungen, in der Übertragungstechnik kommt.

Moderne Übertragungsverfahren nutzen *Multicarrier* Verfahren, die gegenüber der Eintonübertragung bei gleicher Übertragungsrate und Bandbreite nicht von der Hand zu weisende Vorteile (z.B. bezüglich der Komplexität der Kanalverzerrung oder der spektralen Effizienz) bieten. Unter anderem solche Überlegungen haben dazu geführt, ab der vierten Mobilfunkgeneration auf die OFDM-Übertragung zu setzen. Die Analyse und Optimierung der Sendesignale von *Multicarrier* Systemen erfolgt nicht mehr klassisch im Zeit- oder im Frequenzbereich sondern muss über der Zeit-Frequenz-Ebene stattfinden. Eine wesentliche Rolle spielt dabei das Impulsformungsfilter, das bei OFDM ein Rechteckfenster (im Zeitbereich) ist. Insgesamt wird deutlich, dass es, wenn es um die Orthogonalität der Übertragung geht, entscheidend auf die Positionierung der Übertragungssymbole in der Zeit-Frequenz-Ebene und auf die durch das Impulsformungsfilter vorgegebene Energieverteilung über der Zeit-Frequenz-Ebene, d.h. auf seine *Ambiguity Function*, ankommt.

Nun bringt die OFDM Übertragung, insbesondere mit Blick auf die Einfachheit der benötigten Signalverarbeitungsalgorithmen, nicht zu unterschätzende Vorteile mit sich. Allerdings dürfen gewisse Nachteile bezüglich der Übertragungseffizienz (Beibehaltung der Orthogonalität der Unterträger bei der Übertragung, Notwendigkeit der Einfügung zyklischer Präfixe, Synchronisation bei OFDMA im Uplink) nicht übersehen werden. Daher werden zurzeit weitere *Multicarrier* Verfahren untersucht. Sie weisen gegenüber OFDM eine höhere Übertragungseffizienz, allerdings zum Preis eines ebenfalls höheren Signalverarbeitungsaufwands im Sender oder Empfänger, auf. Im Zentrum dieser Untersuchungen stehen geeignete Synchronisations- und Kanalverzerrungsverfahren. Hierbei müssen natürlich auch die optimale Positionierung der Übertragungssymbole über der Zeit-Frequenz-Ebene sowie deren Impulsformung berücksichtigt werden.

Die Dissertation von Sebastian Koslowski trägt alle notwendigen Signalverarbeitungsalgorithmen für ein FMBC Übertragungssystem, insbesondere für die empfängerseitige Synchronisation und Kanalverzerrung, zusammen und macht die komplexe Wechselwirkung zwischen verschiedenen Parametern deutlich. Darüber hinaus zeigt sie anhand einer prototypischen Implementierung, dass mit dem hier vorgestellten System im Mobilfunk Bandbreiten von bis zu 10 MHz in Echtzeit genutzt werden können.

Karlsruhe, im Mai 2018

Friedrich Jondral

# Synchronisation und Entzerrung in Filterbank-Multicarrier-Empfängern

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für  
Elektrotechnik und Informationstechnik  
des Karlsruher Instituts für Technologie

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Sebastian Koslowski

geb. in Herrenberg

Tag der mündlichen Prüfung:  
Hauptreferent:  
Korreferent:

11. Mai 2018  
Prof. Dr. rer. nat. Friedrich K. Jondral  
Prof. Dr.-Ing. Andreas Czylwik



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Mehrträgerübertragung . . . . .	5
2.2	Systemmodell . . . . .	7
2.2.1	Sender . . . . .	7
2.2.2	Kanal . . . . .	8
2.2.3	Empfänger . . . . .	10
2.3	Filterbank-Multicarrier . . . . .	11
2.3.1	Orthogonale pulsgeformte Signalisierung . . . . .	11
2.3.2	Prototypfilter . . . . .	15
2.3.3	Sender . . . . .	20
2.3.4	Empfänger . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Struktur und Eigenschaften von FBMC-Signalen</b>	<b>29</b>
3.1	Modellierung . . . . .	29
3.2	Intrinsische Interferenz . . . . .	32
3.3	Zeit- und Frequenzverschiebung . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Synchronisation in FBMC</b>	<b>41</b>
4.1	Problemstellung . . . . .	41
4.2	Referenzsignale . . . . .	43
4.2.1	Pilotsequenzen . . . . .	43
4.2.2	Verteilte Piloten . . . . .	56
4.3	Symbol- und Rahmentaktrückgewinnung . . . . .	60
4.3.1	Schätzverfahren . . . . .	62
4.3.2	Kanaleinflüsse . . . . .	66
4.4	Schätzer für die Trägerfrequenzabweichung . . . . .	70
4.4.1	Direkte Korrelation . . . . .	71
4.4.2	Zyklische Pilotsequenz . . . . .	74
4.4.3	Kanaleinflüsse . . . . .	79
4.5	Schätzung der Kanalimpulsantwort . . . . .	84

<b>5</b>	<b>Entzerrung von FBMC-Signalen</b>	<b>87</b>
5.1	Verfahren zur linearen Entzerrung . . . . .	88
5.1.1	Single-Tap Approximation . . . . .	88
5.1.2	Fourierapproximation . . . . .	90
5.1.3	Simulation . . . . .	93
5.2	Entzerrer mit minimaler Fehlerenergie . . . . .	96
5.2.1	Signalmodell für die Beobachtungen . . . . .	97
5.2.2	Signalmodell für den Schätzwert . . . . .	101
5.2.3	Berechnung der Entzerrerkoeffizienten . . . . .	103
5.2.4	Simulation und Aufwandsbetrachtungen . . . . .	106
5.3	Iterative Entzerrung . . . . .	110
5.3.1	MMSE mit a-priori Information . . . . .	110
5.3.2	Mehrstufige Entzerrung . . . . .	118
5.3.3	Turbo-Entzerrung . . . . .	119
5.4	Frequency Spreading FBMC . . . . .	125
<b>6</b>	<b>FBMC in Software Radios</b>	<b>131</b>
6.1	Implementierungsaspekte . . . . .	132
6.1.1	Polyphasenfilterbänke . . . . .	133
6.1.2	Kurzzeit-Fouriertransformation . . . . .	137
6.2	Plattform . . . . .	139
6.2.1	Software . . . . .	140
6.2.2	Hardware . . . . .	142
6.3	Wellenform . . . . .	143
6.3.1	Sender . . . . .	144
6.3.2	Empfänger . . . . .	148
6.4	Messungen . . . . .	151
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>155</b>
	<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>157</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>159</b>
	<b>Studentische Arbeiten</b>	<b>167</b>
	<b>Index</b>	<b>171</b>

# Einleitung

Die Entwicklung moderner Mobilfunksysteme ist durch immer höhere Datenraten, geringere Latenzen und steigende Nutzerdichten getrieben. Angesichts des begrenzt verfügbaren Spektrums stellt dies die Nachrichtentechnik vor neue Herausforderungen. Heutige und besonders zukünftige Übertragungsverfahren müssen das zur Verfügung stehende Spektrum möglichst effizient nutzen, um die gestellten Anforderungen erfüllen zu können.

Das motiviert den Einsatz von immer aufwändigeren Verfahren zur Codierung, Modulation und Übertragung von Daten. Attraktive Lösungen ergeben sich dabei auch aus Ansätzen, die schon länger bekannt sein können, jedoch erst mit der Verfügbarkeit leistungsfähigerer Signalverarbeitungseinheiten mit vertretbarem Aufwand realisierbar sind. Die ebenfalls steigende Komplexität der Szenarien durch mehr Nutzer mit teilweise stark unterschiedlichen Anforderung erfordert zudem den Einsatz von entsprechend komplexen Übertragungstechniken: Hohe Flexibilität wird durch eine Vielzahl an Übertragungsmodi und möglichen -bändern realisiert. Eine dynamische Adaption verschiedener Übertragungsparameter ermöglicht darüber hinaus eine individuelle Anpassung an den Funkkanal. Die grundlegenden Limitierungen ergeben sich dabei oft aus dem verwendeten Übertragungsverfahren selbst.

Ein Beispiel stellt die Mehrträgerübertragungstechnik Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) dar, welche konzeptionell schon seit 1966 bekannt ist [Cha66], aber erst durch entsprechende technologische Fortschritte in der Schaltungstechnik breite Anwendung findet. Mit diesem Verfahren kann eine der Herausforderungen breitbandiger Mobilfunkkommunikation, das unter Umständen stark frequenzselektive

## 1 Einleitung

Verhalten des Übertragungskanal, effektiv behandelt werden. Das erfordert jedoch bestimmte Schutzintervalle und damit eine Reduktion der Übertragungseffizienz. Zusätzlich erschwert die hohe Außerbandstrahlung von OFDM-Signalen eine effiziente Spektrumsnutzung erheblich.

Diese Nachteile motivieren die Erforschung anderer Mehrträgerverfahren, die als Weiterentwicklung von OFDM dessen ungünstige Eigenschaften vermeiden und dieses in zukünftigen Mobilfunksystemen ergänzen oder ersetzen können. Die Entwicklung und Untersuchung solcher neuen Wellenformen wird unter anderem in Forschungsprojekten wie PHYDYAS [PHY], 5GNOW [FGN] oder METIS 2020 [MTS] gefördert, stets mit dem Ziel, die Effizienz und Robustheit der Übertragung zu steigern. Im Allgemeinen geht dies einher mit einer aufwändigeren Verarbeitung zur Erzeugung und Decodierung der Signale, wie sich aus den Ansätzen der betrachteten Kandidaten wie Generalized Frequency Division Multiplexing (GFDM), Universal Filtered Multicarrier (UFMC) und Filterbank-Multicarrier (FBMC) erkennen lässt [LZ16].

Gegenstand dieser Arbeit ist Filterbank-Multicarrier, ein Verfahren mit ähnlichem historischem Ursprung wie OFDM, jedoch wegen der enthaltenen Pulsformung komplexer zu realisieren. Das grundlegende Konzept zur orthogonalen Signalisierung unter Pulsformung bei minimaler Bandbreite wird erst mit einer effizienten Implementierung auf Basis von Polyphasenverarbeitung interessant. Für FBMC selbst sind verschiedene Varianten bekannt, die teilweise ineinander überführbar sind [FB11]. Das in dieser Arbeit betrachtete Staggered-Multitone (SMT), auch unter der Bezeichnung OFDM/OQAM bekannt, weist eine sehr geringe Außerbandstrahlung auf und vermeidet den Effizienzverlust durch Schutzintervalle zwischen den Symbolen, wie sie bei OFDM benötigt werden.

### **Aufgabenstellung und Ziele der Arbeit**

In dieser Arbeit werden verschiedene Aspekte der Empfangssignalverarbeitung für FBMC-basierte Funksignalübertragungen untersucht. Die digitale Signalverarbeitung um die eigentliche Demodulation der Daten herum, lässt sich in die Bereiche Synchronisation und Entzerrung unterteilen:

Zur Synchronisierung einer Übertragung werden am Empfänger der gleiche Symboltakt und eine identische Frequenzlage wie am Sender hergestellt.

Die dazu verwendeten Verfahren müssen unter den speziellen Randbedingungen von FBMC funktionieren — am Sender, durch geeignete Einbringung von Referenzen und, am Empfänger, bei der Schätzung von Synchronisierungsinformationen. Als Weiterentwicklung oder Verallgemeinerung von OFDM stellt sich dabei auch die Frage, ob und mit welcher Effektivität sich die dafür verwendeten Verfahren übertragen lassen.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung und Untersuchung von Verfahren zur Synchronisation speziell für FBMC. Dies schließt den Entwurf geeigneter Referenzsignale ein: Hierzu werden Ansätze zur effizienten Einbettung von Pilotsequenzen in FBMC-Signale betrachtet. Damit wird ein Schema mit zyklischen Pilotsequenzen entwickelt, welches eine robuste Schätzung von Synchronisierungsinformationen am Empfänger ermöglicht. Neben umfangreichen Rechnersimulationen zur Untersuchung der Leistungsfähigkeit in unterschiedlichen Übertragungskanälen, wird ein prototypisches System beschrieben, mit dem die entwickelten Verfahren erfolgreich verifiziert werden konnten. Mit Hilfe der in dieser Arbeit entwickelten Algorithmen kann ein flexibles, breitbandiges Funkübertragungssystem realisiert werden, das in Echtzeit auf einfacher PC-Hardware mit Software Radio Frontend betrieben werden kann.

Der zweite Themenbereich beschäftigt sich mit der Entzerrung von FBMC-Signalen. In von Mehrwegeausbreitung geprägten Szenarien wird eine effiziente Schätzung des Kanaleinflusses und eine effektive Entfernung der resultierenden Interferenzen benötigt. Aufgrund der speziellen Signalstruktur von FBMC stellt sich die Frage, inwiefern die von OFDM bekannten Methoden zur Frequenzbereichsentzerrung bei Verwendung von Pulsformung und mangels eines zyklischen Präfixes genutzt werden können.

Hier ist das Ziel dieser Arbeit zunächst verschiedene Ansätze zur Entzerrung zu analysieren und vergleichen. Aus diesen Ergebnissen und mit Hilfe von Rechnersimulationen werden neue Aspekte hinsichtlich der Leistungsfähigkeit herausgearbeitet, womit dann Aussagen über die Eignung abhängig von der Ausbreitungssituation und den Systemparametern möglich sind. Darüber hinaus werden Verfahren zur iterativen Entzerrung nach dem Turbo-Prinzip speziell für FBMC-Signale vorgestellt und suboptimale Vereinfachungen zur Aufwandsreduktion aufgezeigt.

### **Gliederung der Arbeit**

In Kapitel 2 werden einige Grundlagen von Mehrträgerübertragung im Allgemeinen und für FBMC im Speziellen diskutiert. Neben dem angenommenen Systemmodell werden hier die Voraussetzungen für orthogonale Signalisierung und die zugehörige Signalverarbeitung in Filterbänken erläutert. Darauf aufbauend werden in Kapitel 3 grundlegende Signalmodelle für eine FBMC-Übertragung eingeführt und Untersuchungen zum Interferenzverhalten diskutiert.

Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Synchronisation von rahmenbasierten FBMC-Übertragungen. Dies beinhaltet die Schätzung von Symboltakt, Trägerfrequenzabweichung und Kanalimpulsantwort mit Hilfe von Referenzsignalen. Diskutiert werden Methoden zum Entwurf solcher Signale und darauf aufbauend Verfahren zur Synchronisation.

Dem schließt sich in Kapitel 5 eine Diskussion zur Entzerrung von FBMC-Signalen an. Zur Kompensation von Kanälen mit Mehrwegeausbreitung werden Verfahren mit unterschiedlichem Realisierungsaufwand und Effektivität diskutiert und verglichen. Dies beinhaltet MMSE-optimale und auch iterative Lösungen sowie eine Entzerrung im Frequenzbereich.

In Kapitel 6 beschäftigt sich mit verschiedenen Realisierungsaspekten von FBMC-Systemen im Kontext von Software Radio. Es werden Aufwandsreduktionen auf algorithmischer Ebene diskutiert und eine Demonstrationsplattform für ein FBMC-basiertes Overlayssystem vorgestellt, welches auf den in dieser Arbeit diskutierten Algorithmen basiert.

# Grundlagen

In diesem Kapitel werden grundlegende Themen behandelt, auf denen die Ausführungen der folgenden Kapitel aufbauen. Dies umfasst eine kurze Einführung zu Mehrträgerübertragungssystemen, eine Übersicht des für diese Arbeit verwendeten Systemmodells und schließlich eine ausführliche Beschreibung des betrachteten Filterbank-basierten Mehrträgerübertragungssystems. Dabei wird auf den Aufbau und die Eigenschaften des Symbolgitters, den Entwurf geeigneter Filter sowie auf die Verarbeitung mit Polyphasenstrukturen eingegangen.

## 2.1 Mehrträgerübertragung

Mehrträgerübertragung wird vor allem für breitbandige Mobilfunkübertragungen in einem von Mehrwegeausbreitung geprägten Umfeld eingesetzt. In diesem Szenario wird eine aufwändige Entzerrung am Empfänger benötigt: Je schneller Daten übertragen werden, desto kürzer sind die Symboldauern. Unter Mehrwegeausbreitung sind dem gerade empfangenen Symbol immer mehr vergangene Symbole überlagert und erschweren eine zuverlässige Schätzung erheblich. Es werden daher Entzerrer eingesetzt, um die Überlagerung mit vergangenen Symbolen zu entfernen und damit den Einfluss des Mehrwegekanals rückgängig zu machen. Ziel ist es, dass nur noch Additives weißes Gauß'sches Rauschen (AWGN) verbleibt, für das eine optimale Schätzung effizient durchgeführt werden kann.

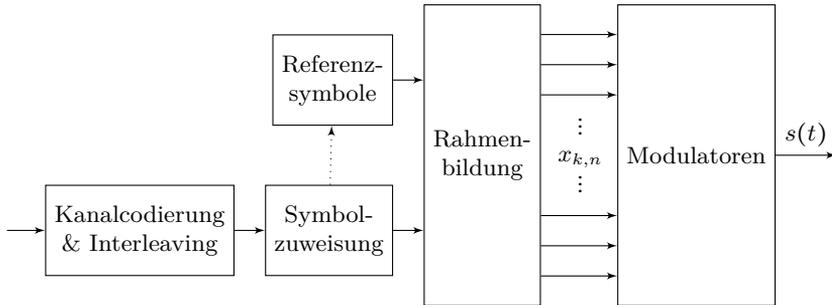
Der Aufwand für eine effektive Entzerrung steigt mit der Übertragungsrate schnell an. Statt einer Übertragung auf einem Träger bieten sich daher Mehrträgerübertragungssysteme an. Dabei wird das zur Verfügung

stehende Übertragungsband in mehrere parallele, niederrätige Übertragungen aufgeteilt. Die Symbolrate auf den einzelnen Unterträgern wird reduziert und die Entzerrung vereinfacht. Um dabei nicht die Effizienz der gesamten Übertragung zu reduzieren, müssen die zugehörigen Signale einzelner Datensymbole im Zeit- und/oder Frequenzbereich überlappen. Zu der potentiellen Störung von vorhergehenden und nachfolgenden Symbolen, der Inter-Symbol-Interferenz (ISI), können hier auch benachbarte Unterträger beitragen, sogenannte Inter-Carrier-Interferenz (ICI). Dies muss durch einen geeigneten Systementwurf so weit wie möglich vermieden werden.

Ein populärer Vertreter solcher Verfahren ist Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM). Dabei werden die Datensymbole auf jedem Unterträger linear mit einem rechteckförmigen Filter moduliert. Aufeinanderfolgende Symbole überlappen nicht; die Spektren einzelner Unterträger überlappen allerdings recht stark. Unter Einfluss von Mehrwegen kann die strikte Trennung von Symbolen in Zeitrichtung nicht aufrecht erhalten werden. Am Sender werden daher Schutzintervalle zwischen die parallel übertragenen Symbole eingefügt. Werden diese als zyklisches Präfix ausgeführt, kann die Entzerrung sehr effizient im Frequenzbereich erfolgen. Dies wird allerdings durch einen Verlust an spektraler Effizienz erkaufte, da die Schutzintervalle vor der Detektion verworfen werden und die enthaltene Signalenergie ungenutzt bleibt.

Betrachtet man die Pulsformung selbst, zeigt sich ein weiterer Nachteil von OFDM: Rechteckförmige Pulse resultieren in relativ großen Signalanteilen außerhalb des vorgesehenen Übertragungsbandes. Um benachbarte, z.B. per FDMA getrennte, Übertragungen nicht zu stören müssen Schutzbänder eingefügt werden, so dass die noch verbleibende Außerbandstrahlung vernachlässigbar klein wird. Der effektive Bandbreitenbedarf eines OFDM-Systems steigt damit, womit die spektrale Effizienz zusätzlich reduziert wird.

Als Weiterentwicklung und potentielle Nachfolger von OFDM werden einige Verfahren diskutiert, mit denen diese Nachteile vermieden oder zumindest abgeschwächt werden können. Bei Filterbank-basierten Mehrträgerverfahren können durch Einsatz anderer Pulsformen mit günstigerem Amplitudengang sowohl die Effizienzverluste durch das zyklische Präfix als auch die unerwünschte Außerbandstrahlung vermieden werden.



**Abb. 2.1:** Blockdiagramm des Senders: Codierung der zu übertragenden Daten, Bildung des Senderrahmens und Modulation

## 2.2 Systemmodell

An dieser Stelle wird das in dieser Arbeit zu Grunde gelegte Systemmodell beschrieben. Dies ist unterteilt in einen Sender, der binäre Daten in das Sendesignal  $s(t)$  umsetzt, einen Kanal, der den Zusammenhang zwischen Sende- und Empfangssignal  $r(t)$  beschreibt, und einen Empfänger, der die gesendeten Daten aus dem Empfangssignal schätzt.

### 2.2.1 Sender

Am Eingang des in Abbildung 2.1 gezeigten Systems sei einer binärer Datenstrom. Dieser wird in Pakete unterteilt und mittels einer Kanalcodierung gegen Fehler bei der Übertragung geschützt. Eine zusätzliche Absicherung gegen Bündelfehler, so genanntes Interleaving, liefert eine Verwürfelung der codierten Daten.

Zur Bildung eines Übertragungsrahmens werden die verwürfelten Daten in Gruppen von  $K$  Bits auf einen von  $2^K$  Konstellationspunkten in der komplexen Ebene, so genannte Symbole abgebildet. Es folgt die Verteilung der Symbole auf die Unterträger und das Einfügen von Pilotsymbolen, so dass sich eine Matrix aus Sendesymbolen  $x_{n,k}$  ergibt. Diese beschreibt, wie die Daten in der Zeit-Frequenz-Ebene übertragen werden.

Diese Matrix wird nun zeilenweise von linearen Modulatoren in die zugehörigen Unterträgersignale umsetzt. Dazu werden Symbole eines Un-

terträgers als Impulskamm auf ein Pulsformungsfilter gegeben, das als Bandpass um die zugehörige Mittenfrequenz ausgeführt ist. Schließlich werden alle so erzeugten Unterträgersignale überlagert und es ergibt sich das Sendesignal

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{n,k} \cdot g_k(t - nT). \quad (2.1)$$

Zweckmäßig ist hier die Darstellung im komplexen Basisband [Jon06, Kap. 1] — dazu werden hier und im Folgenden alle Unterträgerfrequenzen relativ zur Mittenfrequenz des Übertragungsbands angegeben.

### 2.2.2 Kanal

Der Übertragungs- oder auch Funkkanal beschreibt die physikalischen Ausbreitungseffekte zwischen Sender und Empfänger. Zusätzlich können dem Kanal auch weitere Einflüsse wie Nichtidealitäten der Funkhardware sowie das Empfängerrauschen zurechnet werden, so dass dieser alle Einflüsse beschreibt, die zwischen dem Ausgang des Modulators  $s(t)$  und dem Eingang des Demodulators  $r(t)$  auftreten.

Bei der Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen im für die Mobilfunkübertragung relevanten Spektrum treten Effekte wie Reflexion, Streuung, Beugung oder Brechung auf. So können sich bei der Wellenausbreitung vom Sender aus mehrere Signalwege ausprägen, die sich am Empfänger überlagern. Dabei sind die Signalwege durch unterschiedliche Laufzeit, Phase und Dämpfung charakterisiert, womit sich abhängig von der Frequenz konstruktive oder destruktive Überlagerungen ergeben können. Ein solcher zeitdispersiver Übertragungskanal weist somit frequenzselektives Fading auf [Kam04b, Kap. 2.5].

Zur Beschreibung von Kanälen mit Mehrwegeausbreitung werden lineare Systeme im komplexen Basisband verwendet. Der Zusammenhang zwischen Sende- und Empfangssignal lässt sich mit

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau_c) s(t - \tau_c) d\tau_c + \eta(t) \quad (2.2)$$

ausdrücken. Die komplexwertige Kanalimpulsantwort  $h(t, \tau_c)$  gibt den Betrag und die Phase der zum Zeitpunkt  $t$  mit einer Verzögerung von  $\tau_c$

Verzögerung in ms	Dämpfung in dB	
	Vehicular A	Pedestrian B
0,00	0,0	0,0
0,20		-0,9
0,31	-1,0	
0,71	-9,0	
0,80		-4,9
1,09	-10,0	
1,20		-8,0
1,73	-15,0	
2,30		-7,8
2,51	-20,0	
3,70		-23,9

**Tab. 2.1:** Mehrwegekomponenten der verwendeten ITU-Kanalmodelle nach [Erg09, Kap. 2.4.8.2]

eintreffenden Signalkomponente an. Weiter wird mit  $\eta(t)$  das Empfänger-rauschen beschrieben, welches eine Realisierung eines komplexwertigen weißen Gauß'schen Rauschprozesses darstellt. Dieser wird hier durch die Leistung charakterisiert, die in das Übertragungsband fällt, und relativ zur Empfangssignalleistung als Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) angegeben.

Zur Untersuchung der Einflüsse einer Mehrwegeausbreitung bietet sich die Verwendung von stochastischen Modellen an. Im Vergleich zu einer deterministischen Modellierung eines konkreten Ausbreitungsszenarios ermöglichen diese es, die Leistungsfähigkeit eines Systems mit deutlich weniger Aufwand zu untersuchen. Dazu wird die Kanalimpulsantwort  $h(t, \tau_c)$  aus Realisierungen verschiedener Gaußprozesse gebildet, mit deren Parameter sich unterschiedliche Szenarien nachbilden lassen [Erg09, Kap. 2.4.8].

Die International Telecommunication Union (ITU) stellt Kanalmodelle für verschiedene typische Mobilfunkszenarien bereit, die unter Anderem auf einer statistischen Analyse von experimentellen Untersuchungen beruhen und somit reale Übertragungsszenarien gut nachbilden können [Erg09]. Hier werden hauptsächlich die Varianten *Pedestrian B* und *Vehicular*

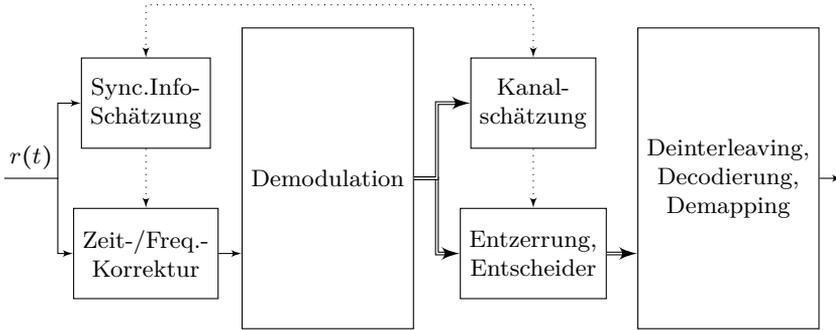
$A$  verwendet, deren Mehrwegekomponenten in Tabelle 2.1 verzeichnet sind. Gemäß dem zugrundeliegenden Tapped-Delay-Line Modell wird jede Komponente durch einen komplexwertigen Gaußprozess mit einem Leistungsdichtespektrum nach Jakes modelliert, welches entsprechend der angenommenen Geschwindigkeit und Dämpfung skaliert ist [Kam04b, Kap. 2.5].

Zusätzlich zu Mehrwegeausbreitung und Empfängerrauschen ist meist noch eine Trägerfrequenzabweichung zu beachten. Diese entsteht durch Fehler in den Oszillatoren von Sende- und Empfangshardware. Zusätzlich kann die Beeinflussung des Signals durch einen Kanal mit Doppler-Effekten, wie sie bei einer relativen Bewegung von Sender und Empfänger entstehen, als Frequenzverschiebung approximiert werden [Pro01]. Alle diese Effekte resultieren in einer Abweichung von der erwünschten bzw. erwarteten Trägerfrequenz, womit das Empfangssignal  $r(t)$  nicht die identische Frequenz- und Phasenlage wie das Sendesignal  $s(t)$  hat.

### 2.2.3 Empfänger

Die Signalverarbeitung am Empfänger beginnt mit dem komplexen Basisbandsignal. Abbildung 2.2 zeigt schematisch den Aufbau: Es müssen der Symboltakt und Rahmenstart sowie Frequenz- und Phasenlage relativ zum gesendeten Signal bestimmt werden. Dazu werden vom Sender eingefügte Referenzsignale verwendet. Deren Lage und Wert sind am Empfänger bekannt und erlauben im Gegensatz zu blinden Verfahren eine Schätzung der gesuchten Parameter ohne statistische Eigenschaften des Signals über viele Symbole hinweg auswerten zu müssen. Nach der Korrektur von Frequenz- und Zeitoffset wird davon ausgegangen, dass am Eingang des sich anschließenden Demodulators ein von diesen Effekten weitestgehend bereinigtes Signal anliegt. Das heißt, verbleibende Abweichungen können dem mehrwegebehafteten Übertragungskanal zugerechnet werden.

Die Demodulation erfolgt nach dem Matched-Filter-Prinzip [Pro01, Kap. 5.1], wobei für jeden Unterträger zunächst mit der zugehörigen Impulsantwort des Sendefilters gefiltert und geeignet abgetastet wird. Interferenzen durch Mehrwegeübertragungen werden anschließend mit einem linearen Entzerrer getrennt für jeden Unterträger bestmöglich unterdrückt. Die Schätzungen der Symbole werden abschließend zu einem Datenstrom kombiniert und nach Deinterleaving und Decodierung ausgegeben.



**Abb. 2.2:** Blockdiagramm des Empfängers: Nach Synchronisation und Demodulation werden die Unterträgersignale parallel von Kanalschätzung und Entzerrung verarbeitet und schließlich im letzten Block zu einem Datenstrom kombiniert und Decodiert.

## 2.3 Filterbank-Multicarrier

### 2.3.1 Orthogonale pulsgeformte Signalisierung

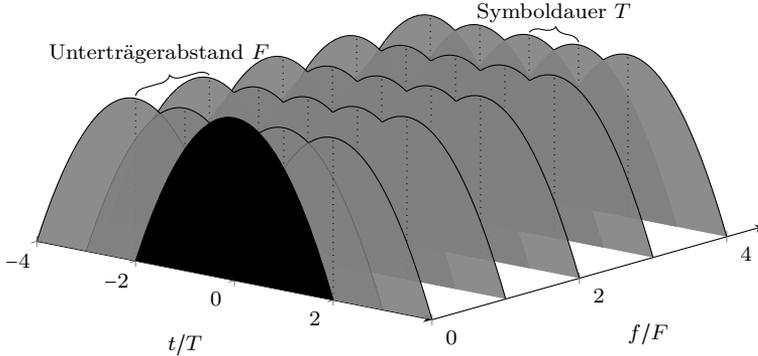
FBMC-Systeme basieren im Allgemeinen auf orthogonaler Signalisierung. Dabei werden die zu übertragenden Symbole so auf ein Sendesignal abgebildet, dass diese sich zumindest unter idealen Bedingungen fehler- und interferenzfrei wieder extrahieren lassen. Die Symbole werden hierzu Gitterpunkten in der Zeit-Frequenz-Ebene zugeordnet. Jedem dieser Gitterpunkte ist eine eigene Pulsfunktion zugeordnet, die mit dem zugehörigen Symbol gewichtet wird. Die Überlagerung aller gewichteten Pulse ergibt das Sendesignal.

Die Pulsfunktionen werden alle aus einem einzigen Prototypen gebildet: In Zeitrichtung erfolgt dies, wie bei linearer Modulation üblich, durch Translation um Vielfache der Symboldauer. In Frequenzrichtung wird durch Modulation der Impulsantwort eine Verschiebung um Vielfache des Unterträgerabstands erreicht:

$$g_{k,n}(t) = g(t - nT) \cdot \exp(j2\pi kF(t - nT)). \quad (2.3)$$

Wie in Abbildung 2.3 skizziert, erzeugen diese Pulsfunktionen ein rechteckförmiges Gitter mit der Seitenlänge  $T$  bzw.  $F$  in Zeit- bzw. Frequenzrichtung. Für jeden der Punkte auf dem Gitter wird am Empfänger

## 2 Grundlagen



**Abb. 2.3:** Verschiebung eines Prototypen um Vielfache der Symboldauer  $T$  in Zeitrichtung und um Vielfache des Unterträgerabstands  $F$  in Frequenzrichtung.

ein Matched-Filter  $g_{k,n}^*(-t)$  verwendet, um das übertragene Symbol zu schätzen. Dabei ergibt sich eine orthogonale Signalisierung, wenn

$$\langle g_{0,0}(t), g_{k,n}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) g_{k,n}^*(t) dt = \delta_{0,k} \delta_{0,n} \quad (2.4)$$

gilt, wobei  $\delta_{k,0}$  das Kronecker-Delta darstellt [BSM05].

Wesentlichen Einfluss auf die Einhaltung dieser Bedingung hat, neben der Form des Prototypfilters, der Abstand der Symbole in Zeit- und Frequenzrichtung. Dieser kann durch die Gitterdichte  $\delta = (TF)^{-1}$  beschrieben werden und ist proportional zur spektralen Effizienz der Übertragung: Für komplexwertige Symbole fester Dauer ist diese durch deren Stufigkeit und den resultierenden Bandbreitenbedarf bestimmt. Im Kontext pulsgestalteter Mehrträgerübertragung gilt es, neben einer geringen Bandbreitenüberhöhung an den Bandrändern, einen möglichst geringen Unterträgerabstand  $F$  zu erreichen. Damit ergibt sich eine Signalisierung möglichst nahe der Nyquistrate [Sk101, Kap. 9.3] und damit eine hohe spektrale Effizienz.

Zur Charakterisierung eines Prototypfilters kann dessen Zeit- und Frequenz-

Dispersion betrachtet werden:

$$\sigma_t^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |g(t)|^2 dt \quad \sigma_f^2 = \int_{-\infty}^{\infty} f^2 |G(f)|^2 df, \quad (2.5)$$

wobei  $G(f)$  die Fouriertransformierte des Pulses  $g(t)$  ist und angenommen wird, dass diese um  $t = 0$  bzw.  $f = 0$  herum konzentriert sind. Gemäß der Heisenberg-Garbor-Unschärferelation gilt stets

$$\sigma_t \sigma_f \geq \frac{1}{4\pi} \|g(t)\|^2, \quad (2.6)$$

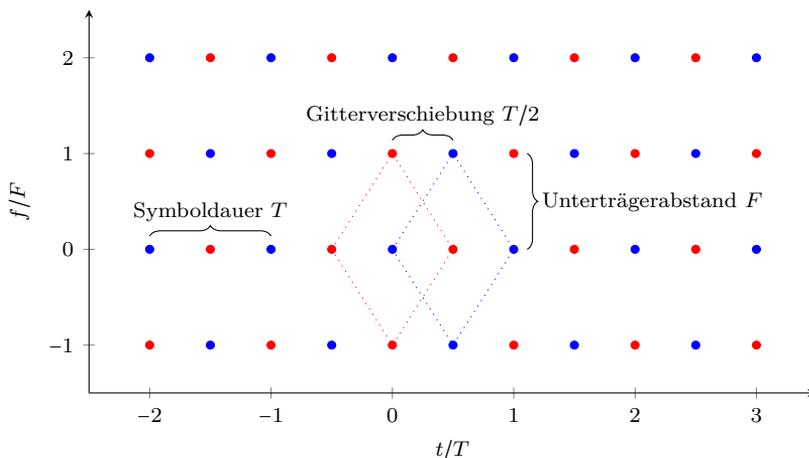
wobei  $\|g(t)\|^2$  die Pulsenergie beschreibt. Das Verhältnis der rechten zur linken Seite der Ungleichung ist der Heisenberg-Parameter  $\xi \leq 1$ . Anschaulich kann ein Puls die Symbolenergie nicht in Zeit- und Frequenzrichtung beliebig konzentriert auf ein Signal abbilden. Sind beide Dispersionen endlich spricht man von stark lokalisierten Pulsen [MSG<sup>+</sup>07]. Der Zusammenhang zwischen den Eigenschaften von Prototypfiltern und der Gitterdichte kann mit dem Balian-Low-Theorem hergestellt werden [BHW94]:

Während bei  $\delta > 1$  keine orthogonale Signalisierung möglich ist, kann dies bei  $\delta \leq 1$  mit geeigneten Pulsen erreicht werden. Im Grenzfall  $\delta = 1$  ist dies nur mit nicht stark lokalisierten Pulsen möglich. Beispiel hierfür sind die bei OFDM eingesetzten Rechteckpulse. Erst bei Gitterdichten  $\delta < 1$  können die hier bevorzugten, stark lokalisierten Pulse verwendet werden. Demnach muss der Einsatz solcher Pulse durch einen Verlust an spektraler Effizienz erkauft werden.

Bei FBMC wird diese Einschränkung umgangen, indem zwei um  $T/2$  verschobene rautenförmige Symbolgitter für Inphasen- und Quadraturanteil verwendet werden. Die resultierende Struktur zeigt Abbildung 2.4. Beide Gitter haben maximale Symboldichte  $\delta = 1$ . Allerdings können für diese stark lokalisierte Pulse eingesetzt werden [Cha66]. Die Orthogonalität muss nun zusätzlich zu den Punkten innerhalb der Gitter auch zwischen den beiden Gittern selbst sichergestellt werden. Dazu ist eine Abschwächung der Bedingung (2.4) nötig:

$$\operatorname{Re} \left\{ \langle g_{0,0}(t), g_{k,n}(t) \rangle \right\} = \delta_{0,k} \delta_{0,n}, \quad (2.7)$$

d.h. nur noch der Realteil des Innenprodukts weist die für orthogonale Signalisierung benötigten Eigenschaften auf. Der Imaginärteil hingegen ist



**Abb. 2.4:** Rautenförmige Symbolgitter für Inphasenteil der Symbole (blau) und, um  $T/2$  verzögert für den Quadraturanteil (rot)

im Allgemeinen nicht mehr frei von ISI. Unter dieser Bedingung können somit nur reellwertige Sendesymbole interferenzfrei übertragen werden. Jeder Gitterpunkt trägt nur noch die halbe Information. Beide Gitter zusammen weisen durch die Verdoppelung der Punkte in Zeitrichtung eine Dichte von  $\delta = 2$  auf und so ergibt sich insgesamt eine Übertragung bei maximaler Gitterdichte und stark lokalisierten Pulsen.

Zur genaueren Betrachtung der Orthogonalitätseigenschaften werden zunächst nur Gitterpunkte im Abstand von Vielfachen von  $T$  bzw.  $2F$  betrachtet. Diese sind allein durch Nyquist-Eigenschaft und die Tiefpass-Charakteristik des Prototypfilters orthogonal [Kam04b, Kap. 1.5.1]. Die Signale der mindestens übernächsten Unterträger fallen auf Nullstellen der Frequenzgangs des Prototyps. Verwendet man nun eine Offset-Quadratur-Amplituden-Modulation (OQAM) für alle Unterträger entspricht dies einer Verdopplung der Symbolgitterdichte in Zeitrichtung: Es werden reellwertige Symbole, abwechselnd im Inphasen- und Quadraturteil, gesendet.

Unter Verwendung der abgeschwächten Orthogonalitätsbedingung (2.7), kann die Gitterdichte zusätzlich auch in Frequenzrichtung verdoppelt werden. Dabei werden die Symbole auf den bisher betrachteten Unterträgern

im Abstand  $2F$  nicht beeinträchtigt, wenn die Unterträgersignale um jeweils  $\pi/2$  phasenverschoben werden. Für die Bedingung (2.7) folgt:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \langle g_{0,0}(t), jg_{1,n}(t) \rangle &= \operatorname{Re} \langle g(t), jg(t-nT)e^{j2\pi F(t-nT)} \rangle = 0 \\ \Leftrightarrow \operatorname{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g^*(t-nT)e^{-j2\pi Ft} dt \right\} &= 0 \\ \Leftrightarrow g\left(t + \frac{nT}{2}\right)g^*\left(t - \frac{nT}{2}\right) &\text{ reell, gerade} \quad (2.8) \\ \Leftrightarrow g(t) &\text{ reell, gerade} \quad (2.9) \end{aligned}$$

Zusammenfassend werden für die Realisierung eines FBMC-Systems folgende Eigenschaften benötigt:

- Offset-Quadratur-Amplituden-Modulation (OQAM)
- reellwertiges linearphasiges Wurzel-Nyquist-Prototypfilter
- zusätzliche Phasendrehung direkt benachbarter Unterträger um  $\pi/2$

Sind diese gegeben ergibt sich ein System mit orthogonaler Signalisierung bei Verwendung stark lokalisierter Pulse und maximaler Gitterdichte. Andere Bezeichnung für dieses Verfahren sind Staggered-Multitone und OFDM/OQAM. Geeignete Prototypfilter und eine effiziente Signalverarbeitung im Sender und Empfänger sind Gegenstand der folgenden Abschnitte.

### 2.3.2 Prototypfilter

Wesentlichen Einfluss auf eine FBMC-Übertragung hat das zugrundeliegende Prototypfilter. Dessen Eigenschaften hängen nicht nur von den Systemparametern, sondern auch von der Wahl des Entwurfsverfahrens ab. Es wird ein linearphasiges Filter mit Finite-Impulse-Response (FIR) benötigt, das die erste Nyquistbedingung erfüllt und zusätzlich die Orthogonalität zu den übernächsten Unterträgern sichert.

Darüber hinaus ist eine möglichst geringe Zeit- und Frequenz-Dispersion vorteilhaft: Hohe Flankensteilheit und Sperrdämpfung resultieren in einem kompakten Spektrum des Sendesignals und damit den oben beschriebenen Vorteilen. Allerdings muss ein Kompromiss zur der Länge der Impulsantwort gefunden werden. Diese hat direkten Einfluss auf den

Realisierungsaufwand von Sender und Empfänger und, wegen der linearen Abhängigkeit zur Gruppenlaufzeit, auch auf die Latenz der Übertragung. Besonders unter dem Einfluss von Mehrwegen und der einhergehenden ISI am Empfänger erhöht sich mit der Länge der Impulsantwort die Anzahl der überlagerten Symbole und damit der Aufwand zur Entzerrung.

Unter Umständen kann es sinnvoll sein, ein Prototypfilter mit etwas breiteren Übergangsbereich zu verwenden, um so zwischen potentieller ISI und ICI abzuwägen. Eine gutes Mittel zur Analyse verschiedener Prototypfilter und Untersuchung der beschriebenen Eigenschaften stellt die Ambiguity-Funktion dar [FB11]:

$$A_{gg}(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)g^*(t - \tau) \exp(-j2\pi\nu(t - \tau)) dt \quad (2.10)$$

In der hier gewählten Definition kann die Ambiguity-Funktion als verallgemeinerte Autokorrelationsfunktion interpretiert werden; eine Funktion  $g(t)$  wird mit einer um  $\tau$  in Zeitrichtung verschobenen Version verglichen. Zusätzlich wird hier eine Frequenzverschiebung um  $\nu$  vorgenommen, um so ein Maß für die Selbstähnlichkeit unter Zeit- und Frequenzverschiebung zu erhalten.

Damit kann mit dem Betrag der Ambiguity-Funktion die Energiedispersion übertragener Symbole durch die Pulsform analysiert werden. Diese zeigt sich z.B. am Ausgang des Empfangsfilters: Ein mit einem Zeitversatz  $\tau$  und einer relativen Frequenz  $\nu$  gesendetes Symbol liefert einen mit  $A_{gg}(\tau, \nu)$  skalierten Beitrag zum zu schätzenden Symbol bei z.B.  $\tau = \nu = 0$ . Die in (2.7) geforderten Orthogonalitätsbedingungen lassen sich darstellen als

$$\text{Re} \{A_{gg}(nT, 2kF)\} = \begin{cases} 1 & , \text{ für } n = k = 0 \\ 0 & , \text{ sonst.} \end{cases} \quad (2.11)$$

Weiter kann mit der Ambiguity-Funktion die Robustheit gegenüber Fehlern bei der Abtastung oder Frequenzsynchronisation am Empfänger untersucht werden. Diese stellen eine Verschiebung des durch  $t = nT$  und  $\nu = kF$  gegebenen Gitters dar, womit die geforderten Nullstellen nicht mehr getroffen werden und so ISI und ICI auftreten können [SGA14]. Beispiele für den Verlauf der Ambiguity-Funktion werden für die im Folgenden vorgestellten Prototypfilter für FBMC gezeigt.

### 2.3.2.1 Mirabbasi-Martin-Filter

Die erstmals von S. Mirabbasi und K. Martin [MM, Mar98] vorgestellte und seither in vielen Arbeiten verwendete Entwurfsmethode zeichnet sich vor allem durch einen kompakten Amplitudengang und gute Sperrdämpfung aus: Der Filterentwurf erfolgt durch Vorgabe des gewünschten Frequenzgangs  $G(f)$  an  $L_g$  Stellen gefolgt von einer Fourier-Rücktransformation [PB87]. Die Dauer der gesuchten Impulsantwort  $g(t)$  wird dabei oft als ganzzahliges Vielfaches  $K$  der Symboldauer gewählt,  $T_g = KT$ . Damit müssen für den Entwurf die Koeffizienten  $a_k = G(k/T_g)$  mit  $|k| \leq T_g/2$  so gewählt werden, dass oben beschriebene Eigenschaften erfüllt werden:

Um die Linearphasigkeit des Filters zu sichern müssen die zu wählenden Koeffizienten gerade Symmetrie  $a_k = a_{-k}$  aufweisen. Die Gitterdichte  $\delta = 2$  wird erreicht, wenn die Spektren aller nicht direkt-benachbarten Unterträger vollständig in den Sperrbereich fallen und somit näherungsweise unkorreliert sind. Daher wird  $a_k = 0$  für  $k \geq K$  verwendet. Mit den verbleibenden Koeffizienten  $\{a_k\}_{k=1}^{K-1}$  kann die Impulsantwort mit

$$g(t) = 1 + \sum_{k=1}^{K-1} (-1)^k a_k \cos(2\pi k/T_g t),$$

mit  $t \in [-T_g/2; T_g/2]$  berechnet werden [SGA14].

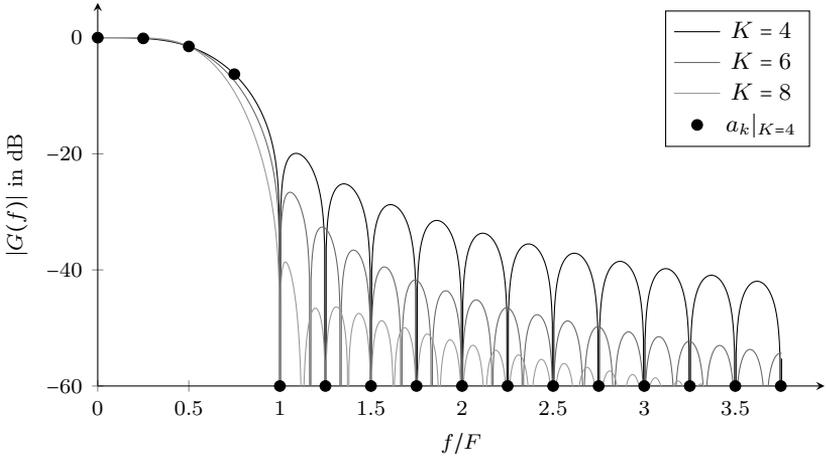
Ziel ist der Entwurf eines Wurzel-Nyquist-Filters, womit die Gesamtimpulsantwort von Sende- und Empfangsfilter  $G^2(f)$  die Eigenschaft

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} G^2(f + k/T) = T \quad (2.12)$$

erfüllen muss [Pro01, Kap. 9.2.1]. Für die verbleibenden Koeffizienten  $a_k$  ergibt sich daraus die Symmetriebedingung

$$a_k^2 + a_{K-k}^2 = 1, \quad (2.13)$$

für  $k \in \{1, \dots, K-1\}$ . Unter diesen Randbedingungen verbleiben für praktische relevante Werte des Parameters  $K$  nur wenige Freiheitsgrade. Diese können beispielsweise so gewählt werden, dass sich eine Minimierung der verbleibenden Interferenz anderer Unterträger ergibt [MM]. Die Wahl  $K = 4$  stellt das in der Literatur meist verwendete Filter dar: Es ist



**Abb. 2.5:** Amplitudengang eines Mirabbasi-Martin-Filters für verschiedene Filterordnungen und, beispielhaft für  $K = 4$ , die für den Entwurf verwendeten Stützstellen.

$a_1 = \alpha$ ,  $a_2 = 1/\sqrt{2}$  und, gemäß (2.13),  $a_3 = \sqrt{1 - \alpha^2}$ . Für den verbleibenden Freiheitsgrad  $\alpha$  wird im Folgenden der Wert  $\alpha = 0.97195983$  aus [MM] verwendet.

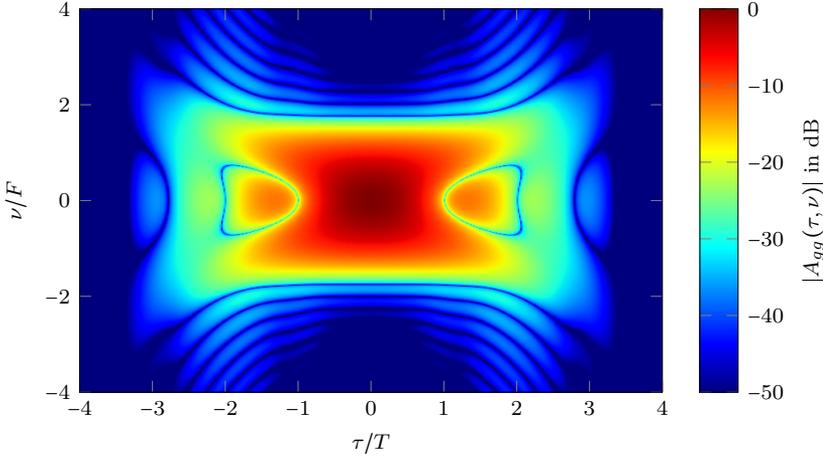
Den resultierenden Amplitudengang zeigt Abbildung 2.5. Der hervorgehobene Fall  $K = 4$  stellt einen guten Kompromiss zwischen den geforderten Eigenschaften und dem einhergehenden Realisierungsaufwand dar. Besonders deutlich wird dies in Abbildung 2.6, in der die Ambiguity-Funktion des Filter dargestellt ist. Die in Gleichung (2.9) geforderten Nullstellen sind gut erkennbar bzw. zumindest näherungsweise vorhanden.

### 2.3.2.2 Isotropic Orthogonal Transform Algorithm (IOTA)

Zum Vergleich wird hier ein Prototypfilter auf Basis des Gaußpulses

$$g_{\text{Gau\ss}}(t) = \sqrt[4]{2\rho} \exp(-\pi\rho t^2) \quad (2.14)$$

vorge stellt. Dieser hat ein minimales Zeitdauer-Bandbreite-Produkt im Sinne der oben beschriebenen Heisenberg-Garbor-Unschärferelation und



**Abb. 2.6:** Betrag der Ambiguity-Funktion eines Mirabasi-Martin-Filters (normiert auf Energie 1) für  $K = 4$ .

stellt somit den optimalen Puls dar, um die Symbolenergie an den jeweiligen Gitterpunkten zu konzentrieren und so eine robuste Übertragung zu ermöglichen.

Allerdings mangelt es dem Gaußpuls an den für eine orthogonale Signalisierung benötigten Nullstellen in der Ambiguity-Funktion. Mittels des Isotropic Orthogonal Transform Algorithms (IOTAs) kann daraus jedoch ein Filter erzeugt werden, das die notwendigen Eigenschaften aufweist [FAB95]. Dazu werden mit Hilfe des Orthogonalisierungs-Operators

$$\mathcal{O}_\alpha x(t) = x(t) / \sqrt{\alpha \sum_{k=-\infty}^{\infty} \|x(t - k\alpha)\|^2} \quad (2.15)$$

Nullstellen in dem Frequenzgang  $X(f) = \mathcal{F}x(t)$  im Abstand von  $\alpha$  eingefügt. Damit wird erwirkt, dass die Summe aller  $\|\mathcal{O}_\alpha x(t - k\alpha)\|^2$  mit  $k \in \mathbb{Z}$  eine Konstante ergibt. Wendet man die Operation auch für die Fourier-transformierte  $\mathcal{F}\mathcal{O}_\alpha x(t)$  an, ergeben sich auch Nullstellen in Zeitrichtung. Insgesamt gilt

$$g(t) = \mathcal{F}^{-1} \mathcal{O}_T \mathcal{F} \mathcal{O}_{2F} \cdot \tilde{g}_{\text{Gauß}}(t), \quad (2.16)$$

wobei  $\tilde{g}_{\text{Gauß}}(t) = g_{\text{Gauß}}(t - T_g/2)$  für  $t \in [0, T_g]$  und null sonst ist. Eine geschlossene Berechnung von (2.16) wird in [SR04] gezeigt.

Die Ambiguity-Funktion des resultierenden Pulses  $g(t)$  zeigt Abbildung 2.7. Im Vergleich zum Mirabbasi-Martin-Filter aus Abbildung 2.6 zeigt sich hier eine höhere Konzentration der Pulsenergie in Zeitrichtung, dafür eine weitere Ausdehnung in Frequenzrichtung. Durch geeignete Wahl des Parameters  $\rho$  lassen sich entsprechend anderes skalierte Pulse erzeugen:

Betrachtet man den Heisenberg-Parameter  $\xi$  der Pulse, so zeigt sich, dass durch die IOTA-Transformation für  $\rho = 1$  die Konzentration der Energie von  $\xi = 1$  auf  $\xi = 0,98$  fällt. Für andere Werte, z.B.  $\rho = 0.5$ , wird der ursprüngliche Puls durch das Einfügen der Nullstellen stärker verzerrt und es gilt  $\xi = 0,88$ , siehe Abbildung 2.7. Für einen Mirabbasi-Martin-Filter gleicher Länge und Dispersion in Zeitrichtung ergibt sich ein vergleichbarer Wert,  $\xi = 0,884$ .

Mit der Wahl von  $\rho$  können die Eigenschaften des Filters, speziell die Energieverteilung in der Zeit-Frequenz-Ebene, an verschiedene Anwendungsszenarien anpassen. Dies geht allerdings meist zu Lasten der Konzentration der Energie um den gewünschten Gitterpunkt.

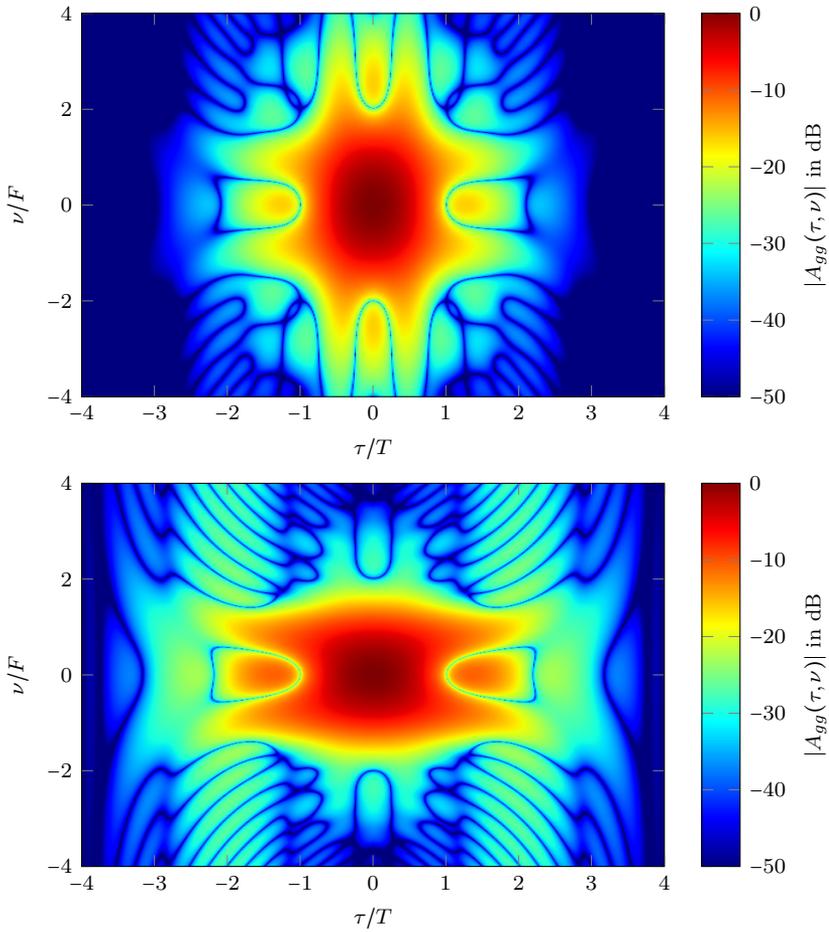
### 2.3.3 Sender

Nach der Vorstellung grundlegender Signalstrukturen und Konzepte von FBMC folgt hier eine Beschreibung des zugehörigen Modulators. Dabei wird eine Darstellung im komplexen Basisband mit  $M$  Abtastwerten pro Symboldauer  $T$  gewählt. Als Abtastrate ergibt sich  $f_s = M/T = MF$ .

Die Impulsantwort des diskreten Prototypfilters  $g[m]$  hat bei einer gegebenen Anzahl überlappender Symbole  $K$ , eine Länge von  $MK + 1$ . Es gilt  $g[m] = g(m/f_s)$ . Damit ergibt sich aus den reellwertigen Sendesymbolen  $x_{k,n}$  das Sendesignal

$$s[m] = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{n,k} \beta_{k,n} g_{k,n}[m] \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{n,k} \beta_{k,n} g \left[ m - n \frac{M}{2} \right] \cdot e^{j2\pi \frac{k}{M} \left( m - n \frac{M}{2} \right)} \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{n,k} \underbrace{\beta_{k,n} \cdot e^{-j\pi kn}}_{=\theta_{k,n}} g \left[ m - n \frac{M}{2} \right] \cdot W_M^{-km} \end{aligned} \quad (2.18)$$



**Abb. 2.7:** Ambiguity-Funktion in dB eines IOTA-Filters mit  $\rho = 1$  oben und  $\rho = 0,5$  unten (normiert auf Energie 1).

## 2 Grundlagen

wobei  $W_M = \exp(-j2\pi/M)$  und  $\beta_{k,n}$  die in Abschnitt 2.3.1 beschriebene OQAM-Modulation und Phasenverkipfung zwischen benachbarten Unterträgern darstellt. Demnach gilt  $\beta_{k,n} = j^k \cdot j^{n \bmod 2}$ ; in Zeit- und Unterträgerrichtung wird zwischen rein reellen und imaginären Werten abgewechselt. Letztlich sind die Vorzeichen dabei nicht relevant und damit auch andere Definitionen möglich; beispielsweise  $\beta_{k,n} = j^{k+n}$ . Zusammen mit dem Term  $e^{-j\pi kn} = (-1)^{kn}$  ergibt sich aus  $\beta_{k,n}$  der Phasencode  $\theta_{k,n}$ .

Abbildung 2.8 zeigt den Signalfluss aus (2.18). Jede Zeile des Signalflussgraphen stellt dabei ein Unterträgersignal dar. Nach der Phasencodierung der Sendesymbole erfolgt eine Aufwärtstastung auf die halbe Symboldauer und anschließend der Pulsformer. Dieser besteht aus dem selben Prototypfilter für jeden Zweig, gefolgt von einem Mischer, der die gewünschte Lage der Unterträgersignale im Spektrum herstellt. Abschließend werden alle so generierten, OQAM-Unterträgersignale überlagert und so das fertige Sendesignal  $s[m]$  generiert.

Mit den auch aus der Abbildung erkennbaren hohen strukturellen Ähnlichkeiten der Verarbeitungszweige motiviert sich die Umformung in eine Polyphasenstruktur. Mit dem Ansatz  $m = n'M + m'$  mit  $n' \in \mathbb{Z}$  und  $m' \in \{0, \dots, M-1\}$  folgt:

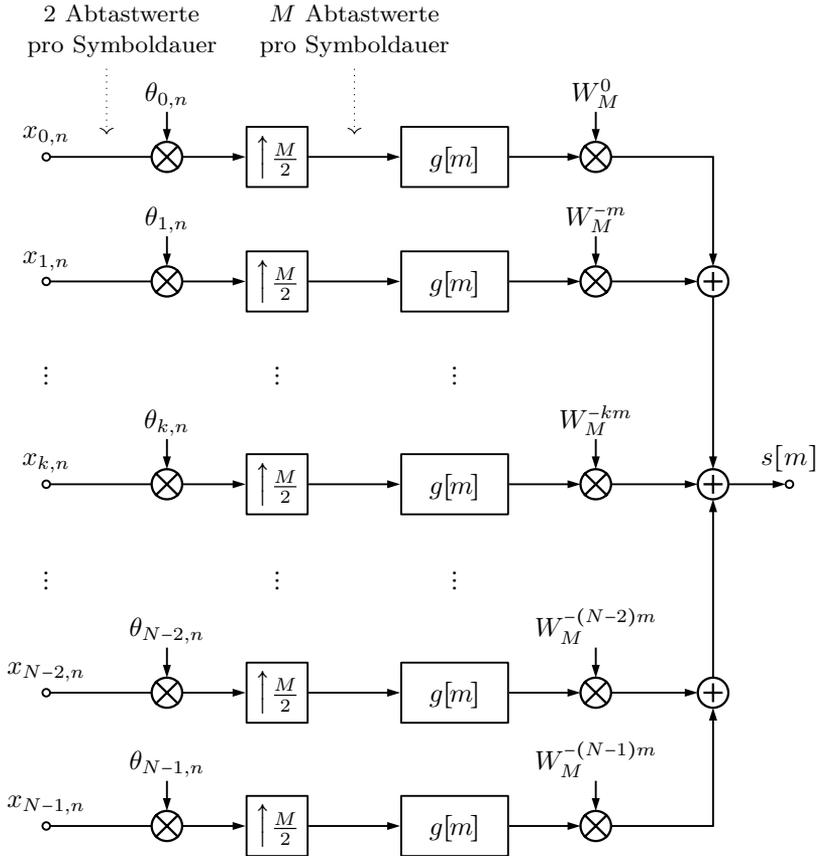
$$s[\underbrace{2n'}_{=n''} \frac{M}{2} + m'] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{k=0}^{M-1} x_{n,k} \theta_{k,n} \cdot W_M^{-km'} \right) \cdot g[(n' - n/2)M + m']$$

In dieser Darstellung zeigt sich, dass die Modulation mit  $W_M^{-km}$  und die Überlagerung der Unterträgersignale vor der Filteroperationen ausgeführt werden kann. In Polyphasendarstellung ergibt sich für  $n'' = 2n'$

$$s^{(M/2, m')}[n''] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{IDFT}_{k \rightarrow m'} \{x_{k,n} \theta_{k,n}\} \cdot g^{(M, m')}[(n'' - n)/2] \quad (2.19)$$

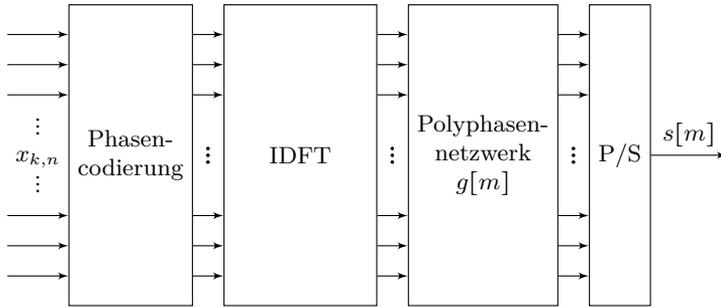
Dabei sind  $s^{(M/2, m')}[n'']$  und  $g^{(M, m')}[n''/2]$  die  $m'$ -ten Polyphasenkomponenten [BF93] des Sendesignals bzw. des Prototypfilters. Die halbzahligen Abtastzeiten in  $g^{(M, m')}[n''/2]$  werden durch Einfügen von Nullen zwischen die ursprünglichen Filterkoeffizienten realisiert. IDFT stellt die inverse Fouriertransformation der Länge  $M$  einer Folge mit Index  $k$  zu einer mit Index  $m'$  dar. Für nicht belegte Unterträger ist  $x_{k,n} = 0$ .

Insgesamt zeigt sich, dass die  $N$  Mischer mit anschließender Summation aus Abbildung 2.8 vor die Aufwärtstastung verschoben werden können



**Abb. 2.8:** Blockschaltbild einer FBMC-Modulators bei einer Abtastrate von  $f_s = M/T$  am Ausgang mit reellwertigen Sendesymbolen  $x_{k,n}$ , dem Phasencode  $\theta_{k,n}$  und dem Prototypfilter  $g[m]$ .

## 2 Grundlagen



**Abb. 2.9:** Blockschaltbild eines FBMC-Modulators unter Verwendung einer Polyphasen-Synthesefilterbank

und die Pulsformungsfiler durch eine gemeinsames Polyphasennetzwerk (PPN) ersetzt werden. Insgesamt ergibt sich die in Abbildung 2.9 dargestellte Synthesefilterbank mit zweifacher Überabtastung am Eingang: Die  $M$  parallel auf den Unterträgern im Halbsymboltakt  $(T/2)^{-1} = 2f_s/M$  zu sendenden Symbole  $x_{k,n}$ , werden nach der Phasencodierung und inversen diskreten Fouriertransformation (IDFT) in einem gemeinsamen Polyphasennetzwerk mit dem Sendepuls  $g[m]$  versehen und anschließend im Ausgangskommutator (P/S) in das Sendesignal  $s[m]$  bei der Rate  $f_s$  umgesetzt. In Gleichung (2.19) wird dies durch  $s^{(M/2, m')}[n'']$  beschrieben: Die ersten  $M/2$  Ausgänge des Polyphasennetzwerks werden mit den um einen Takt verzögerten übrigen  $M/2$  Ausgängen addiert und blockweise ausgegeben.

### 2.3.4 Empfänger

Die Demodulation eines FBMC-Signals am Empfänger erfolgt für jeden Unterträger nach dem Matched-Filter-Prinzip [Pro01]. Wie schon für den Sender erfolgt die Beschreibung im komplexen Basisband bei einer Abtastrate  $f_s = M/T$  mit der diskreten Symboldauer  $M$ . Algorithmen zur Wiedergewinnung von Symboltakt und Frequenzabweichung werden hier zunächst nicht betrachtet, sondern nur die Rückgewinnung der gesendeten Symbole  $x_{k,n}$ .

Für die Demodulation wird das als Wurzel-Nyquist-Filter entworfene Prototypfilter  $g[n]$  als Empfangsfilter genutzt: Da es gemäß Abschnitt 2.3.1

linearphasig ist, kann es direkt zur Korrelation verwendet werden. Wie in Abbildung 2.10 dargestellt ist, werden  $N$  Kopien des Empfangssignals  $r[m]$  gebildet und durch komplexe Mischung jedes zu demodulierende Unterträgersignal auf die Mittenfrequenz null verschoben. Anschließend kann das Prototypfilter direkt in allen Zweigen angewandt werden. Dieses dient nicht nur der Ausblendung von ISI, sondern auch der Unterdrückung der anderen Unterträger wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben.

Nach einer Abtastung der Empfangsfilterausgänge im Halbsymboltakt ergeben sich die Werte

$$y_{k,n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r\left[\frac{M}{2}n - m\right] W_M^{k\left(\frac{M}{2}n - m\right)} \cdot g[m], \quad (2.20)$$

die abwechselnd im Real- und Imaginärteil die gesendeten Symbole enthalten. Nach Entfernung der Phasencodierung mit  $\theta_{k,n}^*$  erhält man gemäß der Orthogonalitätsbedingung (2.7) Schätzungen der gesendeten Symbole im Realteil:

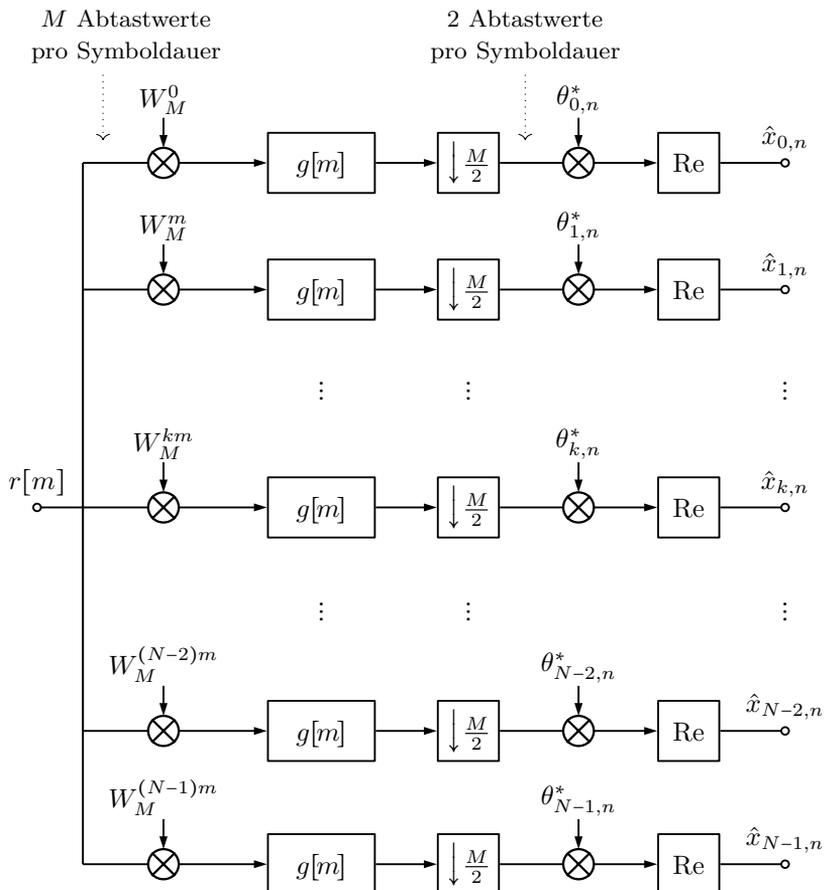
$$\hat{x}_{n,k} = \text{Re}\{\theta_{k,n}^* y_{k,n}\} \quad (2.21)$$

Die zugehörigen Imaginärteile sind von der Orthogonalität ausgeschlossen und können daher verworfen werden. Eine genauere Untersuchung dieser Anteile erfolgt in Kapitel 3.

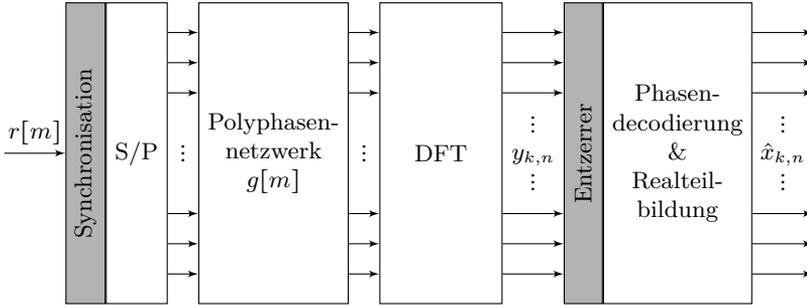
Analog zur Erzeugung des Sendesignals, zeigt sich auch bei der Empfangssignalverarbeitung eine hohe strukturelle Ähnlichkeit in den verschiedenen Zweigen, die eine Polyphasenstruktur motiviert: Da sich lediglich der Index des zu extrahierenden Unterträgers von Zweig zu Zweig ändert, können die übrigen Verarbeitungsschritte gemeinsam ausgeführt werden. Mit  $m = Mn' - m'$  lässt sich aus Gleichung (2.20) eine Polyphasenanalysefilterbank mit zweifacher Überabtastung herleiten:

Zunächst wird die Summation in den Empfangsfiltern in zwei Stufen unterteilt:

$$y_{k,n} = \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \sum_{m'=0}^{M-1} r\left[\frac{M}{2}n - Mn' + m'\right] g[Mn' - m'] W_M^{k\left(\frac{M}{2}n - Mn' + m'\right)} \quad (2.22)$$



**Abb. 2.10:** Blockschaltbild einer FBMC-Demodulators bei einer Abtastrate von  $f_s = M/T$  am Eingang. Aus dem Empfangssignal  $r[m]$  werden mit dem Prototypfilter  $g[m]$  und dem inversen Phasencode  $\theta_{k,n}^*$  Schätzungen der gesendeten Symbole  $\hat{x}_{k,n}$  gebildet.



**Abb. 2.11:** Blockschaltbild eines FBMC-Demodulators unter Verwendung einer Polyphasen-Analysefilterbank

Im nächsten Schritt wird die Reihenfolge der komplexen Mischung und der Filterung vertauscht:

$$y_{k,n} = \sum_{m'=0}^{M-1} \left( \sum_{n'=-\infty}^{\infty} r \left[ \frac{M}{2} (n - \underbrace{2n'}_{n''}) + m' \right] g[Mn' - m'] \right) W_M^{km'} W_2^{kn}$$

In dieser Form ergibt sich eine diskrete Fouriertransformation (DFT) der Polyphasenkomponenten des mit dem Prototyp gefilterten Empfangssignals.

$$y_{k,n} = (-1)^{kn} \text{DFT}_{m' \rightarrow k} \left\{ \sum_{n''=-\infty}^{\infty} r^{(M/2, m')} [n - n''] \cdot g^{(M, -m')} [n''/2] \right\} \quad (2.23)$$

Das Eingangssignal wird in  $\frac{M}{2}$ -Polyphasenkomponenten aufgeteilt. Dies entspricht einer Seriell-Parallel-Wandlung von Blöcken von jeweils  $M/2$  Werten, die direkt auf die erste Hälfte der folgenden Polyphasenstruktur gegeben werden. Auf die andere Hälfte ( $m' \geq M/2$ ) wird der vorhergehende Block gegeben, siehe auch Abschnitt 6.1.1.

In Abbildung 2.11 wird diese Operation im ersten Block (S/P) vorgenommen, der  $r[m]$  mit der Rate  $f_s$  damit in  $M$  parallele Signale der Rate  $2f_s/M$  umsetzt. Für die folgende Demodulation muss lediglich ein Prototypfilter in Form eines Polyphasennetzwerks für alle Unterträger gemeinsam angewandt werden. Zusammen mit der anschließenden diskreten

## 2 Grundlagen

Fouriertransformation (DFT) ergibt sich so eine effiziente Empfangssignalverarbeitung für FBMC-Übertragungen. Aus den resultierenden Analysefilterbankausgängen  $y_{k,n}$  können die Schätzungen der gesendeten Symbole gemäß Gleichung (2.21) mittels einer Phasendecodierung und anschließender Realteilbildung gewonnen werden. Dies erfolgt indem für jedes  $y_{k,n}$  entsprechend der Phasencodierung entweder nur der Real- oder nur der Imaginärteil ausgegeben werden.

Weiter zeigt Abbildung 2.11 bereits die Positionen der Synchronisation als ersten Schritt der Empfangssignalverarbeitung, und die der Entzerrung, die stets mit den noch komplexwertigen Werten  $y_{k,n}$  arbeitet und daher vor der Phasendecodierung erfolgt. Diese sind Gegenstand der Kapitel 4 und 5. Im folgenden Kapitel werden aus den hier vorgestellten grundlegenden Signalstrukturen weiterführende Beschreibungen der Struktur und Eigenschaften von FBMC-Signalen unter Einfluss eines Übertragungskanals nach Abschnitt 2.2.2 entwickelt.

# Struktur und Eigenschaften von FBMC-Signalen

Aufbauend auf der grundlegenden Beschreibung von FBMC-Signalen aus Kapitel 2 werden im Folgenden verschiedene Signalmodelle für eine Ende-zu-Ende-Übertragung auf Symbolebene eingeführt. Dabei werden die typischerweise nach der Analysefilterbank behandelten Einflüsse der übertragenen Symbole untereinander sowie die eines zeitdispersiven Kanals und des Empfängerrauschens betrachtet. Weitere für die Empfangssignalverarbeitung relevante Komponenten wie Synchronisation und Entzerrung werden in den folgenden Kapiteln auf Basis der hier eingeführten Signalmodelle diskutiert.

## 3.1 Modellierung

In diesem Abschnitt wird zunächst die Symbol- und potentielle Interferenzstruktur untersucht, die sich an den Ausgängen der Analysefilterbank ergibt. Dabei wird zunächst eine perfekte Synchronisation angenommen. Abschnitt 3.3 behandelt die Effekte von Synchronisationsfehlern.

Das Sendesignal einer FBMC-Übertragung kann gemäß Abschnitt 2.3.3 mit

$$s[m] = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} x_{i,n'} \beta_{i,n'} \cdot g_i \left[ m - \frac{M}{2} n' \right] \quad (3.1)$$

beschrieben werde, wobei hier anstatt  $k$  und  $n$  die Indizes  $i$  und  $n'$  den Unterträger- bzw. Symbolindex darstellen. Weiter ist  $g_i[m] = g[m] W_M^{-im}$

### 3 Struktur und Eigenschaften von FBMC-Signalen

das Pulsfilter für den  $i$ -ten Unterträger und  $g[m] = g^*[-m]$  das reellwertige nullphasige Prototypfilter.

Als Modell für die Übertragung wird ein zeitdispersiver Kanal mit Rauschen

$$r[m] = \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} s[m - m_h]h_t[m_h] + \eta[m], \quad (3.2)$$

wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, angenommen.  $h_t[m]$  ist die diskrete Kanalimpulsantwort zum Zeitpunkt  $t$ . Aus  $r[m]$  ergeben sich nach den Empfangsfiltern und Abtastung im Halbsymboltakt die Werte

$$y_{k,n} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r\left[\frac{M}{2}n - m\right]f_k[m], \quad (3.3)$$

wobei  $f_k[m] = g_k^*[-m] = g^*[-m]W_M^{k(-m)} = g_k[m]$  das Matched-Filter für den Sendepuls des  $k$ -ten Unterträgers darstellt. Setzt man hier das Kanalmodell (3.2) ein, ergibt sich der Zusammenhang mit dem gesendeten Signal:

$$\begin{aligned} y_{k,n} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} s\left[\frac{M}{2}n - \underbrace{(m + m_h)}_{=m'}\right]h_t[m_h] + \eta\left[\frac{M}{2}n - m\right] \right) f_k[m] \\ &= \sum_{m'=-\infty}^{\infty} s\left[\frac{M}{2}n - m'\right] \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} f_k[m' - m_h]h_t[m_h] \\ &\quad + \underbrace{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta\left[\frac{M}{2}n - m\right]f_k[m]}_{=\eta_k[n]} \end{aligned}$$

Der Term  $\eta_k[n]$  beschreibt den Rauschanteil im  $k$ -ten Unterträger. Setzt man nun noch das Sendesignalmodell (3.1) ein, folgt:

$$\begin{aligned} y_{k,n} &= \sum_{m'=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} x_{i,n'}\beta_{i,n'} \cdot g_i\left[\frac{M}{2}n - m' - \frac{M}{2}n'\right] \right) \\ &\quad \cdot \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} f_k[m' - m_h]h_t[m_h] + \eta_k[n] \end{aligned}$$

Nach einer Umsortierung der Summanden können die Impulsantworten  $g_i[m]$ ,  $h_t[m]$  und  $f_k[m]$  zusammengefasst werden:

$$y_{k,n} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} x_{i,n'} \beta_{i,n'} \cdot \left( \underbrace{\sum_{m'=-\infty}^{\infty} g_i \left[ \frac{M}{2}(n-n') - m' \right] \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} f_k[m' - m_h] h_t[m_h]}_{=q_{i,k}[n-n']} \right) + \eta_k[n]$$

Die Impulsantwort  $q_{i,k}[n]$  beschreibt den kombinierten Einfluss von Sender, Kanal und Empfänger und so ergibt sich schließlich die Form

$$y_{k,n} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} x_{i,n'} \beta_{i,n'} \cdot q_{i,k}[n-n'] + \eta_k[n] \quad (3.4)$$

Die Ausgänge der Empfangsfilterbank  $y_{k,n}$  setzen sich aus der linearen Überlagerung der in der Umgebung gesendeten Symbole zusammen. Dabei entspricht

$$q_{i,k}[n] = (g_i * h_t * f_k) \left[ \frac{M}{2}n \right] \quad (3.5)$$

dem Einfluss des vor  $n$  Takten auf dem  $i$ -ten Unterträger gesendeten Symbols auf das aktuell betrachtete, auf dem  $k$ -ten Unterträger. Die Impulsantwort  $q_{k,k}[n]$  beschreibt die potentielle Inter-Symbol-Interferenz (ISI), während  $q_{i,k}[n]$  für  $i \neq k$  die potentielle Inter-Carrier-Interferenz (ICI) darstellt.

Tatsächlich wird dabei nur die Intra- und Cross-Channel-Impulsantwort des Prototypfilters unter Einfluss eines Mehrwegekanals beschrieben. Wie in Abschnitt 2.3 diskutiert, muss für die resultierende Interferenz die Phasencodierung  $\beta_{i,n'}$  der Sendesymbole mit einbezogen werden. Nach der Phasendecodierung, also  $\beta_{k,n}^* y_{k,n}$ , wird für einen reinen AWGN-Kanal, d.h.  $h_t[m] = \delta_{0,m}$ , das phasencodierte Symbol  $x_{k,n} \beta_{k,n}$  unverzerrt ausgegeben, d.h.  $q_{k,k}[0] = 1$ . Die umgebenden Symbole gehen wie in Abschnitt 2.3.1 beschrieben nur in den Imaginärteil ein, der anschließend verworfen wird. Unter Mehrwegausbreitung kommen weitere Störkomponenten hinzu, die im Allgemeinen nicht auf den Imaginärteil beschränkt sind.

## 3.2 Intrinsische Interferenz

Zur Untersuchung der intrinsischen Interferenz in einem FBMC-System wird eine Übertragung ohne Mehrwegekanal und Rauschen betrachtet; es gilt  $r[m] = s[m]$ . Es werden die Synthesefilterbank im Modulator und die Analysefilterbank im Demodulator direkt hintereinander geschaltet, so dass sich die Struktur einer Transmultiplexer (TMUX)-Filterbank [BF93, Kap. 7.5] ergibt. Die TMUX-Impulsantwort beschreibt den Einfluss eines einzelnen Eins-Symbols auf einem bestimmten Unterträger auf die umgebenden Empfangssymbole. Das Symbol wird dabei nach der Phasencodierung, also direkt in die Synthesefilterbank in Abbildung 2.9, eingespeist und auch vor der Phasendecodierung, also direkt nach der Analysefilterbank in Abbildung 2.11, abgegriffen.

Dieser Zusammenhang wird durch die Ambiguity-Funktion des Prototypfilters aus Abschnitt 2.3.1 beschrieben. Die diskrete Form von Gleichung (2.10) ist

$$\begin{aligned} A_{gg}[\tau, \nu] &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} g[m]g^*[m - \tau]W_M^{\nu(m-\tau)} & (3.6) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} g[m]f[\tau - m]W_M^{-\nu(\tau-m)} \\ &= (g_0 * f_\nu)[m]. & (3.7) \end{aligned}$$

Die Ambiguity-Funktion stellt eine Cross-Channel-Impulsantwort vom 0-ten auf den  $\nu$ -ten Unterträger dar. Um das Verhalten zwischen beliebigen Unterträgern zu erhalten, wird  $\nu = k - i$  gesetzt. Mit der Abtastung  $\tau = \frac{M}{2}n$  ergibt sich ein direkter Zusammenhang zwischen der für den Prototypfilterentwurf wichtigen Ambiguity-Funktion und der resultierenden Systemimpulsantwort sowie der damit beschriebenen Interferenzstruktur:

$$\begin{aligned} A_{gg}\left[\frac{M}{2}n, k - i\right] &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} g[m]f\left[\frac{M}{2}n - m\right]W_M^{-(k-i)\left(\frac{M}{2}n - m\right)} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} g[m]W_M^{-im} \cdot f\left[\frac{M}{2}n - m\right]W_M^{-k\left(\frac{M}{2}n - m\right)} \cdot W_M^{i\frac{M}{2}n} \end{aligned}$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} A_{gg} \left[ \frac{M}{2}n, k - i \right] &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} g_i[m] \cdot f_k \left[ \frac{M}{2}n - m \right] \cdot W_2^{in} \\ &= W_2^{in} \cdot (g_i * f_k) \left[ \frac{M}{2}n \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Allgemein, d.h. auch außerhalb der TMUX-Konfiguration, gilt

$$q_{i,k}[n] = (-1)^{in} (A_{gg}[\cdot, k - i] * h_t) \left[ \frac{M}{2}n \right]. \quad (3.9)$$

Tabelle 3.1 zeigt die Analysefilterbankausgänge in der Umgebung eines zum Zeitpunkt  $n$  auf dem Unterträger  $i = k$  gesendeten Symbols. Gemäß Gleichung (3.9) sind diese Werte nur vom verwendeten Prototypfilter abhängig; hier ein Mirabasi-Martin-Filter mit  $K = 4$ . Anhand der Nullstellen bei  $n \pm 2$  und  $n \pm 4$  zeigt sich dessen Nyquist-Eigenschaft und an  $k = i \pm 2$  dessen Tiefpasseigenschaft. Der gesendete Impuls selbst erscheint unverändert am korrespondierenden Ausgang, bei  $n + 0$ ,  $i + 0$ . Allerdings ergeben sich im Abstand der halben und anderthalb-fachen Symboldauer, bei  $n \pm 1$  und  $n \pm 3$ , sowie auf den benachbarten Unterträgern, bei  $k = i \pm 1$ , weitere, nicht vernachlässigbare Werte, die für dort gesendete Symbole als Interferenz gewertet werden müssen. Betrachtet man die Impulswort der TMUX-Konfiguration mit zusätzlicher Phasencodierung, werden alle reellwertigen Interferenzkoeffizienten in Tabelle 3.1 rein imaginär und damit orthogonal zu den übertragenen Symbolen, siehe Abschnitt 2.3.1.

Da die beiden Filterbänke nicht mit kritischer Abtastung, sondern mit einer Überabtastung mit Faktor zwei am Eingang bzw. Ausgang arbeiten, ergibt sich ein anderes Verhalten für Unterträger mit geraden und ungeraden Index  $i$ . Die in der Analysefilterbank implizit ausgeführte Bandpassunterabtastung bildet bei unterkritischer Abtastung nicht alle Unterträger auf die Mittenfrequenz Null ab [har04, Kap. 9.2]. Im vorliegenden Fall verbleibt der Phasenterm  $W_2^{in} = (-1)^{in}$  aus Gleichung (3.9): ein Vorzeichenwechsel jedes zweiten Wertes auf Unterträgern mit  $i$  ungerade. Analog dazu verhält sich die Synthesefilterbank, so dass dieser Effekt die Datenübertragung selbst nicht direkt beeinflusst — wohl aber die auf die umgebenden Symbole wirkende Interferenz und damit auch beispielsweise die Entzerrung.

Für die Schätzung der Symbole am Empfänger interessanter ist der reziproke Fall: Anstatt der Wirkung eines gesendeten Symbols auf seine

$k \backslash -n$	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
$i-2$	0	0.001	0	0	0	0	0	0.001	0
$i-1$	0.005	-0.043j	-0.125	0.206j	0.239	-0.206j	-0.125	0.043j	0.005
$i+0$	0	-0.067	0	0.564	1.000	0.564	0	-0.067	0
$i+1$	0.005	0.043j	-0.125	-0.206j	0.239	0.206j	-0.125	-0.043j	0.005
$i+2$	0	0.001	0	0	0	0	0	0.001	0

(a) Impuls von Unterträger mit  $i$  gerade

$k \backslash -n$	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
$i-2$	0	-0.001	0	0	0	0	0	-0.001	0
$i-1$	0.005	0.043j	-0.125	-0.206j	0.239	0.206j	-0.125	-0.043j	0.005
$i+0$	0	0.067	0	-0.564	1.000	-0.564	0	0.067	0
$i+1$	0.005	-0.043j	-0.125	0.206j	0.239	-0.206j	-0.125	0.043j	0.005
$i+2$	0	-0.001	0	0	0	0	0	-0.001	0

(b) Impuls von Unterträger mit  $i$  ungerade

Tab. 3.1: Transmultiplexer-Impulsantworten  $g_{i,k}[n]$  der Hintereinschaltung der Filterbänke in Sender und Empfänger unter Verwendung eines Mirrabasi-Martin-Prototypfilters mit  $K = 4$  gemäß Abschnitt 2.3.2.1.

Umgebung zu betrachten, wird die Beeinflussung eines empfangenen Symbols durch die umliegenden untersucht. Dazu müssen die Matrizen in Tabelle 3.1 entlang beider Achsen umgekehrt werden. Zusätzlich muss beachtet werden, dass für ein Symbol auf einem Unterträger mit  $k$  gerade aus Tabelle 3.1a die benachbarten Unterträger ungerade sind und daher die Werte aus Tabelle 3.1b entnommen werden. Bezieht man nun noch die Phasencodierung ein, d.h. senderseitig werden Terme bei  $n' + i$  ungerade zusätzlich mit  $j$  gewichtet und empfängerseitig nochmal die gesamte Matrix mit  $\beta_{k,n}^*$ , ergeben sich die Koeffizienten

$$\begin{aligned}\tilde{a}_{k,n,i,n'} &= \beta_{k,n}^* q_{i,k} [n - n'] \beta_{i,n'} \\ &= \underbrace{\beta_{k,n}^* \beta_{i,n'} (-1)^{i(n-n')}}_{=\tilde{\beta}_{k,n,i,n'}} (A_{gg}[\cdot, k - i] * h_t) \left[ \frac{M}{2}(n - n') \right].\end{aligned}\quad (3.10)$$

Für den Fall  $h_t[m] = 1$  lässt sich der Einfluss umgebender Symbole auf eines bei  $n$  und  $k$  mit

$$a_{k,n,i,n'} = \tilde{\beta}_{k,n,i,n'} A_{gg} \left[ -\frac{M}{2}(n - n'), k - i \right] \quad (3.11)$$

darstellen. Diese Koeffizienten ergeben sich durch Heruntertasten der diskreten Ambiguity-Funktion  $A_{gg}[\tau, \nu]$  und einem Phasenterm  $\tilde{\beta}_{k,n,i,n'}$ . Es gilt

$$a_{k,n,i,n'} = \begin{cases} 1 & , \text{ für } (k, n) = (i, n') \\ (\text{rein imaginär}) & , \text{ sonst} \end{cases}. \quad (3.12)$$

Beispielhafte Werte für ein Mirabasi-Martin-Filter mit  $K = 4$  finden sich in Tabelle 3.2: Für jedes Symbol am Empfänger ergibt sich neben dem gesendeten Wert ein zusätzlicher, rein imaginärer Teil. Dieser wird auch intrinsische Interferenz genannt und ist inhärent Teil jeder Übertragung.

$$I_{k,n} = \sum_{(i,n') \in \Omega_{k,n}} \tilde{a}_{k,n,i,n'} x_{i,n'}, \quad (3.13)$$

dabei ist  $\Omega_{k,n} = \{(i, n') | (i, n') \neq (n, k)\}$  die Menge aller umgebenden Gitterpunkte, die wegen  $\tilde{a}_{k,n,i,n'} \neq 0$  Einfluss haben. Die intrinsische Interferenz ist eine FBMC-spezifische Inter-Symbol-Interferenz, als Konsequenz der abgeschwächten Orthogonalitätsbedingung (2.9). Ohne Kanaleinfluss, d.h. für  $\tilde{a}_{k,n,i,n'} = a_{k,n,i,n'}$ , ist  $I_{k,n}$  rein imaginär und somit orthogonal zum übertragenen Symbol.

$\Delta k \backslash \Delta n$	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
-2	0	$\pm 0.001j$	0	0	0	0	0	$\pm 0.001j$	0
-1	$\pm 0.005j$	$+0.043j$	$\mp 0.125j$	$-0.206j$	$\pm 0.239j$	$+0.206j$	$\mp 0.125j$	$-0.043j$	$\pm 0.005j$
+0	0	$\mp 0.067j$	0	$\pm 0.564j$	+1.000	$\pm 0.564j$	0	$\mp 0.067j$	0
+1	$\pm 0.005j$	$-0.043j$	$\mp 0.125j$	$+0.206j$	$\pm 0.239j$	$-0.206j$	$\mp 0.125j$	$+0.043j$	$\pm 0.005j$
+2	0	$\pm 0.001j$	0	0	0	0	0	$\pm 0.001j$	0

(a) Untert Träger mit  $k$  gerade

$\Delta k \backslash \Delta n$	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
-2	0	$\pm 0.001j$	0	0	0	0	0	$\pm 0.001j$	0
-1	$\mp 0.005j$	$-0.043j$	$\pm 0.125j$	$+0.206j$	$\mp 0.239j$	$-0.206j$	$\pm 0.125j$	$+0.043j$	$\mp 0.005j$
+0	0	$\mp 0.067j$	0	$\pm 0.564j$	+1.000	$\pm 0.564j$	0	$\mp 0.067j$	0
+1	$\mp 0.005j$	$+0.043j$	$\pm 0.125j$	$-0.206j$	$\mp 0.239j$	$+0.206j$	$\pm 0.125j$	$-0.043j$	$\mp 0.005j$
+2	0	$\pm 0.001j$	0	0	0	0	0	$\pm 0.001j$	0

(b) Untert Träger mit  $k$  ungerade

Tab. 3.2: Koeffizienten  $a_{k,n,i,n'}$  aus Gleichung (3.11), mit denen die umgebenden Symbole auf eines bei  $n$  und  $k$  wirken ( $n$  gerade bzw. ungerade) und zusammen die intrinsische Interferenz bilden.

### 3.3 Zeit- und Frequenzverschiebung

Für die bisher vorgenommenen Interferenz-Untersuchungen wurde eine Verschiebung der Abtastzeitpunkte  $t = m/f_s$ ,  $m \in \mathbb{Z}$  zwischen Sender- und Empfänger durch die Annahme einer idealisierten Synchronisation vernachlässigt. Selbiges gilt für die Abweichung von der idealen Basisbandlage des Empfangssignals durch nicht identische Trägerfrequenzen oder sonstige Einflüsse auf die Frequenzlage des übertragenen Signals.

Tatsächlich verblieben auch nach einer erfolgreichen Synchronisation im Allgemeinen Abweichungen in beiden Komponenten. Für eine Übertragung ohne Mehrwege und Rauschen kann

$$r[m] = s[m - \tau_\Delta] e^{j2\pi\nu_\Delta(m - \tau_\Delta)} \quad (3.14)$$

angenommen wird. Dabei ist  $\tau_\Delta$  die Abweichung in Zeitrichtung und  $\nu_\Delta$  die in Frequenzrichtung. Mit diesem Modell können die entstehenden Effekte isoliert betrachtet werden, wobei letztlich eine Mehrwegeübertragung mit der Impulsantwort  $h_t[m]$  stets als Überlagerung mehrerer Signalkomponenten mit unterschiedlicher Amplitude, Phase und Verzögerung interpretiert werden kann. Besonders letztere hat dabei identische Wirkung wie ein Signal mit einer Zeitabweichung  $\tau_\Delta$ .

Zur Untersuchung einer solchen Zeitabweichung dient bei Einträgersystemen das Augendiagramm [Kam04a, Kap. 8.1], bei dem der Verlauf von Real- und Imaginärteil nach dem Empfangsfilter für alle möglichen Symbolübergänge jeweils auf den idealen Abtastzeitpunkt zentriert übereinandergelegt wird. Um diesen herum ergeben sich abhängig vom Übergang verschiedene Werte. Der Einfluss der umgebenden Symbole lässt sich dabei aus der Gesamtimpulsantwort des Systems entnehmen: Für  $\tau_\Delta \neq 0$  wird diese nicht im Hauptmaximum abgetastet, welches die Amplitude des gesendeten Symbols verringert. Für die umliegenden Abtastwerte werden die Nullstellen verfehlt und ergibt sich ein nicht-verschwindender Anteil, die Inter-Symbol-Interferenz (ISI).

Eine alternative Anschauung ergibt sich, wenn Zeit- und Frequenzabweichung dem Sendefilter zugerechnet werden. Diese empfängerzentrische Anschauung äußert sich in einer Verschiebung der Ambiguity-Funktion relativ zum verwendeten Symbolgitter.

$$\tilde{A}_{gg}[\tau, \nu] = A_{gg}[\tau + \tau_\Delta, \nu + \nu_\Delta] \quad (3.15)$$

Für Mehrträgersysteme kommen analog zu den oben beschriebenen Effekten Beiträge von benachbarten Unterträgern hinzu, Inter-Carrier-Interferenz (ICI). Bei FBMC-Systemen im Speziellen muss dazu die resultierende Verletzung der Symmetriebedingung (2.9) beachtet werden, wodurch die Orthogonalität der Teilgitter mit rein reellen bzw. imaginären Symbolen nicht mehr eingehalten wird.

Zusätzlich zu ISI und ICI ergibt sich bei einer Frequenzverschiebung  $\nu_\Delta \neq 0$  eine Phasenverschiebung des Empfangssignals zu den Abtastzeitpunkten  $n\frac{M}{2}$  und damit auch den Schätzungen der Symbole gemäß (3.14):

$$\hat{x}_{k,n} = \operatorname{Re} \left\{ e^{j2\pi\nu_\Delta(\frac{M}{2}n - \tau_\Delta)} (x_{k,n} + \tilde{I}_{k,n}) \right\}, \quad (3.16)$$

wobei der Interferenzanteil  $\tilde{I}_{k,n}$  aus Gleichung (3.13) nicht länger die rein imaginäre intrinsische Interferenz aus dem vorherigen Abschnitt, sondern auch reellwertige Anteile der ISI enthält [FPT08]. Selbst wenn diese vernachlässigbar klein sind, kann durch den zusätzliche Phasenterm eine Beeinflussung der Symbole  $\hat{x}_{k,n}$  durch die intrinsische Interferenz erfolgen.

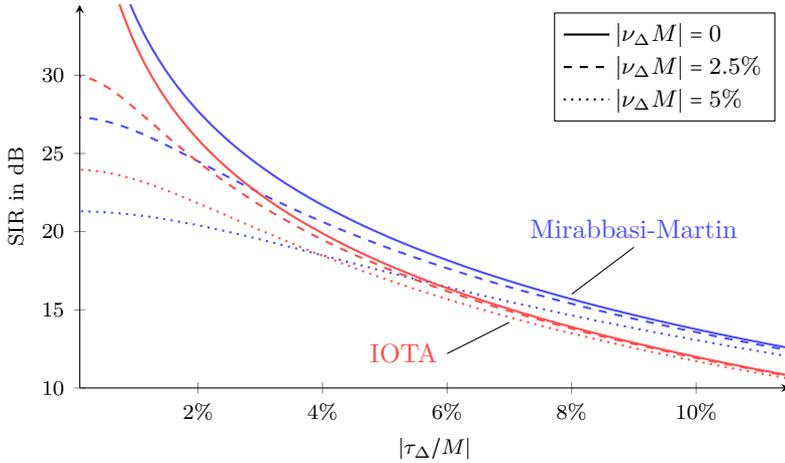
Eine ähnliche Auswirkung ergibt sich bei einer Verschiebung des Symboltakts um  $\tau_\Delta \neq 0$ . Diese beeinflusst Symbole verschiedener Abtastzeitpunkte grundsätzlich gleichermaßen. Das heißt die Koeffizienten, mit denen die umgebenden Symbole in  $\tilde{I}_{k,n}$  eingehen haben den gleichen Betrag [FPT08]. Gemäß der Verschiebungsregel der Fouriertransformation [BSM05, Kap. 15.3.1.4] resultiert auch ein Zeitfehler in einer Phasenverschiebung der Symbolschätzungen — jedoch linear vom Unterträgerindex  $k$  abhängig:

$$\hat{x}_{k,n} = \operatorname{Re} \left\{ e^{j2\pi\tau_\Delta k/M} e^{j2\pi\nu_\Delta(\frac{M}{2}n - \tau_\Delta)} (x_{k,n} + \tilde{I}_{k,n}) \right\} \quad (3.17)$$

Die Konsequenzen sind denen einer Frequenzverschiebung entsprechend, wobei hier auch bei sehr geringem  $|\tau_\Delta|$  besonders Symbole auf Unterträgern an den Rändern des genutzten Übertragungsbandes beeinflusst werden.

Die beiden Phasenterme werden bei der Verwendung von verteilten Referenzsymbolen einer der Analysefilterbank folgenden Kanalimpulsantwortschätzung erfasst, siehe Abschnitt 4.2.2. Damit werden sie effektiv dem Übertragungskanal zurechnet und im Rahmen der Entzerrung korrigiert.

Die reellwertigen Interferenzanteile in  $\tilde{I}_{k,n}$  bleiben bei alleinigen Korrektur der Phasenterme jedoch erhalten und beeinflussen die Symbolscheidung. Dieser Einfluss kann mit dem Signal-zu-Interferenz-Verhältnis (SIR)



**Abb. 3.1:** Mittleres Signal-zu-Interferenz-Verhältnis (SIR) bei Fehlern im Abtastzeitpunkt  $\tau_\Delta$  für verschiedene Frequenzabweichungen  $\nu_\Delta$  und Prototypfilter

quantifiziert werden:

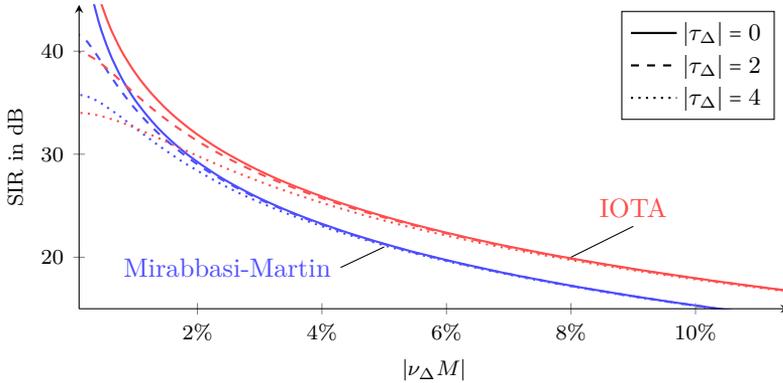
$$\text{SIR} = E\{x_{k,n}^2\} / E\{\text{Re}\{\tilde{I}_{k,n}\}^2\}, \quad (3.18)$$

wobei unter Hinzunahme des Empfängerrauschens, das SIR eine untere Schranke für das tatsächliche mittlere Störleistungsverhältnis darstellt.

Abbildung 3.1 zeigt verschiedene SIR-Verläufe in Abhängigkeit der Abweichung vom idealen Abtastzeitpunkt. Dabei ist nur die Relation zur Symboldauer  $T$ , im diskreten der Anzahl Abtastwerte pro Symbol  $M$ , von Interesse. Auch ist der Verlauf für positive und negative Abweichungen identisch, weswegen hier nur eine Halbachse dargestellt ist. Als Prototypen für Send- und Empfangsfilter werden ein Mirabbasi-Martin-Filter und ein IOTA-Filter mit  $K = 4$  bzw.  $\rho = 1$  verwendet. Neben dem Zeitfehler werden jeweils verschiedene Abweichungen in Frequenzrichtung betrachtet.

Für den Fall  $\nu_\Delta = 0$ , verschwindet die Interferenz im Ursprung und alle Kurven fallen erwartungsgemäß mit steigenden Abweichungen — es entsteht immer mehr ISI. Bei einer gleichzeitigen Abweichung in Frequenzrichtung wird das SIR besonders im Bereich geringer Zeitfehler zusätzlich limitiert. Für größere  $\tau_\Delta/M$  allerdings dominieren die Fehler

### 3 Struktur und Eigenschaften von FBMC-Signalen



**Abb. 3.2:** Mittleres Signal-zu-Interferenz-Verhältnis (SIR) über der Frequenzabweichung  $\nu_\Delta$  für verschiedene Fehler im Abtastzeitpunkt  $\tau_\Delta$  und Prototypfilter

der Zeitabweichung und die Kurven konvergieren gegen die für  $\nu_\Delta = 0$ . Systeme mit Mirabbasi-Martin-Filtern weisen im Vergleich zu IOTA-Filtern hier ein durchweg höheres SIR auf. Dieser Effekt kehrt sich für kleine  $\tau_\Delta/M$  um, was auf eine höhere Robustheit der IOTA-Filter gegenüber Frequenzabweichungen hinweist und im Folgenden untersucht wird.

Abbildung 3.2 zeigt das SIR mit Fokus auf Frequenzabweichungen. Es werden die gleichen Prototypfilter wie oben verwendet und verschiedene  $\tau_\Delta$  darstellt. Dabei zeigt sich grundsätzlich gleiches Verhalten wie für Verschiebungen in Zeitrichtung, wobei auch hier nicht die absolute Frequenzabweichung oder ihre Richtung maßgebend ist, sondern nur die Relation zum Unterträgerabstand  $F$ , im Diskreten  $1/M$ . Für größere Abweichungen  $\nu_\Delta$  zeigt das Mirabbasi-Martin-Filter eine höhere Empfindlichkeit. Dies lässt sich mit dem Verlauf der Ambiguity-Funktionen aus Abschnitt 2.3.2 und den damit verbundenen unterschiedlichen Verhältnissen aus Zeit- und Frequenz-Dispersion der beiden Filter begründen.

Entscheidend ist dabei nicht nur die Konzentration der Pulsenergie in den beiden Dimensionen, sondern damit verbunden auch der unterschiedliche Anstieg der Funktion um die ausgenutzten Nullstellen herum. Zusätzlich kann beim IOTA-Filter die Robustheit gegenüber Zeit- und Frequenzabweichungen mit dem Parameter  $\rho$  beeinflusst werden und beispielsweise an die Charakteristik der Synchronisationsverfahren angepasst werden.

# Synchronisation in FBMC

## 4.1 Problemstellung

Ein Empfänger für digitale Funksignale muss neben der eigentlichen Demodulation und Decodierung der Daten eingehende Übertragungen als solche erkennen und den Einfluss des Übertragungskanals kompensieren, so dass die in Kapitel 2 diskutierten Annahmen zur Symbolorthogonalität eingehalten werden können. Dazu müssen im Allgemeinen der Symboltakt und die Träger- frequenz- und -phasenabweichung aus dem Empfangssignal geschätzt werden. Bei rahmenbasierter Kommunikation ist zusätzlich eine Erkennung des Rahmentakts oder -anfangs erforderlich. Unter Mehrwegeausbreitung ist im Allgemeinen auch eine Schätzung der Kanalimpulsantwort nötig, die im Zuge der Demodulation zur Entzerrung des Signals benötigt wird [Skl01, Kap. 10].

Mit diesen Synchronisierungsinformationen kann das Empfangssignal in die ursprüngliche Basisbandlage gemischt und dem Demodulator entsprechend verzögert zugeführt werden, so dass die Abtastung im Symbol- bzw. Halbsymboltakt im richtigen Raster erfolgt. Die Genauigkeit und Robustheit der geschätzten Größen ist von großer Wichtigkeit: Fehler am Anfang der Empfangssignalverarbeitungskette können im weiteren Verlauf nur begrenzt kompensiert werden und verhindern auch bei ansonsten ausreichenden Signalstärken eine zuverlässige Demodulation.

Zur Schätzung dieser Größen kann zwischen Referenzsignal-gestützten und blinden Verfahren unterschieden werden [Kam04b, Kap. 14]. Bei letzteren werden meist statistische Signaleigenschaften ausgenutzt, die beispielsweise durch redundante Signalanteile wie Pulsformer oder zyklischen Präfixen im

ausgesendeten Signal vorhanden sind. Diese Vorgehensweise ist zwar sehr effizient, bedingt aber auch, dass ein ausreichend langer Signalausschnitt beobachtet werden kann, um eine statistisch relevante Aussage treffen und somit eine hinreichend genaue Schätzung erhalten zu können. Neben der damit verbundenen Verzögerungen bei Weiterverarbeitung muss zusätzlich sichergestellt sein, dass die zu schätzenden Größen dabei hinreichend lange konstant bleiben.

Bei den Referenzsignal-gestützten Schätzverfahren werden diese Nachteile vermieden, indem bestimmte Signalkomponenten, meist eine festgelegte Menge an Symbolen, für die Übertragung von Referenzsignalen reserviert werden. Deren Verlauf und Lage innerhalb eines Rahmens sind am Empfänger bekannt und ermöglichen eine direktere Schätzung und gegebenenfalls auch eine Nachführung zeitveränderlicher Größen. Die Verarbeitung ist dabei unabhängig von den übertragenen Daten, so dass deren Einfluss nicht durch Mittelung unterdrückt werden muss. Die eingebrachten Referenzsignale oder -symbole können jedoch nicht mehr für die Übertragung von Daten verwendet werden, womit sich die Effizienz des Systems reduziert. Im Vergleich zu blinden Verfahren Datenrate gegen Verzögerung bei der Verarbeitung eingetauscht.

Bei Mehrträgersystemen mit hoher spektraler Effizienz hat das Sendesignal zunehmend rauschähnlichen Charakter, so dass der Einsatz blinder Schätzverfahren erschwert wird. OFDM-Übertragungen stellen dabei eine Ausnahme dar, da die Verwendung von zyklischen Präfixen vor den Symbolen eine erhebliche Redundanz darstellt, die wegen ihres deterministischen Verlaufs vergleichsweise einfach zur Schätzung von Synchronisierungsinformationen genutzt werden kann [MPYN09]. Bei FBMC werden die Symbole mit maximaler Gitterdichte in der Zeit-Frequenz-Ebene platziert und überlappen nach der Pulsformung in beiden Dimensionen, so dass hier keine vergleichbaren Signalstrukturen existieren. Das motiviert den Einsatz der im Folgenden vorgestellten Referenzsignal-gestützten Verfahren.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden zunächst FBMC-spezifische Referenzsignale vorgestellt und anschließend darauf aufbauende Methoden zur Schätzung der Synchronisierungs- und Kanalinformationen untersucht.

## 4.2 Referenzsignale

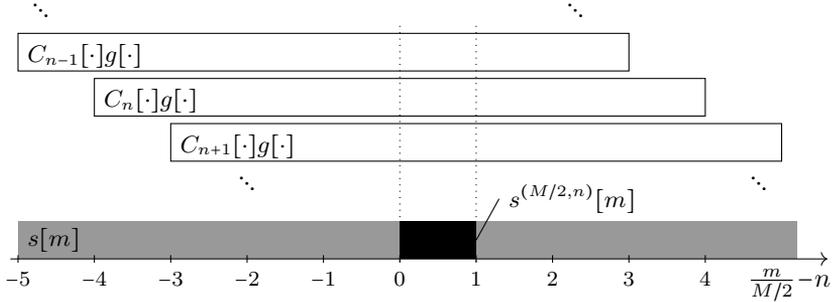
Referenzsignale für Mehrträgerverfahren lassen sich in zwei Kategorien unterteilen: Trainings- oder Pilotsequenzen sind meist auf ein bestimmtes Zeitintervall und Teilband begrenzte Signale, die auch unabhängig vom verwendeten Modulationsverfahren verarbeitet werden können. Im Gegensatz dazu stehen verteilte Pilotsymbole, die als einzelne, gleichmäßig über das Symbolgitter verteilte Referenzen weitestgehend gemeinsam mit den Datensymbolen verarbeitet werden.

### 4.2.1 Pilotsequenzen

Diese in vielen Systemen als Prä- oder Midambel ausgeführten Synchronisationssignale können unter anderem zur Schätzung von Symbol- und Rahmentakt verwendet werden. Dazu wird ein Signal benötigt, das auch unter Einfluss des Übertragungskanals möglichst gut am Empfänger mittels Korrelation detektiert werden kann. Dabei dürfen die Datensymbole selbst nicht gestört werden. Bei linearen Übertragungsverfahren wie FBMC kann dies erreicht werden, indem die Pilotsequenz durch bestimmte reservierte Sendesymbole  $x_{k,n}$  gebildet wird. Solange die Orthogonalitätsbedingung (2.7) eingehalten wird, müssen diese nicht aus dem für die Daten verwendeten Symbolalphabet sein.

Ziel ist die Erzeugung einer beliebigen Zeitfolge in einem abgegrenzten Intervall des Sendesignals  $s[m]$ . Dazu muss eine geeignete Auswahl an Sendesymbolen genau so gewählt werden, dass nach der Phasencodierung, Pulsformung und Überlagerung der Träger ein bestimmter Signalverlauf resultiert. Der Zusammenhang zwischen den dafür zu wählenden Sendesymbolen  $x_{k,n}$  und dem resultierenden Sendesignal ist nach Gleichung (2.18):

$$\begin{aligned}
 s[m] &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_{n,k} \theta_{k,n} \cdot g\left[m - n \frac{M}{2}\right] W_M^{-km} \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underbrace{\left[ \sum_{k=0}^{N-1} x_{n,k} \beta_{k,n} W_M^{-k\left(m - n \frac{M}{2}\right)} \right]}_{=C_n\left[m - n \frac{M}{2}\right]} g\left[m - n \frac{M}{2}\right], \quad (4.1)
 \end{aligned}$$



**Abb. 4.1:** Überlagerung der Zeitfolgen  $C_n[m]$ , gewichtet mit dem Sendepuls  $g[m]$  zum  $n$ -ten  $\frac{M}{2}$ -Segment des Sendesignals  $s^{(M/2,n)}[m]$ .

wobei  $C_n[m]$  die phasencodierten Sendesymbole nach einer inversen Fouriertransformation der Länge  $M$  darstellen und damit die Eingänge der Polyphasenfilterstruktur in Abbildung 2.9 bilden. Es gilt

$$C_n[m] = \text{IDFT} \left\{ x_{n,k} \beta_{k,n} \right\} = C_n[m + iM] \quad (4.2)$$

für alle  $i \in \mathbb{Z}$ .

Abbildung 4.1 zeigt die Entstehung des Sendesignals als Überlagerung aller Signale  $C_n[m]$ , jeweils gewichtet mit dem entsprechend verzögerten Sendepuls  $g[m]$ . Für einen bestimmten Verlauf von  $s[m]$  müssen ein oder mehrere  $C_n[m]$  so gewählt werden, dass sie den Einfluss von  $g[m]$  jeweils kompensieren und zusammen in einem bestimmten Intervall die Pilotsequenz  $z[m]$  bilden. Dabei können nur solche  $C_n[m]$  verwendet werden, die Gleichung (4.2) erfüllen, da sonst die Orthogonalität mit den anderen Datensymbolen verletzt wird [CKCH16]. Welche Strukturen die Größen  $C_n[m]$  dazu aufweisen müssen, wird im Folgenden diskutiert.

#### 4.2.1.1 Entwurfsverfahren

Ausgehend von der Polyphasenstruktur aus Gleichung (2.19), kann der  $n$ -te Abschnitt der Länge  $\frac{M}{2}$  des Sendesignals  $s^{(M/2,n)}[m]$  als Überlagerung aller durch die Gewichtung mit dem Sendepuls eingehenden  $C_n[m]$  dargestellt werden. Abbildung 4.1 veranschaulicht diesen Zusammenhang

für einen auf  $m \in [-K \frac{M}{2}; K \frac{M}{2})$  begrenzten Sendepuls mit  $K = 4$ . Für  $0 \leq m < \frac{M}{2}$  gilt

$$\begin{aligned}
 s^{(M/2,n)}[m] &= s[\frac{M}{2}n + m] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n[m] g[m] \\
 &= \sum_{l=-K}^{K-1} C_{n+l}[m - l \frac{M}{2}] g[m - l \frac{M}{2}] \\
 &= \sum_{l=-K}^{K-1} C_{n+l}^{(M/2,-l)}[m] g^{(M/2,-l)}[m]. \quad (4.3)
 \end{aligned}$$

Im Folgenden wird vereinfachend  $C_n^{(l)}[m]$  anstelle von  $C_n^{(M/2,l)}[m]$  und  $g^{(l)}[m]$  anstatt  $g^{(M/2,l)}[m]$  geschrieben.

Um einen bestimmten Verlauf in  $s^{(M/2,n)}[m]$  zu erreichen, müssen geeignete  $C_n[m]$  gefunden werden. Die Schwierigkeit hierbei sind die Einschränkungen, die sich aus Gleichung (4.2) ergeben:  $C_n[m]$  ist periodisch mit der Periodenlänge  $M$ , d.h.  $C_n^{(l)}[m] = C_n^{(l+2)}[m]$ . Weiter gilt  $\beta_{2k,2n} = 1$  und  $\beta_{2k+1,2n} = j$  und damit ist

$$\begin{aligned}
 C_{2n}[m] &= \sum_{k=0}^{M-1} x_{2n,k} \beta_{k,2n} W_M^{-km} \\
 &= \sum_{k=0}^{M/2-1} x_{2n,2k} W_M^{-(2k)m} + j \sum_{k=0}^{M/2-1} x_{2n,2k+1} W_M^{-(2k+1)m} \\
 &= \sum_{k=0}^{M/2-1} x_{2n,2k} W_{M/2}^{-km} + j W_M^{-m} \sum_{k=0}^{M/2-1} x_{2n,2k+1} W_{M/2}^{-km} \\
 &= \underbrace{\text{IDFT} \{x_{2n,2k}\}}_{=C_{2n}^e[m]} + j W_M^{-m} \underbrace{\text{IDFT} \{x_{2n,2k+1}\}}_{=C_{2n}^o[m]}, \quad (4.4)
 \end{aligned}$$

wobei mit  $C_{2n}^e[m]$  und  $C_{2n}^o[m]$  der Einfluss der Symbole auf Unterträgern mit  $k$  gerade („even“) bzw. ungerade („odd“) beschrieben wird. Dieser ist zunächst gleich, allerdings wird bei letzteren mit dem Term  $W_M^{-m}$  die Verschiebung um einen Unterträger erreicht.

Analog dazu ergeben sich diese Zusammenhänge für den anderen Fall,  $n$

ungerade. Insgesamt gilt

$$C_n[m] = \begin{cases} C_n^e[m] + jW_M^{-m} C_n^o[m], & \text{für } n \text{ gerade} \\ jC_n^e[m] + W_M^{-m} C_n^o[m], & \text{für } n \text{ ungerade} \end{cases} \quad (4.5)$$

Die Symbole  $x_{n,k}$  müssen stets reellwertig sein. Daher gilt für  $i \in \mathbb{Z}$  [PM92, Tab. 9.2]:

$$\begin{aligned} C_n^e[m] &= C_n^e[m + i\frac{M}{2}] \\ &= C_n^{e,*}[-m] = C_n^{e,*}[\frac{M}{2} - m] \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} C_n^o[m] &= C_n^o[m + i\frac{M}{2}] \\ &= C_n^{o,*}[-m] = C_n^{o,*}[\frac{M}{2} - m] \end{aligned} \quad (4.7)$$

Beide Folgen sind periodisch mit der halben diskreten Symboldauer und zudem noch konjugiert symmetrisch. Aus Gleichung (4.5) folgt, dass, wenn nur entweder gerade oder ungerade Unterträger belegt werden,

$$C_n^{(l+1)}[m] = \begin{cases} C_n^{(l)}[m], & \text{für } x_{2k+1,n} = 0 \\ -C_n^{(l)}[m], & \text{für } x_{2k,n} = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

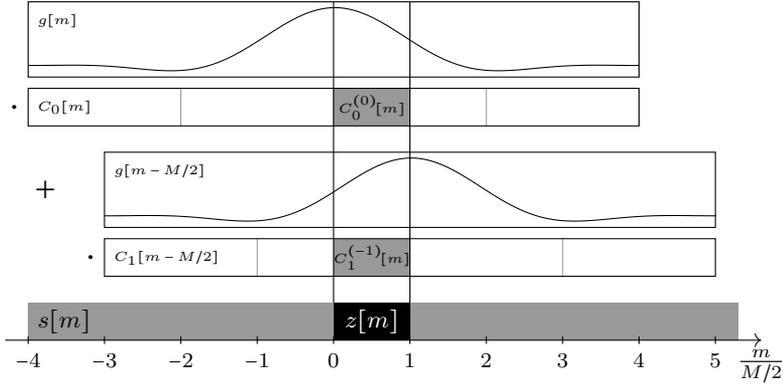
gilt. Werden nur ungerade Unterträger belegt, wiederholt sich  $C_n[m]$  alle  $M/2$ -Werte, allerdings wechselt mit jeder Wiederholung das Vorzeichen.

Um die Orthogonalität zu den umgebenden Datensymbolen zu gewährleisten, müssen diese Bedingungen bei der Konstruktion einer Pilotsequenz eingehalten werden. Zusammen mit Gleichung (4.3) ergeben sich geeignete  $C_n^e[m]$  und  $C_n^o[m]$  als Lösungen des resultierenden Gleichungssystems [CKCH16]. Dabei zeigt sich, dass neben der Gewichtung mit dem Sendepuls, vor allem die konjugierte Symmetrieanforderung die Verwendung von mehreren verschieden wirkenden Sequenzen  $C_n^e[m]$  bzw.  $C_n^o[m]$  zur Konstruktion eines gewünschten Zeitverlaufs bedingt. Im Folgenden wird dies für Pilotsequenzen der Längen  $\frac{M}{2}$  und  $M$  gezeigt.

#### 4.2.1.2 Halbe Symboldauer

Ziel ist die Konstruktion einer Pilotsequenz  $z[m] \in \mathbb{C}$  der Länge  $\frac{M}{2}$  zu Beginn einer paketbasierten Übertragung:

$$s^{(M/2,0)}[m] \stackrel{!}{=} z[m], \quad \text{für } 0 \leq m < \frac{M}{2} \quad (4.9)$$



**Abb. 4.2:** Überlagerung der Zeitfolgen  $C_0[m]$  und  $C_1[m]$  mit dem Sendepuls  $g[m]$  für eine Pilotsequenz  $z[m]$  bei  $s^{(M/2,0)}[m]$ .

Dazu reicht es allerdings nicht die Symbole  $x_{k,0}$ , also  $C_0[m]$ , geeignet zu wählen. Die Kombination der Symmetriebedingungen (4.7) mit der punktwweisen Multiplikation mit dem Sendepuls gemäß Gleichung (4.3) ermöglichen keine beliebig wählbaren Zeitfolgen. Daher müssen Symbole verschiedener Zeitindizes verwendet werden. Besonders geeignet sind diejenigen, die über den Sendepuls den größten Einfluss auf  $s^{(M/2,0)}[m]$  haben [CKCH16]. Abbildung 4.2 veranschaulicht diesen Einfluss und motiviert damit die Wahl von  $x_{k,0}$  und  $x_{k,1}$ .

Nach Gleichung (4.3) gilt hier

$$\begin{aligned}
 z[m] &\stackrel{!}{=} C_0^{(0)}[m]g^{(0)}[m] + C_1^{(-1)}[m]g^{(-1)}[m] \\
 &\quad + \underbrace{\sum_{l=2}^4 C_l^{(-l)}[m]g^{(-l)}[m]}_{=I_1[m]}, \tag{4.10}
 \end{aligned}$$

wobei  $I_1[m]$  die Beiträge der folgenden Symbole beschreiben.

Für jeden zu konstruierenden Wert  $z[m] \in \mathbb{C}$  werden zwei frei wählbare Symbole  $x_{k,n} \in \mathbb{R}$  benötigt. Damit reicht es sich hier jeweils auf die geraden bzw. ungeraden Unterträger zu beschränken. Werden nur gerade

#### 4 Synchronisation in FBMC

verwendet, folgt

$$\begin{aligned}
 z[m] &\stackrel{!}{=} C_0^e[m] g^{(0)}[m] + j C_1^e[m] g^{(-1)}[m] \\
 &\quad + \underbrace{j W_M^{-m} C_0^o[m] g^{(0)}[m] - W_M^{-m} C_1^o[m] g^{(-1)}[m]}_{=I_0[m]} \\
 &\quad + I_1[m],
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

mit  $I_0[m]$ , den Beiträgen der Symbole auf ungeraden Unterträgern. Abbildung 4.3 zeigt eine Übersicht der belegten Symbole und der resultierenden Abhängigkeiten.

Die Signalkomponenten  $I_0[m]$  und  $I_1[m]$  in  $s^{(M/2,0)}[m]$  sind abhängig von den übertragenen Daten, so dass die Differenz zum gewünschten Verlauf  $z[m]$  von  $C_0^e[m]$  und  $C_1^e[m]$  aufgebracht werden muss:

$$\tilde{z}[m] = z[m] - I_0[m] - I_1[m] \tag{4.12}$$

$$\stackrel{!}{=} g^{(0)}[m] C_0^e[m] + j g^{(-1)}[m] C_1^e[m] \tag{4.13}$$

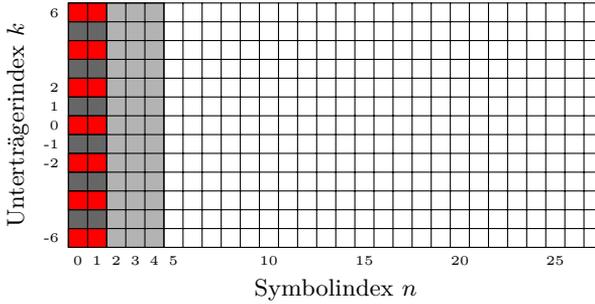
Nun muss noch konjugierte Symmetrie von  $C_0^e[m]$  und  $C_1^e[m]$  über die Gleichung (4.7) sichergestellt werden. Dabei kann auch genutzt werden, dass der Sendepuls  $g[m]$  nach Gleichung (2.9) nullphasig und reellwertig ist, d.h.  $g[m] = g[-m]$ :

$$\begin{aligned}
 \tilde{z}\left[\frac{M}{2}-m\right] &\stackrel{!}{=} g^{(0)}\left[\frac{M}{2}-m\right] C_0^e\left[\frac{M}{2}-m\right] + j g^{(-1)}\left[\frac{M}{2}-m\right] C_1^e\left[\frac{M}{2}-m\right] \\
 \tilde{z}^*\left[\frac{M}{2}-m\right] &\stackrel{!}{=} g^{(1)}[-m] C_0^{e,*}\left[\frac{M}{2}-m\right] - j g^{(0)}[-m] C_1^{e,*}\left[\frac{M}{2}-m\right] \\
 &\stackrel{!}{=} g^{(-1)}[m] C_0^e[m] - j g^{(0)}[m] C_1^e[m]
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Aus den Gleichungen (4.13) und (4.14) lässt sich für  $1 \leq m < \frac{M}{2}$  schließlich das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} g^{(0)}[m] & j g^{(-1)}[m] \\ g^{(-1)}[m] & -j g^{(0)}[m] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_0^e[m] \\ C_1^e[m] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{z}[m] \\ \tilde{z}^*\left[\frac{M}{2}-m\right] \end{pmatrix} \tag{4.15}$$

bilden, aus dem eindeutige Lösungen für  $C_0^e[m]$  und  $C_1^e[m]$  berechnet werden können [MW02, S. 177]. Die Werte für  $C_0^e[0]$  und  $C_1^e[0]$  sind nach



**Abb. 4.3:** Ausschnitt der Sendesymbole  $x_{k,n}$  eines Übertragungsrahmens: in rot die für die Erzeugung der Pilotsequenz reservierten Symbole, in grau bzw. dunkelgrau die als  $I_0[m]$  bzw.  $I_1[m]$  in die Berechnung der Pilotsymbole eingehenden (für  $K = 4$ ).

Gleichung (4.7) rein reell und aus Gleichung (4.13) folgt

$$\begin{aligned} C_0^e[0] &= \operatorname{Re}\{\tilde{z}[0]\} / g^{(0)}[0] \\ C_1^e[0] &= \operatorname{Im}\{\tilde{z}[0]\} / g^{(-1)}[0] \end{aligned} \quad (4.16)$$

Die Pilotsymbole  $x_{2k,n}$ , mit denen die Pilotsequenz  $z[m]$  erzeugt wird, können schließlich mit Gleichung (4.2) berechnet werden:

$$x_{2k,n} = \operatorname{DFT}_{m \rightarrow k}\{C_n[m]\} \quad (4.17)$$

Alternativ können statt nur Symbole auf geraden Unterträgern auch die ungeraden genutzt werden. Damit vertauschen sich die Rollen der in Abbildung 4.3 mit rot und dunkelgrau markierten Positionen. Aus Gleichung (4.11) ergibt sich in diesem Fall

$$W_M^{-m} \begin{pmatrix} jg^{(0)}[m] & -g^{(-1)}[m] \\ jg^{(-1)}[m] & g^{(0)}[m] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_0^o[m] \\ C_1^o[m] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{z}[m] \\ \tilde{z}^*[\frac{M}{2} - m] \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

für  $1 < m < \frac{M}{2}$ . Weiter gilt  $C_0^o[0] = \operatorname{Im}\{\tilde{z}[0]\}/g^{(0)}[0]$  sowie  $C_1^o[0] = \operatorname{Re}\{\tilde{z}[0]\}/g^{(-1)}[0]$ , womit sich schließlich die Lösungen für  $x_{2k+1,n}$  wie Gleichung (4.17) ergeben.

Insgesamt können nun beliebige Pilotsequenzen der Länge  $\frac{M}{2}$  in das Sendesignal  $s[m]$  eingefügt werden, ohne die Übertragung der Datensymbole

zu beeinträchtigen. Da FBMC-Symbole stets überlappen, beeinflussen andersherum die Datensymbole stets die Pilotsequenz, siehe Gleichung (4.13). Um einen gewünschten Verlauf  $z[m]$  exakt zu erreichen, muss die Berechnung daher abhängig von diesen mittels  $\tilde{z}[m]$  erfolgen.

Bevor diese Abhängigkeit und die Konsequenzen, wenn diese vernachlässigt wird, weiter untersucht wird, folgt die Konstruktion von Pilotsequenzen mit der vollen Symboldauer  $M$ .

### 4.2.1.3 Volle Symboldauer

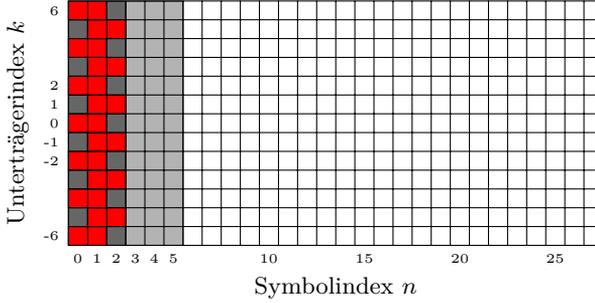
Für eine Pilotsequenz  $z[m]$  der Länge  $M$  am Anfang einer paketbasierten Übertragung ist es zweckmäßig die Konstruktion in zwei Abschnitte der Länge  $\frac{M}{2}$  zu zerlegen. Damit können die im vorherigen Abschnitt aufgestellten Bedingungen für die beiden Abschnitte

$$\begin{aligned} s^{(M/2,0)}[m] &\stackrel{!}{=} z[m], \\ s^{(M/2,1)}[m] &\stackrel{!}{=} z\left[\frac{M}{2} + m\right], \quad \text{für } 0 \leq m < \frac{M}{2} \end{aligned} \quad (4.19)$$

wiederverwendet werden. Allerdings beeinflusst jede Wahl von  $C_n[m]$  für den einen Abschnitt den jeweils anderen, so dass dennoch eine gemeinsame Lösung für beide Abschnitte benötigt wird.

Mit den gleichen Überlegungen wie oben müssen auch hier Symbole  $x_{k,n}$  von verschiedenen Indizes  $n$  als Stützstellen verwendet werden. Für den ersten Abschnitt können wie für die Gleichungen in (4.15) die geraden Unterträger der ersten beiden Symbole, also  $C_0^e[m]$  und  $C_1^e[m]$ , verwendet werden. Für den zweiten werden in gleicher Weise die Symbole von ungeraden Unterträgern, also  $C_1^o[m]$  und  $C_2^o[m]$  verwendet. Abbildung 4.4 zeigt den Aufbau des resultierenden Rahmens und der Positionen der Pilotsymbole.

Abbildung 4.5 zeigt die Zusammenhänge der zu bestimmenden Zeitfolgen mit dem Sendesignal. Daran erkennt man, dass besonders die Symbole in  $C_1[n]$  beide Abschnitte gleichermaßen beeinflussen und die in  $C_0[m]$  und  $C_2[m]$  benötigt werden um den unterschiedlichen Verlauf in den beiden Abschnitten zu realisieren. Auch hier gilt wieder: Um  $M$  beliebige komplexwertige Werte  $z[m]$  zu erzeugen werden  $2M$  reellwertige Stützstellen aus  $x_{k,n}$  benötigt. Abbildung 4.5 verdeutlicht weiter, dass die hier



**Abb. 4.4:** Ausschnitt der Sendesymbole  $x_{k,n}$  eines Übertragungsrahmens: in rot die für die Erzeugung der Pilotsequenz reservierten, in grau bzw. dunkelgrau die Berechnung der Pilotsymbole eingehenden (für  $K = 4$ ).

gewählten Symbolindizes die mit dem größten Einfluss auf das Signal  $s[m]$  für  $0 \leq m < M$  darstellen.

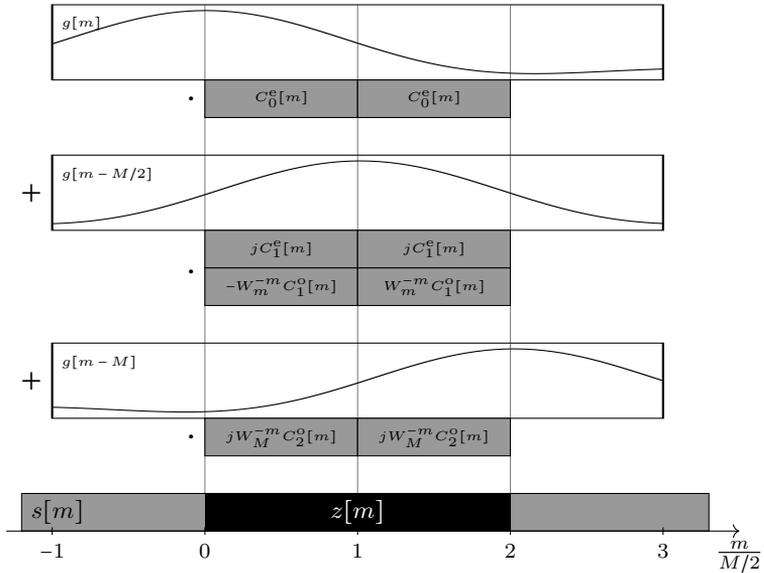
Mit diesen Vorüberlegungen können analog zum Vorgehen für Pilotsequenzen der Länge  $\frac{M}{2}$  die folgenden Bedingungen aus den Gleichungen (4.3) bis (4.8) abgeleitet werden. Für  $0 \leq m < \frac{M}{2}$  gilt im ersten Abschnitt der Pilotsequenz

$$\begin{aligned} \tilde{z}[m] &\stackrel{!}{=} g^{(0)}[m] \left( C_0^e[m] \right) \\ &\quad + g^{(-1)}[m] \left( jC_1^e[m] - W_M^{-m} C_1^o[m] \right) \\ &\quad + g^{(-2)}[m] \left( jW_M^{-m} C_2^e[m] \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

und für den zweiten

$$\begin{aligned} \tilde{z}\left[\frac{M}{2} + m\right] &\stackrel{!}{=} g^{(1)}[m] \left( C_0^e[m] \right) \\ &\quad + g^{(0)}[m] \left( jC_1^e[m] + W_M^{-m} C_1^o[m] \right) \\ &\quad + g^{(-1)}[m] \left( -jW_M^{-m} C_2^e[m] \right), \end{aligned} \quad (4.21)$$

wobei  $\tilde{z}[m]$  auch hier die Differenz zwischen dem gewünschten Verlauf und dem Einfluss der umgebenden Symbole darstellt.



**Abb. 4.5:** Überlagerung der mit dem Sendepuls  $g[m]$  gewichteten Zeitfolgen  $C_0[m]$ , mit nur geraden Unterträgern,  $C_1[m]$ , voll belegt, und  $C_2[m]$ , mit nur ungeraden Unterträgern, zur Pilotsequenz  $z[m]$  für  $0 \leq m < M$ .

Gesucht werden Symbole  $x_{2k,0}$ ,  $x_{k,1}$  und  $x_{2k+1,2}$ , die diese Bedingungen erfüllen. Damit diese rein reellwertig sind, werden aus Gleichung (4.5) zwei weitere Bedingungen abgeleitet. Insgesamt ergibt sich für  $0 < m < \frac{M}{2}$  das Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} g^{(0)} & jg^{(-1)} & -W_M^{-m}g^{(-1)} & jW_M^{-m}g^{(-2)} \\ g^{(-1)} & -jg^{(0)} & W_M^{-m}g^{(0)} & jW_M^{-m}g^{(1)} \\ g^{(1)} & jg^{(0)} & W_M^{-m}g^{(0)} & -jW_M^{-m}g^{(-1)} \\ g^{(-2)} & -jg^{(-1)} & W_M^{-m}g^{(-1)} & -jW_M^{-m}g^{(0)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_0^e[m] \\ C_1^e[m] \\ C_1^o[m] \\ C_2^o[m] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{z}[m] \\ \tilde{z}^*[\frac{M}{2} - m] \\ \tilde{z}[\frac{M}{2} + m] \\ \tilde{z}^*[M - m] \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Dabei wurde abkürzend  $g^{(l)}$  anstatt  $g^{(l)}[m]$  geschrieben.

Für  $m = 0$  lassen sich die Bedingungen (4.20) und (4.21) getrennt nach Real- und Imaginärteil aufstellen:

$$\begin{pmatrix} g^{(0)} & -g^{(-1)} \\ g^{(1)} & g^{(0)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_0^e[m] \\ C_1^o[m] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{Re} \tilde{z}[m] \\ \operatorname{Re} \tilde{z}[\frac{M}{2} + m] \end{pmatrix}, \quad (4.23)$$

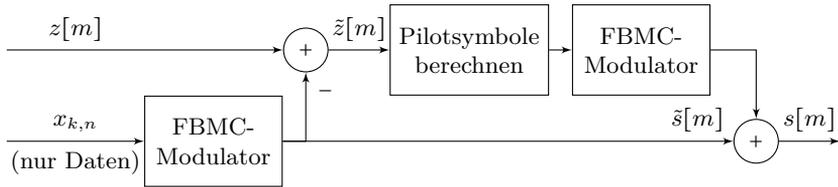
$$\begin{pmatrix} g^{(-1)} & g^{(-2)} \\ g^{(0)} & -g^{(-1)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_1^e[m] \\ C_2^o[m] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{Im} \tilde{z}[m] \\ \operatorname{Im} \tilde{z}[\frac{M}{2} + m] \end{pmatrix}, \quad (4.24)$$

womit dann Lösungen für alle Werte von  $C_0^e[m]$ ,  $C_1^e[m]$ ,  $C_1^o[m]$  und  $C_2^o[m]$  berechnet werden können. Mittels Gleichung (4.2) ergeben sich daraus die gesuchten Symbole  $x_{2k,0}$ ,  $x_{2k,1}$ ,  $x_{2k+1,1}$  und  $x_{2k+1,2}$  um eine beliebige Pilotsequenz der Länge  $M$  zu erzeugen.

Alternativ können in ähnlicher Weise auch andere Symbole aus  $x_{k,n}$  zur Erzeugung der Pilotsequenz verwendet werden. Die in [CKCH16] vorgeschlagene Verwendung von  $C_0^e[m]$ ,  $C_0^o[m]$ ,  $C_1^e[m]$  und  $C_1^o[m]$  führt allerdings nicht auf ein allgemein-lösbares Gleichungssystem und ist daher nur eingeschränkt anwendbar.

#### 4.2.1.4 Datenabhängigkeit

In Gleichung (4.13) wird die Sequenz  $\tilde{z}[m]$  als Differenz zwischen dem gewünschten Verlauf  $z[m]$  und den von umgebenden Symbolen im angestrebten Intervall enthaltenen Signalanteilen eingeführt.  $\tilde{z}[m]$  muss im



**Abb. 4.6:** Schematisches Blockschaltbild der Erzeugung eines FBMC-Signals  $s[m]$  mit Pilotsequenz  $z[m]$ . Die Pilotsymbole werden im entsprechenden Zeitintervall so berechnet, dass sie die Differenz  $\tilde{z}[m]$  zu den Signalanteilen der zuvor modulierten Datensymbolen  $x_{k,n}$  ergeben.

Allgemeinen für jeden Rahmen neu berechnet werden und damit sind auch die gesuchten Pilotsymbole abhängig von den umgebenden Datensymbolen.

Abbildung 4.6 zeigt ein schematisches Blockschaltbild dieses Zusammenhangs. Dabei stellen die Blöcke „Pilotsymbole berechnen“ und „FMBC-Modulator“ logische Schritte dar, die kombiniert deutlich vereinfacht werden können: Die für die Berechnung der Pilotsymbole verwendeten Sequenzen  $C_n[m]$  können gemäß Gleichung (4.1) direkt mit dem Sendepuls gewichtet zu  $\tilde{s}[m]$  addiert werden.

Da hier alle Zusammenhänge linear sind, lässt sich die Berechnung der Pilotsymbole alternativ auch getrennt für beide eingehende Komponenten durchführen: Setzt man beispielsweise in Gleichung (4.15)  $\tilde{z}[m] = z[m]$  ergeben sich als Lösung diejenigen Symbole, die  $z[m]$  in Abwesenheit umgebender Datensymbole erzeugen. Analog dazu ergeben sich für  $\tilde{z}[m] = \tilde{s}[m]$  diejenigen Symbole, die  $\tilde{s}[m]$  nachbilden und damit negiert auf  $\tilde{s}[m] = 0$  führen.

So können in Abbildung 4.6 eingehende Symbole  $x_{k,n}$  auch die sich für den Fall  $\tilde{z}[m] = z[m]$  ergebenden Symbole enthalten. In diesem Fall wirken die übrigen Blöcke nach dem Prinzip der Interferenzunterdrückung (IC), indem die datenabhängigen Überlagerungen, oder auch Interferenzen, in der Pilotsequenz nachgebildet und ausgelöscht werden. Ohne dieses Vorgehen müssen die Pilotsymbole nur einmalig berechnet werden und können unabhängig in die zu übertragenden Datensymbole eingefügt werden. Das führt auf die Fragestellung der Notwendigkeit der Interferenzunterdrückung. Unter Umständen kann diese Interferenz vernachlässigt werden, was sich allerdings erst im Empfänger am Schätzer zeigt.

Für das Szenario aus Abschnitt 4.2.1.2 lässt sich das Signal-zu-Interferenz-Verhältnis der mittleren Leistung der Pilotsequenz  $z[m]$  und den beiden Signalkomponenten  $I_0[m]$  und  $I_1[m]$  angeben. Unter der Annahme  $P_z = 1$  gilt für unabhängige identisch verteilte Datensymbole mit  $E\{x_{k,n}\} = 0$  und  $\text{var}\{x_{k,n}\} = 1/2$  das Verhältnis zu den nachfolgenden ( $n \leq 2$ ) Datensymbolen zu

$$\begin{aligned} \text{SIR}_1 &= \frac{P_z}{P_{I_1}} = \frac{M}{2} \left( \sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-1} \text{var} \{I_1[m]\} \right)^{-1} \\ &= \frac{M}{2} \left( \sum_{m=0}^{\frac{M}{2}-1} \sum_{l=2}^4 \underbrace{\text{var} \{C_l^{(-l)}[m]\}}_{=M \text{ var}\{x_{k,n}\} = \frac{M}{2}} |g^{(-l)}[m]|^2 \right)^{-1} \\ &= \left( \sum_{m=-2M}^{-M/2-1} |g[m]|^2 \right)^{-1} \end{aligned}$$

In gleicher Weise gilt für das Verhältnis zu denen auf ungeraden Unterträgern ( $n < 2$ )

$$\text{SIR}_0 = \frac{P_z}{P_{I_0}} = \left( \sum_{m=-M/2}^{M/2-1} |g[m]|^2 \right)^{-1}$$

Beide Verhältnisse sind abhängig vom eingesetzten Sendepuls. Einige Beispiele mit den in Abschnitt 2.3.2 vorgestellten Filtern zeigt Tabelle 4.1. Dabei wird deutlich, dass der Einfluss von  $I_0[m]$  über alle betrachteten Fälle hinweg nur wenig schwankt. Allerdings verringert sich der Anteil von  $I_1[m]$  mit steigender Lokalisierung der Symbolenergie im Zeitbereich. Für Mirabasi-Martin-Filter erfolgt dies mit steigendem Überlappungsfaktor  $K$ , wohingegen IOTA-Filter unabhängig von  $K$  über den Parameter  $\alpha$  des zugrundeliegenden Gaußpulses gesteuert werden. Um diesen Zusammenhang zu verdeutlichen, ist weiterhin die relative Pulsenergie  $E_m$  im Intervall  $[-\frac{M}{2}; \frac{M}{2}]$  aufgeführt: Je mehr Energie im Symbolintervall, desto geringer die Überlappung der Symbole, desto geringer der Einfluss von  $I_1$ .

Mit diesen Ergebnissen können folgende Schlüsse für die Datenabhängigkeit der Pilotsequenzberechnung gezogen werden:

Prototyp	Parameter	SIR <sub>0</sub>	SIR <sub>1</sub>	$E_M$
Mirabbasi-Martin-Filter	$K = 3$	3,23 dB	16,09 dB	0,95
	$K = 4$	3,25 dB	15,67 dB	0,95
	$K = 6$	3,31 dB	14,82 dB	0,93
IOTA-Filter	$\alpha = 0.5$	3,26 dB	15,52 dB	0,94
	$\alpha = 1.0$	3,06 dB	22,78 dB	0,99
	$\alpha = 2.0$	3,01 dB	38,47 dB	1,00

**Tab. 4.1:** Signal-zu-Interferenz-Verhältnis der mittleren Leistung der Pilotsequenz  $z[m]$  und den beiden Signalkomponenten  $I_0[m]$  und  $I_1[m]$  für verschiedene Sendepulse.

- Die nicht von den Pilotsymbolen belegten Unterträger in  $x_{k,0}$  und  $x_{k,1}$  bzw.  $x_{k,2}$  haben aufgrund der identischen Gewichtung mit  $g[m]$  stets nicht-vernachlässigbaren Anteil, der die Schätzung am Empfänger negativ beeinflussen kann. Wenn dennoch auf IC verzichtet werden soll, können diese Symbole alternativ mit Nullen belegt werden, womit  $I_0[m]$  verschwindet.
- Der Einfluss nachfolgender Datensymbole  $I_1[m]$  ist bei geeignetem Sendepuls deutlich geringer als  $I_0[m]$  und kann deshalb grundsätzlich einfacher vernachlässigt werden. Ob dies gerechtfertigt ist, wird in Abschnitt 4.3 untersucht.

Es ist also prinzipiell möglich den Berechnungsaufwand für die Interferenzunterdrückung einzusparen, teilweise unter Verringerung der Übertragungseffizienz.

## 4.2.2 Verteilte Piloten

Verteilte Piloten stellen die zweite Klasse an Referenzsignalen zur Unterstützung der Synchronisation am Empfänger dar. Anders die Referenzsymbole, die zur Erzeugung eines bestimmten, gut detektierbaren Abschnitts des Sendesignals dienen, werden verteilte Piloten eingesetzt, um die Auswirkung des Übertragungskanals an verschiedenen Positionen eines Übertragungsrahmens beobachten zu können. Besonders effizient kann das realisiert werden, wenn sie am Empfänger gemeinsam mit den

zu schätzenden Datensymbolen verarbeitet werden können [Kam04b, Kap. 16.3].

Für Mehrträgerverfahren bietet es sich daher an verteilt über den ganzen Übertragungsrahmen einzelne Symbole in Zeit- und Unterträgerrichtung in einem festen Gitter  $(k, n) \in \Omega^{(p)}$  als Referenzsymbole zu reservieren und mit bekannten Werten zu belegen. Am Empfänger wird aus der Abweichung zum erwarteten Wert dieser Symbole eine Schätzung der momentanen Kanalübertragungsfunktion gewonnen [HMCK05, Kap. 14]. Dabei werden neben dem Empfängerrauschen nicht nur Einflüsse der Mehrwegeausbreitung, sondern auch nach der Synchronisation verbleibende Abweichungen des Symboltakts und Trägerfrequenz erfasst.

#### 4.2.2.1 Entwurfsverfahren

Allein mit den bei FBMC verwendeten reellwertigen Symbolen ist eine Vermessung des Kanalverhaltens über einen Rahmen hinweg schwer möglich. Stattdessen ist es sinnvoll die komplexwertigen Ausgänge der Analysefilterbank zu verwenden. Diese ermöglichen es, neben Amplitudeneinflüssen auch Veränderungen der Phase durch den Kanal zu schätzen.

Ausgehend von Gleichungen (3.4) und (3.11) lassen sich die phasen-decodierten Analysefilterbankausgänge  $x_{k,n}^{(c)}$  mit

$$\hat{x}_{k,n}^{(c)} = \beta_{k,n}^* y_{k,n} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \tilde{a}_{k,n,i,n'} x_{i,n'} + \eta_k[n] \quad (4.25)$$

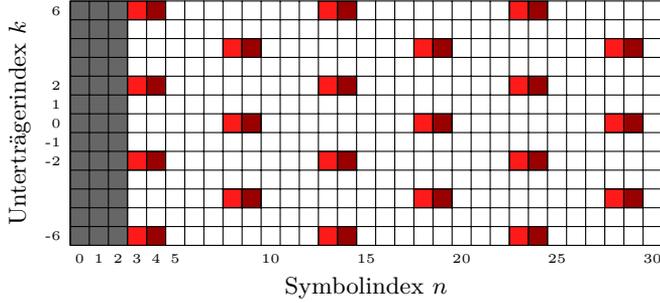
beschreiben. Unter der Annahme, dass die Länge der Kanalimpulsantwort deutlich kürzer als die Symboldauer und dabei auch näherungsweise konstant ist, gilt

$$\tilde{a}_{k,n,i,n'} \approx H_{k,n} a_{k,n,i,n'}, \quad (4.26)$$

womit sich aus (4.25) ein direkter Zusammenhang mit den Werten  $H_{k,n}$  der Kanalübertragungsfunktion ergibt [JLR03]:

$$\hat{x}_{k,n}^{(c)} = H_{k,n} (x_{k,n} + I_{k,n}) + \eta_k[n] \quad (4.27)$$

Allerdings enthalten diese stets intrinsische Interferenz: Der erwartete Wert eines Pilotsymbols  $x_{k,n}^{(p)}$  kann nur unter Kenntnis der in Umgebung



**Abb. 4.7:** Ausschnitt der Sendesymbole  $x_{k,n}$  eines Übertragungsrahmens: in rot die für Piloten reservierten Symbole, in dunkel rot die zugehörigen Hilfspiloten und in dunkelgrau die Symbole für die Erzeugung der Präambel

$\Omega_{k,n}$  übertragen Datensymbole bestimmt werden. Eine erstmals von J. P. Javaudin vorgeschlagenen Lösung dieses Problems besteht in der lokalen Unterdrückung von  $I_{k,n}$  mit Hilfe eines Hilfspiloten [JLR03].

Dabei wird zu jedem Pilotsymbol  $x_{k,n}^{(p)}$  ein weiteres Symbol in der Umgebung reserviert und am Sender so gewählt, dass  $I_{k,n}$  am Empfänger verschwindet. Ähnlich wie in Abschnitt 4.2.1 sollte dazu eine Position aus  $\Omega_{k,n}$  mit möglichst großem Einfluss gewählt werden. Gemäß Tabelle 3.2 sind daher die in Zeitrichtung direkt benachbarten Symbole besonders geeignet. Wird beispielsweise das nachfolgende Symbol gewählt, so ergibt sich die in Abbildung 4.7 dargestellte Rahmenstruktur, wobei hier ein rautenförmiges Gitter für die Piloten verwendet wurde.

Der Beitrag des Hilfspiloten  $x_{k,n+1}^{(h)}$  zur intrinsischen Interferenz ist nach Gleichung (3.13)

$$I_{k,n} = a_{k,n+1,i,n'} x_{k,n+1}^{(h)} + \sum_{(i,n') \in \Omega_{k,n} \setminus \{(k,n+1)\}} a_{k,n,i,n'} x_{i,n'} \quad (4.28)$$

Für  $I_{k,n} \stackrel{!}{=} 0$  muss

$$x_{k,n+1}^{(h)} = - \frac{\sum_{(i,n') \in \Omega_{k,n} \setminus \{(k,n+1)\}} a_{k,n,i,n'} x_{i,n'}}{a_{k,n+1,i,n'}} \quad (4.29)$$

gewählt werden.

Insgesamt werden völlig analog zu Verfahren wie OFDM pro komplexwertigem  $H_{k,n}$  zwei reellwertige Referenzsymbole eingesetzt. Der Unterschied besteht allerdings darin, dass bei FBMC senderseitig zusätzlicher Aufwand zu Berechnung benötigt wird.

#### 4.2.2.2 Erweiterungen

Bei der Auswertung der so entworfenen verteilten Piloten müssen stets die dabei getroffenen Annahmen für das jeweilige Einsatzszenerio überprüft werden. Gegebenenfalls kann der Einsatz von Erweiterungen des vorgestellten Verfahrens sinnvoll sein. Kann beispielsweise die Näherung (4.26) nicht gut eingehalten werden, ist die Verwendung zusätzlicher Hilfspiloten für eine effektivere Unterdrückung von  $I_{k,n}$  denkbar. Dieses Vorgehen verringert jedoch die Effizienz der Übertragung.

Alternativ kann die potentiell entstehende ISI auch am Empfänger behandelt werden. Dort sind allerdings die umgebenden Datensymbole zunächst unbekannt. In diesem Fall kann die Lösung von Gleichung (4.27) durch iterative Verarbeitung gefunden werden [LLS09]. Nach dem Prinzip eines Entzerrers mit Entscheidungsrückkoppelung [Kam04b, Kap. 12.3] wird die trotz des Hilfspiloten auftretende ISI am Pilotsymbol aus den umgebenden Datensymbolen nachgebildet und unterdrückt. Anschließend kann der gesuchte Kanalkoeffizient bestimmt werden.

Die Effektivität dieses Vorgehens kann weiter verbessert werden, wenn jeder Hilfspilot zusammen mit dem vor dem Pilotsymbol liegenden Datensymbol über beide Positionen gespreizt übertragen wird [ZVS14]. Obwohl dadurch mehr Symbolpositionen Referenzsignale beinhalten, bleibt die Übertragungseffizienz unverändert. In Abbildung 4.7 gruppieren sich die neuen Hilfspiloten jeweils vor und nach den Pilotsymbolen. Das über beide Positionen verteilt gesendete Datensymbol sei  $x_{k,n}^{(d)}$ . Es gilt

$$\begin{aligned} x_{k,n-1}^{(h')} &= \frac{1}{2} \left( x_{k,n}^{(d)} - x_{k,n-1}^{(h)} \right) \\ x_{k,n+1}^{(h')} &= \frac{1}{2} \left( -x_{k,n}^{(d)} - x_{k,n+1}^{(h)} \right), \end{aligned} \quad (4.30)$$

wobei zur Berechnung der  $x_{k,n\pm 1}^{(h)}$  im Zähler von Gleichung (4.29) der Beitrag der jeweils anderen Position ignoriert wird. Am Empfänger kann  $x_{k,n}^{(d)}$  aus der Differenz  $x_{k,n-1}^{(h')} - x_{k,n+1}^{(h')}$  gewonnen werden und damit die

Fehler der anfänglichen Annahme (4.26) iterativ unter Verwendung von Gleichung (3.10) verbessert werden [ZVS14].

## 4.3 Symbol- und Rahmentaktrückgewinnung

Mit den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Entwurfsverfahren für Pilotsequenzen und verteilte Piloten für FBMC-Signale können Rahmen mit geeigneten Referenzsignalen übertragen und am Empfänger zur Detektion von Rahmen und Rückgewinnung des Symboltakts verwendet werden. Als Beispiel einer solchen Pilotsequenz für FBMC-Systeme werden die in modernen Mobilfunksystemen nach 3GPP Long Term Evolution (LTE) eingesetzten Zadoff-Chu (ZC)-Sequenzen betrachtet. Diese werden sowohl im Down- als auch im Uplink [SBT11, Kap. 7.2 und 15.2] eingesetzt um am Empfänger Symbol- und Rahmentakt sowie Trägerfrequenzabweichung zu schätzen.

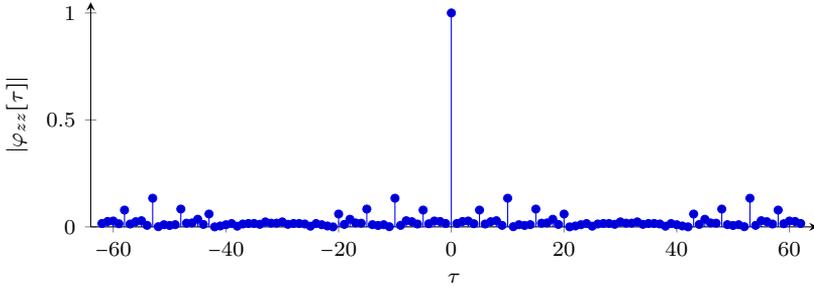
### 4.3.0.1 Zadoff-Chu-Sequenzen

Zadoff-Chu (ZC)-Sequenzen sind komplexwertige Folgen, die sich durch eine konstante Amplitude und einen günstigen Verlauf der Autokorrelationsfunktion auszeichnen [Chu72, Pop92]. Sie sind definiert durch

$$ZC_{L_{ZC}}^u[m] = \begin{cases} \exp\left(-j2\pi u \frac{m(m+1)/2+mq}{L_{ZC}}\right) & , \text{ für } L_{ZC} \text{ ungerade} \\ \exp\left(-j2\pi u \frac{m^2/2+mq}{L_{ZC}}\right) & , \text{ für } L_{ZC} \text{ gerade} \end{cases} \quad , \quad (4.31)$$

für  $0 \leq m < L_{ZC}$  mit  $u \in \{0, 1, \dots, L_{ZC} - 1\}$  und  $q \in \mathbb{N}$ , wobei im Folgenden  $q = 0$  gesetzt wird. ZC-Sequenzen gehören zu den Constant Amplitude Zero Autocorrelation (CAZAC)-Folgen. Während die zyklische Autokorrelation für Werte außerhalb von  $\tau = 0$  verschwindet, ergibt sich für eine azyklische Autokorrelationsfunktion in Abbildung 4.8 dargestellte Verlauf. Durch eine geeignete Wahl der Parameter  $u$  und  $L_{ZC}$  kann eine Familie solcher Folgen mit sehr geringen maximalen Kreuzkorrelationen gebildet werden.

In LTE-Uplink-Signalen variieren die Parameter mit der Anzahl verwendeter Unterträger; im LTE-Downlink wird eine ZC-Sequenz als Primary



**Abb. 4.8:** Betrag der azyklischen Autokorrelationsfunktion  $\varphi_{zz}[\tau]$  der ZC-Sequenz  $z[m] = \text{ZC}_{63}^{25}[m]$

Synchronization Sequence (PSCH) mit den Parametern  $L_{\text{ZC}} = 63$  und  $u \in \{25, 29, -29\}$  verwendet. Um eine gute initiale Kanalschätzung zu erhalten, wird die Sequenz direkt auf die zugewiesenen Pilotsymbole  $x_{k,n}$  gegeben. Trotz der ausgelassenen Rand- und Nullträger weist das resultierende Zeitsignal die angestrebten Korrelationseigenschaften näherungsweise auf [SBT11, Kap. 7.2.2].

Für FBMC-Übertragungen ist eine solche direkte Zuweisung nicht möglich, da Real- und Imaginärteil nicht gleichzeitig übertragen werden. Außerdem beeinflusst die zu einer OFDM-Modulation zusätzlich ausgeführte Pulsformung das resultierende Zeitsignal erheblich, so dass die angestrebten Signaleigenschaften nicht mehr direkt erreicht werden können. Mit den im vorherigen Abschnitt diskutierenden Methoden kann ein identisches Zeitsignal erzeugt werden. Jedoch resultiert dieses in anderen Werten für die Pilotsymbole  $x_{k,n}$ , deren Amplituden im Allgemeinen nicht mehr identisch sind.

Das hat lediglich zur Folge, dass eine Schätzung der Kanalimpulsantwort am Empfänger nicht auf Basis der Analysefilterbankausgänge erfolgt: Ziel der beschriebenen Methoden ist es den Einfluss der Pulsformung lokal zu eliminieren und damit einen bestimmten Zeitverlauf zu erzeugen. Genau dieser muss am Empfänger separat behandelt werden. Für die Schätzung der Kanalimpulsantwort mit einer DFT-Operation wie sie auch bei LTE-Signalen verwendet wird [SBT11, Kap. 7].

Darüber hinaus kann auch die Länge der verwendeten ZC-Sequenz  $L_{\text{ZC}}$  soweit verringert werden, dass die Pilotsequenz  $z[m]$  mehr als eine Pe-

riode  $ZC_{L_{ZC}}^u[m]$  enthält. Damit ergibt sich analog zu dem bei OFDM-Übertragungen eingesetzten Schutzintervallen ein zyklisches Präfix, womit das Signal am Empfänger prinzipiell wie der PSCH verarbeitet werden kann.

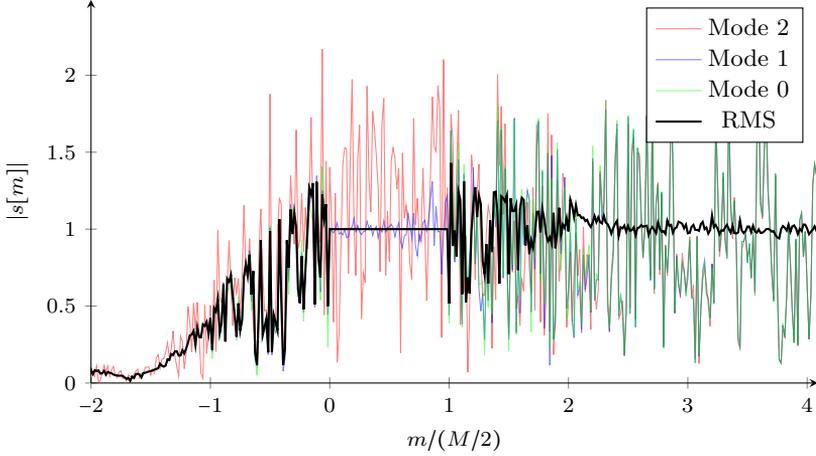
### 4.3.1 Schätzverfahren

Verwendet man eine Zadoff-Chu-Sequenz als Pilotsequenz mit dem Entwurfsverfahren aus Abschnitt 4.2.1.2, so ergibt sich ein Zeitsignal mit genau dieser Sequenz unmittelbar nach dem Aufklingen des Filters. Um daraus am Empfänger Synchronisationsinformationen zu erhalten, können die von LTE-Systemen bekannten Verfahren [GKM12, DKJ15] direkt angewandt werden.

Abbildung 4.9 zeigt beispielhaft den Betragsverlauf  $|s[m]|$  eines FBMC-Rahmens. Es werden  $M = 128$  Unterträger, ein Mirabbasi-Martin-Filter mit  $K = 4$  und 2-PAM für die zufälligen Datensymbole eingesetzt. Als Pilotsequenz wird die des PSCH allerdings, zur einfacheren Visualisierung, im Zeitbereich verwendet. Es gilt  $z[m] = ZC_{63}^{25}[m]$ . Dabei werden mehrere, im vorherigen Abschnitt besprochene Aspekte beleuchtet: Der Signalverlauf ist bei Verwendung der Interferenzunterdrückung (Mode 0) wie erwartet in  $s^{(0)}[m]$  konstant und folgt dem der ZC-Sequenz. Ohne IC (Mode 2) hingegen ist dieser stark gestört. Werden die Symbole auf ungeraden Unterträgern zu Null gesetzt (Mode 1), lässt sich ein eher geringer Einfluss der folgenden Datensymbole erkennen — wie in Tabelle 4.1 gezeigt. Letztlich ist noch der Root Mean Square (RMS)-Verlauf des Sendesignals dargestellt. Durch die Einbringung einer deterministischen Pilotsequenz weicht der Verlauf in der Umgebung dieser vom ansonsten erwarteten Wert ab. Dies ist auch darin begründet, dass die für die Erzeugung der Pilotsequenz berechneten Symbole nicht auf das Symbolalphabet der Daten begrenzt sind.

Um in einem solchen Signal den Rahmenbeginn zu detektieren kann die nicht-kohärente Kreuzkorrelation des empfangenen Signals  $r[m]$  und der gesuchten Pilotsequenz  $z[m]$  mit der Länge  $L_z$

$$\varphi_{rz}[\tau] = \sum_{m=0}^{L_z-1} r[m+\tau]z^*[m] \quad (4.32)$$



**Abb. 4.9:** Betragsverlauf eines FBMC-Sendesignals mit  $M = 128$  Unterträgern, ein Mirabbasi-Martin-Filter mit  $K = 4$ , zufälligen 2-PAM modulierten Daten und  $z[m] = ZC_{63}^{25}[m]$  für verschiedene Modi: einmal ohne Interferenzunterdrückung (IC) (Mode 2), teilweiser Interferenzvermeidung durch Nullsetzen unbenutzter Unterträger (Mode 1) und voller IC (Mode 0).

verwendet werden. Gesucht ist die Verzögerung  $\tau = \tau_{\Delta}$ , für die das betrachtete Intervall  $[\tau; \tau + L_z]$  die gesendete Pilotsequenz enthält und sich damit ein lokales Betragsmaximum ergibt. Da an dieser noch keinerlei Information über das Empfangssignal bekannt sind, ist es sinnvoll mit Hilfe der Energien der verwendeten Signalausschnitte

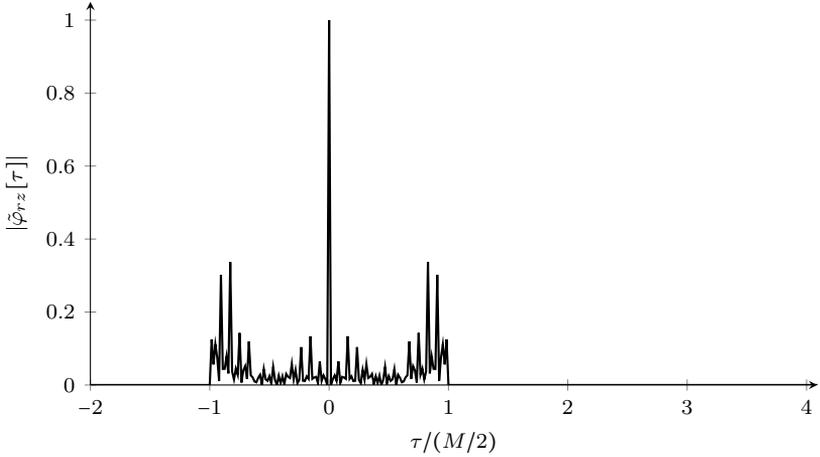
$$\mathcal{E}_z = \sum_{m'=0}^{L_z-1} |z[m']|^2 \quad (4.33)$$

$$\mathcal{E}_r[m] = \sum_{m'=0}^{L_z-1} |r[m+m']|^2 \quad (4.34)$$

die normierte Kreuzkorrelationsfunktion

$$\tilde{\varphi}_{rz}[\tau] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}_z \mathcal{E}_r[\tau]}} \varphi_{rz}[\tau] & , \text{ für } \mathcal{E}_r[\tau] > 0 \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (4.35)$$

zu verwenden, für die  $|\tilde{\varphi}_{rz}[\tau]| \leq 1$  gilt [PM92, Kap. 2.6] und sich daher gut als Metrik für die Ähnlichkeit des Signals im betrachteten Intervall

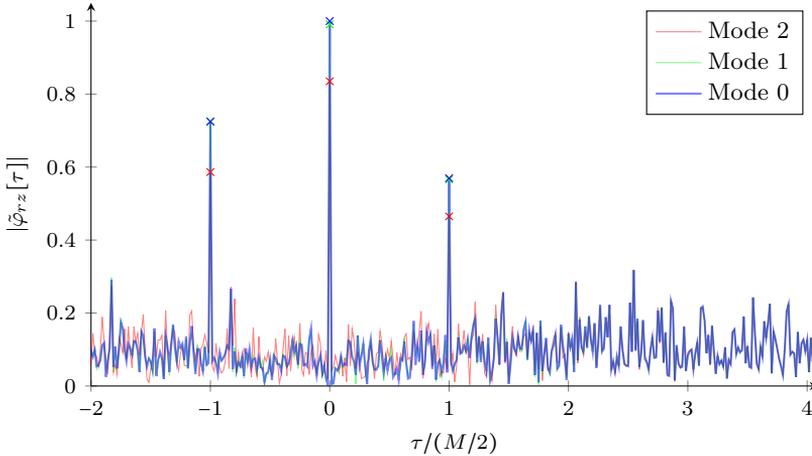


**Abb. 4.10:** Betrag der normierten Kreuzkorrelationsfunktion für das Empfangssignal  $r[m] = z[m]$

$[\tau; \tau + L_z)$  mit der Pilotsequenz verwenden lässt. Durch den begrenzten Wertebereich kann mit einer Schwellwertentscheidung der Beginn eines Rahmens bestimmt und daraus der Takt der folgenden Datensymbole abgeleitet werden. Überschreitet  $|\bar{\varphi}_{rz}[\tau]|$  für einen einzelnen Wert  $\tau = \hat{\tau}_\Delta$  eine bestimmte Schwelle  $\vartheta_{\tau_\Delta}$ , so wird der vorliegende Signalausschnitt als Pilotsequenz interpretiert. Damit kann das empfangene Signal so ausgerichtet werden, dass die Analysefilterbank in richtigen Symboltakt abtastet.

Für den Fall  $r[m] = s[m] = z[m]$  ist der Betragsverlauf dieser Metrik in Abbildung 4.10 gezeigt. Es ergibt sich die Autokorrelationsfunktion der Pilotsequenz mit einem einzelnen, stark ausgeprägten Maximum bei  $\tau = \tau_\Delta = 0$ . Zum Rand der Sequenz hin, bei  $\tau = \pm \frac{M}{2}$  zeigen sich Randeffekte der normierten Korrelation: Es gehen nur wenige Werte in die Berechnung ein, so dass es durch die Normierung zu den typischen Überhöhungen und damit der Abweichung zum in Abbildung 4.8 gezeigten Verlauf kommt.

Betrachtet man allerdings den Verlauf für einen tatsächlich Übertragungsrahmen aus Abbildung 4.11 verschwinden diese Effekte, da  $\mathcal{E}_r[m]$  wegen der Datensymbole zum Rand der Pilotsequenz nicht wesentlich abfällt. Eine weitere Verbesserung ergibt sich, wenn die Pilotsequenz nicht am



**Abb. 4.11:** Betrag der normierten Kreuzkorrelationsfunktion für das Empfangssignal  $r[m] = s[m - \tau_\Delta]$  mit  $\tau_\Delta = 0$  und dem Sendesignal  $s[m]$  aus Abbildung 4.9 für verschiedene Modi der IC

Anfang des Rahmens gesendet wird, sondern ähnlich wie im LTE-Downlink zunächst einige Datensymbole vorangestellt werden [SBT11, Kap. 7.2].

Anhand von Abbildung 4.11 lassen sich auch die Auswirkungen der verschiedenen Strategien zur Interferenzunterdrückung (IC) studieren: An der Stelle  $\tau = 0$  ergibt sich ohne IC (Mode 2) ein deutlich geringerer Wert, während die Einbußen im Mode 1 vergleichsweise gering gegenüber dem idealen Wert oder dem mit IC (Mode 0). Diese Beobachtungen unterstützen die Diskussion aus Abschnitt 4.2.1.4: Mode 1 stellt einen guten Kompromiss zwischen Berechnungsaufwand und Übertragungseffizienz dar.

Unabhängig vom IC-Mode ergeben sich im Verlauf der Korrelationsfunktion signifikante Nebenmaxima an den Stellen  $\tau = \pm \frac{M}{2}$ . Diese lassen sich auf die zur Erzeugung der Sequenz verwendete Pulsform und die Symmetrieeigenschaften der zum Entwurf eingesetzten Zeitfolgen  $C_n[m]$  zurückführen. Diese erzeugen auch in  $s^{(\pm 1)}[m]$  der Pilotsequenz  $z[m]$  ähnliche Signalkomponenten. Die Überhöhung des Wertes bei  $\tau = -\frac{M}{2}$  ist auf die oben beschriebenen Randeffekte der Normierung zurückzuführen und verschwindet, wenn die Pilotsequenz nicht direkt am Anfang des Rahmens

platziert wird. In diesem Fall verändert sich  $\mathcal{E}_r[m]$  in der Umgebung nur geringfügig.

Um diese Nebenmaxima zu vermeiden kann eine Pilotsequenz der Länge  $L_z = M$  verwendet werden. Wie in Abschnitt 4.2.1.3 beschrieben müssen dafür mehr Symbole mit Piloten belegt werden. Das schließt hier sowohl gerade als auch ungerade Unterträger ein, wodurch die störenden periodischen Anteile nach der Pulsformung keinen signifikanten Einfluss mehr auf die Korrelationsfunktion haben. Ein exemplarischer Verlauf sowie das Verhalten dieser Form der Pilotsequenz wird im nächsten Abschnitt behandelt.

### 4.3.2 Kanaleinflüsse

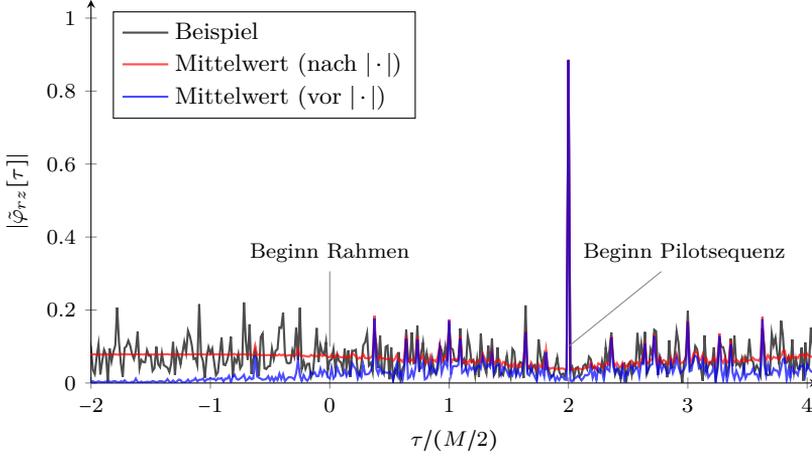
Um die Leistungsfähigkeit der beschriebenen Symbol- und Rahmentaktrückgewinnung am Empfänger zu untersuchen, wird nun der Einfluss des Empfängerrauschens, Kanälen mit Mehrwegeausbreitung und der Trägerfrequenzabweichung betrachtet. Für die weitere Untersuchung wird  $z[m] = \text{ZC}_{127}^{11}[m]$  bei  $M = 128$  Unterträgern verwendet. Die Pilotsequenz wird im Mode 1 in den Abschnitten  $s^{(2)}[m]$  und  $s^{(3)}[m]$ , d.h. eine Symboldauer nach dem Beginn des Rahmens mit der selben mittleren Leistung  $P_s = \mathcal{E}_z/L_z = 1$  eingefügt. Für  $\tau_\Delta = 0$  wird in diesem Szenario ein gut ausgeprägtes Maximum in  $|\tilde{\varphi}_{rz}[\tau]|$  an der Stelle  $\tau = M$  erwartet.

Ein exemplarischer Verlauf ist in Abbildung 4.12 gezeigt. Ebenfalls dargestellt ist der mittels 1000 unabhängigen Wiederholungen bestimmte Mittelwert des Betragsverlaufs. Außerhalb von  $\tau = M$  ergibt sich hierfür einem mittlerer von Wert  $M^{-1/2} \approx 0,09$ . Man beachte, dass dieser im Erwartungswert jedoch verschwindet, ersichtlich am Betragsverlauf der Mittelung ohne vorherige Betragsbildung.

Als Empfangssignalmodell wird

$$r[m] = \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} s[m - m_h - \tau_\Delta]h[m_h] + \eta[m], \quad (4.36)$$

mit  $\eta[m] \sim \mathcal{CN}(0; \sigma_\eta^2)$  wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben verwendet. Dabei wird von einer normierten Kanalimpulsantwort  $h[m]$  ausgegangen,



**Abb. 4.12:** Betrag der normierten Autokorrelationsfolge für das Empfangssignal  $r[m] = s[m] + \eta[m]$  mit einer Pilotsequenz der Länge  $M$  (hier  $M = 128$ ) und bei einem SNR von 6 dB.

so dass

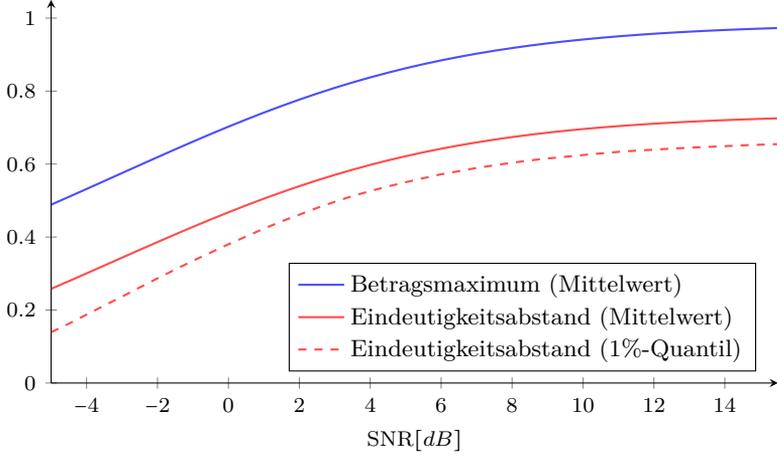
$$E\{\mathcal{E}_r[m]\} = \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} |h[m_h]|^2 \mathcal{E}_z + \sigma_\eta^2 L_z = (P_s + \sigma_\eta^2) L_z \quad (4.37)$$

innerhalb eines Übertragungsrahmens gilt und sich für das Signal-zu-Rausch-Verhältnis  $\text{SNR} = P_s/\sigma_\eta^2 = \sigma_\eta^{-2}$  ergibt.

Die Robustheit der Kreuzkorrelation bei verschiedenen Empfangssignalstärken lässt sich hier mit  $\sigma_\eta^2$  oder dem SNR steuern. Je schwächer das empfangene Signal, desto stärker der Einfluss des Rauschens  $\eta[m]$ . Für einen Übertragungskanal mit einem einzelnen dominanten Pfad  $h[0]$ , folgt

$$E\{|\hat{\varphi}_{rz}[\tau_\Delta]|\} \approx \frac{E\{|\varphi_{zz}[\tau_\Delta]|^2\}}{E\{\mathcal{E}_r[m]\}} \sim \left(1 + \frac{1}{\text{SNR}}\right)^{-1} \quad (4.38)$$

Abbildung 4.13 zeigt den Wert des gesuchten Maximalwerts der normierten Kreuzkorrelationsfunktion für verschieden starkes Rauschen und  $h[m] = \delta_{0,m}$ . Dazu wurden 1000 Wiederholungen mit unabhängigen Realisierungen des Rauschens und der übertragenen Daten verwendet. Bei



**Abb. 4.13:** Betragsmaximum und Eindeutigkeitsabstand der normierten Kreuzkorrelationsfunktion unter Rauscheinfluss mit  $h[m] = \delta_{0,m}$

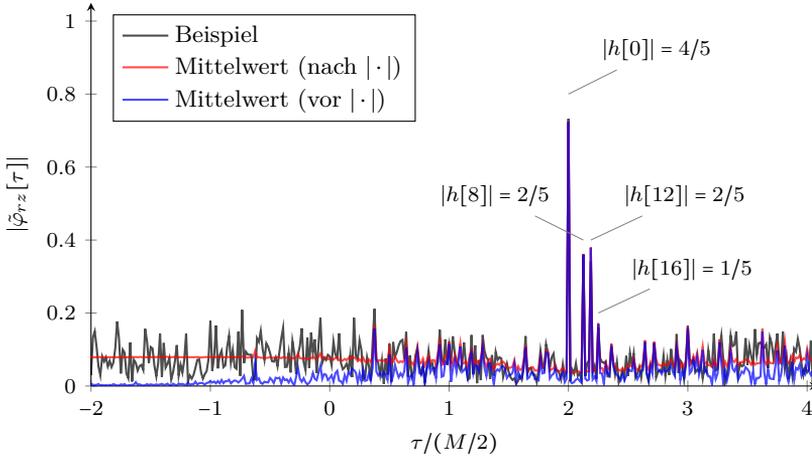
hohem SNR entspricht das Korrelationsergebnis der Pilotsequenzenergie und es ergibt sich maximale Ähnlichkeit. Mit steigendem Einfluss des Rauschens, das im Mittel nicht von Korrelation erfasst wird, ergibt sich nach der Normierung ein immer geringerer Wert gemäß der Abschätzung (4.38).

Als Maß für die Robustheit der korrekten Maximalwertdetektion wird zusätzlich der Eindeutigkeitsabstand betrachtet, definiert als die Differenz des gesuchten Hauptmaximums  $|\tilde{\varphi}_{rz}[\tau_\Delta + M]|$  und dem stärksten Nebenmaximum. Abbildung 4.13 zeigt den Verlauf des mittlere Eindeutigkeitsabstands sowie den des 1%-Quantils. Das ist derjenige Abstand, der in 99% aller Fälle mindestens erreicht wurde [JW02, Kap. 5.1].

Geht man nun von einem Übertragungskanal mit mehreren diskreten Pfaden aus, so ergibt sich ausgehend von Gleichung (4.36)

$$|\varphi_{rz}[\tau]| = \left| \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} h[m_h] \cdot \varphi_{sz}[\tau - \tau_\Delta - m_h] + \varphi_{\eta z}[\tau] \right| \quad (4.39)$$

$$\leq \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} |h[m_h]| \cdot |\varphi_{sz}[\tau - \tau_\Delta - m_h]| + |\varphi_{\eta z}[\tau]|, \quad (4.40)$$



**Abb. 4.14:** Betrag der normierten Autokorrelationsfolge für das Empfangssignal aus Gleichung (4.36), bei einem SNR von 6 dB und Mehrwegausbreitung mit vier diskreten Pfaden

wobei Gleichheit angenommen werden kann, wenn  $\varphi_{sz}[\tau] \approx \delta_{0,\tau}$  bzw. hier  $\delta_{M,\tau}$  gilt. Im Vergleich zum oben betrachteten Fall  $h[m] = \delta_{0,m}$ , ergeben sich mehrere Maxima, die die unterschiedlich verzögert am Empfänger eintreffenden Signalanteile auflösen, allerdings entsprechend geringeren Betrag aufweisen. Bei Verwendung eines Schwellwert-basierten Detektors wird dabei der erste signifikante Pfad als  $h[0]$  erkannt, wodurch eventuell früher eingetroffene schwächere Komponenten den akasalen Teil von  $h[m]$  bilden.

Geht man davon aus, dass  $h[0]$  stets der betragsmäßig stärkste Pfad ist, gelten für diesen die oben untersuchten Limitierungen durch das Empfängerrauschen. Allerdings verringert sich der zu erwartende Maximalwert durch die Skalierung mit  $|h[0]| < 1$ . Abbildung 4.14 zeigt diese Effekte, wobei wie in Abbildung 4.14 vorgegangen wurde, jedoch unter Verwendung einer Kanalimpulsantwort mit  $|h[0]| = 4/5$ ,  $|h[8]| = 2/5$ ,  $|h[12]| = 2/5$ ,  $|h[16]| = 1/5$  und null sonst. Aus den dargestellten Kurven zeigt sich, dass der mittlere Eindeutigkeitsabstand unter Mehrwegausbreitung zusätzlich durch die Betragsdifferenz zum nächst-stärkeren Pfad beschränkt wird.

Ein ähnliches Verhalten kann beobachtet werden, wenn das empfangene

Signal nicht die gleiche Frequenzlage wie das gesendete aufweist. Dieser Aspekt wird im Folgenden näher betrachtet.

## 4.4 Schätzer für die Trägerfrequenzabweichung

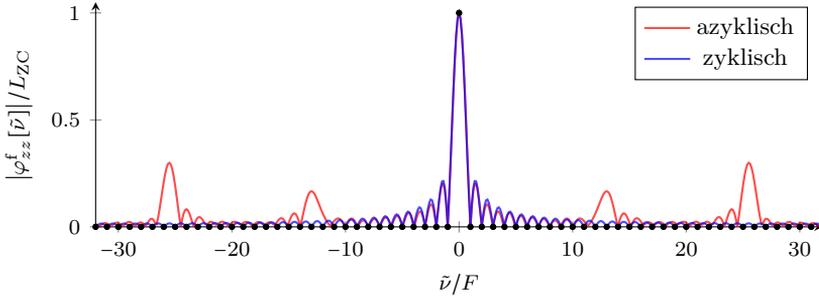
Abweichungen von der erwünschten bzw. erwarteten Mittenfrequenz des Empfangssignals resultieren in einem frequenzverschobenem Basisband-signal  $r[m]$ . Nach der Analysefilterbank ergeben sich dabei die in Abschnitt 3.3 gezeigten Phasenfehler und zusätzlich ISI. Diese können teilweise im Rahmen der Entzerrung behandelt werden; einfacher ist es jedoch die Interferenz zu vermeiden, indem vorher die Abweichung aus den Referenzsignalen geschätzt und korrigiert wird.

Für die gesuchte Frequenzabweichung wird das Modell

$$\nu_{\Delta} = (\nu_{\text{IFO}} + \nu_{\text{FFO}})F \quad (4.41)$$

verwendet, wobei der Integer Frequency Offset (IFO) dem ganzzahligen Anteil der Trägerfrequenzabweichung bezogen auf den Unterträgerabstand  $F = 1/M$  entspricht. Es gilt  $\nu_{\text{IFO}} \in \mathbb{Z}$ . Der Fractional Frequency Offset (FFO) enthält die verbleibende nicht-ganzzahlige Abweichung;  $\nu_{\text{FFO}} \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ . Diese Unterteilung motiviert sich durch die Tatsache, dass der IFO keine ISI bei der Empfangsfilterung und Abtastung erzeugt und ein so verschobenes Signal lediglich die Zuweisung der Unterträgerindizes verschiebt. Dies kann nach der Analysefilterbank beispielsweise durch Korrelation mit den bekannten Symbolen der Pilotsequenz in Unterträgerichtung detektiert und korrigiert werden.

Somit reicht es prinzipiell aus, nur den FFO vor der Analysefilterbank zu schätzen und das Signal damit auf das Symbolgitter auszurichten. Diese Eigenschaft ermöglicht den Einsatz von Verfahren mit einem geringeren Eindeutigkeitsbereich als die maximal zu erwartende Trägerfrequenzabweichung.



**Abb. 4.15:** Betrag der Autokorrelationsfunktion  $\varphi_{zz}^f[\tilde{\nu}]$  der ZC-Sequenz  $z[m] = \text{ZC}_{63}^{25}[m]$  nach einer DFT der Länge 512

#### 4.4.1 Direkte Korrelation

Ziel ist es, die Frequenzabweichung  $\nu_{\Delta}$  direkt aus der Pilotsequenz für die Symbol- und Rahmentakt rückgewinnung zu schätzen. Dabei kann eine Eigenschaft der ZC-Sequenzen ausgenutzt werden, die es erlaubt genau wie im vorherigen Abschnitt gezeigt vorzugehen: Für geeignete Parameter  $u$  und  $L_{ZC}$  bleibt die CAZAC-Eigenschaft der Sequenz  $\text{ZC}_{L_{ZC}}^u[m]$  auch im Frequenzbereich, d.h. nach Anwendung einer diskreten Fouriertransformation (DFT), erhalten [Chu72, Pop92]. Frequenzabweichungen der empfangenen Pilotsequenz zum erwarteten Verlauf lassen sich unter Anwendung einer DFT grundsätzlich genau so behandeln wie eine Zeitverschiebung.

Abbildung 4.15 zeigt diese Eigenschaft anhand von  $z[m] = \text{ZC}_{63}^{25}[m]$  mit  $0 \leq m < 64$ . Dabei ist die Autokorrelationsfunktion im Frequenzbereich

$$\varphi_{zz}^f[\tilde{\nu}] = \varphi_{ZZ}[\tilde{\nu}] = \sum_{k'=0}^{L_Z-1} Z[k'] Z^*[k' - \tilde{\nu}] \quad (4.42)$$

mit  $Z[k'] = \text{DFT}_{m \rightarrow k'}^{L_Z} \{z[m]\}$ . Für  $L_Z = L_z = \frac{M}{2}$  korrespondieren die erhaltenen Frequenzbins mit den Unterträgern und es ergibt sich der erwartete Verlauf  $\varphi_{zz}^f[\tilde{\nu}] \sim \delta_{0, \tilde{\nu}}$  einer CAZAC-Sequenz für die zyklische Korrelation. Mit der Länge der DFT lässt sich für  $L_Z > L_z$  eine feinere Auflösung der Frequenzachse erreichen. Dabei ergibt sich der für Zero-Padding-Interpolation typische sinc-förmige Verlauf [KJ05, Kap. 5.5].

Um mit dieser Eigenschaft eine Schätzung der Frequenzabweichung zu erhalten, kann auch hier die normierte Kreuzkorrelationsfunktion (4.35) eingesetzt werden. Dabei wird die Ähnlichkeit der empfangenen Sequenz mit der frequenzverschobenen Pilotsequenz betrachtet. Unter Anwendung der Faltungsregel der Fouriertransformation [BSM05, Kap. 15.3.1.4] kann hier die zyklische Korrelation (4.42)

$$\hat{\varphi}_{rz}^f[\tilde{\nu}] = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}_z \mathcal{E}_r[\tau_\Delta]}} \text{DFT}_{m \rightarrow \tilde{\nu}}^{L_z} \left\{ r[m + \tau_\Delta] z[m] \right\}, \quad (4.43)$$

verwendet werden, indem die gleichen Summanden wie in (4.35) einer DFT unterworfen werden. Gemäß dem Verschiebungssatz der Fouriertransformation [BSM05, Kap. 15.3.1.3] kann eine modulierte Pilotsequenz  $r[m] = z[m] e^{j2\pi\nu_\Delta m}$  an einer Verschiebung der Spitze in Abbildung 4.15 erkannt werden und damit

$$\hat{\nu}_\Delta = \frac{M}{L_Z} \arg \max_{\tilde{\nu}} |\hat{\varphi}_{rz}^f[\tilde{\nu}]| \quad (4.44)$$

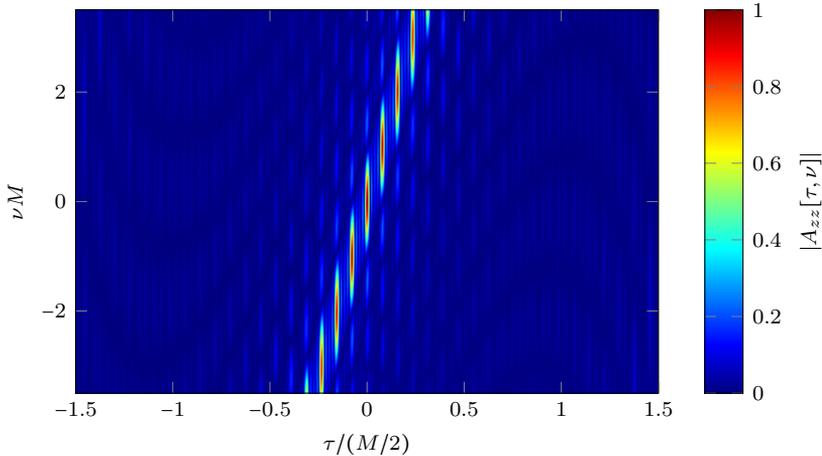
mit einer Kombination aus Zero-Padding-Interpolation und anschließender Interpolation als Schätzer der Trägerfrequenzabweichung verwendet werden [Lyo07, Kap. 10.1].

Eine Einschränkung dieses Vorgehens stellt die Abhängigkeit von der ebenfalls zu schätzenden zeitlichen Verschiebung  $\tau_\Delta$  dar. Das oben diskutierte Verfahren beruht auf der gleichen Metrik; für  $\nu = 0$  und  $\tau$  unbekannt ergibt sich Gleichung (4.35) als Spezialfall. Damit gibt der Verlauf aus Abbildung 4.15 den maximalen Wert der für die Zeitsynchronisation gesuchten Korrelationsspitze an, der auch schon für Frequenzabweichungen unterhalb des Unterträgerabstands stark abnimmt. Diese Abhängigkeit erfordert eine gemeinsame Schätzung von Zeit- und Frequenzabweichung, indem die Schwellwertdetektion über alle potentiellen Frequenzverschiebungen in Gleichung (4.43) durchgeführt wird.

Zur weiteren Analyse wird das Empfangssignalmodell aus Abschnitt 4.3.2 um eine Frequenzabweichung  $\nu_\Delta$  erweitert:

$$r[m] = e^{j2\pi\nu_\Delta m} \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} s[m - m_h - \tau_\Delta] h[m_h] + \eta[m], \quad (4.45)$$

Idealerweise ergibt sich nur für die gesuchten Werte  $\tau_\Delta$  und  $\nu_\Delta$  eine signifikante Ähnlichkeit mit dem empfangenen Signal. Geht man von



**Abb. 4.16:** Betrag der Ambiguity-Funktion der Pilotsequenz  $z[m] = \text{ZC}_{11}^{128}[m]$

einem Kanal ohne Mehrwegeausbreitung, d.h.  $h[m] = \delta_{0,m}$ , und ohne Rauschen,  $\eta[m] = 0$ , aus, kann der Effekt einer gleichzeitigen Zeit- und Frequenzverschiebung anhand der Ambiguity-Funktion aus Abschnitt 2.3.2 studiert werden.

Abbildung 4.16 zeigt einen Ausschnitt des Betragsverlaufs dieser Funktion exemplarisch für  $z[m] = \text{ZC}_u^M[m]$  mit  $u = 11$  und  $M = 128$ . Neben dem erwarteten stark konzentrierten Maximum im Ursprung ergeben sich in regelmäßiger Struktur Nebenmaxima, die den Eindeutigkeitsbereich einschränken. Deren bandförmige Anordnung begründet sich in der Struktur der ZC-Sequenzen, die als Chirp-artige Signale mit der Zeit ansteigende bzw. abfallende Frequenzkomponenten enthalten.

Mit dem Parameter  $u$  aus Gleichung (4.31) wird dabei eine Unterabtastung dieser Frequenzrampe vorgenommen. Für  $u = 1$  ergibt sich ein durchgehendes Band im Verlauf von  $|A_{zz}[\tau, \nu]|$ . Damit sind Abweichungen in der Trägerfrequenz direkt nur noch am Wert des Maximums selbst erkennbar. Für  $u \neq 1$  ergeben sich entsprechend Lücken in der Bandstruktur und so der Verlauf aus Abbildung 4.16.

Um auch in Präsenz dieser Nebenmaxima eine eindeutige Schätzung der gesuchten Parameter zu erhalten, reicht eine Schwellwertdetektion

alleine nicht aus. Es muss zusätzlich die Umgebung jedes detektierten Wertes untersucht werden, um sicherzustellen, dass das richtige Maximum detektiert wurde. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, auf andere Art und Weise grobe initiale Schätzungen für  $\tau_\Delta$  und  $\nu_\Delta$  zu bestimmen, die den Suchbereich soweit einschränken, dass nur noch das Hauptmaximum enthalten ist und eine eindeutige Schätzung möglich wird. Ein solches Verfahren wird im Folgenden diskutiert.

#### 4.4.2 Zyklische Pilotsequenz

Eine alternative Vorgehensweise zur Schätzung der Trägerfrequenzabweichung basiert auf der Verwendung von periodischen Signalanteilen. Im Kontext von Mehrträgerübertragungssystemen findet dieses Prinzip angewandt auf die Pilotsequenz im Verfahren von T. Schmidl und D. Cox [SC97] Verwendung. Allerdings kann verallgemeinert auch das von OFDM-Verfahren bekannte zyklische Präfix in gleicher Weise ausgenutzt werden [GKM12].

Allgemein wird eine Pilotsequenz der Länge  $M$  verwendet, die aus zwei identischen Hälften besteht;  $z[m + \frac{M}{2}] = z[m]$  für  $0 \leq m < \frac{M}{2}$ . Nimmt man an, dass die beiden Hälften am Empfänger aus einer identischen Überlagerung aller Mehrwegekomponenten bestehen,

$$r[m] = e^{j2\pi\nu m} \cdot \tilde{s}[m] + \eta[m], \quad (4.46)$$

mit  $\tilde{s}[m + \frac{M}{2}] = \tilde{s}[m]$ , so gilt unter Vernachlässigung von  $\eta[m]$

$$\begin{aligned} \phi_{rr}[m] &= \sum_{m'=0}^{\frac{M}{2}-1} r^*[m+m'] \cdot r[m+m'+\frac{M}{2}] \\ &= \sum_{m'=0}^{\frac{M}{2}-1} e^{-j2\pi\nu(m+m')} \tilde{s}^*[m+m'] \cdot e^{j2\pi\nu(m+m'+M/2)} \tilde{s}[m+m'+\frac{M}{2}] \\ &= e^{j2\pi\nu M/2} \cdot \phi_{\tilde{s}\tilde{s}}[m], \end{aligned} \quad (4.47)$$

wobei die Funktion  $\phi_{rr}[m]$  als gleitende gefensterter Autokorrelation des Empfangssignals ein Ähnlichkeitsmaß des Signalverlaufs in den Intervallen  $[m; m + \frac{M}{2}]$  und  $[m + \frac{M}{2}; m + M]$  darstellt. Für  $m = \tau_\Delta$  ist dieser identisch, so dass  $\phi_{\tilde{s}\tilde{s}}[\tau_\Delta] = P_{\tilde{s}} \in \mathbb{R}$  gilt.

Die Phase von  $\phi_{rr}[\tau_\Delta]$  wird nur von der Frequenzabweichung bestimmt. Mit Gleichung (4.41) gilt

$$e^{j2\pi\nu_\Delta M/2} = e^{j2\pi(\nu_{\text{IFO}}/M + \nu_{\text{FFO}}/M)M/2} = (-1)^{\nu_{\text{IFO}}} e^{j\pi\nu_{\text{FFO}}}. \quad (4.48)$$

Wird dieser Term quadriert verschwindet der Einfluss des IFO und der gesuchte FFO kann unabhängig davon mit

$$\hat{\nu}_{\text{FFO}} = \frac{1}{2\pi} \arg \{ \phi_{rr}^2[\tau_\Delta] \} = \frac{1}{\pi} \arg \{ \phi_{rr}[\tau_\Delta] \} \quad (4.49)$$

bestimmt werden. Mit dieser Verdopplung der Phase reduziert sich der Eindeutigkeitsbereich auf das Intervall  $[-1/2; 1/2)$  — der Definitionsbereich des FFO, welcher damit eindeutig geschätzt werden kann.

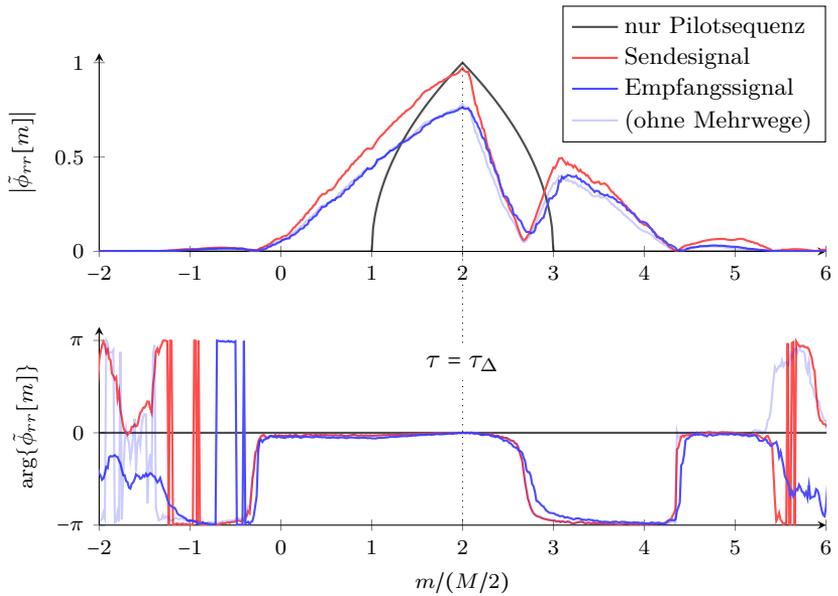
Für FBMC-Übertragungen wurde dieses Vorgehen erstmals von T. Fusco untersucht [FPT09], wobei hier die zyklische Pilotsequenz mittels pseudozufälligen Symbolen  $x_{k,0}$  aus dem Symbolalphabet der Daten erzeugt wird. Diese muss allerdings mindestens  $K + 1$  mal wiederholt werden,  $x_{k,0} = x_{k,1} = \dots$ , um im Sendesignal die benötigte Periodizität zu erreichen. Neben dem hohen Anteil der dafür benötigten Pilotsymbole, ergeben sich wegen der vielen identischen Sequenzen  $C_n[m]$ ,  $0 \leq n \leq K$  ungünstige Nebenmaxima bei der Rahmendetektion. Dieser Effekt entspricht dem bei Pilotsequenzen der Länge  $\frac{M}{2}$  in Abschnitt 4.3.1 beobachteten Verhalten.

In Kombination mit dem Entwurfsverfahren aus Abschnitt 4.2.1.3 lässt sich jedoch eine zyklische Pilotsequenz mit deutlich weniger Pilotsymbolen generieren. Wird im Beispielszenario aus Abschnitt 4.3.2 die Pilotsequenz  $z[m] = \text{ZC}_{64}^{25}[m]$  der Länge  $L_z = M$  verwendet, ergeben sich zwei identische Hälften. Den Verlauf von Betrag und Phase der normierten gleitenden Autokorrelationsfunktion

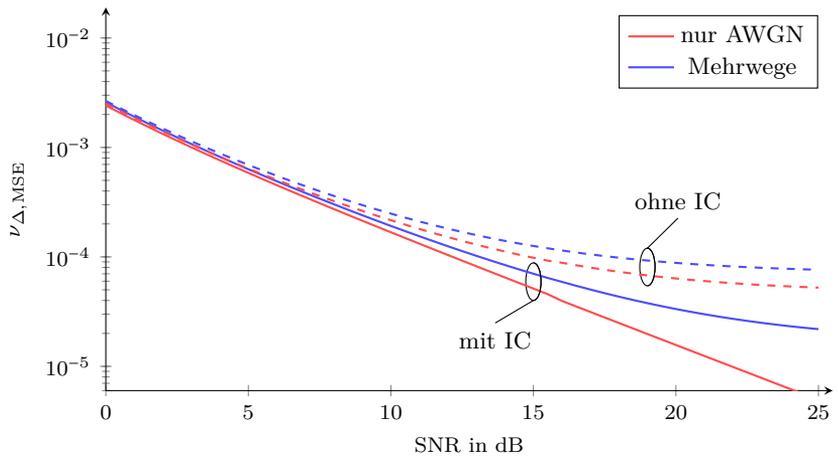
$$\tilde{\phi}_{rr}[m] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}_r[\tau]\mathcal{E}_r[\tau + \frac{M}{2}]}} \phi_{rr}[m] & , \text{ für } \mathcal{E}_r[\tau]\mathcal{E}_r[\tau + \frac{M}{2}] > 0 \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (4.50)$$

zeigt Abbildung 4.17. Betrachtet man zunächst eine Übertragung der isolierten Pilotsequenz,  $r[m + \tau_\Delta] = z[m]$ , zeigt sich am Betragsverlauf die maximale Ähnlichkeit bei  $\tau = \tau_\Delta$ , wenn die beiden Hälften vollständig in das Auswertungsfenster der Korrelation fallen. Der Anstieg bzw. Abfall unmittelbar vor und nach dem Maximalwert entspricht der teilweisen

## 4 Synchronisation in FBMC



**Abb. 4.17:** Mittlerer Verlauf der gleitenden Autokorrelationsfunktion  $\tilde{\phi}_{rr}[m]$  für eine Übertragung mit zyklischer Pilotsequenz



**Abb. 4.18:** Mittlerer quadratischer Schätzfehler der Trägerfrequenzabweichung für eine Pilotsequenz bei  $m = M$ , ohne und mit Interferenzunterdrückung (IC)

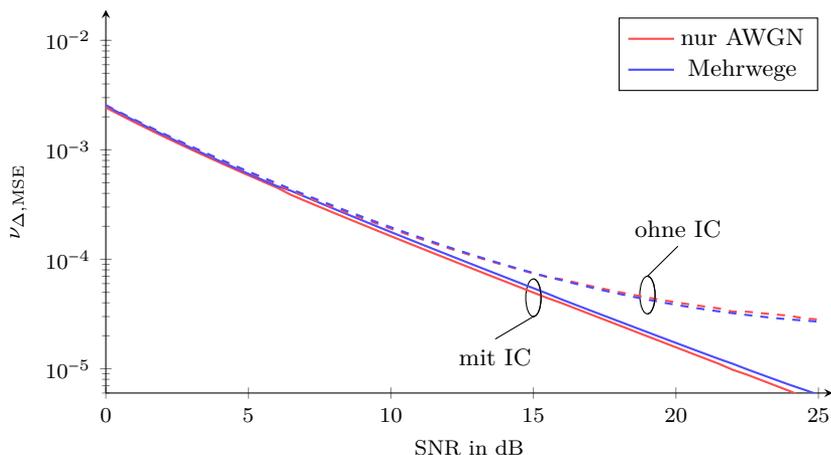
Erfassung der Pilotsequenz unter Einfluss der Normierung, ohne diese ergibt sich ein linearer An- und Abstieg.

Ebenfalls dargestellt ist der mittlere Verlauf einer idealen Übertragung  $r[m] = s[m]$  (im Bild: Sendesignal), wobei der Einfluss der Datensymbole hier über 1000 zufällige Rahmen gemittelt wurde. Es zeigt sich ein Maximum an derselben Stelle, allerdings mit einem deutlich langsameren Anstieg bzw. Abfall, der dem Einfluss der Pulsformung und den damit in den umliegenden  $M/2$ -Abschnitten ebenfalls vorhanden zyklischen Anteilen geschuldet ist. Beim Abfall ergibt sich durch die Verwendung von Pilotsymbolen auf geraden und ungeraden Unterträgern eine zusätzliche Phasendrehung und damit ein steilerer Verlauf in deren Umgebung.

Die Abbildung zeigt weiter auch den mittleren Verlauf des Empfangssignals nach Gleichung (4.45), wobei Kanalimpulsantwort und SNR wie in Abschnitt 4.3.2 gewählt wurden. Die Frequenzabweichung ist  $\nu_\Delta = 0$ . Obwohl für eine FBMC-Übertragung unter Mehrwegeausbreitung das Modell aus Gleichung (4.46), anders als für Übertragungen mit zyklischem Präfix, nur näherungsweise eingehalten wird, folgt der Betragsverlauf grob dem des Sendesignals. Der generell flachere Verlauf ist dem Einfluss des Rauschens geschuldet, das im Mittel unkorreliert zu  $z[m]$  ist und somit in einer verringerten Ähnlichkeit der Signale resultiert. Betrachtet man nun den jeweils zugehörigen Verlauf der Phase, zeigt sich im Bereich  $[0; \tau_\Delta)$  ein näherungsweise konstanter Wert. Bei  $\tau = \tau_\Delta = 0$  ergibt sich die für  $\nu_\Delta = 0$  erwartete Phase null. Danach erfolgt ein Abfall auf  $-\pi$  wie oben beschrieben.

Aufbauend auf diesem Szenario zeigt Abbildung 4.18 den mittleren quadratischen Schätzfehler der Frequenzabweichung  $\nu_\Delta$  abhängig vom SNR. Dabei werden jeweils 1000 Rahmen mit zufälligem Frequenzfehler  $\nu_\Delta \sim \mathcal{U}[-1/2M; 1/2M)$  betrachtet und dabei die Fälle  $h[m] = \delta_{0,m}$  und die Impulsantwort aus Abschnitt 4.3.2 betrachtet. In der doppel-logarithmischen Darstellung ergibt sich für niedriges SNR ein näherungsweise paralleler und linearer Verlauf; die Genauigkeit der Schätzung ist hier vom Kanalrauschen begrenzt. Wird eine IC der umliegenden Daten verwendet, setzt sich der Verlauf für einen reinen AWGN-Kanal fort, während unter Mehrwegeausbreitung die beiden Hälften der Pilotsequenz stets unterschiedlichen Einfluss erfahren und daher ein systematischer Fehler verbleibt. Wird auf die IC verzichtet, ergibt sich ein ähnlicher Effekt; im Vergleich zur hier

## 4 Synchronisation in FBMC



**Abb. 4.19:** Mittlerer quadratischer Schätzfehler der Trägerfrequenzabweichung für eine Pilotsequenz direkt am Anfang des Rahmens

verwendeten Kanalimpulsantwort erhöht sich die mittlere Abweichung jedoch stärker.

Beide beschriebenen Effekte reduzieren sich, wenn die Präambel statt bei  $m = M$  direkt am Anfang jedes Rahmens gesendet wird und diese nicht überlappen. Aus Abbildung 4.19 zeigt sich ein deutlich reduzierter Einfluss bei Mehrwegeübertragung und auch beim Verzicht auf IC am Sender. In diesem Szenario werden keine Datensymbole vor der Pilotsequenz übertragen, die als störende Signalkomponenten auftreten. Es verbleiben die von den nachfolgenden Symbolen.

Insgesamt erweist sich der Einsatz einer zyklischen Präambel als vorteilhaft gegenüber einer reinen ZC-Sequenz, da keine aufwändige Suche und Interpolation durchgeführt wird. Allerdings wurde bisher der Rahmentakt als bekannt vorausgesetzt. Andererseits hat sich anhand des vorherigen Abschnitts gezeigt, dass es sowohl bezüglich des Berechnungsaufwands, als auch der Robustheit vorteilhaft ist, die Rahmenerkennung und Symboltakt synchronisation nach der Schätzung und Korrektur der Frequenzverschiebung durchzuführen. Um diese zyklische Abhängigkeit aufzulösen kann alternativ die gleitende Autokorrelationsfunktion (4.50) für eine zumindest grobe Detektion des Rahmenbeginns verwendet werden.

Insgesamt ergibt sich folgender Ablauf

1. Zunächst wird eine grobe Verschiebung des Rahmenbeginns  $\hat{\tau}_\Delta^{(2)}$  durch einen Schwellwertdetektor  $|\tilde{\phi}_{rr}[m]| \geq \xi$  mit der Entscheidungsgrenze  $\xi \in (0; 1)$  bestimmt. Wegen der im Vergleich zu  $\tilde{\varphi}_{rr}[\tau]$  geringen absoluten Steilheit um das Hauptmaximum herum, siehe Abbildung 4.17, wird der resultierende Wert im Mittel vor dem gesuchten Maximalwert liegen. Zusätzlich kann durch eine zeitliche Invertierung der Pilotsymbolzuweisung aus Abschnitt 4.2.1.3 ein steiler Anstieg erreicht werden.
2. Diese initiale Schätzung wird mit einer nachfolgenden Maximalwertsuche im Intervall  $I_m = \left( \hat{\tau}_\Delta^{(2)}; \hat{\tau}_\Delta^{(2)} + M \right)$  verbessert, so dass mit  $\hat{\tau}_\Delta^{(1)}$  eine mittelwertfreie Schätzung vorliegt:

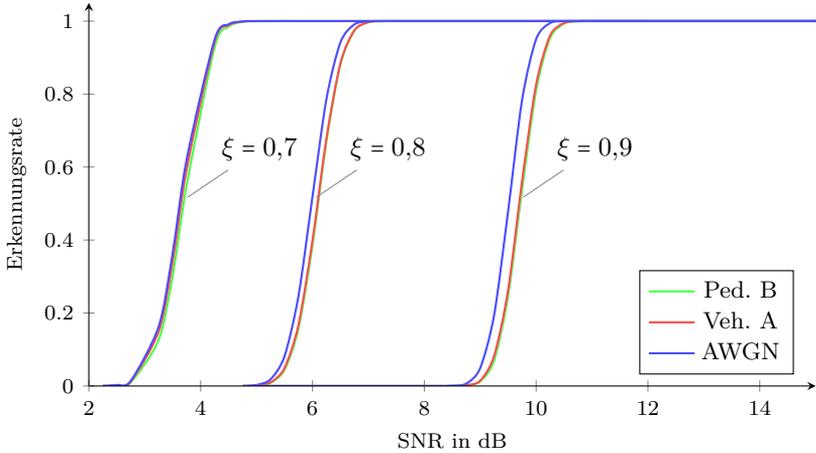
$$\hat{\tau}_\Delta^{(1)} = \arg \max_{m \in I_m} \left\{ |\tilde{\phi}_{rr}[m]| \right\} \quad (4.51)$$

3. Mit diesem Wert wird eine Schätzung des FFO mit Gleichung (4.49) vorgenommen und das Empfangssignal damit korrigiert.
4. Nun wird mit der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Methode die Schätzung weiter verbessert, wobei nur ein kleines Intervall um  $\hat{\tau}_\Delta^{(1)}$  untersucht werden muss. Ohne Einfluss des FFO muss dabei auch keine Interpolation durchgeführt werden. Die Position des Maximums ergibt dabei die endgültigen Werte  $\hat{\tau}_\Delta$  und  $\hat{\nu}_\Delta = (\hat{\nu}_{\text{IFO}} + \hat{\nu}_{\text{FFO}})F$ .

### 4.4.3 Kanaleinflüsse

Dieses Verfahren wird anhand einer beispielhaften Übertragung mit  $M = 512$  Unterträgern mit einem Unterträgerabstand von  $F = 15$  kHz bei einer Abtastrate von  $f_s = 7,68$  MSPS veranschaulicht. Das Empfangssignalmodell aus Abschnitt 4.3.2 wird um eine Frequenzabweichung  $\nu_\Delta$  erweitert:

$$r[m] = e^{j2\pi\nu_\Delta m} \sum_{m_h=-\infty}^{\infty} s[m - m_h - \tau_\Delta] h[m_h] + \eta[m], \quad (4.52)$$

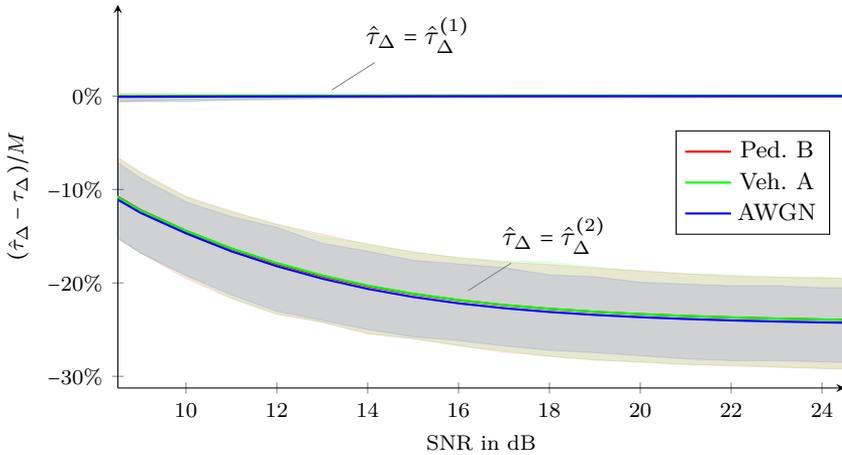


**Abb. 4.20:** Erkennungsrate der Rahmendetektion für verschiedene Kanalmodelle und Entscheidungsgrenzen  $\xi$

Betrachtet werden neben einem reinen AWGN-Kanal, die ITU-Modelle Pedestrian B und Vehicular A aus Abschnitt 2.2.2, für die sich eine Kanalimpulsantwortlänge von etwa 10% der Symboldauer ergibt. Es werden jeweils 20 000 Wiederholungen mit zufälligen Kanalrealisierungen und gleichverteilten Frequenzverschiebungen  $|\nu_\Delta| < 2,5F$  betrachtet, wobei eine konstante Kanalimpulsantwort im Bereich der Pilotsequenz angenommen wird.

Im ersten Schritt erfolgt die Rahmendetektion, deren Erkennungsrate in Abbildung 4.20 dargestellt wird. Da beide Hälften der Pilotsequenz näherungsweise identischen Kanaleinfluss erfahren, weisen die Kurven für alle betrachteten Kanäle ähnlichen Verlauf auf und sind damit hauptsächlich vom Kanalrauschen bestimmt. Mit steigendem Schwellwert  $\xi$  erfolgt eine zuverlässige Erkennung erst bei höherem SNR, da die verwendete Metrik  $|\tilde{\phi}_{rr}[m]|$  unter Einfluss von Rauschen einen flachen Verlauf aufweist.

Für eine Schwelle von  $\xi = 0,8$  ergeben sich für den Zeitpunkt des Rahmenbeginns  $\hat{\tau}_\Delta^{(2)}$  die in Abbildung 4.21 dargestellten Verläufe, wobei hierfür über 600 000 Realisierungen gemittelt wurde. Erwartungsgemäß ergibt sich hier eine systematische Abweichung zum idealen Wert  $\tau_\Delta$ , die mit steigendem SNR gegen den erwarteten Wert gemäß Abbildung 4.17 kon-



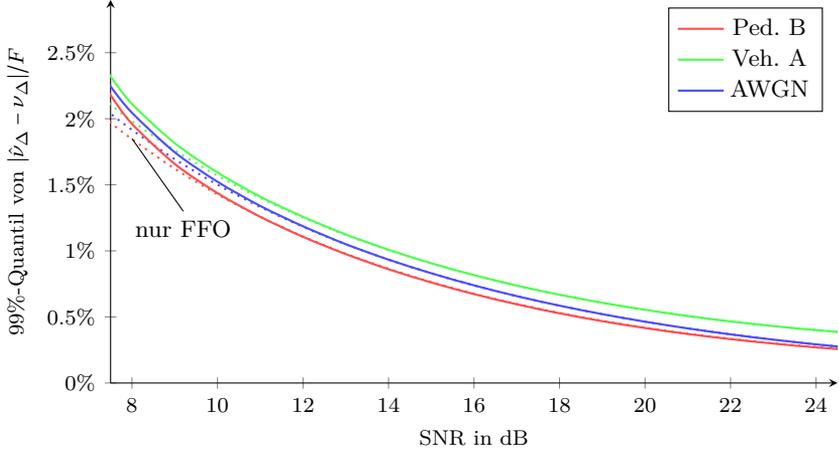
**Abb. 4.21:** Mittelwert sowie 1%- und 99%-Quantile der Fehler bei der Symboltakt-schätzung mit  $\hat{\tau}_{\Delta}^{(2)}$  und  $\hat{\tau}_{\Delta}^{(1)}$

vergiert. Die ebenfalls anhand der zugehörigen 1%- und 99%-Quantile dargestellte Streuung der Werte ist auf den Einfluss der umgebenden Daten zurückzuführen und bleibt daher bei wenig Rauschen erhalten, dann allerdings nur noch vom verwendeten Kanalmodell abhängig.

Abbildung 4.21 zeigt weiterhin den Mittelwert und Quantile der mit Gleichung (4.51) erhalten korrigierten Schätzung  $\hat{\tau}_{\Delta}^{(1)}$ , die nun mittelwertfrei ist und kaum sichtbare Streuung aufweist. Aus dem Argument der gleitenden Autokorrelationsfunktion bei  $m = \hat{\tau}_{\Delta}^{(2)}$  kann daraus der FFO geschätzt und wie folgt korrigiert werden:

$$\tilde{r}[m] = r[m] \exp\left(-j2\pi \frac{\hat{\nu}_{\text{FFO}}}{M} m\right) \quad (4.53)$$

Die Genauigkeit und Robustheit dieses Schätzverfahren wurde bereits anhand des Mean Square Error (MSE) diskutiert, siehe Abbildung 4.18. Das 99%-Quantil des Schätzfehlers als Maß für die maximal zu erwartende Trägerfrequenzabweichung zeigt Abbildung 4.22 für die betrachteten Szenarien. Aus den Verläufen zeigt sich eine im Vergleich zum Rauscheinfluss geringe Abhängigkeit vom verwendeten Kanalmodell, wobei der Fehler stets im niedrigen Prozentbereich des Unterträgerabstands ist.

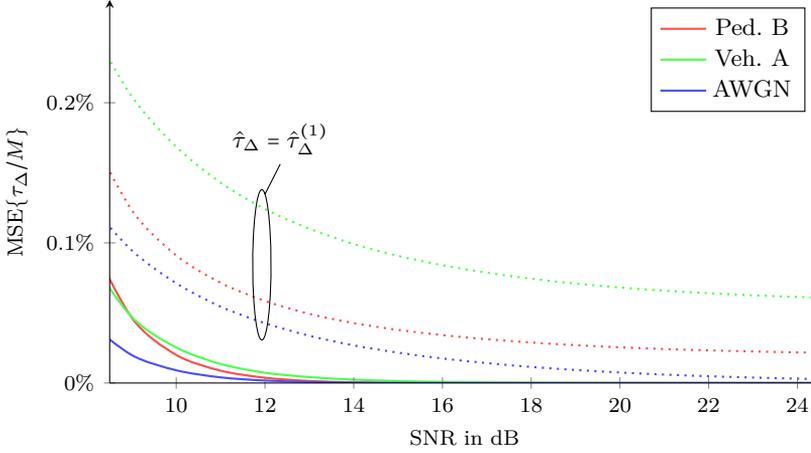


**Abb. 4.22:** Schätzfehler der normierten Trägerfrequenzabweichung  $\nu_{\Delta}/F = \nu_{\text{IFO}} + \nu_{\text{FFO}}$  an der Stelle  $\tau = \hat{\tau}_{\Delta}^{(1)}$ . Die gepunktet dargestellten Verläufe zeigen den in  $\hat{\nu}_{\text{FFO}}$  alleine enthaltenen Anteil.

Im letzten Schritt wird die Kreuzkorrelationsfunktion (4.43) in der Umgebung von  $\hat{\tau}_{\Delta}^{(1)}$  ausgewertet. Hier wird die Menge  $\Omega_{\tau} = \{-3, \dots, +3\}$  als Suchfenster verwendet, womit ausreichend Abstand zu den Nebenmaxima ist, siehe Abbildung 4.16. Da es sich weiter nicht um eine kohärente Korrelation handelt, muss für jeden Zeitschritt eine DFT der Länge  $M$  gebildet werden. Unter der Annahme einer hinreichend genauen Entfernung des FFO in  $\tilde{r}[m]$  fällt die verbleibende Frequenzabweichung mit den resultierenden Bins zusammen und es bedarf keiner weiteren Interpolation. Damit verbleibt eine Suche des Betragsmaximums:

$$\hat{\tau}_{\Delta}, \hat{\nu}_{\text{IFO}} = \arg \max_{\delta_{\tau}, \nu_{\text{IFO}} \in \Omega_{\tau} \times \Omega_{\text{IFO}}} \left| \tilde{\varphi}_{\tilde{r}z}^{\text{f}}[\nu_{\text{IFO}}/M] \Big|_{\tau_{\Delta} = \hat{\tau}_{\Delta}^{(1)} + \delta_{\tau}} \right|, \quad (4.54)$$

wobei  $\Omega_{\text{IFO}}$  nur die in Frage kommenden Bins enthält. Die maximale zu erwartende Frequenzverschiebung resultiert abhängig vom Szenario in einer erheblichen Einschränkung der für den IFO möglichen Werte, so dass auch nur diese ausgewertet werden müssen. Dabei bietet sich die Verwendung des Görtzel-Algorithmus [PM92, Kap. 9.5.1] an, mit dem sich eine Aufwandsersparnis gegenüber einer DFT ergibt, wenn nur eine kleine Anzahl Bins benötigt wird. Gemäß dem betrachteten Szenario mit



**Abb. 4.23:** Mittlerer quad. Schätzfehler der relativen Symboltaktabweichung  $\tau_{\Delta}/M$

$|\nu_{\text{IFO}}| \leq 3$  wird hier  $\Omega_{\text{IFO}} = \{-3, \dots, 3\}$  als Suchbereich in Frequenzrichtung verwendet.

Der Suchbereich und auch der Berechnungsaufwand kann weiter reduziert werden, wenn in Gleichung (4.49) auf das Quadrieren verzichtet wird. Der Eindeutigkeitsbereich der Schätzung entspricht in diesem Fall dem zweifachen Unterträgerabstand,  $\hat{\nu}_{\text{FFO}} \in [-1; 1)$  und enthält damit neben dem FFO auch den ungeraden Anteil des IFO,  $(\nu_{\text{IFO}} \bmod 2)$ . Damit erfolgt die Schätzung der beiden Werte nicht mehr getrennt, allerdings vereinfacht sich die Maximalwertsuche für  $\hat{\tau}_{\Delta}$  und  $\hat{\nu}_{\text{IFO}}$ :

Nach der Korrektur verbleibt lediglich eine Frequenzverschiebung um ein gerades Vielfaches des Unterträgerabstands, so dass  $\Omega_{\text{IFO}}$  auf gerade Werte beschränkt werden kann. Für die Schätzung (4.54) muss nur jeder zweite Wert von  $\tilde{\varphi}_{\hat{r}_z}^f[\nu_{\text{IFO}}/M]$  berechnet werden. Dazu wird die in Gleichung (4.43) in die DFT eingehende Folge in zwei Hälften geteilt. Diese werden addiert, so dass sich eine Folge der Länge  $\frac{M}{2}$  ergibt, aus der sich unter Verwendung einer DFT mit nur noch halber Länge die gesuchten Werte  $\tilde{\varphi}_{\hat{r}_z}^f[(\nu_{\text{IFO}}/2)/\frac{M}{2}]$  berechnen lassen. Siehe dazu auch Abschnitt 6.1.2.

Das Ergebnis der Simulation für die Symboltaktabweichung zeigt Ab-

bildung 4.23. Dargestellt ist die mittlere quadratische Abweichung der resultierenden Schätzung  $\hat{\tau}_\Delta$ . Im Vergleich zu den ebenfalls gezeigten Werten  $\hat{\tau}_\Delta^{(1)}$  ergibt sich für alle betrachteten Kanäle eine deutliche Verbesserung. Diese sinkt mit geringeren Rauscheinfluss, wobei sich für die den Fall Pedestrian B bedingt durch die wenig gedämpften Pfadkomponenten bei geringen Verzögerungen unter Rauscheinfluss eher Mehrdeutigkeiten ergeben können und so in durchweg erhöhten Fehlerkurven resultieren.

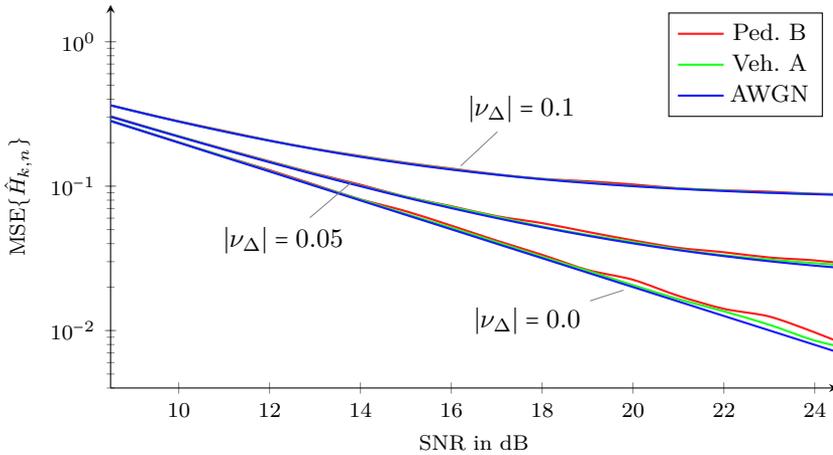
Mit der Maximalwertsuche (4.54) ergibt sich auch eine Schätzung für den IFO. Dieser kann, wie eingangs erläutert, zwar auch nach der Filterbank erfolgen, ist in diesem Fall aber ein Nebenprodukt der Schätzung  $\hat{\tau}_\Delta$  und ermöglicht so eine Bestimmung der absoluten Frequenzabweichung  $\hat{\nu}_\Delta = (\hat{\nu}_{\text{IFO}} + \hat{\nu}_{\text{FFO}})/M$ , welche in Abbildung 4.22 für die betrachteten Szenarien dargestellt ist. Am Unterschied zur Abweichung von  $\hat{\nu}_{\text{FFO}}$ , zeigt sich die Robustheit dieser Methode.

Zur Korrektur des nun zusätzlich zum FFO vorliegenden IFO kann natürlich wie in Gleichung (4.53) vorgegangen werden, da es sich aber um eine Verschiebung um ein ganzzahliges Vielfaches des Unterträgerabstands handelt, kann alternativ auch gemäß dem Modulationssatz der Fouriertransformation [BSM05] eine zyklische Verschiebung der Analysefilterbänke um  $\hat{\nu}_{\text{IFO}}$  vorgenommen werden, um den gleichen Effekt zu erzielen.

## 4.5 Schätzung der Kanalimpulsantwort

Um am Empfänger eine Entzerrung des beispielsweise durch Mehrwegeausbreitung zeitlich gestreut eintreffenden Sendesignals zu ermöglichen, ist bei vielen Verfahren die Kenntnis der Kanalimpulsantwort  $h_i[m]$  unerlässlich. Mit dieser Information kann der Einfluss des Kanals bestmöglich rückgängig gemacht werden oder resultierende ISI nachgebildet und unterdrückt werden. Die Schätzung der Kanalimpulsantwort kann effektiv durch Ausnutzung der am Sender eingebrachten Referenzsignale erfolgen.

Anders als bei der Synchronisation kann zur Schätzung nicht nur die Pilotsequenz am Anfang des Rahmens verwendet werden, sondern auch die verteilt gesendeten Piloten aus Abschnitt 4.2.2. Sind diese vorhanden, können zeitveränderliche Einflüsse über den Rahmen hinweg detektiert



**Abb. 4.24:** Mittlerer quadratischer Fehler bei der Schätzung der Kanalkoeffizienten  $H_{k,n}$  unter Rauscheinfluss für verschiedene Kanalmodelle und Frequenzfehler

und nachgeregelt werden. Diese treten nicht nur bei einer Zeitabhängigkeit des Kanals selbst auf, sondern vielmehr auch durch Fehler bei der Synchronisation. In Abschnitt 3.3 wird gezeigt, dass relativ zur Symboldauer bzw. dem Unterträgerabstand kleine Abweichungen näherungsweise in einer Phasendrehung der Symbole am Ausgang der Analysefilterbank resultieren. Besonders Abweichungen bei der Trägerfrequenz ergeben zeitveränderliche Anteile der effektiv beobachteten Kanalimpulsantwort.

Die Schätzung der Kanalkoeffizienten aus den gemäß Abschnitt 4.2.2 verteilt in den Senderahmen eingebrachten Pilotsymbolen erfolgt prinzipiell wie bei anderen Mehrträgerverfahren durch den Vergleich des erhaltenen mit dem erwarteten Symbol [HMCK05, Kap. 4.3.1]. Dank der eingebrachten Hilfspiloten kann dabei die intrinsische Interferenz am Sender vorberechnet und damit am Empfänger unterdrückt werden. Ohne diesen Einfluss der intrinsischen Interferenz, erscheint ein phasencodiertes Pilotsymbol unter idealen Bedingungen unverändert am Ausgang  $y_{k,n}$  der Analysefilterbank und kann zur Schätzungen der komplexwertigen  $H_{k,n}$  verwendet werden [JLR03].

Aus Gleichung (4.27) ergibt sich für die Positionen  $(k,n) \notin \Omega^{(p)}$  im

Übertragungsrahmen die Schätzung

$$\hat{H}_{k,n} = \frac{y_{k,n}}{\beta_{k,n} x_{k,n}^{(p)}}. \quad (4.55)$$

Eine direkte Anwendung dieses Verfahren auf die in Abschnitt 4.4.3 betrachteten Szenarien ergibt die in Abbildung 4.24 dargestellten Simulationsergebnisse. Dabei wurde jeweils über 100 000 Realisierungen der Kanäle gemittelt und zufällige zweiwertige Symbole verwendet. Die dargestellten Kurven zeigen die mittlere quadratische Abweichung der mittels Gleichung (4.55) gewonnenen Schätzungen. Es werden nur Stellen aus  $\Omega^{(p)}$  betrachtet, so dass die Ergebnisse unabhängig von der folgenden Interpolation sind. Neben dem Kanaleinfluss wird noch der Effekt einer nach der Synchronisation verbleibenden Frequenzabweichung  $\nu_{\Delta}$  untersucht.

Aus den Kurven für  $|\nu_{\Delta}| = 0$  zeigt sich, dass die verwendete Schätzmethode weitestgehend unabhängig vom Kanalmodell mit steigendem SNR immer geringere Fehler aufweist. Besonders der Vergleich zum AWGN-Kanal zeigt, dass die getroffenen Annahmen hier weitestgehend erfüllt sind und so systematische Abweichungen vom Zusammenhang aus Gleichung (4.26) außerhalb des hier betrachteten Bereichs liegen.

Unter Einfluss einer nicht-kompensierten Frequenzabweichung zeigen sich grundsätzlich die in Abschnitt 3.3 beschriebenen Effekte: Eine Phasendrehung  $\exp\{j2\pi\nu_{\Delta}n/2\}$  der zu erwartenden Werte  $H_{k,n}$  sowie zusätzliche ISI, die bei der Pilotsymbolschätzung mehr Fehlerenergie erzeugt. Die damit zusätzlich eingebrachte Zeitabhängigkeit des effektiven Kanals wird dabei jedoch gut in  $\hat{H}_{k,n}$  abgebildet.

Insgesamt zeigt sich eine geringe Abweichung der Fehlerkurven für unterschiedliche Kanalmodelle bzw. den AWGN-Fall. Auf Basis dieser Schätzungen können mittels Interpolation in Zeit- und Frequenzrichtung Werte für alle übrigen Positionen im Übertragungsrahmen berechnet werden [HMCK05, Kap. 4.3.1]. Diese bilden die Grundlage für die im folgenden Kapitel behandelten Methoden zur Entzerrung.

## Entzerrung von FBMC-Signalen

Ziel der Entzerrung ist die Unterdrückung von Inter-Symbol-Interferenz (ISI), die durch die Überlagerung von verzögerten Mehrwegekomponenten entsteht. Damit wird die Orthogonalität der Symbole wiederhergestellt. Durch den Einsatz von Mehrträgerübertragung ergibt sich für die Entzerrung die Möglichkeit einer getrennten und möglichst unabhängigen Behandlung der Unterträgersignale. Einzeln belegen diese nur einen relativ kleinen Anteil der Systembandbreite und erfahren innerhalb davon eine entsprechend verringerte Frequenzabhängigkeit des Kanals [LZ16, Kap. 1].

Für FBMC-Systeme erfolgt die Entzerrung nach der Analysefilterbank, also direkt auf den dezimierten Ausgangssignalen der Empfangsfilter. Bei einer linearen Entzerrung wird dazu pro Unterträger ein FIR-Filter mit  $L$  Koeffizienten eingesetzt, so dass die Kaskade aus Sende-, Kanal-, Empfangs- und Entzerrungsfilter bestmöglich die ursprünglich geforderte Orthogonalitätsbedingung aus Abschnitt 2.3.1 erfüllt. Die Aufwandersparnis ergibt sich aus der Tatsache, dass das Entzerrungsfilter nach der Abtastung im Halbsymboltakt ausgeführt wird. Nachteilig an dieser Konfiguration ist jedoch, dass mit der nachfolgenden getrennten Verarbeitung der Unterträger potentiell auftretende Inter-Carrier-Interferenz (ICI) schwerer unterdrückt werden kann. Bei FBMC-Systemen ist diese auf den Einfluss der direkt benachbarten Unterträger beschränkt; je nach Charakteristik des eingesetzten Prototyps werden alle anderen durch die Sende- und Empfangsfilterung effektiv unterdrückt.

Im Folgenden werden verschiedene Verfahren und Ansätze zur Entzerrung von FBMC-Signalen diskutiert. Die Betrachtung von linearen und iterative Verfahren stehen dabei im Fokus: Zunächst wird eine ad-hoc Lösung des

Probleme basierend auf Verfahren für OFDM-Systeme diskutiert und im Kontext von FBMC weiterentwickelt. Weiterführend wird die Herleitung eines linearen Entzerrers mit minimalem quadratischem Fehler diskutiert und untersucht. Daraus aufbauend erfolgt die Beschreibung verschiedener Methoden zur iterativen Entzerrung, die auch Anwendung in Systemen mit gemeinsamer Decodierung und Entzerrung haben. Abschließend erfolgt der Vergleich mit einem auf Frequenzbereichsentzerrung basierendem Ansatz.

### 5.1 Verfahren zur linearen Entzerrung

Ziel bei der linearen Entzerrung ist der Entwurf eines FIR-Filters pro Unterkanal abhängig von der Kanalimpulsantwort, bzw. den Kanalkoeffizienten  $H_{k,n}$  aus Abschnitt 4.5. In Kombination mit dem zuvor liegenden Empfangsfilter soll so das Matched-Filter für jeden Unterträger möglichst exakt realisiert werden. Ohne Mehrwegeausbreitung, d.h. für  $h_t[m] = \delta_{0,m}$  wird dieses alleine durch das Empfangsfilter erreicht. Das Filter zur Entzerrung ist einzig dafür da, das Kanalfilter zu kompensieren [Kam04b]. Im Zeitbereich soll die kombinierte Impulsantwort aus einem einzelnen Dirac-Stoß bestehen und somit keine ISI mehr enthalten sein.

Ein zeitdispersiver Mehrwegekanal bewirkt allgemein frequenzselektives Verhalten: Besonders für breitbandige Übertragungen erfahren verschiedene Teilbänder unterschiedliche Dämpfungen und Phasendrehungen bei der Übertragung. Das Entzerrungsfilter muss daher so entworfen werden, dass der Frequenzgang des Kanals ausgeglichen wird und sich ein möglichst konstanter Verlauf ergibt. Dieses Vorgehen entspricht dem bei Einträgerübertragungen verwendeten, mit dem Unterschied, dass bei Mehrträgerübertragungen zusätzliche Inter-Carrier-Interferenz (ICI) auftretenden kann.

#### 5.1.1 Single-Tap Approximation

Das wohl einfachste Verfahren zur Frequenzbereichsentzerrung stellt die Verwendung von Filtern der Ordnung null dar: Für jeden Unterträger erfolgt eine Gewichtung mit einem einzelnen komplexen Koeffizienten. Dabei

wird angenommen, dass der frequenzselektive Kanal durch in die Verwendung vieler schmalbandiger Unterträger in frequenzflache Kanalkanäle transformiert wird, siehe Abschnitt 2.1.

Besonders effektiv ist diese Methode für Verfahren mit block-basierter Übertragung, bei denen jedem Block ein zyklisches Präfix vorangestellt wird. Beispiele hierfür sind OFDM, bei dem je Block  $N$  Symbole parallel übertragen werden [HMCK05, Kap. 4.2.1], das in LTE für Übertragungen im Uplink eingesetzt Single-Carrier Frequency Domain Equalization (SC-FDE), bei dem jeder Block aus einer Sequenz von  $N$  Symbolen besteht [GZAM10, Kap. 4.3] oder auch Generalized Frequency Division Multiplexing (GFDM), mit Blöcken aus parallel und seriell gesendeten Symbolen [FKB09].

Die Präfixe wirken hierbei einerseits als Schutzintervall, wodurch bei ausreichend langer Präfixdauer keine Interferenz zwischen den Blöcken auftritt. Andererseits bewirken zeitdispersive Kanäle eine zyklische Faltung mit der Kanalimpulsantwort, die im Frequenzbereich, ohne Auf- und Abklingeffekte beachten zu müssen, durch eine punktweise Multiplikation mit der Übertragungsfunktion des Entzerrungsfilters kompensiert werden kann [Kam04b, Kap. 16.2]. Bei einer Unterteilung des Nyquistbandes in  $M$  Unterträger ergeben sich die Koeffizienten

$$w_{k,n} = \frac{H_{k,n}^*}{|H_{k,n}|^2 + \text{SNR}^{-1}}, \quad (5.1)$$

mit denen der quadratische Schätzfehler minimiert wird [Kam04b, Kap. 16.2]. Das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) wird dabei als bekannt vorausgesetzt. Alternativ ergibt sich die die Zero Forcing (ZF)-Lösung für  $\text{SNR} \rightarrow \infty$ .

Bei FBMC-Übertragungen sind keine Präfixe vorgesehen, so dass sich keine zyklische Faltung ergeben kann. Die Annahme frequenzflacher Kanäle für die einzelnen Unterträger kann damit höchstens näherungsweise erfüllt werden. Für eine gute Approximation muss folgendes gelten:

- Die Kanalübertragungsfunktion  $H_t(f)$  hat im Einflussbereich des Empfangsfilters, im Intervall  $[-F, F]$  um die Mittenfrequenz  $f = kF$  des  $k$ -ten Unterträgers näherungsweise konstanten Verlauf.
- Die Kanalimpulsantwort  $h(t, \tau_c)$  näherungsweise konstant im Einflussbereich der Empfangsfilterimpulsantwort ist,  $t \in [-\frac{K}{2}T; \frac{K}{2}T]$ .

Der geforderte flache Verlauf in überlappenden Intervallen der Kanalübertragungsfunktion kann jedoch nie ideal eingehalten werden. Es verbleibt stets ein systematischer Fehler, der in rauschlimitierten Szenarien gegebenenfalls vernachlässigt werden kann, wenn ein langsam veränderlichen Kanal mit minimaler Zeitdispersion vorliegt.

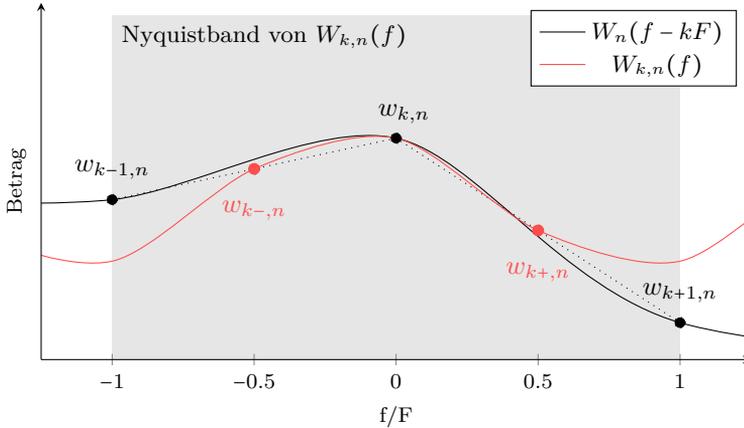
Bei gegebenen Ausbreitungsbedingungen müssen die Parameter des Systems so gewählt werden, das sich ein relativ zur Symboldauer sehr kurzer Kanal ergibt. Bei fester Datenrate bedingt dies eine hohe Anzahl Unterträger mit kleinem Abstand. Nur so werden die nicht-zyklischen Anteile der Faltung mit der Kanalimpulsantwort vernachlässigbar klein. Damit einher gehen aber auch andere Faktoren: mit der Anzahl der Unterträger steigt die Komplexität der Filterbänke an Sender und Empfänger. Mit geringem Unterträgerabstand ergeben sich zusätzlich strengere Anforderungen an die tolerierbare Trägerfrequenzabweichung nach der Synchronisation.

Beide Faktoren bedingen einen allgemein erhöhten Verarbeitungsaufwand für FBMC-Übertragungen in Mehrwegekanälen. Statt diesen bei der Synchronisation und Pulsformung bzw. -detektion aufzuwenden, bietet es sich an effektivere Verfahren zu Entzerrung einzusetzen. Im Folgenden werden verschiedene solcher Methoden vorgestellt und daran auch die Leistungsfähigkeit der Single-Tap Approximation diskutiert.

### 5.1.2 Fourierapproximation

Die im vorherigen Abschnitt diskutierten Anforderungen an den Mehrwegekanal können mit einer Erhöhung der Filterordnung für die Entzerrer gelockert werden. Dieses Vorgehen wird von T. Ihalainen et al. in [ISRR06] diskutiert und zielt darauf ab nicht-konstante Abschnitte der Kanalübertragungsfunktion kompensieren. In Relation zu anderen, im Folgenden vorstellte Verfahren ist dieser Ansatz als eine möglichst aufwandsarme Erweiterung der Single-Tap Approximation zu interpretieren.

Ausgehend von der im Unterträgerabstand abgetasteten Kanalübertragungsfunktion  $H_t(f)$  bzw.  $H_{k,n}$  und der daraus nach Gleichung (5.1) berechneten  $w_{k,n}$  werden je Unterträger  $L$  Entzerrerkoeffizienten mittels Fourierapproximation gebildet. Dies erfolgt analog zum Vorgehen aus Abschnitt 2.3.2.1: Die Koeffizienten  $w_{k,n}$  sind dabei die Fourierkoeffizienten des Gesamtentzerrungsfilters  $W_n(f)$ , das  $H_t(f)$  über die gesamte



**Abb. 5.1:** Beispielhafter Amplitudengang des Entzerrungsfilters  $W_n(f)$  um  $f = kF$  und das mittels Fourierapproximation entworfene Entzerrungsfilter für den  $k$ -ten Unterträger.

Übertragungsbandbreite kompensiert. Gegeben sind die Stellen  $f = kF$  dieser Funktion.

Die gesuchten Entzerrungsfiler für die Unterträger  $W_{k,n}(f)$  werden bei einer um  $M/2$  reduzierten Rate mit dem Nyquistband  $(-F; F]$  ausgeführt. Die  $w_{k,n}$  fallen immer auf die Bandmitte und die -ränder, siehe Abbildung 5.1. Für ein Filter mit  $L$  Koeffizienten müssen  $L$  Werte in  $(-F; F]$  vorgegeben werden. Neben  $W_k(0) = w_{k,n}$  werden je  $(L - 1)/2$  Werte äquidistant zu den nächsten Stützstellen  $w_{k-1,n}$  bzw.  $w_{k+1,n}$  durch Interpolation vorgegeben. Nach einer Fourierrücktransformation ergeben sich die gesuchten Koeffizienten  $w_k[n]$  mit  $n \in \{0, 1, \dots, L - 1\}$ .

Dieses Vorgehen wird beispielhaft für  $L = 3$  betrachtet. Dabei ergeben sich die Abbildung 5.1 dargestellten Stützstellen, deren Wert hier durch lineare Interpolation berechnet wird:

$$\begin{aligned}
 W_{k,n}\left(-\frac{F}{2}\right) &= w_{k-,n} = \frac{1}{2}(w_{k-1,n} + w_{k,n}) \\
 W_{k,n}(0) &= w_{k,n} \\
 W_{k,n}\left(+\frac{F}{2}\right) &= w_{k+,n} = \frac{1}{2}(w_{k,n} + w_{k+1,n})
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Der Zusammenhang mit der gesuchten Impulsantwort ergibt sich zu

$$\begin{pmatrix} w_{k-,n} \\ w_{k,n} \\ w_{k+,n} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} -j & 1 & j \\ 1 & 1 & 1 \\ j & 1 & -j \end{pmatrix}}_{=\mathcal{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} w_k[0] \\ w_k[1] \\ w_k[2] \end{pmatrix}}_{=\vec{w}_{k,n}}. \quad (5.3)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystem ergibt sich zu

$$\vec{w}_{k,n} = \frac{1}{4} \underbrace{\begin{pmatrix} -1+j & 2 & -1-j \\ 2 & 0 & 2 \\ -1-j & 2 & -1+j \end{pmatrix}}_{=\mathcal{A}^{-1}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{\text{lin. Interpolation}} \cdot \begin{pmatrix} w_{k-1,n} \\ w_{k,n} \\ w_{k+1,n} \end{pmatrix},$$

wobei hier zusätzlich die Interpolation (5.2) integriert wurde, so dass die gesuchten Koeffizienten direkt berechnet werden können:

$$\vec{w}_{k,n} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -1+j & 2 & -1-j \\ 2 & 4 & 2 \\ -1-j & 2 & -1+j \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_{k-1,n} \\ w_{k,n} \\ w_{k+1,n} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Der resultierende Frequenzgang  $W_{k,n}(f)$  ist ebenfalls in Abbildung 5.1 dargestellt. Daran lassen sich die Vorteile der verlängerten Impulsantwort deutlich erkennen: Im Vergleich zu einem Filter nullter Ordnung, das einen konstanten Verlauf über das gesamte Nyquistband aufweist, kann hiermit der erwünschte Verlauf  $W_n(f)$  deutlich besser nachgebildet werden. Die größten Abweichungen ergeben sich an den Bandrändern. Dabei ist allerdings zu beachten, dass in diesen Bereichen durch das Empfangsfilter nur noch relativ wenig Signalleistung enthalten ist, gleichzeitig aber auch der Einfluss der benachbarten Unterträger hoch ist.

Die Lösung des Gleichungssystems kann alternativ auch mittels einer inversen diskreten Fouriertransformation (IDFT) erfolgen. Die Länge der IDFT wird dabei zu  $L + 1$  gewählt, so dass die Bins mit den gewählten Stützstellen zusammenfallen. Dabei wird das zusätzliche Bin  $w_{k*,n}$ , am Bandrand, also bei  $f = \pm F$ , so gewählt dass sich eine möglichst geringe Abweichung zum gewünschten Verlauf ergibt:

$$w_{k*,n} = \frac{1}{2}(w_{k-1,n} + w_{k+1,n}) \quad (5.5)$$

Bei Verwendung linearer Interpolation ergibt sich der zusätzliche Koeffizient  $w_k[L]$  dabei zu null. Im vorliegenden Beispiel gilt

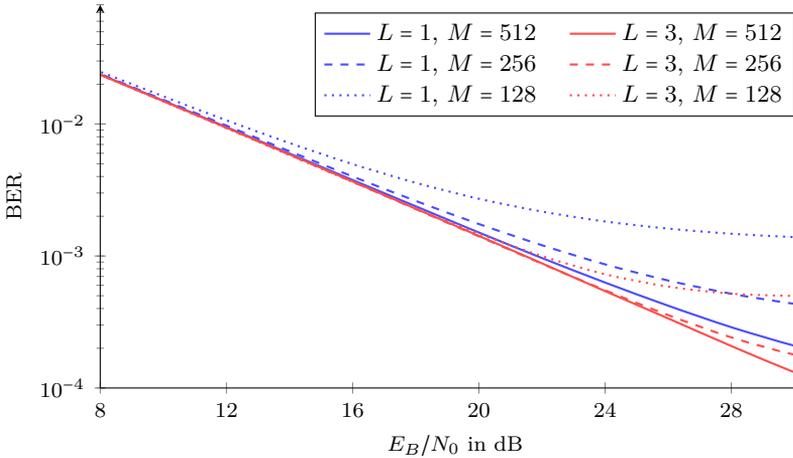
$$\begin{aligned} w_k[L] &= -w_{k-,n} + w_{k,n} - w_{k+,n} + w_{k^*,n} \\ &= \frac{1}{2}(-w_{k-1,n} - w_{k,n} + 2w_{k,n} - w_{k,n} - w_{k+1,n} + w_{k-1,n} + w_{k+1,n}) \\ &= 0, \end{aligned}$$

womit sich für dieses Verfahren ungerade  $L$  besonders eignet. Allgemein kann die gewünschte Übertragungsfunktion  $W_n(f)$  mit steigendem  $L$  immer besser angenähert werden und so auch an die durch die maximale Laufzeit im Kanal vorgegebene maximale Steigung angepasst werden. Dies kann dabei für alle Unterträger gemeinsam erfolgen oder aber individuell, je nach vorliegendem Verlauf.

### 5.1.3 Simulation

Um die Leistungsfähigkeit dieses Verfahrens und auch einen Vergleich zur Single-Tap Approximation ziehen zu können, wird im Folgenden die Bitfehlerrate einer uncodierten FBMC-Übertragung mit den Kanalmodellen Pedestrian B und Vehicular A aus Abschnitt 2.2.2 über dem normierten Signal-zu-Rausch-Verhältnis ( $E_b/N_0$ ) mittels verschiedener Simulationen untersucht. Für die gezeigten Ergebnisse werden jeweils 2000 zufällige Kanalrealisierungen betrachtet, wobei angenommen wird, dass der Kanal über einen Übertragungsrahmen mit 200 FBMC-Symbolen konstant bleibt und am Empfänger ideal geschätzt werden kann. Für die Übertragung selbst werden 2-PAM-Symbole verwendet, welche vor der OQAM-Modulation QPSK-Symbolen entsprechen. Der Abstand der Unterträger wird ausgehend von  $F = 15\text{ kHz}$  zweimal verdoppelt. Bei gleicher Datenrate halbiert sich die Symboldauer jeweils, wodurch sich die relative Länge der Kanalimpulsantwort erhöht und mehr ISI auftritt. Im diskreten Signalmodell entspricht dies einer DFT-Länge  $M \in \{512, 256, 128\}$ . Als Prototypfilter kommt, wenn nicht anderes beschrieben, ein Mirabbasi-Martin-Filter mit  $K = 4$  zum Einsatz.

Abbildung 5.2 zeigt den Verlauf der BER über dem SNR für diese Übertragungen unter Verwendung des Kanals Veh. A. Die Entzerrer mit einem Koeffizienten,  $L = 1$ , aus dem vorherigen Abschnitt verwenden dabei die MMSE-Lösung (5.1). Für das hier diskutierte Verfahren mit  $L = 3$



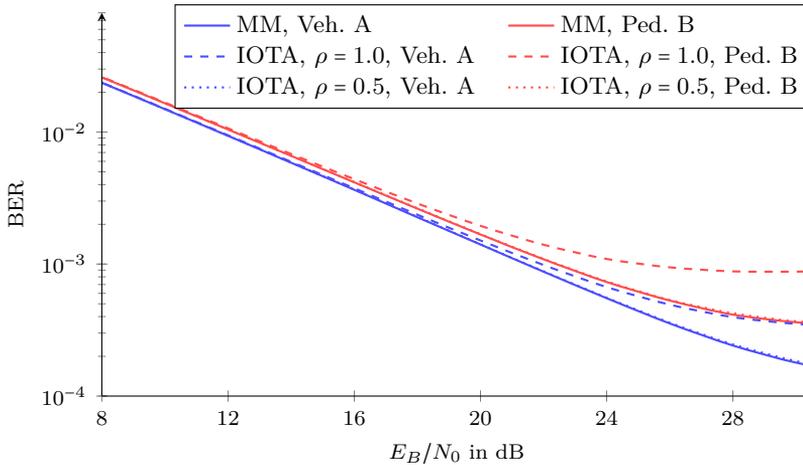
**Abb. 5.2:** Bitfehlerrate (uncodiert) in einem Veh. A Kanal für verschiedene DFT-Längen  $M$  und Anzahl Entzerrerkoeffizienten  $L$

Koeffizienten wird je ein Zwischenwert durch vorherige Interpolation der Kanalübertragungsfunktion um den Faktor zwei gewonnen.

Am Verlauf der Kurven zeigt sich für alle betrachteten Fälle eine Verringerung der Fehlerrate mit steigendem SNR. Die für den Entwurf der Entzerrung verwendeten Näherungen zeigen sich am Übergang von einem Bereich, der im wesentlichen durch den Rauscheinfluss geprägt ist, zu einem, der durch die verbleibende Interferenz limitiert ist. Letzterer kann am Abflachen der Kurven und Annäherung an einer unteren Schranke, einer Restfehlerrate, beobachtet werden.

Vergleicht man den Verlauf für verschiedene DFT-Längen  $M$ , zeigt sich das oben beschriebene Verhalten: Je schmaler der Durchlassbereich des Prototypfilters, d.h. je größer  $M$ , desto besser kann der Übertragungskanal als abschnittsweise konstant angenähert werden. Damit verringert sich auch die Restfehlerrate.

Dieser Effekt wird durch die Verwendung von mehreren Entzerrerkoeffizienten  $L$  verstärkt, da damit auch schon für geringere  $M$  eine bessere Kompensation der Kanalübertragungsfunktion erreicht werden kann. Mit  $L = 3$  ergibt sich für alle betrachteten  $M$  geringere Fehlerrate als mit

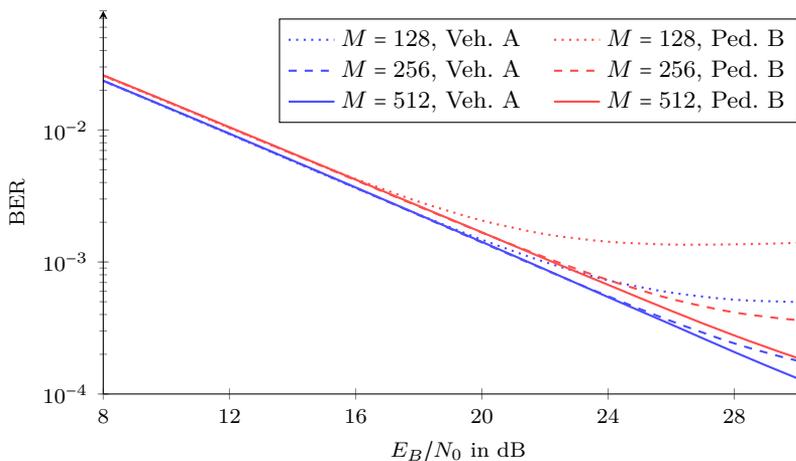


**Abb. 5.3:** Bitfehlerrate (uncodiert) für verschiedene Kanalmodelle und Prototypfilter mit  $K = 4$  bei  $L = 3$  und  $M = 256$

$L = 1$ . Der Unterschied verringert sich allerdings mit steigendem  $M$ . Die zusätzlichen Koeffizienten haben weniger Gewicht und es verbleibt die nicht-kompensierte ICI.

Den Einfluss des Prototypfilters und Kanalmodells zeigt Abbildung 5.3. Für den Fall  $M = 256$  und  $L = 3$  wird für die Kanalmodelle Ped. B und Veh. A jeweils eine Übertragung mit dem Mirabbasi-Martin- (MM) und eine mit den IOTA-Filtern mit  $\rho = 1,0$  und  $\rho = 0,5$  betrachtet, wobei sich grundsätzlich ähnliche Verläufe wie in Abbildung 5.2 ergeben. Allerdings stellt sich bei der Verwendung von IOTA-Filtern mit  $\rho = 1,0$  stets eine durchweg höhere Fehlerrate ein. Dies ist auf die unterschiedliche Energieverteilung in der Zeit-Frequenzebene zurückzuführen. Wie in Abschnitt 2.3.2 beschrieben kann diese mit dem Parameter  $\rho$  verändert werden. Für  $\rho = 0,5$  ergeben sich ähnliche Eigenschaften wie beim Mirabbasi-Martin-Filter und damit auch vergleichbare Fehlerraten. Darüber hinaus erkennt man, dass die Restfehlerrate für den Ped. B Kanal in beiden Fällen höher als bei Veh. A ist, wobei dieser Unterschied mit höherem  $L$  ausgeglichen werden kann.

Abbildung 5.4 zeigt diesen Unterschied in Abhängigkeit des Unterträgerabstandes bei Verwendung von  $L = 3$  Entzerrerkoeffizienten. Auch



**Abb. 5.4:** Bitfehlerrate (uncodiert) für verschiedene Kanalmodelle und DFT-Längen  $M$  bei  $L = 3$

hier zeigt sich ein geringerer Unterschied mit steigendem  $M$ , aufgrund der besseren Approximation. Auch für  $M = 512$  verbleibt eine durchweg höhere Fehlerrate für den Kanal Ped. B, welche teilweise auf die höhere maximale Verzögerung zurückgeführt werden kann. Zusätzlich entsteht dabei mehr ICI, die mit den hier betrachteten Entzerrern schwerer zu kompensieren ist.

In nächsten Abschnitt werden daher Methoden betrachtet, bei denen der erwartete Einfluss der Inter-Carrier-Interferenz (ICI) in das Entwurfsverfahren miteinbezogen wird.

## 5.2 Entzerrer mit minimaler Fehlerenergie

Die im vorherigen Abschnitt beschriebenen Verfahren behandeln die Effekte einer Mehrwegeausbreitung ausgehend von dem Ziel die frequenzselektiven Kanaleigenschaften möglichst gut zu kompensieren. Dieses Vorgehen konzentriert sich auf die Übertragungsfunktion der Unterträgersignale vor und nach der Entzerrung, die damit auf ein Filterentwurfsproblem

abgebildet wird. Die im Folgenden diskutierte Herangehensweise bedient sich einer Interpretation und Lösung im Zeitbereich:

Dabei interpretiert man die in die Entzerrer eingehenden Abtastwerte als Beobachtungen, in denen die gesuchten Datensymbole enthalten sind und extrahiert werden müssen. Aufgrund der zeitdispersiven Kanaleigenschaften kann ein Datensymbol in mehreren Beobachtungen enthalten sein, abhängig von der ISI. Für die Entzerrung werden Gewichtungsfaktoren gesucht, mit denen sich aus einer Folge von Beobachtungen möglichst optimale Schätzungen der gesendeten Symbole eines Unterträgers ergeben.

Ein hierfür häufig verwendetes Optimalitätskriterium stellt die im Mittel zu erwartende Schätzfehlerenergie dar [Kro03, Kap. 6]:

$$J = E\{[x_{k,n} - \hat{x}_{k,n}]^2\} \quad (5.6)$$

Um diese zu berechnen, werden die Beobachtungen als Zufallsprozesse interpretiert, deren Dichte am Empfänger bekannt sei [Kro03, Kap. 6]. Neben der Kanalimpulsantwort werden dazu die Verteilung der gesendeten Symbole sowie die Parameter des Empfängerrauschens benötigt, aus denen sich die optimalen Gewichtungsfaktoren berechnen lassen.

Der Zusammenhang zwischen den zufälligen Sendesymbolen und den Beobachtungen ist so, abgesehen von der Störung durch das Empfängerrauschen, deterministisch. Im Folgenden wird das zugehörige Signalmodell aus den Modellen nach Abschnitt 3.1 hergeleitet und daraus eines für den resultierenden Schätzfehler gebildet.

### 5.2.1 Signalmodell für die Beobachtungen

Interpretiert man die Entzerrung als Schätzproblem stellt sich folgendes Szenario: Gesucht ist das zum Zeitindex  $n$  auf dem Unterträger  $k$  gesendete Symbol  $x_{k,n}$ . Dazu werden  $L$  zusammenhängende Ausgangswerte der Analysefilterbank  $y_{k,n}$  verwendet. Neben dem aktuellen mit Index  $n$  gehen zusätzlich  $L^-$  vorhergehende und  $L^+$  nachfolgende Werte ein, es gilt  $L = L^- + 1 + L^+$ . Für eine lineare Entzerrung werden  $L$  zugehörige Koeffizienten  $w_{k,n,j}$  gesucht, die das oben beschriebene Entzerrungsfilter

darstellen und so die Bildung des Schätzwerts

$$\hat{x}_{k,n} = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{\delta=-L^-}^{L^+} w_{k,n,\delta}^* \cdot y_{k,n+\delta} \right\}, \quad (5.7)$$

mit minimalem mittleren quadratischen Fehler (MMSE)  $J$  zu ermöglichen. Man beachte, dass hiermit nicht bezweckt wird, die Fehlerenergie zwischen den  $y_{k,n}$  und den dazu am Sender korrespondierenden Synthesefilterbankeingängen, den phasencodierten Sendesymbolen, zu minimieren. Die am Empfänger hinzukommende intrinsische Interferenz  $I_{k,n}$  stellt einen systematischen Unterschied der beiden Größen dar und soll daher nicht in  $J$  eingehen. Daher beinhaltet das hier gewählte Modell bereits die Phasendecodierung und Realteilbildung aus Gleichung (2.21), wodurch  $I_{k,n}$  idealerweise ausgeblendet wird.

Für die Berechnung der optimalen Entzerrerkoeffizienten  $w_{k,n,j}$  bietet sich eine Darstellung mit Vektoren und Matrizen an. Mit dem Vektor der Beobachtungen  $\vec{y}_{k,n}$  und dem der Entzerrerkoeffizienten  $\vec{w}_{k,n}$ , mit

$$\vec{y}_{k,n} = \begin{pmatrix} y_{k,n-L^-} \\ \vdots \\ y_{k,n} \\ \vdots \\ y_{k,n+L^+} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^L \quad \vec{w}_{k,n} = \begin{pmatrix} w_{k,n,-L^-} \\ \vdots \\ w_{k,n,0} \\ \vdots \\ w_{k,n,L^+} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^L, \quad (5.8)$$

lässt sich Gleichung (5.7) als

$$\hat{x}_{k,n} = \operatorname{Re} \left\{ \vec{w}_{k,n}^H \vec{y}_{k,n} \right\} \quad (5.9)$$

darstellen.

Um daraus den optimalen Koeffizientenvektor zu berechnen, wird ein Signalmodell für  $\vec{y}_{k,n}$  benötigt, das den Zusammenhang mit den gesendeten Symbolen  $x_{k,n}$  und sonstigen Einflüssen herstellt. Basierend auf den Ausführungen in Abschnitt 3.1 können diese mit

$$y_{k,n} \approx \sum_{i=k-1}^{k+1} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} x_{i,n'} \beta_{i,n'} \cdot q_{i,k}[n-n'] + \eta_k[n], \quad (5.10)$$

beschrieben werden. Im Unterschied zu Gleichung (3.4) wird hier angenommen, dass  $q_{i,k}[n] \approx 0$ , für  $|k-i| > 1$  gilt. Signalanteile von nicht-direkt benachbarten Unterträgern können damit vernachlässigt werden, da sie

in den Sperrbereich des zugehörigen Empfangsfilters fallen. Unterträger am Rand des Übertragungsbandes werden mit  $x_{k+1,n'} = 0$  bzw.  $x_{k-1,n'} = 0$  berücksichtigt. Für die Länge der Systemimpulsantwort  $q_{i,k}[n]$  aus Gleichung (3.5) gilt

$$\begin{aligned} L_q &= \left\lceil \frac{(L_g + L_h - 1) + L_f - 1}{M/2} \right\rceil \\ &= \left\lceil \frac{2KM + L_h}{M/2} \right\rceil \\ &= 4K + 1 + \left\lfloor L_h / \frac{M}{2} \right\rfloor, \end{aligned} \quad (5.11)$$

wobei  $L_g$  die Länge der Sendefilterimpulsantwort,  $L_h$  die der Kanalimpulsantwort und  $L_f$  die der Empfangsfilterimpulsantwort sind. Die Operatoren  $\lceil \cdot \rceil$  und  $\lfloor \cdot \rfloor$  stellen die nächst größere bzw. kleinere ganze Zahl des jeweiligen Arguments dar.

Die Längen  $L_g$  und  $L_f$  ergeben sich bei einer Abtastung mit  $M$  Werten pro Symboldauer  $T$  und einem Überlappungsfaktor  $K$ , siehe Abschnitt 2.3.2.1, zu  $L_g = L_f = KM + 1$ . Mit der hier gewählten nullphasigen Beschreibung des Prototypfilters gilt  $g[m] = 0$  für  $|m| > KM$ , womit sich auch für  $q_{i,k}[n]$  ein akausaler Anteil ergibt. Dieser beschreibt den Einfluss von nachfolgenden Symbolen und hat eine Länge von  $L_q^+ = 2K$ . In einer rein kausalen Beschreibung entspricht dies der Gruppenlaufzeit. Der kausale Anteil hat eine Länge von  $L_q^- = 2K + \lfloor L_h / \frac{M}{2} \rfloor$  und beschreibt den Einfluss vorhergehender Symbole. Der letzte Summand in  $L_q^-$  entspricht einer Verlängerung der Impulsantwort durch den Kanal, die aber nur dann auftritt, wenn die maximale Echolaufzeit im Kanal die halbe Symbollänge übersteigt.

Mit den phasencodierten Sendesymbolen als  $v_i[n] = x_{i,n}\beta_{i,n}$  lässt sich Gleichung (5.10) als

$$y_{k,n} \approx \sum_{i=k-1}^{k+1} \sum_{\delta=-L_q^-}^{L_q^-} q_{i,k}[-\delta] \cdot v_i[n + \delta] + \eta_k[n] \quad (5.12)$$

schreiben. Dabei ist Systemimpulsantwort zeit-invertiert und beschreibt somit von links nach rechts den Einfluss vorhergehender und nachfolgender Symbole.

## 5 Entzerrung von FBMC-Signalen

Um daraus eine Vektor-Matrix-Darstellung zu erhalten wird der Vektor aller phasencodierten Sendesymbole, die auf  $\vec{y}_{k,n}$  Einfluss haben, gebildet:

$$\begin{aligned} \vec{v}_i[n] &= \begin{pmatrix} \beta_{i,n-(L^-+L_q^-)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \beta_{i,n} & \vdots \\ 0 & \cdots & \beta_{i,n+(L^++L_q^+)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{i,n-(L^-+L_q^-)} \\ \vdots \\ x_{i,n} \\ \vdots \\ x_{i,n+(L^++L_q^+)} \end{pmatrix} \\ &= \text{diag}(\vec{\beta}_{i,n}) \cdot \vec{x}_{i,n} \in \mathbb{C}^{L+L_q-1} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Damit lässt sich Gleichung (5.12) als

$$\vec{y}_{k,n} = \sum_{i=k-1}^{k+1} Q_{i,k} \cdot \vec{v}_i[n] + \vec{\eta}_k[n] \quad (5.14)$$

schreiben, mit der Systemmatrix  $\vec{Q}_{i,k} \in \mathbb{C}^{L \times (L_q+L-1)}$  mit der für eine Faltungsoperation typischen Bandstruktur:

$$\vec{Q}_{i,k} = \begin{pmatrix} q_{i,k}[L_q^-] & q_{i,k}[L_q^- - 1] & \cdots & q_{i,k}[-L_q^+] & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & q_{i,k}[L_q^-] & q_{i,k}[L_q^- - 1] & \cdots & q_{i,k}[-L_q^+] & 0 & \cdots \\ \vdots & & \ddots & & & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & q_{i,k}[L_q^-] & q_{i,k}[L_q^- - 1] & \cdots & q_{i,k}[-L_q^+] \end{pmatrix} \quad (5.15)$$

Weiter werden die im Vektor der Beobachtungen  $\vec{y}_{k,n}$  enthaltenen Rauschkomponenten mit den Rauschvektor  $\vec{\eta}_k[n] \in \mathbb{C}^L$  beschrieben. Jedes Unterträgersignal enthält dabei nur einen Teil des gesamt auftretenden Rauschsignals  $\eta[m]$ . Es gilt:

$$\begin{aligned} \eta_k[n] &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta\left[\frac{M}{2}n - m\right] \cdot f_k[m] \\ &= \sum_{\delta=-K\frac{M}{2}}^{K\frac{M}{2}} f_k[-\delta] \cdot \eta\left[\frac{M}{2}n + \delta\right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

Analog zum oben beschriebenen Einfluss der gesendeten Symbole, werden je  $L$  aufeinanderfolgende Werte dieser Signale zum Rauschvektor  $\vec{\eta}_k[n]$

zusammengefasst. Dieser ergibt sich aus allen über das Empfangsfilter  $f_k[m]$  eingehenden Rauschanteilen zu

$$\vec{\eta}_k[n] = \begin{pmatrix} \eta_k[n-L^-] \\ \vdots \\ \eta_k[n] \\ \vdots \\ \eta_k[n+L^+] \end{pmatrix} = B_k \cdot \begin{pmatrix} \eta[\frac{M}{2}(n-L^- - K)] \\ \vdots \\ \eta[n] \\ \vdots \\ \eta[\frac{M}{2}(n+L^+ + K)] \end{pmatrix} = B_k \cdot \vec{\eta}[n]. \quad (5.17)$$

Die Matrix  $B_k$  realisiert dabei analog zur Systemmatrix  $Q_{i,k}$  die Empfangsfilterung als Korrelation mit einer Bandstruktur. Hier wird allerdings auch eine Dezimierung mit dem Faktor  $M/2$  vorgenommen, weswegen die Zeilen von  $B_k$  die Empfangsfilterimpulsantwort nicht jeweils um eins, sondern um  $M/2$  versetzt enthalten:

$$\vec{B}_k = \begin{pmatrix} f_k[KM] & f_k[KM-1] & \dots & f_k[-KM] & 0 & \dots & & & \\ 0 & \dots & 0 & f_k[KM] & f_k[KM-1] & \dots & f_k[-KM] & 0 & \dots \\ \vdots & & & \ddots & & & \ddots & & \\ 0 & \dots & 0 & f_k[KM] & f_k[KM-1] & \dots & f_k[-KM] & & \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

Insgesamt liegt damit eine Beschreibung für den Einfluss aller unbekannt Komponenten auf die Beobachtung  $\vec{y}_{k,n}$  vor. Dies ermöglicht eine Beschreibung des Schätzfehlers in  $\hat{x}_{k,n}$  abhängig von den umgebenden Symbolen, der Kanalimpulsantwort und dem Empfängerrauschen. Dieses Modell bildet die Grundlage zur Berechnung des optimalen Entzerrerkoeffizientenvektors  $\vec{w}_{k,n}$ .

### 5.2.2 Signalmodell für den Schätzwert

Mit dem im vorherigen Abschnitt erstellten Signalmodell für die Beobachtungen  $\vec{y}_{k,n}$  ist der Zusammenhang mit den gesendeten Symbolen und den Kanaleinflüssen gegeben. Für den Wert der daraus resultierenden Schätzung  $\hat{x}_{k,n}$  wird nur der Realteil der entzerrten Filterbankausgänge verwendet. Die im zugehörigen Imaginärteil zu erwartende intrinsische

Interferenz ist nicht Gegenstand der zu minimierenden Fehlergröße nach Gleichung (5.6).

Es ist daher zweckmäßig ein Modell abzuleiten, dass nur den hier relevanten Realteil enthält:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k,n} &= \operatorname{Re} \{ \vec{w}_{k,n}^H \vec{y}_{k,n} \} = \operatorname{Re} \vec{w}_{k,n}^T \cdot \operatorname{Re} \vec{y}_{k,n} + \operatorname{Im} \vec{w}_{k,n}^T \cdot \operatorname{Im} \vec{y}_{k,n} \\ &= \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \vec{w}_{k,n} & \operatorname{Im} \vec{w}_{k,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \vec{y}_{k,n} \\ \operatorname{Im} \vec{y}_{k,n} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$= \vec{w}_{k,n}^T \cdot \vec{\bar{y}}_{k,n} \quad (5.20)$$

Die reellwertigen Vektoren  $\vec{w}_{k,n} \in \mathbb{R}^{2L}$  und  $\vec{\bar{y}}_{k,n} \in \mathbb{R}^{2L}$  ergeben sich durch Übereinanderstapelung der Real- und Imaginärteile der zugehörigen komplexwertigen Vektoren. Für das vektorisierte Systemmodell nach Gleichung (5.14) folgt

$$\begin{bmatrix} \operatorname{Re} \vec{y}_{k,n} \\ \operatorname{Im} \vec{y}_{k,n} \end{bmatrix} = \sum_{i=k-1}^{k+1} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \{ Q_{i,k} \cdot \vec{v}_i[n] \} \\ \operatorname{Im} \{ Q_{i,k} \cdot \vec{v}_i[n] \} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \vec{\eta}_k[n] \\ \operatorname{Im} \vec{\eta}_k[n] \end{bmatrix},$$

woraus sich nach Einsetzen der Gleichungen für die phasencodierten Symbole und der Rauschens

$$\vec{\bar{y}}_{k,n} = \sum_{i=k-1}^{k+1} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \{ Q_{i,k} \operatorname{diag}(\vec{\beta}_{i,n}) \} \\ \operatorname{Im} \{ Q_{i,k} \operatorname{diag}(\vec{\beta}_{i,n}) \} \end{bmatrix} \vec{x}_{i,n} + \begin{bmatrix} \operatorname{Re} B_k & -\operatorname{Im} B_k \\ \operatorname{Im} B_k & \operatorname{Re} B_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \vec{\eta}[n] \\ \operatorname{Im} \vec{\eta}[n] \end{bmatrix}$$

ergibt. Damit sind nur noch reellwertige Größen enthalten, die mit

$$\vec{\bar{y}}_{k,n} = \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} \cdot \vec{x}_{i,n} + \bar{B}_k \cdot \vec{\bar{\eta}}[n]. \quad (5.21)$$

beschrieben werden können. Die Abhängigkeit vom Symbolindex  $n$  in den Faltungsmatrizen der Systemimpulsantworten  $\bar{Q}_{i,k,n} \in \mathbb{R}^{2L \times (L_q + L - 1)}$  entsteht durch die Absorption der Phasencodierung  $\vec{\beta}_{i,n}$ . Dazu wird vor der Stapelung abhängig von  $i + n$  jede zweite Spalte mit  $j$  multipliziert. Wegen  $\vec{\beta}_{i,n+2} = \vec{\beta}_{i,n}$  gilt auch  $\bar{Q}_{i,k,n+2} = \bar{Q}_{i,k,n}$ . Der Rauschvektor  $\vec{\eta}[n]$  ist im Gegensatz zu den Sendesymbolen  $x_{i,n}$  komplexwertig. Daher muss beim Übergang auf  $\vec{\bar{\eta}}[n]$  die zugehörige Faltungsmatrix  $B_k$  in Zeilen- und Spaltenrichtung gestapelt werden.

Mit Gleichung (5.21) liegt ein Modell für die am Ausgang der Analysefilterbank zu beobachtenden Werte  $\vec{\bar{y}}_{k,n}$  vor, aus denen mit dem modifizierten

Entzerrerkoeffizientenvektor  $\vec{\vec{w}}_{k,n}$  direkt die reellwertigen Symbolschätzungen  $\hat{x}_{k,n}$  berechnet werden können. In dieser Form kann im Folgenden die angestrebte MSE-optimale Lösung bestimmt werden.

### 5.2.3 Berechnung der Entzerrerkoeffizienten

Für die Berechnung der Entzerrerkoeffizientenvektors  $\vec{\vec{w}}_{k,n}$  mit minimaler mittlerer quadratischer Fehlerenergie  $J$  werden die unbekanntenen Einflüsse als stochastische Größen angenommen. Dies umfasst die gesendeten Symbole sowie das Empfängerrauschen. Die Kanalimpulsantwort  $h_t[m]$  und damit die Systemmatrix  $\vec{\vec{Q}}_{i,k,n}$  werden als bekannt vorausgesetzt, siehe Abschnitt 4.5. Gleiches gilt für das Verhältnis aus Signal- und Rauschleistung.

Die Sendesymbole  $x_{k,n}$  werden als unabhängig und identisch verteilt angenommen. Ihr Erwartungswert sei  $E\{x_{k,n}\} = 0$  und die Varianz dementsprechend auch die mittlere Leistung sei  $\text{var}\{x_{k,n}\} = 0,5$ . Diese Definition motiviert sich durch die Tatsache, dass es sich um reellwertige Zufallsvariablen handelt, die im Vergleich zu komplexwertigen Symbolen nur die halbe Information tragen. Für den stochastischen Prozess, den die Folge der  $x_{k,n}$  für jeden Unterträger darstellt, ergibt sich wegen des zeitlichen Abstands von  $T/2$  der Symbole daraus eine mittlere Leistung von eins. Weiter sei das additive weiße Gauß'sche Rauschen  $\eta[m] \sim \mathcal{CN}(0; N_0)$  und unabhängig von den Sendesymbolen. Die in (5.21) eingehenden reellwertige Elemente in  $\vec{\vec{\eta}}[n]$  weisen damit die halbe mittlere Leistung,  $N_0/2$ , auf.

Für einen linearen (oder besser affinen) Schätzer mit minimalem quadratischem Fehler (MMSE) gilt allgemein [Kay93, Kap. 12.3]

$$\hat{x}_{k,n} = E\{x_{k,n}\} + \text{cov}\{x_{k,n}, \vec{\vec{y}}_{k,n}\} \text{cov}\{\vec{\vec{y}}_{k,n}, \vec{\vec{y}}_{k,n}\}^{-1} \cdot (\vec{\vec{y}}_{k,n} - E\{\vec{\vec{y}}_{k,n}\}) \quad (5.22)$$

Jedes Element der Beobachtungen  $\vec{\vec{y}}_{k,n}$  setzt sich aus einer Linearkombination der mittelwertfreien Sendesymbole und Rauschvektoren zusammen und ist daher selbst mittelwertfrei. Mit  $E\{x_{k,n}\} = 0$  und  $E\{\vec{\vec{y}}_{k,n}\} = 0$

folgt die Lösung für die gesuchten Entzerrerkoeffizienten aus dem Gauß-Markoff-Theorem [Kro03, Kap. 7.1]

$$\hat{x}_{k,n} = \vec{w}_{k,n}^T \cdot \vec{y}_{k,n} = \frac{\text{cov}\{x_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\}}{\text{cov}\{\vec{y}_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\}} \cdot \vec{y}_{k,n}, \quad (5.23)$$

mit der Kovarianzmatrix  $\text{cov}\{\vec{y}_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\} \in \mathbb{R}^{2L \times 2L}$  und der Kreuzkovarianzmatrix  $\text{cov}\{x_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\} \in \mathbb{R}^{1 \times 2L}$ . Der Quotient dieser beiden Terme sei das Produkt der Matrix im Zähler mit der inversen Matrix im Nenner.

Für die Kreuzkovarianzmatrix des zu schätzenden Symbols mit dem Vektor der Beobachtungen gilt allgemein

$$\begin{aligned} \text{cov}\{x_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\} &= E\{x_{k,n} \cdot \vec{y}_{k,n}^H\} - E\{x_{k,n}\}E\{\vec{y}_{k,n}^H\} \\ &= E\{x_{k,n} \cdot \vec{y}_{k,n}^T\} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Nach Einsetzen von Gleichung (5.21) ergibt sich daraus

$$\text{cov}\{x_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\} = \sum_{i=k-1}^{k+1} E\{x_{k,n} \cdot \vec{x}_{i,n}^T\} \cdot \vec{Q}_{i,k,n}^T + E\{x_{k,n} \cdot \vec{\eta}^T[n]\} \cdot \vec{B}_k^T$$

Die hier enthaltenen  $x_{k,n}$  sind von den Symbolen benachbarter Unterträger, d.h.  $i \neq k$ , und auch dem Rauschvektor  $\vec{\eta}[n]$  unabhängig, so dass nur einer der Summanden verbleibt

$$\text{cov}\{x_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\} = \text{cov}\{x_{k,n}, \vec{x}_{k,n}\} \cdot \vec{Q}_{k,k,n}^T.$$

Weiter sind auch vorherige und nachfolgende Symbole von  $x_{k,n}$  unabhängig, so dass sich schließlich der Term

$$\text{cov}\{x_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\} = \text{var}\{x_{k,n}\} \cdot \vec{e}_{\tilde{n}}^T \cdot \vec{Q}_{k,k,n}^T \quad (5.25)$$

ergibt [WBN08], wobei  $\vec{e}_{\tilde{n}}$  ein Einheitsvektor der Länge  $2L$  ist und  $\tilde{n}$  der Index desjenigen Elements von  $\vec{x}_{k,n}$  das  $x_{k,n}$  enthält. Die berechnete Kovarianz beschreibt die Ähnlichkeit der Elemente des Beobachtungsvektors mit dem zu schätzenden Wert  $x_{k,n}$ . Diese Ähnlichkeiten ergeben sich aus den korrespondierenden Abtastwerten der Systemimpulsantwort, die ohne Mehrwegeeinfluss der eines Nyquistfilters entspricht, siehe Abschnitt 2.3.1.

In diesem Fall weist nur einer der beobachteten Werte  $y_{k,n}$  eine nicht verschwindende Korrelation auf. Unter Mehrwegeausbreitung entsteht jedoch ISI, also systematische Zusammenhänge der Elemente von  $\vec{y}_{k,n}$  mit  $x_{k,n}$ . Genau diese gehen als Gewichtungsfaktoren nach Gleichung (5.23) in die Entzerrerkoeffizienten ein.

Die zweite Komponente stellt die inverse Kovarianzmatrix des Beobachtungsvektors dar. Für diese gilt

$$\begin{aligned} \text{cov} \left\{ \vec{y}_{k,n}, \vec{y}_{k,n} \right\} &= E \left\{ \vec{y}_{k,n} \cdot \vec{y}_{k,n}^H \right\} - E \left\{ \vec{y}_{k,n} \right\} E \left\{ \vec{y}_{k,n}^H \right\} \\ &= E \left\{ \vec{y}_{k,n} \cdot \vec{y}_{k,n}^T \right\} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Auch hier wird das Systemmodell (5.21) eingesetzt und es folgt

$$\text{cov} \left\{ \vec{y}_{k,n}, \vec{y}_{k,n} \right\} = \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} E \left\{ \vec{x}_{i,n} \cdot \vec{x}_{i,n}^T \right\} \bar{Q}_{i,k,n}^T + \bar{B}_k E \left\{ \vec{\eta}[n] \cdot \vec{\eta}^T[n] \right\} \bar{B}_k^T.$$

Das Kronecker-Produkt der Sendesymbolvektoren  $E \left\{ \vec{x}_{i,n} \cdot \vec{x}_{i,n}^T \right\}$  hat aufgrund der angenommenen Unabhängigkeit der  $x_{k,n}$  nur auf der Hauptdiagonale nicht-verschwindende Elemente. Diese sind zudem identisch und entsprechender der Varianz der Symbole. Für den Erwartungswert der Rauschvektoren ergibt sich analog dazu die Varianz  $\text{var}\{n_k[n]\} = N_0/2$  und damit insgesamt der Term [WBN08]

$$\text{cov} \left\{ \vec{y}_{k,n}, \vec{y}_{k,n} \right\} = \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} \text{var}\{x_{i,n}\} \bar{Q}_{i,k,n}^T + \bar{B}_k \frac{N_0}{2} \bar{B}_k^T. \quad (5.27)$$

Die Hauptdiagonalelemente dieser Matrix beschreiben die mittlere Leistung der Beobachtungen  $\vec{y}_{k,n}$ , die aus der über die Systemmatrix propagierten mittleren Leistung der Sendesymbole und der des über den Empfangsfilter einfließende Empfängerrauschens besteht.

Mit den Gleichungen (5.25) und (5.27) lassen sich die Koeffizienten des Entzerrers schließlich berechnen [BMN10]:

$$\vec{w}_{k,n}^T = \frac{\text{var}\{x_{k,n}\} \cdot \vec{e}_n^T \cdot \bar{Q}_{k,k,n}^T}{\sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} \text{var}\{x_{i,n}\} \bar{Q}_{i,k,n}^T + \bar{B}_k \frac{N_0}{2} \bar{B}_k^T} \quad (5.28)$$

Mit  $\text{var}\{x_{k,n}\} = 1/2$  ergibt sich daraus

$$\bar{w}_{k,n}^T = \frac{\bar{e}_n^T \cdot \bar{Q}_{k,k,n}^T}{\sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} \bar{Q}_{i,k,n}^T + \bar{B}_k \bar{B}_k^T \cdot N_0} \quad (5.29)$$

Die grundsätzliche Struktur dieser Lösung ergibt sich wie oben beschrieben: Im Zähler steht die erwartete Ähnlichkeit des zu schätzenden Symbols mit den jeweiligen Beobachtungen. Diese Terme dienen als Gewichtungsfaktoren. Die Terme im Nenner wirken als relativierende Faktoren: Je höher die erwartete mittlere Leistung und Ähnlichkeit mit den anderen Beobachtungen relativ zur Ähnlichkeit mit  $x_{k,n}$ , desto geringer der zugehörige Koeffizient in  $\bar{w}_{k,n}$ .

Im Unterschied zu den beiden eingangs diskutierten Entzerrungsverfahren, wird in diesem Modell die im Mittel auftretende Inter-Carrier-Interferenz (ICI) mit berücksichtigt: Nicht nur eine hohe Rauschleistungsdichte  $N_0$  verringert den Betrag eines Gewichtungsfaktors, sondern auch die Terme  $\bar{Q}_{k\pm 1,k,n} \bar{Q}_{k\pm 1,k,n}^T$  wirken in ähnlicher Weise — als zufällige Störkomponente, die die Verlässlichkeit der zugehörigen Beobachtung reduziert.

## 5.2.4 Simulation und Aufwandsbetrachtungen

In diesem Abschnitt wird die Leistungsfähigkeit des MMSE-basierten Entzerrungsverfahrens anhand verschiedener Simulationen untersucht. Die betrachteten Szenarien und Übertragungsparameter entsprechen dabei denen der Simulation aus Abschnitt 5.1.3 — einziger Unterschied ist das Verfahren zur Berechnung der Entzerrerkoeffizienten.

Abbildung 5.5 zeigt die resultierende Bitfehlerrate für verschiedene DFT-Längen  $M$ . Dabei zeigt sich ähnliches Verhalten wie in Abschnitt 5.1.3. Die MMSE-basierte Entzerrung unterliegt grundsätzlich denselben Beschränkungen in der Leistungsfähigkeit bezüglich des Unterträgerabstandes, also der Abhängigkeit von der DFT-Längen  $M$ , in Relation zur Anzahl Entzerrerkoeffizienten  $L$ : Auch hier zeigt sich, dass je schmaler die Unterträger, desto besser die Entzerrung bei festem  $L$ . Ist die Single-Tap Approximation hinreichend genau erfüllt, ergibt sich kaum ein Mehrwert aus längeren Entzerrungsfiltren.

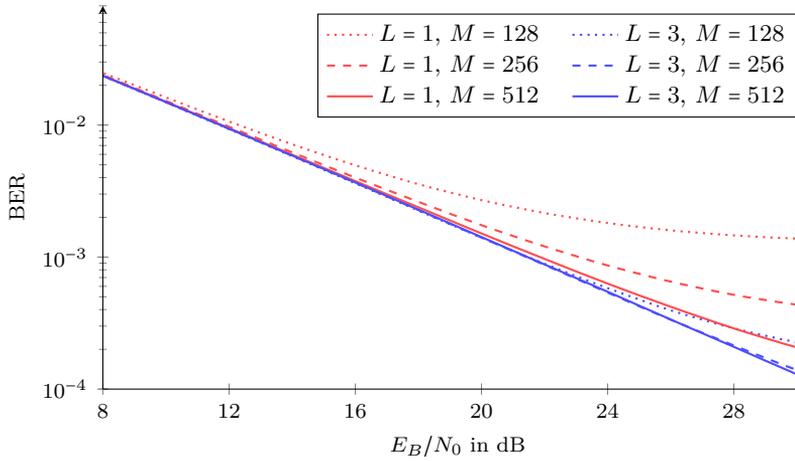


Abb. 5.5: Bitfehlerrate (uncodiert) in einem Veh. A Kanal und MMSE-Entzerrung mit  $L = 3$  für verschiedene DFT-Längen  $M$

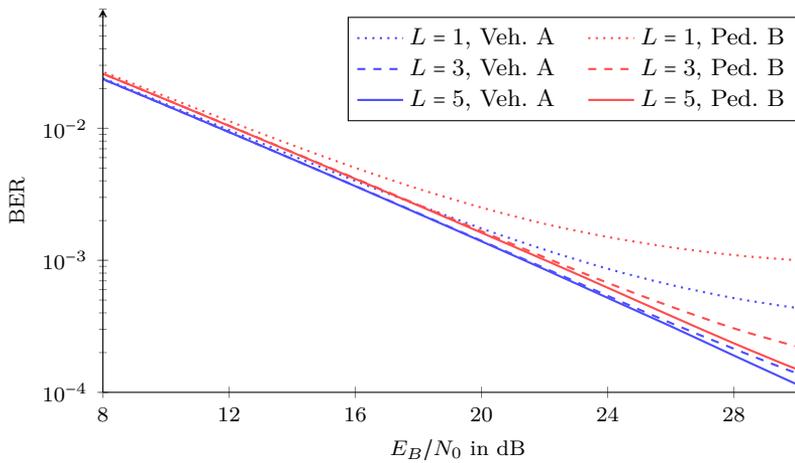
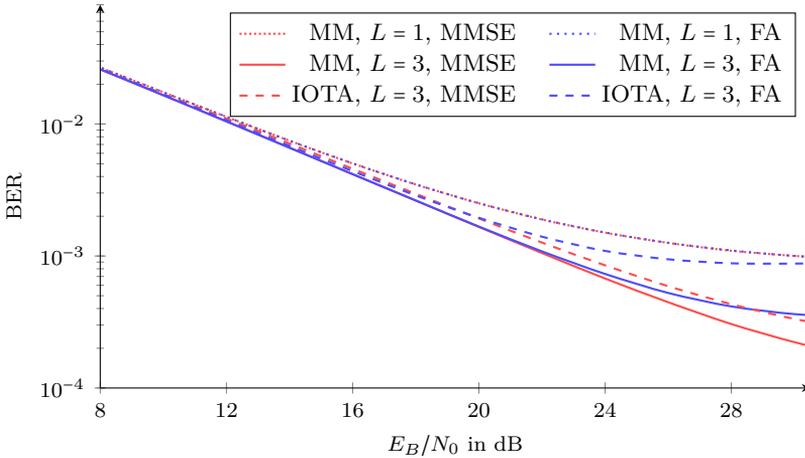


Abb. 5.6: Bitfehlerrate (uncodiert) für verschiedene Kanalmodelle und Anzahl MMSE-Entzerrerkoeffizienten  $L$  bei  $M = 256$



**Abb. 5.7:** Vergleich der Bitfehlerraten bei  $M = 256$  für verschiedene Entzerrer mit  $L$  Koeffizienten aus der Fourierapproximation (FA) und mit minimaler quadratischer Fehlerenergie (MMSE) unter Verwendung eines IOTA,  $\rho = 1$ , oder Mirabbasi-Martin (MM) Filters.

Abbildung 5.6 zeigt die Simulationsergebnisse für unterschiedliche Kanalmodelle in Abhängigkeit der Anzahl Entzerrerkoeffizienten  $L$ . Bei dem hierfür gewählten Unterträgerabstand von  $F = 30$  kHz ist das unterschiedliche Verhalten über  $L$  gut erkennbar: Für beide Kanalmodelle ergibt sich bei  $L = 3$  eine Verbesserung außerhalb des vom Rauschen begrenzten Bereichs. Eine weitere Erhöhung von  $L$  bringt im betrachteten SNR-Bereich für die hier gezeigten Szenarien kaum Verbesserungen — wohl aber bei noch größeren Unterträgerabständen oder Kanälen mit längeren Mehrwegelaufzeiten.

Einen Vergleich der Leistungsfähigkeit von Entzerrern mit MMSE-Koeffizienten mit denen aus der Fourierapproximation (FA) im vorherigen Abschnitt 5.1.2 zeigt Abbildung 5.7. Der Entwurf nach Gleichungen (5.1) und (5.29) resultiert für  $L = 1$  in  $Q_{k,k} = H_{k,n}$  und  $Q_{k\pm 1,k} \approx 0$  und damit näherungsweise identischen Koeffizienten und letztlich auch Fehlerkurven. Für  $L = 3$  hingegen zeigt sich für hohe SNR ein deutlicher Unterschied: Bei der Fourierapproximation wird versucht einen möglichst glatten Frequenzgang nach der Entzerrung zu erzeugen. Die dazu verwendeten Werte der gewünschten Übertragungsfunktion können mit Gleichung (5.1) op-

timal im MMSE-Sinne berechnet werden. Allerdings ergeben sich nach dem Filterentwurf Abweichungen, die besonders an den Rändern jedes Unterträgerbandes auftreten. Damit sind die Koeffizienten nach der Fourierapproximation nicht mehr optimal. Anders als bei der hier diskutierten MMSE-Lösung wird der Einfluss der erwarteten ICI ignoriert, wodurch sich eine höhere Fehlerrate im Interferenz-limitierten Bereich einstellt.

Dies zeigt sich besonders im Unterschied der Fehlerraten für einen Mirabasi-Martin (MM) und einen IOTA-Prototypfilter für die Kurven mit FA im Vergleich zu denen mit MMSE-Entwurf: Das IOTA-Filter weist bei  $\rho = 1$  eine geringe Konzentration der Pulsenergie im Frequenzbereich auf, wodurch die mittlere ICI höher ist als beim MM-Puls. Bei Entzerrerkoeffizienten mit MMSE-Entwurf wird dies als Teil des Modells erfasst, so dass sich auch im nicht-rauschlimitierten Bereich eine optimale Lösung ergibt. Unter Verwendung der Fourierapproximation (FA) kommen in diesem Bereich systematische Fehler des Entwurfsverfahrens besonders hervor: Die zu approximierende Übertragungsfunktion entspricht immer mehr der Zero-Forcing Lösung, für die sich allgemein eine geringere Dämpfung der Filterkoeffizienten einstellt. Als Folge davon ergeben sich höhere Interferenzanteile und es ist sogar ein leichter Anstieg der Fehlerkurve für den Fall IOTA mit FA im hohen SNR-Bereich erkennbar.

Die Verwendung der MMSE-optimalen Entzerrerkoeffizienten hat in solchen Fällen klare Vorteile. Dies bedingt allerdings die Berechnung und Aktualisierung der Werte nach Gleichung (5.29) und ist im Vergleich zur Fourierapproximation ein deutlicher Mehraufwand. Ausgehend von einer Schätzung der Kanalimpulsantwort  $h_n[m]$  und Rauschleistungsdichte  $N_0 \sim \text{SNR}^{-1}$  werden folgende Terme benötigt:

- Der Term  $\bar{B}_k \bar{B}_k^T \in \mathbb{R}^{2L \times 2L}$  ist nur vom Empfangsfilter abhängig und kann daher vorberechnet werden. Dabei reicht der Fall  $k = 0$  aus, da  $\bar{B}_{k+2} = \bar{B}_k$  gilt und sich ansonsten nur Änderungen im Vorzeichen ergeben, analog zu den Koeffizienten aus Tabelle 3.1.
- Die Systemmatrizen  $\bar{Q}_{i,k,n}$  müssen mit jeder Änderung von  $h_n[m]$  für jeden Unterträger neu berechnet werden, wobei die enthaltene Faltung von Sende- und Empfangspuls vorausberechnet werden kann. Dabei reichen  $k = 0$  und  $i \in \{0, 1\}$  aus, um durch komplexe Modulation von  $h_n[m]$  alle anderen Fälle berechnen zu können. Folglich können die  $(g_0 * f_0)[m]$  bzw.  $(g_{\pm 1} * f_0)[m]$  als Prototypen

in Analysefilterbänken wie in Abschnitt 2.3.4 beschrieben verwendet werden, um alle  $\bar{Q}_{k,k,n}$  bzw.  $\bar{Q}_{k\pm 1,k,n}$  parallel zu berechnen.

- Für die abschließende Berechnung (5.29) ist neben der Summe im Nenner vor allem die damit repräsentierte Invertierung einer  $2L \times 2L$  Matrix relevant. Dabei ist zu beachten, dass es sich hier um reellwertige Gleichungen handelt und damit die nötigen Operation entsprechend einfacher sind.

Insgesamt ist der Einsatz von linearen Entzerrern mit mehr als einem Koeffizienten immer mit zusätzlichem Aufwand verbunden, sowohl bei der Berechnung der Koeffizienten, als auch bei der Ausführung selbst. Aus den Ergebnissen der Simulationen wird allerdings deutlich, dass je nach Szenario damit bei gleicher Fehlerrate eine Vergrößerung des Unterträgerabstands möglich wird. Damit steht der Mehraufwand bei der Entzerrung einer Aufwandsreduktion der Filterbank entgegen. Zusätzlich verringern sich die Anforderungen an die Schätzung der Trägerfrequenzabweichung.

### 5.3 Iterative Entzerrung

Im Folgenden werden Entzerrungsverfahren untersucht, bei denen die Verarbeitung iterativ erfolgt: Die eingehenden Beobachtungen werden wiederholt einer Entzerrung unterworfen, mit der Motivation die Ergebnisse vorheriger Durchläufe direkt oder indirekt zur Unterdrückung von ISI und ICI nutzen zu können. Ab der ersten Iteration steht dem Entzerrer damit Vorwissen über die zu schätzenden Symbole zur Verfügung, welches in Form von a-priori Information über die in den zu schätzenden Symbolen enthaltenen Bits modelliert werden kann. Die Zuverlässigkeit des Vorwissens ist entscheidend für Effektivität dieses Vorgehens, welches grundsätzlich einen erheblichen erhöhten Berechnungsaufwand aufweist.

#### 5.3.1 MMSE mit a-priori Information

Betrachtet wird ein MMSE-basierter Entzerrer, für den neben den Beobachtungen  $\bar{y}_{k,n}$  zusätzlich a-priori Information über die zu schätzenden Symbole vorliegt. Die Berechnung der Entzerrerkoeffizienten erfolgt analog

zu Abschnitt 5.2.3 — allerdings unter anderen Voraussetzungen: Ohne jegliches Vorwissen über die gesendeten Symbole werden diese als unabhängig und identisch verteilt mit dem Erwartungswert null und der Varianz 0,5 angenommen. Hier liegt Information über die Verteilung der Symbole  $x_{k,n}$  vor, die sich auf die Optimalität der Koeffizienten im Sinne des minimalen mittleren Fehlerquadrats (5.6) auswirkt:

Die a-priori Informationen über die gesendeten Symbole  $x_{k,n}$  seien die Momente  $E\{x_{k,n}\} = \mu_{k,n}$  und  $\text{var}\{x_{k,n}\} = v_{k,n}$ . Aus Gleichung (5.22) ergibt sich damit die Form

$$\hat{x}_{k,n} = \mu_{k,n} + \bar{w}_{k,n}^T \cdot \bar{y}_{k,n}^0, \quad (5.30)$$

wobei  $\bar{y}_{k,n}^0$  den Vektor der Beobachtungen nach Abzug der zu erwartenden Symbolanteile darstellt. Nach Gleichungen (5.22) und (5.21) ergibt sich

$$\bar{y}_{k,n}^0 = \bar{y}_{k,n} - E\{\bar{y}_{k,n}\} = \bar{y}_{k,n} - \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} \cdot \bar{\mu}_{k,n}, \quad (5.31)$$

mit  $\bar{\mu}_{k,n} = E\{\bar{x}_{k,n}\}$ , dem Vektor der erwarteten Symbolanteile.

Diese Operation kann als eine Form von Interferenzkompensation interpretiert werden, da auf Basis des Vorwissens über  $x_{k,n}$  die erwarteten Anteile in den Beobachtungen  $\bar{y}_{k,n}$  nachgebildet und abgezogen werden. Da die verwendeten Werte  $\mu_{k,n}$  im Allgemeinen nicht aus dem Symbolalphabet sind, kann dies als Soft Interference Cancellation bezeichnet werden: Idealerweise handelt es sich um einen Zwischenwert, mit dem die tatsächliche Interferenz nur in soweit entfernt wird, wie auch Sicherheit über das jeweilige Symbol, bzw. die einzelnen damit dargestellten Bits, besteht. Der noch verbleibende Einfluss auf die Beobachtungen  $\bar{y}_{k,n}^0$  wird damit genauso verändert, wie die Kovarianzmatrix selbst.

Beides bedingt eine modifizierte Berechnung der Gewichtungsfaktoren  $\bar{w}_{k,n}^T$  aus Gleichung (5.28). Unter Verwendung von  $\mu_{k,n}$  und  $v_{k,n}$  ergibt sich

$$\begin{aligned} \text{cov}\{x_{k,n}, \bar{y}_{k,n}\} &= E\left\{(x_{k,n} - \mu_{k,n}) \cdot (\bar{y}_{k,n} - E\{\bar{y}_{k,n}\})^T\right\} \\ &= E\left\{\underbrace{(x_{k,n} - \mu_{k,n})^2}_{=v_{k,n}}\right\} \cdot \bar{e}_n^T \bar{Q}_{k,k,n}^T \end{aligned} \quad (5.32)$$

## 5 Entzerrung von FBMC-Signalen

und mit  $\bar{x}_{i,n}^0 = \bar{x}_{i,n} - E\{\bar{x}_{i,n}\}$  gilt weiter

$$\begin{aligned} \text{cov}\left\{\bar{y}_{k,n}, \bar{y}_{k,n}\right\} &= E\left\{\bar{y}_{k,n}^0 \cdot \bar{y}_{k,n}^{0,T}\right\} \\ &= \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} E\left\{\bar{x}_{i,n}^0 \cdot \bar{x}_{i,n}^{0,T}\right\} \bar{Q}_{i,k,n}^T + \bar{B}_k \frac{N_0}{2} \bar{B}_k^T, \end{aligned} \quad (5.33)$$

wobei weiterhin unabhängige Sendesymbole angenommen werden, so dass sich mit

$$V_{i,n} = E\left\{\bar{x}_{i,n}^0 \cdot \bar{x}_{i,n}^{0,T}\right\} = \text{diag}\left\{\text{var}\{\bar{x}_{i,n}\}\right\} \quad (5.34)$$

eine Diagonalmatrix ergibt, mit der sich die insgesamt in den Beobachtungen zu erwartenden Varianz abhängig von der tatsächlichen Streuung der umliegenden Sendesymbole berechnen lässt.

Setzt man diese Terme in Gleichung (5.23) ein, ergibt sich die Form

$$\bar{w}_{k,n}^T = v_{k,n} \bar{s}_{k,n}^T \left( \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} V_{i,n} \bar{Q}_{i,k,n}^T + \bar{B}_k \bar{B}_k^T \frac{N_0}{2} \right)^{-1} \quad (5.35)$$

Dabei ist  $\bar{s}_{k,n} = \bar{Q}_{k,k,n} \bar{e}_n$  der Einfluss des zu schätzenden Symbols selbst.

Man beachte, für dass die dabei verwendeten Kovarianzmatrizen

$$\text{cov}\left\{x_{k,n}, \bar{y}_{k,n}\right\} = \text{cov}\left\{x_{k,n}, \bar{y}_{k,n}^0\right\} \quad \text{und} \quad (5.36)$$

$$\text{cov}\left\{\bar{y}_{k,n}, \bar{y}_{k,n}\right\} = \text{cov}\left\{\bar{y}_{k,n}^0, \bar{y}_{k,n}^0\right\} \quad (5.37)$$

gilt, womit die Koeffizienten  $\bar{w}_{k,n}^T$  auch minimalem mittleren quadratischen Fehler bezüglich der Beobachtungen  $\bar{y}_{k,n}^0$  erzeugen und in diesem Sinne optimal für die Werte nach dem Abzug der erwarteten Symbolanteile sind.

### 5.3.1.1 Soft Interference Cancellation

Da dem Empfänger auch bei iterativer Entzerrung nur das Empfangssignal als Informationsquelle für die gesendeten Daten zur Verfügung steht, ist jegliches Vorwissen stets nur eine Schätzung daraus. Diese soll mit

jeder Iteration verbessert werden, indem die ursprüngliche Quelle, das Empfangssignal, unter den veränderten Bedingungen neu ausgewertet wird. Die Information über den zu schätzenden Wert selbst wird dabei nicht genutzt, da diese aus der selben Quelle stammt und sonst keine unabhängige, neue Schätzung möglich ist [TS11].

Bei Soft Interference Cancellation (SIC) werden daher lediglich die Anteile der umliegenden Symbole aus dem Beobachtungsvektor entfernt, nicht jedoch den Einfluss des zu schätzenden Symbols selbst. Für die Berechnung an der Stelle  $(k, n)$  wird das a-priori Wissen ignoriert, also  $\mu_{k,n} = 0$  und  $v_{k,n} = 0,5$  verwendet, um unabhängig davon eine Schätzung  $\hat{x}_{k,n}$  zu erhalten [TSK02a].

Optimale Entzerrerkoeffizienten müssen daher auch bei ansonsten zumindest abschnittsweise konstanter Kanalimpulsantwort für jeden Symbolindex  $n$  neu berechnet werden. Dazu wird wie in [TSK02a] die Gleichung (5.30) als

$$\hat{x}_{k,n} = \mu_{k,n} + v_{k,n} \cdot \vec{f}_{k,n}^T \left( \vec{y}_{k,n} - \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} \vec{\mu}_{k,n} \right), \quad (5.38)$$

geschrieben, mit  $\vec{f}_{k,n} = \Sigma_{k,n}^{-1} \vec{s}_{k,n} = v_{k,n}^{-1} \vec{w}_{k,n}$  und  $\Sigma_{k,n} = \text{cov}\{\vec{y}_{k,n}, \vec{y}_{k,n}\}$  aus Gleichung (5.35).

Setzt man nun  $\mu_{k,n} = 0$  und  $v_{k,n} = \frac{1}{2}$ , folgt

$$\hat{x}_{k,n} = 0 + \frac{1}{2} \cdot \vec{f}_{k,n}^T \left( \vec{y}_{k,n} - \sum_{i=k-1}^{k+1} \bar{Q}_{i,k,n} \vec{\mu}_{k,n} + \mu_{k,n} \vec{s}_{k,n} \right), \quad (5.39)$$

mit den modifizierten Koeffizienten  $\vec{f}_{k,n}^T$  und einem zusätzlichen Term der die hier unerwünschte Interferenzkompensation in  $\vec{y}_{k,n}^0$  an der Stelle  $(k, n)$  rückgängig macht. Für die  $\vec{f}_{k,n}^T$  muss die in  $\Sigma_{k,n}$  über  $V_{i,k}$  eingehende Varianz  $v_{k,n}$  angepasst werden:

$$\vec{f}_{k,n} = \vec{f}_{k,n} \Big|_{v_{k,n}=\frac{1}{2}} = \left( \Sigma_{k,n} - \vec{s}_{k,n} \left( \frac{1}{2} - v_{k,n} \right) \vec{s}_{k,n}^T \right)^{-1} \vec{s}_{k,n} \quad (5.40)$$

## 5 Entzerrung von FBMC-Signalen

Mittels der Woodbury-Matrix-Identität [Hig02, Kap. 14] kann diese Anpassung durch eine Skalierung der ursprünglichen Koeffizienten ausgedrückt werden:

$$\tilde{\vec{f}}_{k,n} = \underbrace{\left(1 + \left(\frac{1}{2} - v_{k,n}\right) \vec{f}_{k,n}^T \vec{s}_{k,n}\right)^{-1}}_{=2K_{k,n}} \vec{f}_{k,n} \quad (5.41)$$

Damit ergibt sich schließlich die Schätzung

$$\hat{x}_{k,n} = K_{k,n} \vec{f}_{k,n}^T \left(\vec{y}_{k,n}^0 + \mu_{k,n} \vec{s}_{k,n}\right), \quad (5.42)$$

deren Form bei der Anwendung auf alle Symbole eines Rahmens Vorteile bietet: Die SIC kann effizient für alle Positionen gemeinsam ausgeführt und anschließend lokal durch  $K_{k,n}$  und  $\mu_{k,n} \vec{s}_{k,n}$  rückgängig gemacht werden.

### 5.3.1.2 Simulationen

Den Einfluss von SIC auf die Fehlerrate zu veranschaulichen, werden im Folgenden die Ergebnisse verschiedener Simulationen vorgestellt, in denen die a-priori Information von extern zugeführt wird. Dies stellt kein realistisches Szenario dar, zeigt aber das Potential dieser Methode auf. Die Parameter des angenommenen FBMC-Systems sowie die betrachteten Szenarien entsprechen denen aus den Abschnitten 5.1.3 und 5.2.4, wobei hier lediglich das Kanalmodell Pedestrian B verwendet und sich auf die Unterträgerabstände  $F = 30$  kHz und  $F = 60$  kHz beschränkt wird.

Die a-priori Information kann in Form des Log Likelihood Ratio (LLR) der korrespondierenden Bits  $c_l$  angegeben werden:

$$\lambda(c_l) = \ln \frac{P\{c_l = 0\}}{P\{c_l = 1\}} \quad (5.43)$$

Der Zusammenhang mit den für die Berechnung im vorherigen Abschnitt benötigten Erwartungswerten und Varianzen ergibt sich für zweistufiges PAM-Symbolalphabet mit  $\alpha_0 = -\alpha_1 = 2^{-1/2}$  und  $x_{k,n} = \alpha_{c_l}$  zu

$$\begin{aligned} \mu_{k,n} = E\{x_{k,n}\} &= \frac{\alpha_0}{1 + e^{-\lambda(c_l)}} + \frac{\alpha_1}{1 + e^{\lambda(c_l)}} \\ &= \alpha_0 \tanh\left(\lambda(c_l)/2\right) \end{aligned} \quad (5.44)$$

und wegen  $E\{x_{k,n}^2\} = \alpha_0^2 = 0,5$  zu

$$\begin{aligned} v_{k,n} = \text{var}\{x_{k,n}\} &= E\{x_{k,n}^2\} - E\{x_{k,n}\}^2 \\ &= \frac{1}{2} - \mu_{k,n}^2. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Für höherstufige Symbolalphabete müssen die LLR aller repräsentierten Bits entsprechend der Geometrie kombiniert werden, siehe Beispiele in [TSK02a].

Die Abbildung der LLRs auf  $\mu_{k,n}$  kann als Soft-Mapping der Bits auf Symbole interpretiert werden: Der Einfluss jedes Bits, d.h. die Differenz der Symbole für die Werte 0 und 1, wird abhängig von der Verteilung gewählt. Im betrachteten Beispiel ergibt sich ein Zwischenwert  $\alpha_0 < \mu_{k,n} < \alpha_1$ , der sich mit steigendem  $|\lambda(c_l)|$  einem der beiden Symbolwerte annähert.

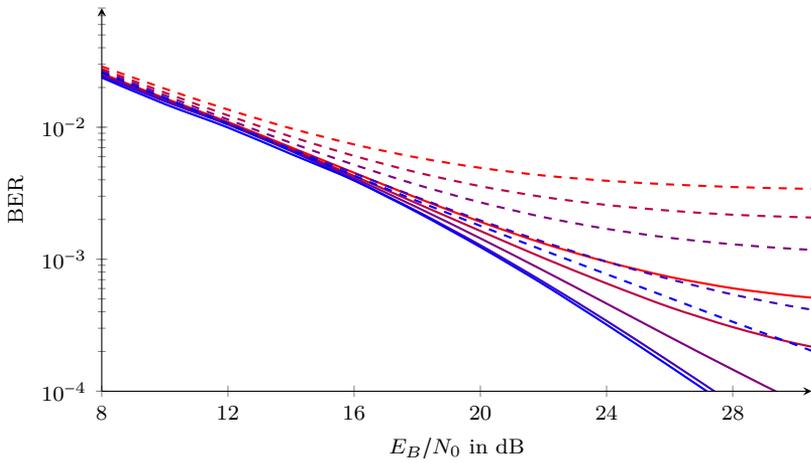
Um das Potential einer Interferenzunterdrückung mit diesen Werten zu untersuchen, wird angenommen, dass die Vorzeichen der LLRs stets dem der übertragenen Symbole entsprechen und es gilt

$$\lambda(c_l) = \begin{cases} +\lambda_c & \text{für } c_l = 0 \\ -\lambda_c & \text{für } c_l = 1 \end{cases} \quad (5.46)$$

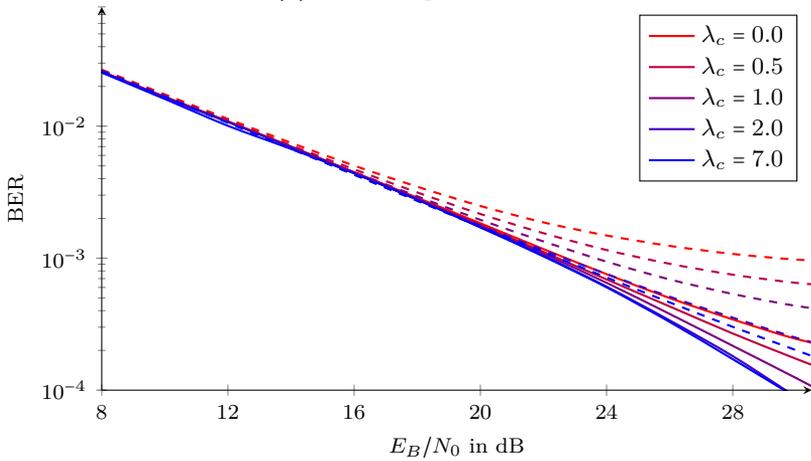
mit  $\lambda_c \geq 0$ , mit dem letztlich das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten in Gleichung (5.43) bestimmt und so ein Maß für die Zuverlässigkeit dargestellt wird.

Nutzt man diese Werte zur Berechnung der Entzerrerkoeffizienten (5.42) und der Interferenzunterdrückung (5.31), ergeben sich die in Abbildung 5.8 gezeigten Kurven. Es werden verschiedene DFT-Längen  $M$  und Werte für  $\lambda_c$  betrachtet, wobei jeweils Entzerrungsfiler mit  $L = 1$  und  $L = 3$  Koeffizienten eingesetzt werden. Die gezeigten Werte für  $\lambda_c$  lassen sich mit den Gleichungen (5.44) und (5.44) in die zur Berechnung verwendeten Momente umrechnen.

Da die a-priori Information aufgrund der Vorzeichenwahl hier stets einen Mehrwert bietet, gibt das Verhältnis  $\mu_{k,n}/x_{k,n}$  den relativen Anteil der Interferenzunterdrückung an. Für  $\lambda_c = 7$  ist die Varianz  $v_{k,n}$  sehr gering und es wird eine fast vollständige Unterdrückung der interferierenden Symbole in der Umgebung erreicht. In den anderen Fällen ergibt sich eine Soft



(a) DFT-Länge  $M = 128$



(b) DFT-Länge  $M = 256$

**Abb. 5.8:** Bitfehlerrate (uncodiert) in einem Ped. B Kanal für einen MMSE-basierten Entzerrer mit  $L = 3$  (durchgezogen) und  $L = 1$  (gestrichelt) mit a-priori Information  $\lambda_c$ .

$L_x$	$\mu_{k,n}$	$v_{k,n}$	Anteil
0,0	0,000	0,500	0%
0,5	0,173	0,470	24%
1,0	0,327	0,393	46%
2,0	0,539	0,210	76%
3,0	0,640	0,090	91%
7,0	0,706	0,002	100%

**Tab. 5.1:** LLR-Werte und korrespondierende Erwartungswerte und Varianzen sowie der Anteil  $\mu_{k,n}/\alpha_0$  in Prozent

Interference Cancellation (SIC), bei der nur eine partielle Unterdrückung erfolgt — proportional zur Zuverlässigkeit der Vorinformation.

Mit steigendem  $\lambda_c$  zeigt sich in allen Fällen eine Verringerung der Fehlerraten. Dabei ist zu beachten, dass die gezeigten Kurven gemittelte Fehlerraten über alle verwendeten Unterträger wiedergeben. Es profitieren jedoch besonders diejenigen, die eine hohe Kanaldämpfung oder -verzerrung erfahren. Mit einem geringeren Unterträgerabstand, also einer größeren DFT-Länge  $M$ , verringern sich daher die relativen Verbesserungen bei gleichem Vorwissen. Abbildung 5.8b zeigt die Fehlerkurven für den Fall  $M = 256$ , die im Vergleich zu  $M = 128$  aus Abbildung 5.8a zwar ähnlichen Verlauf aufweisen, aber durch die systembedingte verringerte Interferenz weniger profitieren.

Wie schon in Abschnitt 5.2.4 diskutiert, ist die Entzerrung mit  $L = 3$  Koeffizienten bei diesen Unterträgerabständen auch ohne a-priori Information leistungsfähiger. Vergleicht man die Fälle mit  $\lambda_c = 2$  und  $\lambda_c = 7$ , zeigt sich, dass besonders bei  $L = 3$  ein Sättigungseffekt eintritt und die zusätzliche Interferenzreduktion nur noch wenig Einfluss auf die Fehlerrate hat.

Bei einer Entzerrung mit nur einem Koeffizienten zeigt sich daher eine durchweg größere absolute Verbesserung. Mit geringerer DFT-Länge erhöht sich die zeitliche Streuung der Symbolenergie relativ zur Symboldauer. Diese kann mit einer Entzerrung, die nicht mehr als eine Beobachtung berücksichtigt nicht wieder konzentriert werden, wodurch sich in diesen Fällen auch bei großem  $\lambda_c$  noch höhere Fehlerraten als mit  $L > 1$  ergeben.

Insgesamt zeigen diese Ergebnisse das Potential einer iterativen Entzerrung: In diesem idealisierten Szenario verbleiben bei quasi vollständiger Interferenzunterdrückung lediglich die Einflüsse von Fading und Rauschen. Ob sich diese Vorteile auch in einem realistischen Szenario, in dem Information über die gesendeten Symbole aus dem empfangenen Signal selbst bezogen werden muss, nutzen lassen, wird im Folgenden untersucht.

### 5.3.2 Mehrstufige Entzerrung

Als Beispiel für eine iterative Entzerrung wird der von A. Ikhlef vorgeschlagene zweistufige MMSE-Entzerrer [IL09] betrachtet: Dabei werden mittels einer gewöhnlichen MMSE-Entzerrung gemäß Abschnitt 5.2 vorläufige Schätzungen  $\hat{x}_{k,n}^{(0)}$  für die gesendeten Symbole berechnet. Diese werden in einer weiteren Entzerrerstufe genutzt, um ICI zu unterdrücken.

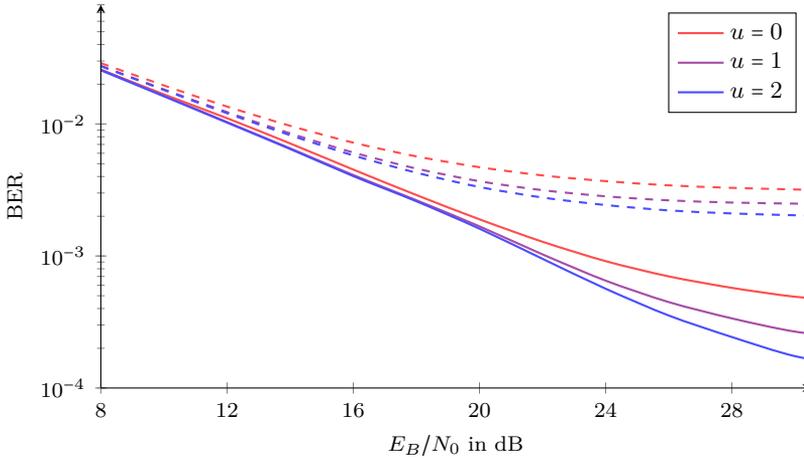
Interpretiert man dieses Vorgehen mit den Methoden aus den vorhergehenden Abschnitten, hat das in der ersten Stufe gewonnene „Vorwissen“ für ein 2-PAM-Symbolalphabet die Form

$$\lambda(c_l) = \begin{cases} +\infty & , \text{ für } \hat{x}_{k,n}^{(0)} \geq 0 \\ -\infty & , \text{ für } \hat{x}_{k,n}^{(0)} < 0 \end{cases} . \quad (5.47)$$

Der Symbolscheidung wird, unabhängig von den tatsächlichen Gegebenheiten, maximale Zuverlässigkeit zugerechnet und sie hat damit maximalen Einfluss in der folgenden Iteration. Allerdings schließt das auch jede Fehlentscheidungen mit ein.

Abbildung 5.9 zeigt die Ergebnisse von Simulationen dieses Verfahrens. Parameter und Szenarien werden wie im vorherigen Abschnitt gewählt, jedoch wird anstatt des perfekten a-priori Wissens aus Gleichung (5.46) die diskutierte Methode iterativ verwendet: Die Symbolschätzungen der  $u$ -ten Iteration  $\hat{x}_{k,n}^{(u)}$  werden mittels Gleichung (5.47) als Vorwissen der  $(u + 1)$ -ten Stufe genutzt.

Aus den gezeigten Kurven erkennt man weiterhin eine Verringerung der Fehlerrate durch die wiederholte Entzerrung  $u = 1$ . Mit jeder weiteren Stufe ergibt sich eine weitere Verbesserung, besonders für die Kurven mit  $L = 3$  und  $M = 128$ . Im Vergleich zu den Verläufen aus dem vorherigen Abschnitt fällt diese deutlich geringer aus. Dies erklärt sich durch die Art



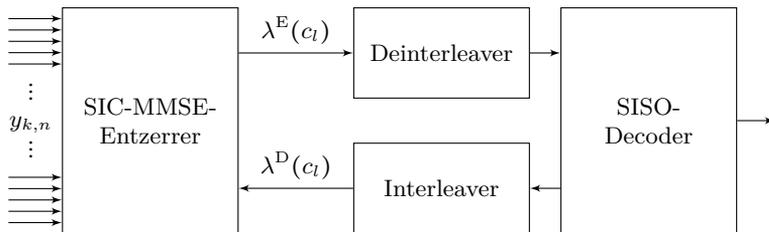
**Abb. 5.9:** Bitfehlerrate (uncodiert) in einem Ped. B Kanal mit  $M = 128$  für eine mehrstufige MMSE-Entzerrung mit  $L = 3$  (durchgezogen) und  $L = 1$  (gestrichelt).

und Weise wie Vorwissen aus dem Empfangssignal bezogen wird: Allgemein profitierten besonders Symbolpositionen mit hoher Kanaldämpfung oder -verzerrung von der SIC. Diese sind jedoch bedingt durch Verhalten des Übertragungskanals von ähnlich beeinflussten Symbolen umgeben, aus denen schwer zuverlässige Information gewonnen werden kann. Die SIC wirkt ineffektiv und eine Verbesserung durch mehrstufige Entzerrung wird erschwert.

Mit einem konservativeren Vorgehen, wie der Verwendung von endlichen LLRs oder dem Ignorieren von zeitlich benachbartem Vorwissen, können weitere Verbesserungen erzielt werden [IL09]. Wirkliche Vorteile ergeben sich jedoch, wenn stattdessen die Qualität und Unabhängigkeit des Vorwissens selbst gesteigert werden kann. Dies ist Gegenstand des folgenden Abschnitts.

### 5.3.3 Turbo-Entzerrung

Die Turbo-Entzerrung stellt ein Verfahren zur gemeinsamen Entzerrung und Decodierung dar. Ähnlich zu Turbo-Codes wird versucht die übertra-



**Abb. 5.10:** Blockdiagramm des Empfängers mit Turboentzerrung

gene Information aus zwei möglichst unabhängigen Codierungen iterativ zu schätzen [Sk101].

Die beiden Komponenten Entzerrer und Decoder bilden aus den eingehenden Daten Schätzungen der Code- bzw. Datenbits optimalerweise nach dem Maximum A-Posteriori (MAP)-Kriterium [Jon06]. Diese werden als Soft-Information in Form des extrinsischen Anteils der a-posteriori LLRs der jeweils anderen Komponente als a-priori Information für die nächste Iteration bereitgestellt [TS11]. Zwischen den Komponenten wird also stets nur die aus der Codierung bzw. Kanalbeobachtung zusätzlich gewonnene Information ausgetauscht. Mittels einer Verwürfelung der Werte beim Austausch wird zumindest lokale Unabhängigkeit erreicht.

### 5.3.3.1 Systemmodell

Das Systemmodell aus Abschnitt 2.2 enthält am Sender eine Kanalcodierung sowie ein Interleaving, bevor die eigentliche FBMC-Modulation erfolgt. Die darin eingehende Folge codierter und verwürfelter Datenbits  $\{c_l\}$  wird dazu auf die Symbole  $x_{k,n}$  abgebildet.

Die so codiert übertragenen Daten können am Empfänger mit der in Abbildung 5.10 gezeigten Struktur iterativ entzerrt und decodiert werden. Zur Reduktion des Aufwands wird hier der oben diskutierte SIC-MMSE-Entzerrer eingesetzt. Dieser stellt zwar eine suboptimale Lösung dar, kann aber dennoch zur Approximation der a-posteriori LLRs genutzt werden [TKS02].

In den Entzerrer gehen neben den von der Synthesefilterbank berechneten Beobachtungen  $y_{k,n}$  die Werte  $\lambda^D(c_l)$  als a-priori Information ein. Aus-

gegeben wird der extrinsische Teil der Codebit-LLRs. Dieser geht in den Deinterleaver ein, der die ursprüngliche Reihenfolge wiederherstellt und die Werte an den Kanaldecoder weiterreicht.

Der Kanaldecoder berechnet, neben Schätzungen der Datenbits für die Ausgabe, zusätzlich a-posteriori LLRs der Codebits als Maß für deren Zuverlässigkeit. Deren extrinsischer Anteil  $\lambda^D(c_l)$  dient nach einem Re-Interleaving dem Entzerrer als Vorwissen für eine nächste Iteration. Details zu dieser Struktur finden sich in unter anderem in [TS11].

### 5.3.3.2 Soft-Output

Für die Entzerrerausgabe werden in einem Turbosystem Soft-Bits aus den geschätzten Symbolen gebildet. Deren Verteilung wird durch eine Normalverteilung approximiert, womit dann die a-posteriori Information in Bezug auf Beobachtungen durch die bezogen Symbolschätzungen angenähert werden kann [TSK02b].

Beispielhaft wird dieses Vorgehen für ein zweiwertiges Symbolalphabet  $x_{k,n} \in \{\alpha_0, \alpha_1\}$  betrachtet: Gesucht ist der extrinsische Anteil des Codebit-LLRs

$$\lambda^E(c_l) = \ln \frac{p(\hat{x}_{k,n} | c_l = 0)}{p(\hat{x}_{k,n} | c_l = 1)}, \quad (5.48)$$

wobei  $c_l$  das von  $x_{k,n}$  repräsentierte Bit ist und die Dichtefunktion  $p(X)$  mit  $X \sim \mathcal{N}(\mu_{x,o}, \sigma_{x,o}^2)$  für  $o \in \{0, 1\}$  angenähert wird. Da hier lediglich der extrinsische Anteil gebildet werden soll, darf zur Berechnung von  $\hat{x}_{k,n}$  das Vorwissen über  $c_l$  nicht verwendet werden, wie in Abschnitt 5.3.1.1 beschrieben.

Für die Erwartungswerte ergibt sich aus Gleichung (5.42)

$$\mu_{x,i} = E\left\{\hat{x}_{k,n} \mid x_{k,n} = \alpha_i\right\} \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned} &= K_{k,n} \bar{f}_{k,n}^T \left( E\left\{\bar{y}_{k,n} \mid x_{k,n} = \alpha_i\right\} - \underbrace{E\left\{\bar{y}_{k,n}\right\} + \mu_{k,n} \bar{s}_{k,n}}_{=E\{\bar{y}_{k,n} | x_{k,n}=0\}} \right) \\ &= K_{k,n} \bar{f}_{k,n}^T \bar{s}_{k,n} \alpha_i \end{aligned} \quad (5.50)$$

und für die gesuchte Varianzen gilt

$$\sigma_{x,i}^2 = \text{var} \left\{ \hat{x}_{k,n} \middle| x_{k,n} = \alpha_i \right\} = \text{cov} \left\{ \hat{x}_{k,n}, \hat{x}_{k,n} \middle| x_{k,n} = \alpha_i \right\} \quad (5.51)$$

$$\begin{aligned} &= K_{k,n} \vec{f}_{k,n}^T \text{cov} \left\{ \vec{y}_{k,n}, \vec{y}_{k,n} \middle| x_{k,n} = \alpha_i \right\} \vec{f}_{k,n} K_{k,n} \\ &= K_{k,n}^2 \vec{f}_{k,n}^T (\Sigma_{k,n} - \vec{s}_{k,n} v_{k,n} \vec{s}_{k,n}^T) \vec{f}_{k,n} \\ &= K_{k,n}^2 \vec{f}_{k,n}^T \vec{s}_{k,n} (1 - v_{k,n} \vec{s}_{k,n}^T \vec{f}_{k,n}) \end{aligned} \quad (5.52)$$

Unter Annahme von normalverteilten Symbolschätzungen und mit den Symmetriebedingungen  $\mu_{x,1} = -\mu_{x,0}$  und  $\sigma_{x,0}^2 = \sigma_{x,1}^2$  gilt

$$\lambda^E(c_l) = \frac{2\mu_{x,0}}{\sigma_{x,0}^2} \hat{x}_{k,n} \quad (5.53)$$

Setzt man hier nun Gleichungen (5.42), (5.50) und (5.52) ein, ergibt sich

$$\begin{aligned} \lambda^E(c_l) &= \frac{2K_{k,n} \vec{f}_{k,n}^T \vec{s}_{k,n} \alpha_0}{K_{k,n}^2 \vec{f}_{k,n}^T \vec{s}_{k,n} (1 - v_{k,n} \vec{s}_{k,n}^T \vec{f}_{k,n})} K_{k,n} \vec{f}_{k,n}^T (\vec{y}_{k,n}^0 + \mu_{k,n} \vec{s}_{k,n}) \\ &= \frac{2\alpha_0}{1 - v_{k,n} \vec{s}_{k,n}^T \vec{f}_{k,n}} \vec{f}_{k,n}^T (\vec{y}_{k,n}^0 + \mu_{k,n} \vec{s}_{k,n}), \end{aligned} \quad (5.54)$$

woraus mit  $s_{k,n} = \vec{f}_{k,n}^T \vec{s}_{k,n}$  schließlich das Ergebnis

$$\lambda^E(c_l) = \frac{2\alpha_0}{1 - v_{k,n} s_{k,n}} (\vec{f}_{k,n}^T \vec{y}_{k,n}^0 + \mu_{k,n} s_{k,n}) \quad (5.55)$$

folgt.

### 5.3.3.3 Simulation und Komplexitätsanalyse

Zur Untersuchung dieses Verfahrens werden Simulationen mit den gleichen Szenarien wie in den vorherigen Abschnitten durchgeführt. Allerdings wird lediglich eine Kanalrealisierung des Pedestrian B Modells verwendet.

Für die Kanalcodierung wird ein Faltungscodiercode der Rate 0,5 eingesetzt, der mit den Polynomen  $1 + x^2$  und  $1 + x + x^2$  beschrieben werden kann [Bos13]. Dieser codiert je  $50 \cdot 128 - 2$  Bits und wird anschließend mit zwei Nullbits

terminiert, so dass sich bei einem zweistufigen PAM-Symbolalphabet Übertragungsrahmen mit  $100 \cdot 128$  Symbolen ergeben.

Für das Interleaving wird eine pseudo-zufällige Permutation der Symbole eines Rahmens verwendet, die am Empfänger bekannt ist. Als Kanaldecoder wird ein Max\*-Log-MAP Decoder [RVH95] eingesetzt, um Soft-Information für die folgende Iteration bereitzustellen. Die ebenfalls berechneten Schätzungen der übertragenen Datenbits werden im Folgenden nicht weiter betrachtet. Um einen direkten Vergleich mit den anderen untersuchten Entzerrungsverfahren zu ermöglichen, wird auch hier die uncodierte Fehlerrate, unmittelbar nach dem Entzerrer, gezeigt.

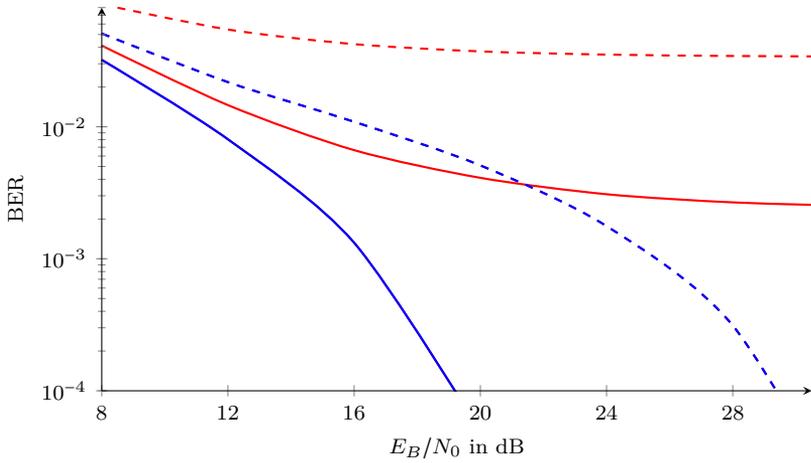
Abbildung 5.11 zeigt diese für verschiedene DFT- und Entzerrer-Längen. An Kurven der nullten Iteration,  $c = 0$ , zeigt sich im Vergleich zu den entsprechenden Ergebnissen aus den vorherigen Abschnitten, dass die verwendete Kanalrealisierung eine starke Verzerrung des Sendesignals und damit eine überdurchschnittlich hohe Fehlerrate zur Folge hat.

Allerdings kann selbst hier die aus der Kanalcodierung gewonnene Information erfolgreich zur Interferenzreduktion genutzt werden, was sich an den deutlich geringeren Fehlerraten ab der ersten Iteration zeigt. Auch erkennt man, dass die Kurven für die erste und die zweite Iteration quasi identischen Verlauf aufweisen und so weitere Iterationen keinen Mehrwert bieten. Für das betrachtete Szenario ist in Verbindung mit dem Interleaving demnach eine Iteration ausreichend, um ICI und auch ISI soweit zu reduzieren, dass sich keine zusätzliche Verbesserung am Ausgang der Entzerrers ergibt.

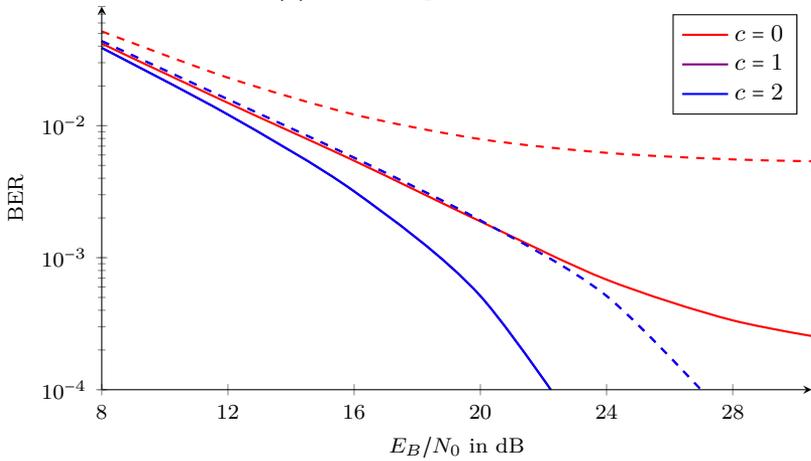
Mit diesen Ergebnissen lassen sich darüber hinaus auch suboptimale Vereinfachungen der Entzerrung vornehmen: So können die eingehenden Softbits in Zeitrichtung gemittelt werden, um keine Neuberechnung der Entzerrerkoeffizienten für jeden Zeitschritt vornehmen zu müssen. Zusätzlich kann die Größe der Systemmatrix  $\bar{Q}_{k,n}$  verringert werden, indem die Koeffizienten an den Enden der Impulsantwort, siehe auch Abbildung 3.1, abgeschnitten werden.

Beide Methoden führen zu einer zum Teil erheblichen Reduktion des Berechnungsaufwands, ohne dabei signifikant höhere Fehlerraten zu erzeugen. Insgesamt erscheint eine Turbo-Entzerrung jedoch besonders für Szenarien mit erheblichen Kanalverzerrungen geeignet, in denen eine Verringerung des Unterträgerabstands nicht möglich ist.

## 5 Entzerrung von FBMC-Signalen



(a) DFT-Länge  $M = 128$



(b) DFT-Länge  $M = 256$

**Abb. 5.11:** Bitfehlerrate (uncodiert) in einem Ped. B Kanal für einen Turbo-Entzerrer mit  $L = 3$  (durchgezogen) und  $L = 1$  (gestrichelt).

## 5.4 Frequency Spreading FBMC

Ein im Vergleich zu den bisher diskutierten Verfahren grundsätzlich anderen Ansatz zur Behandlung von Interferenzen durch Mehrwegeübertragung stellt das von M. Bellanger vorgeschlagene Frequency-Spreading Filterbank-Multicarrier (FS-FBMC) dar [Bel12b]. Dabei wird eine alternative Struktur der Analysefilterbank verwendet, mit der neben der Entzerrung auch die Empfangsfilterung selbst im Frequenzbereich erfolgt. Der Einfluss des Übertragungskanals kann so ganz am Anfang in der Empfangssignalverarbeitung kompensiert werden und die Orthogonalität der übertragenen Symbole in Zeit- und auch Frequenzrichtung wiederhergestellt werden.

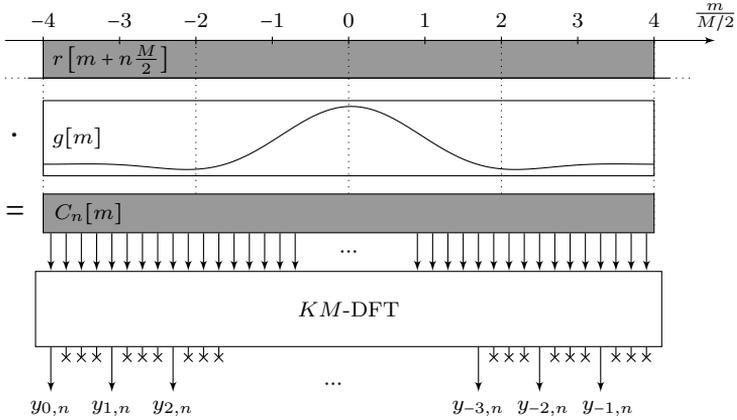
Für FS-FBMC wird ausgenutzt, dass Prototypfilter wie das Mirabbasi-Martin-Filter aus Abschnitt 2.3.2.1 nur wenige von Null verschiedene Koeffizienten  $G[k'] = G(k'/(KM))$  aufweisen: Beim Filterentwurf werden  $2K - 1$  Koeffizienten vorgegeben und alle übrigen zu Null gesetzt. Bildet man das Sendesignal durch segmentierte Faltung [KK06] mit einer DFT-Länge von  $KM$ , so kann die Übertragung eines phasencodierten Symbols als Spreizung der Information in Frequenzrichtung interpretiert werden [Bel12a]. Am Empfänger erfolgt mit der Empfangsfilterung die zugehörige Entspreizung; die  $2K - 1$  zur Übertragung verwendeten Frequenzkomponenten werden nach dem Maximum Ratio Combining (MRC) Prinzip kombiniert: eine mit  $G^*[k']$  gewichteten Summe ergibt die Filterbankausgänge.

Abbildung 5.12 zeigt eine abgewandelte Darstellung der Analysefilterbank aus Abschnitt 2.3.4. Anstatt der Seriell-Parallel-Wandlung und den  $M$  parallelen FIR-Filtern aus Abbildung 2.11 wird hier eine diskrete Kurzzeit-Fouriertransformation als grundlegende Struktur verwendet, siehe Abschnitt 6.1.2. Das Prototypfilter  $g[m]$  wird dabei zur Fensterung des Empfangssignals  $r[m]$  verwendet, wobei pro Zeitschritt um  $M/2$  Abtastwerte verschoben wird. Das gefenstertere Signal

$$C_n[m] = r \left[ m + \frac{M}{2}n \right] g[m] \quad (5.56)$$

wird einer diskreten Fouriertransformation der Länge  $L_g = KM$  unterworfen. Diese entspricht der Länge des Fensters  $g[m]$  und ergibt damit  $K$ -mal mehr Bins als die maximale Unterträgeranzahl. Die ursprünglichen

## 5 Entzerrung von FBMC-Signalen



**Abb. 5.12:** Blockschaltbild einer FBMC-Analysefilterbank interpretiert als diskrete Kurzzeit-Fouriertransformation mit  $M$  Bins und einem  $K = 4$  mal längerem Fenster  $g[m]$ .

Filterbankausgänge ergeben sich somit zu

$$y_{k,n} = \text{DFT}_{m \rightarrow k'}^{KM} \{C_n[m]\} \Big|_{k'=Kk}. \quad (5.57)$$

Es werden also jeweils  $K - 1$  Bins ausgelassen und so nur diejenigen an Vielfachen des Unterträgerabstands weiterverarbeitet.

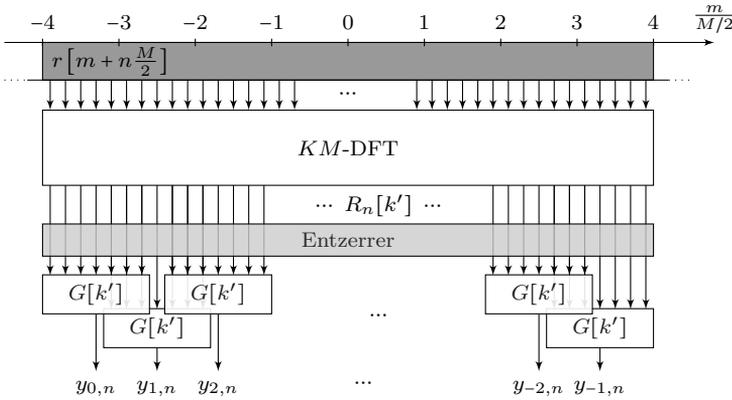
Für einen FS-FBMC-Empfänger wird ausgehend von dieser Struktur die Fensterung hinter die DFT verschoben:

$$y_{k,n} = \underbrace{\text{DFT}_{m \rightarrow k'}^{Lg} \left\{ r \left[ m + \frac{M}{2} n \right] \right\} * G[k']}_{=R_n[k']} \Big|_{k'=Kk} \quad (5.58)$$

mit  $G[k'] = \text{DFT}^{Lg} \{g[m]\}$ . Nimmt man nun ein Mirabbasi-Martin-Filter an, folgt

$$y_{k,n} = \sum_{k'=1-K}^{K-1} G[k' - Kk] \cdot R_n[k'], \quad (5.59)$$

da  $G[k'] = 0$  für  $k' \notin \{1 - K, \dots, K - 1\}$  gilt.

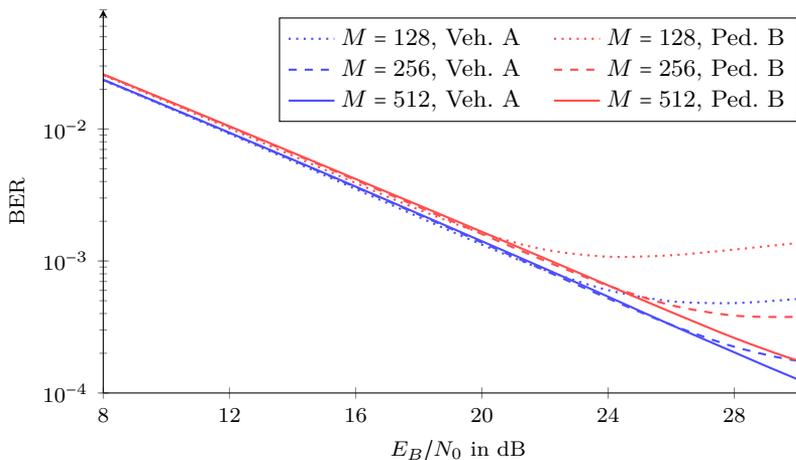


**Abb. 5.13:** Blockschaltbild einer FBMC-Analysefilterbank für  $K = 4$  mit Filterung im Frequenzbereich: Eine mit  $G[k']$  gewichtete Summe von je  $2K - 1$  Bins.

Abbildung 5.13 zeigt die resultierende Empfängerstruktur für  $K = 4$ : Das Empfangssignal wird in  $\frac{M}{2}$  Schritten einer DFT der Länge  $L_g = KM$  unterzogen und anschließend mit der Übertragungsfunktion des Prototypfilters gefaltet, wobei sich diese Operation auf eine gewichtete Summe von jeweils  $2K - 1 = 7$  Werten pro Unterträger reduziert. Damit wird die vom Sendefilter über mehrere Bins gespreizte Information wieder eingesammelt. Wegen der Überlappung der Unterträger werden dabei immer  $K - 1 = 3$  Frequenzbins doppelt verwendet. Im Vergleich zur ursprünglichen Polyphasen-Analysefilterbank ist hier also zusätzlicher Aufwand zur Empfangsfilterung nötig. Zusammen mit der längeren DFT ist ein FS-FBMC-Empfänger daher grundsätzlich aufwändiger zu realisieren [BDN14].

Allerdings bietet sich die Möglichkeit einer Entzerrung des Signals vor einer Anwendung des Empfangsfilters und der Abwärtstastung an. Diese ist weiterhin im Frequenzbereich und bietet damit die selben Vor- und Nachteile wie in Abschnitt 5.1.1 diskutiert — jedoch mit dem Unterschied, dass eine höhere Auflösung in Frequenzrichtung vorliegt. Das heißt, die Single-Tap Approximation wird für ein um den Faktor  $K$  schmaleres Band benötigt und so kann die Orthogonalität in Zeitrichtung auch zwischen benachbarten Unterträgern besser wiederhergestellt werden [Bel12a].

Dies wird anhand einiger Simulationen gezeigt, deren Szenarien und Pa-



**Abb. 5.14:** Bitfehlerrate (uncodiert) einer FS-FBMC-Übertragung mit Single-Tap Entzerrung für verschiedene Kanalmodelle und DFT-Längen  $M$

parameter denen aus Abschnitt 5.1.3 entsprechen. Am Empfänger wird FS-FBMC mit  $KM$  Entzerrerkoeffizienten, eingesetzt; einer pro Bin gemäß Gleichung (5.1). Abbildung 5.14 zeigt die Ergebnisse für verschiedene Unterträgerabstände und Kanalmodelle. Dabei ergibt sich grundsätzlich ein ähnliches Verhalten wie bei der Entzerrung mit der Single-Tap Approximation: Je größer  $M$ , desto besser die Näherung, desto geringer die Restfehlerrate bei hohem SNR — deren leichter Anstieg bei geringem  $M$  wird weiter unten diskutiert.

Für einen Vergleich von FS-FBMC mit den Ergebnissen der anderen diskutierten Verfahren muss beachtet werden, dass es sich hier nicht um eine getrennte Entzerrung der Unterträger mit FIR-Filtern der Länge  $L$  handelt, sondern eine gemeinsame Entzerrung erfolgt. Dazu werden grundsätzlich  $KM$  Koeffizienten verwendet. Bei  $N$  belegten Unterträgern der Wert auf  $KN + (K - 1)$  reduziert werden. Für  $M$  und  $N$  groß genug, entspricht dies dem Aufwand einer Unterträger-basierten Entzerrung mit  $L = K$  Koeffizienten.

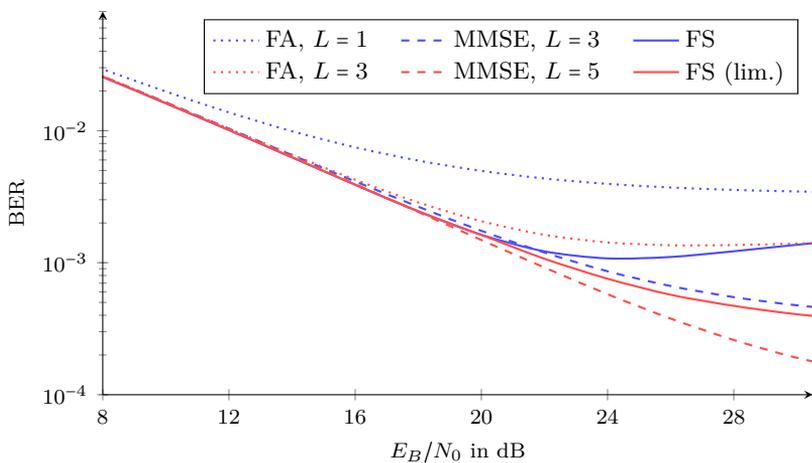
Dazu kommt der zusätzliche Aufwand der  $K$ -mal längeren DFT, der sich allerdings relativiert, wenn man den ebenfalls erheblichen Aufwand zur Berechnung der MMSE-optimalen Entzerrerkoeffizienten gemäß Ab-

schnitt 5.2.3 miteinbezieht. Beschränkt man sich rein auf die Funktionsweise, also einer Matched-Filterung für das Empfangssignal durch eine Kombination von Prototypfilter und Entzerrer, ergibt sich hier eine Einflusslänge von  $KM$ . Bei Verfahren, die mit den bereits heruntergetasteten Werten  $y_{k,n}$  arbeiten, verlängert sich die Einflusslänge  $KM$  mit jedem Koeffizienten  $L > 1$  um  $M/2$  — nicht jedoch die Anzahl der Freiheitsgrade, mit der sich auf den Kanal angepasst werden kann.

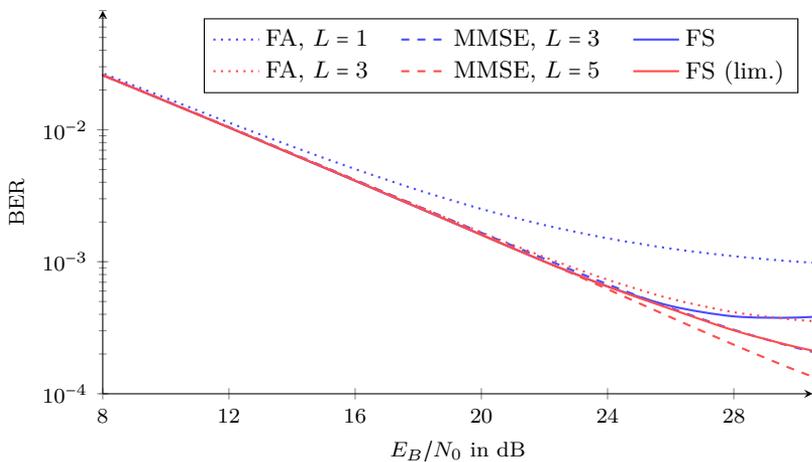
Abbildung 5.15 zeigt Fehlerratenkurven für die verschiedenen Verfahren zur Entzerrung im Vergleich. Daraus zeigt sich, dass FS-FBMC, hier mit FS bezeichnet, im von Rauschen limitierten Bereich die geringsten Fehlerraten aufweist. Jedoch kann im sich anschließenden Interferenzlimitierten Bereich ein Abflachen, sogar ein leichter Anstieg der Fehlerrate beobachtet werden. Hier treten wie auch schon bei der Single-Tap Approximation (STA) die vereinfachenden Annahmen im Systemmodell aus Abschnitt 5.1.1 abhängig der Symbollänge in Relation zur Länge der Kanalimpulsantwort bei unterschiedlichen SNR-Werten auf. Wird die mittlere Interferenzleistung bei der Berechnung der Entzerrerkoeffizienten miteinbezogen und damit effektiv das SNR limitiert, ergeben sich die Fehlerkurven FD (lim.) mit einer deutlich verringerten Restfehlerrate.

Insgesamt lassen sich mit dieser Methode in den betrachteten Szenarien deutlich geringere Fehlerraten erreichen, als das bei FA mit  $L = 1$  oder  $L = 3$  möglich ist. Strukturell entspricht die Entzerrung hier einer FA mit  $L = 7$  und verhält sich ähnlich zu den Kurven für eine MMSE-Entzerrung mit  $L = 3$ . Einzig das deutlich aufwändigere MMSE-Verfahren mit  $L = 5$  ist zumindest bei sehr großen Unterträgerabstand leistungsfähiger, was unter Anderem auf die erhöhte Einflusslänge zurückzuführen ist. Hier nicht betrachtet ist die Leistungsfähigkeit von FS-FBMC unter einer zusätzlichen Frequenzabweichung, bei der sich die Empfängerstruktur und damit erhöhte Auflösung vorteilhaft erweist [Bel12b].

## 5 Entzerrung von FBMC-Signalen



(a)  $M = 128$



(b)  $M = 256$

**Abb. 5.15:** Bitfehlerrate (uncodiert) in einem Ped. B Kanal für verschiedene DFT-Längen und Verfahren zur Entzerrung

## FBMC in Software Radios

Funkgeräte, deren Funktionalität möglichst vollständig durch Software bestimmt ist, zeichnen sich durch eine hohe Flexibilität aus. Eine Realisierung der Sende- und Empfangsalgorithmen als Softwarekomponenten, die auf einer weitestgehend generischen Hardware ausgeführt werden, ermöglicht einen vergleichsweise einfachen Austausch einzelner Komponenten, das Hinzufügen neuer Funktionen sowie die Portierung auf andere Ausführungsplattformen [Mit92].

Eine technisch realisierbare Form dieses Konzepts sind Software Defined Radios (SDRs), bei denen weiterhin ein großer Teil der Signalverarbeitung digital auf Prozessoren oder beschreibbaren Logiken ausgeführt wird, allerdings vor der Analog-Digital- bzw. nach der Digital-Analog-Wandlung verschiedene feste Hardwarekomponenten zur Filterung, Verstärkung und Mischung verbaut sind. Deren Funktionalität kann je nach Anwendungsszenario spezialisiert auf ein bestimmtes Übertragungsband und die darin geltenden Beschränkungen oder eben möglichst generisch, mit variablen Filterbandbreiten und breitbandig einstellbaren Mittenfrequenzen sein. In ähnlicher Weise können die digitalen Ausführungseinheiten durch spezialisierte Realisierungen häufig benötigter Signalverarbeitungsalgorithmen oder Operationen unterstützt werden. Solche sogenannten Beschleuniger lassen sich effizient aus festverdrahteten Schaltungen aufbauen.

Charakteristisch ist dabei die Konfigurierbarkeit der spezialisierten Komponenten durch die Softwareanteile des Funkgeräts. Dabei wird ein Kompromiss zwischen der effizienten Ausführung und der Erweiterbarkeit der sogenannten Wellenform gewählt. Eine ähnliche Abwägung muss bei der Portabilität in Bezug auf die benötigte Rechenkapazität und Beschleuniger getroffen werden. Weiterhin ist die Erweiterbarkeit der Wellenform durch

die Leistungsfähigkeit der analogen Komponenten, die zusammen mit den Ausführungseinheiten als Plattform bezeichnet werden, beschränkt.

Besonders für prototypische Implementierungen neuer Verfahren eignen sich Software Defined Radios: Die Wellenform wird soweit möglich auf generischen Prozessoren ausgeführt, deren Ausstattungsdifferenzen durch Einsatz von Softwarebibliotheken von der eigentlichen Implementierung entkoppelt werden können. Zusammen mit spezialisierter Hardware zur Umsetzung der digitalen Basisbandsignale von und in den analogen Bandpassbereich entsteht eine universelle Plattform, mit der neue Methoden schnell getestet und einfach iterativ erweitert und verbessert werden können.

Im Folgenden wird eine solche Realisierung eines FBMC-basierten Übertragungssystems diskutiert. Dazu werden zunächst einige Implementierungsaspekte der Filterbänke in Sender und Empfänger diskutiert, wobei auf explizite, Prozessortyp-abhängige Elemente verzichtet und eine abstrahierete Betrachtung der benötigten grundlegenden Operationen, sogenannter Signalverarbeitungsprimitiven, auf algorithmischer und struktureller Ebene verwendet wird. Die auf diesen Überlegungen basierten konkreten Implementierungen sowie eine Beschreibung des Einsatzszenarios und der verwendeten Hard- und Softwareplattform ist Gegenstand der darauffolgenden Abschnitte.

### 6.1 Implementierungsaspekte

Die Implementierung eines digitalen Übertragungssystems erfolgt in modularen Einheiten, die oft einzelne Schritte in der Verarbeitungskette, wie Modulation oder Pulsformung, direkt widerspiegeln. In jedem Schritt wird ein bestimmter Algorithmus mit einem system-spezifischen Parametersatz ausgeführt und möglichst wenige Parameterwerte fest in die Implementierung übernommen. Die grundlegend verwendeten Operationen wie Filterung oder eine diskrete Fouriertransformation sind oft wiederkehrende Verarbeitungsschritte, für die optimierte wiederverwendbare Implementierungen eingesetzt werden können.

Gerade bei hohen Übertragungsraten ist es notwendig, die zur Verfügung stehenden Recheneinheiten möglichst effizient auszunutzen um so

eine schnelle Verarbeitung zu erreichen. Neben der Mehrkerntechnologie moderner Prozessoren, mit der einfach eine Pipelineverarbeitung realisiert werden kann, ermöglicht Single Instruction Multiple Data (SIMD) mehrere gleichartige Operationen parallel auszuführen. Die Parallelität ist dabei im Gegensatz zu Mehrkerntechnologien auf Instruktionsebene und erlaubt damit eine Beschleunigung vektorisierter Operationen auf niedrigster Ebene.

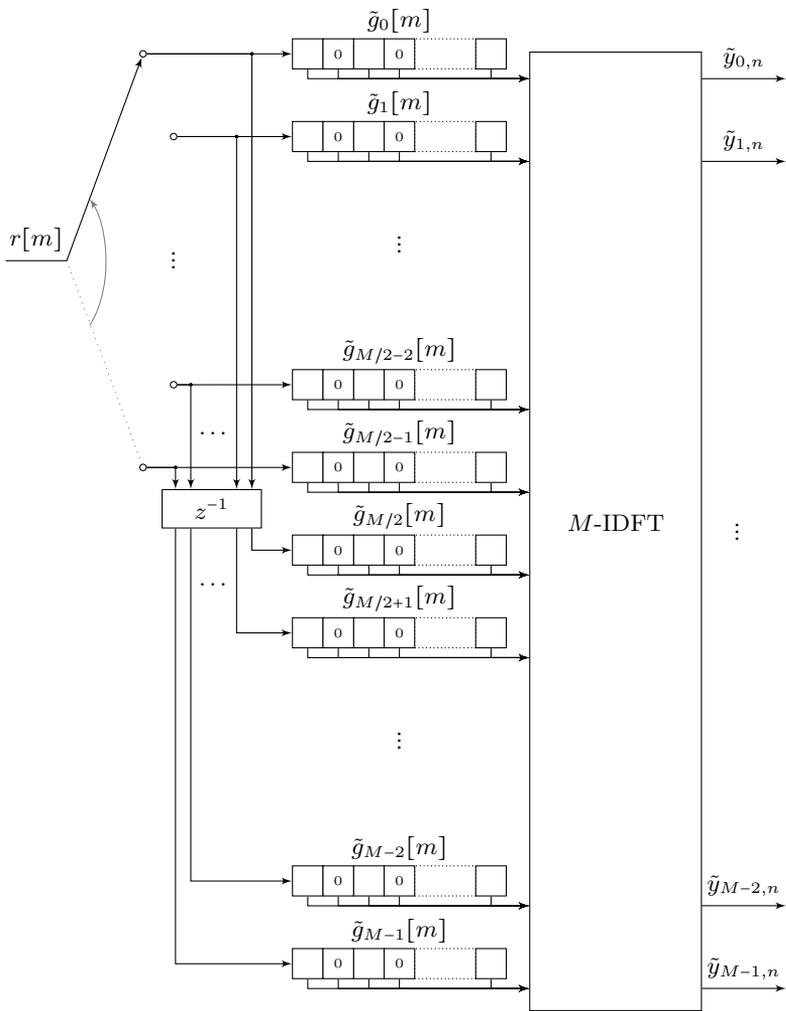
Mit SIMD werden mehrere Werte parallel aus einem zusammenhängenden Speicherbereich in einem Schritt in die Verarbeitungseinheit geladen, dort verarbeitet und auch gemeinsam wieder zurück transferiert. Um die SIMD-Register optimal nutzen zu können, ist es notwendig, die Datenstrukturen der zu implementierenden Algorithmen so zu modellieren bzw. anzupassen, dass sich möglichst viele gleichartige Operationen aus zusammenhängend vorliegenden Daten ergeben [RMO13].

Im Folgenden wird dies anhand der Synthese- und Analysefilterbank, den Kernkomponenten eines FBMC-Systems, untersucht.

### 6.1.1 Polyphasenfilterbänke

Ausgehend von der grundlegenden Anforderung einer Filterbank, für jeden verwendeten Unterträger ein komplexwertiges Bandpassfilter  $g_k[m]$  zu realisieren, wird in Kapitel 2 zunächst eine Form mit je einem komplexen Mischer und anschließendem Filter diskutiert. Diese in den Abbildungen 2.1 und 2.2 dargestellten Formen können als Ausgangspunkt einer Lösung mit Polyphasensignalverarbeitung verwendet werden, wie in den Gleichungen (2.19) und (2.23) beschrieben.

Polyphasenfilterbänke stellen eine Optimierung auf algorithmischer Ebene dar: Es werden die gleichen Verarbeitungsschritte unter Einsparung ursprünglich mehrfach ausgeführter Operationen erreicht und so der Gesamtaufwand reduziert. Darauf aufbauend ist eine möglichst effiziente Implementierung dieser Operationen interessant; oft, wie oben beschrieben, durch den Einsatz optimierter Signalverarbeitungsprimitiven. Abbildung 6.1 zeigt einen Signalfussgraphen einer Polyphasenanalysefilterbank mit Überabtastung 2 am Eingang, wie sie in FBMC-Empfängern benötigt wird. Im Unterschied zu Gleichung (2.23) wird hier der Polyphasenansatz



**Abb. 6.1:** Signalfussgraph eines Polyphasen-Analysefilterbank mit Überabtastung 2 für einen FBMC-Demodulator.

$m = Mn' + m'$  verwendet, womit sich

$$\tilde{y}_{k,n} = \text{IDFT}_{m' \rightarrow k} \left\{ \sum_{n''=-\infty}^{\infty} r^{(M/2, -m')} [n - n''] \cdot g^{(M, m')} [n''/2] \right\} \quad (6.1)$$

mit  $\tilde{y}_{k,n} = (-1)^{kn} y_{k,n}$  ergibt. In dieser Form kehren sich die Vorzeichen von  $m'$  um und die DFT wird zu einer IDFT. Deren Verwendung zum Übergang vom Zeit- zum Frequenzbereich ist an dieser Stelle nicht sehr intuitiv, stellt aber lediglich die Konsequenz der vorgenommenen Zeitumkehr am Eingang dar. Mit dieser kann die Polyphasenzerlegung des Empfangssignals direkter als Eingangskommutator realisiert werden. Insgesamt ergeben sich die folgenden Verarbeitungsschritte:

- Im ersten Schritt werden die Abtastwerte des Eingangssignals  $r[m]$  auf die  $M$  verschiedenen Polyphasenzweige verteilt. Pro Taktschritt am Ausgang und damit pro Filterschritt müssen  $M$  Abtastwerte verteilt werden. Die Filterbank nimmt jedoch eine Überabtastung von zwei vor, d.h. die Ausgänge werden nicht auf die kritische Rate  $f_s/M$  dezimiert, sondern nur um den Faktor  $2/M$ . Nur so enthalten die  $y_{k,n}$  abwechselnd die beiden im Halbsymboltakt gesendeten Komponenten der OQAM-Symbole.

Pro Filtertakt werden demnach nur  $M/2$  Abtastwerte am Eingang konsumiert. Der Eingangskommutator weist diese von  $k = 0$  beginnend der ersten Hälfte der Polyphasenzweige zu. Die übrigen, mit  $k \geq \frac{M}{2}$ , werden mit den gleichen Werten gespeist, allerdings um einen Takt verzögert. Dies wird mit dem Term  $r^{(M/2, -m')} [n - n'']$  aus Gleichung (6.1) beschrieben. Für  $m' = k < \frac{M}{2}$  gilt

$$\begin{aligned} r^{(M/2, -k-M/2)} [n - n''] &= r \left[ \frac{M}{2} (n - n'') + (-k - \frac{M}{2}) \right] \\ &= r \left[ \frac{M}{2} (n - n'' - 1) - k \right] \\ &= r^{(M/2, -k)} [n - (n'' + 1)]. \end{aligned} \quad (6.2)$$

- Im zweiten Schritt erfolgt die Empfangsfilterung verteilt über  $M$  Polyphasenfilterzweige: Jeder Zweig führt ein FIR-Filter mit den Koeffizienten

$$\tilde{g}_k[m] = \begin{cases} g \left[ Mk + \frac{m}{2} - \tau_g \right] & , \text{ für } m \text{ gerade} \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} \quad (6.3)$$

aus, die sich aus dem Term  $g^{(M,m')}[n''/2]$  aus Gleichung (2.19) ableiten. Als Konsequenz der Überabtastung wird zwischen die Werte aus  $g[m]$  jeweils ein Nullkoeffizient eingefügt. Durch die Verschiebung um  $\tau_g = (L_g - 1)/2$  ergeben sich kausale Filter, deren Gruppenlaufzeit bei der Weiterverarbeitung beachtet werden muss. Unter der Annahme  $g[2\tau_g] = 0$ , wie beispielsweise beim Mirabbasi-Martin-Filter, ist die Impulsantwortlänge  $2K - 1$  für alle Zweige, ansonsten ist das Filter  $\tilde{g}_0[m]$  um einen Koeffizienten länger.

- Im letzten Schritt werden die  $M$  Filterausgänge mit einer IDFT in die gesuchten Werte  $\tilde{y}_{k,n}$  überführt. Die Übertragungsfunktionen der Filter  $\tilde{g}_k[m]$  weisen als unterabgetastete Tiefpassfilter  $M - 1$  Spiegelspektren auf, die abhängig von  $k$  linear ansteigend in ihrer Phase gedreht sind [har04].

Für den Unterträger mit  $k = 0$  erfolgt eine reine Summation der Polyphasenfilterausgänge, womit sich die Spiegelspektren destruktiv überlagern und sich eine Realisierung von  $g[m]$  ergibt. Für  $k \neq 0$  erzeugen die in der DFT ausgeführten Phasendrehungen bei der Summation eine konstruktive Überlagerung der Spiegelspektren im  $k$ -ten Unterträgerband, während sich die auslöschen. Es ergibt sich  $g_k[m]$  [har04].

Für eine direkte Implementierung dieser Struktur mit Signalverarbeitungsprimitiven werden insgesamt  $M$  FIR-Filter und eine DFT benötigt. Für letztere kann direkt eine Fast Fourier Transformation (FFT), zum Beispiel aus der Bibliothek FFTW [FFT], verwendet werden. Die Filteroperationen lassen sich mit generischen FIR-Filterimplementierungen realisieren, jedoch werden diese aufgrund der vielen enthaltenen Nullkoeffizienten vergleichsweise ineffizient arbeiten.

Hinsichtlich dem Einsatz von SIMD ist der Datenfluss im Eingangskommulator nicht geeignet, da die zusammenhängend im Speicher vorliegenden Werte  $r[m]$  dabei einzeln an die FIR-Filter verteilt werden müssen. Die Filter selbst können mit SIMD-Operation beschleunigt werden, für die folgende FFT müssen die Ausgabewerte jedoch wieder umstrukturiert werden. Obwohl die Polyphasenfilterbankstruktur eine algorithmisch effiziente Lösung darstellt, ist eine direkte Implementierung für die Verarbeitung auf generischen Prozessoren mit SIMD nur bedingt geeignet. Bei der Verwendung von Logiken ist dies aufgrund der strukturellen

Parallelität von untergeordneter Rolle. Tatsächlich lassen sich die Polyphasenzweige auch gemeinsam ausführen, was strukturell eher einer Kurzzeit-Fouriertransformation entspricht, die im Folgenden betrachtet wird.

### 6.1.2 Kurzzeit-Fouriertransformation

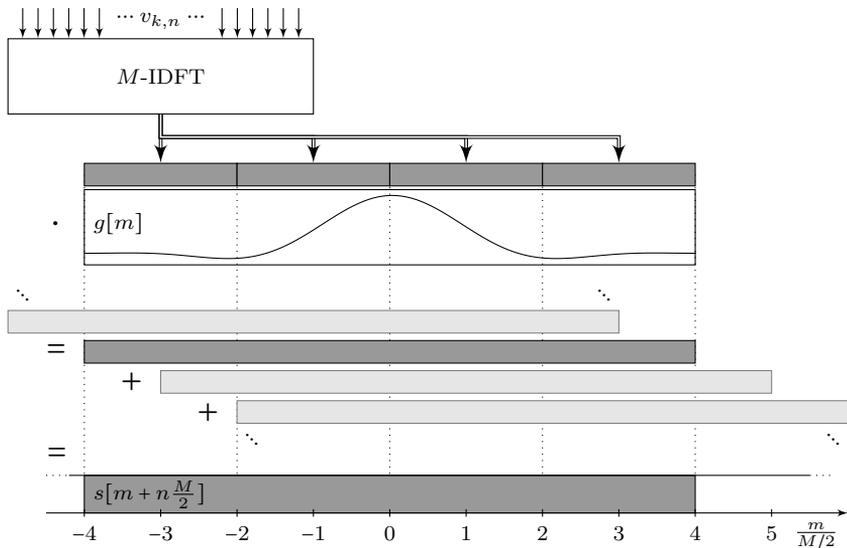
Ein alternative, aber funktional identischer Ansatz für eine Filterbankimplementierung basiert auf der Kurzzeit-Fouriertransformation (STFT). Diese dient zur Spektralanalyse von Signalen, wobei neben der Schätzung des Frequenzgehalts auch dessen zeitlicher Verlauf aufgelöst wird [Sch74]. Für die Berechnung wird das zu untersuchende Signal mit einer Fensterfunktion  $g[m]$  der Länge  $L_g$  gewichtet und anschließend einer DFT von mindestens dieser Länge unterworfen. Mittels einer Verschiebung der Fensterfunktion auf der Zeitachse ergibt sich der gesuchte Frequenzhalt des gefensterten Signals im zeitlichen Verlauf. Im Zusammenhang mit der Unschärferelation aus Abschnitt 2.3.1 hat die Fensterfunktion wesentlichen Einfluss auf die Auflösung in Zeit- und Frequenzrichtung, während die Wahl der Zeitverschiebung und DFT-Länge die Diskretisierung bestimmt [KSW08, Kap. 2.3].

Mit einer geeigneten Wahl der Fensterfunktion und Abtastung kann die Filterbank eines FBMC-Empfängers als STFT interpretiert werden. Der Frequenzgehalt des Empfangssignals  $r[m]$  an den Stellen  $kf_s/M$  zu den Zeitpunkten  $t = nT/2$  ergibt, mit der Impulsantwort des Prototypfilters  $g[m]$  als Fensterfunktion, die gesuchten Werte  $y_{k,n}$ , für die analog zu Abschnitt 5.4 gilt

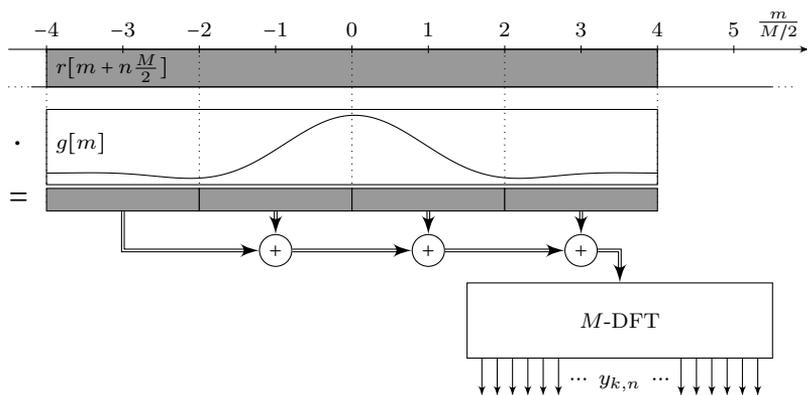
$$y_{k,n} = \text{DFT}_{m \rightarrow k'}^{KM} \left\{ r[m] g \left[ m - \frac{M}{2} n \right] \right\} \Big|_{k'=Kk}. \quad (6.4)$$

Um dabei nur die benötigten Bins  $k' = Kk$  zu berechnen, ohne jedoch das Fenster zu kürzen, ergibt sich für  $m = Mn' + m' + \frac{M}{2}n$  die Form

$$\begin{aligned} y_{k,n} &= \sum_{n'=0}^{K-1} \sum_{m'=0}^{M-1} r[Mn' + m' + \frac{M}{2}n] g[Mn' + m'] W_M^{k(Mn'+m'+\frac{M}{2}n)} \\ &= (-1)^{kn} \text{DFT}_{m' \rightarrow k}^M \left\{ \sum_{m'=0}^{K-1} r[Mn' + m' + \frac{M}{2}n] g[Mn' + m'] \right\}, \quad (6.5) \end{aligned}$$



(a) FBMC-Synthesefilterbank



(b) FBMC-Analysefilterbank

**Abb. 6.2:** Signalflossbilder einer Synthese und -Analysefilterbank interpretiert als diskrete Kurzzeit-Fouriertransformation mit  $M$  Bins und einem  $K = 4$  mal längeren Fenster  $g[m]$ .

welche sich mit Gleichung (2.22) aus Kapitel 2 deckt.

Mit dieser Interpretation der Polyphasenstruktur aus dem vorigen Abschnitt können die für eine SIMD-Implementierung nachteiligen Operationen günstiger strukturiert werden: Diese werden durch die Fensterung mit  $g[m]$  gefolgt von einer abschnittswisen Addition ersetzt. Abbildung 6.2b veranschaulicht den zugehörigen Signalflussgraphen basierend auf der STFT aus Gleichung (6.4). Die Unterabtastung im Frequenzbereich mit  $k' = Kk$  entspricht der Addition von  $K$  Abschnitten der Länge  $M$ , wobei wieder  $g[2\tau_g] = 0$  angenommen wird.

Die analoge Struktur für die Synthesefilterbank im Sender zeigt Abbildung 6.2a: Hier werden alle zum Zeitindex  $n$  zu sendenden Symbole gemeinsam moduliert, indem zunächst eine IDFT der Länge  $M$  ausgeführt wird. Wie auch beim Empfänger wird auf eine explizite Realisierung der Polyphasenstruktur und des Ausgangskommutators aus Abbildung 2.19 verzichtet. Äquivalent dazu werden die Ergebnisse der Transformationen zyklisch fortgesetzt, mit dem Sendepuls gefenstert und um  $n\frac{M}{2}$  verzögert überlagert. So ergibt sich das Sendesignal  $s[m]$  zwar mit den gleichen Operation wie eine polyphasenbasierte Implementierung, allerdings ohne diese explizit zu realisieren.

Der Vorteil dieser Strukturen ist die weitestgehend gemeinsame Verarbeitung benachbart vorliegender Daten, womit der Einsatz von SIMD-Operationen einfach möglich ist. Allgemein ist jedoch zu beachten, dass die hier diskutierte strukturelle Optimierung grundsätzlich von der Leistungsfähigkeit der verwendeten Signalverarbeitungsprimitiven abhängig ist und damit eher als Grundlage für eine effiziente Implementierung zu verstehen ist.

## 6.2 Plattform

In diesem Abschnitt wird die für das betrachtete SDR-basierte FBMC-System verwendete Plattform beschrieben. Diese besteht neben der eigentlichen Hardware, generische wie auch spezielle für den Funkbetrieb, aus einer Vielzahl an Software-Komponenten. Deren Zweck ist einerseits die Abstraktion der eingesetzten Hardwarekomponenten, wie auch teilweise der enthaltenen spezialisierten Beschleuniger.

Darüber hinaus werden mit verschiedenen Software-Bibliotheken fertige Lösungen für wiederkehrende und stets notwendige Komponenten bereitgestellt. Dies umfasst beispielsweise Hardwaretreiber, eine Laufzeitumgebung für die parallele Ausführung auf Mehrprozessoren wie auch spezielle Beschleuniger für beispielsweise eine Abtastratenumsetzung.

### 6.2.1 Software

GNU Radio ist ein Software-Tool zur Implementierung von Software Defined Radios [GR]. Es handelt sich dabei um ein freies, quelloffenes Framework für handelsübliche PCs, das die Ausführung auf Mehrkernprozessoren unabhängig vom Betriebssystem stark vereinfacht. In GNU Radio wird eine SDR-Anwendung in mehrere Signalverarbeitungseinheiten, auch Blöcke genannt, aufgeteilt. Diese können als Knoten eines azyklischen Flussgraphen verbunden werden, um die gewünschte Funktionalität zu erhalten. GNU Radio selbst besteht aus mehreren Komponenten: Einer Laufzeit-Umgebung, einer Bibliothek von Signalverarbeitungseinheiten, einer Schnittstelle zur Einbindung eigener Module sowie Werkzeugen, die den Entwurf von SDR-Anwendungen und die Erweiterung mit eigenen oder von Dritten geschriebenen Modulen vereinfachen [GR].

Die Laufzeitumgebung bildet die Kernkomponente des Frameworks. Ihre Aufgabe ist es, eine durch einen Flussgraphen definierte SDR-Anwendung mit den verfügbaren Ressourcen effizient zu betreiben. Dazu werden die Signalverarbeitungsblöcke parallel und unabhängig voneinander ausgeführt. Der Austausch von Daten erfolgt über ringartige Pufferspeicher, die von einem Block beschrieben und von verbundenen gelesen werden. Ziel jedes Blocks ist es, möglich viele Daten zu produzieren, d.h. den Puffer möglichst zu füllen, ohne dabei noch nicht gelesene Daten zu überschreiben. Mit dieser Strategie wird versucht die Kombination aus unterschiedlich aufwändigen Signalverarbeitungseinheiten bestmöglich auf Mehrkernprozessoren abzubilden [Ron].

Die zwischen den Blöcken ausgetauschten Datenströme bestehen meist aus komplexwertigen Fließkommazahlen; beispielsweise Abtastwerte eines Sende- oder Empfangssignals. Diesen können zusätzlich synchrone Metadaten angehängt werden um damit beispielsweise den Beginn eines Rahmens oder einer Präambel im Signal zu markieren. Weiterhin besteht die Möglichkeit des asynchronen Austauschs von Information

zwischen Blöcken. So kann die azyklische, strombasierte Verarbeitung um Rückkopplungsschleifen erweitert werden [GR].

Die zweite wichtige Komponente in GNU Radio stellt die enthaltene Bibliothek von Signalverarbeitungsblöcken dar. Diese enthält Implementierungen einer großen Auswahl häufig benötigter Signalverarbeitungsalgorithmen: Dazu gehören vergleichsweise einfache Operationen wie das Skalieren oder Addieren von Abtastwerten, aber auch komplexere Blöcke, die Filteroperationen oder eine vollständige Demodulation digitaler oder analoger Übertragungsverfahren vornehmen. Deren Implementierungen verwenden teilweise weitere Blöcke, die in einem untergeordneten Flussgraphen zusammengeschaltet werden. Eine solche hierarchische Gruppierung von Blöcken ermöglicht die Wiederverwendbarkeit und ist völlig transparent für die Laufzeitumgebung.

Die dritte und letzte der oben genannten Komponenten stellen die enthaltenen Entwicklungswerkzeuge zum Entwurf und zur Erweiterung dar. Die wesentliche Motivation für den Einsatz eines solchen Frameworks ist es, neben der schon enthaltenen Signalverarbeitung, die eigenen Algorithmen möglich schnell und effizient in eine Anwendung umsetzen zu können. Graphische Werkzeuge wie der GNU Radio Companion (GRC) unterstützen den Entwurf von Flussgraphen und die Konfiguration der verschiedenen Blöcke.

Im Wesentlichen verbleibt das Implementieren der Signalverarbeitung selbst. Durch die Verwendung der beschriebenen Laufzeitumgebung ist eine effiziente Möglichkeit zur Kommunikation der Blöcke untereinander sowie mit der verwendeten Funkhardware bereits vorhanden. Dazu kommen optimierte Signalverarbeitungsprimitive wie die Diskrete Fouriertransformation (DFT) auf Basis der Bibliothek FFTW [FFT] sowie eigene sogenannte Kernel für beispielsweise FIR-Filter.

Darüber hinaus besteht gute Unterstützung für vektorisierte Operationen auf Basis von SIMD [RMO13]. Diese sind in Form von Signalverarbeitungsprimitiven in eine unabhängige Bibliothek ausgelagert, die *Vector-Optimized Library of Kernels* (VOLK) [VOL]. Weitestgehend unabhängig vom vorliegenden Prozessortyp und dessen Unterstützung für SIMD-Operationen kann so eine effiziente Implementierung vorgenommen werden.



Abb. 6.3: Hardware für die verwendete SDR-Plattform

### 6.2.2 Hardware

Durch den Einsatz von GNU Radio als Software-Plattform ist die ausführende Hardware hauptsächlich durch die Leistungsfähigkeit des Prozessors und die Größe des Hauptspeichers charakterisiert. Diese müssen die Wellenform so schnell ausführen können, dass die bei einer bestimmten Rate erzeugten bzw. konsumierten Abtastwerte rechtzeitig verarbeitet bzw. verfügbar sind. Für die unten gezeigten Ergebnisse werden Sender und Empfänger auf je einem Laptop des Herstellers Lenovo, Modell W541, betrieben. Diese enthalten einem Prozessor vom Typ Intel Core i7-4910MQ mit vier parallelen Kernen.

Dazu kommt eine dedizierten Hardware für Funkanwendungen, ein Software Radio Frontend, mit dem die Umsetzung der diskreten Basisbandsignale zu analogen Bandpasssignalen realisiert wird. Abtastrate sowie Mittenfrequenz, Sende- bzw. Empfangsverstärkung können bei Inbetriebnahme und teilweise auch im laufenden Betrieb eingestellt werden. Hier werden Frontends aus der Universal Software Radio Peripheral (USRP)-Gerätefamilie der Firma Ettus Research (National Instruments) [Ett] verwendet, wobei

durch die Verwendung von GNU Radio eine Portierung auf andere Hardware einfach möglich ist [Nag11], solange diese vergleichbare Leistungsfähigkeit und Softwareunterstützung aufweist. Konkret getestet wurden die USRP-Modelle X310, N210 und B210. Für die unten diskutierten Messergebnisse wird mit dem in Abbildung 6.3 gezeigten Aufbau für Sender und Empfänger mit dem USRP-Modell B210 gearbeitet.

Neben den oben beschriebenen Funktionsanforderungen an das Frontend hinsichtlich der analogen Verarbeitung sind als Teil der FPGA-Logik zusätzliche spezialisierte Beschleuniger vorhanden. Diese ermöglichen eine variable Abtastratenumsetzung und so eine effiziente Kommunikation mit den Geräten. Weiter wird mit einer digitalen Zwischenfrequenz unmittelbar vor der DA- bzw. nach der AD-Wandlung gearbeitet und so einige Nachteile der direkten Mischung im analogen Teil vermieden [Ett]. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, die Genauigkeit der enthaltenen Schwingungsgeneratoren mit Hilfe von externen, GPS-unterstützten Oszillatoren zu verbessern, womit der verbleibende Frequenzfehler auf unter 1 ppb reduziert werden kann [USR].

## 6.3 Wellenform

Die FBMC-Wellenform kann auf der beschriebenen Plattform unter Beachtung ihrer Einschränkungen weitestgehend unabhängig von der tatsächlichen Hardware als GNU Radio Anwendung implementiert werden. Diese wurde mit großen Erfolg im Rahmen der Spectrum Sharing Challenge als Teil des IEEE International Symposium on Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN) eingesetzt [RBVP16]. Inhalt des Wettbewerbs ist der Entwurf eines Sekundärnutzersystems in einem Indoor-Szenario im mehreren Kanälen. Ziel ist es, eine opportunistische, möglichst hochratige Datenübertragung zu erreichen, ohne jedoch die Sendungen des primären Nutzers zu stören. Das konkrete Szenario aus dem Jahr 2017 umfasst eine Systembandbreite von 10 MHz, die vom Primärnutzersystem in vier äquidistante Kanäle mit einer Breite von etwa 2 MHz unterteilt genutzt wird. Der Kanalzugriff erfolgt nicht-deterministisch abhängig von einem von sieben zufälligen wechselnden Modi [WPR<sup>+</sup>17].

Für das Sekundärnutzersystem bietet es sich an, ebenfalls vier Kanäle zu bilden und diese mittels Energiedetektion zu beobachten [KWS<sup>+</sup>15], um

daraus das aktuelle Primärnutzerverhalten abzuleiten [WKM<sup>+</sup>17]. Damit wird ein Betrieb als Overlayssystem [BJBS07] möglich: Der Sekundärnutzer verwendet grundsätzlich die gesamte Systembandbreite, schließt jedoch die Bänder und Zeiten aus, in denen Übertragungen des Primärnutzers detektiert werden oder aufgrund des erkannten Betriebsmodus zu erwarten sind.

Als Modulationsverfahren eignet sich FBMC hierfür besonders, da durch die geringe Außerbandstrahlung eine effiziente und gleichzeitig flexible Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Kanäle ermöglicht wird. Weiterhin ist im Vergleich zu OFDM die Einsparung von zyklischen Präfixen vorteilhaft im Bezug auf die erreichbare Datenrate. Die konkret verwendete Implementierung bildet am Sender Übertragungsrahmen fester Länge mit einer Bandbreite von 2,2 MHz, von denen je nach Situation bis zu vier parallel mit unterschiedlichen Mittenfrequenzen übertragen werden.

Am Empfänger werden die auf verschiedenen Kanälen kohärent ausgestrahlten Rahmen als gemeinsames FBMC-Signal über die gesamte Systembandbreite verarbeitet und erst im letzten Schritt die Symbole der tatsächlich verwendeten Unterträgergruppen decodiert. Mit dem System konnte in Präsenz des primären Nutzers eine maximale Rate von 12 MBit/s bei Verwendung eines 4-PAM-Symbolalphabets erreicht werden.

Die Cognitive Radio Aspekte dieses System sind jedoch nicht Thema dieser Arbeit, weshalb im Folgenden lediglich die FBMC-relevanten Teile weiter diskutiert werden.

### 6.3.1 Sender

Die Bitübertragungsschicht im Sender hat die Aufgabe aus den eingehenden codierten Binärdaten ein FBMC-Signal zu bilden und es in bis zu vier parallelen Kanälen zu übertragen. Die Verarbeitung wird über mehrere GNU Radio Blöcke verteilt realisiert. Damit sich keine Lücken im ausgesendeten Signal bilden, werden, wie oben beschrieben, Pufferspeicher zwischen den Blöcken und auch in der Sendehardware verwendet.

Somit erhöht jeder Verarbeitungsschritt die Latenz der Übertragung, so dass es sinnvoll ist, die Kanalbelegung möglichst spät festzulegen. Die Übertragungsrahmen werden daher nicht gemeinsam für alle freien Kanäle gebildet, sondern zunächst sequentiell, jeweils über ein Viertel der

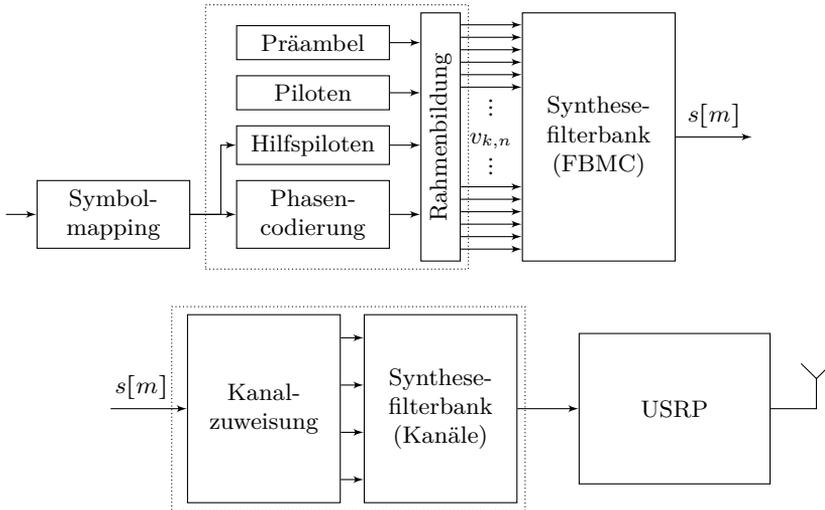
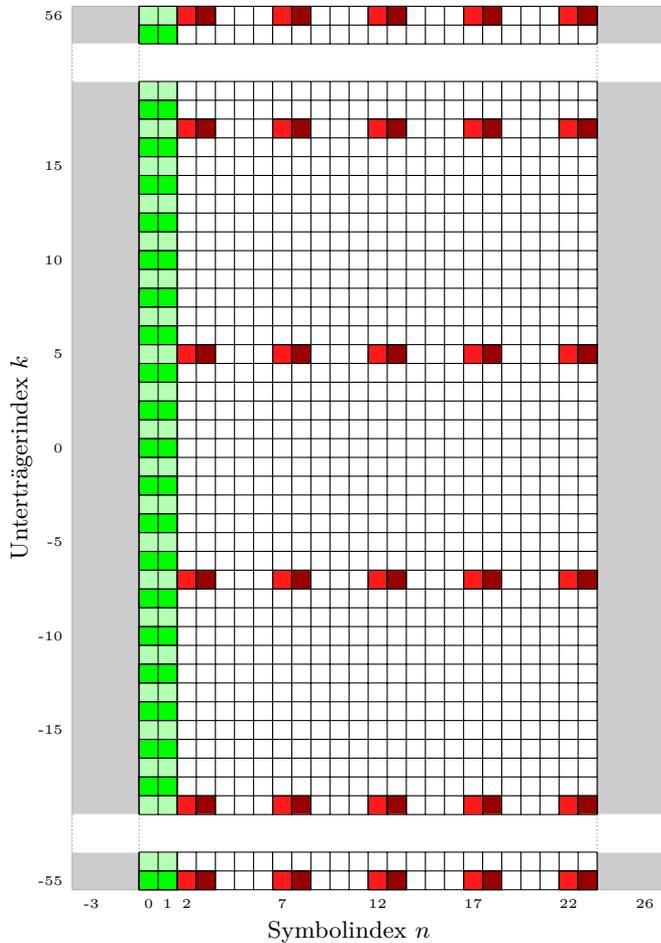


Abb. 6.4: Implementierung des Senders als Blockdiagramm

Systembandbreite. Erst im letzten Schritt werden die Signale basierend auf der Kanalbelegung zu einem Rahmen kombiniert, der die gesamte Systembandbreite umfasst.

Abbildung 6.4 zeigt schematisch die dafür verwendete Blockstruktur: Die eingehenden binären Daten werden zunächst auf reellwertige PAM-Symbole mit 2, 4 oder 8 Stufen abgebildet und daraus im Folgenden Übertragungsrahmen gebildet. Dazu werden Referenzsymbole für eine Präambel der Dauer  $T/2$  gemäß Abschnitt 4.2.1.2 sowie für verteilte Piloten und ihre Hilfspiloten wie in Abschnitt 4.2.2 beschrieben mit den phasencodierten Datensymbolen kombiniert.

Abbildung 6.5 zeigt den Aufbau des resultierenden Rahmens: Bei einer DFT-Länge von  $M = 128$  werden je 8 Träger an den Bandrändern freigelassen, so dass sich  $N = 112$  Unterträger mit den Indizes  $k \in \{-55, \dots, 56\}$  für die Übertragung nutzen lassen. Referenzsymbole für die Präambel werden an den Zeitindizes  $n \in \{0, 1\}$  auf Unterträgern mit  $k$  gerade eingefügt und die ungeraden freigelassen. Wie abgebildet werden die verteilten Piloten in einem rechteckförmigen Gitter mit einem Abstand von 11 Unterträgern in Frequenzrichtung und 4 Symbolen in Zeitrichtung platziert. Ihnen folgt



**Abb. 6.5:** Übertragungsrahmen der Länge 24 mit  $N = 112$  von  $M = 128$  belegten Unterträgern mit reservierten Symbolen für die Pilotsequenz in grün und für die verteilten Piloten in rot und dunkel rot. Zusätzlich in hellgrün ausgelassene Symbole und in grau die Schutzzeiten zum Auf- und Abklingen des Pulsfilters.

jeweils ein Hilfspilot, der aus den umgebenden Daten berechnet wird.

Ebenfalls angedeutet sind die Schutzzeiten, die vor und nach einem solchen Rahmen eingehalten werden müssen, um das Auf- bzw. Abklingen des Sendefilters zu ermöglichen. Natürlich können Rahmen auch direkt aneinander oder im Abstand eines Vielfachen des Symboltakts  $T$  gesendet werden, da dann die überlappenden Anteile orthogonal sind.

Die Rahmenbildung wird für die Implementierung mit dem in Abbildung 6.4 gepunktet umrahmten Teil in einem gemeinsamen GNU Radio Block abgebildet. An dessen Ausgang werden die nun komplexwertigen Symbole des Rahmens spaltenweise als Vektoren der Länge  $M$  an den folgenden Block, die Synthesefilterbank weitergereicht.

Für die Filterbank wird die Struktur aus Abbildung 6.2a mit einem Mirabbasi-Martin-Filter und  $K = 4$  verwendet, deren Implementierung mit folgendem Python-Code beschrieben werden kann:

```

1  def fbmc_tx(symbols_v, prototype_g, M, K, len_frame):
2      step = M//2
3
4      # Ausgabepuffer
5      len_output = step * (len_frame-1) + len(prototype_g)
6      s = empty(len_output, dtype='complex')
7
8      # Segmentierung des Sendepulses
9      p = reshape(prototype_g, M, -1) * M
10
11     # Modulation und Pulsformung der Symbole
12     for n in range(len_frame):
13         c = ifft(symbols_v[n])
14         for i in range(K):
15             o = (n + 2*i) * step
16             s[o:o + M] += c * p[i]
17
18     return s

```

Dabei ist besonders Zeile 16 hervorzuheben, in der das Ausgangssignal akkumuliert wird. Jeder Eingangsvektor `symbols[n]` wird einer IDFT unterworfen und der resultierende Vektor `c` mit einem Segment des Sendepulses `p[i]` multipliziert. Hier werden bei der Implementierung in C++ mittels Kernen aus der Bibliothek VOLK die vektoriellen Operationen effizient mit SIMD-Operationen realisiert.

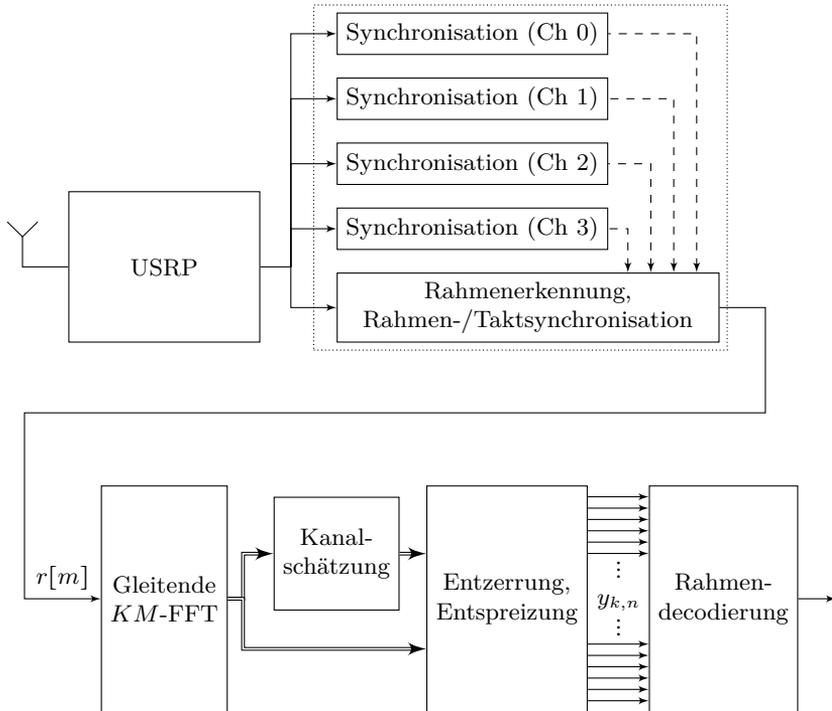
Das so erzeugte Sendesignal  $s[m]$  eines Übertragungsrahmens wird im Folgenden gemeinsam mit bis zu drei gleichartigen parallel, jedoch frequenzverschoben übertragen. Dazu werden die Rahmen in einer zweiten Filterbankstufe den freien Kanälen zugewiesen und kombiniert. Diese Operation wird ebenfalls in einem gemeinsamen GNU Radio Block implementiert, mit dem Ziel bei einer Veränderung der Kanalbelegung möglichst wenig Verzögerung durch die Signalverarbeitung zu erzeugen. Das resultierende Signal hat die volle Systembandbreite und wird an den USRP-Block weitergegeben. Dieser übernimmt die Konfiguration und Kommunikation mit der Sendehardware. Weiterhin wird erst an dieser Stelle eine Abtastrate definiert, mit der die berechneten Werte einen Zeitbezug erhalten und die Verarbeitungsrate des gesamten Senders vorgegeben wird.

Die verschiedenen Parameter des Übertragungssystems, die den Aufbau des Rahmens und auch die Eigenschaften des resultierenden FBMC-Signals bestimmen, sind auch tatsächliche Parameter der implementierten Signalverarbeitung. So kann die Wellenform sehr einfach an verschiedene Szenarien angepasst werden, indem beispielsweise die Systembandbreite, Anzahl der Kanäle, Rahmenlänge, Dichte der Pilotsymbole oder die Modulationsordnung entsprechend eingestellt werden.

### 6.3.2 Empfänger

Die Aufgabe des Empfängers ist es, aus dem eingehenden, mit der Systembandbreite abgetastetem diskreten Basisbandsignal den Beginn von Übertragungsrahmen zu erkennen, diese zu demodulieren und die auf den belegten Kanälen gesendeten Daten zurückzugewinnen. Die am Sender verwendeten Systemparameter müssen dafür am Empfänger bekannt sein. Einzig die Kanalbelegung wird detektiert, obwohl grundsätzlich eine Signalisierung von beispielsweise der Rahmenlänge oder Modulationsordnung mit bestimmten Datensymbolen einfach realisierbar ist.

Abbildung 6.6 zeigt die für den Empfänger gewählte Struktur. Wie auch im Sender wird die Verarbeitung über mehrere GNU Radio Blöcke verteilt, um so unter Verwendung aller Prozessorkerne eine Pipelineverarbeitung zu ermöglichen. Diese beginnt am Block USRP, der die Funkhardware konfiguriert und die erzeugten Abtastwerte an die sich anschließende Synchronisation weiterreicht.



**Abb. 6.6:** Implementierung des Empfängers als Blockdiagramm

Diese basiert auf der in Abschnitt 4.3.1 diskutierten normierten Kreuzkorrelationsfunktion. Es werden die Präambeln aller Kanäle zunächst unabhängig voneinander detektiert, indem das eingehende Signal mit der um den Faktor 4 interpolierten und entsprechend frequenzverschobenen Pilotsequenz verglichen wird.

Da alle Kanäle synchron betrieben werden, ist es sinnvoll die Ergebnisse der als belegt detektierten Bänder zu kombinieren, um einen gemeinsamen Rahmenbeginn zu erhalten. Das zur Demodulation weitergegebene Signal  $r[m]$  besteht idealerweise aus einer Sequenz an Übertragungsrahmen inklusive dem Auf- und Abklingen des Sendefilters.

Auf eine Schätzung und Korrektur der Trägerfrequenzabweichung wird im Rahmen der Synchronisation verzichtet, was eine szenario-spezifische Optimierung darstellt. Durch die Verwendung von GPS-stabilisierten Oszillatoren an Sender- und Empfänger ergibt sich eine maximale Frequenzabweichung, auch ohne GPS-Unterstützung, von  $\pm 0,075$  ppm [USR]. Bei einem Unterträgerabstand von etwa 19 kHz und dem Betrieb im ISM-Band bei 2,4 GHz entspricht dies einer relativen Abweichung von unter 5%. Wie in Abschnitt 3.3 untersucht, kann diese nach der Analysefilterbank als Teil der Entzerrung kompensiert werden. Um dies weiter zu unterstützen, wird zur Demodulation anstatt der STFT-basierten Struktur aus Abbildung 6.2b das in Abschnitt 5.4 untersuchte FS-FBMC eingesetzt [Bel12b]. Der damit verbundene erhöhte Berechnungsaufwand rechtfertigt sich hier durch die Einsparung einer separaten Frequenzsynchronisation.

Wie in Abbildung 6.6 dargestellt, wird zur Demodulation zunächst eine gleitende FFT der Länge  $KM = 2048$  ausgeführt, die mit jeder Ausgabe  $M/2 = 256$  Werte am Eingang konsumiert. Zur Schätzung der Kanalkoeffizienten werden daraus die Symbolschätzungen an den Positionen der verteilten Piloten berechnet. Diese gehen in eine lineare Interpolation ein; zunächst in Unterträger- und anschließend in Zeitrichtung.

Damit kann im folgenden Block eine Entzerrung und Entspreizung der Datensymbole erfolgen, wie in Abschnitt 5.4 beschrieben. Aus den resultierenden Werten  $y_{k,n}$  werden im letzten Block Schätzungen der gesendeten PAM-Symbole gebildet. Die als belegt erkannten Kanäle entsprechen Gruppen von 112 Werten in den eingehenden Vektoren der Länge 512. Aus diesen werden die gesendeten binären Daten extrahiert und sequentiell im Ausgabepuffer abgelegt.

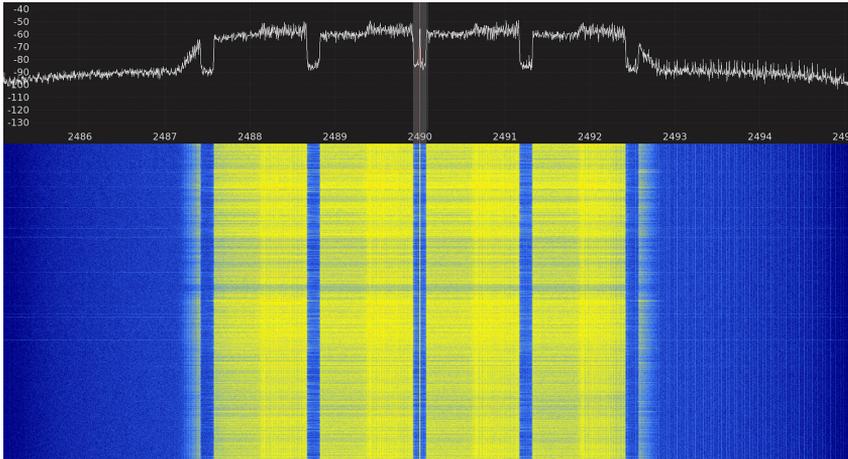


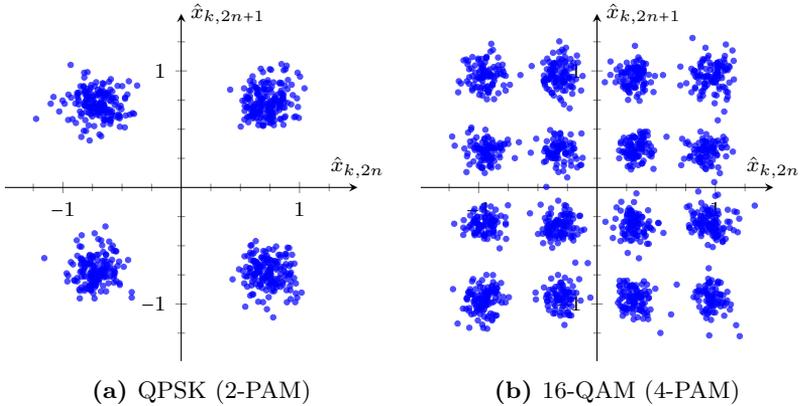
Abb. 6.7: Spektrum und Wasserfalldarstellung des empfangenen Signals bei Verwendung aller vier Kanäle

## 6.4 Messungen

Im Folgenden werden einige Messergebnisse des hier beschriebenen Übertragungssystems vorgestellt. Für den Messaufbau wird die beschriebene Hardware unter Laborbedingungen betrieben: Sender und Empfänger bzw. deren Antennen werden in geringem Abstand voneinander platziert und verschiedene Empfangsleistungen durch variieren der Leistung am Sender eingestellt.

Die Wellenform wird so konfiguriert, dass sich eine Systembandbreite von  $B = 5$  MHz bei einer Mittenfrequenz von 2490 MHz ergibt. Es werden vier Kanäle verwendet; jeder mit  $N = 112$  Unterträgern bei  $M = 128$ , womit sich ein Abstand von  $F = B/4/M \approx 9,77$  kHz ergibt. Das Rahmenformat entspricht weiterhin dem aus Abbildung 6.5.

Abbildung 6.7 zeigt exemplarisch das Spektrum eines empfangenen Signals, wenn alle vier Kanäle belegt werden. Dazu wird der Empfänger mit einer Abtastrate von 10 MHz betrieben und die abgebildete Kurven mit einer separaten GNU Radio basierten Anwendung erstellt [GQR]. Neben einer Signalspitze bei der Mittenfrequenz 2490 MHz, welche den



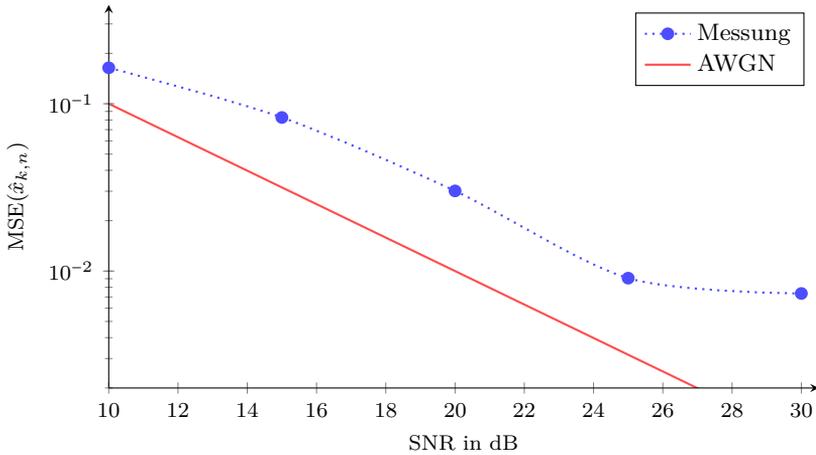
**Abb. 6.8:** Konstellationsdiagramme bei einem (gemessenen) SNR = 20 dB

Oszillatoren zuzuschreiben ist, lassen sich vier Kanäle, mit näherungsweise frequenzflachem Verlauf und steilen Flanken beobachten.

Daneben zeigen sich jeweils Teile der Image-Spektren, die bei der Abtastratumsetzung am Sender nicht ausreichend unterdrückt werden können. Für das vorliegende Anwendungsszenario stellt dies keine Einschränkung dar. Im Allgemeinen sind diese Signalanteile jedoch zu vermeiden. Dazu gibt es verschiedene Möglichkeiten: Neben einer Verbesserung der Interpolation durch Filterung oder deren Anpassung in der Funkhardware können entweder weniger Unterträger belegt oder die Sendesignalverarbeitung insgesamt bei einer höheren Abtastrate betrieben werden. Bei Letztem muss beachtet werden, dass das angestrebte Unterträgerraster mit den Bins der verwendeten DFTs zusammenpasst.

Abbildung 6.8 zeigt verschiedene Konstellationsdiagramme, die sich bei einer Übertragung am Entscheider ergeben. Für die Abbildung werden zwei in Zeitrichtung aufeinander folgende PAM-Symbolschätzungen, die als Komponenten eines OQAM-Symbols interpretiert werden können, zu einem komplexwertigen Symbol  $\hat{x}_{k,2n} + j\hat{x}_{k,2n+1}$  aus dem korrespondierenden QAM-Symbolalphabet kombiniert.

Bei zweiwertigen Symbolen ergeben sich die Symbolschätzungen in Abbildung 6.8a, die sich als Punktwolken um die Symbole eines QPSK-Alphabets identifizieren lassen. Analog dazu ergeben sich bei 4-PAM-



**Abb. 6.9:** Gemessene mittlere quadratische Fehlerenergie am Entscheider im Vergleich mit den theoretischen Werten für AWGN

Symbolen Punktwolken für eine 16-QAM wie in Abbildung 6.8b zu sehen. In beiden Fällen sind die gemessenen Werten rauschartig um die erwarteten verteilt und keine systematischen Fehler erkennbar. Abweichungen vom idealen Abtastzeitpunkt oder der Frequenzlage des Signals am Eingang der Filterbank werden bei der Schätzung des Kanals erfasst und durch die Entzerrung unterdrückt, siehe auch Abschnitt 3.3.

Auf Basis dieser Ergebnisse wird eine Untersuchung des Empfängerhaltens als Gesamtes bei unterschiedlichen Empfangssignalleistungen vorgenommen. Dazu wird die Leistung am Sender so variiert, dass sich am Eingang des Empfängers ein bestimmtes Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) einstellt und dafür die mittlere quadratische Fehlerenergie zwischen den Schätzungen am Entscheider und den gesendeten zweiwertigen Symbolen gemessen. Abbildung 6.9 zeigt die Ergebnisse sowie die theoretischen Werte für einen reinen AWGN-Kanal bei perfekter Synchronisation. Aus den Kurven erkennt man eine durchweg höhere Fehlerenergie bei den gemessenen Daten, die unter anderem auf Fehler bei der Zeitsynchronisation und nichtlineares Verhalten der analogen Verarbeitung zurückzuführen ist. Linear betrachtet konvergieren die Kurven bei steigendem SNR, wobei die gemessenen Werte stets einen höheren Restfehler aufweisen.

Insgesamt kann mit dem vorgestellten System eine robuste Datenübertragung erreicht werden, die sich einfach an unterschiedliche Szenarien anpassen lässt: Parameter wie die Signalbandbreite, die Anzahl und Abstand der Unterträger, wie auch das verwendete Prototypfilter können im Rahmen der Möglichkeiten der Hardwarekomponenten variiert werden. Darüber hinaus lässt sich auch die verwendete Rahmenstruktur an die erwarteten Kanaleigenschaften anpassen, indem u.a. der Abstand der Pilotsymbole, die Länge der Präambel oder die Stufigkeit der Datensymbole modifiziert werden.

Für den Betrieb als Overlayssystem werden die Übertragungsrahmen ohne festen Takt unabhängig voneinander decodiert, so dass mit der Wellenform auch Systeme mit Vielfachzugriff im Zeitmultiplex realisiert werden können. Um allgemein eine weitere Verbesserung der Datenrate und Zuverlässigkeit zu erreichen, kann beispielsweise eine verbesserte Synchronisation, wie in Abschnitt 4.4.3 diskutiert, implementiert werden.

## Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden verschiedene Aspekte der Empfangssignalverarbeitung für Filterbank-Multicarrier-Systeme im Kontext von Mobilfunksystemen und Software Radio diskutiert. Mit der Einführung und Modellierung von Mehrträgerübertragungen mit Pulsformung wurde gezeigt, dass bei FBMC die nachteiligen Eigenschaften anderer Verfahren vermieden werden können, aber die fehlende Redundanz in den Signalen neue Herausforderungen im Bereich der Synchronisation und Entzerrung bringt.

Für die Synchronisation und Kanalschätzung konnten aus anderen Mehrträgerverfahren bekannte Konzepte für Referenzsignale in Form einer Pilotsequenz und über den Rahmen verteilten Pilotsymbolen auf die Randbedingungen der FBMC-Signalstruktur übertragen werden. Besonders die zusätzliche Überlappung der Symbole sowie die auf den Realteil beschränkte Orthogonalität erfordern neue Methoden zum Entwurf der Referenzsignale und ihrer Einbettung in einen Übertragungsrahmen wie auch der Verarbeitung am Empfänger. Mit den vorgestellten Algorithmen kann eine robuste Schätzung der Synchronisationsinformationen und des Kanals durchgeführt werden.

Für den Empfang von FBMC-Signalen unter Mehrwegeausbreitung wurden Verfahren zur linearen Entzerrung mit unterschiedlicher Komplexität analysiert und verglichen. Dabei hat sich gezeigt, dass die Leistungsfähigkeit von Methoden wie der Single-Tap Approximation, Fourierapproximation oder auch FS-FBMC stark vom Szenario und den Systemparametern abhängt: Die Relation von Unterträgerabstand und Kohärenzbandbreite gibt die benötigte Komplexität vor, wobei die Verwendung von MMSE-optimalen Entzerrerkoeffizienten besonders im hohen SNR-Bereich Vor-

teile bringt. Darüber hinaus wurde ein Verfahren zur iterativen MMSE-Entzerrung mit Soft Interference Cancellation vorgestellt und diskutiert, womit je nach Szenario weitere Verbesserungen erzielt werden können.

Mit der vorgestellten Realisierung eines FBMC-Systems auf einer generischen SDR-Plattform konnte gezeigt werden, dass selbst mit handelsüblicher PC-Hardware eine breitbandige Übertragung in Echtzeit möglich ist. Das unterstreicht die Anwendbarkeit der dabei verwendeten Verfahren und darüber hinaus auch die Eignung von FBMC für Spectrum Sharing Szenarien.

Insgesamt lässt sich mit Filterbank-Multicarrier eine effiziente und robuste Übertragung in Mobilfunkszenarien erreichen. Das Verfahren ist besonders für Anwendungen interessant, bei denen die Vorteile einer geringer Außerbandstrahlung, begrenzten Überlappung der Unterträger sowie einer hohen Effizienz im Zeitbereich, den dafür zusätzlichen Aufwand bei der Signalverarbeitung rechtfertigen.

### **Ausblick**

Die steigenden Anforderungen an Mobilfunksysteme bei der Datenrate, Nutzerdichte und Interferenzrobustheit können nur begrenzt durch die Allokation zusätzlicher Frequenzbänder erfüllt werden. Die Ressource Spektrum ist begrenzt und der Einsatz von FBMC ermöglicht eine Verbesserung der Übertragungseffizienz auf unterster Ebene. In welchem Umfang sich diese im Gesamtkontext eines Systems niederschlägt, ist wesentlich durch die hier behandelten Aspekte der Empfangssignalverarbeitung bestimmt.

Die Erforschung und Entwicklung um FBMC hat in den vergangenen Jahren viel Aufmerksamkeit erhalten und so wird das Verfahren für Einsatz in zukünftigen Mobilfunkstandards diskutiert. Die damit einhergehende Verbreitung und auch die Anwendbarkeit auf andere Szenarien haben großen Einfluss auf das Rennen um den Nachfolger von OFDM.

# Abkürzungsverzeichnis

AWGN	Additives weißes Gauß'sches Rauschen
CAZAC	Constant Amplitude Zero Autocorrelation
DFT	Diskrete Fouriertransformation
FA	Fourierapproximation
FBMC	Filterbank-Multicarrier
FFO	Fractional Frequency Offset
FFT	Fast Fourier Transformation
FIR	Finite-Impulse-Response
FS-FBMC	Frequency-Spreading Filterbank-Multicarrier
GRC	GNU Radio Companion
ICI	Inter-Carrier-Interferenz
IC	Interferenzunterdrückung
IDFT	inverse diskrete Fouriertransformation
IFO	Integer Frequency Offset
IOTA	Isotropic Orthogonal Transform Algorithm
ISI	Inter-Symbol-Interferenz
ITU	International Telecommunication Union
LLR	Log Likelihood Ratio
LTE	3GPP Long Term Evolution
MAP	Maximum A-Posteriori
MMSE	Minimum Mean Square Error

## *Abkürzungsverzeichnis*

MSE	Mean Square Error
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OQAM	Offset-Quadratur-Amplituden-Modulation
PC	Personal Computer
PSCH	Primary Synchronization Sequence
QAM	Quadratur-Amplituden-Modulation
RMS	Root Mean Square
SDR	Software Defined Radio
SIC	Soft Interference Cancellation
SIMD	Single Instruction Multiple Data
SIR	Signal-zu-Interferenz-Verhältnis
SNR	Signal-zu-Rausch-Verhältnis
STA	Single-Tap Approximation
STFT	Kurzzeit-Fouriertransformation
TMUX	Transmultiplexer
USRP	Universal Software Radio Peripheral
ZC	Zadoff-Chu
ZF	Zero Forcing

# Literaturverzeichnis

- [BDN14] BERG, V.; DORÉ, J. B.; NOGUET, D.: A flexible FS-FBMC receiver for dynamic access in the TVWS. In: *2014 9th International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM)*, 2014, S. 285–290
- [Bel12a] BELLANGER, M.: FS-FBMC: A flexible robust scheme for efficient multicarrier broadband wireless access. In: *2012 IEEE Globecom Workshops*, 2012, S. 192–196
- [Bel12b] BELLANGER, M.: FS-FBMC: An alternative scheme for filter bank based multicarrier transmission. In: *2012 5th International Symposium on Communications, Control and Signal Processing*, 2012
- [BF93] BOSSERT, M.; FLIEGE, N.: *Multiraten-Signalverarbeitung: Theorie und Anwendungen*. Vieweg+Teubner Verlag, 1993 (Informationstechnik)
- [BHW94] BENEDETTO, J. J.; HEIL, C.; WALNUT, D. F.: Differentiation and the Balian-Low Theorem. In: *Journal of Fourier Analysis and Applications* 1 (1994), Nr. 4, S. 355–402
- [BJBS07] BERTHOLD, U.; JONDRAL, F. K.; BRANDES, S.; SCHNELL, M.: OFDM-Based Overlay Systems: A Promising Approach for Enhancing Spectral Efficiency [Topics in Radio Communications]. In: *IEEE Communications Magazine* 45 (2007), December, Nr. 12, S. 52–58
- [BMN10] BALTAR, L. G.; MEZGHANI, A.; NOSSEK, J. A.: MLSE and MMSE subchannel equalization for filter bank based multicarrier systems: Coded and uncoded results. In: *2010 18th European Signal Processing Conference*, 2010, S. 2186–2190
- [Bos13] BOSSERT, M.: *Kanalcodierung*. 2. Auflage. Oldenbourg, 2013

- [BSM05] BRONSTEIN, I.N.; SEMEDJAJEW, K.A.; MUSIOL, G.: *Taschenbuch der Mathematik*. 6. Auflage. Harri Deutsch, 2005
- [Cha66] CHANG, R. W.: Synthesis of bandlimited orthogonal signals for multichannel data transmission. In: *The Bell System Technical Journal* 45 (1966), Dec, Nr. 10, S. 1775–1796
- [Chu72] CHU, D.: Polyphase codes with good periodic correlation properties (Corresp.). In: *IEEE Transactions on Information Theory* 18 (1972), Jul, Nr. 4, S. 531–532
- [CKCH16] CHUNG, W.; KIM, C.; CHOI, S.; HONG, D.: Synchronization Sequence Design for FBMC/OQAM Systems. In: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 15 (2016), Oct, Nr. 10, S. 7199–7211
- [DKJ15] DEMEL, Johannes; KOSLOWSKI, Sebastian; JONDRAL, Friedrich K.: A LTE Receiver Framework Using GNU Radio. In: *Journal of Signal Processing Systems* 78 (2015), Nr. 3, S. 313–320
- [Erg09] ERGEN, M.: *Mobile Broadband: Including WiMAX and LTE*. Springer US, 2009 (Information Technology: Transmission, Processing and Storage). – ISBN 9780387681924
- [Ett] *Ettus Research*. <http://www.ettus.com/>, Abruf: Mai 2017
- [FAB95] FLOCH, B. L.; ALARD, M.; BERROU, C.: Coded orthogonal frequency division multiplex [TV broadcasting]. In: *Proceedings of the IEEE* 83 (1995), Juni, Nr. 6, S. 982–996
- [FB11] FARHANG-BOROJENY, B.: OFDM Versus Filter Bank Multi-carrier. In: *IEEE Signal Processing Magazine* 28 (2011), Mai, Nr. 3, S. 92–112
- [FFT] *Fastest Fourier Transform in the West (FFTW)*. <http://www.fftw.org/>, Abruf: Mai 2017
- [FGN] *5GNOW Project*. <http://www.5gnow.eu/>, Abruf: Mai 2017

- [FKB09] FETTWEIS, G.; KRONDORF, M.; BITTNER, S.: GFDM - Generalized Frequency Division Multiplexing. In: *VTC Spring 2009 - IEEE 69th Vehicular Technology Conference*, 2009, S. 1–4
- [FPT08] FUSCO, T.; PETRELLA, A.; TANDA, M.: Sensitivity of multi-user filter-bank multicarrier systems to synchronization errors. In: *2008 3rd International Symposium on Communications, Control and Signal Processing*, 2008, S. 393–398
- [FPT09] FUSCO, T.; PETRELLA, A.; TANDA, M.: Data-aided symbol timing and CFO synchronization for filter bank multicarrier systems. In: *IEEE Transactions on Wireless Communications* 8 (2009), May, Nr. 5, S. 2705–2715
- [GKM12] GABER, Abdo N.; KHALAF, Loay D.; MUSTAFA, Ahmad M.: Synchronization and Cell Search Algorithms in 3GPP Long Term Evolution Systems (FDD Mode). In: *WSEAS Transactions on Communications* 11 (2012), Februar, Nr. 2, S. 70–81
- [GQR] *GQRX SDR*. <http://gqrx.dk/>, Abruf: Mai 2017
- [GR] *GNU Radio*. <http://www.gnuradio.org/>, Abruf: Mai 2017
- [GZAM10] GHOSH, A.; ZHANG, J.; ANDREWS, J.G.; MUHAMED, R.: *Fundamentals of LTE*. Prentice Hall, 2010 (Prentice Hall communications engineering and emerging technologies series)
- [har04] harris, f.j.: *Multirate Signal Processing for Communication Systems*. Prentice Hall PTR, 2004
- [Hig02] HIGHAM, N.J.: *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms: Second Edition*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002
- [HMCK05] HANZO, L.; MÜNSTER, M.; CHOI, B.; KELLER, T.: *OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-User Communications, WLANs and Broadcasting*. Wiley, 2005 (Wiley - IEEE)

- [IL09] IKHLEF, A.; LOUVEAUX, J.: An enhanced MMSE per sub-channel equalizer for highly frequency selective channels for FBMC/OQAM systems. In: *2009 IEEE 10th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2009, S. 186–190
- [ISRR06] IHALAINEN, T.; STITZ, T.; RINNE, M.; RENFORS, M.: Channel Equalization in Filter Bank Based Multicarrier Modulation for Wireless Communications. In: *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2007 (2006), Nov
- [JLR03] JAVAUDIN, J. P.; LACROIX, D.; ROUXEL, A.: Pilot-aided channel estimation for OFDM/OQAM. In: *The 57th IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003-Spring*. Bd. 3, 2003, S. 1581–1585 vol.3
- [Jon06] JONDRAL, F.K.: *Nachrichtensysteme*. 2. Auflage. J. Schlembach Fachverlag, 2006
- [JW02] JONDRAL, F.K.; WIESLER, A.: *Wahrscheinlichkeitsrechnung und stochastische Prozesse: Grundlagen für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 2. Auflage. Vieweg + Teubner, 2002
- [Kam04a] KAMMEYER, K.-D.: *Nachrichtenübertragung*. 3. Auflage. Teubner, 2004
- [Kam04b] KAMMEYER, K.D.: *Nachrichtenübertragung*. 3. Auflage. Teubner, 2004
- [Kay93] KAY, S.M.: *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice-Hall, 1993 (Fundamentals of Statistical Signal Processing)
- [KJ05] KIENCKE, U.; JÄKEL, H.: *Signale und Systeme*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2005
- [KK06] KAMMEYER, K.-D.; KROSCHER, K.: *Digitale Signalverarbeitung*. 6. Auflage. Teubner, 2006
- [Kro03] KROSCHER, K.: *Statistische Informationstechnik: Signal- und Mustererkennung, Parameter- und Signalschätzung*. Springer, 2003 (Engineering Online Library)

- [KSW08] KIENCKE, U.; SCHWARZ, M.; WEICKERT, T.: *Signalverarbeitung: Zeit-Frequenz-Analyse und Schätzverfahren*. De Gruyter, 2008
- [KWS<sup>+</sup>15] KAUSHIK, A.; WUNSCH, F.; SAGAINOV, A.; CUERVO, N.; DEMEL, J.; KOSLOWSKI, S.; JÄKEL, H.; JONDRA, F.: Spectrum sharing for 5G wireless systems (Spectrum Sharing Challenge). In: *2015 IEEE International Symposium on Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN)*, 2015
- [LLS09] LELE, C.; LEGOUABLE, R.; SIOHAN, P.: Iterative scattered pilot channel estimation in OFDM/OQAM. In: *2009 IEEE 10th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2009, S. 176–180
- [Lyo07] LYONS, R.G.: *Streamlining Digital Signal Processing: A Tricks of the Trade Guidebook*. Wiley, 2007
- [LZ16] LUO, F.L.; ZHANG, C.: *Signal Processing for 5G: Algorithms and Implementations*. Wiley, 2016 (Wiley - IEEE)
- [Mar98] MARTIN, K. W.: Small side-lobe filter design for multitone data-communication applications. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing* 45 (1998), August, Nr. 8, S. 1155–1161
- [Mit92] MITOLA, III J.: Software Radios - Survey, Critical Evaluation and Future Directions. In: *National Telesystems Conference*, 1992, S. 13/15–13/23
- [MM] MIRABBASI, S.; MARTIN, K.: Design of prototype filter for near perfect-reconstruction overlapped complex-modulated transmultiplexers. In: *Proc. IEEE Int. Symp. on Circuits and Systems (ISCAS)*, S. 821–824
- [MPYN09] MA, S.; PAN, X.; YANG, G. H.; NG, T. S.: Blind Symbol Synchronization Based on Cyclic Prefix for OFDM Systems. In: *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 58 (2009), May, Nr. 4, S. 1746–1751
- [MSG<sup>+</sup>07] MATZ, G.; SCHAFHUBER, D.; GROCHENIG, K.; HARTMANN, M.; HLAWATSCH, F.: Analysis, Optimization, and Implementation of Low-Interference Wireless Multicarrier Systems. In:

- IEEE Transactions on Wireless Communications* 6 (2007),  
May, Nr. 5, S. 1921–1931
- [MTS] *METIS 2020 Project*. <https://www.metis2020.com/>,  
Abruf: Mai 2017
- [MW02] MERZIGER, Gerhard; WIRTH, Thomas: *Repetitorium der  
höheren Mathematik*. 4. Auflage. Biomi Verlag, 2002
- [Nag11] NAGEL, S.: *Portable Waveform Development for Software  
Defined Radios*. 2011. – Forschungsberichte aus dem Institut  
für Nachrichtentechnik der Universität Karlsruhe (TH) ; Band  
26
- [PB87] PARKS, T. W.; BURRUS, C.S.: *Digital Filter Design*. Wi-  
ley, 1987 (Topics in digital signal processing). – ISBN  
9780471828969
- [PHY] *PHYDYAS Project*. <http://www.ict-phydyas.org/>,  
Abruf: Mai 2017
- [PM92] PROAKIS, J.G.; MANOLAKIS, D.G.: *Digital Signal Processing*.  
Pearson Prentice Hall, 1992
- [Pop92] POPOVIC, B. M.: Generalized chirp-like polyphase sequences  
with optimum correlation properties. In: *IEEE Transactions  
on Information Theory* 38 (1992), Jul, Nr. 4, S. 1406–1409
- [Pro01] PROAKIS, J.G.: *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2001  
(Electrical engineering series)
- [RBVP16] RAJENDRAN, S.; BERGH, B. V.; VERMEULEN, T.; POLLIN, S.:  
IEEE 5G Spectrum Sharing Challenge: A Practical Evalua-  
tion of Learning and Feedback. In: *IEEE Communications  
Magazine* 54 (2016), November, Nr. 11, S. 210–216
- [RMO13] RONDEAU, T.; MCCARTHY, N.; O'SHEA, T.: SIMD Pro-  
gramming in GNU Radio: Maintainable and User-Friendly  
Algorithm Optimization with VOLK. In: *Wireless Innovation  
Forum Conference on Wireless Communication Technologies  
and Software Defined Radio*, 2013

- [Ron] RONDEAU, Tom: *Explaining the GNU Radio Scheduler*. <http://www.trondeau.com/blog/2013/9/15/explaining-the-gnu-radio-scheduler.html>, Abruf: Mai 2017
- [RVH95] ROBERTSON, P.; VILLEBRUN, E.; HÖHER, P.: A Comparison of Optimal and Sub-Optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the Log Domain. In: *IEEE International Conference on Communications*, 1995, S. 1009–1013
- [SBT11] SESIA, S.; BAKER, M.; TOUFIK, I.: *LTE - The UMTS Long Term Evolution: From Theory to Practice*. John Wiley & Sons, 2011
- [SC97] SCHMIDL, T. M.; COX, D. C.: Robust frequency and timing synchronization for OFDM. In: *IEEE Transactions on Communications* 45 (1997), Dec, Nr. 12, S. 1613–1621
- [Sch74] SCHALLER, W.: Verwendung der schnellen Fouriertransformation in digitalen Filtern. In: *Nachrichtentechnische Zeitschrift* 27 (1974), Nr. 11, S. 425–431
- [SGA14] SAHIN, A.; GUVENC, I.; ARSLAN, H.: A Survey on Multicarrier Communications: Prototype Filters, Lattice Structures, and Implementation Aspects. In: *IEEE Communications Surveys Tutorials* 16 (2014), März, Nr. 3, S. 1312–1338
- [Skl01] SKLAR, B.: *Digital communications: fundamentals and applications*. Prentice-Hall PTR, 2001 (Prentice Hall Communications Engineering and Emerging Technologies Series)
- [SR04] SIOHAN, P.; ROCHE, C.: Derivation of extended Gaussian functions based on the Zak transform. In: *IEEE Signal Processing Letters* 11 (2004), März, Nr. 3, S. 401–403. – ISSN 1070–9908
- [TKS02] TÜCHLER, M.; KOETTER, R.; SINGER, A.C.: Turbo Equalization: Principles and New Results. In: *IEEE Transactions on Communications* 50 (2002), Mai, Nr. 5, S. 754–767
- [TS11] TÜCHLER, M.; SINGER, A.: Turbo Equalization: An Overview. In: *IEEE Transactions on Information Theory* 57 (2011), Februar, Nr. 2, S. 920–952

- [TSK02a] TUCHLER, M.; SINGER, A. C.; KOETTER, R.: Minimum mean squared error equalization using a priori information. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 50 (2002), Mar, Nr. 3, S. 673–683
- [TSK02b] TÜCHLER, M.; SINGER, A.C.; KOETTER, R.: Minimum Mean Squared Error Equalization Using A Priori Information. In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 50 (2002), Nr. 3, S. 673–683
- [USR] *USR P B210 Specification Sheet*. [https://www.ettus.com/content/files/b200-b210\\_spec\\_sheet.pdf](https://www.ettus.com/content/files/b200-b210_spec_sheet.pdf), Abruf: Mai 2017
- [VOL] *Vector-Optimized Library of Kernels (VOLK)*. <http://libvolk.org/>, Abruf: Mai 2017
- [WBN08] WALDHAUSER, D. S.; BALTAR, L. G.; NOSSEK, J. A.: MMSE subcarrier equalization for filter bank based multicarrier systems. In: *2008 IEEE 9th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, 2008, S. 525–529
- [WKM<sup>+</sup>17] WUNSCH, F.; KOSLOWSKI, S.; MÜLLER, S.; CUERVO, N.; JONDRAL, F.: Spectrum Sharing Challenge. In: *2017 IEEE International Symposium on Dynamic Spectrum Access Networks (DySPAN)*, 2017
- [WPR<sup>+</sup>17] WUNSCH, F.; PAISANA, F.; RAJENDRAN, S.; SELIM, A.; ALVAREZ, P.; MÜLLER, S.; KOSLOWSKI, S.; BERGH, B. V.; POLLIN, S.: DySPAN Spectrum Challenge: Situational Awareness and Opportunistic Spectrum Access Benchmarked. In: *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking* 3 (2017), Sept, Nr. 3, S. 550–562
- [ZVS14] ZHAO, Z.; VUCIC, N.; SCHELLMANN, M.: A simplified scattered pilot for FBMC/OQAM in highly frequency selective channels. In: *2014 11th International Symposium on Wireless Communications Systems (ISWCS)*, 2014, S. 819–823

# Studentische Arbeiten

- Patrick Kutter *Modellierung einer universellen Frequency-Hopping-Wellenform*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2012
- Benjamin Nuß *Entwurf eines Senders und Empfängers für Parallel Sequence Spread Spectrum (PSSS)*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2012
- Johannes Demel *Empfang von LTE-Signalen in GNU Radio*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2012
- David Uhlig *Methoden zur Behandlung von Mehrwegeausbreitung bei FBMC-Systemen*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2012
- Sören Mayer *MIMO-Verfahren für Filterbank-basierte Mehrträgerübertragung*, Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2013
- Benjamin Hoffmann *Empfang und Decodierung von DECT-Signalen in GNU Radio*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014
- Kristian Maier *Synchronisation eines LTE-Empfängers mit mehreren Empfangsantennen*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014
- Stephanie Jung *Erweiterung eines Open Source Empfängers für LTE Downlink-Signale*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014
- Stefan Daniel Lentz *Turbo-Entzerrung für FBMC-Verfahren*, Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2014
- Laura Janina Kuper *Synchronisations-Algorithmen für Filterbank-Multicarrier-Signale*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015

- Johannes Demel *Polar Codes for Software Radio*, Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2015
- Florian Queck *Filterbank-basierte Signaldetektion und -extraktion in GNU Radio*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- Andrej Rode *Generalized Frequency Division Multiplexing in GNU Radio*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- Tobias Kaun *Einfluss von Nichtlinearitäten auf eine FBMC-Übertragung*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- Douglas Weber *Kumulantenbasierte Modulationsartenerkennung in GNU Radio*, Bachelorarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2016
- Sebastian Müller *Performante Synchronisation und Kanalschätzung für SDR-basierte Filterbank Multicarrier Systeme*, Masterarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, 2017

# Lebenslauf

Sebastian Koslowski

geboren am 11. November 1984 in Herrenberg

2004	Abitur <i>Enztal-Gymnasium, Bad Wildbad</i>
2004 – 2011	Studium Elektrotechnik und Informationstechnik Abschluss: Diplom-Ingenieur <i>Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe</i>
2011 – 2017	Wissenschaftlicher Mitarbeiter <i>Institut für Nachrichtentechnik, Karlsruher Institut für Technologie, Karlsruhe</i>



# Index

- A-priori Information, 110
- Ambiguity-Funktion, 16, 32
  
- Entzerrung, 5, 38, 87
  - iterativ, 110
  - linear, 88
  - MMSE-, 97, 109
  - Turbo-, 120
  
- FBMC, 2, 144
  - Empfänger, 10, 24, 148
  - Sender, 7, 20, 144, 148
- Filterbank
  - Analyse-, 25, 33, 135
  - Synthese-, 24, 139
- Fourierapproximation, 17, 90
- Frequency-Spreading, 125, 150
- Frequenzabweichung, 37, 70, 150
  
- Gitterdichte, 11, 12, 14
  
- Interferenz, 31, 38
  - Kompensation, 111
  - intrinsisch, 32, 35
  
- Kanalmodell, 8, 9, 81, 103
- Kanalschätzung, 85, 150
- Kurzzeit-Fouriertransformation, 137
  
- Mehrträgerübertragung, 5
- Mehrwegeausbreitung, 9, 87
  
- OFDM, 1, 6
- Orthogonalität, 13, 46
- Orthogonalitätsbedingung, 14, 33
  
- Phasencodierung, 22, 33, 99
- Pilotsequenz, 43, 145
  - Datenabhängigkeit, 54, 65
  - Entwurf, 45
  - zyklisch, 74
- Polyphasenfilterbank, 22, 25, 133
- Prototypfilter, 11, 15, 55, 95, 109
  
- Referenzsignale, 42, 145
  
- Software Radio, 131, 139
- Symboltaktsschätzung, 64, 78, 150
- Synchronisation, 41, 148
- Synchronisationsfehler, 37, 78, 81
- Systemimpulsantwort, 31, 99
  
- Verteilte Piloten, 57, 147
  
- Zadoff-Chu-Sequenz, 60
- Zeitdauer-Bandbreite, 13, 18

