



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse III Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *29/11/2013* par :

RENAUD MORIN

Amélioration de la résolution en imagerie ultrasonore

JURY

Olivier BASSET	Professeur, INSA Lyon	Rapporteur
Christian JUTTEN	Professeur, Université Joseph Fourier	Rapporteur
Olivier ADAM	Professeur, Université Paris Sud	Examineur
Adrian BASARAB	Maître de Conférences, Université Paul Sabatier	Examineur
Jean-Marc GIRAULT	Maître de Conférences, Université François Rabelais	Examineur
Jean-Yves TOURNERET	Professeur, INP-ENSEEIH	Examineur
Denis KOUAMÉ	Professeur, Université Paul Sabatier	Directeur de Thèse
Stéphanie BIDON	Enseignant-Chercheur, ISAE	Co-Directrice de Thèse

École doctorale et spécialité :

MITT : Image, Information, Hypermedia

Unités de Recherche :

Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (UMR CNRS 5505)

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (DEOS/SCAN)

Directeurs de Thèse :

Denis KOUAMÉ

Stéphanie BIDON

Rapporteurs :

Olivier BASSET

Christian JUTTEN

Remerciements

J'adresse mes premiers remerciements à Denis Kouamé et Stéphanie Bidon, directeur et co-directrice de cette thèse, pour m'avoir permis de découvrir le métier de chercheur dans des conditions extrêmement enrichissantes. C'est avant tout grâce à leurs conseils abondants et avisés, leur grande disponibilité, mais aussi et surtout grâce à leurs compétences respectives que ce travail de thèse s'est avéré aussi intéressant. Je tiens à leur exprimer ma plus profonde gratitude pour leur aide aussi variée que généreuse.

Je souhaite remercier chaleureusement l'ensemble des membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Je tiens à exprimer ma reconnaissance la plus sincère à Olivier Basset et Christian Jutten pour avoir accepté de rapporter cette thèse, ainsi qu'à Olivier Adam, Adrian Basarab, Jean-Marc Girault et Jean-Yves Tourneret pour l'avoir examinée.

Outre la collaboration entre l'IRIT et l'ISAE (l'ENSICA, plus précisément), cette thèse a été rendue possible grâce au soutien de la Région Midi-Pyrénées.

D'octobre 2010 à octobre 2013, mes journées ont été principalement rythmées par la vie du laboratoire et tous les événements associés. Aussi, à ce titre, je remercie l'ensemble des personnes, enseignants-chercheurs et techniciens, secrétaires et bibliothécaires, doctorants et autres « étudiants », qui ont œuvré à cette atmosphère chaleureuse.

De manière moins collective, je remercie une nouvelle fois Adrian pour tout ces moments de boulot qui furent un vrai plaisir, mais aussi pour tous les à-cotés très sympathiques. Je remercie également Basarab pour le temps que l'on a passé ensemble à Paris et pour ce début de collaboration qui ne manquera pas de se concrétiser.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance ainsi que mon affection pour les personnes avec qui j'ai partagé les bureaux 201 et 211 : le premier d'entre eux, Rémi, batteur jusqu'au bureau, mais aussi Marie, Florian et Teodora. Je vous souhaite à tous une très belle et très bonne route. Je remercie Lionel, croisé à l'intersection des Dead Kennedys et de la variation totale, pour tous ces moments agréables qui ont balisé ces dernières années. Je remercie également François pour son aide précieuse en matière d'optimisation qui m'aura permis *in fine* de compter CUDA parmi mes amis. J'adresse

par ailleurs un grand merci à toute l'équipe TCI et plus particulièrement à toutes les personnes que j'ai pu croiser au détour d'une réunion, d'un café, ou d'une formation en langue des signes : Rémi, Arturo, Zacharie, Alain, Christophe, Monia, Juliette et Patrice. Enfin, merci à Anne-Marie pour sa disponibilité et son aide de qualité lors de mes dérives bibliographiques.

Je n'oublie pas les thésards de l'ENSEEIH : je remercie notamment Yoann, Abderrahim et Cécile pour l'ambiance chaleureuse entre deux TPs de Traitement du Signal. Je souhaite également adresser mes remerciements à Nicolas pour son aide « administrative » liée aux enseignements. Pour avoir éclairé une sombre journée de 2010 sur l'île de La Réunion, j'aimerais exprimer ma très grande gratitude à Corinne qui m'a aiguillé sur les rails de cette thèse. Un dernier merci à Cathy pour sa naturelle sympathie et pour sa disponibilité sans faille.

Je termine la tournée des laboratoires en remerciant Denis et Sébastien pour ces moments partagés lors de mes journées à l'ENSICA.

Il me serait bien difficile de remercier, de manière individuelle, l'ensemble des personnes qui ont contribué de manière plus ou moins indirecte à l'aboutissement de cette thèse. Je tiens cependant à remercier tout particulièrement – et dans le désordre – ces amis qui ont su m'écouter, me divertir ou m'accompagner dans ces moments opportuns, dans des instants de joie ou de douleur. D'immenses et antépénultièmes mercis, donc, à Robin, Olivier R., Olivier B., Élodie, Xiaofan, Charlene, Yohann et Clément. Les autres se reconnaîtront d'eux-mêmes, je l'espère, en voulant bien m'excuser de ne les avoir point cités.

Je remercie enfin ma famille pour son soutien et ses encouragements, avant, pendant, et après cette thèse. Ce fut un petit plaisir personnel de la voir réunie au grand complet (ou presque) ce jour de novembre 2013. Je ne peux naturellement pas réfréner cette ultime pensée pour celle dont le chemin s'est arrêté, en cours de route, au cœur de l'été.

Mais mes derniers remerciements, *last but not least*, je les adresse bien évidemment à celle qui a partagé avec moi toutes ces années et toutes ces épreuves, celle qui a su m'encourager et me soutenir en toute occasion. Je ne saurai jamais lui exprimer pleinement ma gratitude. *Merci.*

Renaud

Résumé

L'imagerie ultrasonore est une modalité d'imagerie médicale couramment utilisée pour l'établissement de diagnostics de thérapie ou de suivi divers (croissance du fœtus, détection de certains cancers, assistance à la réalisation d'actes thérapeutiques). Si cette modalité dispose de nombreux avantages comme son innocuité, sa facilité d'utilisation et son faible coût, elle souffre cependant d'une résolution spatiale limitée quand on la compare à d'autres modalités comme l'imagerie par résonance magnétique.

L'amélioration de la résolution des images ultrasonores est un défi de taille et de très nombreux travaux ont depuis longtemps exploré des approches instrumentales portant sur l'optimisation du dispositif d'acquisition. L'imagerie échographique haute résolution permet ainsi d'atteindre cet objectif à l'aide de sondes particulières mais se trouve aujourd'hui confrontée à des limitations d'ordre physique et technologique.

L'objet de cette thèse est d'adopter une stratégie de post-traitement afin de contourner ces contraintes inhérentes aux approches instrumentales. Dans ce contexte, nous présentons deux approches pour l'amélioration de la résolution des images ultrasonores, selon que les données disponibles prennent la forme d'une séquence d'images ou d'une image unique. Dans le premier cas, l'adaptation d'une technique d'estimation du mouvement originellement proposée pour l'élastographie nous permet d'établir un cadre de reconstruction haute résolution efficace dédié à la modalité qui nous intéresse. Cette approche est évaluée à l'aide d'une simulation réaliste d'images ultrasonores avant d'être appliquée à des données *in vivo*. Nous proposons ensuite, dans le cadre du traitement d'une seule image, deux méthodes de déconvolution rapide pour l'amélioration de la résolution. Ces approches prennent en compte, suivant leur disponibilité, certaines informations *a priori* sur les conditions d'acquisition comme la réponse impulsionnelle spatiale du système. Les résultats sont caractérisés dans un premier temps à l'aide de données synthétiques et sont ensuite validés sur des images *in vivo*.

Mots-clés – Imagerie ultrasonore, traitement du signal et de l'image, amélioration de la résolution, problèmes inverses, déconvolution, optimisation, recalage d'images.

Abstract

Ultrasound imaging is a medical imaging modality commonly involved in various therapeutic and monitoring diagnoses such as fetal growth, cancer detection or image-guided intervention. Despite its harmless, easy-to-use and cost-effective features, ultrasound imaging has some intrinsic limitations regarding its spatial resolution, especially compared to other modalities such as magnetic resonance imaging.

Improving the spatial resolution of ultrasound images is an up-to-date challenge and many works have long studied instrumentation approaches dealing with the optimisation of the acquisition device. High resolution ultrasound imaging achieves this goal through the use of specific probes but is now facing physical and technological limitations.

The goal of this thesis is to make use of post-processing techniques in order to circumvent the inherent constraints of instrumental approaches. In this framework, we present two approaches for the resolution enhancement of ultrasound images, depending on whether the available data is composed of an image sequence or a single image. In the former case, we show that the adaptation of a motion estimation technique originally proposed for elastography makes it possible to design an effective high-resolution reconstruction framework dedicated to ultrasound imaging. This approach is first assessed using a realistic simulation of ultrasound images and then used for the processing of *in vivo* data. In the latter case, dealing with the restoration of a single image, we develop two fast deconvolution methods for the resolution enhancement task. These approaches take into account, according to their availability, specific *a priori* information about the image acquisition process such as the system spatial impulse response. Results are performed with synthetic data and extended to *in vivo* ultrasound images.

Keywords – Ultrasound imaging, signal and image processing, resolution enhancement, inverse problems, deconvolution, optimization, image registration.

Acronymes et notations

Acronymes

ABF	formateur de faisceau adaptatif (<i>adaptive beamforming</i>)
ADMM	méthode des directions alternées (<i>alternating direction method of multipliers</i>)
AL	Lagrangien augmenté (<i>augmented lagrangian</i>)
ARMA	autorégressif à moyenne ajustée (<i>autoregressive moving average</i>)
CFT	transformée de Fourier continue (<i>continuous Fourier transform</i>)
CNR	rapport contraste à bruit (<i>contrast-to-noise ratio</i>)
CNTP	conditions normales de température et de pression
CS	acquisition compressée (<i>compressed sensing</i>)
CT	tomographie calculée par ordinateur (<i>computed tomography</i>)
DSP	densité spectrale de puissance
DCT	transformée en cosinus (<i>discrete cosine transform</i>)
DFT	transformée de Fourier discrète (<i>discrete Fourier transform</i>)
EM	espérance et maximisation (<i>expectation-maximization</i>)
FFT	transformée de Fourier rapide (<i>fast Fourier transform</i>)
FT	transformée de Fourier (<i>Fourier transform</i>)
FWHM	largeur à mi-hauteur (<i>full width at half maximum</i>)
GPU	processeur graphique (<i>graphics processing unit</i>)
HR	haute résolution
IFFT	transformée de Fourier inverse rapide (<i>inverse fast Fourier transform</i>)
IQ	en phase / quadrature (<i>in phase / quadrature</i>)
IRM	imagerie par résonance magnétique
ISNR	amélioration du rapport signal à bruit (<i>improvement in peak signal-to-noise ratio</i>)
ISTA	algorithme de seuillage itératif (<i>iterative shrinkage-thresholding algorithm</i>)
LR	basse résolution (<i>low resolution</i>)
LS	moindres carrés (<i>least squares</i>)
MAP	maximum <i>a posteriori</i>
ML	maximum de vraisemblance (<i>maximum likelihood</i>)

MMSE	minimum de l'erreur quadratique moyenne (<i>minimum mean squared error</i>)
MRF	champ aléatoire de Markov (<i>Markov random field</i>)
MSE	erreur quadratique moyenne (<i>mean squared error</i>)
PDF	densité de probabilité (<i>probability density function</i>)
POCS	projection sur des ensembles convexes (<i>projection onto convex sets</i>)
PSF	fonction d'étalement du point ou réponse impulsionnelle (<i>point spread function</i>)
PSNR	<i>peak signal-to-noise ratio</i>
RF	radio-fréquence
RG	gain en résolution (<i>resolution gain</i>)
RLS	moindres carrés récursifs (<i>recursive least squares</i>)
ROI	région d'intérêt (<i>region of interest</i>)
SNR	rapport signal à bruit (<i>signal-to-noise ratio</i>)
SR	super-résolution
SRR	reconstruction par super-résolution (<i>super-resolution reconstruction</i>)
SSIM	indice de similarité de structure (<i>structural similarity index</i>)
SVD	décomposition en valeurs singulières (<i>singular value decomposition</i>)
TDM	tomodensitométrie
TGC	compensation de gain en fonction du temps (<i>time gain compensation</i>)
TRF	fonction de réflectivité des tissus (<i>tissue reflectivity function</i>)
TV	variation totale (<i>total variation</i>)
US	ultrason ou ultrasonore
WLS	moindres carrés pondérés (<i>weighted least squares</i>)

Notations classiques

\propto	proportionnel à
\sim	distribué selon
\ll	largement inférieur à
\gg	largement supérieur à
$\delta(\cdot)$	distribution de Dirac
$*$	produit de convolution
\odot	produit (matriciel) de Hadamard
\otimes	produit (matriciel) de Kronecker
$E(\cdot)$	espérance mathématique
$\mathcal{F}\{\cdot\}$	transformée de Fourier
$\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$	transformée de Fourier inverse

$\text{Re}(\cdot)$	partie réelle d'un nombre complexe
$\text{Im}(\cdot)$	partie imaginaire d'un nombre complexe
\mathbb{R}	ensemble des réels
\mathbb{R}^+	ensemble des réels positifs
\mathbb{R}_*^+	ensemble des réels strictement positifs
$\bar{\mathbb{R}}$	droite réelle étendue $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$
\mathbb{C}	ensemble des complexes

Notations matricielles

x	valeur scalaire
\mathbf{x}	vecteur (colonne)
\cdot^T	opérateur transposition
\cdot^*	opérateur conjugaison
\cdot^H	opérateur transposition et conjugaison
\mathbf{X}	matrice
$\mathbf{1}_d$	vecteur composé de uns de taille $d \times 1$
$\mathbf{0}_d$	vecteur nul de taille $d \times 1$
\mathbf{I}_d	matrice identité de taille $d \times d$
\mathbf{O}_d	matrice nulle de taille $d \times d$
$\ \cdot\ _p$	norme ℓ_p
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	produit scalaire usuel associé à la norme euclidienne ℓ_2

Autres notations

c	célérité
f	fréquence
ω	pulsation
λ	longueur d'onde
s_r	facteur de super-résolution
\mathbf{x}	données originales
\mathbf{y}	observations
\mathbf{n}	bruit additif
\mathbf{H}	opérateur de convolution
\mathbf{h}	noyau de l'opérateur de convolution
\mathbf{S}	opérateur de sous-échantillonnage
\mathbf{M}	opérateur de mouvement

Table des matières

Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vii
Acronymes et notations	ix
Introduction	1
1 Contexte, principe et enjeux de l'imagerie ultrasonore	5
1.1 Contexte de l'imagerie ultrasonore et comparaisons	6
1.1.1 Imagerie ultrasonore	6
1.1.2 Radiographie	8
1.1.3 Tomodensitométrie	9
1.1.4 Imagerie par résonance magnétique	10
1.1.5 Bilan	11
1.2 Ultrasons : signaux et images associées	12
1.2.1 Définition des ultrasons	13
1.2.2 Propagation des ultrasons	14
1.2.2.1 Célérité et impédance acoustique	14
1.2.2.2 Énergie et intensité	15
1.2.2.3 Géométrie de l'onde et équations de propagation	17
1.2.2.4 Réflexion, transmission et diffusion	19
1.2.2.5 Speckle	24
1.2.2.6 Atténuation	24
1.2.3 Transducteur ultrasonore	26
1.2.3.1 Piézoélectricité	27
1.2.3.2 Balayage	28
1.2.3.3 Focalisation et formation de faisceau	29

1.2.4	Limitations	30
1.2.4.1	Profondeur de pénétration	30
1.2.4.2	Fréquence de balayage	31
1.2.4.3	Résolutions axiale et latérale	31
1.2.4.4	Autres limitations	33
1.2.5	Modes d'imagerie	34
1.2.6	Applications des ultrasons	37
1.2.6.1	Imagerie médicale	37
1.2.6.2	Autres applications	38
1.3	Principaux enjeux actuels en imagerie ultrasonore	39
2	État de l'art des techniques pour l'amélioration de la résolution en imagerie numérique	41
2.1	Introduction à l'amélioration de la résolution et motivations	42
2.2	Techniques de pré-traitement	43
2.2.1	Imagerie composée	44
2.2.2	Imagerie harmonique	46
2.2.3	Excitation codée et compression d'impulsion	48
2.2.4	Autres approches	50
2.2.5	Conclusion sur les techniques de pré-traitement	51
2.3	Techniques de post-traitement	52
2.3.1	Préliminaires	52
2.3.2	Critères de performance classiques en restauration d'images	53
2.3.2.1	Critères nécessitant la connaissance de l'image théorique à restaurer	53
2.3.2.2	Critères ne nécessitant pas d'information sur l'image à restaurer	55
2.3.3	Approches basées sur une séquence d'image	59
2.3.3.1	Modèle de formation des images	59
2.3.3.2	Approche fréquentielle	61
2.3.3.3	Restauration par interpolation non-uniforme	64
2.3.3.4	Approches statistiques	67
2.3.3.5	Approches déterministes	71
2.3.3.6	Conclusion sur les approches basées sur une séquence d'images	72
2.3.4	Approches basées sur une seule image	72
2.3.4.1	Modèle de formation de l'image	73
2.3.4.2	Approches déterministes basiques	74
2.3.4.3	Approches par apprentissage	80
2.3.4.4	Analyse spectrale haute résolution	82

2.3.4.5	Déconvolution	84
2.3.4.6	Conclusion sur les approches basées sur une seule image	89
2.4	Orientations choisies	90
3	Reconstruction d'images ultrasonores par super-résolution	91
3.1	Introduction	91
3.1.1	Préliminaires	92
3.1.2	Modèle d'observation	92
3.2	Estimation du mouvement en imagerie ultrasonore	93
3.2.1	Contexte	93
3.2.2	Méthode de mise en correspondance de blocs déformables	94
3.2.2.1	Motivations	94
3.2.2.2	Modèle de mouvement	94
3.2.2.3	Estimation locale des paramètres et raffinement	96
3.3	Reconstruction d'images ultrasonores par super-résolution	96
3.4	Résultats	97
3.4.1	Images synthétiques	97
3.4.2	Images de fantôme	101
3.4.3	Images de thyroïde <i>in vivo</i>	103
3.5	Conclusion	105
4	Amélioration de la résolution par déconvolution d'images ultrasonores	107
4.1	Introduction	108
4.1.1	Préliminaires	108
4.1.2	Modèle d'observation	109
4.1.2.1	Échantillonnage	109
4.1.2.2	Estimation de la réponse impulsionnelle spatiale	110
4.2	Première approche : déconvolution classique par ADMM	111
4.2.1	Hypothèses de travail	111
4.2.1.1	Conditions d'acquisition connues	112
4.2.1.2	Conditions d'acquisition inconnues	112
4.2.2	Formulation et régularisation du problème inverse	113
4.2.2.1	Problème inverse générique	114
4.2.2.2	Contexte des algorithmes d'optimisation efficaces	115
4.2.3	Résolution efficace du problème inverse	118
4.2.3.1	Problème générique et séparation de variables	118
4.2.3.2	Résolution par la méthode du Lagrangien augmenté (ALM/MM)	118
4.2.3.3	Résolution par la méthode des directions alternées (ADMM)	119

4.2.4	Implantation ADMM	121
4.2.4.1	Adaptation au formalisme ADMM	122
4.2.4.2	Résolution de l'étape 1 : moindres carrés diagonalisables	123
4.2.4.3	Résolution de l'étape 2 : opérateurs proximaux	123
4.2.5	Résultats	125
4.2.5.1	Images synthétiques classiques	125
4.2.5.2	Signaux ultrasonores synthétiques	130
4.2.5.3	Images ultrasonores <i>in vivo</i>	134
4.2.6	Conclusion intermédiaire	138
4.3	Seconde approche : déconvolution semi-aveugle	139
4.3.1	Formulation du problème de déconvolution semi-aveugle	140
4.3.2	Résolution efficace du nouveau problème inverse	141
4.3.2.1	Résolution de (4.36a)	141
4.3.2.2	Résolution de (4.36b)	142
4.3.2.3	Implantation efficace	143
4.3.3	Résultats	144
4.3.3.1	Images synthétiques classiques	144
4.3.3.2	Signal RF synthétique	146
4.3.3.3	Image ultrasonore <i>in vivo</i>	148
4.4	Conclusion	148
Conclusions et Perspectives		151
Annexes		157
A Calculs efficaces des opérateurs classiques en restauration d'image		157
A.1	Calculs efficaces des opérateurs de convolution	157
A.2	Calcul efficace de l'opérateur de gradient discret	159
A.3	Calcul efficace de l'opérateur de sous-échantillonnage	160
B Étude du filtrage homomorphique		161
B.1	Hypothèse de phase minimale pour le filtrage homomorphique	161
B.2	Études de sensibilité	161
C Déconvolution classique résolue par ADMM : compléments		165
C.1	Calculs détaillés des opérateurs proximaux	165
C.1.1	Calcul de $\mathbf{\Omega}^{(k+1)}$	165
C.1.2	Calcul de $\mathbf{z}^{(k+1)}$	166

D Déconvolution semi-aveugle : compléments	169
D.1 Formalisme pour la déconvolution semi-aveugle	169
D.1.1 Remaniement de l'équation (4.36b)	169
D.1.2 Application	171
D.2 Résolution efficace du problème de déconvolution semi-aveugle	171
Liste des publications	173
Bibliographie	175

Liste des figures

1.1	Exemple d'image ultrasonore utilisée pour le suivi du fœtus chez la femme enceintes. . .	8
1.2	Radiographie de la main.	9
1.3	Exemple de tomodensitométrie thoracique.	10
1.4	Coupe sagittale de la tête en imagerie par résonance magnétique.	11
1.5	Première installation ultrasonore pour l'annotation de la nuque.	13
1.6	Fronts d'onde pour des géométries planaire et sphérique.	18
1.7	Illustration de la loi de Descartes pour l'optique géométrique.	20
1.8	Réflexion spéculaire dans le cas $ka \gg 1$	21
1.9	Réflexion diffuse (ou diffusion) dans le cas $ka \ll 1$	22
1.10	Image ultrasonore du foie illustrant les différentes classes de diffuseurs.	23
1.11	Comparaison de trois images ultrasonores contenant le même speckle.	25
1.12	Principe de la compensation de gain en fonction du temps.	27
1.13	Schéma de principe de l'effet piézoélectrique direct.	27
1.14	Schéma d'une sonde ultrasonore basique.	28
1.15	Principales méthodes de balayage mécanique en 2D.	29
1.16	Approches géométriques pour la formation de faisceau et la focalisation dynamique. . .	30
1.17	Trois cas de résolution en terme de largeur à mi-hauteur.	32
1.18	Le signal ultrasonore classique en mode A.	34
1.19	Un exemple d'utilisation du mode M en imagerie cardiaque.	35
1.20	Correspondance entre mode RF et mode B.	36
2.1	Principe de l'imagerie composée spatiale classique.	44
2.2	Exemple de résultat pour l'imagerie composée spatiale classique.	45
2.3	Distorsion de l'impulsion ultrasonore pour l'imagerie harmonique.	47
2.4	Exemple de résultat pour l'imagerie harmonique.	48
2.5	Équivalence en convolution pour la compression d'impulsion.	49
2.6	Exemple de résultat pour l'excitation codée.	50
2.7	Intérêt de critères tels que le SSIM.	56
2.8	Méthode de calcul du CNR dans le cas d'une inclusion hypoéchogène.	57
2.9	Comportement du critère RG.	58

2.10	Schéma synoptique du modèle de formation d'une séquence d'images.	60
2.11	Illustration schématique de la relation de recouvrement.	62
2.12	Schéma synoptique de la restauration par interpolation non-uniforme.	65
2.13	Illustration du processus de reconstruction.	66
2.14	Schéma synoptique du modèle de formation d'une image unique.	73
2.15	Interpolations classiques et noyaux correspondants.	75
2.16	Principe schématique de la méthode de rétro-projection itérative.	77
3.1	Principe des méthodes de mise en correspondance de blocs.	94
3.2	Principe de la méthode de mise en correspondance de blocs déformables.	95
3.3	Erreur de reconstruction en fonction du nombre d'images.	97
3.4	Simulation d'images ultrasonores réalistes et reconstruction haute résolution.	99
3.5	Profils axiaux de l'image ultrasonore enveloppe pour l'image du fantôme simulé.	100
3.6	Reconstruction haute résolution d'images expérimentales d'un fantôme.	102
3.7	Profils axiaux de l'image ultrasonore enveloppe pour l'image du fantôme expérimental.	103
3.8	Reconstruction haute résolution d'images <i>in vivo</i> d'une thyroïde.	104
4.1	PSF simulée à l'aide de FIELD II.	113
4.2	PSF estimée par filtrage homomorphique.	114
4.3	Erreur d'estimation commise par filtrage homomorphique.	115
4.4	Comparaison des seuillages classique et doux.	117
4.5	Traitement ADMM de l'image de Lena (détails).	125
4.6	Restauration de l'image complète de Lena.	126
4.7	Traitement ADMM d'images synthétiques.	127
4.8	Analyse d'un profil de ligne (horizontal) pour l'image du fantôme de Shepp-Logan.	128
4.9	Analyse des performances ADMM en termes de MSE, PSNR et SSIM.	129
4.10	Analyse des performances ADMM en termes d'énergie de la focntionnelle.	129
4.11	Étude de sensibilité pour le paramètre β	130
4.12	Étude de sensibilité pour le paramètre α	130
4.13	Traitement ADMM 1D pour la résolution de diffuseurs.	132
4.14	Traitement ADMM 2D simple pour la résolution de diffuseurs.	133
4.15	Analyse d'un profil de ligne pour la déconvolution de deux diffuseurs.	133
4.16	Traitement ADMM 2D plus complexe pour la résolution de diffuseurs.	134
4.17	Limites du traitement ADMM pour la résolution de diffuseurs.	134
4.18	Traitement ADMM d'images <i>in vivo</i> de rein et de vessie de souris.	135
4.19	Restauration de l'image ultrasonore d'un rein de souris.	137
4.20	Restauration de l'image ultrasonore d'une vessie de souris.	138
4.21	Restauration ADMM avec une erreur sur la PSF.	139
4.22	Restauration par déconvolutions classique et semi-aveugle.	145

4.23	Performances de la méthode de déconvolution semi-aveugle au cours des itérations. . .	146
4.24	PSF originale, erronée et estimée.	146
4.25	Restauration d'un signal RF synthétique 1D.	147
4.26	Restauration d'une image enveloppe par déconvolution semi-aveugle.	148
A.1	Opérateurs TV et de convolution dans le domaine spectral.	159
B.1	Exemple de simulation pour le filtrage homomorphique.	162
B.2	Performances du filtrage homomorphique évaluées en termes de MSE.	163
B.3	Performances du filtrage homomorphique évaluées via un nouveau critère.	164
D.1	Répartition des coefficient de la matrice \mathbf{P}	170

Liste des algorithmes

2.1	Reconstruction d'images par super-résolution.	65
2.2	Filtrage homomorphique ultrasonore pour l'estimation de la PSF 1D.	87
4.1	Méthode du Lagrangien augmenté (ALM/MM).	119
4.2	Méthode des directions alternées (ADMM).	120
4.3	Algorithme de déconvolution semi-aveugle.	142

Liste des tableaux

1.1	Comparaison des caractéristiques des principales modalités d'imagerie.	12
1.2	Célérité des ondes ultrasonores dans différents organes et tissus biologiques.	15
1.3	Impédance acoustique de différents organes et tissus biologiques.	16
1.4	Analogies dans les terminologies acoustique et électrique.	16
1.5	Atténuation des ondes ultrasonores et dépendance en fréquence.	26
1.6	Profondeurs de pénétration typiques en imagerie ultrasonore.	31
3.1	Comparaison du CNR des différentes méthodes.	100
3.2	Amélioration de la résolution au niveau de l'interface du fantôme.	101
4.1	Différentes approches pour la déconvolution dans la littérature ultrasonore.	111
4.2	Paramètres FIELD II pour la simulation de la PSF.	112
4.3	Caractéristique du modèle et paramètres ADMM pour toutes les images synthétiques.	131
4.4	Critères de performances et temps de calcul pour toutes les images synthétiques.	131
4.5	Caractéristiques quantitatives de la restauration d'images ultrasonores RF <i>in vivo</i>	136
4.6	Performances des différentes méthodes de déconvolution	145
4.7	Performances des méthodes de déconvolution pour un signal RF.	147

Introduction

L'imagerie médicale est un domaine de recherche qui, de par son importance parfois vitale et la grande diversité de ses applications, a focalisé une quantité phénoménale de travaux depuis le début des années 1970. L'apparition et le développement des premiers véritables scanners à rayons X, suivis quelques années plus tard par la percée de l'imagerie par résonance magnétique, ont rendu l'utilisation de ces appareils indispensable au bon fonctionnement de nos sociétés. Aujourd'hui encore, des avancées décisives renouvellent régulièrement l'intérêt porté à l'ensemble de ces modalités, relançant par là même une certaine émulation en lien avec leurs avantages, leurs limitations et leur complémentarité toutes trois indissociables.

L'imagerie ultrasonore, aussi appelée échographie, est aujourd'hui largement connue pour son implication dans le suivi de la croissance du fœtus, de sa vitalité, de sa morphologie et de son environnement (liquide amniotique, placenta, cordon). Il existe cependant une multitude d'autres applications pour lesquelles l'imagerie échographique est la modalité plébiscitée et parfois imposée. Ainsi, les ultrasons permettent la visualisation et l'exploration des valves du cœur, des organes digestifs (foie, rate, pancréas) ainsi que des organes génitaux, mais sont difficilement utilisables pour la visualisation des structures osseuses ou gazeuses dans le cas général.

Chaque année, quelque 250 millions d'examen échographiques sont réalisés dans le monde, effectif que l'on peut mettre en correspondance avec la deuxième modalité la plus utilisée : la tomodensitométrie et ses 70 millions d'examen annuels. L'utilisation des ultrasons pour imager le corps humain présentent de très nombreux intérêts parmi lesquels on peut citer l'absence d'effets secondaires notables et de douleur, sa mise en œuvre relativement simple et son très faible coût. Il existe cependant une contrepartie non négligeable : d'une manière générale, la qualité des images ultrasonores ne peut rivaliser avec celle de la majorité des autres modalités et ne permet donc pas la visualisation des détails des structures biologiques avec le même niveau de précision.

La qualité d'une image peut se quantifier d'une multitude de manières différentes mais une caractéristique spécifique fait cruellement défaut en imagerie ultrasonore conventionnelle : la résolution spatiale, généralement exprimée en millimètres. Il existe de nombreuses approches pour évaluer ce paramètre fondamental en théorie comme en pratique, certaines entrant parfois en contradiction avec d'autres, mais l'idée générale consiste à apprécier la résolution d'un système d'imagerie comme sa capacité à bien distinguer les détails les plus fins d'une image.

En échographie, une approche très intuitive pour améliorer la résolution de manière directe se base sur la corrélation instrumentale entre la résolution spatiale et la fréquence des ultrasons émis. Passer de 1 MHz à 10 MHz au niveau de la sonde ultrasonore se traduit en un gain direct en résolution, cette dernière évoluant de 0.75 mm à 75 μm environ. Toutefois, l'augmentation de la fréquence s'accompagne inévitablement d'une limitation de la profondeur d'exploration, restreignant de ce fait l'imagerie ultrasonore haute fréquence à des tissus situés en surface comme les couches superficielles de l'épiderme ou l'œil.

Quand bien même cette pénalité sur la zone que l'on peut explorer ne serait pas un problème, cette approche basée sur l'augmentation de la fréquence des ultrasons est confrontée aujourd'hui à une difficulté technologique. Les sondes haute fréquence ont en effet atteint une maturité difficile voire impossible à améliorer de façon fiable au-delà de 50 MHz, à l'instar des difficultés technologiques rencontrées aujourd'hui en informatique avec la fréquence d'horloge des processeurs. Diverses approches basées sur une instrumentation dédiée (e.g., imagerie composée, imagerie harmonique) ont été développées mais elles restent difficilement généralisables à toutes les conditions d'imagerie.

Objectifs de la thèse

Une alternative à ces approches de pré-traitement, effectuées en amont du processus d'acquisition des images échographiques, peut cependant être explorée à l'aide de techniques dites numériques qui agissent sur les données ultrasonores une fois l'image formée. La principale motivation consiste ici à s'affranchir de cette contrainte physique liée à la technologie tout en préservant une zone d'exploration suffisamment confortable. Aussi, les travaux présentés dans cette thèse appartiennent à cette classe de techniques de post-traitement d'images, à la lumière des très nombreuses techniques de restauration efficace qui ont vu le jour ou qui ont connu un essor considérable ces dix dernières années. Les conditions expérimentales d'acquisition et les caractéristiques du matériel utilisé ne doivent cependant pas être négligées : nous verrons dans la suite qu'elles jouent un rôle primordial dans le succès des techniques que nous mettrons en œuvre pour l'amélioration de la résolution des images ultrasonores.

Organisation du manuscrit

Ce travail de thèse s'articule autour de quatre parties distinctes, deux chapitres ayant trait à l'état de l'art et les deux suivants présentant nos contributions.

État de l'art. Le premier chapitre est consacré à l'imagerie ultrasonore, à ses spécificités et à sa place au sein des autres modalités d'imagerie médicale. Les principes de base qui président à la formation des images échographiques et les principaux enjeux actuels seront abordés dans cette partie.

Une revue des techniques actuelles pour améliorer la résolution des images est établie dans le deuxième chapitre, en partant d'un cadre général pour ensuite converger vers les techniques de pointe utilisées

de manière spécifique en imagerie ultrasonore. Un soin particulier est apporté à la mise en place de cet état de l'art aussi exhaustif que possible en matière d'amélioration de la résolution, dans l'optique de bien cerner les enjeux de cette problématique dans le cadre de l'imagerie ultrasonore.

Contributions. Le troisième chapitre aborde le premier aspect de notre contribution, consacré à la reconstruction d'une image ultrasonore haute résolution à l'aide d'une séquence d'images de résolution inférieure. La considération principale porte sur l'estimation suffisamment précise du mouvement relatif des images de la séquence, et ce dans le but de les recaler et de les fusionner de manière pertinente. L'adaptation d'un algorithme d'estimation du mouvement originellement développé pour l'élastographie nous permet d'établir un cadre de reconstruction haute résolution efficace dédié à l'imagerie ultrasonore [Morin *et al.*, 2012b].

Enfin, le quatrième et dernier chapitre de ce manuscrit traite de l'amélioration de la résolution par une approche de type déconvolution. Un cadre algorithmique robuste et rapide issu des développements récents en optimisation efficace est mis en place afin d'estimer l'image ultrasonore haute résolution à partir d'une image observée à une résolution inférieure [Morin *et al.*, 2012a]. La prise en compte de certaines hypothèses sur l'image à restaurer et de l'imprécision de certains paramètres sont l'objet, dans un second temps, d'une attention toute particulière. À cet effet, une estimation conjointe de l'image haute résolution et de la réponse impulsionnelle spatiale du système est proposée pour améliorer les résultats obtenus par l'approche classique [Morin *et al.*, 2013b,a]. Ces méthodes sont validées à l'aide d'une gamme variée de critères qualitatifs et quantitatifs et sont évaluées sur plusieurs jeux de données synthétiques et expérimentales.

Une conclusion est établie dans un dernier temps afin de dresser le bilan de ce travail de thèse et de dégager des perspectives qui nous paraissent essentielles.

Chapitre 1

Contexte, principe et enjeux de l'imagerie ultrasonore

Sommaire

1.1	Contexte de l'imagerie ultrasonore et comparaisons	6
1.1.1	Imagerie ultrasonore	6
1.1.2	Radiographie	8
1.1.3	Tomodensitométrie	9
1.1.4	Imagerie par résonance magnétique	10
1.1.5	Bilan	11
1.2	Ultrasons : signaux et images associées	12
1.2.1	Définition des ultrasons	13
1.2.2	Propagation des ultrasons	14
1.2.2.1	Célérité et impédance acoustique	14
1.2.2.2	Énergie et intensité	15
1.2.2.3	Géométrie de l'onde et équations de propagation	17
1.2.2.4	Réflexion, transmission et diffusion	19
1.2.2.5	Speckle	24
1.2.2.6	Atténuation	24
1.2.3	Transducteur ultrasonore	26
1.2.3.1	Piézoélectricité	27
1.2.3.2	Balayage	28
1.2.3.3	Focalisation et formation de faisceau	29
1.2.4	Limitations	30
1.2.4.1	Profondeur de pénétration	30
1.2.4.2	Fréquence de balayage	31
1.2.4.3	Résolutions axiale et latérale	31
1.2.4.4	Autres limitations	33
1.2.5	Modes d'imagerie	34
1.2.6	Applications des ultrasons	37
1.2.6.1	Imagerie médicale	37
1.2.6.2	Autres applications	38
1.3	Principaux enjeux actuels en imagerie ultrasonore	39

Ce premier chapitre est consacré à l'imagerie ultrasonore, sa place au sein des principales modalités d'imagerie médicale ainsi que ses spécificités, ses atouts et ses faiblesses. Une fois que ces points de comparaison seront acquis, les principes de bases qui président à la formation des images échographiques seront détaillés dans un second temps, avec notamment la définition de l'onde ultrasonore, les caractéristiques de son émission et de sa réception via une sonde dédiée et enfin sa propagation

dans les tissus biologiques. Des limitations intrinsèques en lien direct avec ces caractéristiques seront alors formulées avant de détailler les différents modes d'imagerie disponibles et leurs applications, que ce soit à des fins d'imagerie ou de thérapie. Une dernière partie présentera les principaux enjeux actuels ayant trait à cette modalité.

1.1 Contexte de l'imagerie ultrasonore et comparaisons

L'imagerie médicale joue aujourd'hui un rôle majeur dans l'établissement de diagnostics médicaux potentiellement vitaux et dans la réalisation de nombreux actes thérapeutiques ; elle nécessite à ce titre des appareils toujours plus performants. Il existe une grande variété de modalités d'imagerie parmi lesquelles on peut citer l'imagerie ultrasonore (US), la radiographie conventionnelle, le scanner à rayons X ou tomодensitométrie (TDM), l'imagerie par résonance magnétique (IRM), mais aussi l'angiographie, la scintigraphie, la tomographie par émission de positons (TEP), la tomographie photo-acoustique et bien d'autres. L'objectif de cette section n'est pas d'établir une comparaison exhaustive de tous les dispositifs existants mais plutôt de souligner le fait que les principales modalités disposent toutes de caractéristiques bien particulières et permettent de localiser, de comprendre et de quantifier certaines pathologies en fonction de leurs propriétés.

L'imagerie ultrasonore (US) est une modalité à laquelle on a recours en premier lieu dans un grand nombre de cas, cet examen médical faisant partie des moins onéreux et, dans certains cas, des plus efficaces. Dans certaines situations, elle permet d'éviter une intervention chirurgicale lourde ou l'utilisation d'une modalité invasive contre-indiquée chez certaines personnes. En termes quantitatifs, 5 millions d'examens à base d'images US étaient réalisés chaque semaine dans le monde au début des années 2000. On estimait alors à 250 millions le nombre d'examens US par an, contre 70 en TDM, 40 en IRM et 35 en radiologie [Szabo, 2004].

Les caractéristiques des quatre modalités d'imagerie médicale les plus répandues sont évoquées de manière succincte dans les sections suivantes. Une attention particulière est portée aux propriétés physiques du milieu mises en valeur, à la quantification et à l'origine de la résolution spatiale, aux conditions d'acquisition, et aux précautions nécessaires à l'utilisation de chacune de ces modalités. La table 1.1 établit une comparaison synthétique résumant l'ensemble des avantages et inconvénients de ces modalités.

1.1.1 Imagerie ultrasonore

L'imagerie US, aussi appelée « échographie », peut être vue comme l'étude de la propagation (et plus particulièrement des phénomènes de diffusion, cf. section 1.2.2) d'une onde sonore mécanique particulière et de son interaction avec les éléments du milieu qu'elle traverse [Gore et Leeman, 1977; Fatemi et Kak, 1980; Jensen, 1991; Jensen et Svendsen, 1992]. Le développement des US pour l'imagerie est dû à l'émergence des sonars à la fin de la Première Guerre Mondiale conjuguée à la maîtrise

des phénomènes piézoélectriques (voir la section 1.2.3 pour plus de détails). Le premier véritable système d'imagerie médicale basé sur les US remonte aux années 1950. La section 1.2 est consacrée à une étude détaillée de l'onde US, de son comportement et de son implication dans la formation des images échographiques classiques.

Cette modalité se distingue principalement des autres par son mauvais rapport signal à bruit et sa faible résolution spatiale, qui plus est tributaire de nombreux paramètres : elle varie avec la fréquence centrale, la bande passante, les propriétés de focalisation et les caractéristiques géométriques de la source émettrice appelée *transducteur*. Deux types de résolution peuvent alors être distingués, selon la direction considérée : on parle de résolution *axiale* dans le sens de la propagation de l'onde US et de résolution *latérale* dans la direction orthogonale. Pour une fréquence centrale typique, la résolution axiale est largement meilleure que la résolution latérale avec des valeurs moyennes respectives de 1 mm et 3 mm [Szabo, 2004]. En 3D, on parle de résolution *azimutale* selon la troisième direction.

Une autre composante essentielle en imagerie US est l'atténuation, un phénomène qui limite la profondeur d'exploration. À mesure que l'onde US se propage dans les tissus, elle perd de son énergie de manière continue et d'autant plus rapidement que la fréquence est élevée. La fréquence centrale peut elle-même être affectée par ce phénomène d'atténuation et décroître avec la distance. Cette limitation peut être contournée en utilisant du matériel spécifique comme par exemple les sondes transœsophagiennes (insérée par la bouche pour atteindre le pharynx puis l'œsophage) et intracardiaque (insérée directement dans le cœur à l'aide de cathéters) [Prince et Links, 2006; Insana, 2006]. Cette atténuation peut aussi être très fortement réduite de manière électronique, en utilisant un amplificateur à gain variable (cf. section refsusbubsec :attenuation). Dans la majorité des cas, on accède aux milieux biologiques à imager par l'extérieur du corps humain via de très nombreuses « fenêtres d'observation acoustiques » où le transducteur est couplé à la peau à l'aide d'un gel (principalement constitué d'eau) afin de minimiser les pertes à l'émission et à la réception. À l'exception de régions contenant de l'os, de l'air ou du gaz qui sont la plupart du temps opaques pour le transducteur US¹, de très petites fenêtres d'observation bien choisies peuvent suffire à visualiser correctement de grandes régions à l'intérieur du corps [Jensen, 2006].

Le diagnostic par imagerie US est non-invasif, inoffensif et n'est sujet à aucun effet secondaire notable. C'est pourquoi on privilégie le recours à cette modalité pour la visualisation et le suivi du fœtus chez la femme enceinte. Un exemple d'image US pour cette application est donné sur la figure 1.1. Deux autres atouts de taille concernant l'échographie sont son coût relativement faible et sa portabilité, ces deux aspects étant en continuelle amélioration grâce à l'accessibilité grandissante des systèmes US miniatures.

Obtenir des images échographiques de qualité nécessite une expertise toute particulière à cause des différences anatomiques, de la position des fenêtres d'observation, de la multitude d'angles de

1. En raison de l'atténuation beaucoup plus élevée que dans les autres tissus, d'une part, et de lois physiques différentes, d'autre part (cf. section 1.2.2.6).



FIGURE 1.1 – Exemple d'image ultrasonore utilisée pour le suivi du fœtus chez la femme enceinte [Szabo, 2004].

vision possibles et de la nature même des images. De solides compétences sont en outre requises pour reconnaître, interpréter et faire des mesures sur ces images US en vue d'un diagnostic médical.

1.1.2 Radiographie

La radiographie conventionnelle est une modalité d'imagerie qui s'intéresse à la transmission de rayons X à travers le corps humain [Prince et Links, 2006]. La première expérience historique mettant en lumière ce rayonnement remonte à 1896 avec la célèbre photographie d'une main réalisée par le physicien allemand Wilhelm Röntgen. Le premier véritable appareil d'imagerie à rayons X fut quant à lui mis au point en 1972.

Les rayons X se propagent à la vitesse de la lumière avec une longueur d'onde inférieure à l'ångström ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$), ce qui rend l'étude de la propagation beaucoup plus simple qu'en imagerie US puisqu'elle se déroule sans phénomène de diffusion et suit des trajectoires rectilignes. À mesure que les rayons X traversent le corps, ils sont absorbés par les tissus et donnent naissance à une image résultant d'une atténuation moyenne selon l'axe de propagation considéré. La résolution spatiale n'est plus déterminée par la longueur d'onde mais par la taille de la tache focale des tubes à rayons X et s'échelonne autour de 0.1 mm [Szabo, 2004].

Les rayons X ne permettent pas de différencier les tissus mous comme les US mais peuvent détecter la présence d'air (radiographie des poumons) et d'os (radiographie d'une fracture) [Greenspan, 2008] comme le montre la figure 1.2. Tout comme en imagerie US, des agents de contraste peuvent par ailleurs être ingérés ou injectés pour améliorer la visualisation des vaisseaux, et la qualité des images produites peut être grandement dégradée si le patient ne reste pas immobile. Enfin, de par la nature de l'acquisition en transmission des images, cette modalité est restreinte aux seules parties du corps

accessibles depuis deux côtés opposés.



FIGURE 1.2 – Radiographie de la main [Bing, 2012].

La plupart des systèmes de radiographie conventionnelle sont inamovibles, même s'il existe des systèmes portatifs disponibles sur le marché pour certaines applications bien spécifiques. Bien que les temps d'exposition soient relativement courts, les rayons X sont une forme de radiation ionisante et les effets cumulatifs dépendent de la dose totale. Des précautions drastiques doivent être prises pour des organes comme les yeux et pour les femmes enceintes.

La difficulté d'interprétation varie avec l'application, de l'os cassé aux poumons, mais de hautes compétences et un certain niveau d'expérience sont en général requis.

1.1.3 Tomodensitométrie

Plus connue sous ses abréviations anglaises CT (*computed tomography*) ou CAT (*computed axial tomography*) ou encore scanner X en Français, la TDM est une modalité qui a elle aussi recours aux rayons X. Les premiers prototypes ne permettaient d'imager que le cerveau. L'image brute est constituée de projections (sinogrammes) qui sont utilisées *a posteriori* pour reconstruire l'image finale à l'aide d'algorithmes mathématiques.

L'atténuation des rayons X variant à l'intérieur des différents tissus, plusieurs approches pour la reconstruction mathématique à partir du signal observé depuis l'extérieur du corps ont été proposées. L'idée est de résoudre ce problème de reconstruction de manière fiable, et une grande quantité de données doit ainsi être collectée sous plusieurs angles pour chaque position spatiale du milieu imagé. La résolution spatiale typique est de l'ordre du millimètre [Szabo, 2004].

L'acquisition est réalisée à l'aide d'une source émettant un faisceau de rayons X depuis quelques éléments situés sur un grand anneau au centre duquel se trouve le patient. Les éléments situés de l'autre côté de l'anneau fonctionnent en parallèle et récupèrent le signal une fois que les radiations ont traversé le corps. L'anneau suit une rotation mécanique incrémentale jusqu'à ce que l'ensemble

du domaine à imager ait été couvert. Des algorithmes de reconstruction rapide (mais pas temps réel) [Greenleaf et Bahn, 1981; Chartrand, 2008] génèrent l'image finale d'une coupe transverse du corps (voir la figure 1.3 pour une coupe du thorax) dont la dynamique surclasse celle d'une radiographie conventionnelle de plus de deux ordres de grandeur. On a ainsi accès à des variations plus subtiles de l'atténuation des rayons X à l'intérieur des tissus.

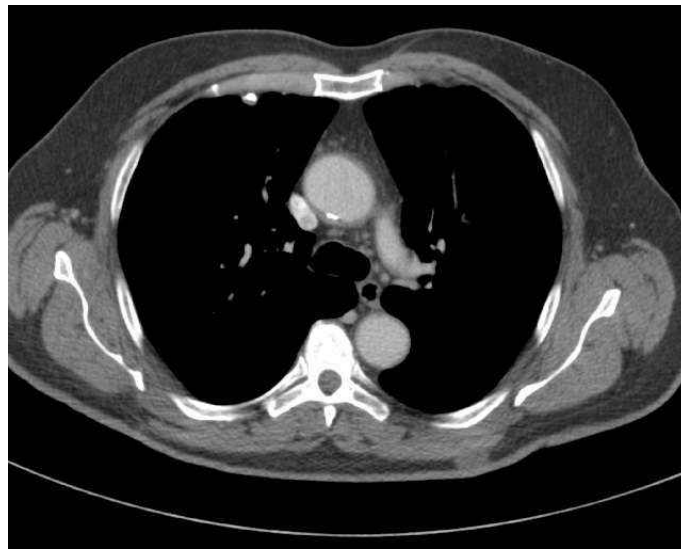


FIGURE 1.3 – Exemple de tomodensitométrie thoracique [Bing, 2012].

La dose globale de radiation est cependant largement supérieure à une radiographie classique et les mêmes précautions doivent être respectées. Le dispositif d'acquisition courant est une structure très onéreuse, imposante et immobile qui peut accueillir une personne entière en son centre.

L'interprétation d'images CT du cerveau, du poumon, d'os ou de tissus mous demande une très grande expérience pour établir un diagnostic définitif.

1.1.4 Imagerie par résonance magnétique

L'IRM s'appuie sur le phénomène de résonance magnétique nucléaire (RMN), découvert en 1946 par les physiciens Felix Bloch et Edward Mills et décrivant le couplage entre le moment magnétique du noyau des atomes et un champ magnétique externe. Les premières images de tissus humains ne seront toutefois produites qu'en 1975 [Prince et Links, 2006].

L'IRM utilise une toute autre propriété du corps humain : ce dernier est composé d'eau et de graisse à hauteur de 63%. Ces milieux contiennent des atomes d'hydrogène qui génèrent via les protons contenus dans leurs noyaux un faible moment magnétique. Ainsi, en excitant ces éléments à l'aide d'un champ magnétique extérieur intense, on peut suivre la décroissance de leur moment magnétique, une fois le champ coupé, jusqu'à la position d'équilibre originelle. Ce signal électrique est capté par des bobines qui donnent accès à deux constantes de relaxation. La constante de magnétisation

longitudinale, T_1 , est plus sensible aux propriétés thermiques des tissus ; la constante de magnétisation transversale, T_2 , est quant à elle plutôt affectée par l'hétérogénéité du champ local. Ces constantes sont utilisées pour distinguer différents types de tissus et pour la formation de l'image. La résolution spatiale est principalement déterminée par le gradient et la forme du champ incident [Otazo *et al.*, 2007; Mayer et Vrscay, 2007] et vaut environ 1 mm [Szabo, 2004].

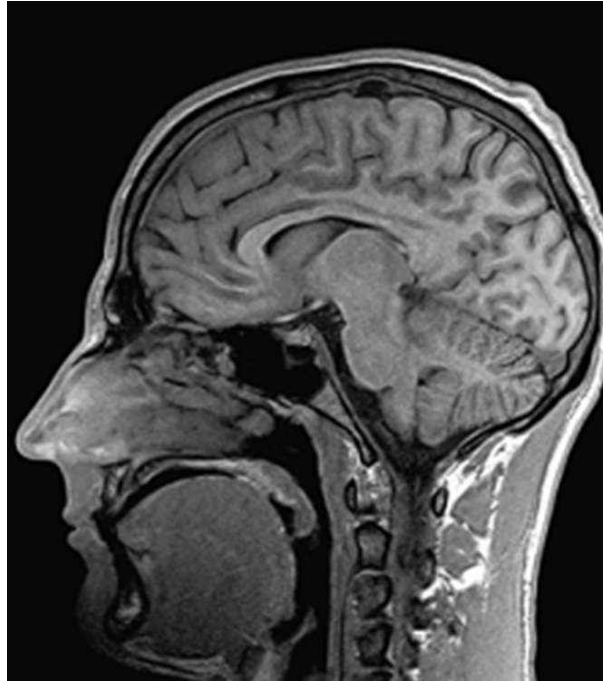


FIGURE 1.4 – Coupe sagittale de la tête en imagerie par résonance magnétique [Prince et Links, 2006].

Pour acquérir des images par résonance magnétique (RM), le patient est placé au centre d'un champ magnétique généré par de grands électro-aimants. Des algorithmes de reconstruction tomographique permettent de calculer les images de sections diverses du corps, comme le montre la figure 1.4 dans le cas d'une coupe sagittale de la tête. Le processus d'acquisition est relativement lent et sans risque car exempt de radiations ionisantes. Le matériel utilisé est cependant très cher et rend ces examens très coûteux.

L'équipement comporte de nombreux degrés de liberté tels que la durée, l'orientation et la fréquence de champs auxiliaires. À ce titre, un haut niveau de compétences et d'expérience est requis pour la réalisation des examens et pour l'interprétation des images.

1.1.5 Bilan

L'imagerie US se positionne clairement comme la modalité d'imagerie médicale la plus usitée dans le monde grâce à ses nombreux avantages techniques et pratiques, mais présente des désavantages

manifestes en terme de qualité générale. Le tableau 1.1 compare de manière synthétique les principales caractéristiques des modalités abordées ici de manière non-exhaustive.

Modalité	Imagerie US	Radiographie	TDM	IRM
Agent physique	Ultrasons	Rayons X	Rayons X	Champ magnétique
Caractéristique mesurée	Réflexion et diffusion	Absorption moyenne des tissus	Absorption des tissus	Biochimie (T_1 et T_2)
Accès au corps	Petites fenêtres adéquates	Deux côtés opposés	Circulaire	Circulaire
Résolution spatiale	0.1 à 1 mm	~ 0.1 mm	≤ 1 mm	≤ 1 mm
Pénétration dans les tissus	3 à 25 cm	Sans limitation	Sans limitation	Sans limitation
Dangerosité	Inoffensif	Radiation ionisante	Radiation ionisante	Inoffensif
Temps d'acquisition	≤ 10 ms	~ 1 min	≥ 1 min	≤ 0.1 s
Coût	Accessible	Accessible	Cher	Très cher
Portabilité	Excellente	Bonne	Inamovible	Inamovible

TABLE 1.1 – Comparaison des caractéristiques des principales modalités d'imagerie, d'après [Szabo, 2004].

À la différence des autres modalités, la résolution et la profondeur de pénétration en imagerie US dépendent de manière significative des caractéristiques de la sonde et sont données ici dans le cas de sondes classiques.

1.2 Ultrasons : signaux et images associées

Robert Hooke (1635-1703), éminent scientifique britannique du XVIIe siècle à l'origine de la loi dite « de Hooke » sur l'élasticité, semble être le premier à avoir pressenti l'utilisation du son pour le diagnostic [Szabo, 2004]. Il faudra cependant attendre le naufrage du Titanic en 1912 pour voir apparaître quelques mois plus tard le premier brevet sur un outil de détection d'icebergs basé sur des échos sonores sous-marins. Le développement des sonars à la fin de la Première Guerre Mondiale et la maîtrise des phénomènes piézoélectriques découverts par Pierre et Jacques Curie en 1880 donnèrent une nouvelle orientation aux ultrasons, d'abord pour la thérapie et la chirurgie avant d'être destinés à l'imagerie du corps humain. Le figure 1.5 donne un aperçu de la première installation réalisée par Douglass Howry en 1954 ayant permis d'obtenir une image US (en transmission) de la nuque. La cuve dans laquelle fut immergé le patient était une partie d'une tourelle issue d'un avion datant de

la Seconde Guerre Mondiale.

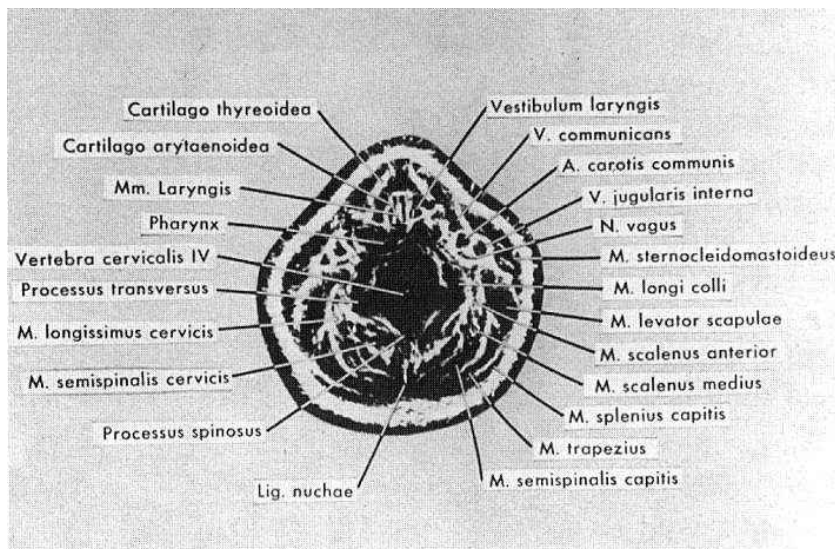
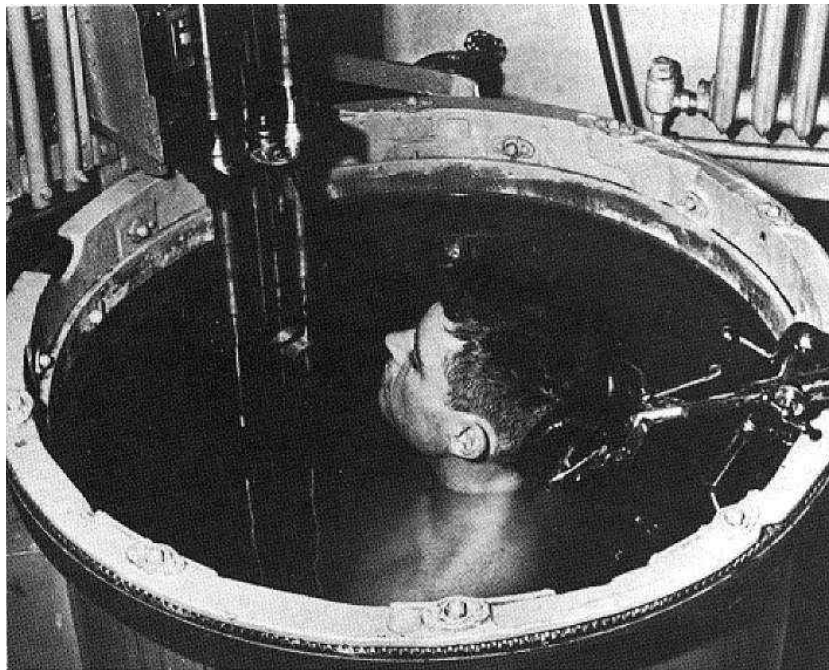


FIGURE 1.5 – Première installation ultrasonore pour l’annotation de la nuque réalisée par Douglass Howry en 1954 [Szabo, 2004].

1.2.1 Définition des ultrasons

Les US sont une gamme bien spécifique de sons, inaudibles pour l’oreille humaine, mais que certains animaux comme la chauve-souris peuvent entendre et/ou émettre. Une onde sonore étant caractérisée par sa fréquence f , on distingue habituellement quatre grandes classes de sons.

- Les *infrasons* : $f \leq 20$ Hz. Il s'agit de sons trop grave pour être perçus par l'oreille humaine mais qui jouent un rôle dans la communication chez certains mammifères tels que les baleines.
- Les sons audibles : $20 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ kHz}$. Cette gamme correspond approximativement à celle des sons qu'un être humain peut émettre et varie avec l'âge.
- Les *ultrasons* : $20 \text{ kHz} \leq f \leq 1 \text{ GHz}$. Trop aigus pour être perceptibles, les ultrasons sont aussi utilisés dans une grande variété d'applications comme le contrôle non destructif de matériaux et la télémétrie.
- Les *hypersons* : $f \geq 1 \text{ GHz}$.

L'US est un son et donc à ce titre une onde de pression, mécanique et élastique, qui a besoin d'un support physique pour se propager, à la différence des ondes électromagnétiques. La propagation s'effectue en termes de réflexion et de transmission (ou plus généralement de diffusion, cf. section 1.2.2) jusqu'à ce que l'onde soit complètement atténuée. Les caractéristiques fréquentielles et géométriques de la source émettrice ont une incidence directe sur la géométrie de l'onde de pression et sur sa focalisation. Comme on le verra dans la section suivante, sa vitesse de propagation dépend de la nature des milieux traversés et se trouve fortement influencée aux interfaces des milieux dont les caractéristiques acoustiques diffèrent sensiblement.

1.2.2 Propagation des ultrasons

1.2.2.1 Célérité et impédance acoustique

L'onde de pression US se propage dans les différents milieux principalement de manière longitudinale, en alternant compression et extension du matériau le long de la direction de propagation [Szabo, 2004; Prince et Links, 2006]. C'est l'hypothèse que l'on retiendra ici, sauf mention contraire. Il existe cependant des techniques d'imagerie alternatives comme l'élastographie qui se basent sur des ondes transversales dites « de cisaillement » et qui seront abordées dans la section 1.2.6.

La célérité de l'onde US est directement liée aux caractéristiques du milieu de propagation selon l'expression

$$c = \frac{1}{\sqrt{\kappa\rho}} \quad (1.1)$$

où c est la célérité de l'onde US, κ et ρ représentant respectivement la compressibilité et la masse volumique du milieu exploré. La célérité des US est connue de manière expérimentale pour les principaux constituants du corps humain, comme le résume le tableau 1.2. Dans de nombreuses applications, il est courant d'approximer cette grandeur à $1540 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Une autre façon plus précise de caractériser les milieux que traverse l'onde US consiste à étudier leur impédance acoustique Z , la grandeur duale de l'impédance électrique définie en électronique. Parfois exprimée en Rayls ($1 \text{ Rayls} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$), elle peut s'écrire de deux manières différentes :

$$Z = \rho c \quad \text{ou} \quad Z = \frac{p}{v} \quad (1.2)$$

Milieu exploré	Célérité des ultrasons c (m · s ⁻¹)
Air (CNTP)	330
Eau (20°C)	1480
Sang	1570
Os	4080
Muscle	1570
Graisse	1450
Foie	1570
Rein	1560
Rate	1570

TABLE 1.2 – Célérité des ondes ultrasonores dans différents organes et tissus biologiques [Prince et Links, 2006]. CNTP : conditions normales de température et de pression.

avec p le module de la pression acoustique générée par l'onde US et v le module de la vitesse de déplacement des particules qui oscillent longitudinalement selon l'axe de propagation. Ces deux grandeurs interviendront dans les équations de propagation. La table 1.3 établit une synthèse de la masse volumique et de l'impédance acoustique de différents organes et tissus biologiques.

1.2.2.2 Énergie et intensité

La propagation de l'onde US dans un milieu génère des zones de compression et d'extension. Une énergie cinétique peut ainsi être associée à l'oscillation locale des particules appartenant à un volume unitaire autour de leur position initiale. On la note

$$E_c = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (1.3)$$

où v représente la vitesse moyenne d'oscillation des particules du volume unitaire considéré.

Par ailleurs, une énergie potentielle est reliée aux phénomènes de compression et d'extension selon la formule suivante :

$$E_c = \frac{1}{2} \kappa p^2. \quad (1.4)$$

La densité d'énergie acoustique totale de l'onde US est ainsi calculée comme la somme de ces deux composantes :

$$E = E_c + E_p. \quad (1.5)$$

À l'instar des ondes électromagnétiques, on retrouve pour les ondes acoustiques les notions de flux et d'intensité qui traduisent la propagation de l'énergie dans les milieux. L'intensité acoustique est

Milieu exploré	Masse volumique ρ ($10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	Impédance acoustique Z ($10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$)
Air (CNTP)	1.20×10^{-3}	4.14×10^{-4}
Eau (20°C)	1.00	1.52
Sang	1.06	1.62
Os dense	1.81	7.38
Os spongieux	1.38	3.75
Muscle	1.06	1.66
Graisse	0.92	1.35
Cerveau	1.03	1.60
Poumon	0.40	0.26
Foie	1.06	1.66
Rein	1.04	1.62
Rate	1.06	1.66

TABLE 1.3 – Impédance acoustique de différents organes et tissus biologiques [Prince et Links, 2006]. CNTP : conditions normales de température et de pression.

définie comme

$$I = pv \quad \text{ou} \quad I = \frac{p^2}{Z}. \quad (1.6)$$

Le principe de conservation de l'énergie qui décrit la propagation de la puissance d'une onde US peut alors s'écrire [Prince et Links, 2006, chapitre 10]

$$\frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\partial E}{\partial t} = 0. \quad (1.7)$$

Le tableau 1.4 résume les principales analogies que l'on peut établir entre variables acoustiques et variables électriques.

Acoustique			Électricité		
Variable	Symbole	Unité	Variable	Symbole	Unité
Pression	p	Pa	Tension	U	V
Vitesse particulaire	v	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	Intensité	I	A
Déplacement	u	m	Charge	q	C
Impédance	Z	Rayls	Impédance	Z	Ω

TABLE 1.4 – Analogies dans les terminologies acoustique et électrique.

1.2.2.3 Géométrie de l'onde et équations de propagation

L'onde US est le support de l'information, depuis le corps humain jusqu'au système d'imagerie, et nous renseigne sur la nature des milieux traversés. L'étude de sa propagation et de son interaction avec les différents éléments rencontrés s'avérant relativement complexe dans le cas général, on formule habituellement trois hypothèses simplificatrices.

Dans la suite, on assimilera le corps humain à un milieu liquide non élastique dans lequel se propagent les ondes US. La grande proportion d'eau dans le corps humain permet de légitimer cette hypothèse et d'effectuer de nombreuses mesures expérimentales dans des cuves remplies d'eau.

La deuxième hypothèse consiste à supposer que les ondes obéissent au principe de linéarité. Il faut toutefois garder à l'esprit que l'interaction de l'onde avec les tissus est fortement non linéaire : c'est d'ailleurs la base de l'imagerie harmonique, l'une des principales techniques actuelles en matière d'amélioration de la qualité des images US (voir le chapitre 2).

Enfin, on considèrera ici que les matériaux supports de la propagation sont sans perte. Cette hypothèse est bien entendu fautive et sera corrigée ultérieurement.

Équation d'onde

Afin d'établir les équations de propagation, on considère une onde US longitudinale se déplaçant dans un milieu homogène. À l'instant t , une particule appartenant à ce milieu située à la position (x, y, z) connaît un déplacement d'avant en arrière, noté $u(x, y, z, t)$, selon l'axe de propagation z . Sa vitesse de déplacement $v(x, y, z, t)$ locale est alors obtenue en dérivant le déplacement par rapport au temps dans le cas idéal d'un fluide incompressible. De la même manière, ces perturbations génèrent une pression acoustique locale $p(x, y, z, t)$ et dans ces conditions, l'équation d'onde régissant la propagation des US s'écrit

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.8)$$

avec ∇^2 l'opérateur laplacien défini en coordonnées cartésiennes comme

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (1.9)$$

L'équation d'onde s'écrit parfois en faisant intervenir l'opérateur d'alembertien $\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$:

$$\square p = 0. \quad (1.10)$$

Les équations de propagation découlent de la résolution de (1.9) ou de (1.10). La solution analytique ne s'obtient pas facilement dans le cas général mais elle s'écrit d'une manière plus directe en fonction de la géométrie de l'onde. Selon les hypothèses (champ proche ou champ lointain, zone focale ou non), l'onde US sera considérée comme sphérique ou plane. Les fronts d'onde correspondants, c'est-à-dire les surfaces de phase égale au cours de la propagation, sont illustrés sur la figure 1.6.

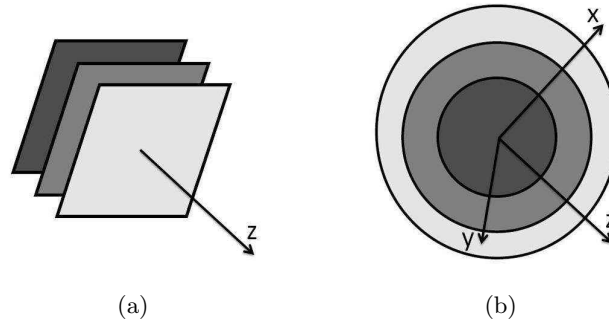


FIGURE 1.6 – Fronts d’onde pour des géométries (a) planaire (plans infinis orthogonaux à z) et (b) sphérique (sphères concentriques centrées sur la source).

Équation de propagation dans le cas d’une onde plane

La géométrie d’une onde plane est la plus simple de toutes : l’onde évolue au cours du temps selon une seule direction spatiale et les fronts d’onde sont des plans infinis orthogonaux à l’axe de propagation. L’onde de pression n’évoluant plus que suivant l’un des axes, soit l’axe z , l’équation d’onde (1.8) se réécrit ainsi

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.11)$$

et admet la solution générale suivante [Szabo, 2004, chapitre 3] :

$$p(z, t) = p_+(t - \frac{z}{c}) + p_-(t + \frac{z}{c}). \quad (1.12)$$

L’onde de pression a donc deux composantes : $p_+(z, t)$, une onde dite *progressive* se propageant en direction des z positifs, et $p_-(z, t)$, une onde dite *régressive* qui évolue vers les z négatifs.

Une solution plus explicite de (1.11) peut être obtenue en adoptant le formalisme du régime harmonique, les variations de l’onde étant alors assimilées à des sinusoides. Cette approximation est valable localement pour les ondes US émises par le transducteur. Pour ce faire, on introduit différentes notions :

- la *pulsation* : $\omega = 2\pi f$;
- le *nombre d’onde* : $k = \frac{\omega}{c}$;
- la *longueur d’onde* : $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi}{k}$.

Dans ce cadre, une solution spécifique au régime harmonique s’écrit [Szabo, 2004, chapitre 3]

$$p(z, t) = p_0 \left(e^{i(\omega t - kz)} + e^{i(\omega t + kz)} \right) \quad (1.13)$$

où p_0 est une constante portant l’information d’amplitude de l’onde. Notons que le terme de phase peut aussi s’exprimer sous la forme $\omega t - kz = \omega(t - \frac{z}{c})$, dans lequel apparaît une fraction représentant le temps de trajet à la vitesse des US.

En pratique, il est fréquent de modéliser la pression comme la partie réelle (notée $\text{Re}(\cdot)$) de l’onde

progressive :

$$p(z, t) = p_0 \operatorname{Re} \left(e^{i(\omega t - kz)} \right) = p_0 \cos(\omega t - kz). \quad (1.14)$$

Équation de propagation dans le cas d'une onde sphérique

Dans un milieu aux caractéristiques isotropes, les ondes US peuvent aussi adopter une géométrie sphérique. Les fronts d'onde sont alors des sphères centrées sur la source et la propagation dans l'espace ne dépend que du temps t et de la distance à la source $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

L'équation d'onde (1.8) se reformule ainsi en coordonnées sphériques de la manière suivante :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \text{ou} \quad \frac{2}{r} p_r + p_{rr} = \frac{1}{c^2} p_{tt} \quad (1.15)$$

avec les notations abrégées $p_r = \frac{\partial p}{\partial r}$, $p_{rr} = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2}$ et $p_{tt} = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$.

De même que pour l'équation de propagation (1.13) dans le cas d'une onde plane, l'équation (1.15) admet la solution générale [Szabo, 2004, chapitre 3]

$$p(r, t) = \frac{1}{r} p_+(t - \frac{r}{c}) + \frac{1}{r} p_-(t + \frac{r}{c}) \quad (1.16)$$

avec toujours les deux composantes progressive et régressive suivant le sens de propagation considéré. On retrouve une structure semblable à celle des ondes planes avec un terme de décroissance d'amplitude en $\frac{1}{r}$ due à la conservation de l'énergie totale et à l'augmentation de la surface des fronts d'onde à mesure que l'on s'éloigne de la source.

1.2.2.4 Réflexion, transmission et diffusion

La propagation des ondes US et leur comportement au niveau des interfaces entre deux milieux acoustiques différents peuvent dans certaines situations être étudiés en termes de réflexion et de transmission dans le cadre de l'optique géométrique. Il s'agit d'un cas très particulier assez peu réaliste en imagerie US, abordé comme une première approximation qui sera ensuite raffinée et étendue aux phénomènes plus généraux de diffusion.

L'optique géométrique comme première approximation

Si l'on fait l'hypothèse que la longueur d'onde du signal incident est très petite devant l'épaisseur de l'interface considérée, les ondes réfléchies et transmises obéissent aux lois de Snell-Descartes [Prince et Links, 2006] décrivant l'optique géométrique (figure 1.7) :

$$\theta_i = \theta_r \quad (1.17a)$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{c_1}{c_2} \quad (1.17b)$$

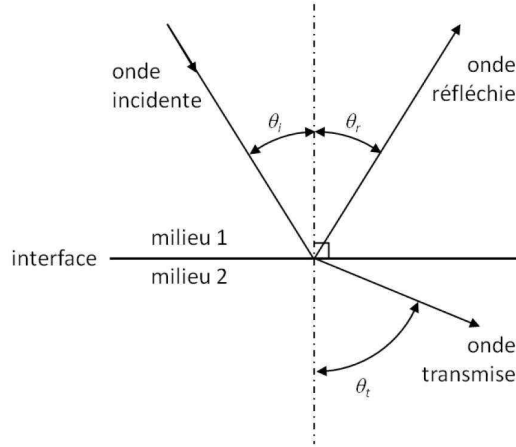


FIGURE 1.7 – Illustration de la loi de Descartes pour l'optique géométrique.

avec c_1 et c_2 la célérité des US dans les milieux respectifs de part et d'autre de l'interface et θ_i , θ_r et θ_t les angles entre la normale à l'interface et les directions respectives de propagation des ondes incidente, réfléchie et transmise. Par continuité, la composante tangentielle de la vitesse des particules due à l'onde incidente doit coïncider avec la somme des composantes tangentielles pour les ondes réfléchie et transmise, c'est-à-dire

$$v_i \cos \theta_i = v_r \cos \theta_r + v_t \cos \theta_t \quad (1.18)$$

On peut alors interpréter cette expression en termes de pression grâce à (1.2) :

$$\frac{\cos \theta_i}{Z_1} p_i = \frac{\cos \theta_r}{Z_1} p_r + \frac{\cos \theta_t}{Z_2} p_t. \quad (1.19)$$

En utilisant le même principe de continuité au niveau de l'interface pour la pression, on a également [Szabo, 2004]

$$p_t = p_i + p_r. \quad (1.20)$$

On peut alors définir les coefficients de réflexion et de transmission en pression (R_p, T_p) et en intensité (R_I, T_I) :

$$R_p = \frac{p_r}{p_i} = \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t}, \quad (1.21a)$$

$$T_p = \frac{p_t}{p_i} = \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t}, \quad (1.21b)$$

$$R_I = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} \right)^2, \quad (1.21c)$$

$$T_I = \frac{I_t}{I_i} = \frac{4Z_2 Z_1 \cos^2 \theta_i}{(Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t)^2}. \quad (1.21d)$$

Notons que $R_I = R_p^2$ et $T_I = \frac{Z_1}{Z_2} T_p^2$.

Toutes ces grandeurs, définies sans véritable sens physique dans le cadre de l'approximation de l'optique géométrique, seront réutilisées dans la partie suivante qui aborde une modélisation plus réaliste de la propagation des ondes US.

Le(s) phénomène(s) de diffusion en imagerie ultrasonore

Il suffit de regarder n'importe quelle image US pour comprendre que l'interaction entre l'onde et le milieu de propagation est en réalité bien plus complexe que les seules réflexion et transmission promues par l'optique géométrique classique. Le phénomène de diffusion, avec toutes ses déclinaisons, décrit de manière plus fidèle ce comportement. Les particules, qui seront dans la suite appelées *diffuseurs*, sont ainsi réparties en trois grandes catégories suivant le rapport entre leur dimension et la longueur d'onde des US.

On considère ici des diffuseurs sphériques de rayon a soumis à une onde US, définie par son nombre d'onde k , issue d'une source circulaire de rayon b .

1. Particules sujettes à une réflexion de type *spéculaire*.

Quand la longueur d'onde est largement inférieure aux dimensions du diffuseur ($ka \gg 1$), on parle de réflexion spéculaire. L'interaction est alors une sorte de réflexion dans laquelle le front d'onde du signal renvoyé est une réplique grossière de la forme de la particule (effet miroir).

Dans le cas d'une onde plane suivant le schéma de la figure 1.8, l'onde US incidente est interceptée par une section d'aire πb^2 et est réfléchiée avec un certain coefficient de réflexion R_p dû à l'adaptation d'impédance entre le milieu de propagation et l'objet. L'onde sphérique rétrodiffusée est alors définie à une distance r par le ratio suivant [Szabo, 2004] :

$$\frac{I_r}{I_i} = \frac{\pi b^2}{4\pi r^2} R_p^2 = \frac{b^2}{4r^2} R_p^2. \quad (1.22)$$

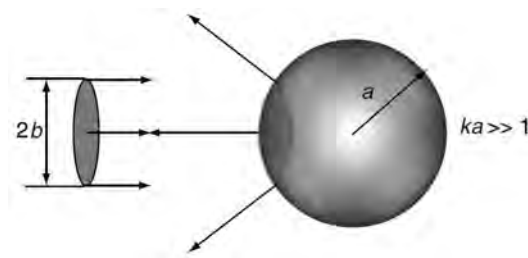


FIGURE 1.8 – Réflexion spéculaire dans le cas $ka \gg 1$.

2. Particules sujettes à une réflexion de type *diffuse*.

À l'opposé, quand la longueur d'onde est très grande devant les dimensions de l'objet ($ka \ll 1$), on parle de réflexion diffuse (ou simplement de diffusion). La surface du diffuseur ne parvient

pas à générer d'interférence notable au contact de l'onde incidente ; en d'autres termes, les différences de phase entre les points d'intérêt de la surface du diffuseur sont insignifiantes.

Ce principe de diffusion, découvert par Lord Rayleigh alors qu'il cherchait une explication à la couleur bleue du ciel, est au cœur de nombreux concepts en imagerie médicale. Les tissus sont par exemple très souvent modélisés comme un agrégat de minuscules diffuseurs ponctuels comme celui présenté sur la figure 1.9. La mesure du flux sanguin par les méthodes Doppler (cf. section 1.2.5) ainsi que les agents de contraste utilisés pour rehausser le niveau des vaisseaux sanguins dans les images US se basent également sur ce phénomène.

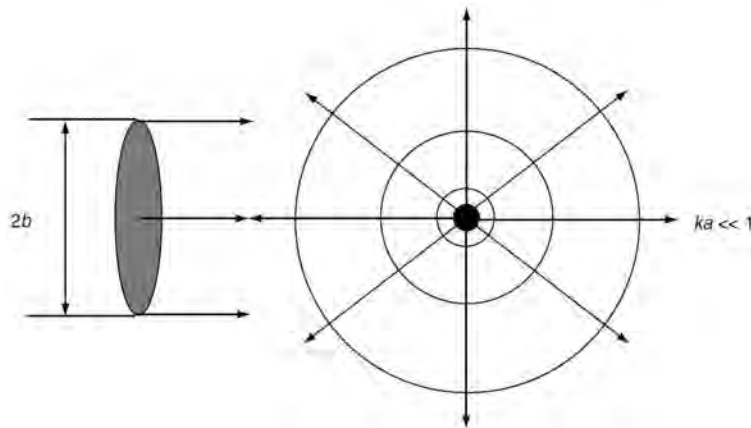


FIGURE 1.9 – Réflexion diffuse (ou diffusion) dans le cas $ka \ll 1$.

Lord Rayleigh, Morse et Ingard [Szabo, 2004] ont établi une expression pour la diffusion de l'onde de pression dans ces conditions ($ka \ll 1$), faisant intervenir les propriétés élastiques des diffuseurs. Dans le cas d'un diffuseur sphérique rigide, cette équation s'écrit

$$\frac{I_s}{I_i} = \frac{k^4 a^6}{9r^2} \left(1 - \frac{3 \cos \theta}{2} \right) \quad (1.23)$$

avec $\theta = 0$ dans l'axe de propagation direct. Il est intéressant de noter que dans le cas $\theta = \pi$, ce ratio devient

$$\frac{I_s}{I_i} = \frac{25k^4 a^6}{36r^2}, \quad (1.24)$$

résultat qui dépend fortement de la fréquence de l'onde US (à la puissance 4 via le nombre d'onde k), à la différence de l'équation (1.22) dans le cas spéculaire. Ainsi, l'intensité rétrodiffusée par une même particule apparaîtra plus ou moins importante selon la fréquence de l'onde US. Cette diffusion est également appelée diffusion de Rayleigh.

3. Particules sujettes à une diffusion de type *diffractée*.

La dernière catégorie de particules regroupe tous les intermédiaires et fait intervenir des objets aux propriétés élastiques non négligeables. Le comportement de cette catégorie de diffuseurs est beaucoup moins bien connue et il n'existe pas de solution analytique générale permettant

de caractériser la propagation des ondes US. Seules des situations bien précises, concernant des objets à structures simples, peuvent être traitées en utilisant l'approximation de Born au premier ordre [Szabo, 2004].

La figure 1.10 représente une image US du foie qui regroupe les différents types de diffusion abordés précédemment. Le bruit de fond présent sur l'image, appelé « speckle » (cf. section 1.2.2.5), appartient à la catégorie $ka \ll 1$. La frontière du foie appartient à la classe opposée ($ka \gg 1$). Les petits vaisseaux qui apparaissent en coupe transverse de faible intensité sur l'image US peuvent être associés à la catégorie intermédiaire.

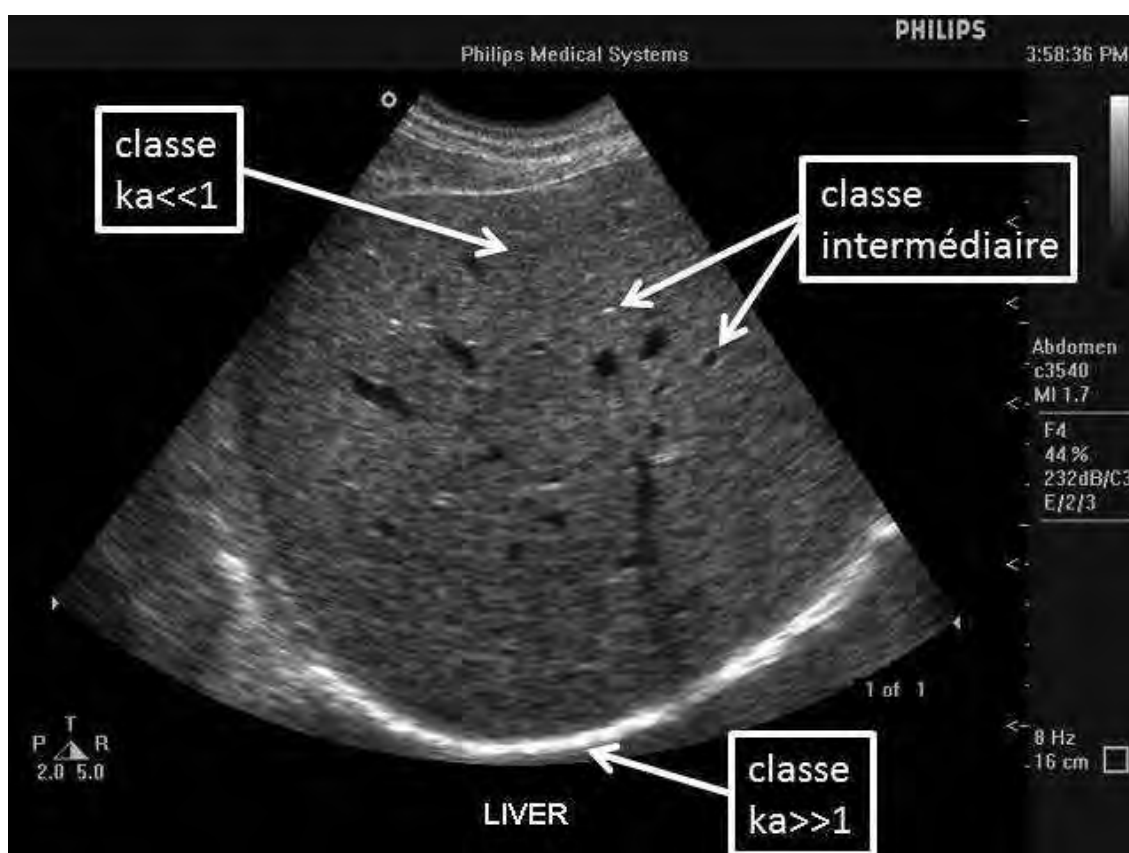


FIGURE 1.10 – Image ultrasonore du foie (Philips Medical Systems) illustrant les différentes classes de diffuseurs.

Remarque sur la notion d'échogénicité. En imagerie US, on distingue deux types de zone selon la faculté du tissu considéré à rétrodiffuser l'onde US. On caractérise une structure *hyperéchogène* (respectivement *hypoéchogène*) par sa capacité à réfléchir plus fortement (respectivement plus faiblement) les US que les tissus environnants. Cette capacité dépend à la fois de la nature du milieu et de la concentration de diffuseurs par cellule de résolution (pixel rectangulaire de l'image US

finale). L'hyperéchogénicité est caractéristique des tissus durs, des os, des calculs rénaux, des gaz intraviscéraux, et de certaines métastases calcifiées. L'hypoéchogénicité se rapporte principalement aux structures membranaires, aux vascularisations, aux pathologies liquidiennes (les kystes par exemple) et à certaines métastases hépatiques [Szabo, 2004].

Remarque sur les structures quasi-périodiques. Il existe des zones aux propriétés bien particulières, appelées *structures quasi-périodiques*, qui sont l'objet d'études ciblées [Narayanan *et al.*, 1997; Pereira *et al.*, 2004] afin de détecter le développement de certaines pathologies dans des tissus comme le foie, la vessie et les os. La distance moyenne entre diffuseurs (MSS pour *mean scatterer spacing*) estimée dans les zones de réflexion diffuse semble être un critère décisif pouvant être corrélé avec ces pathologies.

1.2.2.5 Speckle

Contrairement aux principales autres modalités, l'imagerie US est caractérisée par cette texture granuleuse omniprésente appelée *speckle*, indirectement porteuse d'information sur la structure du milieu mais qui nuit grandement au contraste et à la délimitation des objets d'intérêt comme les organes ou les kystes. On retrouve cette composante dans des modalités telles que la tomographie par cohérence optique (OCT, « optical coherence tomography »). Le speckle survient dans les zones de forte concentration en diffuseurs de très petite taille ($ka \ll 1$) par cellule de résolution. Il en découle au niveau du transducteur (section 1.2.3) une combinaison d'interférences constructives et destructives à l'origine de cette texture tachetée faite de zones claires et sombres. La distribution spatiale du speckle sur les images US est en lien direct avec la position des diffuseurs et les caractéristiques de la sonde et peut être utilisée pour l'estimation du mouvement ou la caractérisation tissulaire (section 1.3).

Le speckle étant composé de particules sujettes à une réflexion diffuse, son apparence est fortement influencé par les caractéristiques du transducteur, notamment la fréquence [Foster *et al.*, 1983]. La figure 1.11 présente trois images US d'une même zone carrée de 1 mm de côté, obtenues avec trois transducteurs différents.

1.2.2.6 Atténuation

Jusqu'à présent, nous avons considéré le cas d'une propagation sans perte dans les tissus. En pratique, l'amplitude des ondes US est atténuée au cours du temps par absorption (dissipation d'énergie convertie en chaleur), par diffusion (création d'ondes secondaires) et par conversion de mode (transformation en onde transversale ou de cisaillement). L'ensemble de ces mécanismes contribue à la décroissance de l'onde de pression et peut être modélisé en reformulant l'équation (1.14) [Prince et Links, 2006] :

$$p(z, t) = p_z e^{i(\omega t - kz)} \quad (1.25)$$

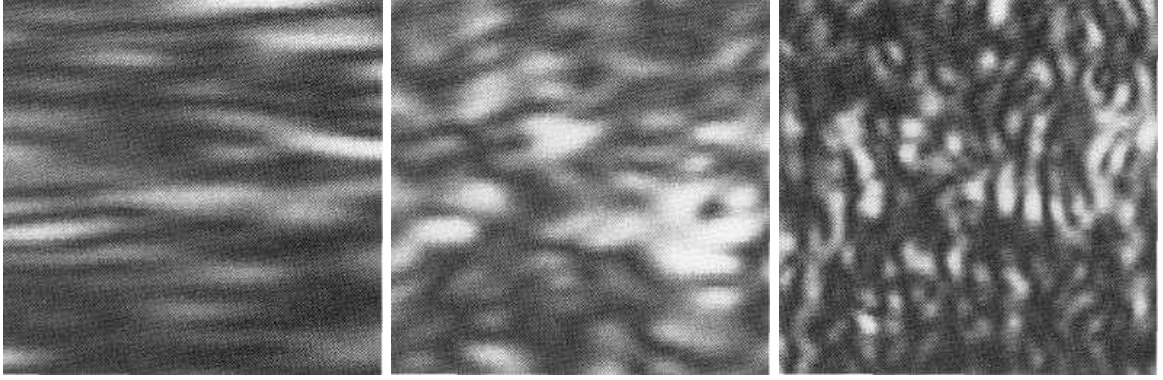


FIGURE 1.11 – Comparaison de trois images ultrasonores contenant le même speckle obtenues avec des transducteurs différents, issue de [Foster *et al.*, 1983].

avec p_z l'amplitude réelle de l'onde au cours de la propagation qui dépend de la position selon l'expression

$$p_z = p_0 e^{-\mu_a z}. \quad (1.26)$$

μ_a est le facteur d'atténuation d'amplitude habituellement exprimé en $\text{Np} \cdot \text{m}^{-1}$ (nepers par mètre) avec $1 \text{ Np} \approx 8.69 \text{ dB}$. Il est important de noter que ce modèle d'atténuation est basé sur une approche phénoménologique : il est validé en pratique mais ne s'accorde pas facilement avec la théorie. En particulier, cette expression pour la pression ne satisfait plus l'équation d'onde.

En pratique, par comparaison avec la formule du gain en amplitude $20 \log_{10} \frac{A_z}{A_0}$ exprimé en dB, il est plus fréquent d'utiliser directement le coefficient d'atténuation en $\text{dB} \cdot \text{m}^{-1}$:

$$\alpha = 20 \log_{10}(e) \mu_a \approx 8.69 \mu_a \quad (1.27)$$

avec e la base de la fonction logarithme népérien. Le tableau 1.5 regroupe les valeurs de α à $f = 1 \text{ MHz}$ pour les principaux tissus biologiques en imagerie US.

En général, on considère que l'absorption est la principale contribution au phénomène d'atténuation de l'onde US : on appelle alors α le coefficient d'absorption. La dépendance de ce coefficient vis-à-vis de la fréquence se modélise couramment comme

$$\alpha = a f^b, \quad (1.28)$$

avec a et b des constantes tributaires du milieu. Dans les tissus biologiques, b est une valeur à peu près constante légèrement supérieure à 1 (par exemple, $b = 1.12$ dans le foie). Il est ainsi courant de faire l'approximation $b = 1$ pour obtenir une relation linéaire entre α et f . Le tableau 1.5 récapitule dans ce cas les différentes valeurs de a .

Compensation de gain en fonction du temps

Afin de pallier les effets de l'absorption, les systèmes d'imagerie US disposent d'un mécanisme de

Milieu exploré	Coefficient d'atténuation α (dB · cm ⁻¹ , $f = 1$ MHz)	Dépendance en fréquence $a = \alpha/f$ (dB · cm ⁻¹ · MHz ⁻¹)
Air (CNTP)	12	$\alpha \propto f^2$
Eau (20°C)	2.2×10^{-3}	négligeable
Sang	0.15	0.18
Os dense	14.2	20.0
Os spongieux	25.2	20.0
Muscle (longitudinalement)	0.96	1.3
Muscle (transversalement)	1.40	3.3
Graisse	0.63	0.63
Cerveau	0.75	1.3
Poumon	40	45.0
Foie	1.2	0.94

TABLE 1.5 – Atténuation des ondes ultrasonores et dépendance en fréquence dans les principaux tissus biologiques dans le cas $b = 1$ (sauf pour l'air où $b = 2$) [Prince et Links, 2006].

rehaussement largement connu sous son acronyme anglais TGC (*time gain compensation*). Le principe est de diviser l'image en bandes orthogonales à la direction de propagation et d'associer un gain variable à chacune d'entre elles. L'ajustement doit être effectué afin d'obtenir un niveau de gris global approximativement uniforme. La figure 1.12 donne un aperçu de cette approche dans le cas de 4 zones de correction, chacune ayant un gain ajusté de manière à contrebalancer localement la perte moyenne. Enfin, si l'on connaît la dynamique de l'appareil, on peut déterminer la profondeur maximale d'exploration (cf. section 1.2.4), c'est-à-dire la distance au-delà de laquelle l'onde US n'aura plus suffisamment d'énergie pour être captée par le transducteur.

1.2.3 Transducteur ultrasonore

Le transducteur, situé à l'avant de la sonde US, est un dispositif composé d'au moins un élément piézoélectrique assurant l'émission et la réception des ultrasons. C'est lui qui réalise la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique (et vice versa) et qui permet de balayer le milieu d'exploration afin de récupérer les informations nécessaires à la formation d'une image. La sonde étant généralement positionnée à l'extérieur du corps humain, un gel de couplage composé à 98% d'eau permet de limiter les pertes par adaptation d'impédance (cf. section 1.2.2) due à la mince couche d'air située entre la surface du transducteur et la surface de la peau.

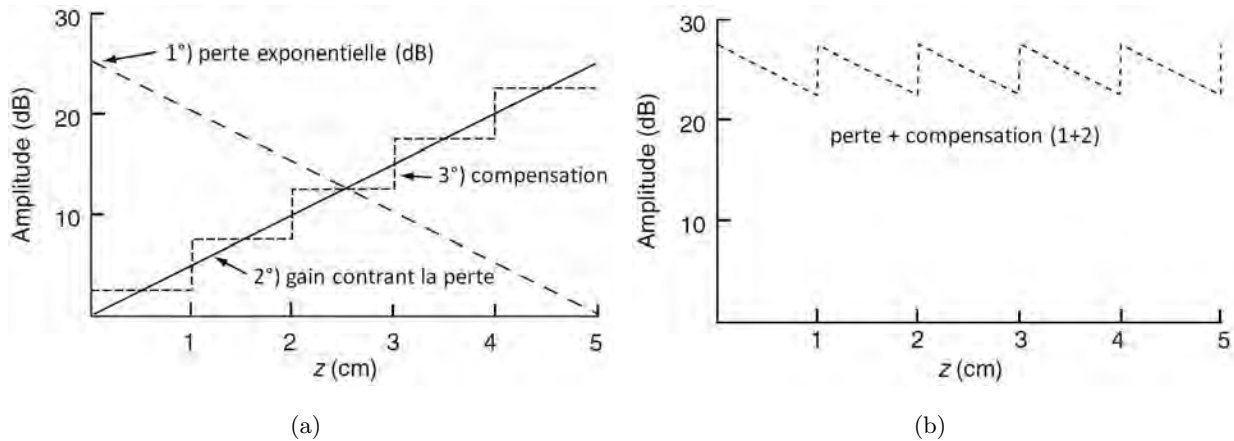


FIGURE 1.12 – Principe de la compensation de gain en fonction du temps. (a) La décroissance exponentielle en dB est contrebalancée par un gain de même allure approximé par zones. (b) Effet résultant de la compensation des pertes [Prince et Links, 2006].

1.2.3.1 Piézoélectricité

Les phénomènes piézoélectriques, découverts par Pierre et Jacques Curie en 1880, sont la base de l'émission et de la réception de l'onde US. Un cristal piézoélectrique, lorsqu'il est soumis à une pression, génère une différence de potentiel en surface : on parle d'effet piézoélectrique *direct*. Il se contracte physiquement dans la direction de propagation d'un courant électrique d'excitation dans le cas *indirect*. Il occupe ainsi le rôle de convertisseur d'énergie électrique en énergie mécanique et retrouve son état initial quand on stoppe le courant ou la pression. Ce phénomène est illustré sur le schéma de principe 1.13 dans le cas direct.

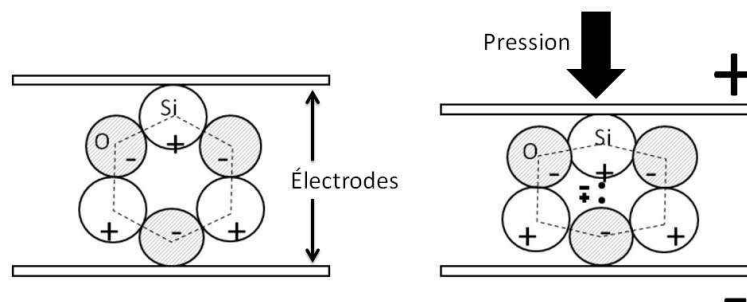


FIGURE 1.13 – Schéma de principe de l'effet piézoélectrique direct. La déformation des mailles cristallines due à une compression génère une différence de potentiel entre les faces avant et arrière.

En pratique, chaque élément piézoélectrique possédant ces deux caractéristiques (effet direct et indirect), un seul transducteur est nécessaire pour assurer l'émission et la réception de l'onde US. Si tel est le cas, on distingue alternativement deux phases dans l'activité électrique : une phase courte comportant des impulsions brèves émises à la fréquence de résonance du transducteur, suivie d'une

phase beaucoup plus longue d'écoute, sans émission, correspondant à la réception et à la conversion de l'onde de pression.

Une sonde peut être composée d'un seul ou de plusieurs éléments piézoélectriques, de formes et de tailles différentes. La sonde basique comporte un seul élément cylindrique, illustré sur la figure 1.14, et nécessite un balayage mécanique (cf. section 1.2.3.2) pour obtenir une image US. La plupart des sondes actuelles utilisent des barrettes multi-éléments (rectangulaires ou annulaires) permettant un balayage électronique. Typiquement, une barrette rectangulaire comporte 50 à 100 éléments pour une dimension totale de 1 cm (hauteur de chaque élément) par 3 cm. La largeur de chaque élément est d'environ le quart de la longueur d'onde, c'est-à-dire entre 0.2 et 0.75 mm dans la plupart des cas.

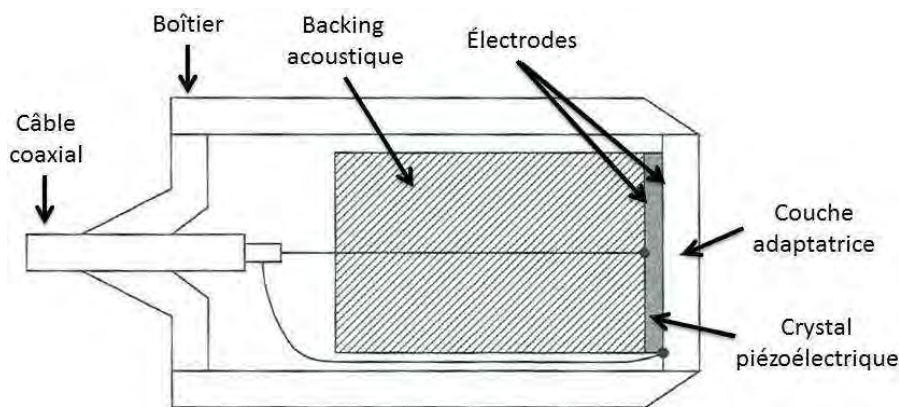


FIGURE 1.14 – Schéma d'une sonde ultrasonore basique, adapté de [Prince et Links, 2006].

1.2.3.2 Balayage

Si certains modes d'imagerie US se contentent de la visualisation 1D d'une seule direction de propagation (comme par exemple les modes A et M, cf. section 1.2.5), qu'on appelle *direction axiale*, il est nécessaire de déplacer le transducteur selon une deuxième direction appelée *direction latérale* pour la formation d'une véritable image 2D. On parle de *direction azimutale* pour la troisième dimension d'une image 3D. Chaque signal 1D récupéré pour construire ces images est appelé *ligne radio-fréquence* (ligne RF). Ce balayage peut être effectué de manière mécanique dans le cas d'une sonde mono-élément (figure 1.15) ou de manière électronique dans le cas d'une sonde multi-éléments.

En pratique, la sonde utilisée par le médecin reste immobile durant le court temps d'acquisition d'une image. Dans le cas d'un transducteur mono-élément, c'est un moteur électrique situé à l'intérieur de la sonde qui déplace physiquement l'élément. Dans le cas d'une barrette piézoélectrique multi-éléments, le balayage peut s'effectuer en n'excitant qu'une partie des éléments et en déplaçant de manière électronique cette zone active via les techniques de formation de faisceau explicitées dans la section suivante.

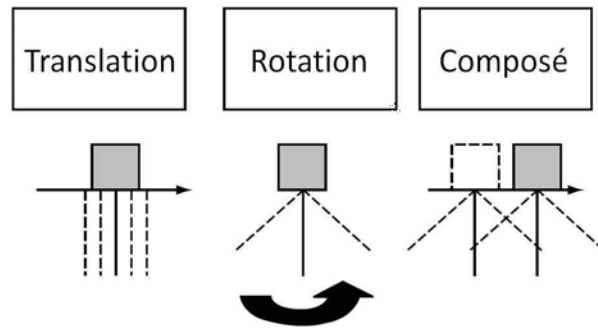


FIGURE 1.15 – Principales méthodes de balayage mécanique en 2D.

1.2.3.3 Focalisation et formation de faisceau

Il peut s'avérer nécessaire de concentrer l'énergie émise dans une zone donnée afin de mieux repérer les échos locaux. Cette focalisation peut alors s'effectuer de manière mécanique par adjonction d'une lentille concave sur la face avant du transducteur mono-élément, que l'on appelle *lame quart d'onde* en raison de son épaisseur. Le faisceau tendra néanmoins à diverger une fois la zone focale passée, ce qui conjugué aux phénomènes d'atténuation réduit fortement l'exploitation des données dans ces zones éloignées de la sonde.

Dans le cas multi-éléments, le principe de focalisation peut être mis en correspondance avec les techniques de formation de faisceau dans le sens où il faut jouer avec le décalage (à l'émission ou à la réception) des signaux de chacun des éléments piézoélectriques afin d'en optimiser les performances dans une zone et/ou une direction données. L'idée est d'émettre ou de recevoir chaque impulsion (parfois connue sous l'anglicisme « pulse ») US en tenant compte du retard relatif entre chaque élément de la barrette et de sommer tous ces signaux de manière cohérente afin de favoriser une zone et/ou une direction particulière. Ce principe de formation de faisceau par délais et sommes, aussi connu sous son appellation anglophone « delay and sum beamforming » (DAS beamforming), est illustré de manière géométrique sur la figure 1.16 en regard du principe de focalisation. La focalisation peut se faire de manière classique pour un point focal fixé ou de manière dynamique en prenant en compte l'évolution de cette zone focale au cours du temps.

Par exemple, on peut facilement calculer les retards à l'émission de chaque élément de la barrette pour la formation d'une onde plane selon la direction θ . En supposant que l'élément de référence T_0 émet une impulsion à $t = 0$, ce dernier aura parcouru à l'instant t une distance $r_0(t) = ct$. On peut exprimer par des considérations géométriques la distance entre T_i (le i ème transducteur) et la ligne de front de l'onde plane que l'on veut générer comme

$$r_i(t) = r_0(t) - id \sin \theta \quad (1.29)$$

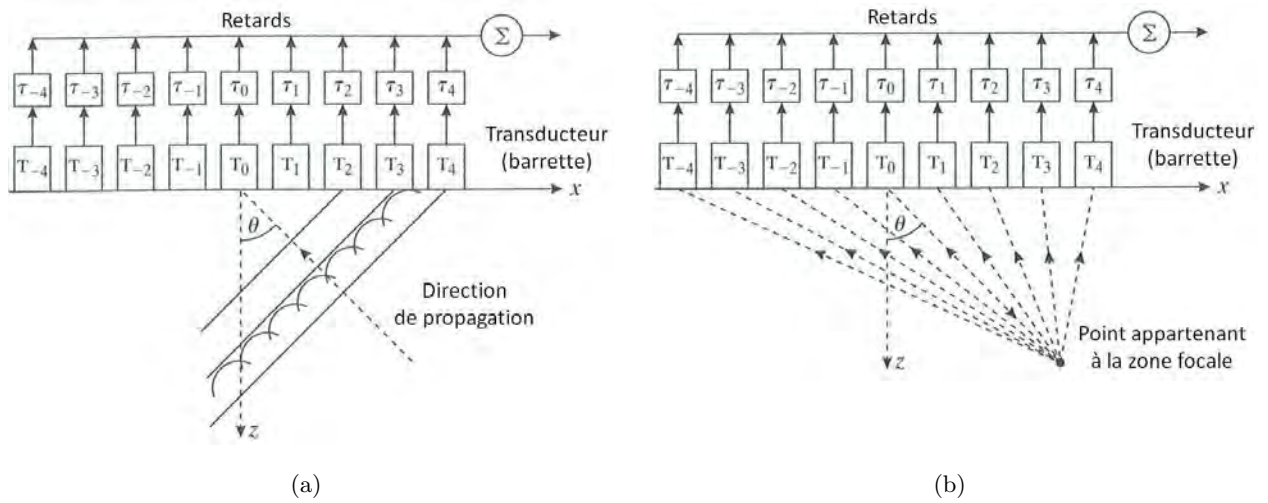


FIGURE 1.16 – Approches géométriques pour (a) la formation de faisceau et (b) la focalisation dynamique dans le cas d'une onde plane, adapté de Prince et Links [2006].

avec d la distance entre chaque élément. On en déduit alors le moment optimal de génération de l'impulsion pour l'élément i :

$$t_i = \frac{r_0(t) - r_i(t)}{c} = \frac{id \sin \theta}{c}. \quad (1.30)$$

Il existe des techniques de formation de faisceau avancées qui seront abordées dans le chapitre 2, section 2.3.4.4.

1.2.4 Limitations

Les caractéristiques intrinsèques de l'onde US et de sa propagation abordées précédemment se traduisent inévitablement en termes de limitations diverses : profondeur de pénétration, fréquence de balayage et résolutions. Des phénomènes indépendants (e.g., artefacts, mouvement du patient) peuvent également se manifester et nuire à la qualité des images US.

1.2.4.1 Profondeur de pénétration

En imagerie US, la distance axiale maximale que l'on peut explorer est principalement limitée par les phénomènes d'atténuation que subit l'onde émise par le transducteur. En effet, étant donnée la décroissance exponentielle de l'amplitude donnée par l'équation (1.26) et pour une perte maximale admissible par le système d'acquisition notée L et définie par

$$L = 20 \log \frac{p_z}{p_0}, \quad (1.31)$$

on obtient avec les hypothèses de la section 1.2.2.6 la relation suivante :

$$z_{\max} = \frac{L}{af}. \quad (1.32)$$

z_{\max} correspond ainsi à la distance parcourue par l'onde US avant totale atténuation. L'onde devant effectuer un trajet aller/retour dans les tissus, on définit la *profondeur de pénétration*, notée d_p pour « penetration depth », comme la moitié de la distance maximale :

$$d_p = \frac{L}{2af}. \quad (1.33)$$

La table 1.6 donne un aperçu des valeurs typiques de d_p en fonction de la fréquence des US, pour les valeurs classiques $a = 1 \text{ dB} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{MHz}^{-1}$ et $L = 80 \text{ dB}$.

Fréquence f (MHz)	Profondeur de pénétration d_p (cm)
1	40
2	20
3	13
5	8
10	4
20	2

TABLE 1.6 – Profondeurs de pénétration typiques en imagerie ultrasonore.

1.2.4.2 Fréquence de balayage

Entre l'émission de deux impulsions, il faut au moins attendre que l'onde se soit propagée jusqu'à la profondeur de pénétration. On définit donc le délai de répétition entre deux impulsions T_r :

$$T_r \geq \frac{2d_p}{c} \quad (1.34)$$

où c correspond à la vitesse des ultrasons dans le milieu en question. Si N signaux sont nécessaires à la constitution de l'image US, la *fréquence d'acquisition* (« frame rate » en anglais) est alors majorée selon l'expression suivante :

$$F_r = \frac{1}{NT_r} \leq \frac{c}{2Nd_p}. \quad (1.35)$$

On peut donc jouer sur la fréquence de l'onde US émise pour garantir une fréquence de balayage minimum. À titre d'exemple, une configuration classique de $N = 256$ lignes RF par image impose une fréquence $f \geq 1.99 \text{ MHz}$ pour atteindre une fréquence de balayage de 15 images par seconde.

1.2.4.3 Résolutions axiale et latérale

La notion de *résolution* spatiale peut être interprétée de différentes manières, peut-être plus encore en imagerie US que dans les autres domaines ayant trait à l'imagerie, selon que l'on se place du point

de vue instrumental ou numérique. Si cette notion apparaît en théorie comme évidente, elle peut être l'objet de nombreuses interprétations, parfois antagonistes, en pratique. D'une manière générale, la quantification de la résolution doit s'accompagner d'autres critères de performance, en parallèle, comme on le verra dans la section 2.3 qui leur est consacrée.

En imagerie US, on distingue plusieurs types de résolution suivant la direction considérée : on parle de *résolution axiale* selon l'axe de propagation, de *résolution latérale* selon le premier axe de balayage et de *résolution azimutale* si l'on considère le second axe de balayage dans le cas de l'imagerie 3D. Cette distinction entre plusieurs types de résolution dépendant des caractéristiques physiques du transducteur est propre au système d'acquisition en imagerie US. En effet, à la différence de l'imagerie optique classique, l'image n'est pas obtenue comme un instantané 2D de la scène dans le plan focal mais comme un processus de reconstruction à partir de signaux 1D ayant leurs particularités.

Dans cette section, nous nous tiendrons à la définition extrêmement pratique de la résolution, à savoir la capacité d'un dispositif à séparer (ou « résoudre ») deux points sources proches l'un de l'autre. Une approche classique pour évaluer la résolution d'un système d'imagerie consiste ainsi à relever la *réponse impulsionnelle spatiale* (ou PSF pour « point spread function ») de ces deux points sources et de déterminer la largeur à mi-hauteur du signal enveloppe correspondant. On distingue habituellement trois cas de figure, illustrés sur la figure 1.17 dans le cas d'une PSF 1D gaussienne : les points sources imagés par le système d'acquisition sont soit résolus, soit confondus, soit à la limite de la résolution. C'est ce cas intermédiaire qui détermine la résolution du système, quand les deux points sont séparés d'une distance correspondant à la largeur à mi-hauteur (ou FWHM pour « full width at half maximum ») des gaussiennes, aussi appelée largeur à -6 dB².

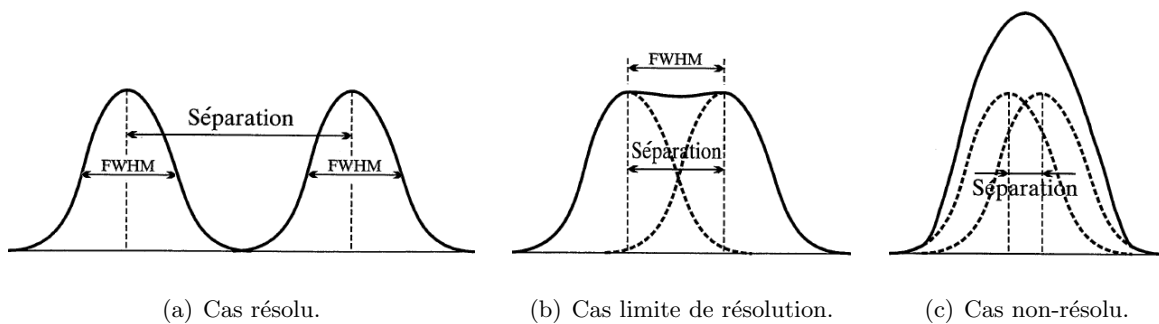


FIGURE 1.17 – Trois cas de résolution en terme de largeur à mi-hauteur : les points sources sont (a) résolus, (b) à la limite de la résolution et (c) confondus. D'après [Prince et Links, 2006].

Résolution axiale

On définit la résolution axiale r_{ax} comme la capacité du système US à distinguer deux points sources

² La largeur à -3 dB dans le cas d'une aller simple équivaut à la largeur à -6 dB dans le cas d'un trajet aller-retour [Szabo, 2004, chapitre 5].

proches situés sur l'axe de propagation z . Elle est donnée par l'équation [Foster *et al.*, 2000]

$$r_{ax} = \frac{c}{2B} \quad (1.36)$$

avec c la célérité des US dans le milieu considéré et B la bande passante du transducteur définie autour de sa fréquence centrale.

Améliorer la résolution axiale d'un point de vue instrumental revient ainsi principalement à augmenter la fréquence de l'onde US émise. Il faut toutefois garder à l'esprit que si les sondes fonctionnant à 20 ou 30 MHz bénéficient d'une meilleure résolution que les sondes classiques (autour de 3 MHz), cela se fait au détriment de la profondeur de pénétration comme indiqué par l'équation (1.33). Les techniques instrumentales basées sur l'augmentation de la fréquence de la sonde ont par ailleurs atteint aujourd'hui une limite physique liée à des considérations technologiques, à l'image de la fréquence d'horloge des processeurs en informatique.

Résolution latérale

On définit de façon analogue la résolution latérale, notée r_{lat} , comme la capacité du système US à distinguer deux points sources proches situés sur l'axe orthogonal x à la direction de propagation z . Elle s'exprime de manière analytique comme [Foster *et al.*, 2000]

$$r_{lat} = \lambda \frac{L_f}{2a} \quad (1.37)$$

où λ représente la longueur d'onde US, L_f la distance focale et a le rayon du transducteur (dans le cas d'un unique élément cylindrique).

À caractéristiques fréquentielles fixées, la résolution latérale dépend donc des composantes géométriques de la sonde US. À profondeur fixée, elle est maximale dans la zone focale du transducteur et se dégrade rapidement à mesure qu'on s'en éloigne, c'est-à-dire dans les tissus superficiels (proches de la sonde) et profonds (au voisinage de la profondeur de pénétration).

1.2.4.4 Autres limitations

Des limitations indépendantes de la formation des images US peuvent altérer leur qualité générale, comme le bruit électronique omniprésent dans les systèmes d'acquisition et limitant les capacités des techniques de restauration d'images. Enfin, des phénomènes extrinsèques au dispositif physique s'ajoutent à toutes les limitations évoquées dans cette section : on peut notamment citer les mouvements externes (du patient ou de la sonde pilotée par le médecin) ainsi que les mouvements internes liés à une activité biologique inévitable chez un être vivant (flux sanguins, mouvements respiratoires, etc.).

1.2.5 Modes d'imagerie

Une fois les données RF acquises par la sonde US, il existe de nombreuses manières d'afficher les résultats pour l'utilisateur en fonction des caractéristiques de la sonde, du domaine d'application et des propriétés physiques des tissus que l'on veut mettre en lumière.

Mode A

Le *mode A* est le point de départ des systèmes d'imagerie US puisqu'il consiste à visualiser l'amplitude des échos 1D d'une seule impulsion, après détection de leur enveloppe, en fonction de la distance parcourue (ou de manière équivalente du temps de parcours) selon la direction de propagation z . Sur la figure 1.18, on peut observer un signal typique en mode A avec le premier pic détecté correspondant à l'écho initial de l'impulsion émise. Tous les pics suivants renseignent l'utilisateur sur la structure du milieu étudié : la pénétration dans le corps humain au niveau de la peau, les interfaces des organes, etc.

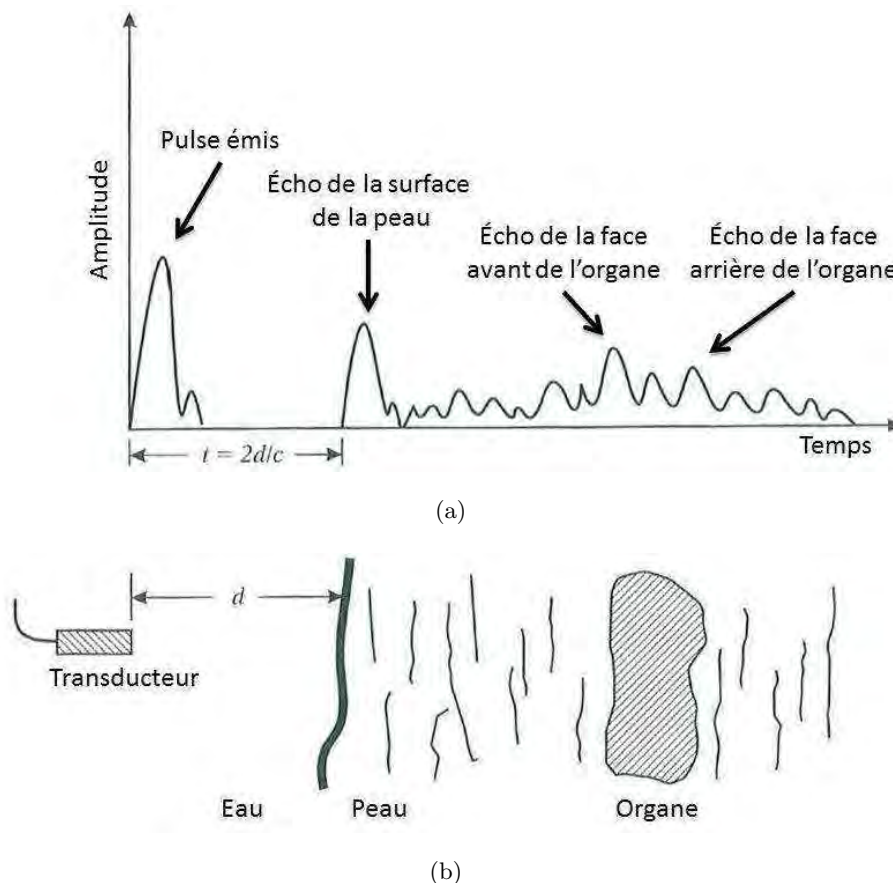


FIGURE 1.18 – Le signal ultrasonore classique en mode A adapté de [Prince et Links, 2006]. On peut facilement établir une corrélation entre (a) les échos reçus au niveau du transducteur et (b) la nature du milieu dans lequel se propage l'onde.

Ce mode de visualisation est parfois utilisé en imagerie cardiaque pour l'étude du mouvement de la valve du cœur ou au niveau de l'œil pour diagnostiquer un décollement de la rétine. Il est couramment utilisé en industrie pour le contrôle de qualité non destructif via la détection de défaut dans certains matériaux.

Mode M

Le *mode M*, aussi connu sous l'appellation TM pour « temps-mouvement », consiste à afficher non plus un seul signal 1D mais la juxtaposition 2D de signaux en mode A au cours du temps. Chaque signal en mode A est traduit en niveaux de gris et forme une colonne de l'image, son évolution temporelle pouvant être suivie selon la direction horizontale. Ainsi, ce mode permet de suivre le mouvement d'objets se trouvant dans l'axe du faisceau US comme le déplacement de haut en bas des zones brillantes sur la figure 1.19, dans le cas de l'imagerie cardiaque.

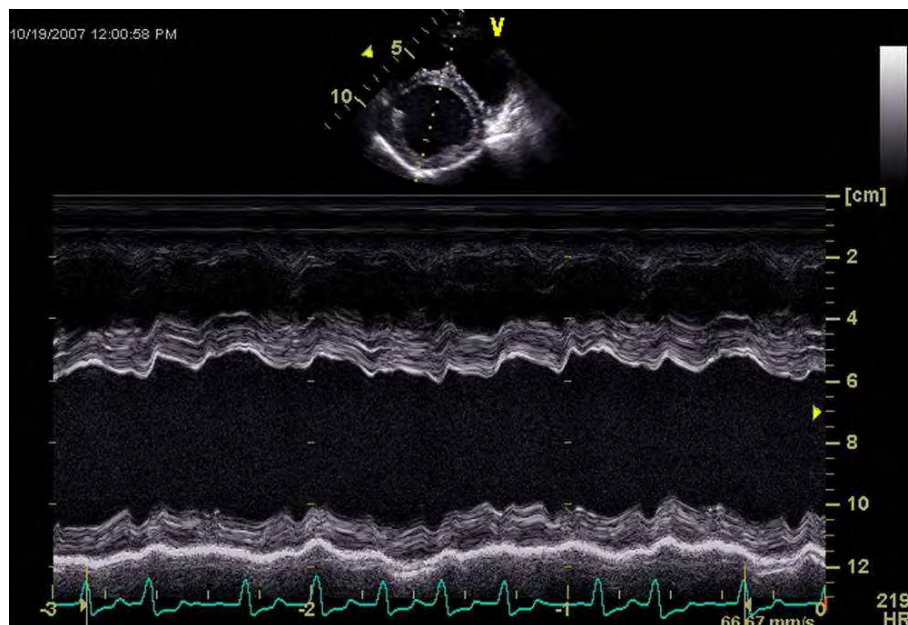


FIGURE 1.19 – Un exemple d'utilisation du mode M en imagerie cardiaque [Szabo, 2004]. On peut suivre la position des valves du cœur au cours du temps en parallèle du signal ECG situé dans la partie inférieure de la figure.

On affiche généralement au dessus du graphe une coupe 2D du milieu exploré en y représentant l'axe 1D observé par le mode M. L'application privilégiée étant l'étude des valves du cœur, on représente souvent le mode M accompagné de l'électrocardiogramme (ECG) correspondant à son activité électrique.

Mode B

Le signal RF est obtenu en adjoignant au mode A, sans détection d'enveloppe, un balayage latéral du

milieu observé. Une ligne RF 1D correspond ainsi à une colonne de l'image 2D. Le balayage peut être effectué de plusieurs manières différentes (cf. section 1.2.3.2) et influe sur l'aspect de l'image finale. Une configuration classique consiste à déplacer (de manière mécanique ou électronique) la zone active du transducteur selon l'axe latéral x alors que son faisceau pointe dans la direction axiale z . La visualisation la plus répandue est celle du *mode B*, obtenu à partir du mode RF qui reste difficile à interpréter visuellement, en appliquant aux signaux RF 1D une détection d'enveloppe suivie d'une transformation appelée « compression logarithmique » afin de réduire la dynamique de l'image et pour l'adapter à la vision humaine. La dynamique de l'image est classiquement réduite de 120 à 30 dB. L'illustration de cette correspondance entre modes RF et B est présentée sur la figure 1.20 dans le cas d'une image de thyroïde.

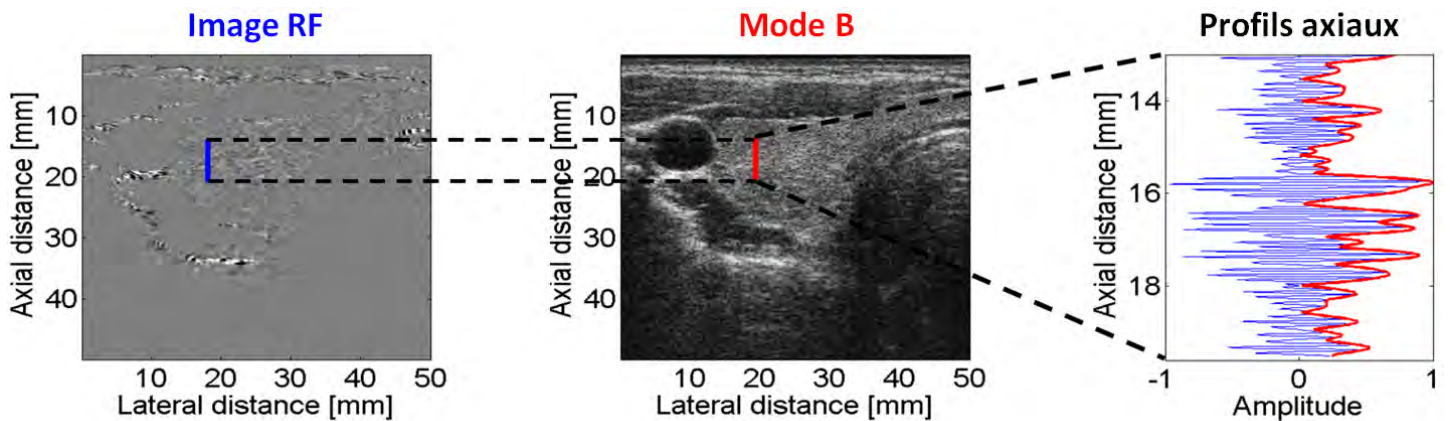


FIGURE 1.20 – Correspondance entre mode RF et mode B pour une image de thyroïde [Basarab, 2008]. Un extrait des profils axiaux des deux modes sont superposés sur la partie droite de la figure en omettant la compression logarithmique du mode B.

Échographie Doppler

L'*échographie Doppler*, parfois appelé « écho Doppler », consiste à superposer sur une image US en mode B une carte représentant la vitesse des écoulements sanguins moyens dans les zones d'intérêt. Un code de couleur permet de différencier les flux s'éloignant de la sonde (en bleu) de ceux qui s'en approchent (en rouge) et l'intensité des pixels permet de discerner l'amplitude moyenne de la vitesse. Une troisième couleur peut intervenir afin de caractériser les zones de turbulence (généralement en vert). Ce mode est notamment utilisé pour explorer les flux sanguins intracardiaques et intravasculaires.

Autres modes d'imagerie

Il existe d'autres modes d'imagerie comme le mode C (image dans un plan normal au mode B), le

mode harmonique (voir la section 2.2) ou encore le mode d'inversion d'impulsion (« pulse inversion », émission de deux impulsions de signes opposés) soulignant les zones au caractère non-linéaire. Une revue détaillée de tous les modes d'imagerie disponibles en US peut être trouvée dans [Szabo, 2004; Prince et Links, 2006].

1.2.6 Applications des ultrasons

L'utilisation des US pour l'imagerie médicale connaît de très nombreuses applications et les terminologies varient selon qu'on se place du point de vue anatomique (partie du corps humain étudiée) ou applicatif (finalité de l'examen d'imagerie). Les US sont également utilisés en dehors de l'imagerie médicale.

1.2.6.1 Imagerie médicale

Point de vue anatomique

On distingue principalement les catégories suivantes :

- Échographie abdominale : imagerie des organes internes de l'abdomen.
- Échographie cardiaque : imagerie du cœur.
- Échographie gynécologique : imagerie des organes génitaux.
- Échographie obstétrique : imagerie du fœtus.
- Échographie du sein.
- Échographie vasculaire : imagerie des artères et des veines.

Les seules parties du corps humain réellement inaccessibles aux US sont le poumon en raison de l'air qu'il contient et les os. L'imagerie du cerveau est une application récente mais relativement complexe.

Point de vue applicatif

On peut citer à titre indicatif :

- Échographie intracardiaque : imagerie à l'intérieur du cœur à l'aide de sondes spéciales insérées via un cathéter.
- Échographie intravasculaire : imagerie depuis l'intérieur des artères et des veines.
- Échographie peropératoire : imagerie durant une intervention chirurgicale.
- Échographie superficielle : imagerie haute fréquence des tissus superficiels de la peau.
- Échographie transcranienne : imagerie du cerveau (souvent via les tempes).
- Échographie transorbitale : imagerie de ou à travers l'œil.
- Échographie transœsophagienne : imagerie des organes internes à l'aide de sondes spéciales insérées dans l'œsophage par la bouche.

1.2.6.2 Autres applications

Élastographie

L'*élastographie* est l'étude de l'élasticité des tissus, un paramètre important pour la caractérisation de nombreuses pathologies [Basarab *et al.*, 2008]. L'exemple le plus connu d'utilisation de ces données est la détection de tissus cancéreux du sein, dont la rigidité diffère des tissus sains, aujourd'hui réalisée en premier lieu par palpation. En US, il existe deux cas pour l'élastographie : le cas statique dans lequel les tissus sont comprimés directement par pression de la sonde en surface [Ophir *et al.*, 1991] et le cas dynamique où une onde de cisaillement spécifique fait très légèrement vibrer les tissus sans mouvement de la sonde [Tanter *et al.*, 2002]. Elle peut également être effectuée à l'aide d'un examen IRM [Muthupillai *et al.*, 1995].

Ostéodensitométrie

L'*ostéodensitométrie* est la mesure de la densité osseuse et s'effectue en US par transmission des ondes, l'onde reçue après être passée dans les os étant d'autant plus atténuée que les structures osseuses sont denses [Hans *et al.*, 1999]. La densité osseuse se mesure toutefois plus généralement par rayons X.

Ultrasons focalisés de haute intensité

L'utilisation classique des US génère un très léger échauffement des tissus locaux [Zachary *et al.*, 2001] que l'on considère comme négligeable en raison des niveaux d'intensité acoustique en jeu (moins de $1 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$). Les *ultrasons focalisés de haute intensité* (HIFU pour « high intensity focused ultrasound ») utilisent cet effet secondaire et l'amplifient à des fins thérapeutiques à des niveaux de l'ordre de $10 \text{ kW} \cdot \text{cm}^{-2}$. La température locale des tissus peut ainsi s'élever entre 60 et 100 °C, ce qui permettrait dans un avenir proche de traiter une grande variété de cellules cancéreuses de manière non invasive [Szabo, 2004]. Aujourd'hui, ce procédé est principalement dédiée au traitement du cancer localisé de la prostate.

Lithotripsie

La *lithotripsie* est l'élimination des calculs rénaux, vésicaux et biliaires. En US, l'onde est émise sous forme de brèves impulsions à des fréquences relativement basses, de l'ordre de 100 à 600 kHz [Szabo, 2004]. Des ondes de compression et de dépression sont générées avec une intensité acoustique supérieure à celle requise en imagerie et finissent par émietter les calculs, encore une fois de manière non invasive sans intervention chirurgicale.

1.3 Principaux enjeux actuels en imagerie ultrasonore

L'imagerie échographique se positionne donc clairement comme une modalité d'imagerie médicale privilégiée. Comparée à d'autres dispositifs, elle bénéficie de nombreux avantages comme sa facilité d'utilisation, son faible coût et son caractère non invasif. Elle est toutefois confrontée à un certain nombre de limitations manifestes, en lien les unes avec les autres et avec en tête le faible rapport signal à bruit et la mauvaise résolution spatiale.

Amélioration de la résolution

La résolution spatiale d'une image médicale détermine la capacité d'un dispositif à visualiser les détails d'une structure biologique, potentiellement importants au diagnostic. La résolution des appareils US est clairement en deçà des capacités des principales autres modalités et est confrontée aujourd'hui à deux problématiques : la limitation technologique liée à la fabrication des éléments piézoélectriques haute fréquence, qui arrivent aujourd'hui à leur seuil de fiabilité, et la limitation physique liée à la propagation des US dans les tissus qui pénalise la profondeur d'exploration aux fréquences élevées. De nombreux travaux ont donc légitimement exploré l'amélioration de la qualité des images US, en amont comme en aval du processus d'acquisition, à partir des données RF ou mode B. Le chapitre 2 revient sur l'ensemble de ces méthodes, spécifiques ou adaptées à l'imagerie US depuis un autre domaine d'application, en établissant un état de l'art des techniques actuelles pour l'amélioration de la résolution en imagerie.

Estimation du mouvement

L'estimation du mouvement dans les tissus biologiques en imagerie US a suscité très tôt un intérêt certain dans les communautés à l'interface du biomédical et du traitement du signal. Son application en élastographie et son lien avec la détection de tumeurs, notamment dans le cas du cancer du sein, en font un axe de recherche privilégié aujourd'hui. La complexité et la faible qualité générale des images US introduisent cependant une difficulté notable dans l'estimation du mouvement que l'on ne retrouve pas dans la plupart des autres modalités d'imagerie médicale. L'estimation du mouvement peut en outre être mis au service de l'amélioration de la résolution, comme évoqué dans le chapitre 2 et développé dans le chapitre 3.

Autres enjeux

L'imagerie US est l'objet d'une grande variété de travaux complémentaires parmi lesquels on peut citer la segmentation et la classification des tissus pour la thérapie et la chirurgie [Pereyra *et al.*, 2012], la réduction du temps d'acquisition par « compressed sensing » notamment pour l'imagerie 3D [Quinsac *et al.*, 2012], l'amélioration des techniques classiques de formation de faisceau [Wagner *et al.*, 2012], ou encore la simulation réaliste et rapide d'images échographiques [Jensen, 1991]. Certains de

ces enjeux sont en lien direct ou indirect avec l'amélioration de la résolution des images US et seront évoqués le cas échéant dans les chapitres suivants.

Chapitre 2

État de l'art des techniques pour l'amélioration de la résolution en imagerie numérique

Sommaire

2.1	Introduction à l'amélioration de la résolution et motivations	42
2.2	Techniques de pré-traitement	43
2.2.1	Imagerie composée	44
2.2.2	Imagerie harmonique	46
2.2.3	Excitation codée et compression d'impulsion	48
2.2.4	Autres approches	50
2.2.5	Conclusion sur les techniques de pré-traitement	51
2.3	Techniques de post-traitement	52
2.3.1	Préliminaires	52
2.3.2	Critères de performance classiques en restauration d'images	53
2.3.2.1	Critères nécessitant la connaissance de l'image théorique à restaurer	53
2.3.2.2	Critères ne nécessitant pas d'information sur l'image à restaurer	55
2.3.3	Approches basées sur une séquence d'image	59
2.3.3.1	Modèle de formation des images	59
2.3.3.2	Approche fréquentielle	61
2.3.3.3	Restauration par interpolation non-uniforme	64
2.3.3.4	Approches statistiques	67
2.3.3.5	Approches déterministes	71
2.3.3.6	Conclusion sur les approches basées sur une séquence d'images	72
2.3.4	Approches basées sur une seule image	72
2.3.4.1	Modèle de formation de l'image	73
2.3.4.2	Approches déterministes basiques	74
2.3.4.3	Approches par apprentissage	80
2.3.4.4	Analyse spectrale haute résolution	82
2.3.4.5	Déconvolution	84
2.3.4.6	Conclusion sur les approches basées sur une seule image	89
2.4	Orientations choisies	90

Dans ce chapitre, une revue des techniques permettant d'améliorer la résolution des images est présentée dans un cadre généraliste. Après avoir défini les termes et les motivations de cette problématique, l'état de l'art sera axé autour des deux grandes classes de techniques selon qu'on se place en amont du processus d'acquisition des images (techniques de pré-traitement) ou en aval de

celui-ci (techniques de post-traitement). Les techniques de pré-traitement sont intrinsèquement liées au dispositif d’acquisition et seront à ce titre abordées dans le seul cas de l’imagerie ultrasonore. Les techniques de post-traitement sont quant à elle plus génériques et seront traitées dans les cas d’une séquence d’observations et d’une unique observation. Les méthodes développées pour le cas particulier de l’imagerie ultrasonore seront détaillées après les approches classiques originaires du domaine de l’imagerie optique. Enfin, nous pourrions clarifier en conclusion les orientations suivies pour les contributions de ce travail de thèse.

2.1 Introduction à l’amélioration de la résolution et motivations

Dans les très nombreux domaines d’application que compte l’imagerie numérique, une certaine qualité d’image (ou de vidéo) est très souvent convoitée, quand il ne s’agit pas d’une nécessité. Dans cette optique, la qualité d’une image peut alors s’évaluer d’une multitude de façons différentes suivant l’application, les données disponibles ou les attentes de l’utilisateur, et conditionne inévitablement les capacités d’analyse et de traitement ultérieurs.

La notion de *résolution spatiale* (cf. section 1.2.4.3 dans le cas de l’imagerie US), par opposition à d’autres types de résolution (temporelle, spectrale, radiométrique), quantifie généralement un aspect de cette qualité en caractérisant le niveau de détail offert par un système d’imagerie donné. Deux principaux éléments justifient le besoin en images haute résolution (HR) : d’une part, le confort de visualisation et d’interprétation pour l’œil humain et, d’autre part, l’aide au traitement automatique des données [Ortiz *et al.*, 2012]. Les champs d’application sont extrêmement vastes et s’étendent de l’imagerie médicale, avec comme enjeu la précision d’un diagnostic, jusqu’à la distinction d’objets en imagerie satellite ou en vidéo-surveillance. Dans la suite du manuscrit, sauf mention contraire, le terme simple « résolution » sera employé dans son acception spatiale.

La résolution est en pratique limitée par de très nombreux facteurs et le premier d’entre eux apparaît au moment de la formation des images, au niveau du dispositif d’acquisition et du capteur ou du transducteur. Les approches les plus directes et intuitives sont ainsi consacrées à l’amélioration de ce dispositif et de nombreux parallèles peuvent être établis entre l’imagerie US et l’imagerie optique à ce niveau. Ces approches sont bien sûr tributaires du dispositif d’acquisition et ont un coût de mise en œuvre souvent élevé. La section 2.2 est consacrée à ces techniques de pré-traitement dans le cas de l’imagerie US.

Les travaux pionniers en la matière remontent aux années 1970 avec l’avènement des capteurs CCD (« charge-coupled device ») et CMOS (« complementary metal-oxide-semiconductor ») pour l’imagerie optique [Park *et al.*, 2003], mais de nouvelles améliorations sont régulièrement apportées afin d’en améliorer les performances. La résolution spatiale est directement liée à la densité de cellules du capteur, c’est-à-dire à la taille de ses éléments pour une taille de capteur fixée. Une première solution

intuitive consiste donc à augmenter le nombre de pixels par unité de surface dans le cas de l'imagerie optique, ou de réduire la taille de ces pixels de manière équivalente. Cependant, ces techniques instrumentales admettent une limite en pratique, liée à des considérations technologiques : à mesure que la taille du capteur diminue, la quantité de lumière reçue décroît également et se traduit par une dégradation du rapport signal à bruit (SNR, « signal-to-noise ratio »). De plus, le coût de fabrication de ces capteurs augmente avec la densité d'éléments et contraint lui aussi la résolution maximale du point de vue instrumental. Il existe même une limite théorique dans certain cas : la surface optimale d'un pixel est ainsi estimée à $40 \mu\text{m}^2$ pour un capteur CMOS [Park *et al.*, 2003]. Des remarques analogues peuvent être faites en imagerie US, l'augmentation de la fréquence du transducteur étant en lien direct avec la taille des éléments piézoélectriques qui le composent. En effet, la fréquence de résonance du transducteur est donnée par $f_r = c/2e$ avec c la célérité des US et e l'épaisseur du matériau piézoélectrique, induisant ainsi les mêmes contraintes technologiques.

Tous ces obstacles à l'amélioration de la résolution en pré-traitement expliquent l'essor actuel des approches de post-traitement, qui acceptent ces dégradations liées au matériel et qui se tournent plutôt vers le traitement du signal, en essayant de transformer le coût instrumental en un coût calculatoire. Il existe de nombreuses catégories de techniques pour obtenir une image HR à partir d'une ou de plusieurs images basse résolution (LR, « low resolution »). La section 2.3 reviendra sur les aspects les plus pertinents de ces approches dans le cas général, en dressant les éventuelles analogies avec le cas de l'imagerie US. L'avantage principal de ces méthodes vient du fait qu'elles présentent un coût financier très inférieur aux techniques instrumentales et qu'elles permettent de conserver le matériel d'acquisition existant. Les domaines d'application sont encore une fois très vastes, du traitement vidéo à la télédétection en passant bien sûr par l'imagerie médicale, comme nous le verrons dans les sections suivantes.

2.2 Techniques de pré-traitement

La limitation en résolution provient en premier lieu du dispositif d'acquisition, au moment de la formation de l'image. L'approche la plus intuitive pour améliorer la résolution native d'une modalité d'imagerie donnée consiste alors à développer de nouvelles sondes et de nouveaux systèmes instrumentaux. À ce titre, elles sont directement et intrinsèquement liées au domaine d'application et l'étude de l'ensemble de ces techniques dans le cas général serait hors de propos ici.

En imagerie US, de nombreux travaux ont exploré ces approches physiques pour améliorer la résolution des échographes et pour pallier la limitation de la profondeur de pénétration liée aux sondes haute fréquence (cf. section 1.2.4). Le développement de transducteurs plus performants est une problématique d'actualité et les travaux en la matière abondent, que ce soit du point de vue de la fréquence [Grégoire, 2002; Grégoire *et al.*, 2006], de la géométrie ou de l'excitation [Aristizabal *et al.*, 2005;

Mamou *et al.*, 2008]. Enfin, il faut noter que les approches abordées ici se situent parfois à la limite entre pré-traitement et post-traitement. Comme nous le verrons dans ce qui suit, certaines ont en effet évolué de la première catégorie à la seconde, au gré des avancées technologiques et méthodologiques, alors que d'autres nécessiteront toujours un traitement conjoint.

2.2.1 Imagerie composée

En parallèle de l'imagerie US classique, une méthode d'acquisition alternative a été développée au début des années 1980 dans le but d'élargir la zone d'exploration, en réduisant les zones d'ombre : l'*imagerie composée* [Berson *et al.*, 1981], ou « compound imaging » en anglais. En effet, il est possible de voir apparaître ces régions, parfois appelées « cônes d'ombre », caractéristiques des zones situées en aval de régions hyperéchogènes, dans l'axe du faisceau ultrasonore. Dans ces zones, le contraste est très réduit car l'essentiel de l'énergie de l'onde a été absorbée en amont. Le principe de l'imagerie composée *spatiale* consiste alors à acquérir plusieurs images US d'un même milieu mais sous des angles légèrement différents, en inclinant l'axe du faisceau d'une image à l'autre, afin de reconstruire une image qui compense cette perte d'information locale. Le schéma synoptique de cette approche est présenté sur la figure 2.1.

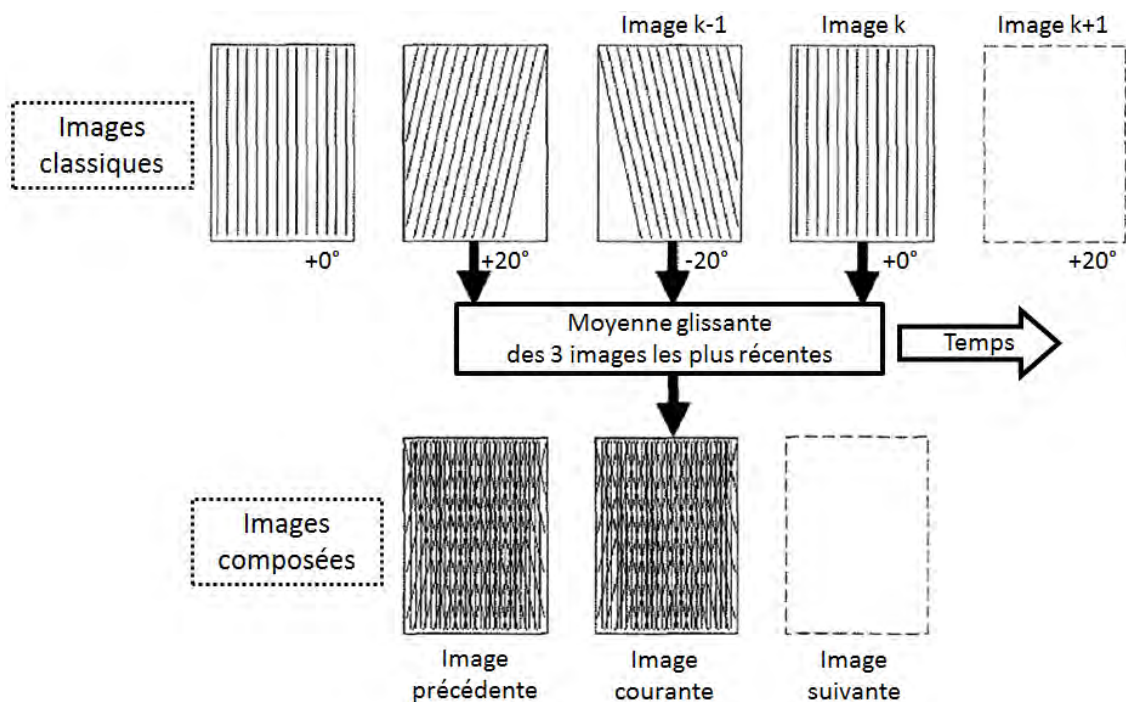


FIGURE 2.1 – Principe de l'imagerie composée spatiale classique, d'après [Entrekin *et al.*, 2001].

À partir des images brutes acquises sous 3 angles différents (0° , -20° et $+20^\circ$) sur la ligne supérieure, une moyenne glissante est effectuée sur 3 d'entre elles de manière continue, sans réduire la fréquence d'acquisition, afin de construire l'image composée sur la ligne inférieure. La figure 2.2 donne un

exemple de résultat sur des données *in vivo* de tumeur bénigne du sein, où les frontières de la zone tumorale sont mieux délimitées.

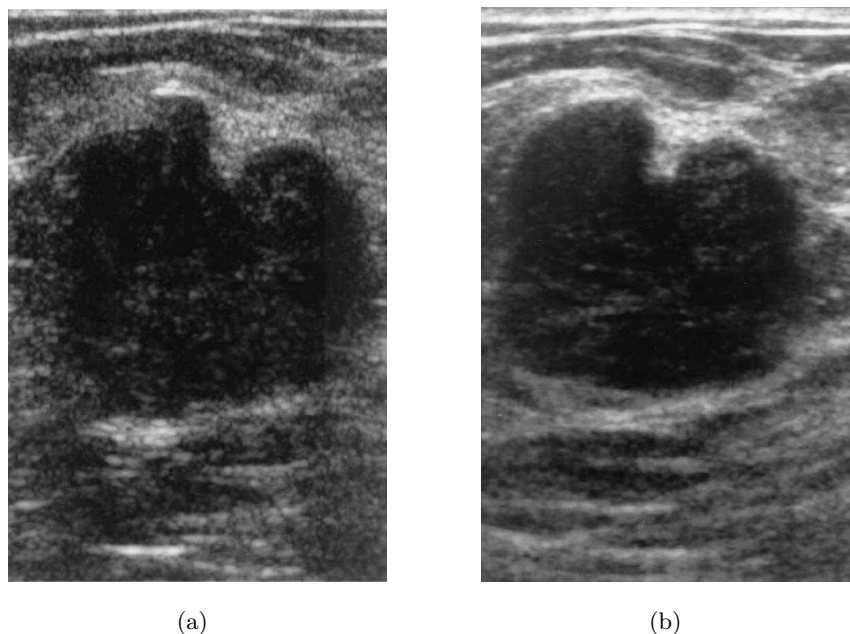


FIGURE 2.2 – Exemple de résultat pour l'imagerie composée spatiale classique [Huber *et al.*, 2002] dans le cas d'une tumeur bénigne du sein, avec (a) une image native et (b) l'image reconstruite.

Cette méthode, bien qu'elle soit relativement simple dans son principe, n'a pu être vraiment intégrée en temps réel qu'à partir des années 1990 [Rohling *et al.*, 1997] grâce au développement technologique des sondes multi-éléments et de la focalisation électronique [Entrekin *et al.*, 2001; Huber *et al.*, 2002]. Des techniques ont par la suite été proposées afin d'améliorer les résultats de l'imagerie composée classique, en faisant intervenir un post-traitement de type filtrage adaptatif [Meuwly *et al.*, 2003] ou en se consacrant à une application ciblée comme par exemple la dermatologie [Wortsman *et al.*, 2004].

L'amélioration de la résolution n'est toutefois pas l'objectif principal de ces méthodes d'imagerie composée, comme en atteste les travaux pionniers en la matière [Trahey *et al.*, 1986] qui cherchaient plutôt à supprimer le speckle des images US, l'amélioration de la résolution étant un effet secondaire. Cette approche, plus communément appelée « despeckling », a connu un regain d'intérêt dans les années 2000 après avoir été étudiée dans le cadre de l'imagerie composée *fréquentielle* [Jespersen *et al.*, 1998], en complément de la méthode spatiale classique. Cette technique consiste à filtrer l'image RF brute selon plusieurs bandes spectrales et à effectuer une somme pondérée des images en mode B correspondantes. De nombreux travaux ont ainsi exploité des séquences d'images pour l'élastographie [Tanter *et al.*, 2002] (voir la section 1.2.6.2), où une légère variation dans la contrainte de pression appliquée en surface via la sonde distingue une image d'une autre. Le mouvement induit par cette contrainte, naturellement 3D, n'est corrigé que pour sa composante planaire 2D et les images

ainsi recalées en post-traitement profitent d’une légère décorrélation du speckle pour le moyennier et l’atténuer [Li et Wu, 2001; Li et Chen, 2002].

Il existe une multitude d’approches pour l’imagerie composée, suivant l’estimation du mouvement mise en œuvre [Lin *et al.*, 2005], et des travaux récents ont étudié le comportement de l’imagerie composée au moment de la formation des lignes RF [Lee *et al.*, 2012]. Comme l’ont souligné Li et Chen [2002] qui utilisent à leur avantage l’erreur commise au moment du recalage des images pour réduire le speckle, la difficulté majeure réside dans l’estimation du mouvement complexe des tissus mous en imagerie US. La quantification de l’amélioration peut alors devenir sujet à interprétation car ces algorithmes agissent sur plusieurs caractéristiques très différentes de l’image (résolution, mais aussi contraste, distribution statistique, niveau de bruit, etc.), comme en atteste la figure 2.2. Cette technique peut dans certains cas améliorer la résolution des images US dans le sens où les délimitations de certains objets d’intérêt sont mieux définies. La notion de résolution pouvant être elle-même ambiguë, la section 2.3.2 reviendra en détails sur ces considérations dans le cas des approches de post-traitement. Il est cependant possible d’améliorer la résolution et le contraste des images US, à partir d’une séquence, en conservant leur nature (i.e., sans despeckling), en utilisant des algorithmes d’estimation du mouvement adaptés à l’imagerie US, comme nous le verrons dans le chapitre 3.

2.2.2 Imagerie harmonique

L’*imagerie harmonique* des tissus a marqué une évolution notable, dans les années 1990, en matière d’amélioration de la qualité des images US. Les premières observations de ce phénomène ont été faites au moyen d’agents de contraste [Burns, 1996] et ont déclenché une vague de travaux sur les harmoniques acoustiques. Une onde sonore (vibratoire) peut en effet être décomposée en une somme de composantes fréquentielles, la *fréquence fondamentale* (aussi appelée « premier harmonique ») et les *harmoniques* suivants, multiples entiers du fondamental. Les images US correspondant uniquement à ces harmoniques, obtenues après filtrage passe-haut pour écarter le fondamental, présentent alors une capacité de différenciation des tissus et une résolution spatiale accrues [Tranquart *et al.*, 1999].

En imagerie US, les harmoniques peuvent être générés en exploitant le comportement non-linéaire de la propagation des US, soit dans les tissus eux-mêmes, soit en utilisant des agents de contraste. Dans le cas des agents de contraste, les harmoniques proviennent des propriétés non-linéaires de microbulles d’air injectées dans le sang qui sont mises en résonance en réfléchissant les US [Burns, 1996]. En l’absence d’agent de contraste, ce sont les tissus qui génèrent les harmoniques au cours de la propagation de l’onde, via le phénomène naturel de dispersion fréquentielle du fondamental [Tranquart *et al.*, 1999]. Toutes les composantes spectrales de l’impulsion émise ne traversent pas les tissus à la même vitesse (voir figure 2.3(a)), ce qui a pour effet de générer une quantité infinitésimale d’harmoniques [Law *et al.*, 1985; Muir et Carstensen, 1980] (voir figure 2.3(b)). En dépit de leur puissance relativement faible comparée à celle du fondamental à f_0 , l’effet cumulatif de ces

harmoniques devient de plus en plus intense à mesure que l'impulsion se propage dans les tissus [Sehgal *et al.*, 1986; Ward *et al.*, 1997]. Ce comportement est donc en totale opposition avec celui du fondamental dont l'intensité décroît de manière quasi-linéaire avec la profondeur (cf. section 1.2.2.6). Malgré tout, la puissance des harmoniques reste inférieure à celle du fondamental quelque soit la profondeur considérée.

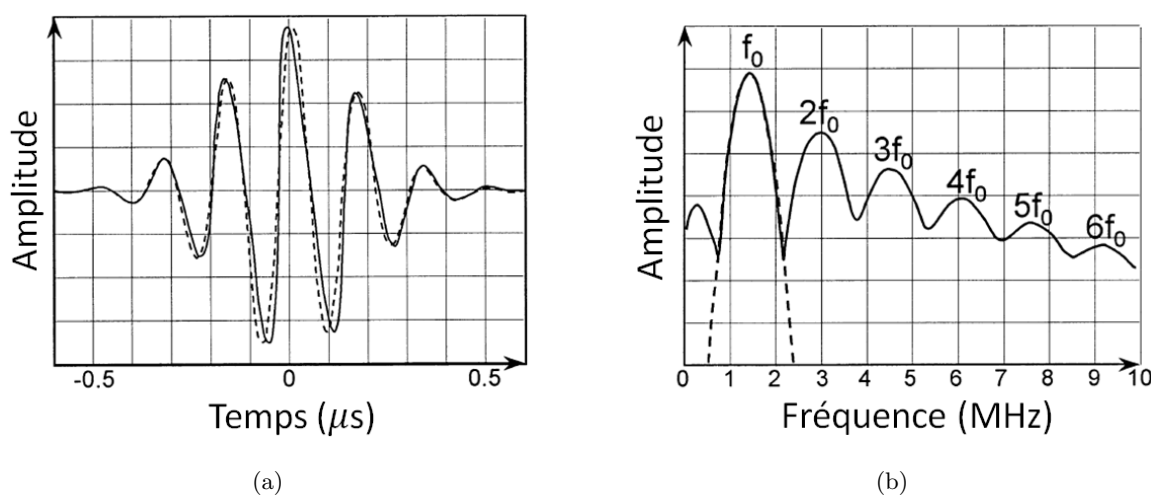


FIGURE 2.3 – (a) Distorsion de l'impulsion ultrasonore à f_0 lors de la propagation dans les tissus, avec en pointillés l'impulsion émise à $z = 0$ cm et en trait plein la même impulsion à $z = 10$ cm. (b) Spectres correspondants du signal reçu, avec la bande fondamentale (en pointillés) et les harmoniques générés (en trait plein) par cette distorsion. D'après [Tranquart *et al.*, 1999].

En plus du SNR et du CNR (« contrast-to-noise ratio », équivalent du SNR pour le contraste, cf. section 2.3.2), l'imagerie harmonique améliore les résolutions axiale et latérale des images US [Tranquart *et al.*, 1999]. Starritt *et al.* [1986] ont ainsi démontré que l'imagerie harmonique s'accompagne d'un rétrécissement de la largeur du faisceau US (amélioration de la résolution latérale, cf. section 1.2.4.3) ainsi que d'une diminution de la longueur d'onde du signal harmonique par rapport au fondamental (amélioration de la résolution axiale, cf. section 1.2.4.3). La comparaison entre le mode classique (fondamental) et le mode harmonique pour l'imagerie du cerveau d'un fœtus de 32 semaines, en coupe sagittale, est présentée sur la figure 2.4. Encore une fois, si l'amélioration de la résolution spatiale est clairement établie en théorie, elle se conjugue avec d'autres modifications de l'image comme par exemple celles liées à la délimitation des contours des organes et au contraste. Tranquart *et al.* [1999] font également remarquer que l'imagerie harmonique génère un gain en profondeur de pénétration par rapport au mode fondamental. Enfin, si ce mode d'imagerie bénéficie d'une sorte de focalisation automatique (les harmoniques sont générés au centre du faisceau, là où la pression acoustique atteint son amplitude maximale), il n'est cependant utilisable qu'avec des transducteurs à très large bande passante, c'est-à-dire pour des bandes passantes relatives ($B\% = \frac{B}{f}$) supérieures à 60%.

La présence de cette composante harmonique peut également être mise à profit pour des techniques

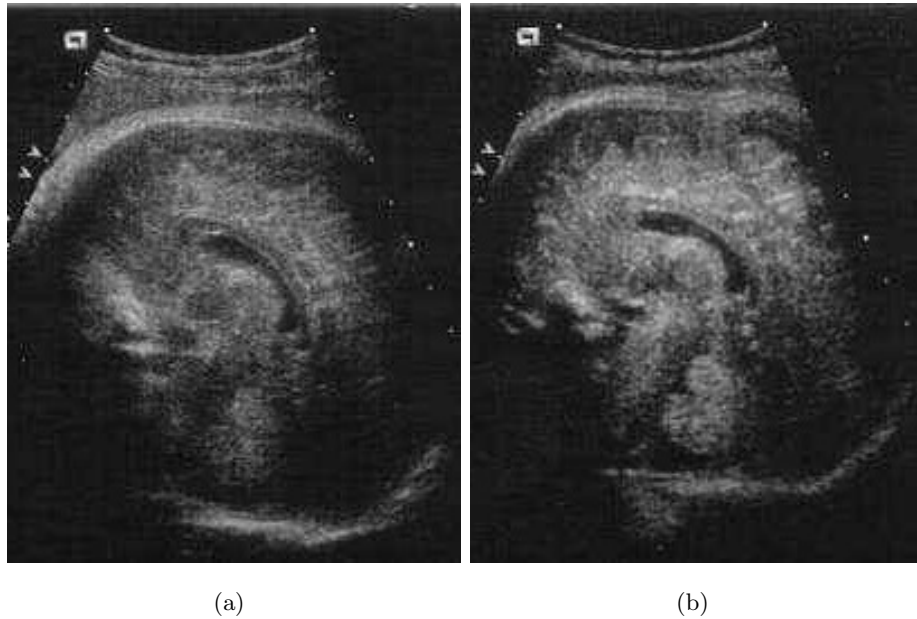


FIGURE 2.4 – Exemple de résultat pour l’imagerie harmonique [Tranquart *et al.*, 1999] du cerveau d’un fœtus de 32 semaines en coupe sagittale, avec (a) le mode fondamental et (b) le mode harmonique.

de post-traitement, en utilisant l’information contenue dans le signal large bande, avant filtrage. Des techniques de déconvolution homomorphique utilisant cette caractéristique harmonique du signal US [Taxt et Jirik, 2004; Jirik et Taxt, 2006] seront abordées en détail dans la section 2.3.4.5 consacrée aux techniques de déconvolution.

2.2.3 Excitation codée et compression d’impulsion

Les techniques d’*excitation codée* (« coded excitation ») et de *compression d’impulsion* (« pulse compression ») ont d’abord été développées en radar pour améliorer de manière significative la résolution spatiale et l’écho SNR (eSNR) [Cook et Siebert, 1988], défini comme le SNR classique sur l’intervalle de temps d’acquisition entre deux échos. Ces techniques agissent directement sur l’allure du signal d’excitation du transducteur afin d’optimiser les performances de sa propagation dans un milieu donné. En radar, la motivation initiale de l’excitation codée était d’augmenter la portée sans perte significative de résolution en jouant sur le produit temps-bande passante [Oelze, 2007]. L’analogie avec l’imagerie US est assez intuitive et les premiers travaux dans les années 1990 [O’Donnell, 1992; Haider *et al.*, 1998] proposaient déjà une amélioration de la résolution sans perte de profondeur de pénétration et sans augmentation de la pression acoustique, afin de limiter les risques pour le patient [Zachary *et al.*, 2001].

Un inconvénient dans l’utilisation des techniques de compression d’impulsion est l’introduction de lobes secondaires importants [O’Donnell, 1992; Chiao et Hao, 2005] pouvant atteindre un niveau de -13 dB. Certains auteurs ayant estimé le niveau maximal admissible de ces lobes secondaires à

–45 dB en imagerie US [Haider *et al.*, 1998], de nombreuses méthodes de filtrage et d’excitation codée [O’Donnell, 1992; Haider *et al.*, 1998; Chiao et Hao, 2005; Liu et Insana, 2005] ont été proposées en imagerie US afin de réduire leur niveau. De nouvelles approches viennent compléter régulièrement la littérature dans ce domaine, avec l’application de la compression d’impulsion pour l’imagerie US classique [Oelze, 2007], l’imagerie US de contrainte [Liu et Insana, 2005] (e.g., l’élastographie) et l’imagerie US quantitative [Kanzler et Oelze, 2008; Sanchez *et al.*, 2009] (caractérisation et paramétrisation de la densité spectrale de puissance rétrodiffusée). Nombre de ces techniques se réfèrent au principe d’amélioration de la résolution par compression (ou REC pour « resolution enhancement compression ») et utilisent l’équivalence en convolution illustrée sur la figure 2.5. Deux réponses impulsionnelles de bandes passantes relatives différentes convoluées par deux modulations en fréquence (ou chirps) différentes peuvent ainsi produire une onde équivalente. Cette approche permet ainsi de contrôler la forme de l’onde émise et de conserver une profondeur d’exploration correcte tout en élargissant la bande passante à l’émission [Oelze, 2007]. La figure 2.6 montre cette amélioration de la pénétration de l’onde US dans le cas d’une image US du foie, à fréquence (et donc à résolution) égale, dans les tissus situés en profondeur [Chiao et Hao, 2005].

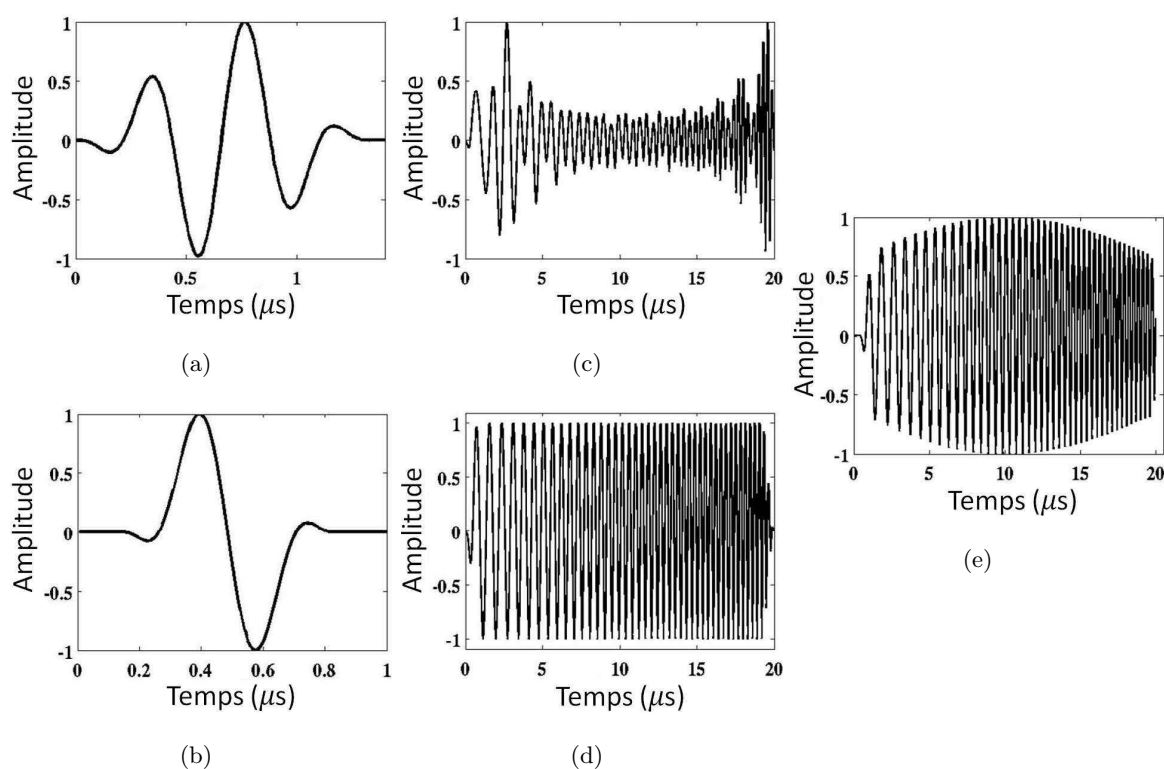


FIGURE 2.5 – Équivalence en convolution pour la compression d’impulsion, d’après [Oelze, 2007]. Des impulsions ayant une bande relative de (a) 48% et (b) 97% respectivement convoluées par des chirps (c) modifié et (d) linéaire produisent (e) une onde équivalente.

Cette idée d’élargir la gamme de fréquence du pulse émis à l’aide d’un chirp permet donc d’une part

de bénéficier d’une certaine variété de réponses des tissus, qui se traduit par une image US au contenu plus riche, et d’autre part d’améliorer en même temps la profondeur de pénétration [Mamou *et al.*, 2008]. Clement [2007] a étendu cette approche au cas d’un transducteur multi-éléments émettant des signaux US de fréquences aléatoires (dans une gamme étroite allant de 0.1 à 1.25 MHz) sans focalisation, atteignant une résolution inférieure à $\lambda/10$.

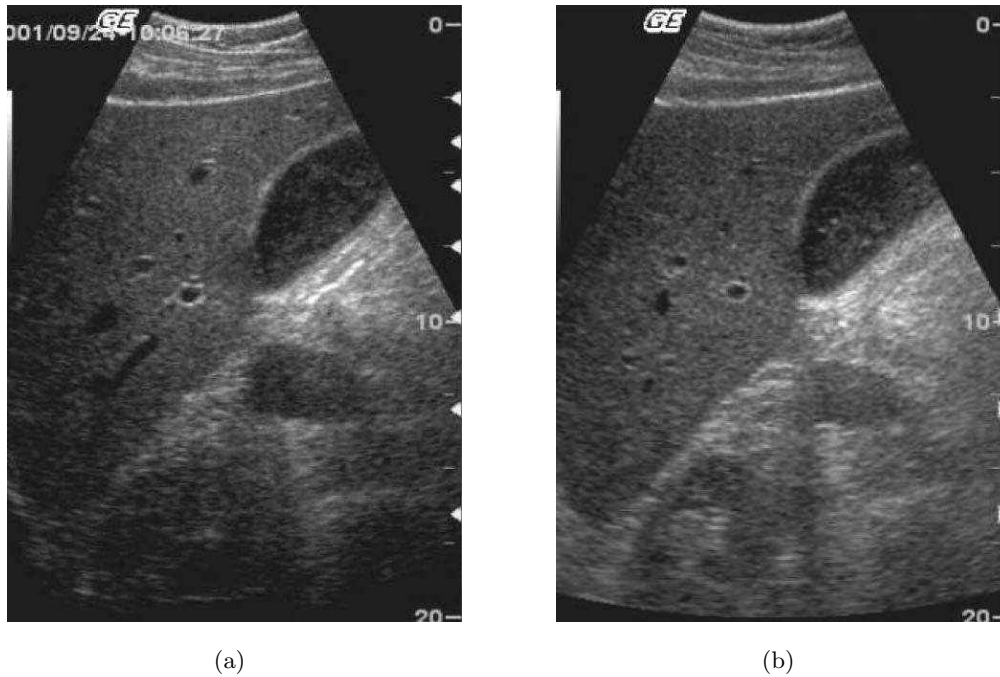


FIGURE 2.6 – Exemple de résultat pour l’excitation codée [Chiao et Hao, 2005] d’une image ultrasonore en mode B du foie, avec (a) l’image classique et (b) l’image obtenue par excitation codée, dotée d’une meilleure pénétration dans les tissus en profondeur pour une résolution équivalente.

2.2.4 Autres approches

Certains auteurs ont proposé une amélioration du formateur de faisceau standard (cf. section 1.2.3.3) afin d’en optimiser certaines caractéristiques. Ces techniques de formation de faisceau adaptative (ABF, « adaptive beamforming »), d’abord développées en traitement d’antennes et en radar, sont généralement effectuées en post-traitement pour réduire le niveau des lobes secondaires [Capon, 1969; Haykin, 2003]. Ces notions seront abordées en détail dans la section 2.3.4.4.

Néanmoins, Viola *et al.* [2008] puis Ellis *et al.* [2010] se sont intéressés à cette étape de reconstruction des signaux RF en prenant en compte des informations acquises au préalable en pré-traitement. Plus précisément, la région d’intérêt (ROI, « region of interest ») à imager est divisée en une collection \mathbf{f} de $L \times P$ (dimensions axiale et latérale) cibles ponctuelles hypothétiques réparties sur une grille régulière, avec un pas en lien direct avec la qualité de l’image reconstruite mais aussi avec le coût calculatoire du processus de reconstruction. Pour chacune de ces LP cibles, les auteurs déterminent

le signal reçu \mathbf{x}_i de taille T par chacun des N éléments du transducteur de manière expérimentale pour construire la matrice de mesure $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{NT \times LP}$ et obtiennent le modèle d'observation $\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{f}$, avec \mathbf{x} la concaténation verticale des N signaux reçus \mathbf{x}_i par le transducteur, de taille NT avec $NT \leq LP$. Leur algorithme, d'abord basé sur des cibles ponctuelles (TONE : « time-domain optimized near-field estimator ») puis étendu au cas de sources diffuses (dTONE : « diffuse TONE »), résout ce problème largement sous-déterminé par estimation du *maximum a posteriori* (MAP) $\hat{\mathbf{f}}$ et sera détaillé dans la section 2.3.3.4. La résolution itérative de ce problème utilisée par les auteurs est extrêmement coûteuse en termes calculatoires et c'est pourquoi l'essentiel des efforts a par la suite été tourné vers l'amélioration du temps de calcul [Ellis, 2010] de cet algorithme. D'autres travaux en US se sont intéressés à des approches ABF, comme ceux de Lediju *et al.* [2011] pour l'exploitation de la corrélation spatiale locale (algorithme SLSC, « short lag spatial coherence ») et ceux de Wagner *et al.* [2012] pour l'acquisition compressée via l'algorithme Xampling [Mishali *et al.*, 2011].

Une dernière approche doit être soulignée et concerne les travaux de Clement [Clement *et al.*, 2005; Clement, 2009] en matière de reconstruction d'images US haute résolution par rétro-projection, à ne pas confondre avec les méthodes de rétro-projections itératives détaillées dans la section 2.3.4.2. L'idée ici est d'acquérir l'image US en champ lointain, hors du plan focal du transducteur, et de bénéficier des caractéristiques de cette zone avant de projeter l'image dans le plan focal en utilisant les équations de propagation et la PSF (supposée ici parfaitement connue). Le principe physique sous-jacent de cette approche est que les objets de dimensions inférieures à la longueur d'onde génèrent des hautes fréquences et que ces dernières affectent le contenu basse fréquence du reste du signal reçu. Une estimation initiale de l'objet imagé est d'abord faite en fonction des perturbations induites dans le domaine spectral, fort de la connaissance de la « vraie » PSF dans des cas expérimentaux bien particuliers (e.g., dans une cuve remplie d'eau). Cette première estimation est alors convoluée par la PSF afin de créer une image candidate qui sera comparée avec un grand nombre d'autres candidats obtenus de la même manière. L'image dont le spectre correspond le mieux à celui de l'image observée est alors retenue. Soulignons ici que la notion de rétro-projection est double puisqu'elle intervient à la fois pour ramener l'image obtenue en champ lointain dans le plan focal et pour projeter les candidats de résolution supérieure dans l'espace des observations. Cette idée sera reprise dans un cadre différent de post-traitement (cf. section 2.3.4) pour l'amélioration de la résolution.

2.2.5 Conclusion sur les techniques de pré-traitement

La résolution d'un système d'imagerie donné peut être améliorée de manière significative en agissant sur le dispositif et les conditions d'acquisition des images. Dans le cas des images US, de nombreuses avancées technologiques ont permis d'accéder à une qualité d'image supérieure, que ce soit via l'utilisation de transducteurs adaptés ou par la paramétrisation de l'onde à l'émission. Les autres techniques utilisent les caractéristiques de la propagation du signal US dans les tissus pour mieux corriger toutes les limitations abordées dans la section 1.2.4.

Si ces approches de pré-traitement bénéficient d'avantages manifestes, certaines d'entre elles sont aujourd'hui confrontées à des limitations technologiques difficiles à surpasser. La majorité de ces approches sont en outre extrêmement dépendantes du dispositif d'acquisition et ne sont pas (ou difficilement) transposables d'un échographe à un autre, d'une mode d'imagerie à un autre. Enfin, l'utilisation de matériel très spécifique, par exemple pour l'imagerie de contraste ou pour les transducteurs à très haute fréquence, tend à relativiser les avantages premiers de l'imagerie US ayant trait à son coût, sa facilité d'utilisation et son innocuité.

Ainsi, plutôt que de chercher à améliorer la résolution des images US en amont de leur acquisition, il peut s'avérer intéressant de considérer des techniques de post-traitement afin de conserver les dispositifs expérimentaux standards et les avantages afférents. Les conditions d'acquisition des images doivent bien sûr être prises en compte pour ces approches qui essaient en quelque sorte de substituer à un coût instrumental une autre forme de contrainte, d'ordre calculatoire. La section qui suit traite de ces techniques, dans le cas général mais sans perdre de vue le cas de l'imagerie US, selon les données disponibles et les informations que l'on peut obtenir *a priori* sur l'image théorique que l'on voudrait retrouver. Les objectifs demeurent les mêmes : améliorer la résolution sans dégrader (voire en améliorant également) les autres facteurs qui caractérisent la qualité d'une image.

2.3 Techniques de post-traitement

À la différence des approches basées sur l'amélioration du matériel et/ou de la méthode d'acquisition des images, les techniques de post-traitement prennent en compte toutes ces caractéristiques pour restaurer l'image en aval. Avant de détailler ces méthodes pour l'amélioration de la résolution selon que l'on dispose d'une séquence d'images (section 2.3.3) ou d'une seule d'entre elles (section 2.3.4), on passe en revue l'ensemble des critères qui seront utilisés dans ce manuscrit pour quantifier l'amélioration de la qualité des images.

2.3.1 Préliminaires

On adoptera dans la suite la notation lexicographique des images, qui fait correspondre à chaque matrice \mathbf{X} un vecteur \mathbf{x} correspondant à la concaténation des colonnes de \mathbf{X} . Par exemple, si l'on note

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,n_2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n_1,1} & x_{n_1,2} & \dots & x_{n_1,n_2} \end{bmatrix} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_{n_2}] \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}, \quad (2.1)$$

la notation lexicographique correspondante est alors, avec $n = n_1 \times n_2$,

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T \ \mathbf{x}_2^T \ \dots \ \mathbf{x}_{n_2}^T]^T \in \mathbb{R}^n. \quad (2.2)$$

Cette opération de vectorisation (concaténation verticale) sera notée $\text{vect}(\cdot)$ dans la suite du document, de telle sorte que

$$\mathbf{x} \stackrel{\text{def}}{=} \text{vect}([\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_{n_2}]) = \text{vect}(\mathbf{X}). \quad (2.3)$$

Sauf mention contraire, les notations $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ et $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ seront respectivement consacrées aux images HR (données à restaurer) et LR (observations), avec $n \geq m$. Sans perte de généralité et par souci de simplicité, on considèrera que n est un multiple de m et que le facteur de sous-échantillonnage (parfois appelée « facteur de super-résolution ») est le même dans les deux directions de l'image, i.e., $s_{r,1} = s_{r,2} = s_r$:

$$n = n_1 \times n_2 = m_1 s_{r,1} \times m_2 s_{r,2} = m s_r^2 \quad (2.4)$$

avec $m = m_1 \times m_2$. Un élément de \mathbf{x} sera alors noté x_i pour $i = 1, 2, \dots, n$ tandis que ceux de \mathbf{X} seront dénotés $x_{i,j}$ pour $i = 1, 2, \dots, n_1$ et $j = 1, 2, \dots, n_2$. On distinguera également ces indexations matricielles des itérations internes d'un algorithme quelconque en notant, par exemple, la k ème itération en exposant, entre parenthèses, i.e. $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$.

2.3.2 Critères de performance classiques en restauration d'images

Si la quantification de la résolution est relativement simple dans le cas de la séparation de deux sources ponctuelles (cf. section 1.2.4.3), elle peut s'avérer moins simple dans le cas de données plus complexes, synthétiques ou réelles, et doit s'accompagner d'autres critères. Ces évaluations quantitatives sont regroupées ci-dessous et sont classées selon deux familles : les critères nécessitant la connaissance de l'image théorique à restaurer (principalement pour des données synthétiques ou pour des dégradations connues) et les autres (pour les images *in vivo* par exemple).

2.3.2.1 Critères nécessitant la connaissance de l'image théorique à restaurer

MSE et assimilés

L'*erreur quadratique moyenne* (MSE pour « mean squared error ») quantifie la différence point à point entre deux images $\mathbf{x}, \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^n$ (l'image HR théorique et l'image HR restaurée par exemple) et tend vers 0 à mesure que l'image restaurée se rapproche de l'image théorique. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$\text{MSE}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x'_i)^2. \quad (2.5)$$

On trouve également des variantes comme la RMSE (« root MSE », parfois appelée RMSD pour « root mean squared deviation »)

$$\text{RMSE}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sqrt{\text{MSE}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')} \quad (2.6)$$

ou encore la NRMSE (« normalized RMSE »)

$$\text{NRMSE}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{\text{RMSE}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{d(\mathbf{x})}, \quad (2.7)$$

où $d(\mathbf{x}) = x_{\max} - x_{\min}$ représente la dynamique de l'image de référence, avec x_{\max} et x_{\min} les valeurs maximale et minimale respectivement.

PSNR

Le *peak signal-to-noise ratio*¹, noté PSNR, est une autre mesure de ressemblance point à point entre deux images mais qui, à la différence d'un critère de type MSE, croît avec la qualité de la restauration. Exprimé en décibels, il se calcule de la manière suivante :

$$\text{PSNR}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = 10 \log_{10} \frac{d(\mathbf{x})^2}{\text{MSE}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')} . \quad (2.8)$$

Dans le cas d'images optiques traitées en simulation, des valeurs caractéristiques d'une bonne restauration s'échelonnent très souvent entre 30 et 40 dB [Wang *et al.*, 2004].

ISNR

Un dernier critère permet de mesurer la ressemblance point à point en faisant intervenir à la fois l'image HR théorique \mathbf{x} , l'image HR restaurée \mathbf{x}' et l'image observée \mathbf{y} : c'est l'amélioration du SNR (ISNR pour « improvement in SNR »). Défini en décibels comme

$$\text{ISNR}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{y}) = 10 \log_{10} \frac{\text{MSE}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\text{MSE}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')} , \quad (2.9)$$

il ne peut être utilisé que dans le cas $m = n$ (pas de sous-échantillonnage) où le terme $\text{MSE}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ est défini.

SSIM

Introduit en 2004 par Wang *et al.* [2004] suite aux travaux sur un autre critère dénommé UQI (« universal quality index ») de Wang et Bovik [2002], puis interprété en termes mathématiques par Brunet *et al.* [2012], l'*indice de similarité de structure* (SSIM, « structural similarity index ») abordait déjà la problématique de la pertinence des critères d'évaluation usuels. En partant du constat qu'une même valeur de MSE (ou de PSNR, de manière équivalente) peut être interprétée visuellement de manières radicalement différentes (voir la figure 2.7), les auteurs ont mis au point un critère quantitatif se rapprochant d'une évaluation qualitative de l'œil humain, dans le cas d'une image optique. Ce critère fait intervenir une comparaison de la luminance $l(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, du contraste $c(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ et de la structure $s(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ entre deux images \mathbf{x} et \mathbf{y} selon les expressions suivantes [Wang *et al.*, 2004] :

$$l(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1} \quad (\text{luminance}), \quad (2.10a)$$

$$c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2} \quad (\text{contraste}), \quad (2.10b)$$

1. Il n'existe pas de traduction française pour ce critère.

$$s(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x \sigma_y + C_3} \quad (\text{structure}). \quad (2.10c)$$

μ_x, μ_y, σ_x et σ_y représentent respectivement les moyennes et les variances des images à comparer, et σ_{xy} leur covariance. C_1, C_2 et C_3 sont des constantes strictement positives qui assurent la stabilité du critère avec, en notant L la dynamique de l'image,

$$\forall i \in \{1, 2, 3\}, \quad C_i = (K_i L)^2 \quad \text{et} \quad K_i \ll 1. \quad (2.11)$$

Le SSIM se définit alors comme

$$\text{SSIM}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = [l(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^\alpha \cdot [c(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^\beta \cdot [s(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^\gamma, \quad (2.12)$$

avec $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}_+^*$ des paramètres contrôlant l'importance relative de chacune des trois composantes du SSIM. Ce critère respecte les trois conditions souhaitées dans [Wang *et al.*, 2004] :

1. Critère symétrique : $\text{SSIM}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \text{SSIM}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$.
2. Critère borné : $\text{SSIM}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 1$.
3. Critère admettant un unique maximum : $\text{SSIM}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1$ si et seulement si $\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

Les auteurs proposent enfin une formulation plus simple adaptée aux cas les plus généraux en choisissant $\alpha = \beta = \gamma = 1$ et $C_3 = C_2/2$:

$$\text{SSIM}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{(2\mu_x \mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}. \quad (2.13)$$

Ce critère est utilisé sur la figure 2.7 pour distinguer certaines dégradations mineures (ajustement de contraste et changement de moyenne) de dégradations plus préjudiciables (compression, flou, bruit) et illustre ainsi l'intérêt de critères tels que le SSIM.

Le critère SSIM possède d'autres propriétés et subtilités détaillées dans [Wang *et al.*, 2004; Brunet *et al.*, 2012] mais qui sortent du cadre de ce travail de thèse, le SSIM étant avant tout destiné à l'évaluation des images optiques. Il apporte néanmoins des informations intéressantes sur la notion quelque peu ambiguë de « critère quantitatif » et amène des questionnements que l'on retrouve dans tous les domaines liés à l'imagerie numérique.

2.3.2.2 Critères ne nécessitant pas d'information sur l'image à restaurer

FWHM

La *largeur à mi-hauteur* (FWHM) définie dans la section 1.2.4.3 reste un critère pertinent dans des cas très simples où seuls deux diffuseurs sont considérés. S'il peut renseigner sur l'efficacité d'une méthode donnée à résoudre deux sources proches, il n'est en aucun cas un gage de qualité dans le cas général. En effet, à titre d'exemple, la position et l'amplitude des diffuseurs restaurés n'ont aucune influence sur ce critère. Enfin, soulignons qu'un modèle pour l'imagerie optique où les deux diffuseurs à résoudre n'ont pas la même amplitude a été proposé par Shahram *et Milanfar* [2006].

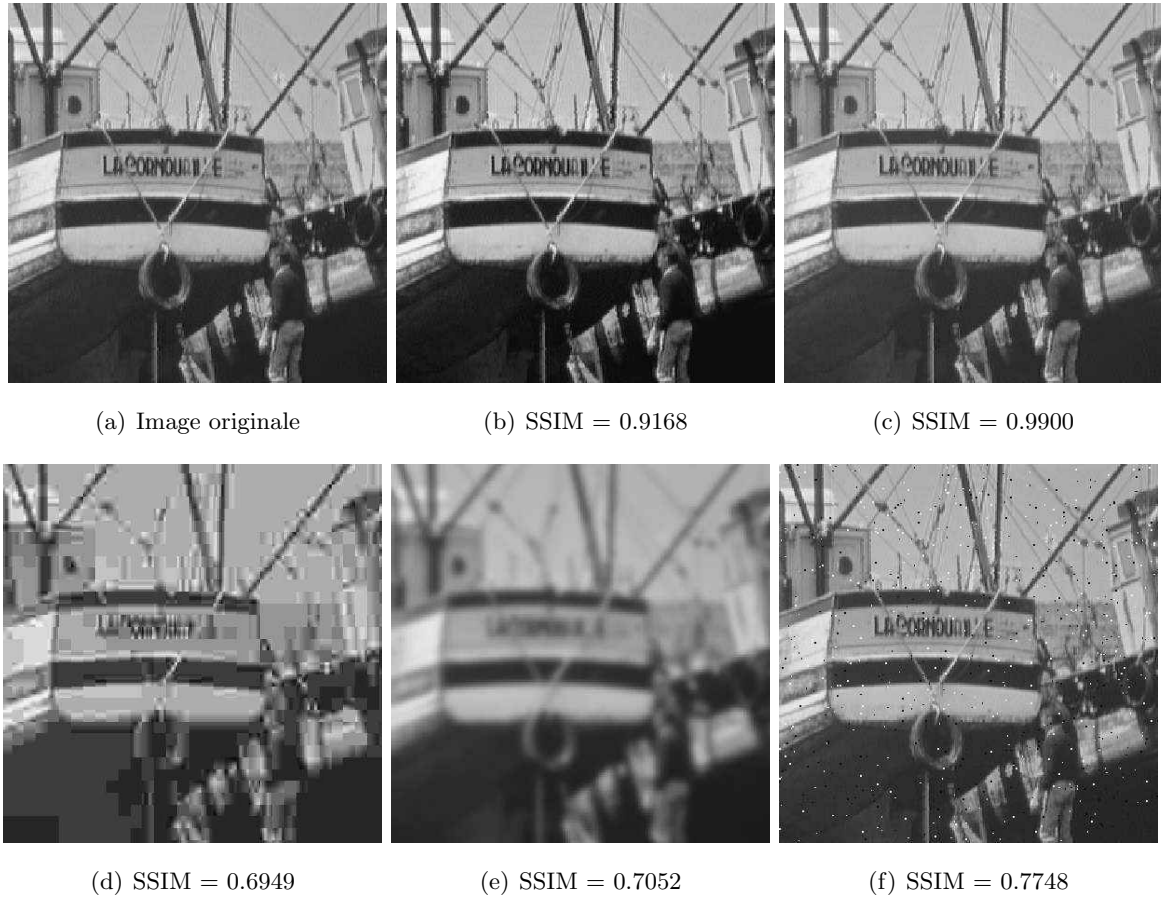


FIGURE 2.7 – Intérêt de critères tels que le SSIM [Wang *et al.*, 2004] pour distinguer certaines dégradations mineures (comme (b) un ajustement de contraste et (c) un changement de moyenne) de dégradations plus préjudiciables (comme (d) une compression, (e) un floutage et (f) un bruitage). Toutes les images ont une MSE de 210 avec l'image originale (a).

CNR

Le *contrast-to-noise ratio* (CNR, littéralement « rapport contraste à bruit ») est un critère fréquemment utilisé en US (voir Lyshchik *et al.* [2005] et les références à l'intérieur) permettant de mesurer le gain en résolution de contraste d'une méthode donnée. Le contraste est une grandeur essentielle en imagerie US et l'amélioration de la résolution spatiale ne doit pas se faire à ses dépens. Communément utilisé en traitement d'images US [Basarab *et al.*, 2008; Filoux *et al.*, 2010, 2011] et notamment en élastographie, il permet de quantifier pour une image quelconque \mathbf{x} la qualité de son contraste via la formule²

$$\text{CNR}(\mathbf{x}) = \frac{|\mu_{in} - \mu_{out}|}{\sqrt{\sigma_{in}^2 + \sigma_{out}^2}} \quad (2.14)$$

2. Certains auteurs utilisent une formule similaire faisant intervenir l'écart type plutôt que la variance : $\text{CNR}(\mathbf{x}) = |\mu_{in} - \mu_{out}| / |\sigma_{in} + \sigma_{out}|$.

où μ_{in} et μ_{out} représentent les moyennes à l'intérieur et à l'extérieur d'une zone d'intérêt, et σ_{in}^2 et σ_{out}^2 les variances correspondantes. Pour que cette valeur de CNR soit réellement représentative, les deux zones pour le calcul de ses paramètres doivent être de mêmes dimensions et situées à des profondeurs équivalentes en imagerie US, comme illustré sur la figure 2.8.

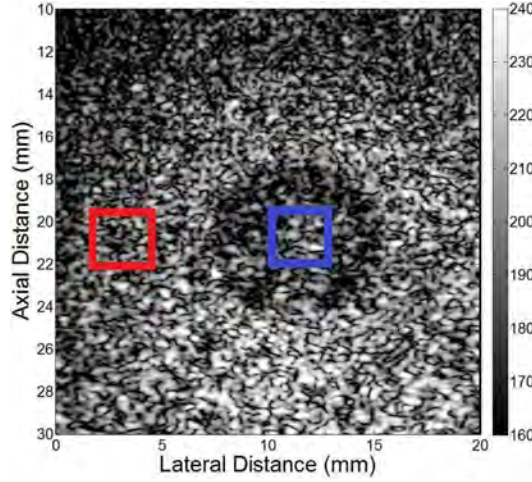


FIGURE 2.8 – Méthode de calcul du CNR dans le cas d'une inclusion hypoéchogène. Les paramètres μ_{in} et σ_{in}^2 doivent être estimés dans la zone bleue (à l'intérieur de l'inclusion) alors que μ_{out} et σ_{out}^2 doivent l'être dans la zone rouge (à l'extérieur et à la même profondeur que la zone interne).

RG

Le gain *en résolution* (RG, « resolution gain ») est un critère mesurant le pouvoir de déconvolution (capacité à corriger les effets induits par la PSF du système, voir section 2.3.4.5) en imagerie US, qui fut introduit pour la première fois et de manière indirecte par [Jensen *et al.*, 1993]. Les auteurs comparaient alors la largeur à -3 dB (ou largeur à mi-hauteur) de l'autocorrélation 1D des signaux RF avant et après traitement, et caractérisaient les performances de leur algorithme par le rapport de ces deux largeurs. Cette notion fut ensuite étendue au cas 2D [Taxt, 1995] et fait souvent l'objet de critère de référence dans les travaux récents liés à la déconvolution d'images US [Yeoh et Zhang, 2006; Michailovich et Tannenbaum, 2007; Yu *et al.*, 2012a]. Dans le cas général, il permet de comparer deux images $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ ($m = n$) et s'écrit

$$\text{RG}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\text{FWHM}(R_{\mathbf{y}})}{\text{FWHM}(R_{\mathbf{x}})} \quad (2.15)$$

où $R_{\mathbf{y}}$ et $R_{\mathbf{x}}$ représentent respectivement l'autocorrélation 2D des images avant et après déconvolution, et $\text{FWHM}(\cdot)$ la largeur à mi-hauteur elle aussi en 2D. Ce critère sera étendu dans le chapitre 4 au cas général $m \neq n$ en le normalisant par rapport à la taille de l'image. La figure 2.9 donne un aperçu du comportement de ce critère dans le cas simple de deux diffuseurs, convolués par une PSF

gaussienne et restaurée par la méthode de déconvolution qui sera développée dans le chapitre 4. On voit clairement que la largeur de l'autocorrélation 2D de l'image initiale est augmentée par la convolution avec la PSF, puis réduite grâce à la méthode de déconvolution utilisée.

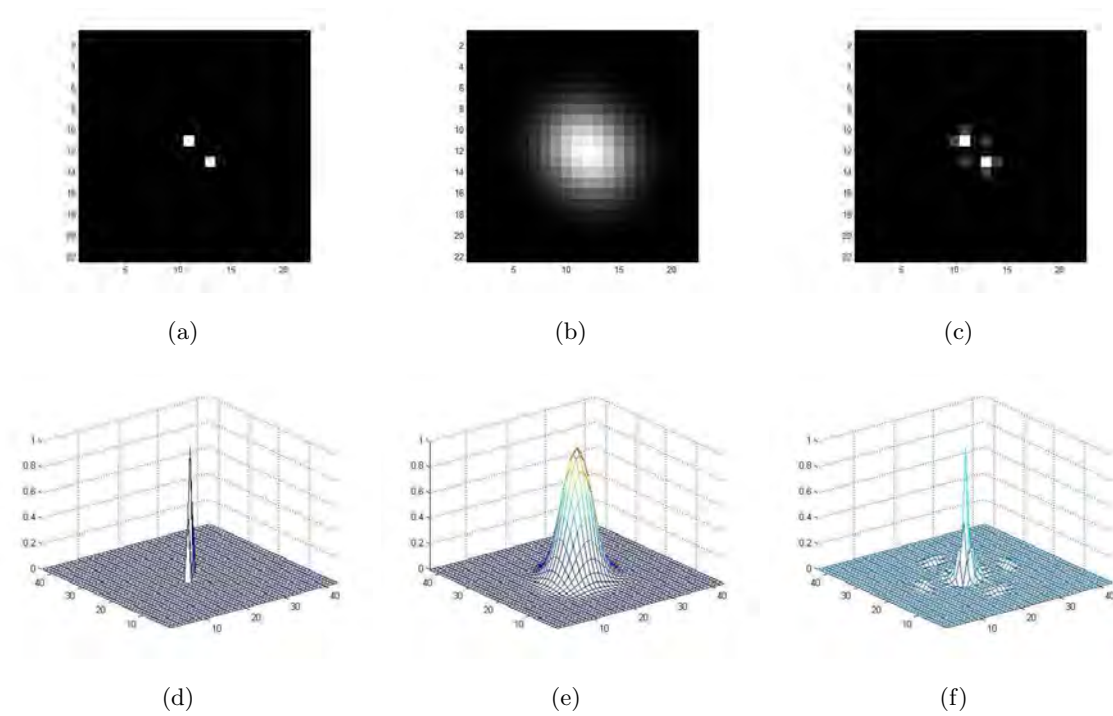


FIGURE 2.9 – Comportement du critère RG dans le cas simple de deux diffuseurs convolués par une PSF gaussienne. La figure montre les images (a) théorique, (b) observées et (c) restaurée ainsi que les autocorrélations correspondantes (d-f). Le gain en résolution entre (b) et (c) vaut ici 23.

Les motivations originales des auteurs reposaient sur le fait que la PSF introduit une corrélation spatiale entre les pixels voisins des images US. Il semble donc naturel de considérer que si une méthode de déconvolution fonctionne correctement, elle est censée réduire cette corrélation spatiale et de ce fait diminuer la largeur du lobe principal de la fonction d'autocorrélation que la PSF a augmentée. Cela étant dit, ce critère souffre de certaines limitations qui méritent d'être soulignées. De par la façon dont il se calcule, de nombreuses améliorations de l'image sont en effet interprétées comme des dégradations du point de vue du RG. La largeur de l'autocorrélation d'un signal étant minimale pour un signal de type bruit blanc, le RG atteint son maximum si l'on compare une image quelconque avec ce bruit blanc. De manière équivalente, tout processus de débruitage sera interprété de manière défavorable par le RG. La notion de « gain en résolution » sous-entendue par l'appellation de ce critère doit donc, dans une certaine mesure, être relativisée.

2.3.3 Approches basées sur une séquence d'image

Les techniques dites de *super-résolution* (SR) ont pour but de construire une image HR à partir d'une séquence d'images LR observées, afin de retrouver les détails haute fréquence et de pallier les dégradations liées au processus d'acquisition. L'idée de base derrière cette reconstruction SR tient à la quantification et à la combinaison des informations non-redondantes contenues dans les images LR, et plus précisément dans l'éventuel déplacement subpixelique entre chacune d'entre elles. L'idée d'exploiter une séquence d'images plutôt qu'une image unique peut paraître artificielle dans le cadre général, mais trouve tout son sens dans des domaines comme la vidéo ou l'imagerie US, cette dernière bénéficiant d'une résolution temporelle importante sans comparaison en imagerie médicale.

La reconstruction d'images HR par des techniques de SR a été un domaine de recherche éminemment actif depuis 1984 et les travaux pionniers de [Tsai et Huang \[1984\]](#) qui avaient réussi à dépasser les limitations des méthodes d'interpolation classiques (voir la section 2.3.4.2). La littérature à ce sujet n'a cessé de s'enrichir depuis une vingtaine d'années et les travaux de synthèse sont régulièrement proposés [[Borman et Stevenson, 1998](#); [Chaudhuri, 2001](#); [Park et al., 2003](#); [Milanfar, 2010](#)], détaillant les approches formulées dans le domaine spatial ou fréquentiel, du point de vue du traitement du signal comme de l'apprentissage automatique. Les premiers travaux se sont majoritairement focalisés sur la théorie originale [[Tsai et Huang, 1984](#)] établie dans le domaine fréquentiel qui ne considérait que des mouvements de translation rigide entre les différentes images de la séquence. Ces travaux ont exploré les propriétés de la transformée de Fourier (FT pour « Fourier transform ») en lien avec la translation spatiale des images et le phénomène de repliement causé par le sous-échantillonnage des observations (cf. section 2.3.3.2). Ces approches fréquentielles ont cependant atteint leurs limites très rapidement, étant donnée la restriction imposée par le modèle d'observation sur la nature du mouvement qui ne permet pas son utilisation dans la majorité des cas réels plus complexes. Les techniques postérieures se sont alors successivement tournées vers des approches formulées dans le domaine spatial (section 2.3.3.3), du point de vue statistique (section 2.3.3.4) ou déterministe (section 2.3.3.5).

2.3.3.1 Modèle de formation des images

Quelque soit la modalité d'imagerie considérée, l'image enregistrée par le capteur n'est pas parfaite car elle a subi des dégradations liées au dispositif d'acquisition (voir la section 1.2.4 pour le cas de l'imagerie US). La modélisation de ces dégradations dépend donc de l'application et des caractéristiques de la méthode de restauration. La formulation générale tient compte de l'information disponible sur le mouvement \mathbf{M} , de la réponse impulsionnelle spatiale (flou ou PSF) du système \mathbf{H} , du phénomène de sous-échantillonnage \mathbf{S} d'un facteur s_r dans chaque direction ne respectant pas nécessairement la condition de Nyquist-Shannon, caractéristique des techniques de reconstruction par SR. Ce modèle fut introduit par [Elad et Feuer \[1997\]](#) puis repris [[Nguyen et al., 2001b](#); [Park et al.,](#)

2003] et se note

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad \mathbf{y}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{H}_k \mathbf{M}_k \mathbf{x} + \mathbf{n}_k \quad (2.16)$$

où $\mathbf{S}_k \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{H}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $\mathbf{M}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ correspondent aux matrices définies précédemment pour la formation de l'image LR $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$. $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ représente l'image HR correctement échantillonnée que l'on souhaite restaurer et $\mathbf{n}_k \in \mathbb{R}^m$ le bruit additif. La figure 2.10 représente cette modélisation sous la forme d'un schéma synoptique. Les matrices caractéristiques de ce modèle d'observation seront explicitées et plus amplement commentées dans les chapitres 3 (\mathbf{M}) et 4 (\mathbf{S} et \mathbf{H}).

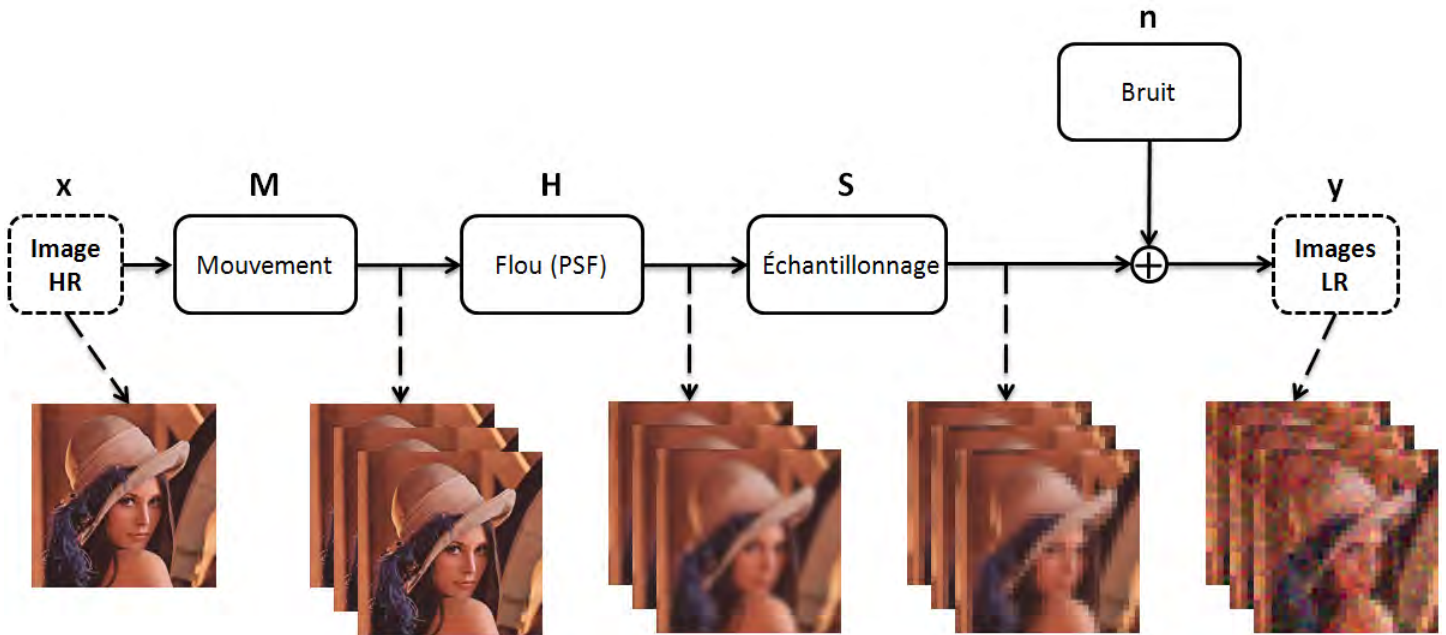


FIGURE 2.10 – Schéma synoptique du modèle de formation d'une séquence d'images.

Les K équations linéaires formées par (2.16) peuvent être réarrangées en un système linéaire plus explicite

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \mathbf{H}_1 \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{S}_2 \mathbf{H}_2 \mathbf{M}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{S}_K \mathbf{H}_K \mathbf{M}_K \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

ou encore, de manière équivalente, sous la forme compacte

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.18)$$

où $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{Km}$, $\Phi \in \mathbb{R}^{Km \times n}$ et $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^{Km}$ représentent de manière respective les données lexicographiques liées à \mathbf{y}_k , $\mathbf{S}_k \mathbf{H}_k \mathbf{M}_k$ et \mathbf{n}_k , pour $k = 1, 2, \dots, K$. Ce formalisme sera repris dans le cas particulier de l'amélioration de la résolution d'une image unique (cf. section 2.3.4), avec $\mathbf{M} = \mathbf{I}_n$.

À cause de sa nature sous-déterminée (la matrice Φ est très mal conditionnée), le système (2.18) est mal posé au sens de Hadamard, qui définissait la notion de « problème bien posé » [Hadamard, 1902] comme un problème respectant les trois propriétés suivantes :

1. Une solution existe.
2. La solution est unique.
3. La solution dépend de façon continue des données dans le cadre d'une topologie raisonnable.

La matrice Φ peut en outre être mal connue voire inconnue dans le cas d'images réelles et doit parfois être estimée à partir des données LR observées, rendant le problème encore moins bien conditionné. Certaines informations *a priori* sur l'image à restaurer ou sur les conditions d'acquisition de l'image doivent dans ce cas être prises en compte et seront détaillées dans le cas de l'imagerie US dans le chapitre 4. Dans la suite de cette section, on considèrera que le processus de sous-échantillonnage et la PSF sont identiques pour l'ensemble des images qui composent la séquence :

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad \mathbf{S}_k = \mathbf{S} \quad \text{et} \quad \mathbf{H}_k = \mathbf{H}. \quad (2.19)$$

Cette formulation générique englobe de nombreux modèles d'observation moins complets qui seront détaillés dans la suite, comme ceux utilisés par la méthode fréquentielle [Tsai et Huang, 1984], la méthode de projection sur des ensembles convexes [Stark et Oskoui, 1989] et ses améliorations [Eren *et al.*, 1997; Patti et Altunbasak, 2001] ou encore pour le traitement vidéo [Patti *et al.*, 1997].

2.3.3.2 Approche fréquentielle

Les travaux pionniers en matière de super-résolution remontent à l'approche fréquentielle proposée par Tsai et Huang [1984], dans laquelle les auteurs ont établi pour la première fois un système d'équations décrivant la relation entre les images LR et une image de résolution supérieure. Cette approche utilise de manière explicite le mouvement de translation relatif entre les images LR et le recouvrement de spectre présent dans ces images via le sous-échantillonnage de l'image HR. La PSF du système n'est pas prise en compte ici et les seuls mouvements autorisés entre images LR sont des translations rigides. Cette approche repose sur les trois principes suivants :

1. Une translation dans le domaine spatial se traduit par la multiplication avec une exponentielle complexe dans le domaine de Fourier.
2. Il existe une relation dite « de recouvrement » entre un échantillonnage correct de la transformée de Fourier continue (CFT, « continuous Fourier transform ») de l'image HR et la transformée de Fourier discrète (DFT, « discrete Fourier transform ») des images LR.
3. L'image HR est à bande limitée.

L'utilisation de ces trois principes pour la restauration théorique d'un signal HR 1D à partir d'un signal LR avec un recouvrement de spectre est présentée de manière schématique sur la figure 2.11.

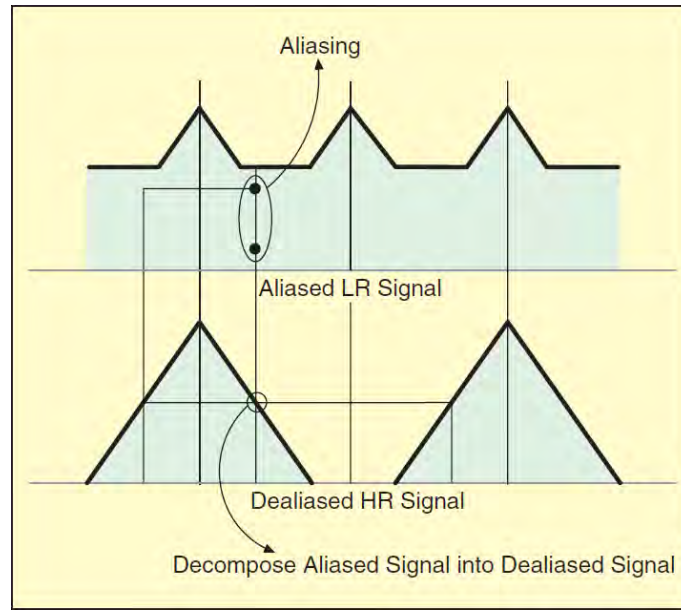


FIGURE 2.11 – Illustration schématique de la relation de recouvrement, d'après [Park *et al.*, 2003]. On peut retrouver les coefficients de la DFT de l'image HR (bas) à partir de ceux de l'image LR (haut).

Remarque importante. Il est important de noter que la propriété requise par la méthode de reconstruction de Tsai et Huang [1984] (les images LR doivent avoir été mal échantillonnées et donnent donc lieu au phénomène de recouvrement de spectre) est en fait équivalente à celle qui sera formulée par la suite (e.g., [Vandewalle *et al.*, 2006]) et qui porte sur la précision subpixelique requise dans l'estimation du mouvement entre les images LR. En effet, si les images LR étaient correctement échantillonnées, elles contiendraient toutes les mêmes informations que l'image HR (aux effets aléatoires de bruit près) et aucune information additionnelle ne pourrait être extraite d'une séquence d'image. Cette notion sera développée plus amplement dans la section 2.3.3.3.

Si l'on note $\mathbf{x}(t_1, t_2)$ l'image HR décrite dans le domaine continu avec t_1 et t_2 indexant les deux directions spatiales, les K images générées suite à un mouvement de translation rigide peuvent s'écrire

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad \mathbf{x}_k(t_1, t_2) = \mathbf{x}(t_1 + \Delta_{k_1}, t_2 + \Delta_{k_2}) \quad (2.20)$$

où Δ_{k_1} et Δ_{k_2} représentent les translations arbitraires mais connues selon les deux directions. Les coefficients de la CFT de l'image originale et des images translatées sont respectivement notés $\tilde{\mathbf{x}}(u_1, u_2)$ et $\tilde{\mathbf{x}}_k(u_1, u_2)$, avec u_1 et u_2 indexant les deux dimensions du domaine fréquentiel. En utilisant la propriété relative aux translations de la FT, on a

$$\tilde{\mathbf{x}}_k(u_1, u_2) = \tilde{\mathbf{x}}(u_1, u_2) \times e^{j2\pi(\Delta_{k_1}u_1 + \Delta_{k_2}u_2)}. \quad (2.21)$$

Ces K images sont ensuite échantillonnées avec les périodes d'échantillonnage T_1 et T_2 pour obtenir les images (discrètes) LR observées $\mathbf{y}_k[p_1, p_2] \in \mathbb{R}^m$ ($m = m_1 \times m_2$) :

$$\forall p_1 \in \{0, 1, \dots, m_1 - 1\}, \forall p_2 \in \{0, 1, \dots, m_2 - 1\}, \quad \mathbf{y}_k[p_1, p_2] = \mathbf{x}_k(n_1 T_1 + \Delta_{k_1}, n_2 T_2 + \Delta_{k_2}). \quad (2.22)$$

En utilisant l'hypothèse de bande limitée sur l'image HR

$$\forall |u_1| \geq \frac{m_1 \pi}{T_1}, \forall |u_2| \geq \frac{m_2 \pi}{T_2}, \quad |\tilde{\mathbf{x}}(u_1, u_2)| = 0, \quad (2.23)$$

les coefficients de la DFT de la séquence LR, notés $\tilde{\mathbf{y}}_k[r_1, r_2]$, peuvent être reliés à ceux de la CFT de la séquence HR selon la relation de recouvrement [Tsai et Huang, 1984; Tekalp, 1995] suivante :

$$\tilde{\mathbf{y}}_k[r_1, r_2] = \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{p_1=0}^{m_1-1} \sum_{p_2=0}^{m_2-1} \tilde{\mathbf{x}}_k \left(\frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{r_1}{N_1} - p_1 \right), \frac{2\pi}{T_2} \left(\frac{r_2}{N_2} - p_2 \right) \right). \quad (2.24)$$

En combinant les équations (2.21) et (2.24), on obtient le système matriciel en notations lexicographiques

$$\tilde{\mathbf{y}} = \Psi \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.25)$$

où $\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{C}^K$ est un vecteur dont l'élément k correspond au coefficient DFT $\tilde{\mathbf{y}}_k[r_1, r_2]$ et $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^m$ contient les échantillons de la CFT de $\mathbf{x}(t_1, t_2)$. $\Psi \in \mathbb{C}^{K \times m}$ est une matrice qui relie la DFT des images LR observées à l'échantillonnage de la CFT de l'image HR et qui est entièrement déterminée dans le cas d'un mouvement parfaitement connu [Tsai et Huang, 1984].

L'idée proposée par les auteurs consiste donc à déterminer les éléments de Ψ en fonction du mouvement entre les images LR (mouvement connu ou à estimer avec une précision subpixelique) et à résoudre le système (2.25) pour obtenir $\tilde{\mathbf{x}}$, et ainsi retrouver l'image HR désirée en lui appliquant une DFT inverse.

Tsai et Huang [1984] proposaient de résoudre (2.25) en décomposant la matrice Ψ comme le produit d'une matrice diagonale avec une matrice de Vandermonde aux propriétés d'inversion intéressantes. Aujourd'hui, cette méthode apparaît cependant fortement limitée par les contraintes imposées sur la nature des images LR. D'une part, le seul mouvement relatif admis est une translation rigide. D'autre part, les images LR sont supposées sans bruit ou flou et doivent être en nombre conséquent, ce dernier déterminant le nombre de coefficients de $\tilde{\mathbf{y}}$ dans (2.25) et donc la qualité de la restauration de \mathbf{x} . Cette approche a donc été par la suite étendue au cas d'images LR floues et bruitées par Kim *et al.* [1990] dans le cadre d'une formulation de type moindres carrés pondérés (WLS, « weighted least squares »). Le cas de flous différents pour les images LR a ensuite été traité [Kim et Su, 1993] grâce à la méthode de régularisation de Tikhonov [Tikhonov, 1995] (voir la section 2.3.3.4). Bose *et al.* [1993] ont ensuite proposé une formulation de type moindres carrés récursifs totaux pour atténuer l'influence des erreurs d'estimation du mouvement contenues dans Ψ . Dans [Yu-Su et Kim, 1994], un modèle local de mouvement est établi en divisant l'image en blocs se chevauchant et en

estimant le mouvement sur chacun de ces blocs. Tom et Katsaggelos [1995] ont proposé une estimation simultanée du mouvement et de l’image restaurée en utilisant un algorithme d’espérance et de maximisation (EM, « expectation-maximization »). Enfin, une approche utilisant la transformée en cosinus discrète (DCT, « discrete cosine transform ») à la place de la DFT [Rhee et Kang, 1999] a permis de réduire le coût calculatoire de cette méthode.

Cette approche fréquentielle pour la reconstruction d’une image HR a pour principal avantage sa simplicité de modélisation et son coût calculatoire relativement faible. La relation entre les images LR et l’image HR est établie de manière explicite dans le domaine fréquentiel et la résolution du problème est facilement parallélisable. Cela étant dit, cette approche souffre avant tout de très grandes restrictions quant à la nature des dégradations observables et à l’incorporation d’information *a priori* en vue d’une éventuelle régularisation du problème général mal posé. Pour toutes ces raisons, les méthodes de reconstruction d’image par SR se sont ensuite très majoritairement tournées vers des approches formulées dans le domaine spatial.

2.3.3.3 Restauration par interpolation non-uniforme

Les approches de reconstruction SR se sont rapidement tournées vers une formulation dans le domaine spatial [Borman et Stevenson, 1998; Baker et Kanade, 2002; Park *et al.*, 2003; Farsiu *et al.*, 2004a] afin de pallier les limitations inhérentes aux approches fréquentielles. Beaucoup de ces techniques ont été développées à partir d’une méthodologie préalablement établie dans le cas de la restauration d’une image unique, avec le même système d’équations (2.18), comme par exemple les méthodes du maximum de vraisemblance (ML, « maximum likelihood ») et du maximum *a posteriori* (MAP) qui seront abordées dans la section 2.3.3.4.

La restauration par interpolation non-uniforme est une approche non-itérative directe basée sur une formulation simple dans le domaine spatial. Plutôt que d’interpoler directement une image LR sur une grille de résolution supérieure (cf. section 2.3.4.2), cette méthode utilise les informations non-redondantes contenues dans les images LR pour une interpolation plus proche de l’image HR souhaitée. En faisant l’hypothèse d’une PSF qui ne varie pas dans l’espace et identique pour les K images de la séquence LR, notée \mathbf{H} , les opérateurs de convolution et de mouvement du modèle de formation de l’image classique (2.16) commutent [Elad et Hel-Or, 2001; Farsiu *et al.*, 2004b; Zhang *et al.*, 2012], ce qui donne la formulation suivante :

$$\forall k \in \{1, 2, \dots, K\}, \quad \mathbf{y}_k = \mathbf{S}\mathbf{M}_k\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}_k = \mathbf{S}\mathbf{M}_k\mathbf{z} + \mathbf{n}_k \quad (2.26)$$

où \mathbf{z} représente l’image HR convoluée avec la PSF du système. L’algorithme de restauration par interpolation non-uniforme, classiquement appelé *reconstruction par super-résolution* (SRR, « super-resolution reconstruction ») ou plus simplement SR dans la littérature, se déroule alors en trois étapes esquissées pour la première fois par Tsai et Huang [1984] et illustrées sur les figures 2.12 (schéma

synoptique) et 2.13 (illustration du processus de reconstruction). L'algorithme 2.1 explicite ces différentes étapes.

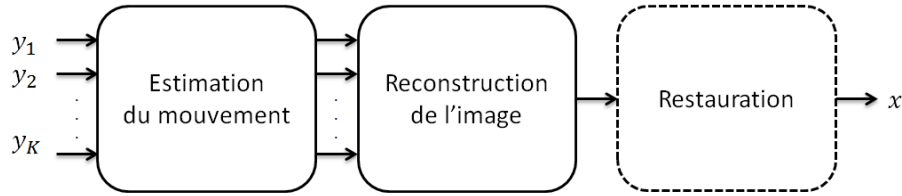


FIGURE 2.12 – Schéma synoptique de la restauration par interpolation non-uniforme en trois étapes. La dernière étape de restauration en pointillés est indépendante et sera traitée dans la section 2.3.4.5.

Entrée : $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1^T, \mathbf{y}_2^T, \dots, \mathbf{y}_K^T]^T \in \mathbb{R}^{Km}$.

Sortie : $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{z}} \in \mathbb{R}^n$.

- 1: % Étape 1 : estimation du mouvement
 - 2: **pour** $k = 2 : K$ **faire**
 - 3: Calculer \mathbf{M}_k , le mouvement subpixelique relatif entre l'image de référence \mathbf{y}_1 et l'image courante \mathbf{y}_k .
 - 4: **fin pour**
 - 5: % Étape 2 : reconstruction de l'image
 - 6: Interpoler les coordonnées des images \mathbf{y} sur la grille de résolution supérieure définie par \mathbf{S} .
 - 7: Aligner les images \mathbf{y} par rapport à l'image de référence \mathbf{y}_1 à l'aide de \mathbf{M}_k .
 - 8: Fusionner les images \mathbf{y} recalées pour obtenir \mathbf{z} .
 - 9: % Étape 3 (optionnelle) : restauration
 - 10: Restaurer l'image \mathbf{x} à partir de \mathbf{z} par une technique de déconvolution.
-

ALGO. 2.1: Reconstruction d'images par super-résolution.

La dernière étape liée à la restauration de l'image (en pointillés sur la figure 2.12) est totalement indépendante et sera traitée dans la section 2.3.4.5. L'enjeu principal de cette approche réside dans la précision de l'étape-clé d'estimation du mouvement [Protter et Elad, 2009], qui varie énormément d'une modalité d'imagerie à une autre [Bergen et al., 1992; Zitová et Flusser, 2003], et qui doit être réalisée avec une précision subpixelique. Dans ces conditions, les images LR apportent une information exploitable pour la reconstruction de l'image HR, sur une grille de résolution supérieure à celle de la séquence observée. Mais si le déplacement (réel ou mesuré) entre les images LR est de l'ordre (un multiple) du pixel, les images recalées, au centre de la figure 2.13, coïncident toutes exactement sur la grille LR et l'étape d'interpolation non-uniforme n'apporte donc pas plus d'information qu'une interpolation classique d'une seule des images LR. Cette problématique essentielle sera plus amplement détaillée dans le cas de l'imagerie US dans le chapitre 3.

Peleg et al. [1987] ont très tôt proposé une approche posant les bases de la rétro-projection itérative (cf. section 2.3.4.2) pour la reconstruction d'une image HR prenant en compte les mouvements de

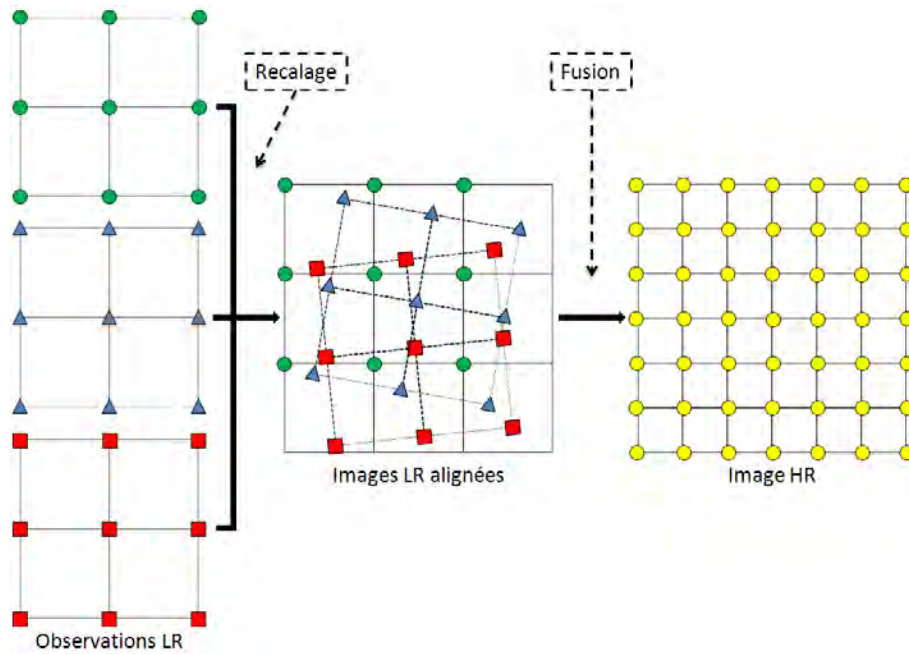


FIGURE 2.13 – Illustration du processus de reconstruction. Les images LR observées (à gauche) doivent être recalées avec une précision subpixelique (au centre) par rapport à une image de référence avant d’être fusionnées en une image HR (à droite).

translation et de rotation avec une interpolation uniforme. Cette méthode sera reprise par [Ur et Gross \[1992\]](#) dans le cas non-uniforme, accompagnée d’une étape de déconvolution, en se basant sur le théorème d’échantillonnage multi-canal généralisé introduit par [Yen \[1956\]](#) puis repris par [Papoulis \[1977\]](#) et [Brown Jr \[1981\]](#). Le mouvement est ici supposé parfaitement connu. L’acquisition simultanée d’images LR par plusieurs appareils ont permis à [Komatsu *et al.* \[1993\]](#) de reconstruire une image SR à l’aide de l’algorithme de Landweber [[Landweber, 1951](#)]. La méthode est ici légèrement différente puisque la séquence d’images est acquise au même moment mais depuis des points de vue différents, alors que le mouvement est estimé à l’aide d’une technique de mise en correspondance de blocs (« block matching », voir le chapitre 3 pour plus détails). Cette méthode est extrêmement limitée (configuration de la scène, position des capteurs) dans le cas où tous les appareils ont la même ouverture et ce problème fut corrigé plus tard par les mêmes auteurs. Le même algorithme de Landweber fut ensuite utilisé pour la restauration de vidéo en couleur [[Shah et Zakhor, 1999](#)]. La structure entrelacée de l’échantillonnage des données LR a été exploitée par [Nguyen et Milanfar \[2000\]](#) à l’aide d’une interpolation efficace en ondelettes et par [Alam *et al.* \[2000\]](#) en imagerie infrarouge via une interpolation basée sur un schéma du plus proche voisin pondéré, avec une étape de déconvolution en temps réel à base de filtrage de Wiener (voir la section 2.3.4.2). [Vandewalle *et al.* \[2006\]](#) puis [Vandewalle *et al.* \[2007\]](#) ont enfin proposé une nouvelle méthode d’estimation du mouvement, grâce aux propriétés de conservation de la transformée de Fourier. Cette technique n’est toutefois applicable

qu’au cas très simple de mouvements de translation et de rotation. Les auteurs ont également étudié l’influence du nombre d’images LR impliquées dans le processus de reconstruction SR et ont démontré qu’il existe un nombre optimal en-deçà duquel les informations ne sont pas suffisantes et au-delà duquel les erreurs d’estimation du mouvement deviennent prédominantes.

Ces méthodes non-itératives définies dans le domaine spatial et basées sur l’estimation subpixelique du mouvement sont relativement intuitives et peuvent souvent être implantées en temps réel [Chiang et Boulton, 2000; Farsiu *et al.*, 2004b]. Aujourd’hui, l’étape de reconstruction de l’image HR est classiquement réalisée via une interpolation bicubique [Keys, 1981] des données LR, cette dernière étant considérée comme la méthode d’interpolation la plus efficace [Vandewalle *et al.*, 2006] (voir section 2.3.4.2). Ces méthodes sont cependant tributaires du domaine d’application au travers de l’estimation du mouvement qui peut fortement varier, comme nous le verrons dans le chapitre 3 consacré à la mise en place d’une méthode de reconstruction SR pour l’imagerie US. Ces méthodes ne permettent pas d’incorporer d’information *a priori* sur l’image à restaurer de manière directe et la gestion de la restauration de l’image HR (débruitage, déconvolution) se fait de manière totalement indépendante, à la fin du processus SR. Malgré tout, cette approche est encore aujourd’hui l’objet de travaux réguliers, notamment en matière d’algorithmes d’optimisation efficaces [Wang et Ng, 2012; Chon *et al.*, 2012] ou dans le cas où la nature des observations n’est pas parfaitement connue [Takeda *et al.*, 2007; Su *et al.*, 2012].

2.3.3.4 Approches statistiques

Les méthodes statistiques, aussi appelées méthodes stochastiques, jouissent d’une réputation notable qui tient aux nombreuses approches bayésiennes proposées dans la communauté du traitement du signal. Ces approches permettent d’incorporer de manière directe et flexible les informations *a priori* disponibles sur l’image à restaurer. Sauf mention contraire, on considère dans cette section que la matrice Φ (i.e., \mathbf{S} , \mathbf{H} et \mathbf{M}) associée au modèle linéaire (2.18) est connue.

Maximum de vraisemblance

Les méthodes d’estimation bayésienne sont largement utilisées lorsqu’on peut établir (de manière explicite ou non) la densité de probabilité (PDF, « probability density function ») *a posteriori* de l’image HR. Si l’on suppose comme loi *a priori* pour \mathbf{x} une loi uniforme, aucune information n’est apportée et on parle d’estimateur du maximum de vraisemblance (ML, « maximum likelihood »). Quand il existe, cet estimateur très simple ne repose donc que sur les observations en maximisant $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ à l’image des moindres carrés (LS, « least squares ») et l’équation (2.32) devient

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{ML}} \in \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2^2. \quad (2.27)$$

Cette approche par estimation du ML est cependant rarement utilisée, étant donnée la nature mal posée de la majorité des problèmes de reconstruction SR formulés suivant l’équation (2.18).

Maximum *a posteriori*

L'exemple de base pour l'incorporation de PDF plus élaborées est l'estimateur du maximum *a posteriori* (MAP) de l'image HR \mathbf{x} qui cherche à maximiser la PDF *a posteriori* $p(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ de la façon suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{MAP}} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmax}} p(\mathbf{x}|\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_K) = p(\mathbf{x}|\mathbf{y}). \quad (2.28)$$

Dans le cas où Φ devrait également être estimée, [Hardie et al. \[1997\]](#) ont démontré l'indépendance statistique de \mathbf{X} et Φ . L'équation (2.28) se reformule généralement en appliquant le théorème de Bayes sur les probabilités conditionnelles et en prenant le logarithme :

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{MAP}} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmax}} \log p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) + \log p(\mathbf{x}). \quad (2.29)$$

Cette formulation permet d'introduire de manière explicite les lois *a priori* $p(\mathbf{x})$ et de vraisemblance $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$, définies en fonction des informations disponibles sur l'image HR et sur la nature statistique du bruit. Cette contrainte sur l'image à restaurer fournit une régularisation stable qui peut différer des techniques déterministes (section 2.3.3.5).

En considérant le cas d'un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de variance σ^2 , indépendant et identiquement distribué pour toutes les images de la séquence LR, la vraisemblance s'écrit typiquement

$$p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \Phi\mathbf{x}\|_2^2 \right\}. \quad (2.30)$$

La loi *a priori* $p(\mathbf{x})$ est quant à elle classiquement définie en utilisant la distribution de Gibbs :

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \exp \{-\lambda U(\mathbf{x})\} \quad (2.31)$$

où $U(\mathbf{x})$ représente une fonction coût (ou potentiel) strictement positive et Z une constante de normalisation. λ est un paramètre de régularisation qui règle le compromis entre l'attache aux données et la quantité de régularisation liée à l'*a priori* formulé sur \mathbf{x} . Le problème MAP (2.29) peut alors s'exprimer sous la forme

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{MAP}} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \Phi\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda' U(\mathbf{x}) \quad (2.32)$$

où λ' est une constante absorbant la variance du bruit et le paramètre de régularisation défini précédemment. Cette formulation est en réalité strictement équivalente à celle du cas déterministe (cf. section 2.3.3.5) définie par l'équation (2.53).

De très nombreux travaux ont adopté le formalisme MAP pour la reconstruction SR et les techniques diffèrent principalement par la nature de leur modèle d'observation (imagerie infrarouge, [\[Kaltenbacher et Hardie, 1996\]](#), traitement vidéo [\[Schultz et Stevenson, 1996\]](#), vision par ordinateur [\[Capel et Zisserman, 2003\]](#)) et dans le choix de la loi *a priori* $p(\mathbf{x})$. Les trois lois les plus fréquentes sont présentées ci-après, et une étude plus poussée de leur influence sur l'image HR reconstruite peut être trouvée dans [\[Capel, 2004; Elad et Datsenko, 2009\]](#).

1. Champ de Markov gaussien (GMRF, « Gaussian Markov random field »). La loi *a priori* GRMF s'écrit sous la forme

$$U(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}, \quad (2.33)$$

avec \mathbf{Q} une matrice symétrique positive caractérisant la relation spatiale entre les pixels adjacents de l'image. \mathbf{Q} est souvent définie comme $\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{\Gamma}$, avec $\mathbf{\Gamma}$ un opérateur linéaire correctement choisi. Dans ce cas, la log-vraisemblance de la loi *a priori* s'écrit

$$\log p(\mathbf{x}) = -\log Z - \lambda \|\mathbf{\Gamma} \mathbf{x}\|_2^2 \quad (2.34)$$

ou de manière simplifiée, en omettant la constante de normalisation,

$$\log p(\mathbf{x}) \propto \|\mathbf{\Gamma} \mathbf{x}\|_2^2. \quad (2.35)$$

C'est la fameuse régularisation de Tikhonov [Tikhonov, 1995; Elad et Feuer, 1997; Nguyen *et al.*, 2001a] très largement utilisée pour la régularisation de problèmes mal posés. Hardie *et al.* [1997] ont proposé une estimation MAP conjointe de l'image HR et du mouvement à l'aide d'un *a priori* de type MRF gaussien sur l'image à restaurer. Tipping et Bishop [2002] ont mis en place un *a priori* où la matrice \mathbf{Q} est construite très simplement à l'aide de la corrélation spatiale des pixels.

Malgré les nombreux avantages des MRF gaussiens liés à la robustesse de l'estimation MAP, les images HR reconstruites ont souvent tendance à être trop lisses, ce qui est perçu comme une pénalisation dans de nombreux domaines d'imagerie où les contours sont porteurs d'information.

2. Champ de Markov-Huber (HMRF, « Huber Markov random field »). Le problème rencontré avec le GRMF peut être résolu en utilisant des distributions à queues plus lourdes que la distribution gaussienne déterminées à l'aide de la fonction de Huber

$$\rho(a) = \begin{cases} a^2 & \text{si } |a| \leq \alpha, \\ 2\alpha|a| - \alpha^2 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.36)$$

a représente la dérivée première de l'image et α est un paramètre agissant sur la régularité de la fonction de potentiel ainsi définie. Schultz et Stevenson [1994] ont d'abord appliqué les HMRF à l'agrandissement d'une image unique avant de l'utiliser pour le problème de reconstruction SR [Schultz et Stevenson, 1996]. Une grande quantité de travaux ont repris cette idée par la suite, parmi lesquels on peut citer, e.g., [Borman et Stevenson, 1998; Capel et Zisserman, 2003] et [Pickup *et al.*, 2009].

3. Variation totale (TV, « total variation »). Le critère de pénalité TV compte parmi les critères les plus populaires de la littérature en débruitage et en déconvolution [Rudin *et al.*, 1992; Li et Santosa, 1996; Chan et Wong, 1998; Chan *et al.*, 2001]. La pénalisation est basée sur la norme ℓ_1 du module du gradient de l'image :

$$U(\mathbf{x}) = \|\nabla \mathbf{x}\|_1, \quad (2.37)$$

avec ∇ l’opérateur gradient qui peut dans certains cas être approximé par l’opérateur Laplacien [Rudin *et al.*, 1992]. La norme ℓ_1 du critère TV favorise donc des images dont le gradient est parcimonieux (ou « sparse »), et préserve ainsi de manière locale des gradients importants (au niveau des contours) tout en autorisant un certain lissage par ailleurs. La TV basique a été améliorée à de très nombreuses reprises pour une meilleure robustesse, avec par exemple la TV bilatérale [Farsiu *et al.*, 2004b] gérant les deux gradients 2D (horizontal et vertical) de manière indépendante, la TV anisotropique [Hu et Jacob, 2012; Wang *et al.*, 2013] plus complète que la TV classique mais qui n’a pas d’écriture analytique dans le cas général et la TV non-locale [Elmoataz *et al.*, 2008; Peyré *et al.*, 2008; Huang et Yang, 2012] améliorant les résultats de la TV classique en calculant le gradient sur des zones éloignées aux propriétés similaires.

Résolution des équations (2.32) et (2.27)

La résolution du problème général MAP (2.32) ou du cas ML (2.27) peut s’effectuer par des approches bayésiennes (ci-dessous) ou par des approches déterministes (section 2.3.3.5).

Tom et Katsaggelos [1995] ont proposé un algorithme de reconstruction SR basé sur la formulation ML et l’algorithme EM pour estimer simultanément le mouvement subpixelique, la puissance du bruit des images LR et l’image HR restaurée. Toutefois, ces approches ML étant très sensibles au bruit et aux erreurs d’estimation du mouvement et de la PSF [Capel, 2004], l’estimateur MAP a très rapidement été préféré pour sa robustesse et sa meilleure régularisation.

Les premiers travaux pour la reconstruction SR basée sur le MAP utilisaient une loi *a priori* HMRF [Schultz et Stevenson, 1996] qui préserve les discontinuités des images naturelles. La résolution faisait intervenir un algorithme de block matching hiérarchique pour estimer le mouvement, avec l’hypothèse que les objets de l’image se déplaçaient de manière indépendante. Hardie *et al.* [1997] ont ensuite mis au point une estimation MAP conjointe du mouvement et de l’image HR. Les seuls mouvements considérés sont ici des translations horizontales et verticales et sont estimés de manière itérative avec l’image HR. Le cas d’images satellites multiples a été traité par Cheeseman *et al.* [1996] à l’aide d’une formulation bayésienne utilisant une loi *a priori* gaussienne. Des travaux récents [Pickup, 2007; Pickup *et al.*, 2009] ont étudié le problème de l’erreur d’estimation en évitant le recours à des lois marginales classiques [Tipping et Bishop, 2002] et ont obtenu de meilleurs résultats.

La robustesse et la souplesse des approches statistiques pour l’intégration d’informations *a priori* sont des avantages certains. L’estimation conjointe des différents paramètres et de l’image HR est en outre une caractéristique particulièrement appréciable. Les seules limites rencontrées par ces approches sont relatives au temps de calcul assez conséquents par rapport aux méthodes déterministes et à la complexité des lois *a priori* qui peuvent dans certains cas nécessiter la mise en place de stratégies d’échantillonnage spécifiques. Les stratégies décrites dans cette section s’adaptent naturellement au cas d’une seule observation.

2.3.3.5 Approches déterministes

L'équation (2.18) peut être résolue de manière efficace par des approches déterministes dans le cas où la matrice \mathbf{M} est connue. Le problème inverse mal posé à résoudre est formulé de la même manière que dans le cas MAP (équation (2.32)) et les informations *a priori* peuvent être incorporées de la même manière pour sa régularisation.

Les moindres carrés contraints (CLS, « constrained least squares ») [Katsaggelos *et al.*, 1991; Hunt, 1973] permettent de résoudre ce problème de manière basique en minimisant le Lagrangien associé à (2.18) :

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\Gamma \mathbf{x}\|_2^2. \quad (2.38)$$

Γ est un opérateur de type passe-haut et λ représente le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte ℓ^2 qui gère le compromis entre l'attache aux données et la quantité de régularisation. De grandes valeurs de λ favorisent des solutions lisses mais permettent de traiter le cas d'un problème sous-déterminé (peu d'images LR à disposition) ou le cas d'observations bruitées et mal recalées.

La fonction de coût défini par (2.38) est différentiable et strictement convexe grâce au terme de régularisation quadratique. Il existe donc en théorie un minimum unique obtenu à partir de la condition d'optimalité du premier ordre (la dérivée première de l'équation caractéristique est nulle) suivante :

$$(\Phi^T \Phi + \lambda \Gamma^T \Gamma) \hat{\mathbf{x}} = \Phi^T \mathbf{y}. \quad (2.39)$$

La solution peut ainsi être approchée de manière itérative [Katsaggelos *et al.*, 1991; Park *et al.*, 2003] :

$$\hat{\mathbf{x}}^{(i+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(i)} + \beta \left[\Phi^T (\mathbf{y} - \Phi \hat{\mathbf{x}}^{(i)}) - \alpha \Gamma^T \Gamma \hat{\mathbf{x}}^{(i)} \right], \quad (2.40)$$

avec β le paramètre de convergence. Cette approche est aujourd'hui utilisée de manière plus restreinte, depuis l'émergence des régularisations plus robustes de type ℓ_1 qui seront abordées dans la section 2.3.4 et utilisées dans le chapitre 4 pour le développement d'un algorithme efficace de déconvolution adapté aux images US.

Hong *et al.* [1997] ont proposé une approche multi-canal régularisée pour le calcul automatique de β sans information particulière. Une généralisation de cette méthode appelée « déconvolution multi-canal généralisée » fut ensuite introduite par Kang [1998]. Un modèle d'observation prenant en compte la connaissance de la PSF permit à Hardie *et al.* [1998] d'améliorer les performances des algorithmes d'optimisation utilisés jusqu'à présent (descente de gradient et gradient conjugué). L'importance du choix du paramètre de régularisation a été souligné à de nombreuses reprises et Bose *et al.* [2001] ont mis en place un choix automatique, toujours dans le cadre CLS, basé sur la méthode L-curve développée par Lawson et Hanson [1974] et popularisée par Hansen et O'Leary [1993]; Hansen [1998].

Cette approche pour l'amélioration de la résolution par optimisation a pour principal avantage son coût calculatoire peu élevé comparé aux autres approches, en lien avec ses prédispositions à la parallélisation. La convergence de ces algorithmes reste parfois problématique, notamment en

termes de rapidité ou de stabilité. Ces méthodes ont cependant connu de très nombreuses évolutions, notamment dans le cas d’une seule image LR. L’état de l’art dans ce domaine sera donc développé dans la section correspondante (2.3.4.2).

2.3.3.6 Conclusion sur les approches basées sur une séquence d’images

Les techniques de post-traitement pour restaurer une image HR à partir d’une séquence d’image LR sont extrêmement nombreuses et ont beaucoup évolué depuis l’approche initiale du début des années 1980. La diversité des traitements proposés encore aujourd’hui dans la littérature est manifeste [Yuan *et al.*, 2010; Zhou *et al.*, 2012; Wang et Ng, 2012] et est à mettre en corrélation avec les très nombreux domaines d’applications et leurs spécificités qui ont empêché l’utilisation massive des méthodes de reconstruction SR. Certains points-clés constitutifs de la reconstruction SR sont encore aujourd’hui l’objet de développements, en particulier en matière d’estimation du mouvement, ce dernier étant particulièrement complexe dans la plupart des images US. Les autres pistes concernent la réduction du coût calculatoire pour le traitement en temps réel, notamment à l’aide de processeurs graphiques (GPU, « graphics processing unit ») [Gomersall *et al.*, 2011], ou encore l’étude de la robustesse et des limites de performances de ces techniques qui ne sont pas encore bien comprises [Milanfar, 2010].

L’estimation du mouvement est l’étape critique qui détermine la qualité de la reconstruction SR : elle en constitue à la fois la base nécessaire et la limite intrinsèque. La précision subpixelique de l’estimateur permet d’extraire des informations non-redondantes des images LR pour les intégrer à l’image HR. Les erreurs s’immisçant à ce niveau du processus de restauration génèrent des artefacts sur l’image reconstruite qui sont souvent plus préjudiciables que le flou introduit par l’interpolation classique d’une image unique. La littérature regorge d’algorithmes d’estimation du mouvement suivant les applications et les priorités considérées [Zitová et Flusser, 2003], mais certaines limites théoriques ont été établies dans le cas pourtant très simple des translations [Robinson et Milanfar, 2004]. Néanmoins, une solution pour la reconstruction d’images de résolution supérieure dans le cas de l’imagerie US sera proposée dans le chapitre 3. Enfin, il est important de noter que si certaines approches (statistiques ou déterministes) pour la résolution du problème d’optimisation classique ont été développées pour le cas d’une séquence d’observations, l’adaptation au cas d’une observation unique est triviale mais a fait l’objet d’études spécifiques qui seront détaillées dans la section 2.3.4.

2.3.4 Approches basées sur une seule image

Pour la simple raison qu’elles nécessitent des informations complémentaires aux caractéristiques du mouvement de la séquence LR, certaines approches introduites dans la section précédente s’appliquent également dans le cas où seulement une image est disponible pour l’amélioration de la résolution. C’est notamment le cas des approches par formulation d’un problème inverse, avec ses

déclinaisons statistiques et déterministes. Ces techniques se basent majoritairement sur des informations relatives à la nature de l'image que l'on cherche à restaurer et à la PSF du système, qu'elle soit connue *a priori* ou estimée, comme nous le verrons dans la partie consacrée aux techniques de déconvolution (section 2.3.4.5).

2.3.4.1 Modèle de formation de l'image

Le modèle d'observation de l'image est très proche de celui défini par (2.18) dans le cas d'une séquence d'observations LR. Si l'on ne considère qu'une seule image, il n'y a plus d'information sur un quelconque mouvement ($K = 1$ et $\mathbf{M} = \mathbf{I}_n$) et le modèle s'écrit dans le cas général

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{\Phi}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.41)$$

avec cette fois-ci l'image LR $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, l'image HR à restaurer $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ avec $n = s_r^2 \times m$, les matrices liées à la convolution $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (PSF) et au sous-échantillonnage $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, et enfin le bruit additif $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^m$. $\mathbf{\Phi} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ représente ici la matrice du système englobant les opérations de convolution avec la PSF et de sous-échantillonnage. Les vecteurs \mathbf{y} , \mathbf{x} et \mathbf{n} adoptent toujours ici la notation lexicographique. Cette formulation générale permet de traiter une grande variété de techniques pour l'amélioration de la résolution, de la déconvolution pure ($\mathbf{S} = \mathbf{I}_n$) à l'interpolation ou ré-échantillonnage ($\mathbf{H} = \mathbf{I}_n$) en passant par les méthodes mixtes (\mathbf{S} et $\mathbf{H} \neq \mathbf{I}_n$). Le schéma correspondant au modèle de formation d'image lié à (2.41) est illustré sur la figure 2.14.

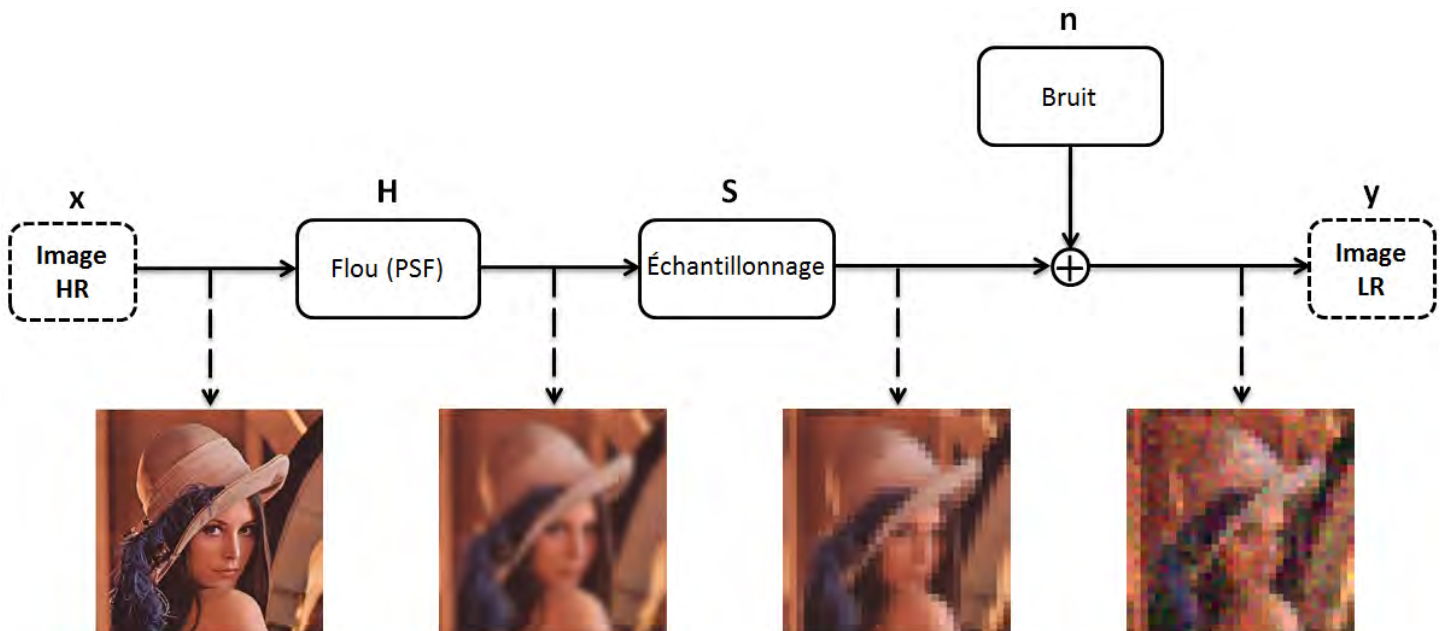


FIGURE 2.14 – Schéma synoptique du modèle de formation d'une image unique.

Le problème (2.41) est ici aussi mal posé au sens de Hadamard [Hadamard, 1902] puisqu’il existe de manière évidente une infinité d’images HR \mathbf{x} produisant via ce modèle les mêmes observations \mathbf{y} . La matrice \mathbf{S} (ou de manière équivalente le facteur s_r) est en général supposée connue mais ce ne sera pas toujours le cas pour la matrice \mathbf{H} . Les sections qui suivent détaillent les techniques de résolution de (2.41), des approches les plus basiques (section 2.3.4.2) ne prenant en compte que certaines informations *a priori* aux méthodes plus avancées comme l’analyse spectrale haute résolution (section 2.3.4.4) et la déconvolution (section 2.3.4.5).

2.3.4.2 Approches déterministes basiques

Interpolation

Les premiers travaux ont traité le cas du ré-échantillonnage ($\mathbf{H} = \mathbf{I}_n$) sur une grille régulière par différentes méthodes d’interpolation dans le cas 1D, avant d’être étendues au cas 2D par produit tensoriel [Keys, 1981]. Les interpolations classiques n’utilisent pas d’information *a priori* sur le modèle d’observation et se basent uniquement sur les données et leur gradient. Elles sont définies par le degré du polynôme utilisé pour le ré-échantillonnage, 1 dans le cas linéaire (ou bilinéaire en 2D) et 3 dans le cas cubique (bicubique en 2D). L’interpolation basée sur des polynôme d’ordre 0, appelée *méthode du plus proche voisin*, ne tient pas compte des informations liées au gradient de l’image ; celle d’ordre 2 (bicarrée) n’est pas utilisée en traitement d’images en raison des conditions dissymétriques qu’elle impose à l’image et au gradient. Des méthodes d’interpolation plus sophistiquées ont vu le jour, comme par exemple celle proposée par Li et Orchard [2001] dans le cas des images optiques, prenant en compte des informations sur la structure locale de l’image afin d’en préserver les contours.

L’interpolation bicubique est souvent considérée comme la plus efficace des méthodes d’interpolation [Vandewalle *et al.*, 2006] dans le cas général, en raison de son coût calculatoire peu élevé et de ses résultats lisses adaptés à un certain confort visuel. À la différence de l’interpolation bilinéaire qui ne prend en compte que 2×2 pixels, l’approche bicubique considère un voisinage de 4×4 pixels pour le ré-échantillonnage de l’image. Elle garantit en outre la continuité du gradient de l’image HR [Keys, 1981; Cotasson, 2005]. Toutes ces propriétés sont illustrées sur la figure 2.15 dans le cas des interpolations d’ordre 0, 1 et 3 d’observation $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{9^2}$ distribuées selon une loi normale centrée réduite. Les noyaux correspondants de chacune de ces trois interpolations sont présentés sur la même figure.

Les performances de ces techniques d’interpolation sont toutefois très limitées, de par la simplicité du modèle considéré qui ne permet pas de prendre en compte des informations élaborées sur l’image à restaurer.

Projection sur des ensembles convexes

La méthode de *projection sur des ensembles convexes* (POCS, « projection onto convex sets »), développée à l’origine par Stark et Oskoui [1989], consiste à définir un certain nombre d’ensembles

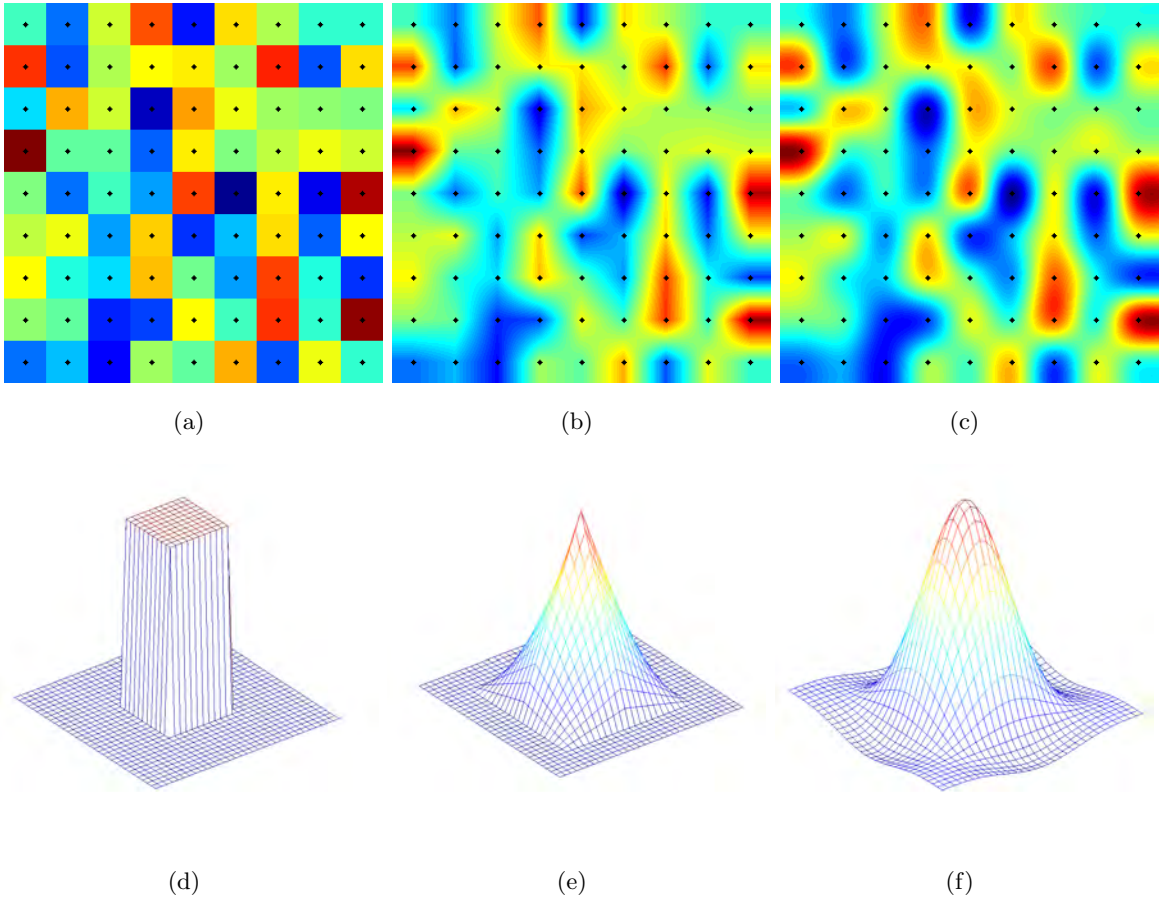


FIGURE 2.15 – Interpolations classiques (haut) d'ordre 0 (méthode du plus proche voisin), 1 (interpolation bilinéaire) et 3 (interpolation bicubique) de données LR représentées par les points et noyaux correspondants (bas).

convexes fermés, notés $\{\mathcal{C}_i\}_{1 \leq i \leq C}$ et décrivant les propriétés désirées pour l'image HR, et à projeter de manière itérative une estimation initiale sur ces ensembles. Cette approche est très flexible car elle permet d'incorporer des contraintes et des *a priori* de natures très différentes, non-linéaires et même non-paramétriques.

Quelques exemples d'ensembles les plus courants pour ces méthodes POCS sont définis ci-après de manière générique.

- Attache aux données :

$$\mathcal{C}_1 = \left\{ \mathbf{x} \text{ t.q. } \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 \leq \alpha_1 \right\}. \quad (2.42)$$

- Contrainte de régularité et/ou de parcimonie liée à la norme ℓ_p :

$$\mathcal{C}_2 = \left\{ \mathbf{x} \text{ t.q. } \|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|_p \leq \alpha_2 \right\}. \quad (2.43)$$

- Contrainte d'amplitude (positivité, valeurs bornées) :

$$\mathcal{C}_3 = \left\{ \mathbf{x} \text{ t.q. } A_1 \leq x_i \leq A_2 \right\}. \quad (2.44)$$

En considérant un groupe de K ensembles convexes fermés, la solution HR \mathbf{x} appartient à l'intersection \mathcal{C} de ces ensembles :

$$\mathbf{x} \in \mathcal{C} = \bigcap_{i=1}^C \mathcal{C}_i. \quad (2.45)$$

L'algorithme POCS suggère ainsi, à partir d'une estimation initiale \mathbf{x}_0 et sans garantie d'unicité ni de convergence rapide, d'approcher la solution optimale de la manière itérative suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} = \mathcal{P}_C \mathcal{P}_{C-1} \dots \mathcal{P}_2 \mathcal{P}_1 \hat{\mathbf{x}}^{(k)}, \quad (2.46)$$

où \mathcal{P}_i , $i = 1, 2, \dots, C$ est l'opérateur de projection sur l'ensemble \mathcal{C}_i et $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ représente l'estimation de \mathbf{x} à l'étape k . L'opération de projection \mathcal{P}_i n'est pas toujours triviale mais reste plus simple que la projection \mathcal{P} sur \mathcal{C} en une seule étape [Stark et Oskoui, 1989].

Les premières améliorations de l'algorithme originel ont porté sur la prise en compte d'une PSF variant spatialement dans l'image et l'adaptation au cas d'images multiples avec le flou de mouvement [Patti *et al.*, 1997]. Eren *et al.* [1997] ont ensuite proposé une approche similaire basée sur la détection et la segmentation d'objets d'intérêt via des cartes de validité autorisant ou empêchant certaines projections. Elad et Feuer [1997] ont analysé et comparé l'amélioration de la résolution par des techniques ML, MAP et POCS et ont mis au point une approche hybride qui en fait la synthèse. Enfin, Patti et Altunbasak [2001] ont étendu leurs précédents travaux pour réduire les artéfacts propres à cette méthode.

Malgré leur facilité de mise en œuvre et la facilité d'incorporation de tout type d'informations, les méthodes POCS sont connues pour leur coût calculatoire excessivement élevé, la mauvaise connaissance de la convergence et l'absence d'unicité de la solution. Enfin, elles considèrent la matrice \mathbf{H} parfaitement connue.

Rétro-projection itérative

Irani et Peleg [1991] ont formulé les premiers cette approche de *rétro-projection itérative* (IBP, « iterative back-projection ») pour la reconstruction SR en s'inspirant du processus de reconstruction utilisé en tomographie. La méthode IBP consiste à mettre à jour une estimation initiale de l'image HR en rétro-projetant dans l'espace HR l'erreur (i.e., la différence) entre l'image LR observée et une image LR obtenue par simulation du processus d'acquisition (via les matrices \mathbf{H} et \mathbf{S}). Ce procédé est répété de manière itérative afin de minimiser l'énergie de cette erreur, selon la récurrence suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)} = \hat{\mathbf{x}}^{(k)} + \mathbf{K}_{\text{BP}} \left(\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^{(k)} \right), \quad (2.47)$$

avec $\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ l'image HR restaurée à l'étape k , \mathbf{y} et $\mathbf{S}\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ les images LR observées et simulées et \mathbf{K}_{BP} le noyau (ou kernel) de rétro-projection qui détermine la contribution adéquate de l'erreur LR $\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}^{(k)}$ à l'image HR $\hat{\mathbf{x}}^{(k+1)}$. Cette approche est dépeinte de manière schématique sur la figure 2.16.

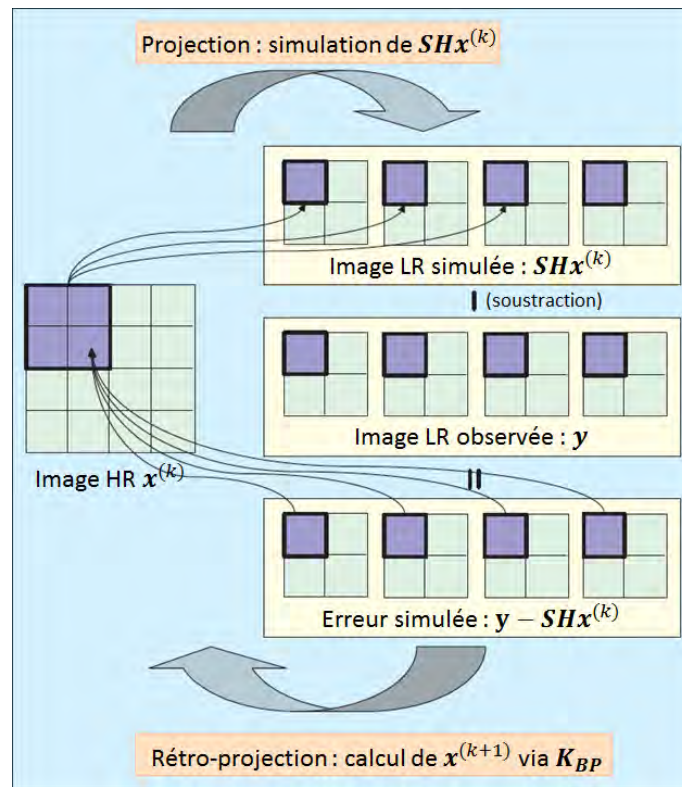


FIGURE 2.16 – Principe schématisé de la méthode de rétro-projection itérative, d’après [Park *et al.*, 2003].

À la différence de la PSF du système \mathbf{H} , le noyau de rétro-projection \mathbf{K}_{BP} peut être choisi de manière arbitraire et distribue l’erreur de manière uniforme dans la plupart des cas. Cependant, ce choix peut affecter de manière conséquente la qualité de la restauration dans le cas usuel où la matrice Φ n’est pas parfaitement connue [Irani et Peleg, 1991].

Malgré les quelques améliorations qui ont suivies, notamment en matière de caractérisation de la convergence et pour l’adaptation au cas d’images multiples pour le traitement vidéo [Irani et Peleg, 1993; Mann et Picard, 1994], cette méthode simple et intuitive demeure limitée de manière intrinsèque par la non unicité de sa solution, la difficulté du choix du noyau de rétro-projection et l’impossibilité d’incorporer des informations *a priori* supplémentaires. Notons enfin que si cette méthode utilise des informations sur la PSF, elle ne cherche pas à en atténuer les effets et n’entre donc pas dans la catégorie des techniques de déconvolution (section 2.3.4.5).

Approches classiques pour la résolution des problèmes inverses

En se basant sur le modèle d’observation (2.41), l’approche la plus simple et la plus intuitive pour trouver \mathbf{x} quand \mathbf{y} est connue consisterait à inverser de manière directe la matrice caractéristique du système Φ . Cependant, même dans les cas extrêmement favorables où la matrice Φ est parfaitement connue, en l’absence de bruit et avec $n = m$ (condition nécessaire pour l’existence de l’inverse),

l'inversion est très instable en raison du mauvais conditionnement de la matrice Φ [Hansen, 1998]. Dans le cas $n \neq m$, la matrice Φ n'est pas carrée et le système est alors sur ou sous-déterminé par définition, impliquant l'absence de solution dans le premier cas et une infinité dans le second.

La première solution à ce problème d'inversion basique fait appel à la matrice *pseudo-inverse* [Albert, 1972; Ribés et Schmitt, 2008], aussi appelée matrice de Moore-Penrose. Il s'agit de la solution du problème de minimisation similaire à celui formulé dans le cas de l'estimateur ML (2.27) au sens des moindres carrés usuels

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2^2, \quad (2.48)$$

mais où l'on cherche dans le cas général, via une approche de type filtrage inverse [Cadzow, 1996], une matrice $\Phi^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ telle que

$$\hat{\mathbf{x}} = \Phi^{-1} \mathbf{y}. \quad (2.49)$$

Dans le cas $n \geq m$, la pseudo-inverse $\Phi_{\text{pinv}}^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est définie de manière unique comme la matrice vérifiant les quatre conditions suivantes [Albert, 1972] :

$$\Phi \Phi_{\text{pinv}}^{-1} \Phi = \Phi, \quad (2.50a)$$

$$\Phi_{\text{pinv}}^{-1} \Phi \Phi_{\text{pinv}}^{-1} = \Phi_{\text{pinv}}^{-1}, \quad (2.50b)$$

$$\left(\Phi \Phi_{\text{pinv}}^{-1} \right)^H = \Phi \Phi_{\text{pinv}}^{-1}, \quad (2.50c)$$

$$\left(\Phi_{\text{pinv}}^{-1} \Phi \right)^H = \Phi_{\text{pinv}}^{-1} \Phi. \quad (2.50d)$$

\cdot^H dénote les opérations de transposition et de conjugaison. La pseudo-inverse s'écrit alors de manière explicite

$$\Phi_{\text{pinv}}^{-1} = \left(\Phi^T \Phi \right)^{-1} \Phi^T \quad (2.51)$$

avec $\Phi^T \Phi$ une matrice carrée inversible de taille $m \times m$. La pseudo-inverse respecte en théorie les deux premières conditions de Hadamard (existence et unicité de la solution) mais la stabilité de la solution n'est pas acquise, notamment à cause de la présence du bruit.

La connaissance de la nature du bruit peut être intégrée au processus d'inversion afin d'en améliorer la stabilité. Cette méthode, appelée *filtrage de Wiener*, nécessite la connaissance *a priori* des matrices de covariance des images HR \mathbf{C}_x et LR \mathbf{C}_y . Elle minimise l'erreur quadratique moyenne (MMSE, « minimum mean squared error ») et prend la forme suivante [Hillery et Chin, 1991; Ribés et Schmitt, 2008] :

$$\Phi_{\text{Wiener}}^{-1} = \left(\Phi^T \mathbf{C}_y^{-1} \Phi + \mathbf{C}_x^{-1} \right)^{-1} \Phi^T \mathbf{C}_y^{-1}. \quad (2.52)$$

Si la matrice d'autocorrélation relative à l'image LR peut être estimée directement, celle liée à l'image à restaurer est bien entendu inaccessible et nécessite la formulation de certaines hypothèses, notamment sur la nature du bruit (blanc et gaussien, typiquement). [Hillery et Chin, 1991] ont proposé une méthode de calcul itératif prenant en compte des erreurs dans l'estimation de cette matrice et des travaux ultérieurs [Strela, 2001] ont étudié l'utilisation conjointe de cette méthode et d'une décomposition en ondelette pour améliorer la qualité de la restauration.

Une autre classe d'approches classiques pour la résolution de ce genre de problèmes est reconnue sous la dénomination *régularisation de Tikhonov* [Tikhonov, 1995], semblable aux approches de type CLS. La formulation simple (2.48) est enrichie en ajoutant un terme de régularisation identique à celui présenté dans le cas d'une séquence d'images (équation (2.38), section 2.3.3.5) :

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \|\Gamma \mathbf{x}\|_2^2. \quad (2.53)$$

L'inversion est alors assurée avec la paramètre de régularisation λ , choisi de manière expérimentale [Nguyen *et al.*, 2001b] ou par L-curve [Lawson et Hanson, 1974] :

$$\Phi_{\text{Tikhonov}}^{-1} = (\Phi^T \Phi + \lambda \Gamma^T \Gamma)^{-1} \Phi^T. \quad (2.54)$$

Il est par ailleurs possible d'introduire une matrice $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ définie positive afin de modifier la mesure liée à la norme euclidienne ℓ_2 de l'attache aux données [Ribés et Schmitt, 2008] de la façon suivante :

$$\Phi_{\mathbf{N}\text{-Tikhonov}}^{-1} = (\Phi^T \mathbf{N} \Phi + \lambda \Gamma^T \Gamma)^{-1} \Phi^T \mathbf{N}. \quad (2.55)$$

Le filtrage de Wiener défini précédemment apparaît alors ici comme un cas particulier de cette formulation en prenant $\mathbf{N} = \mathbf{C}_y^{-1}$ et $\lambda \Gamma^T \Gamma = \mathbf{C}_x^{-1}$.

L'inversion de matrices singulières rectangulaires est un aspect central de la résolution de problèmes inverses. Dans certains cas, il peut être judicieux d'utiliser la célèbre *décomposition en valeurs singulières* (SVD, « singular value decomposition ») définie pour une matrice Φ quelconque de taille $m \times n$ par [Eckart et Young, 1936]

$$\Phi = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \quad (2.56)$$

avec $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \dots \ \mathbf{u}_m] \in \mathbb{R}^{m \times m}$ et $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_n] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ les matrices unitaires contenant un ensemble de vecteurs de base dits « d'entrée » et « de sortie » et $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ une matrice diagonale constitués des éléments $[d_1 \ d_2 \ \dots \ d_m]^T \in (\mathbb{R}^+)^m$ ordonnés de manière décroissante, appelés *valeurs singulières*. Une inversion relativement stable peut alors être calculée comme

$$\Phi_{\text{SVD}}^{-1} = \mathbf{V} \mathbf{D}_c^{-1} \mathbf{U}^T \quad (2.57)$$

où \mathbf{D}_c^{-1} est une matrice diagonale de $\mathbb{R}^{n \times m}$ construites avec les éléments $\left[\frac{c_1}{d_1} \ \frac{c_2}{d_2} \ \dots \ \frac{c_m}{d_m} \right]^T \in (\mathbb{R}^+)^m$. Le choix des coefficients $(c_i)_{1 \leq i \leq m}$ contrôlant l'inversion des valeurs singulières conduit à différentes techniques de régularisation. Par exemple, le choix $c_i = d_i^2 / (d_i^2 + \lambda^2)$, $i = 1, 2, \dots, m$ correspond en

réalité à la régularisation de Tikhonov (2.54) dans le cas $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}_n$. L’utilisation des techniques SVD pour l’analyse et la résolution de problèmes inverses est courante et a été étudiée en détails [Hansen, 1998].

Dans certains cas courants en pratique (e.g., en grande dimension), toutes les techniques évoquées dans cette partie peuvent s’avérer inappropriées, de par le coût calculatoire imposé par toutes ces techniques d’inversion. En effet, dans le cas de la restauration d’une image de taille 200×200 à partir d’observations décimées d’un facteur 2, ces techniques manipulent des matrices Φ de taille 10000×40000 . Ces considérations ont conduit à l’élaboration de techniques d’inversion rapide par transformée de Fourier rapide (FFT, « fast Fourier transform ») et d’algorithmes plus efficaces qui seront abordés et développés pour l’imagerie US dans le chapitre 4.

2.3.4.3 Approches par apprentissage

Les *approches par apprentissage* adoptent une philosophie sensiblement différente, dans le cas où le modèle d’observation décrit par l’équation (2.41) n’apporte pas suffisamment d’information pour la reconstruction correcte d’une image HR [Baker et Kanade, 2002]. À la différence des méthodes utilisant les informations *a priori* sous la forme de contraintes sur l’image HR entière, les approches par apprentissage mettent à profit des exemples tirés directement et localement d’autres images. Ces approches ont connu un fort engouement depuis une dizaine d’années et le développement de la théorie de l’échantillonnage compressé (CS, « compressive sampling » ou « compressed sensing ») par Donoho [2006a] et Candès [2006] pour la résolution des problèmes ℓ_1 .

Les premiers travaux ont d’abord considéré l’utilisation directe de ces exemples [Freeman *et al.*, 2002], via deux ensembles de P patches pour la phase d’apprentissage notés $\{\mathbf{p}_{x,i}\}_{1 \leq i \leq P}$ et $\{\mathbf{p}_{y,i}\}_{1 \leq i \leq P}$ pour les images HR et LR respectivement. Chacune des paires de patches $(\mathbf{p}_{x,i}, \mathbf{p}_{y,i})$ vérifient l’équation (2.41) liée au modèle d’observation. La connaissance de ces correspondances entre patches LR et HR est ensuite appliquée à la restauration par blocs d’une nouvelle image test, notés $\mathbf{p}_{y,i}^t$, par prédiction des patches HR correspondants et à l’aide d’un formalisme MRF. La taille des patches doit être déterminée avec soin car elle détermine les performances de cette approche : des patches trop petits ne lui permettront pas d’établir une correspondance viable entre images LR et HR alors que des patches trop grands nécessiteront une quantité de données considérable pour que la phase d’apprentissage soit valable.

Si l’approche la plus basique consiste à trouver, pour l’ensemble des patches d’une image LR donnée, les patches HR correspondants au sens du plus proche voisin, des artefacts conséquent apparaissent inévitablement à cause de la nature mal posée du problème d’augmentation de la résolution [Elad et Datsenko, 2009]. Freeman *et al.* [2002] ont ainsi proposé une approche basée sur les k plus proches voisins qui maximise la compatibilité entre patches adjacents. Des améliorations ultérieures ont intégré le processus IBP ([Irani et Peleg, 1993], voir section 2.3.4.2) en post-traitement afin d’imposer la relation de consistance des données sur toute l’image.

Des approches ont ensuite étudié la possibilité d'utiliser un volume de données réduit pour l'apprentissage à l'aide de la méthode du « neighbor embedding » [Tenenbaum *et al.*, 2000]. Pour chacun des patches $\mathbf{p}_{y,i}^t$ de l'image test à restaurer, l'algorithme développé par Chang *et al.* [2004] trouve ses k plus proches voisins \mathcal{N}_t à partir des $\{\mathbf{p}_{y,i}\}_{1 \leq i \leq P}$ et calcule les coefficients de reconstruction \hat{w}_r par « neighbor embedding » :

$$\hat{w}_r = \underset{w_r}{\operatorname{argmin}} \left\| \mathbf{p}_{y,i}^t - \sum_{\mathbf{p}_{y,i} \in \mathcal{N}_t} w_r \mathbf{p}_{y,i} \right\|_2^2 \quad \text{t.q.} \quad \sum_{\mathbf{p}_{y,i} \in \mathcal{N}_t} w_r = 1. \quad (2.58)$$

Les patches HR correspondants sont alors générés à l'aide de ces coefficients et des patches HR de la phase d'apprentissage

$$\mathbf{p}_{x,i}^t = \sum_{\mathbf{p}_{x,i} \in \mathcal{N}_t} \hat{w}_r \mathbf{p}_{x,i}. \quad (2.59)$$

et les problèmes de compatibilité entre patches adjacents sont résolus en effectuant une moyenne des régions se chevauchant.

Yang *et al.* [2010] ont proposé une autre approche directement dérivée du CS avec les garanties afférentes concernant la précision de la reconstruction [Donoho, 2006a; Candès, 2006]. Les auteurs modélisent les ensembles d'apprentissage comme deux dictionnaires $\mathbf{D}_h = [\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \dots \mathbf{x}_D]$ et $\mathbf{D}_l = [\mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 \dots \mathbf{y}_D]$. Étant donné un patch $\mathbf{p}_{y,i}^t$ de l'image LR test, leur approche utilise des contraintes propres au CS et résout le problème de minimisation ℓ_1 [Donoho, 2006b]

$$\hat{w} = \underset{w}{\operatorname{argmin}} \|w\|_1 \quad \text{t.q.} \quad \|\mathbf{p}_{y,i}^t - \mathbf{D}_l w\|_2^2 \leq \alpha. \quad (2.60)$$

Ce problème, reformulé de manière équivalente comme un problème d'optimisation sans contrainte, est très largement connu sous son appellation Lasso dans la littérature statistique [Tibshirani, 1996]. Les patches HR sont alors restaurés de la même manière selon l'équation

$$\mathbf{p}_{x,i}^t = \mathbf{D}_h \hat{w}. \quad (2.61)$$

Cette reconstruction ℓ_1 est connue pour être, dans certaines conditions (domaine de parcimonie bien établi, données corrompues par des points aberrants), plus robuste que toutes les méthodes basées sur des patches précédemment abordées.

Une critique habituellement formulée à l'égard de ces approches concerne leur caractère local qui va à l'encontre d'une estimation globalement optimale. Cette problématique a été étudié par Baker et Kanade [2002] qui ont formulé de manière explicite une régularisation assurant la continuité des dérivées spatiales de l'image HR globale. Des travaux récents ont combiné cette approche avec la technique de reconstruction SR afin de détecter des similarités au sein d'une même image via la redondance de certains patches [Glasner *et al.*, 2009]. Malheureusement, ces méthodes ne sont vraiment efficaces que lorsque les images à restaurer ne sont pas trop diversifiées et conservent une certaine typologie commune [Elad et Datsenko, 2009], comme par exemple en imagerie SAR (« synthetic

aperture radar ») [Wang et Wang, 2009]. C'est aussi le cas notamment pour les images contenant du texte ou des visages, ces dernières ayant donné naissance aux célèbres algorithmes dénommés « face hallucination » depuis les travaux pionniers de Baker et Kanade [2002].

2.3.4.4 Analyse spectrale haute résolution

L'amélioration de la résolution peut aussi être envisagée sous un angle différent, en travaillant sur la densité spectrale de puissance (DSP) des signaux à l'aide de méthodes basées sur une *analyse spectrale haute résolution*. Ces approches, conçues en 1D avant d'être étendues aux signaux multidimensionnels, permettent de connaître plus finement la composition de leur spectre que via les estimateurs classiques (périodogramme, corrélogramme). Ces techniques ABF, paramétriques ou non-paramétriques, ont été développées à l'origine pour le radar et le traitement d'antennes mais ont ensuite été largement appliquées en traitement du signal et de l'image dans le cas général [Haykin, 2003].

Dans la suite de cette section, on considère des processus stationnaires et ergodiques.

Méthode de Capon

La *méthode de Capon* [Capon, 1969] estime le spectre d'un signal \mathbf{x} de N échantillons à partir d'une modélisation non-paramétrique. Le signal est filtré afin d'obtenir le signal \mathbf{y} défini en discret comme [Kay, 1988]

$$y(n) = \sum_{k=0}^p a_k x(n-k). \quad (2.62)$$

p représente l'ordre de la méthode et les coefficients a_k doivent être choisis de façon à minimiser la puissance du signal de sortie \mathbf{y} , sous la contrainte qu'une sinusoïde pure, de fréquence f , ne soit pas distordue en sortie de l'opération de filtrage :

$$\sum_{k=0}^p a_k e^{-j2\pi kf} = 1. \quad (2.63)$$

L'idée derrière ce procédé est d'atténuer l'amplitude des lobes secondaires, c'est-à-dire de préserver la puissance d'une fréquence donnée en minimisant celle des autres fréquences composant le spectre. Si l'on note $\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_p]^T$ les coefficients du filtre, on a

$$\mathbb{E}(|y(n)|^2) = \mathbf{a}^H \mathbf{R}_x \mathbf{a} \quad (2.64)$$

avec \mathbf{R}_x la matrice d'autocorrélation de \mathbf{x} . Le problème peut alors être formulé de la manière suivante :

$$\min_{\mathbf{a}} \mathbf{a}^H \mathbf{R}_x \mathbf{a} \quad \text{t.q.} \quad \mathbf{e}^H(f) \mathbf{a} = 1 \quad (2.65)$$

où $\mathbf{e}(f) = [1 \ e^{j2\pi f} \ \dots \ e^{j2\pi pf}]^T$ correspond à un vecteur d'exponentielles complexes liées aux coefficients du filtre par la contrainte de non distorsion. Le vecteur \mathbf{a} satisfaisant ces conditions peut être

obtenu très facilement à l'aide de la méthode de Lagrange et est donné par

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{e}}{\mathbf{e}^H(f)\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{e}(f)}. \quad (2.66)$$

Le spectre estimé par la méthode de Capon se calcule alors comme

$$\hat{S}_{\text{CAPON}}(f) = \frac{1}{\mathbf{e}^H(f)\mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{e}(f)}. \quad (2.67)$$

Cette approche fait l'hypothèse d'un signal décrit comme un processus stationnaire au sens large et permet d'obtenir une meilleure résolution que les estimateurs classiques de la DSP comme le périodogramme, notamment dans le cas où l'on dispose de peu d'échantillons.

Méthodes paramétriques

À la différence de l'analyse classique, l'*analyse spectrale paramétrique* fait classiquement l'hypothèse d'un modèle ARMA(p, q) (autorégressif à moyenne ajustée, ou « autoregressive moving average ») sur le signal, défini par l'équation de récurrence [Kay, 1988]

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + \sum_{k=0}^q b_k u(n-k). \quad (2.68)$$

$u(n)$ peut être vu comme l'entrée d'un filtre linéaire ayant $x(n)$ pour sortie et est généralement considéré comme un bruit blanc gaussien de puissance σ^2 . Il existe deux cas particuliers classiques :

- Le modèle AR(p), avec AR(p) = ARMA($p, 0$), défini par le filtre « tout-pôle »

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + u(n), \quad (2.69)$$

- Le modèle MA(q), avec MA(q) = ARMA($0, q$), défini par le filtre « tout-zéro »

$$x(n) = \sum_{k=0}^q b_k u(n-k). \quad (2.70)$$

L'estimation de la DSP s'écrit dans ce cas

$$\hat{S}_{\text{ARMA}}(f) = \sigma^2 \frac{\mathbf{e}_q^H(f)\mathbf{b}\mathbf{b}^H\mathbf{e}_q(f)}{\mathbf{e}_p^H(f)\mathbf{a}\mathbf{a}^H\mathbf{e}_p(f)} = \sigma^2 \frac{\left|1 + \sum_{k=1}^q b_k e^{-j2\pi kf}\right|^2}{\left|1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-j2\pi kf}\right|^2} \quad (2.71)$$

avec les notations $\mathbf{a} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_p]^T$, $\mathbf{b} = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_q]^T$, $\mathbf{e}_p(f) = [1 \ e^{j2\pi f} \ \dots \ e^{j2\pi pf}]^T$ et $\mathbf{e}_q(f) = [1 \ e^{j2\pi f} \ \dots \ e^{j2\pi qf}]^T$.

L'estimation des paramètres \mathbf{a} et \mathbf{b} a fait l'objet de nombreux travaux, depuis la méthode historique de Yule-Walker basée sur les équations du même nom jusqu'aux algorithmes de Levinson, de Burg et des moindres carrés [Kay, 1988; Haykin, 2003].

Autres méthodes

Il existe de nombreuses autres approches pour l’analyse spectrale haute résolution, et beaucoup d’entre elles utilisent les informations contenues dans les matrices de covariance du signal et du bruit. Les techniques les plus avancées se basent sur des représentations dites sous-espaces [Marcos, 1998], comme l’algorithme MUSIC [Schmidt, 1986] pour le sous-espace du bruit, adapté aux signaux composés de sommes de sinusoïdes noyées dans un bruit blanc gaussien et additif, ou encore l’algorithme ESPRIT [Roy *et al.*, 1986] fondé sur le sous-espace signal qui offrent une meilleure résolution que les approches traditionnelles. Cette approche par analyse spectrale haute résolution a été appliquée à l’imagerie US [Ploquin, 2011] pour la prédiction de la résolution maximale dans ces conditions.

2.3.4.5 Déconvolution

Introduction

Tous les dispositifs d’acquisition introduisent au moment de la formation de l’image une dégradation liée à la réponse impulsionnelle spatiale du système, la PSF. En imagerie optique, typiquement, la PSF prend la forme d’une gaussienne 2D anisotropique qui limite grandement la résolution spatiale native des systèmes d’imagerie, selon la définition introduite dans la section 1.2.4.3 dans le cas de l’imagerie US. Dans de très nombreuses applications en traitement d’image, cette dégradation doit être corrigée par des techniques dites de *déconvolution* qui reprennent l’équation (2.41) dans le cas $\mathbf{S} = \mathbf{I}_n$ ($n = m$) :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (2.72)$$

Les approches de type déconvolution cherchent ainsi à annuler les effets de \mathbf{H} dans ce modèle convolusionnel communément admis dans le cas général et que nous adoptons ici. En théorie, ce modèle n’est toutefois valide en imagerie US que dans certains tissus biologiques où la condition de faible diffusion (« weak scattering ») est vérifiée [Jensen, 1991; Szabo, 2004]. Dans notre cas, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ représentent les données RF, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la PSF du système et $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est appelée *fonction de réflectivité des tissus* (TRF, « tissue reflectivity function »). Dans ce modèle linéaire, \mathbf{n} prend en compte le bruit classique (i.e., de mesure) mais aussi en partie l’erreur induite par le modèle de convolution strict.

Les techniques de déconvolution, les approches considérées et leurs dénominations varient en fonction des informations disponibles sur la PSF. Dans le cas relativement peu fréquent en pratique où la PSF est parfaitement connue, on parle de déconvolution *classique*. L’objectif est alors d’inverser le système décrit par (2.72), à l’aide de cette connaissance sur \mathbf{H} , en prenant en compte la présence du bruit (cf. section 2.3.4.2). Dans le cas où la PSF n’est pas connue, on parle plutôt de déconvolution *aveugle*, ou déconvolution *semi-aveugle* (parfois appelée *myope*) si des informations partielles peuvent être obtenues. Dans ce cas, la PSF doit être estimée en totalité ou en partie directement depuis les observations LR. Ces techniques sont utilisées dans une très grande variété de domaines, e.g., en astronomie [Takahata *et al.*, 2012], en télédétection [Kundur et Hatzinakos, 1996], en photographie

[Almeida et Almeida, 2010], en optique [Rostami *et al.*, 2012] et bien sûr en imagerie médicale [Kaaresen et Bolviken, 1999].

Enfin, notons que si dans le cas général, la PSF ne peut pas être considérée comme invariable spatialement dans toute l'image (notamment selon la direction axiale en US), il est possible de diviser le problème initial en une série de sous-problèmes où la PSF peut y être considérée comme telle. Pour ce faire, on divise l'image en une série de blocs (avec ou sans chevauchement) suffisamment restreints pour pouvoir appliquer un modèle de convolution classique. Dans la suite, on considèrera le cas d'un problème de déconvolution basé sur l'hypothèse d'une PSF invariable dans l'espace, l'image entière pouvant être reconstruite en combinant les résultats locaux obtenus sur chacun des blocs, comme l'ont démontré Nagy et O'Leary [1997, 1998] dans le cas général et Alessandrini [2010] en imagerie US. La matrice \mathbf{H} est alors entièrement déterminée par une seule de ses lignes ou de ses colonnes, que l'on notera \mathbf{h} et qui sera plus amplement détaillée dans le chapitre 4. L'implantation efficace de l'opération de convolution associée, ainsi que son extension au cas d'une PSF variable dans l'espace, sont détaillées dans l'annexe A.

Stratégies pour la déconvolution

En imagerie US comme dans toutes les autres modalités, il existe deux grandes classes d'approches pour la déconvolution quand la PSF n'est pas connue, toutes deux utilisant des informations sur cette dernière mais différant dans l'étape où elles sont estimées et/ou incorporées. Les approches *séquentielles* estiment la PSF indépendamment de l'image et utilisent ensuite cette information dans le processus de restauration de l'image [Ellis *et al.*, 2010]. Les autres approches, appelées *conjointes*, estiment la PSF et l'image HR simultanément, e.g., [Chan et Wong, 1998; Bronstein *et al.*, 2005; Babacan *et al.*, 2009; Almeida et Almeida, 2010; Yu *et al.*, 2012a]. Elles incorporent typiquement une connaissance *a priori* relative à l'image HR ou aux dégradations du modèle d'observation (2.72) dans le processus d'estimation.

Soulignons enfin que les performances de ces méthodes varient énormément d'un domaine d'imagerie à un autre. Aussi, nous nous focaliserons sur le cas de l'imagerie US, sauf mention contraire, dans des sections suivantes.

Approches séquentielles pour la déconvolution classique

Les approches historiques pour la déconvolution d'images US se basaient sur l'estimation séquentielle (ou disjointe) de la PSF et de la TRF, la première étant un pré-requis à la seconde.

Les premiers travaux concernant l'estimation de la PSF se sont appuyés sur la théorie de l'identification des systèmes et sur une modélisation paramétrique ARMA [Jensen *et al.*, 1993; Abeyratne *et al.*, 1995]. Ces méthodes fonctionnaient relativement convenablement avec des données brutes 1D mais leur extension au cas 2D s'est très vite avérée limitée d'un point de vue calculatoire. Le fait qu'elles nécessitent l'estimation de statistiques d'ordre 2, comme les matrices de covariance du bruit

et de la TRF, a contribué à leur abandon au profit des approches basées sur le cepstre.

Une manière plus efficace de réaliser cette estimation s’appuie sur une théorie non-paramétrique, celle du *filtrage homomorphique*, e.g., [Oppenheim et Schafer, 1989]. L’idée de base repose sur une écriture alternative du modèle convolutionnel (2.72), dans lequel la PSF et la TRF seraient plus facilement dissociables. Plus précisément, ces méthodes utilisent l’estimation du cepstre classique des images US [Jensen et Leeman, 1994; Taxt, 1995] ou de ses versions plus complexes [Taxt, 1997; Taxt et Strand, 2001]. Ainsi, en prenant la transformée de Fourier (FT) de l’équation (2.72) et en omettant la contribution du bruit, on a

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{h}} \odot \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.73)$$

où $\tilde{\mathbf{y}}$, $\tilde{\mathbf{h}}$ et $\tilde{\mathbf{x}}$ représentent les FT 2D respectives de \mathbf{y} , \mathbf{h} et \mathbf{x} en notations lexicographiques et \odot le produit matriciel « point à point » de Hadamard. L’expression du cepstre réel est alors obtenu en prenant successivement le module et le logarithme de cette équation :

$$\log |\tilde{\mathbf{y}}| = \log |\tilde{\mathbf{h}}| + \log |\tilde{\mathbf{x}}|. \quad (2.74)$$

La phase du cepstre dans le cas complexe plus général peut être obtenue de façon analogue. On parle ainsi d’approche homomorphique car la convolution entre \mathbf{h} et \mathbf{x} de l’équation (2.72) a été transformée en une addition entre $\log |\tilde{\mathbf{h}}|$ et $\log |\tilde{\mathbf{x}}|$ dans (2.74).

L’hypothèse fondamentale de toutes ces méthodes de déconvolution homomorphique est que le cepstre de la PSF, $\log |\tilde{\mathbf{h}}|$, peut être estimé par filtrage passe-bas du cepstre des observations, $\log |\tilde{\mathbf{y}}|$. Jensen et Leeman [1994] et Taxt et Frolova [1999] ont en effet justifié cette hypothèse en observant que la contribution de la PSF au cepstre total est confinée dans une bande en basses quéfrences (équivalent pour le cepstre des fréquences du spectre), alors que celle de la TRF est distribuée de manière diffuse sur l’ensemble du cepstre. Cette approche a ensuite été étendue au cas 3D par Taxt [2001].

Une fois le cepstre réel estimé, il faut dans le cas général procéder à une étape de restitution de la phase, qui s’avère quant à elle beaucoup plus problématique d’un point de vue calculatoire. En effet, en pratique, la phase ne peut être calculée que dans sa forme principale (i.e., modulo 2π) et la résolution du problème de déroulage de phase qui en découle est une tâche extrêmement complexe mais cependant indispensable pour la déconvolution homomorphique [Strand et al., 1999; Ghiglia et Pritt, 1998; Taxt et Jirik, 2004].

Il existe toutefois une simplification en US permettant de s’affranchir de cette étape de déroulage de phase. En effet, certains auteurs [Jensen et Leeman, 1994] ont formulé l’hypothèse de phase minimale³ sur la PSF qui, si elle est vérifiée, établit une relation simple et directe entre le module et la phase du cepstre. Les motivations des auteurs se basaient essentiellement sur un théorème stipulant que toute fonction de transfert peut se décomposer comme la mise en cascade d’un système à phase minimale et d’un système passe-tout [Oppenheim et Schafer, 1989]. On montre en effet (voir annexe B) qu’à

3. Un système est dit à phase minimale si tous les pôles et zéros de sa fonction de transfert sont situés à l’intérieur du cercle unité. Plus de détails sont disponibles en annexe B.

partir du cepstre réel calculé précédemment, on obtient la phase du cepstre complexe en appliquant une simple transformée de Hilbert. Cette hypothèse est applicable dans le cas particulier de certains échographes mais ne semblent pas pouvoir être étendu à l'ensemble des dispositifs US [Michailovich et Tannenbaum, 2007; Jensen et Leeman, 1994; Taxt, 1995; Adam et Michailovich, 2002]. L'algorithme 2.2 donne la procédure du filtrage homomorphique classique [Jensen et Leeman, 1994] dans le cas de N signaux 1D, où $\mathcal{F}\{\cdot\}$ et $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ représentent les transformées de Fourier directe et inverse, \mathbf{w} une fenêtre d'apodisation limitant les effets de bord et $f(\cdot)$ un opérateur de filtrage passe-bas approprié. Cette approche peut être étendue aux dimensions supérieures en définissant pour le filtrage du cepstre plusieurs « quérénces de coupure » (équivalant aux fréquences de coupure du spectre), comme on le verra dans le chapitre 4.

Entrée : $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N \in \mathbb{R}^m$.

Sortie : $\hat{\mathbf{h}} \in \mathbb{R}^\ell$.

```

1: pour  $i = 1 : N$  faire
2:   % Calcul du cepstre des signaux RF fenêtrés
3:    $\mathbf{c}_{y_i} = \mathcal{F}^{-1} \{ \log |\mathcal{F} \{ \mathbf{y}_i \odot \mathbf{w} \} | \}$ 
4: fin pour
5: % Moyenne
6:  $\mathbf{c}_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{c}_{y_i}$ , avec  $N \leq n_2$ 
7: % Filtrage passe-bas
8:  $\hat{\mathbf{c}}_h = f(\mathbf{c}_y)$ 
9: % Restitution de la PSF estimée
10:  $\hat{\mathbf{h}} = \mathcal{F}^{-1} \{ \exp \mathcal{F} \{ \hat{\mathbf{c}}_h \} \}$ 

```

ALGO. 2.2: Filtrage homomorphique ultrasonore pour l'estimation de la PSF 1D.

De nombreux travaux parallèles se sont concentrés sur l'amélioration de l'estimation cepstrale de la PSF en évitant de réaliser un filtrage passe-bas directement sur les coefficients cepstraux : on parle alors de *filtrage homomorphique généralisé* [Michailovich et Adam, 2002]. Ils reposent principalement sur la décomposition du cepstre total sur une base adaptée, de type ondelettes. Si les résultats peuvent être meilleurs dans certains cas, la paramétrisation de ces algorithmes n'en demeure pas moins difficile en pratique : le choix de la base de décomposition la plus adaptée, le niveau de décomposition multi-échelle, le nombre de lignes RF à traiter, etc. [Michailovich et Adam, 2002; Adam et Michailovich, 2002; Michailovich et Adam, 2005; Ng *et al.*, 2007; Michailovich et Tannenbaum, 2007; Michailovich et Adam, 2003].

Une fois l'estimation de la PSF obtenue, la restitution de la TRF peut être mise en œuvre à l'aide d'une technique de déconvolution à proprement parler. Toutes les approches présentées dans la section 2.3.4.2 où la PSF est considérée comme connue peuvent alors être utilisées. Les premières

tentatives ont adopté le formalisme du filtrage classique de Wiener [Jensen *et al.*, 1993], avant d’étudier l’influence de l’hypothèse de phase minimale [Abeyratne *et al.*, 1995] et différentes approches pour l’estimation du cepstre [Taxt, 1997]. Husby *et al.* [2001] ont proposé une approche bayésienne utilisant la méthode de Monte-Carlo par chaînes de Markov (MCMC, « Markov chain Monte Carlo ») pour générer l’image restaurée. Taxt et Strand [2001] puis Jirik et Taxt [2006] ont travaillé à l’extension des filtres homomorphique et de Wiener au cas 2D à l’aide de techniques de déroulage de phase robustes au bruit. Ils utilisent le signal analytique complexe en phase / quadrature (IQ, « in phase / quadrature ») qui permet d’accéder rapidement au signal enveloppe et qui supporte mieux le sous-échantillonnage grâce à un processus de démodulation. Lingvall [2004a,b] a proposé une approche prenant en compte des informations sur la PSF au moment de la formation des lignes RF pour remplacer l’algorithme de délais et sommes (DAS) standard. Une combinaison des techniques de filtrage de Wiener et des moindres carrés contraints a ensuite été proposée pour la prise en compte d’une incertitude sur les observations [Yeoh et Zhang, 2006], produisant des résultats meilleurs que ceux de chacune des méthodes prises indépendamment. La théorie du filtrage inverse [Cadzow, 1996] a également été adaptée à la déconvolution d’images US par Michailovich et Adam [2003] avant d’être étoffée pour diminuer la sensibilité au bruit de ces approches à l’aide du filtrage homomorphique généralisé [Michailovich et Adam, 2005; Michailovich et Tannenbaum, 2007; Dolui et Michailovich, 2011]. L’approche EM a également été envisagée pour la déconvolution d’images US, avec une solution itérative obtenue par filtrage de Wiener et par débruitage en ondelettes [Ng *et al.*, 2007]. Enfin, des travaux récents ont élaboré une méthode de déconvolution du signal enveloppe [Yu *et al.*, 2012b] et du signal RF [Yu *et al.*, 2012a] à l’aide de techniques d’optimisation ℓ_1 efficaces et d’une formulation multi-canal.

Approches conjointes pour la déconvolution aveugle

À l’inverse des méthodes qui estiment la PSF et l’image restaurée de manière successive, les approches conjointes adoptent une philosophie sensiblement différente : elles partent du principe que l’estimation de chacune de ces deux grandeurs peut aider à mieux estimer l’autre dans ce qui s’apparente à un cercle vertueux. Le développement et l’utilisation concrète de cette théorie ont été principalement apportés par Cadzow [1996] et Kundur et Hatzinakos [1996], qui ont introduit le cadre théorique du filtrage inverse en même temps que le problème de déconvolution aveugle associé. L’approche utilisée pour sa résolution était formulée dans un cadre bayésien faisant intervenir des statistiques d’ordres élevés. La jonction entre les approches variationnelles et les approches bayésiennes a fait l’objet de nombreuses études, et Chan et Wong [1998] ont établi les liens existant entre les différents paramètres des deux formulations dans le cadre d’un *a priori* TV sur l’image et sur la PSF. Kaareesen et Bolviken [1999] ont proposé une approche bayésienne spécifique aux US utilisant une distribution bernouilli-gaussienne pour la TRF, en alternant les estimations des deux inconnues dans un cadre MAP. Cette approche sera reprise par Almeida et Almeida [2010] dans le cas d’images optiques et

avec une amélioration du critère TV basique. La théorie de la séparation de source [Takahata *et al.*, 2012], célèbre en géophysique et notamment en sismologie [Takahata *et al.*, 2012], a été adaptée dans la même logique par Bronstein *et al.* [2005], mais avec une résolution par quasi-ML prenant en compte des approximations sur les différentes PDF du modèle. L'adaptation de ce cadre bayésien à la déconvolution homomorphique en US a ensuite été proposée par Jirik et Taxt [2008], avec un filtrage de Wiener alterné prenant en compte des informations sur l'estimation de la PSF. La diminution du coût calculatoire de ces approches a fait l'objet de nombreux travaux, comme ceux de Babacan *et al.* [2009] adoptant une stratégie de type bayésien-variationnel et une structure hiérarchique pour l'*a priori* TV, ainsi que ceux de Gomersall *et al.* [2011] pour la résolution efficace des problèmes d'optimisation correspondants en 3D, via une implantation sur GPU.

Ces approches aveugles sont certainement plus complexes que les approches classiques qui supposent la PSF parfaitement connue au moment de la déconvolution. Elle sont néanmoins l'objet de très nombreux travaux dans la littérature récente, parmi lesquels on peut citer la minimisation ℓ_1 de l'erreur de la PSF [Ji et Wang, 2012], la déconvolution aveugle efficace du flou de mouvement [Cai *et al.*, 2012], la déconvolution multi-canal avec estimation du spectre de la PSF en imagerie US [Yu *et al.*, 2012a], ou encore la combinaison de ces méthodes aveugles avec une reconstruction CS [Amizic *et al.*, 2013].

2.3.4.6 Conclusion sur les approches basées sur une seule image

À la différence des méthodes présentées dans la section 2.3.3 qui extraient les informations contenues dans une séquence d'images LR, les approches basées sur une seule image utilisent uniquement des informations formulées *a priori* sur l'image à restaurer et les paramètres du modèle d'observation considéré. Suivant la précision de ces informations, on peut s'orienter vers des techniques plus ou moins complexes pour améliorer la résolution de l'image LR, des approches classiques telles que le filtrage de Wiener jusqu'aux techniques avancées d'analyse spectrale. Notons que même dans le cas où tous les paramètres du modèle seraient parfaitement connus, le problème inverse qui en découle reste mal posé. Dans ce cas, les approches simplistes comme la pseudo-inverse ne garantissent aucunement une résolution stable et robuste en pratique.

Enfin, si l'approche par apprentissage semble être une tâche ardue voire impossible à réaliser de manière efficace en imagerie US, étant donnée l'extrême diversité des images dans le cas général, la notion de parcimonie et les algorithmes d'optimisation qui en ont découlé n'en restent pas moins attractifs pour l'amélioration de la résolution pour cette modalité. Les problèmes ouverts sont encore aujourd'hui très nombreux, comme notamment la modélisation des images US et des paramètres du modèle d'observation, ainsi que le choix de la base de décomposition adaptée à ces techniques ℓ_1 . Le chapitre 4 reviendra amplement sur ces points et proposera une solution efficace dans les cas où la PSF est supposée parfaitement connue ou non.

2.4 Orientations choisies

Ce chapitre a proposé un état de l'art pour l'amélioration de la résolution en imagerie, depuis les approches instrumentales de pré-traitement jusqu'aux techniques numériques de post-traitement. La première catégorie souffre aujourd'hui de certaines limitations principalement liées à des considérations technologiques qui en atténuent la portée, sans pour autant nuire à l'étendue considérable de leur utilisation. La seconde catégorie adopte une stratégie différente en prenant acte des dégradations liées au processus d'acquisition et en essayant de restaurer une image de haute résolution *a posteriori*. Ces méthodes ont très souvent été développées dans le cadre de l'imagerie optique classique avant d'être adaptées à l'imagerie ultrasonore et à ses spécificités au sein des modalités d'imagerie médicale.

Ce travail de thèse s'est donc consacré à l'élaboration de méthodes numériques d'amélioration de la résolution dédiées à l'imagerie ultrasonore. Les contributions s'articulent autour de deux grandes classes d'approches, selon que les données disponibles prennent la forme d'une séquence d'images ou d'une image unique. Dans ce manuscrit, chacune de ces deux approches sera l'objet d'un chapitre.

Reconstruction haute résolution basée sur une séquence d'images

Bien que cette approche puisse paraître contre-intuitive dans le cas de l'imagerie classique (hors traitement vidéo), elle se justifie de manière directe en imagerie ultrasonore par la très bonne résolution temporelle offerte par cette modalité. Ce constat nous a poussés à nous intéresser dans un premier temps à l'exploitation de ces observations disponibles en nombre, dans le cadre de la super-résolution basée sur une séquence d'images.

Déconvolution d'une image unique pour l'amélioration de la résolution

La prise en compte d'informations pertinentes sur le modèle de formation de l'image permet d'adopter une stratégie différente basée sur la résolution d'un problème inverse correctement régularisé. La prise en compte de différentes hypothèses sur les connaissances *a priori* des paramètres du modèle d'observation dans le cas le plus général constituera le cœur de notre réflexion.

Chapitre 3

Reconstruction d'images ultrasonores par super-résolution

Sommaire

3.1	Introduction	91
3.1.1	Préliminaires	92
3.1.2	Modèle d'observation	92
3.2	Estimation du mouvement en imagerie ultrasonore	93
3.2.1	Contexte	93
3.2.2	Méthode de mise en correspondance de blocs déformables	94
3.2.2.1	Motivations	94
3.2.2.2	Modèle de mouvement	94
3.2.2.3	Estimation locale des paramètres et raffinement	96
3.3	Reconstruction d'images ultrasonores par super-résolution	96
3.4	Résultats	97
3.4.1	Images synthétiques	97
3.4.2	Images de fantôme	101
3.4.3	Images de thyroïde <i>in vivo</i>	103
3.5	Conclusion	105

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'amélioration de la résolution par « super-résolution », c'est-à-dire via l'exploitation d'informations non-redondantes contenues dans une séquence d'images de faible résolution [Morin *et al.*, 2012b]. La restitution de l'image originale est assurée par compensation du mouvement relatif et dépend donc essentiellement de la précision de son estimation. Les spécificités de l'imagerie US en la matière, où les mouvements sont non-rigides, non-planaires et entraînent une décorrélation du speckle ont constitué un obstacle au développement de ces techniques. Ce chapitre se base ainsi sur un algorithme d'estimation du mouvement performant en imagerie US, originellement développé pour l'élastographie. Des images de simulation réalistes permettront de valider la méthode avant de l'appliquer à des images d'un fantôme contenant une inclusion et à des données *in vivo* de thyroïde.

3.1 Introduction

La reconstruction d'images haute résolution par SR se justifie en imagerie US par la très bonne résolution temporelle offerte par cette modalité. Des applications comme l'élastographie collectent

des séquences d’images de la même scène, à intervalles réguliers et proches, afin d’analyser les déformations complexes des tissus et de caractériser d’éventuelles pathologies. À condition de pouvoir estimer le mouvement entre les images de ces séquences avec une précision suffisante, ces données peuvent être exploitées de manière directe dans le cadre de la reconstruction SR.

3.1.1 Préliminaires

L’amélioration de la résolution à partir d’une séquence d’images US est une tâche complexe qui a fait l’objet de peu de travaux dans la littérature. La précision requise par les algorithmes SR pour l’estimation du mouvement a constitué le principal obstacle et a contraint la majorité des travaux à se tourner vers les techniques d’imagerie composée en spatial pour la réduction du speckle [Li et Wu, 2001; Li et Chen, 2002; Lin *et al.*, 2005]. Des travaux se sont consacrés à l’estimation du mouvement 3D [Krucker *et al.*, 2002; Shekhar et Zagrodsky, 2002] (mouvement réel), naturellement plus riche que dans le cas de sa projection en 2D (mouvement apparent). Ces approches ont en grande partie permis d’explorer le recalage multi-modal, notamment entre les modalités IRM et US 3D [Narayanan *et al.*, 2009] et entre imageries CT et US 3D [Wein *et al.*, 2008] avec l’application à la caractérisation de la prostate [Mitra *et al.*, 2010]. En imagerie US, les seuls travaux ayant opté pour l’approche SR se sont consacrés à l’imagerie de l’artère carotide [Zhang *et al.*, 2010], en se basant sur l’algorithme de rétro-projection itérative [Irani et Peleg, 1991] et en adoptant le formalisme du flux optique développé par Lucas et Kanade [1981].

À la différence des approches citées précédemment, notre démarche [Morin *et al.*, 2012b] consiste à montrer qu’une estimation du mouvement efficace en imagerie US peut être mise à profit pour la reconstruction par SR d’images haute résolution.

3.1.2 Modèle d’observation

Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur la reconstruction d’images US haute résolution par compensation du mouvement relatif de la séquence d’observations. L’étape de restauration ultérieure (troisième étape du processus, cf. figure 2.12 et algorithme 2.1) est totalement indépendante et ne sera pas traitée ici mais dans le chapitre 4.

Le modèle d’observation (2.18) se réécrit ainsi dans notre cas

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{S}\mathbf{M}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{S}\mathbf{M}\mathbf{z} + \mathbf{n} \quad (3.1)$$

grâce à la commutation des matrices \mathbf{H} et \mathbf{M} [Elad et Hel-Or, 2001; Farsiu *et al.*, 2004b; Zhang *et al.*, 2012]. L’objectif de ce chapitre est la reconstruction de l’image \mathbf{z} à partir de la séquence d’observations \mathbf{y} . Les critères quantitatifs tels que la FWHM et le RG définis dans la section 2.3.2 ne seront donc pas utilisés dans cette partie puisqu’ils caractérisent principalement les performances des techniques de déconvolution.

3.2 Estimation du mouvement en imagerie ultrasonore

La difficulté dans l'estimation du mouvement peut varier selon la modalité d'imagerie et la complexité du mouvement considéré. Ainsi, un mouvement de translation rigide en imagerie optique sera vraisemblablement plus facile à estimer qu'un mouvement élastique en imagerie US. Les premières méthodes dans ce domaine ont été proposées dans les années 1980 mais cette problématique reste d'actualité, en témoignent les travaux récents de [Byram *et al.* \[2013a,b\]](#) pour l'estimation du mouvement US dans un cadre bayésien.

3.2.1 Contexte

Il existe principalement deux grandes familles d'approches pour l'estimation du mouvement, selon les hypothèses formulées sur la nature et les propriétés du mouvement : les méthodes de mise en correspondance de blocs (voir ci-dessous) et les approches différentielles.

Les approches différentielles se basent sur la variation spatiale et temporelle de l'intensité lumineuse des pixels des images. L'hypothèse formulée ici est très forte : on considère que l'intensité lumineuse d'un pixel est conservée au cours du mouvement. Cette hypothèse est caractérisée par une équation dite « du flux optique » [[Lucas et Kanade, 1981](#)] qui n'est pas respectée en imagerie US et qui nécessite une régularisation locale du champ de déplacement estimé [[Pellet-Barakat *et al.*, 2004](#)].

Il en existe d'autres, comme les approches statistiques (formulation probabiliste du champ de déplacement), les méthodes paramétriques (utilisées dans le cas de transformations géométriques) et les méthodes spatio-temporelles (utilisées dans le cas de redondance temporelle de l'information), qui sont étudiées plus en détails dans [[Basarab, 2008](#)].

Méthodes de mise en correspondance de blocs.

Les *méthodes de mise en correspondance de blocs* (BM, « block matching ») sont les approches assez largement plébiscitées en pratique et consistent à découper l'image considérée, \mathbf{y}_1 , en blocs de pixels, aussi appelés région d'intérêt (ROI, « region of interest »). Une zone de recherche de cette ROI est alors définie pour l'image à recaler \mathbf{y}_2 et le meilleur candidat est retenu en fonction d'un critère de ressemblance donné, comme illustré sur la figure 3.1. Notons que la taille de la zone de recherche impose de manière implicite un déplacement maximum pour la recherche du meilleur candidat.

Le critère utilisé pour la recherche du meilleur candidat est exprimé dans le domaine spatial ou dans un domaine transformé et les plus utilisés sont la somme des différences absolues (SAD, « sum of absolute differences »), la somme des carrés des différences (SSD, « sum of squared differences »), l'information mutuelle, ainsi que les coefficients d'intercorrélation classique ou normalisé. La stratégie de recherche et le choix du ou des critères de ressemblance ont une influence manifeste sur les performances de cette approche, que ce soit du point de vue du temps de calcul ou de la précision de l'estimation. Certains critères sont parfois plus adaptés que d'autres pour une application donnée : par exemple,

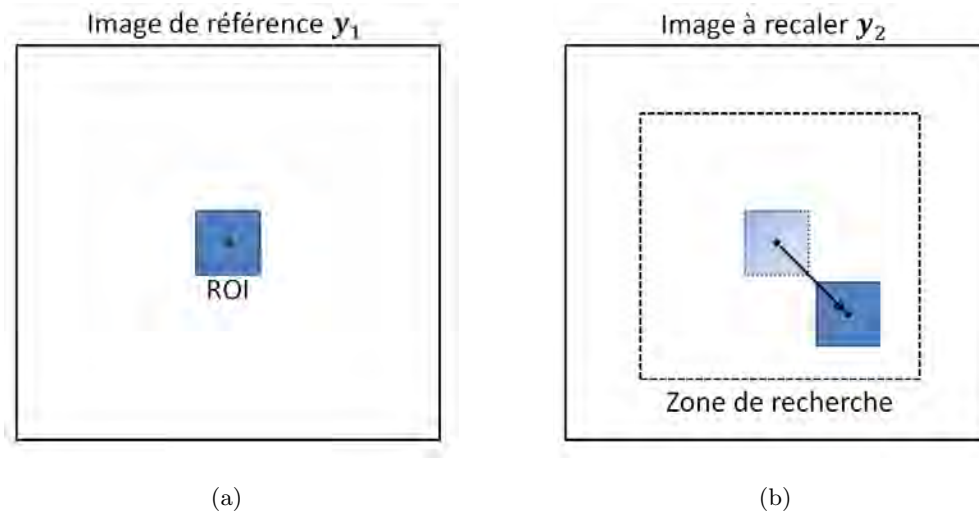


FIGURE 3.1 – Principe des méthodes de mise en correspondance de blocs, avec (a) une région d'intérêt (ROI) considérée dans l'image de référence et (b) une zone de recherche dans l'image à recalculer, avec le meilleur candidat localisé à l'intérieur.

en recalage multi-modal, l'information mutuelle est un critère plus performant que les autres [Wein *et al.*, 2008; Narayanan *et al.*, 2009].

La recherche du meilleur candidat peut s'effectuer de manière exhaustive, en testant l'ensemble des blocs de la zone de recherche, mais cette approche est très coûteuse en termes calculatoires et est souvent délaissée au profit de techniques non-exhaustives, non-optimales mais plus efficaces. Enfin, notons qu'en imagerie US, la méthode BM est plus connue sous la dénomination « speckle tracking ».

3.2.2 Méthode de mise en correspondance de blocs déformables

3.2.2.1 Motivations

Les méthodes classiques de mise en correspondance de blocs définies dans la section précédente sont adaptées à l'estimation de mouvements locaux de type translation rigide. Cette caractéristique limite sensiblement son application aux déformations complexes présentes dans les tissus mous en imagerie US et ne peut être utilisée pour la reconstruction par SR. Dans cette partie, nous avons choisi d'utiliser la méthode proposée par Basarab *et al.* [2008, 2009], consacrée à l'adaptation de la méthode BM pour le cas d'une transformation paramétrique bilinéaire qui sera définie dans la prochaine section.

3.2.2.2 Modèle de mouvement

À la différence de la méthode BM classique, la *méthode de mise en correspondance de blocs déformables* (BDBM, « bilinear deformable block matching ») prend en compte des transformations

géométriques plus complexes que de pures translations. Un modèle bilinéaire pour le mouvement a été proposé pour contrôler la déformation locale des blocs.

Considérons la séquence de K images $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_K\}$ indexées dans les directions axiales et latérales par $p = 1, 2, \dots, m_1$ et $q = 1, 2, \dots, m_2$. On note ainsi $\mathbf{y}_k(p, q)$ la valeur de l'image \mathbf{y}_k au pixel de coordonnées (p, q) , pour $k \in \{1, 2, \dots, K\}$. Les deux composantes du mouvement 2D, notées $\mathbf{u}_k(p, q)$ et $\mathbf{v}_k(p, q)$ entre les images k et $k + 1$, représentent le champ dense reliant deux images consécutives de la séquence selon l'équation

$$\mathbf{y}_{k+1}(p, q) = \mathbf{y}_k(p + \mathbf{u}_k(p, q), q + \mathbf{v}_k(p, q)). \quad (3.2)$$

La méthode BDBM définit des ROI rectangulaires et un modèle paramétrique de mouvement estime les translations locales de ses quatre coins afin de suivre la déformation. Cette estimation est assurée par la technique BM classique, comme le montre la figure 3.2.

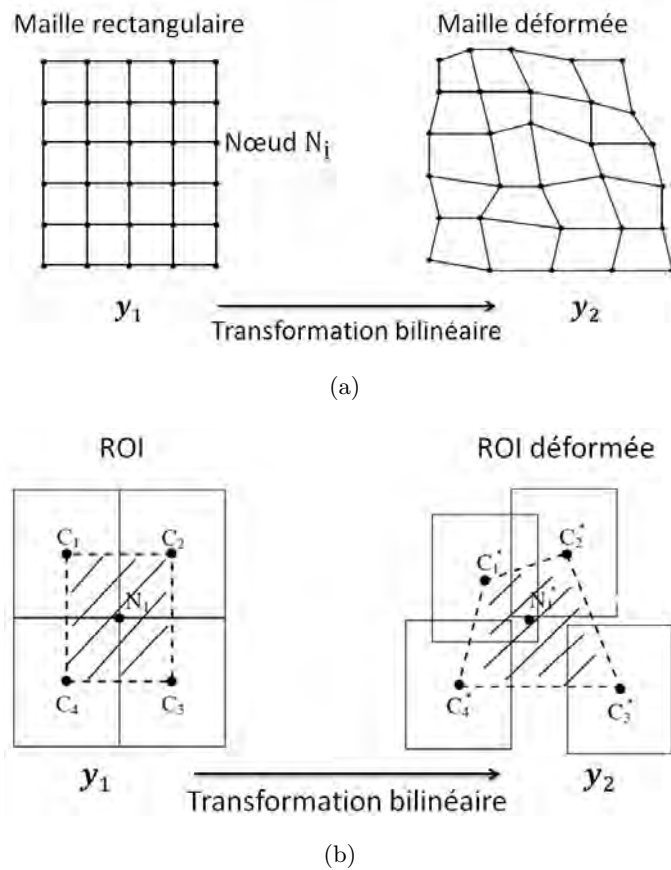


FIGURE 3.2 – Principe de la méthode de mise en correspondance de blocs déformables avec la déformation bilinéaire d'une maille rectangulaire des points de vue (a) du maillage global et (b) de la région d'intérêt locale. D'après [Basarab *et al.*, 2008].

3.2.2.3 Estimation locale des paramètres et raffinement

Contrairement à la méthode classique de speckle tracking, cette approche utilise ensuite un modèle bilinéaire comportant huit paramètres pour décrire le champ dense entre les images k et $k + 1$:

$$\mathbf{u}_k(p, q) = a_u \cdot p + b_u \cdot q + c_u \cdot p \cdot q + d_u, \quad (3.3a)$$

$$\mathbf{v}_k(p, q) = a_v \cdot p + b_v \cdot q + c_v \cdot p \cdot q + d_v, \quad (3.3b)$$

avec a_L, b_L, c_L, d_L représentant respectivement les paramètres d’échelle, de rotation, de cisaillement et de translation pour $L \in \{u, v\}$. Ces huit paramètres sont estimés localement via un système linéaire pour chacune des ROI de l’image, comme le montre la figure 3.2.

La précision de l’estimation de ces paramètres étant dépendante de celle des translations des quatre coins de chaque ROI, une stratégie de recherche multi-échelle itérative est mise en place. Le principe est de déformer localement l’image courante à l’aide des paramètres estimés à l’itération précédente et de relancer l’estimation en raffinant les grilles des zones de recherche. Cette technique permet de diminuer l’erreur d’estimation au cours des itérations [Basarab, 2008].

3.3 Reconstruction d’images ultrasonores par super-résolution

La technique BDBM utilise l’estimation du mouvement pour produire des cartes denses permettant de caractériser la rigidité et les déformations des tissus imagés en élastographie. Ici, une fois que le mouvement est connu avec une précision subpixelique suffisante, les images sont toutes alignées par rapport à une image de référence. Une fois que la séquence d’images LR est exprimée dans les coordonnées de cette référence (cf. figure 2.13), les valeurs de l’image HR sont obtenues sur la grille régulière correspondante par interpolation bicubique (cf. algorithme 2.1). La précision du mouvement estimé intervient ici et [Vandewalle *et al.*, 2006] ont à ce sujet montré qu’une erreur d’estimation de l’ordre du pixel conduisait fatalement à une image HR reconstruite de moins bonne qualité qu’une interpolation bicubique basique d’une seule des images LR de la séquence.

Le choix du nombre optimal d’images à utiliser a également été étudié. Ce nombre dépend de nombreux paramètres comme la précision du recalage, du modèle d’observation considéré et du contenu spectral des images [Vandewalle *et al.*, 2007]. On pourrait croire intuitivement que l’erreur de reconstruction décroît de manière strictement monotone à mesure que le nombre d’observations disponibles augmente. Il existe cependant une limite à l’amélioration que l’on peut espérer et même un très grand nombre d’images LR ne permet pas de reconstruire parfaitement l’image HR théorique (quand elle existe). La PSF du système, le bruit et les inexactitudes du modèle d’observation (3.1) bornent le pouvoir de résolution de ces méthodes. Comme le montre la figure 3.3 dans le cas d’images synthétiques avec un processus de dégradation parfaitement connu, les performances de l’algorithme en

terme de MSE évoluent rapidement avec les premières images mais ont tendance à s’atténuer puis stagner à partir d’un certain moment. Dans notre application, en considérant notre modèle et l’algorithme BDBM, une séquence de 15 images LR correspond au meilleur compromis entre qualité de la reconstruction et coût calculatoire.

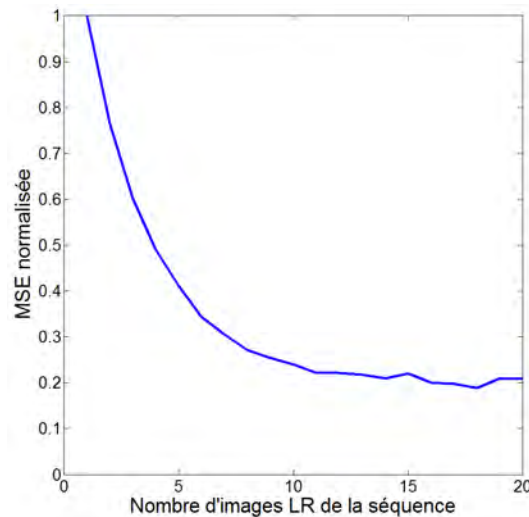


FIGURE 3.3 – Erreur de reconstruction en fonction du nombre d’images utilisées dans l’algorithme de super-résolution. Il existe une limite au-delà de laquelle chaque image supplémentaire n’apporte plus d’information significative.

3.4 Résultats

Les performances de la reconstruction par SR dépend essentiellement de la précision du mouvement estimé. Aussi, avant de présenter des résultats sur des images d’un fantôme (section 3.4.2) et d’une thyroïde *in vivo* (section 3.4.3), une étape de validation est proposée ci-après, dans le cadre d’une simulation d’images US réalistes. Dans les résultats qui suivent, le facteur de super-résolution lié à l’interpolation des données LR est fixé à 9 et le nombre d’images de la séquence vaut 15.

3.4.1 Images synthétiques

Afin d’évaluer les performances de notre algorithme de reconstruction d’images US par SR, nous nous intéressons ici à la simulation d’une séquence d’images US réalistes, à l’aide du programme FIELD II [Jensen, 1996, 2004], pour lesquelles le mouvement subpixelique serait parfaitement connu. Alessandrini *et al.* [2012] ont proposé une telle approche dans le cas de la valve cardiaque et ont montré l’intérêt de ce cadre de travail pour l’évaluation des méthodes d’estimation du mouvement.

Simulation d'images d'ultrasonores réalistes

Dans cette partie, on désire simuler une séquence d'images synthétiques $\mathbf{y}_s = \{\mathbf{y}_{s_1}, \mathbf{y}_{s_2}, \dots, \mathbf{y}_{s_K}\}$. La première image de la séquence, \mathbf{y}_{s_1} , est générée à l'aide d'une image US expérimentale \mathbf{y}_{exp} qui peut être vue comme un gabarit. Nous utilisons ici l'image d'un fantôme expérimental de taille $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ contenant une inclusion cylindrique hypoéchogène de 5 mm de diamètre, acquise à l'aide d'un transducteur linéaire dont la fréquence centrale vaut 7.5 MHz.

La première étape pour la simulation de \mathbf{y}_{s_1} consiste à générer une carte de diffuseurs dont les positions sont distribuées selon une loi uniforme [Jensen, 1996, 2004]. Nous nous limitons ici à une image 2D de taille $30.04 \text{ mm} \times 34.72 \text{ mm}$ (2311×217 pixels) centrée sur l'inclusion. Le nombre de diffuseurs D , fixé à 5×10^4 dans notre simulation, a été choisi de sorte que l'image simulée soit visuellement acceptable sans induire un coût calculatoire trop important sous FIELD II. Dans la suite de cette partie, on notera $(p_{i,k}, q_{i,k})$ la position et $a_{i,k}$ l'amplitude du diffuseur i appartenant à l'image k de la séquence, pour $i = 1, 2, \dots, D$ et $k = 1, 2, \dots, K$.

L'amplitude des diffuseurs de cette première image est obtenue en échantillonnant la valeur de l'image gabarit \mathbf{y}_{exp} aux coordonnées correspondantes :

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, D\}, \quad a_{i,1} = \mathbf{y}_{\text{exp}}(p_{i,1}, q_{i,1}), \quad (3.4)$$

où \mathbf{y}_{exp} représente l'enveloppe interpolée de l'image RF avant la compression logarithmique du mode B. Une fois cette première image générée, la séquence est alors obtenue directement en appliquant à la carte de diffuseur initiale les champs de mouvements successifs estimés à partir d'une séquence expérimentale, notés $\hat{\mathbf{u}}_k$ et $\hat{\mathbf{v}}_k$. On a alors, pour $i = 1, 2, \dots, D$ et pour $k = 1, 2, \dots, K - 1$

$$p_{i,k+1} = p_{i,k} + \hat{\mathbf{u}}_k(p_{i,k}, q_{i,k}), \quad (3.5a)$$

$$q_{i,k+1} = q_{i,k} + \hat{\mathbf{v}}_k(p_{i,k}, q_{i,k}). \quad (3.5b)$$

La caractère réaliste de la simulation vient du fait que les champs de mouvements utilisés ici sont issus d'une séquence d'images d'un fantôme US réel, comme nous le verrons dans la section suivante. Enfin, l'amplitude des diffuseurs reste la même sur toute la séquence, après application du mouvement, afin de préserver la cohérence du speckle. En d'autres termes, pour $i = 1, 2, \dots, D$ et $k = 2, 3, \dots, K$,

$$a_{i,k} = a_{i,1}. \quad (3.6)$$

Une fois que toutes les cartes de diffuseurs de la séquence sont calculées, les images US associées sont simulées à l'aide du programme FIELD II [Jensen, 1996, 2004]. Les paramètres utilisés sont les mêmes que ceux de la sonde utilisée pour l'acquisition des images réelles : une fréquence centrale de 7.5 MHz, une fréquence d'échantillonnage de 60 MHz, une barrette piézoélectrique composée de 512 éléments de taille $5 \text{ mm} \times 0.2 \text{ mm}$ (hauteur et largeur, respectivement) avec une zone active de 128

éléments.

La figure 3.4 montre une image de la séquence ainsi simulée, centrée sur l'inclusion, et l'image HR reconstruite par SR en utilisant les champs de mouvement estimés.

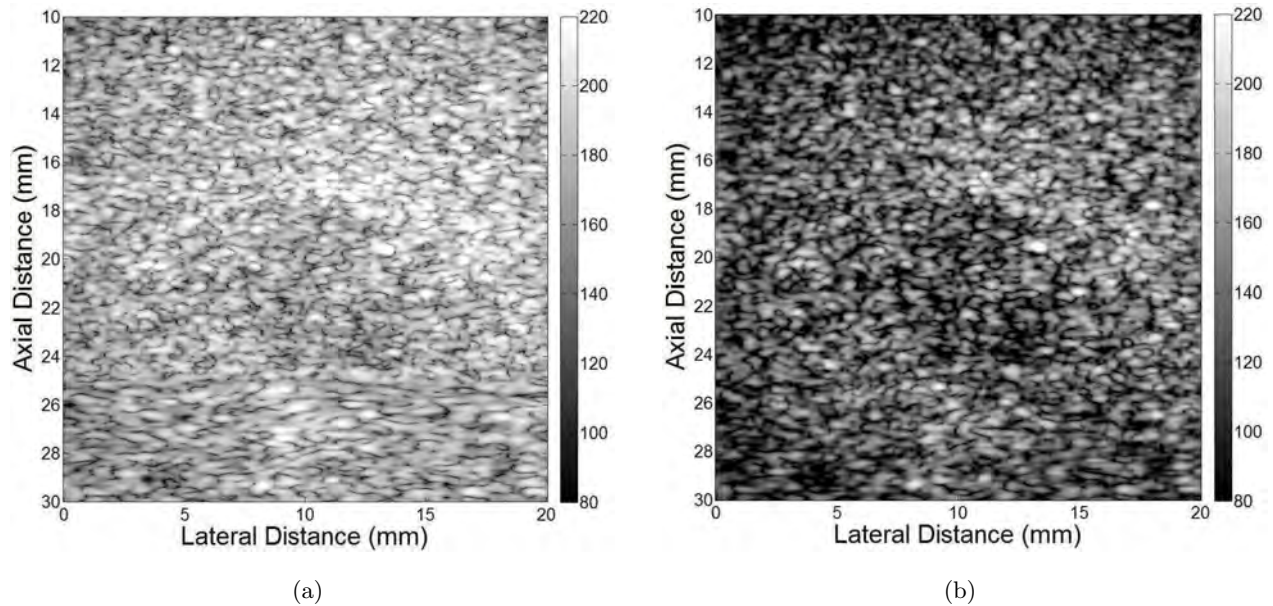


FIGURE 3.4 – Simulation d’images ultrasonores réalistes, avec (a) une image parmi les 15 qui composent la séquence et (b) la reconstruction haute résolution correspondante.

Une étude des profils de lignes axiaux de l’image en mode B permet de quantifier l’amélioration de la résolution. Une moyenne mobile de ces profils axiaux situés à 10 ± 1 mm (dimension latérale) est présentée sur la figure 3.5. Les délimitations théoriques du fantôme sont symbolisées par les deux traits verticaux. Notons que dans cette figure, la dimension horizontale correspond à la distance axiale et non latérale.

Afin d’évaluer l’influence de l’estimation du mouvement sur le processus de reconstruction, cette figure regroupe deux résultats distincts. La reconstruction de l’image HR a été réalisée dans un premier temps en utilisant le mouvement réel qui a servi à simuler les images de la séquence, connu avec exactitude. Pour vérifier que l’estimation du mouvement par BDBM est suffisamment précise pour notre application, ce mouvement a ensuite été estimé dans un second temps directement à partir de la séquence d’images US synthétiques. Ces résultats sont regroupés sur la figure 3.5 : l’image générée avec les mouvements réel ou estimé sont sensiblement les mêmes. Les performances sont également évaluées en termes quantitatifs à l’aide du CNR (défini dans la section 2.3.2) et des caractéristiques de l’interface de l’inclusion. Ces données sont regroupées dans les tables 3.1 et 3.2 et seront comparées avec les résultats expérimentaux.

L’amélioration de la résolution a ainsi été quantifiée grâce aux caractéristiques connues du fantôme. La position théorique de l’interface de l’inclusion étant précisément localisée, on peut déterminer

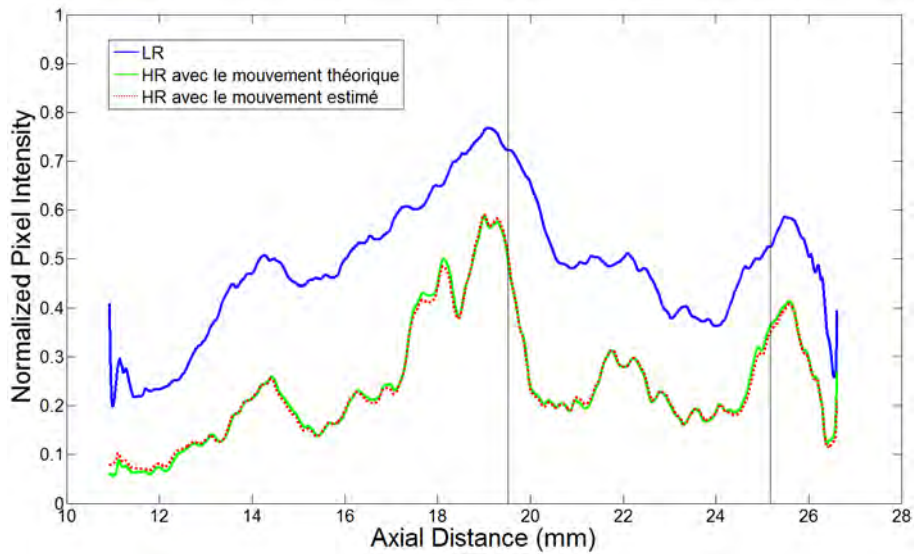


FIGURE 3.5 – Profils axiaux de l'image ultrasonore enveloppe pour l'image du fantôme simulé (cf. figure 3.4). En trait plein bleu, une image LR de la séquence originale ; en trait plein vert, l'image HR reconstruite en utilisant le mouvement exact ; en trait pointillé rouge, l'image HR reconstruite en utilisant le mouvement estimé. Les traits verticaux délimitent la position théorique de l'inclusion cylindrique.

Fantôme simulé (section 3.4.1)				
Images	LR	Interpolation	SR basique	SR adaptée
CNR	0.331	0.335	0.332	0.421
(amélioration)	(-)	(+1.2%)	(+0.1%)	(+27.2%)
Fantôme expérimental (section 3.4.2)				
Images	LR	Interpolation	SR basique	SR adaptée
CNR	0.507	0.528	0.522	0.573
(amélioration)	(-)	(+4.1%)	(+2.9%)	(+12.9%)

TABLE 3.1 – Comparaison du CNR des différentes méthodes pour les fantômes simulé et expérimental.

les performances d'une méthode selon sa capacité à délimiter avec précision sa position. La transition entre les régions interne et externe de l'inclusion, qui doit donc à ce titre être aussi ténue que possible, permet de discriminer différentes méthodes en quantifiant sa largeur et sa pente, comme indiqué dans la table 3.2. La pente est calculée par régression linéaire au sens des moindres carrés.

Remarque. Il est important de noter que les délimitations entre les zones interne et externe de l'inclusion peuvent ne pas toujours exister de manière claire. La position du début et de la fin de la région associée à l'interface dépend notamment de la qualité des images LR. Cependant, dans la

Images du fantôme	Simulé (section 3.4.1)		Expérimental (section 3.4.2)	
	LR	HR	LR	HR
Interface 1 - largeur (mm)	1.48	0.76	1.98	0.53
Interface 2 - largeur (mm)	1.47	1.10	1.93	2.14
Interface 1 - pente moyenne	3.08	7.27	2.46	9.91
Interface 2 - pente moyenne	2.64	3.79	2.47	3.42

TABLE 3.2 – Amélioration de la résolution au niveau de l’interface du fantôme, dans les cas des fantômes simulé et expérimental.

majorité des cas que nous avons traités, les versions HR du fantôme offrent des délimitations de ses interfaces plus précises.

Le CNR est calculé comme indiqué dans la section 2.3.2, en définissant des régions interne et externe par rapport à l’inclusion hypéchogène. Ces zones sont choisies à la même profondeur pour que les valeurs de contraste soient comparables. Le CNR est calculé en prenant une image LR de la séquence puis successivement les images HR obtenues par interpolation bicubique, par reconstruction SR à l’aide d’une estimation basique du mouvement [Vandewalle *et al.*, 2007] et par la reconstruction SR proposée ici. Le tableau 3.1 résume toutes ces informations et on constate une amélioration d’environ 27% du CNR avec notre méthode.

Remarque sur l’amélioration du CNR. Notons que l’amélioration d’un critère donné, en l’occurrence le CNR, n’est qu’une indication sur le comportement d’une méthode mais ne reflète pas son comportement général. Ainsi, même si la reconstruction SR basée sur un modèle de mouvement composé de translations et de rotations conduit à une amélioration du CNR de 0.1% (cf. table 3.1), l’image US subit de sévères dégradations comme le montre la figure 3.6. Dans ce cas de figure, cette reconstruction par SR s’apparente à une méthode d’imagerie composée spatiale. Enfin, il est à noter que l’interpolation bicubique améliore le CNR alors qu’aucune information n’est prise en compte lors du processus de reconstruction de l’image HR.

3.4.2 Images de fantôme

La même reconstruction par SR a ensuite été testée sur la séquence d’images US du fantôme expérimental, avec les caractéristiques décrites dans la section précédente. La figure 3.6 donne un aperçu de ces résultats avec une image parmi les quinze de la séquence et le résultat de la reconstruction par SR, dans les cas d’une estimation du mouvement simple [Vandewalle *et al.*, 2007] et adaptée aux US [Basarab *et al.*, 2008]. Les commentaires de la section précédente sont encore valables ici. Une étude des profils de ligne axiaux est également proposée sur la figure 3.7. Ces deux figures correspondent

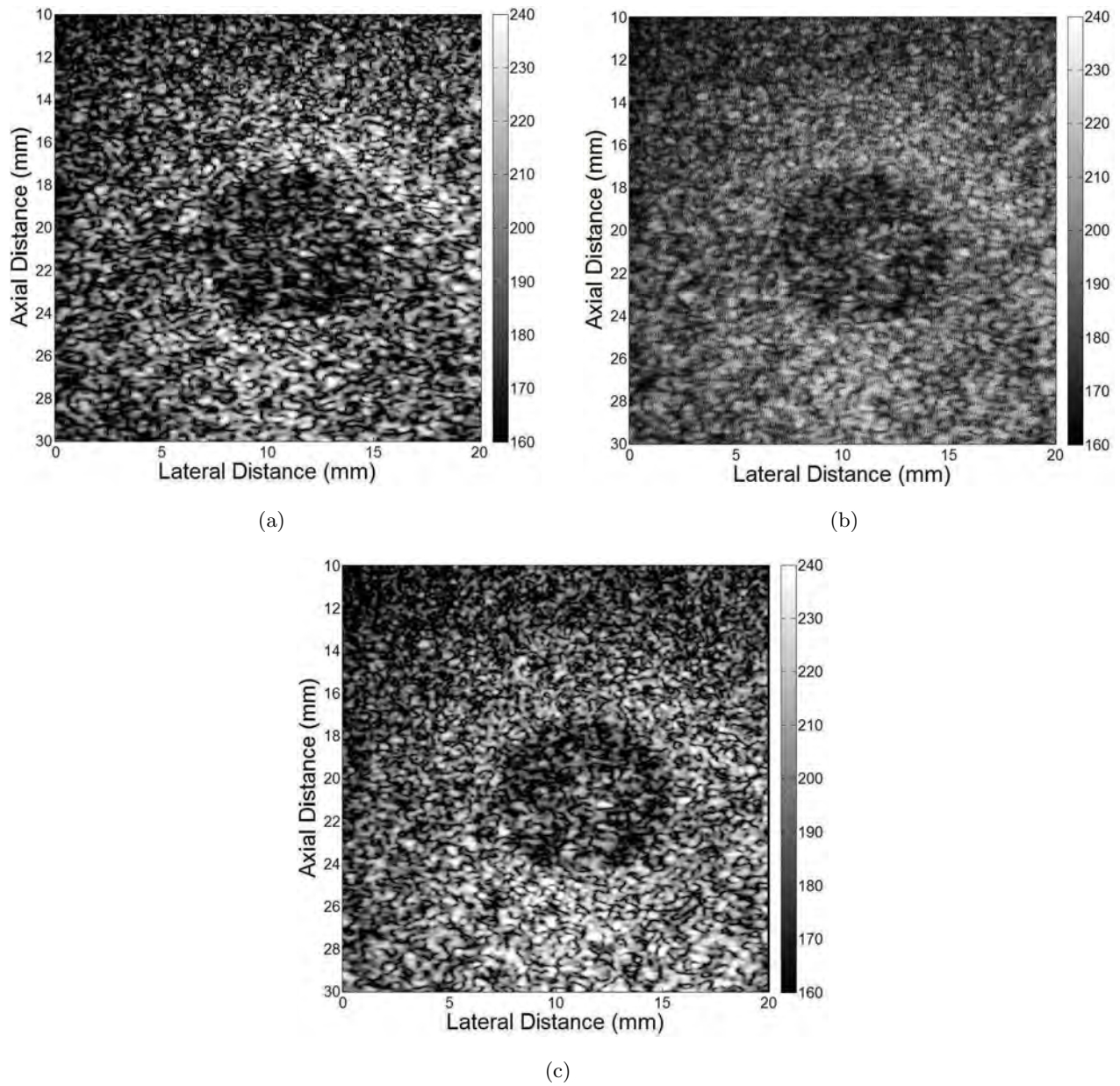


FIGURE 3.6 – Reconstruction haute résolution d'images expérimentales d'un fantôme, avec (a) une image de la séquence et les reconstructions SR en utilisant (b) une estimation du mouvement basique et (c) une estimation adaptée à l'imagerie ultrasonore.

ainsi aux versions expérimentales des résultats présentés respectivement sur les figures 3.4 et 3.5. D'un point de vue qualitatif, il est intéressant de remarquer que l'inclusion est mieux définie sur l'image HR avec sa structure cylindrique plus aisément discernable. Les résultats quantitatifs relatifs au CNR et aux caractéristiques de l'interface de l'inclusion sont regroupés dans les tables 3.1 et 3.2. Le CNR est amélioré de 13% environ et les paramètres de l'interface sont meilleurs que ceux de l'image LR dans la majorité des cas. Notons enfin que les meilleurs résultats quantitatifs sont atteints

en simulation, le mouvement effectif étant parfaitement connu.

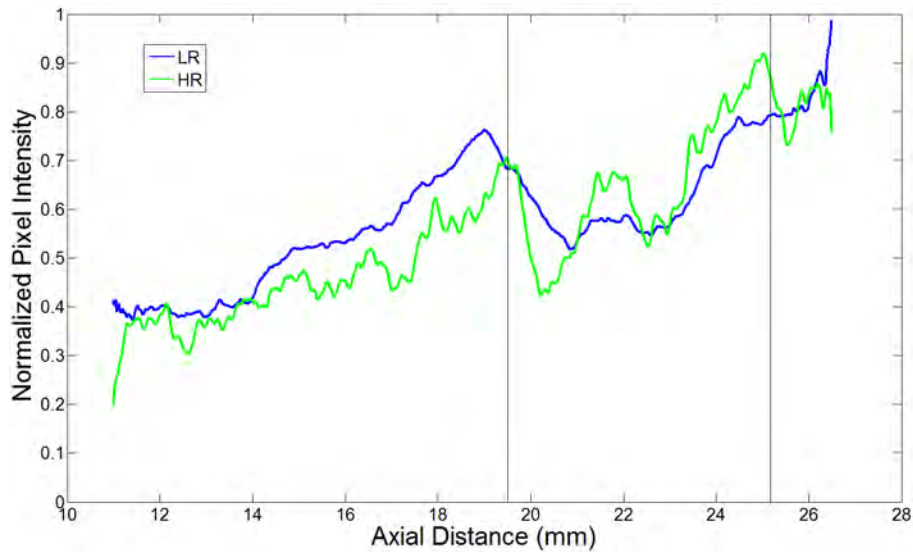


FIGURE 3.7 – Profils axiaux de l'image ultrasonore enveloppe pour l'image du fantôme expérimental (cf. figure 3.6). En bleu, une image de la séquence originale; en rouge, l'image haute résolution reconstruite. Les traits verticaux délimitent la position théorique de l'inclusion cylindrique.

3.4.3 Images de thyroïde *in vivo*

Le dernier jeu de données correspond à des images *in vivo* de thyroïde avec une tumeur maligne. Ici aussi, les images ont été acquises à l'origine dans le cadre de l'élastographie statique, en appliquant une compression de faible amplitude directement à l'aide de la sonde US. Plus de détails concernant ces données de thyroïde ainsi que sur les conditions expérimentales de l'acquisition peuvent être trouvées dans la référence [Basarab *et al.*, 2009]. Les résultats de la reconstruction par SR ainsi qu'une image LR de la séquence sont présentés sur la figure 3.8.

L'évaluation quantitative de notre méthode sur ces données *in vivo* est légèrement plus complexe puisque la vérité terrain n'est pas connue. D'une manière générale, les contours de la thyroïde sont mieux délimités sur l'image HR. Les différentes régions, avec la glande thyroïde et la tumeur maligne, ont été tracées par un spécialiste et sont superposées sur l'image LR.

Le CNR a ici été calculé d'une manière différente, les régions interne et externe n'étant pas clairement établies. La zone interne a ainsi été choisie à l'intérieur de la région tumorale, dans la partie inférieure et sombre de l'image. La zone externe a quant à elle été sélectionnée dans la région saine, dans la partie supérieure et claire de l'image. Ces délimitations respectent bien entendu les contours définis par le spécialiste. En suivant cette procédure, le CNR a été amélioré de 24.2% par rapport à l'image LR originale.

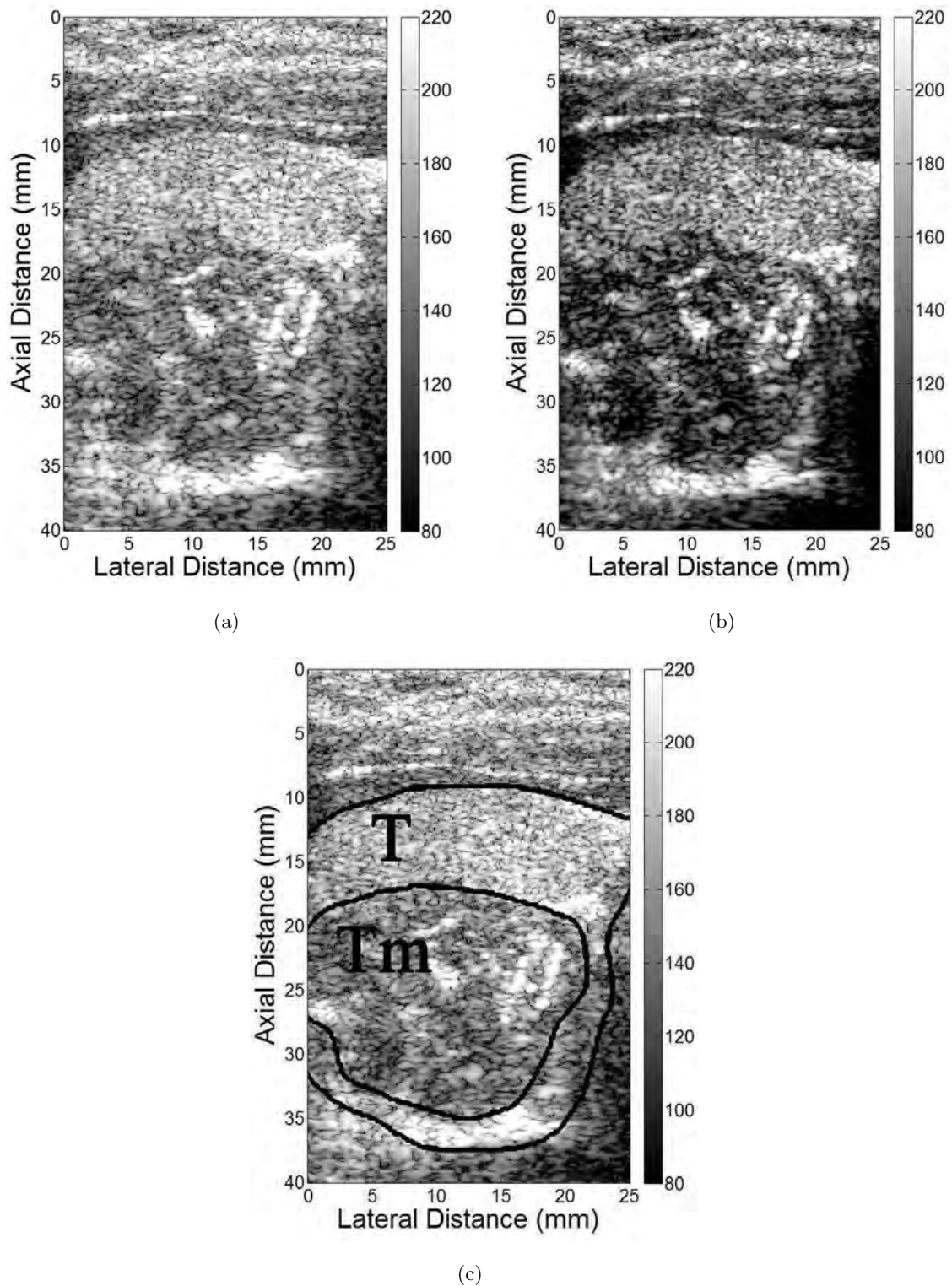


FIGURE 3.8 – Reconstruction haute résolution d'images *in vivo* d'une thyroïde avec une tumeur maligne. (a) Une image de la séquence et (b) la reconstruction par SR correspondante. Les régions de la thyroïde ont été délimitées par un spécialiste (c) : T - glande thyroïde, Tm - tumeur maligne.

3.5 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre un cadre de reconstruction par super-résolution adapté à l'imagerie ultrasonore. Les performances de ces techniques de reconstruction dépendant principalement de la précision de l'estimation du mouvement de la séquence d'image de faible résolution, une méthode efficace originellement développée pour l'élastographie nous a permis de reconstruire des images ultrasonores haute résolution. Les mouvements élastiques caractéristiques des tissus mous en imagerie ultrasonore sont estimés avant de reconstruire l'image haute résolution via une interpolation bicubique des données basse résolution alignées avec une précision subpixelique.

La validation de notre approche sur un jeu de données de simulation a fourni un cadre expérimental aux améliorations maximales que l'on peut espérer atteindre. Une séquence d'images d'un fantôme expérimental a servi à générer les images synthétiques avant d'être elles-mêmes traitées. Dans les deux cas, des améliorations ont été mesurées en termes qualitatifs et quantitatifs. Le traitement de données *in vivo* de thyroïde présentant une tumeur maligne a également été proposé et évalué dans les mêmes termes. Ces résultats illustrent ainsi l'intérêt des techniques de reconstruction par super-résolution en imagerie ultrasonore.

La prise en compte des erreurs locales d'estimation du mouvement, au travers de cartes de validité disponibles au moment de la reconstruction, constitue la principale piste pour améliorer les résultats de cette approche. Le mouvement diffère énormément d'une zone à l'autre, en fonction de la rigidité des tissus imagés, et la détection de ces zones complexes permettraient de mieux sélectionner les images de la séquence à utiliser pour la reconstruction haute résolution.

Chapitre 4

Amélioration de la résolution par déconvolution d'images ultrasonores

Sommaire

4.1	Introduction	108
4.1.1	Préliminaires	108
4.1.2	Modèle d'observation	109
4.1.2.1	Échantillonnage	109
4.1.2.2	Estimation de la réponse impulsionnelle spatiale	110
4.2	Première approche : déconvolution classique par ADMM	111
4.2.1	Hypothèses de travail	111
4.2.1.1	Conditions d'acquisition connues	112
4.2.1.2	Conditions d'acquisition inconnues	112
4.2.2	Formulation et régularisation du problème inverse	113
4.2.2.1	Problème inverse générique	114
4.2.2.2	Contexte des algorithmes d'optimisation efficaces	115
4.2.3	Résolution efficace du problème inverse	118
4.2.3.1	Problème générique et séparation de variables	118
4.2.3.2	Résolution par la méthode du Lagrangien augmenté (ALM/MM)	118
4.2.3.3	Résolution par la méthode des directions alternées (ADMM)	119
4.2.4	Implantation ADMM	121
4.2.4.1	Adaptation au formalisme ADMM	122
4.2.4.2	Résolution de l'étape 1 : moindres carrés diagonalisables	123
4.2.4.3	Résolution de l'étape 2 : opérateurs proximaux	123
4.2.5	Résultats	125
4.2.5.1	Images synthétiques classiques	125
4.2.5.2	Signaux ultrasonores synthétiques	130
4.2.5.3	Images ultrasonores <i>in vivo</i>	134
4.2.6	Conclusion intermédiaire	138
4.3	Seconde approche : déconvolution semi-aveugle	139
4.3.1	Formulation du problème de déconvolution semi-aveugle	140
4.3.2	Résolution efficace du nouveau problème inverse	141
4.3.2.1	Résolution de (4.36a)	141
4.3.2.2	Résolution de (4.36b)	142
4.3.2.3	Implantation efficace	143
4.3.3	Résultats	144
4.3.3.1	Images synthétiques classiques	144
4.3.3.2	Signal RF synthétique	146
4.3.3.3	Image ultrasonore <i>in vivo</i>	148
4.4	Conclusion	148

Ce dernier chapitre aborde l’amélioration de la résolution sous un angle différent, celui des approches de déconvolution. Le modèle d’observation ne considère ici qu’une seule image basse résolution, mais il prend en compte la réponse impulsionnelle spatiale du système (point spread function). Le but est donc de restaurer, l’image originale et de retrouver les informations perdues via la convolution avec un noyau produisant un effet de flou. Nous nous consacrerons dans un premier temps au cas de figure dans lequel ce noyau est considéré comme parfaitement connu, de manière théorique ou expérimentale, et nous proposerons un algorithme efficace pour la résolution du problème inverse mal posé associé [Morin *et al.*, 2012a]. Dans un second temps, nous étudierons l’influence de l’erreur d’estimation du noyau sur les performances de la déconvolution et nous introduirons un nouveau cadre algorithmique pour l’estimation conjointe de l’image haute résolution et de la réponse impulsionnelle du système, sous l’hypothèse qu’une estimation initiale puisse être obtenue [Morin *et al.*, 2013b,a]. Tous les résultats seront évalués de manière qualitatives et quantitatives sur des données synthétiques et expérimentales.

4.1 Introduction

À la différence de l’approche abordée dans le chapitre précédent qui visait à extraire les informations sous-jacentes d’une séquence d’image US, nous nous intéressons ici au cas d’une image unique à restaurer. Le traitement ne repose donc plus sur le mouvement entre plusieurs images de la même scène mais sur les informations dont on dispose *a priori* sur la nature de l’image et des conditions d’acquisition. De la précision de ces informations dépendra la nature et les performances de l’approche considérée, notamment concernant l’estimation de la PSF du système. Ces informations seront synthétisées dans le tableau 4.1.

4.1.1 Préliminaires

Les travaux portant sur la déconvolution ou sur la seule estimation de la PSF sans traitement ultérieur sont relativement abondants en imagerie US. Quelque soient les approches de déconvolution considérées (séquentielle ou concurrente, cf. section 2.3.4.5), les informations *a priori* et l’estimation de la PSF sont des points capitaux. Après une première approche par estimation paramétrique ARMA et filtrage de Wiener [Jensen *et al.*, 1993], l’essentiel des travaux se sont tournés vers le filtrage homomorphique avec l’hypothèse de phase minimale [Taxt, 1995] ou avec une étape de déroulage de phase [Strand *et al.*, 1999; Jirik *et Taxt*, 2006] souvent considérée comme problématique. Michailovich *et Tannenbaum* [2007] ont ensuite adapté la théorie du filtrage inverse [Cadzow, 1996] pour la technique du filtrage homomorphique généralisé. Récemment, Yu *et al.* [2012a] ont proposé un algorithme d’optimisation ℓ_1 pour l’estimation du spectre de la PSF et de l’image déconvoluée dans un cadre SIMO (« single-input multiple-output »).

Notre contribution consiste à montrer, dans un premier temps, qu'un cadre algorithmique efficace basé sur la méthode des directions alternées peut être mis en place pour l'amélioration de la résolution [Morin *et al.*, 2012a]. Nous introduirons dans un second temps une méthode d'estimation semi-aveugle pour estimer l'image HR et la PSF de manière conjointe [Morin *et al.*, 2013b,a].

4.1.2 Modèle d'observation

Si l'hypothèse formulée sur la nature potentiellement sous-échantillonnée des signaux d'intérêt persiste dans ce chapitre, l'étape-clé ici n'est plus la compensation du mouvement mais la correction des effets induits par la PSF. On rappelle que le modèle d'observation adopté ici s'écrit

$$\mathbf{y} = \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (4.1)$$

Les cas $\mathbf{S} = \mathbf{I}_n$ (ou de manière équivalente $s_r = 1$, cf. annexe A) et $\mathbf{H} = \mathbf{I}_n$ correspondent aux cas particuliers respectifs de déconvolution et de ré-échantillonnage purs. Notons que si la présence de la matrice \mathbf{S} était essentielle aux approches de reconstruction par SR présentée dans le chapitre 3, l'amélioration de la résolution est ici principalement liée à la présence de la matrice \mathbf{H} et à son inversion.

4.1.2.1 Échantillonnage

La justification du modèle comprenant la matrice \mathbf{S} n'est pas directe dans le cas général. L'échantillonnage du signal RF, selon la direction axiale, est suffisant pour la plupart des transducteurs récents en imagerie US. Le problème de la faible résolution se pose de manière plus évidente dans la direction latérale, où le nombre de colonnes de l'image excède rarement 128, pour une dimension physique semblable à la composante axiale qui compte en générale dix fois plus d'échantillons. Cette caractéristique est intrinsèquement liée à la formation des images US par balayage, comme décrit dans la section 1.2.3.2. Néanmoins, la matrice \mathbf{S} permet dans le cas général, RF ou mode B, de se doter d'une certaine liberté pour l'estimation de l'image HR. Elle autorise également une comparaison avec les techniques d'interpolation classiques dans le but de s'assurer que les outils proposés disposent de meilleures performances.

Remarque. La structure du problème (4.1), si l'on met de côté la composante \mathbf{H} liée à la déconvolution, rappelle fortement celle des approches de type CS [Donoho, 2006a; Candès, 2006]. Elles partagent en effet ces aspects liés à des données manquantes, de manière volontaire ou involontaire. Cependant, cette matrice est connue de manière déterministe dans le cas présent, alors qu'il s'agit nécessairement d'une matrice aléatoire en CS. Les philosophies qui en découlent pour la résolution des problèmes inverses associés sont par contre totalement différentes, voire antagonistes dans certains cas. Si les techniques de CS cherchent à représenter les images US « brutes » (notées \mathbf{z} dans

le chapitre 3) dans des domaines favorisant leur parcimonie (voir, e.g., [Quinsac *et al.*, 2012]), essentiellement dans l’optique de diminuer le temps d’acquisition ou les échantillons stockés, l’approche basée sur l’amélioration de la résolution perçoit ces données manquantes ou non observées comme une contrainte et non comme un but. Le but n’est donc pas de reconstruire les images US brutes mais bien la TRF \mathbf{x} , qui ne s’exprime pas avec le même degré de parcimonie dans les domaines abordés précédemment.

4.1.2.2 Estimation de la réponse impulsionnelle spatiale

Les informations disponibles sur la PSF, que ce soit via son estimation en amont des méthodes séquentielles ou via son modèle au sein des méthodes concurrentes (cf. section 2.3.4.5), déterminent la nature des méthodes envisageables ainsi que leurs performances. S’il peut être pratique de la considérer parfaitement connue dans un premier temps (section 4.2), nous verrons par la suite que le raffinement de son estimation possède de nombreux avantages en termes de stabilité et de qualité de la restauration (section 4.3).

Les hypothèses formulées sur la nature de la PSF en imagerie US ont énormément varié durant les deux dernières décennies, suivant le signal US considéré. Bien que les toutes premières approches aient considéré une modélisation ARMA [Jensen *et al.*, 1993], l’utilisation de statistiques d’ordres élevés [Abeyratne *et al.*, 1995] ou encore une formulation bayésienne MAP [Kaaresen et Bolviken, 1999], la quasi-totalité des travaux qui ont suivi se sont focalisés sur le filtrage homomorphe (classique [Taxt et Frolova, 1999] ou généralisé [Michailovich et Adam, 2003]) pour l’estimation de la PSF. Les modèles utilisés sont également très diversifiés, puisque les signaux considérés varient de la représentation RF [Jensen *et al.*, 1993] à celle IQ [Taxt et Strand, 2001], avec des dimensions 1D [Adam et Michailovich, 2002], 2D [Jirik et Taxt, 2006] ou 3D, les travaux de Taxt [2001] étant les seuls à s’être consacrés à cette dimension. Une grande majorité des méthodes de déconvolution se sont cantonnées au formalisme du filtrage de Wiener pour l’inversion de la matrice \mathbf{H} , en passant par FT de manière globale [Jirik et Taxt, 2006] ou en décomposant l’image en blocs [Michailovich et Adam, 2005]. Toutes ces informations sont complétées et synthétisées dans la table 4.1 qui classe de manière chronologique et aussi exhaustive que possible tous les travaux de déconvolution avec estimation de la PSF en imagerie US. Les travaux dédiés uniquement à l’estimation de la PSF comme ceux de Jensen et Leeman [1994] ou de Taxt [1997] ont été abordés dans le chapitre 2 (section 2.3.4.5) et ne sont pas recensés ici.

Dans ce chapitre, la stratégie adoptée pour l’estimation de la PSF dépend des deux formulations pour la résolution de (4.1) et sera spécifiée au début de chacune des sections afférentes 4.2 et 4.3.

Travaux	Signal	PSF	Méthode
[Jensen <i>et al.</i> , 1993]	RF 1D	Estimée (ARMA)	Wiener (FFT)
[Abeyratne <i>et al.</i> , 1995]	RF 1D	Estimée (MC)	Wiener (FFT)
[Taxt et Frolova, 1999]	RF 1D	Estimée (FH)	Wiener (bloc)
[Kaaresen et Bolviken, 1999]	RF 1D	Estimée (MAP)	MAP
[Taxt et Strand, 2001]	IQ 2D	Estimée (FH)	Wiener (bloc)
[Taxt, 2001]	RF 3D	Estimée (FH)	Wiener (bloc)
[Adam et Michailovich, 2002]	RF 1D	Estimée (FH)	Filtrage inverse
[Michailovich et Adam, 2003]	RF 1D	Estimée (FHG)	Wiener (bloc)
[Taxt et Jirik, 2004]	IQ 2D	Estimée (FH)	Wiener (bloc)
[Michailovich et Adam, 2005]	IQ 2D	Estimée (FHG)	Wiener (bloc)
[Jirik et Taxt, 2006]	RF 2D	Estimée (FH)	Wiener (FFT)
[Yeoh et Zhang, 2006]	RF 2D	Estimée (FH)	Wiener + CLS
[Ng <i>et al.</i> , 2007]	IQ 2D	Simulée avec FIELD II	Wiener (itératif)
[Michailovich et Tannenbaum, 2007]	IQ 2D	Estimée (FHG itératif)	ℓ_1 hybride
[Gomersall <i>et al.</i> , 2011]	IQ 2D	Simulée avec FIELD II	Wiener (GPU)
[Yu <i>et al.</i> , 2012b]	IQ 1D	Estimée (FHG)	ℓ_1 classique
[Yu <i>et al.</i> , 2012a]	RF 1D	Estimée (FHG itératif)	ℓ_1 classique

TABLE 4.1 – Différentes approches pour la déconvolution dans la littérature ultrasonore, d’après [Alessandrini, 2010]. Acronymes utilisés uniquement dans ce tableau : MC - méthode des cumulants [Cadzow, 1996]; FH - filtrage homomorphique [Oppenheim et Schaffer, 1989]; FHG - filtrage homomorphique généralisé [Michailovich et Adam, 2005].

4.2 Première approche : déconvolution classique par ADMM

On s’intéresse dans un premier temps à l’hypothèse selon laquelle une estimation de la PSF peut être obtenue avec une précision suffisante pour la déconvolution.

4.2.1 Hypothèses de travail

La diversité des approches existantes pour l’estimation de la PSF en imagerie US présentées dans le tableau 4.1 témoigne d’une certaine complexité dans le cas général. Il existe cependant des hypothèses simplificatrices et des situations favorables qui permettent d’obtenir une estimation rapide de la PSF. Deux cas de figure dictent la démarche à adopter : celui où les conditions d’acquisition sont connues, pour lequel la simulation numérique de la PSF est possible, et celui où elles sont inconnues, nécessitant une estimation directement depuis les observations.

4.2.1.1 Conditions d'acquisition connues

Pour certaines images US, les conditions expérimentales d'acquisition et les caractéristiques du transducteur utilisé sont parfaitement connues. C'est le cas de figure le plus favorable car il est alors possible de simuler avec une certaine précision (via le programme FIELD II par exemple) cette PSF. Cette étape peut être effectuée en amont du processus de déconvolution, avec l'échantillonnage désiré et de manière rapide. La figure 4.1 montre le résultat d'une telle simulation avec les paramètres typiques synthétisés dans le tableau 4.2.

	Paramètres	Valeurs
Transducteur	Fréquence centrale (f_0)	7.5 MHz
	Fréquence d'échantillonnage (f_s)	100 MHz
	Vitesse du son (c)	1540 m · s ⁻¹
	Nombre d'éléments physiques	512
	Nombre d'éléments actifs	32
	Largeur des éléments ($\lambda = \frac{c}{f_0}$)	205 μm
	Hauteur des éléments	5 mm
	Espace inter-éléments (« kerf »)	10.3 μm
Milieu	Dimension axiale	50 mm
	Début de la surface du fantôme	30 mm
	Dimension latérale	40 mm
	Dimension azimutale	10 mm
	Nombre de colonnes de l'image	256

TABLE 4.2 – Paramètres typiques du programme FIELD II pour la simulation d'une PSF.

Il est en outre possible de simuler une PSF 2D de manière analytique en utilisant l'expression suivante :

$$\mathbf{h}(u, v) = \sin(2\pi f_0 u) \exp\left(-\pi \left(\frac{u}{\sigma_1}\right)^2\right) \exp\left(-\pi \left(\frac{v}{\sigma_2}\right)^2\right), \quad (4.2)$$

où u et v indexent respectivement les directions axiale et latérale, f_0 représente la fréquence centrale du transducteur et σ_1^2 et σ_2^2 correspondent aux variances des enveloppes gaussiennes dans les deux directions, avec en général $\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$.

4.2.1.2 Conditions d'acquisition inconnues

Si les caractéristiques de la sonde utilisée pour l'acquisition ne sont pas entièrement connues, l'estimation de la PSF doit être réalisée à partir des observations. La figure 4.2 montre un exemple de résultat obtenu par filtrage homomorphique étendu au cas 2D avec des FT bi-dimensionnelles et deux quérénces de coupure (cf. section 2.3.4.5 et annexe B). L'image US utilisée est un rein de souris

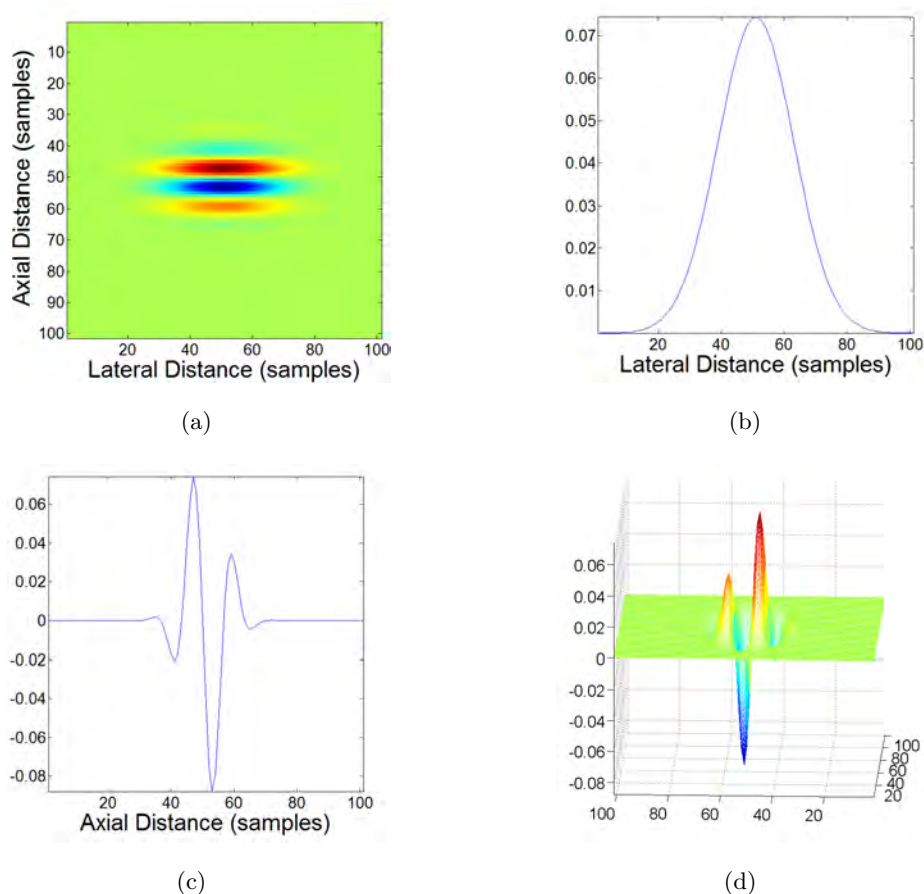


FIGURE 4.1 – PSF simulée, avec (a) la vue 2D, les profils (b) latéral et (c) axial, et (d) une vue 3D.

acquis à l'aide d'une sonde dont la fréquence centrale vaut 25 MHz.

Il est important de noter que si l'on formule l'hypothèse de phase minimale, cette approche parvient à estimer correctement la fréquence centrale de la PSF mais pas ses enveloppes (axiale et latérale). La figure 4.3 illustre ce résultat selon la direction axiale, dans le cas d'une estimation par filtrage homomorphe sur une image US simulée et pour lesquelles la PSF réelle est parfaitement connue. La RMSE normalisée entre la PSF réelle \mathbf{h} et la PSF estimée $\hat{\mathbf{h}}$ vaut ici $\text{NRMSE}(\mathbf{h}, \hat{\mathbf{h}}) = 2.4 \times 10^{-2}$. On verra que ces imprécisions devront être réduites pour la déconvolution de signaux RF (cf. section 4.3.3). Une étude plus approfondie de cette estimation de la PSF par filtrage homomorphe peut être trouvée en annexe B.

4.2.2 Formulation et régularisation du problème inverse

Comme indiqué dans le chapitre 2, section 2.3.4, la résolution brute de (4.1) par pseudo-inverse est un problème mal posé car l'unicité de la solution n'est aucunement garantie. Des informations supplémentaires concernant l'image à restaurer où les paramètres du modèle doivent être incorporées afin d'assurer la stabilité de l'estimation de \mathbf{x} . Comme en atteste la table 4.1 en imagerie US, de

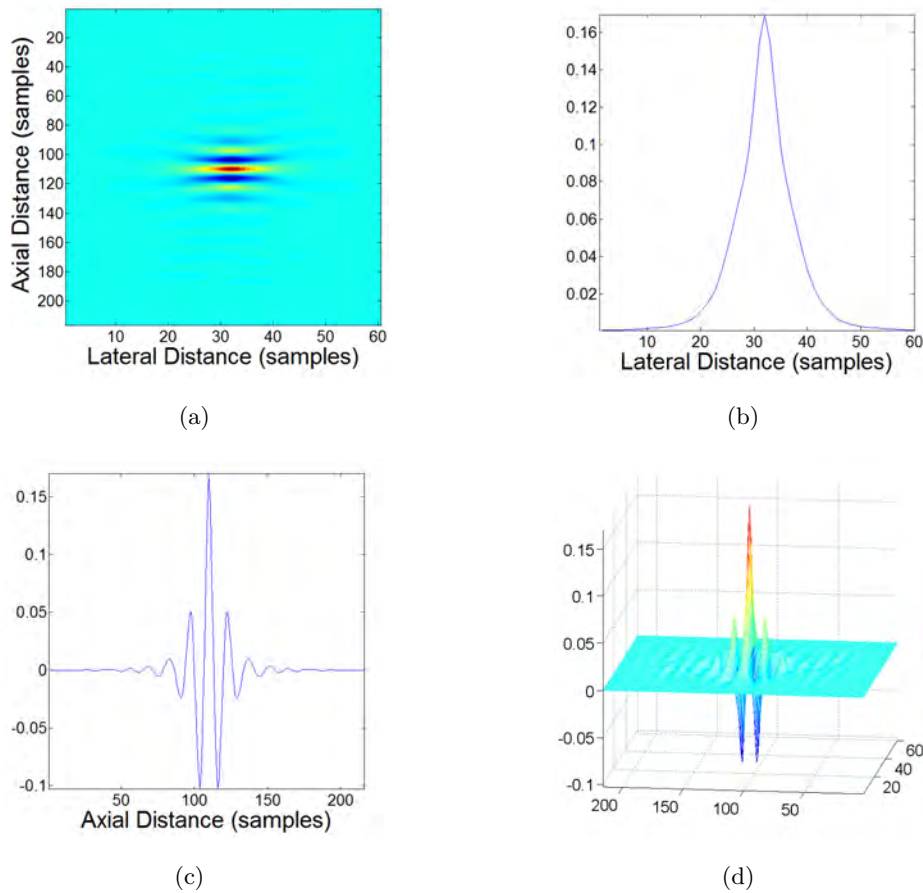


FIGURE 4.2 – PSF estimée par filtrage homomorphique, avec (a) la vue 2D, les profils (b) latéral et (c) axial, et (d) une vue 3D.

très nombreux travaux se sont focalisés sur des approches relativement simples de déconvolution par filtrage de Wiener, avec une régularisation de Tikhonov de type ℓ_2 . Ces approches ont un coût calculatoire faible mais sont dans le cas général très sensibles au bruit et offrent des choix de régularisation lisse relativement limités [Afonso *et al.*, 2011].

4.2.2.1 Problème inverse générique

On s'intéresse ici à des approches variationnelles efficaces pour la résolution du problème d'optimisation ℓ_1 générique avec contraintes suivant :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \quad & \|\Gamma \mathbf{x}\|_1 \\ \text{t.q.} \quad & \|\mathbf{y} - \mathbf{S} \mathbf{H} \mathbf{x}\|_2^2 \leq \alpha, \end{aligned} \quad (4.3)$$

qui s'écrit aussi, dans sa forme sans contrainte équivalente [Chambolle, 2004; Ng *et al.*, 2010; Afonso *et al.*, 2011],

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\Gamma \mathbf{x}\|_1 + \tau \|\mathbf{y} - \mathbf{S} \mathbf{H} \mathbf{x}\|_2^2. \quad (4.4)$$

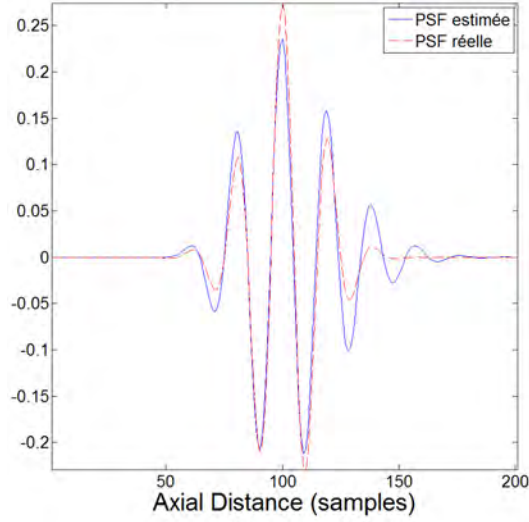


FIGURE 4.3 – Erreur d’estimation commise par filtrage homomorphique, selon la direction axiale, dans le cas d’une image US simulée. La NRMSE vaut 2.4×10^{-2} .

α et τ sont des paramètres de \mathbb{R}_+ permettant de fixer le compromis entre les deux termes liés à l’attache aux données ℓ_2 et à la régularisation ℓ_1 . $\mathbf{\Gamma}$ est un opérateur linéaire de taille $kn \times n$ décrivant un espace dans lequel l’image HR \mathbf{x} est aussi parcimonieuse que possible. Dans le cas d’un *a priori* TV classique [Rudin *et al.*, 1992], $k = 2$ et $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\nabla} \in \mathbb{R}^{2n \times n}$ correspond aux versions discrètes du gradient et se décompose en deux opérateurs vertical et horizontal de taille $n \times n$: $\mathbf{\nabla} = [\mathbf{\nabla}_1^T \mathbf{\nabla}_2^T]^T$. Chacune de ces deux composantes a la même structure circulante que la matrice de convolution \mathbf{H} avec les noyaux respectifs $\check{\mathbf{\nabla}}_1 = [-1 \ 1]^T$ et $\check{\mathbf{\nabla}}_2 = [-1 \ 1]$ et peut être calculée de manière efficace (cf. annexe A). $\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}$ est donc un vecteur de longueur $2n$ que l’on peut réarranger selon les deux composantes du gradient pour former la matrice $\mathbf{D} = [\mathbf{d}_1 \ \mathbf{d}_2] \in \mathbb{R}^{n \times 2}$ avec $\mathbf{d}_1 = \mathbf{\nabla}_1\mathbf{x}$ et $\mathbf{d}_2 = \mathbf{\nabla}_2\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. La norme $\|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|_1 \in \mathbb{R}^+$ se calcule alors comme

$$\|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|_1 \stackrel{\text{def}}{=} \|\mathbf{D}\|_1 = \|\mathbf{d}\|_1 \quad (4.5)$$

avec $\mathbf{d} = |\mathbf{D}| \in (\mathbb{R}^+)^n$ défini par

$$\mathbf{d} = \sqrt{\mathbf{d}_1 \odot \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 \odot \mathbf{d}_2}, \quad (4.6)$$

l’opération \odot correspondant au produit matriciel de Hadamard (« terme à terme ») et la racine carrée étant prise terme à terme. On remarque enfin que $\|\mathbf{D}\|_N = \|\mathbf{d}\|_N$ pour $N = 2$.

4.2.2.2 Contexte des algorithmes d’optimisation efficaces

Durant les dix dernières années, les méthodes développées pour la résolution de problèmes de la forme (4.3) ou (4.4) ont connu un regain d’intérêt manifeste, en lien avec la robustesse aux points aberrants (« outliers ») [Beck et Teboulle, 2009] et avec une certaine optimalité [Donoho, 2006b]

de cette formulation ℓ_1 . Les algorithmes d’optimisation classiques comme les méthodes de points intérieurs [Ben-Tal et Nemirovski, 2001] ont été rapidement écartés car ils n’étaient pas adaptés aux grandes dimensions des applications classiques en traitement d’image, où les variables à manipuler comportent souvent plusieurs millions d’éléments. Ces limitations ont motivé le développement d’algorithmes de type descente de gradient, pour lesquels le coût calculatoire est relativement faible et dominé par des multiplications entre matrices et vecteurs impliquant \mathbf{H} et \mathbf{H}^T [Figueiredo *et al.*, 2007]. Les méthodes les plus populaires pour la résolution efficace de (4.4) appartiennent à la famille des *algorithmes de seuillage itératif* (ISTA, « iterative shrinkage-thresholding algorithms »), aussi connus dans la littérature sous les appellations (non-exhaustives) « méthode de Landweber » et « débruitage itératif » [Chambolle *et al.*, 1998; Daubechies *et al.*, 2004; Hale *et al.*, 2007; Vonesch et Unser, 2008]. Ces approches, outre les opérations \mathbf{H} et \mathbf{H}^T , ont recours à des étapes de seuillage doux et peuvent se résumer à l’étape générale

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \text{soft}_{\lambda t} \left(\mathbf{x}^{(k)} - 2t\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{y}) \right), \quad (4.7)$$

avec t le pas de la méthode et $\text{soft}_{\delta}(\mathbf{x})$ l’opération de seuillage doux (« soft thresholding ») [Donoho, 1995] définie de manière vectorielle sur \mathbb{R}^n par ¹

$$\text{soft}_{\delta}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} \odot \max(|\mathbf{x}| - \delta, 0), \quad (4.8)$$

ou encore de manière scalaire, pour $i = 1, \dots, n$, par

$$\text{soft}_{\delta}(\mathbf{x})(i) = \frac{x_i}{|x_i|} \max(|x_i| - \delta, 0). \quad (4.9)$$

Notons que pour tout x_i tel que $|x_i| = 0$, le seuillage doux vaut par définition $\text{soft}_{\delta}(\mathbf{x})(i) \stackrel{\text{def}}{=} 0$. La figure 4.4 illustre la différence entre le seuillage classique, parfois qualifié de « dur », et le seuillage doux dans le cas .

Dans la littérature de l’optimisation numérique, l’origine des algorithmes ISTA et leurs ramifications remontent aux méthodes *Forward-Backward itératives* [Bruck Jr, 1977; Passty, 1979], aux approches *primales-duales* [Rockafellar, 1973; Chambolle, 2004], à l’algorithme de *split Bregman* [Goldstein et Osher, 2008; Esser, 2009], aux *méthodes des directions alternées* (ADMM, « alternating direction method of multipliers ») ou Douglas-Rachford [Eckstein et Bertsekas, 1992] et au cadre plus général de la *séparation de variables* (voir Esser [2009], [Facchinei et Pang, 2003, chapitre 12] et les références à l’intérieur). Dans le cas où la matrice \mathbf{H} du système linéaire est connue, le choix de la méthode à adopter dépend principalement de la nature du bruit (e.g., l’algorithme de Richardson-Lucy pour la déconvolution en présence de bruit de Poisson [Sarder et Nehorai, 2006]) et de l’application (e.g., l’échantillonnage compressé par ADMM de Yang et Zhang [2009]). L’analyse approfondie des performances de ces algorithmes, de leurs spécificités et de leur potentiel, notamment en terme de

1. L’opération de seuillage doux peut être étendue au cas d’un argument complexe, cf. [Wright *et al.*, 2009].

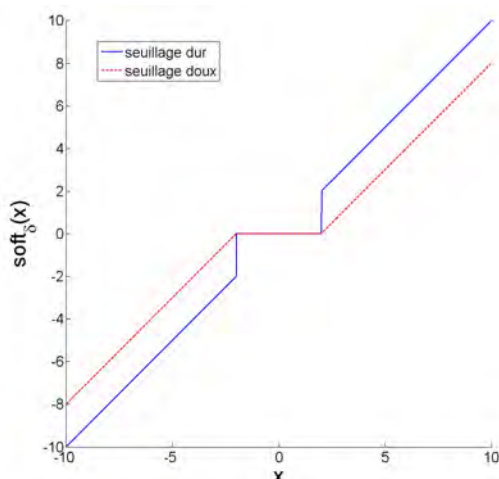


FIGURE 4.4 – Comparaison des seuillages classique (« dur ») et doux, avec $\delta = 2$.

vitesse et de stabilité de convergence, peut être trouvée dans [Beck et Teboulle, 2009; Combettes et Pesquet, 2011]. Esser [2009] a par ailleurs étudié les liens existant entre les approches ADMM et split Bregman.

Les algorithmes ISTA ont connu de très nombreuses améliorations et variantes au cours des dernières années, afin d’en améliorer la vitesse de convergence, avec notamment les versions en deux étapes TwIST (« two-step IST ») [Bioucas-Dias et Figueiredo, 2007] et FISTA (« fast ISTA ») [Beck et Teboulle, 2009] ainsi que la version accélérée SpaRSA (« sparse reconstruction by separable approximation ») [Wright *et al.*, 2009]. On notera également par souci d’exhaustivité les méthodes récentes de type Lagrangien augmenté (AL, « augmented Lagrangian ») pour la résolution des problèmes non-contraints (SALSA, « split augmented Lagrangian shrinkage algorithm » [Afonso *et al.*, 2010]) et contraints (C-SALSA, « constrained SALSA » [Afonso *et al.*, 2011]), ainsi que l’algorithme NESTA proposé par Becker *et al.* [2011] et basé sur la méthode du premier ordre de Nesterov pour le lissage de fonctionnelles non-lisses [Nesterov, 2005].

Les techniques Forward-Backward itératives et primales-duales énoncées plus haut ont l’avantage de ne faire intervenir que des produits matrices-vecteurs, à la différence des approches par ADMM ou Douglas-Rachford qui nécessitent la résolution de systèmes linéaires plus complexes. Ainsi, dans le cas général et d’un point de vue strictement calculatoire, le premier type d’approches semblerait tout indiqué. Mais dans notre cas, comme nous le verrons dans la section 4.2.3, une grande majorité des calculs font intervenir des opérateurs proximaux diagonalisables par FT [Afonso *et al.*, 2010; Combettes et Pesquet, 2011; Zuo et Lin, 2011] et offrent ainsi une prédisposition intéressante pour le traitement de données en grande dimension et pour les architectures parallèles [Gomersall *et al.*, 2011; de Vieilleville *et al.*, 2011]. Le formalisme ADMM procure en outre une certaine flexibilité, en théorie comme en pratique, d’une part au niveau de la dimension des opérateurs impliqués dans la déconvolution et de celle des données à traiter, et d’autre part, au niveau du nombre de termes que

contient la fonctionnelle (4.4) [Almeida et Almeida, 2010].

4.2.3 Résolution efficace du problème inverse

Dans cette partie, on montre que la résolution du problème inverse (4.3) qui nous intéresse, faisant intervenir les opérations de convolution avec la PSF et de sous-échantillonnage, peut être formulée dans le cadre ADMM et effectuée de manière efficace.

4.2.3.1 Problème générique et séparation de variables

Considérons le problème d'optimisation générique suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & f_1(\mathbf{u}) + f_2(\mathbf{A}\mathbf{u}) \\ \text{t.q.} \quad & \mathbf{u} \in \mathbb{R}^{q_1} \end{aligned} \quad (4.10)$$

avec $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{p \times q_1}$ un opérateur connu et $f_1 : \mathbb{R}^{q_1} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ et $f_2 : \mathbb{R}^p \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ des fonctions convexes connues, avec $\bar{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$. La séparation de variables est une procédure simple qui consiste à créer une nouvelle variable, que l'on note \mathbf{v} , affectée comme argument de la fonction f_2 , sous la contrainte $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{u}$. Le cas le plus général s'écrit

$$\begin{aligned} \min \quad & f_1(\mathbf{u}) + f_2(\mathbf{v}) \\ \text{t.q.} \quad & \mathbf{u} \in \mathbb{R}^{q_1}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{q_2}, \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v} = \mathbf{c} \end{aligned} \quad (4.11)$$

avec ici $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{p \times q_1}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{p \times q_2}$, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^p$, $f_1 : \mathbb{R}^{q_1} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ et $f_2 : \mathbb{R}^{q_2} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ (on utilise de manière abusive la même notation pour f_2 que dans (4.10) en prenant $p = q_2$). La motivation implicite justifiant cette approche est que dans certaines situations, la résolution du problème avec contraintes (4.11) est plus simple que celle de la version non-contrainte (4.10) [Bioucas-Dias et Figueiredo, 2007; Yin et al., 2007; Goldstein et Osher, 2008; Esser, 2009].

4.2.3.2 Résolution par la méthode du Lagrangien augmenté (ALM/MM)

L'équation (4.11) peut être vue comme un problème d'optimisation avec p contraintes d'égalité linéaires. On peut alors définir le Lagrangien augmenté

$$\mathcal{L}_A(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}) = f_1(\mathbf{u}) + f_2(\mathbf{v}) + \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v} - \mathbf{c} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v} - \mathbf{c}\|_2^2 \quad (4.12)$$

avec $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^p$ le vecteur contenant les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes linéaires, $\beta \in \mathbb{R}_+$ une pénalité associée à la violation de ces contraintes et $\langle \cdot, \cdot \rangle$ le produit scalaire usuel associé à la norme euclidienne : $\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle = \|\mathbf{x}\|_2^2 \in \mathbb{R}_+$.

Étant donné un $\boldsymbol{\lambda}_0 \in \mathbb{R}^p$ initial, la méthode du Lagrangien augmenté (ALM, « augmented Lagrangian method »), parfois appelée méthode des multiplicateurs (MM), consiste alors à alterner, de manière itérative et séquentielle, entre la minimisation de $\mathcal{L}_A(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda})$ par rapport au couple (\mathbf{u}, \mathbf{v}) , à $\boldsymbol{\lambda}$ fixé, et la mise à jour de $\boldsymbol{\lambda}$, à (\mathbf{u}, \mathbf{v}) fixé. Ces différentes étapes sont synthétisées dans l'algorithme 4.1.

Entrée : $\beta \in \mathbb{R}_+$ et $\boldsymbol{\lambda}_0 \in \mathbb{R}^p$.

Sortie : $\hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{q_1}$ et $\hat{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{q_2}$.

1: *% Initialisation*

2: Fixer $k = 0$, choisir $\beta \in \mathbb{R}_+$ et un $\boldsymbol{\lambda}_0 \in \mathbb{R}^p$ initial.

3: **répéter**

4: *% Étape 1 : minimisation du AL par rapport à (\mathbf{u}, \mathbf{v})*

5: $(\mathbf{u}^{(k+1)}, \mathbf{v}^{(k+1)}) \in \operatorname{argmin} \mathcal{L}_A(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}^{(k)})$ t.q. $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{q_1}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{q_2}$

6: *% Étape 2 : mise à jour des multiplicateurs de Lagrange*

7: $\boldsymbol{\lambda}^{(k+1)} = \boldsymbol{\lambda}^{(k)} + \beta(\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} + \mathbf{B}\mathbf{v}^{(k+1)} - \mathbf{c})$

8: $k \leftarrow k + 1$

9: **jusqu'à** validation d'une condition d'arrêt.

ALGO. 4.1: Méthode du Lagrangien augmenté (ALM/MM) pour la résolution de (4.11).

Remarque. Quelque soit l'algorithme d'optimisation itératif considéré, une condition d'arrêt doit être définie. Elle peut être déterminée en fonction du nombre total d'itérations, en fonction de l'erreur entre les images restaurée et originale (quand cette dernière est connue) ou de la convergence d'un critère quelconque (PSNR, SSIM, etc.), ou encore en fonction de la MSE terme à terme de l'image restaurée, i.e., $\frac{1}{n} \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\|_2^2$. Des critères spécifiques aux méthodes ADMM seront étudiés dans la section correspondante. Dans la suite, sauf mention contraire, on optera pour un critère d'arrêt basé sur le nombre total d'itérations, qui a l'avantage d'assurer un temps de calcul constant pour tous les traitements. Notons que ce nombre maximum d'itérations est fixé en s'assurant que l'algorithme a correctement convergé.

Malgré sa popularité pour la résolution de problèmes d'optimisation génériques avec des contraintes d'égalité linéaires, l'implantation directe de la méthode ALM pour résoudre notre problème (4.11) n'est pas judicieuse. Cette approche briserait en effet la symétrie qu'il existe entre \mathbf{u} et \mathbf{v} et la structure séparable qui en découle, à la fois au niveau de la fonctionnelle et des contraintes. La minimisation simultanée du couple (\mathbf{u}, \mathbf{v}) n'est pas triviale car, dans la plupart des cas, elle fait intervenir des termes quadratiques non-séparables (et potentiellement non-lisses) qui ne peuvent pas être interprétés comme des opérateurs proximaux (voir la section suivante). Les techniques ADMM apportent une solution efficace à ce problème.

4.2.3.3 Résolution par la méthode des directions alternées (ADMM)

Plutôt que d'attaquer de front le problème (4.11), les méthodes ADMM [Eckstein et Bertsekas, 1992] utilisent une stratégie alternant les minimisations par rapport à \mathbf{u} et \mathbf{v} , en gardant à chaque fois l'autre variable fixée. Cette technique est connue dans la littérature sous l'appellation « non-linear block-Gauss-Seidel » [Ben-Tal et Nemirovski, 2001]. Les preuves de convergence de cette méthode

ont été démontrées par [Eckstein et Bertsekas \[1992, théorème 8\]](#). Les étapes de la méthode ADMM sont décrites dans l’algorithme 4.2.

Entrée : $\beta \in \mathbb{R}_+$, $\mathbf{v}_0 \in \mathbb{R}^{q_2}$ et $\boldsymbol{\lambda}_0 \in \mathbb{R}^p$.
Sortie : $\hat{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{q_1}$ et $\hat{\mathbf{v}} \in \mathbb{R}^{q_2}$.

- 1: *% Initialisation*
- 2: Fixer $k = 0$, choisir $\beta \in \mathbb{R}_+$, un $\boldsymbol{\lambda}_0 \in \mathbb{R}^p$ et un $\mathbf{v}_0 \in \mathbb{R}^{q_2}$ initiaux.
- 3: **répéter**
- 4: *% Étape 1 : minimisation du AL par rapport à \mathbf{u}*
- 5: $\mathbf{u}^{(k+1)} \in \operatorname{argmin} \mathcal{L}_A(\mathbf{u}, \mathbf{v}^{(k)}, \boldsymbol{\lambda}^{(k)}) \quad \text{t.q.} \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^{q_1}$
- 6: *% Étape 2 : minimisation du AL par rapport à \mathbf{v}*
- 7: $\mathbf{v}^{(k+1)} \in \operatorname{argmin} \mathcal{L}_A(\mathbf{u}^{(k+1)}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}^{(k)}) \quad \text{t.q.} \quad \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{q_2}$
- 8: *% Étape 3 : mise à jour des multiplicateurs de Lagrange*
- 9: $\boldsymbol{\lambda}^{(k+1)} = \boldsymbol{\lambda}^{(k)} + \beta(\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} + \mathbf{B}\mathbf{v}^{(k+1)} - \mathbf{c})$
- 10: $k \leftarrow k + 1$
- 11: **jusqu’à** validation d’une condition d’arrêt.

ALGO. 4.2: Méthode des directions alternées (ADMM) pour la résolution de (4.11).

Ainsi, la méthode ADMM hérite du cadre algorithmique des méthodes ALM avec l’avantage de minimiser \mathbf{u} et \mathbf{v} de manière séquentielle, via la résolution de deux sous-problèmes de complexité moindre. L’approche ADMM est en ce sens une variante des techniques ALM particulièrement adaptée à la résolution des problèmes structurés comme (4.11). Comparée aux approches ALM classiques, elle est plus adaptée au cas de fonctionnelles non-quadratiques, non-lisses et dont le gradient n’est pas Lipchitz différentiable² (voir [\[Ng et al., 2010\]](#) et [\[de Vieilleville et al., 2011\]](#) ainsi que les références se trouvant à l’intérieur). Enfin, cette méthode autorise des approximations internes (étapes 1 et 2) sans affecter la stabilité de la convergence [\[He et al., 2002\]](#), ce qui en fait un outil puissant et robuste comparé aux techniques classiques.

Une extension au cas où la fonctionnelle à minimiser dans (4.11) comporte plus de deux termes a été récemment proposée par [\[Afonso et al., 2010\]](#), en profitant de l’architecture ADMM qui se prête facilement à la parallélisation. Le problème générique s’écrit dans ce cas

$$\min \sum_{j=1}^J f_j(\mathbf{A}_j \mathbf{u}) \quad \text{t.q.} \quad \mathbf{u} \in \mathbb{R}^{q_1} \quad (4.13)$$

où les $f_j : \mathbb{R}^p \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$ sont des applications convexes et les $\mathbf{A}_j \in \mathbb{R}^{p \times q_1}$ des matrices arbitraires, pour $j = 1, 2, \dots, J$.

Ces techniques ADMM ont notamment été utilisées pour les problèmes de reconstruction (sans déconvolution) en IRM [\[Ramani et Fessler, 2011\]](#), pour l’estimation des caractéristiques du milieu ainsi

2. Une application $f : \mathcal{X} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est dite k -lipschitzienne s’il existe une constante $k \in \mathbb{R}_+$ telle que $\forall (x_1, x_2) \in \mathcal{X}^2, |f(x_1) - f(x_2)| \leq k|x_1 - x_2|$. Il s’agit d’une propriété de régularité plus forte que la continuité.

imagé en IRM [Allison *et al.*, 2013] et en tomographie photo-acoustique (PACT, « photoacoustic computed tomography ») [Huang *et al.*, 2013]. Des résultats concernant l'extrapolation de ces techniques au cas de conditions de bord non-circulaires sont présentées dans l'annexe A.

Remarque sur λ . Des algorithmes ADMM avancés permettent d'améliorer la vitesse de convergence de l'algorithme 4.2, par exemple en introduisant lors de l'étape 3 (mise à jour des multiplicateurs de Lagrange) un paramètre de relaxation sur β appartenant à l'intervalle $(0, \frac{1+\sqrt{5}}{2})$ [Ng *et al.*, 2010] ou encore en utilisant des méthodes de descente construites directement à partir des itérations \mathbf{u}_k et \mathbf{v}_k générées par l'ADMM [Eckstein et Bertsekas, 1992].

Remarque sur le critère d'arrêt. Les remarques formulées pour les méthodes ALM sont encore valables ici. Il existe cependant un critère spécifique à l'ADMM qui prend en compte les spécificités de son architecture. Ng *et al.* [2010] ont ainsi proposé un critère d'arrêt prenant la forme de la condition suivante :

$$\max \left(e_{\mathbf{y}^{(k)}}, e_{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}} \right) \leq \epsilon, \quad (4.14)$$

avec $\epsilon \in \mathbb{R}_+^*$ et $e_{\mathbf{y}^{(k)}}, e_{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}} \in \mathbb{R}_+$ les erreurs relatives définies comme

$$e_{\mathbf{y}^{(k)}} = \beta \left\| \mathbf{A}^T \mathbf{B} \left(\mathbf{y}^{(k)} - \mathbf{y}^{(k+1)} \right) \right\|_2, \quad (4.15a)$$

et

$$e_{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}} = \frac{1}{\beta} \left\| \boldsymbol{\lambda}^{(k)} - \boldsymbol{\lambda}^{(k+1)} \right\|_2. \quad (4.15b)$$

Remarque sur β . D'un point de vue théorique, les méthodes ADMM convergent pour n'importe quelle valeur de la pénalité $\beta \in \mathbb{R}_+^*$ [Ben-Tal et Nemirovski, 2001; He *et al.*, 2002]. Il peut cependant s'avérer nécessaire dans certaines situations d'ajuster ce paramètre de manière dynamique, au cours des itérations, afin d'atteindre les performances optimales. Les preuves de convergence de l'ADMM dans le cas d'une pénalité variable peuvent être trouvées dans [He *et al.*, 2002]. Deux principales approches sont envisageables pour cette stratégie [Ng *et al.*, 2010] : soit un changement de métrique dans le calcul du Lagrangien augmenté, avec une nouvelle norme et un produit scalaire associé faisant intervenir deux matrices symétriques définies positives, soit une mise à jour dynamique directe de β de la forme

$$\beta^{(k+1)} = \begin{cases} \frac{2}{3} \beta^{(k)} & \text{si } \min \left(e_{\mathbf{y}^{(k)}}, e_{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}} \right) \leq 0.9\epsilon, \\ \beta^{(k)} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.16)$$

4.2.4 Implantation ADMM

On montre ici que le formalisme ADMM est adapté à notre problème, moyennant une nouvelle formulation. Chacune des étapes décrites dans la section précédente peut être implantée de manière

efficace à l'aide d'opérations point à point et d'opérateurs proximaux disposant de solutions analytiques. Sans perte de généralité dans l'écriture des équations, on considère dans cette section le cas de l'*a priori* TV $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\nabla} \in \mathbb{R}^{2n \times n}$ en gardant à l'esprit que toute transformation linéaire $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{kn \times n}$ serait également valable, e.g., les opérateurs FT 2D ($k = 1$) ou 1D ($k = 2$ pour les 2 FT à l'instar des deux gradients dans le cas TV) et la matrice identité ($k = 1$).

4.2.4.1 Adaptation au formalisme ADMM

Plutôt que d'assimiler terme à terme les équations (4.4) et (4.11) sous leur forme non-contrainte³, l'architecture ADMM est plus adaptée à la formulation contrainte (4.3), qui peut se réécrire de manière équivalente

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\mathbf{\Omega}\|_1 \\ \text{t.q.} \quad & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{\Omega} \in \mathbb{R}^{n \times 2}, \mathbf{\Omega} = \mathbf{\Gamma}\mathbf{x}, \mathbf{z} \in \mathcal{Z}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

$\mathbf{\Omega} \in \mathbb{R}^{n \times 2}$ est un vecteur originellement de taille $2n$ remanié en une matrice de taille $n \times 2$ selon les deux composantes de $\mathbf{\Gamma}$ (dans le cas TV), comme explicité dans la section 4.2.2. \mathcal{Z} est un ensemble englobant la contrainte d'attache aux données de (4.3), en prenant soin de dissocier les composantes \mathbf{H} et \mathbf{S} :

$$\mathcal{Z} = \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n \quad \text{t.q.} \quad \mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} \text{ et } \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{z}\|_2^2 \leq \alpha \right\}. \quad (4.18)$$

Cette nouvelle formulation permet d'établir un lien direct avec le formalisme ADMM (4.11) en considérant les choix suivants :

- $\mathbf{u} = \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ et $\mathbf{v} = \text{vect}([\mathbf{\Omega}\mathbf{z}]) = [\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_2^T \mathbf{v}_3^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}$,
- $f_1(\mathbf{u}) = 0$ et $f_2(\mathbf{v}) = \|\mathbf{\Omega}\|_1 + \chi_{\mathcal{Z}}(\mathbf{z})$, avec $\chi_{\mathcal{Z}}$ la fonction indicatrice de l'ensemble \mathcal{Z} définie comme

$$\chi_{\mathcal{Z}}(\mathbf{z}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathbf{z} \in \mathcal{Z} \\ +\infty & \text{sinon} \end{cases}, \quad (4.19)$$

- $\mathbf{A} = [\mathbf{\nabla}_1^T \mathbf{\nabla}_2^T \mathbf{H}^T]^T \in \mathbb{R}^{3n \times n}$, $\mathbf{B} = -\mathbf{I}_{3n}$ et $\mathbf{c} = \mathbf{0}_{3n}$.

Notons que dans notre cas, $q_1 = n$ et $q_2 = p = 3n$. Le Lagrangien augmenté (4.12) s'écrit désormais plus simplement ($f_1 = 0$, $\mathbf{B} = -\mathbf{I}_{3n}$ et $\mathbf{c} = \mathbf{0}_{3n}$)

$$\mathcal{L}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}) = f_2(\mathbf{v}) + \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{v} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{v}\|_2^2, \quad (4.20)$$

avec les multiplicateurs de Lagrange regroupés dans un vecteur de longueur $3n$:

$$\boldsymbol{\lambda} = \text{vect}([\boldsymbol{\lambda}_1 \boldsymbol{\lambda}_2 \boldsymbol{\lambda}_3]) = [\boldsymbol{\lambda}_1^T \boldsymbol{\lambda}_2^T \boldsymbol{\lambda}_3^T]^T. \quad (4.21)$$

Les deux étapes de minimisation de l'algorithme ADMM 4.2 sont les principales difficultés ici et sont détaillées dans les sections suivantes.

3. Cette formulation conduit à un problème d'optimisation qui ne se résout pas de manière efficace.

4.2.4.2 Résolution de l'étape 1 : moindres carrés diagonalisables

L'étape 1 de l'algorithme ADMM 4.2 s'écrit

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(k+1)} &\in \underset{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} \mathcal{L}(\mathbf{u}, \mathbf{v}^{(k)}, \boldsymbol{\lambda}^{(k)}) \\ &= \underset{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} \left\langle \boldsymbol{\lambda}^{(k)}, \mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{v}^{(k)} \right\rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u} - \mathbf{v}^{(k)}\|_2^2. \end{aligned} \quad (4.22)$$

$\mathbf{u}^{(k+1)}$ est donc la solution d'un système linéaire au sens des moindres carrés qui s'écrit, en omettant les termes indépendants de \mathbf{u}

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \underset{\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} \boldsymbol{\lambda}^{(k)T} \mathbf{A}\mathbf{u} + \frac{\beta}{2} \left(\mathbf{u}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{u} - 2\mathbf{v}^{(k)T} \mathbf{A}\mathbf{u} \right). \quad (4.23)$$

L'équation normale que doit satisfaire la fonctionnelle de ce problème est

$$\mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}^{(k)} + \frac{\beta}{2} \left(2\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} - 2\mathbf{A}^T \mathbf{v}^{(k)} \right) = 0 \quad (4.24)$$

et conduit à l'équation caractéristique

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{A}^T \left(\mathbf{v}^{(k)} - \frac{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}}{\beta} \right). \quad (4.25)$$

La solution est alors donnée par

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \left(\mathbf{v}^{(k)} - \frac{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}}{\beta} \right). \quad (4.26)$$

En prenant en compte chacune des 3 composantes liées à ∇_1 , ∇_2 et \mathbf{H} , en notant que $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \nabla_1^T \nabla_1 + \nabla_2^T \nabla_2 + \mathbf{H}^T \mathbf{H}$ et en utilisant l'hypothèse de conditions au bord circulaires, les opérateurs inclus dans \mathbf{A} sont diagonalisables par FFT et la solution explicite se calcule rapidement comme

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{F} \left\{ \nabla_1^T \left(\mathbf{v}_1^{(k)} - \frac{\boldsymbol{\lambda}_1^{(k)}}{\beta} \right) \right\} + \mathcal{F} \left\{ \nabla_2^T \left(\mathbf{v}_2^{(k)} - \frac{\boldsymbol{\lambda}_2^{(k)}}{\beta} \right) \right\} + \mathcal{F} \left\{ \mathbf{H}^T \left(\mathbf{v}_3^{(k)} - \frac{\boldsymbol{\lambda}_3^{(k)}}{\beta} \right) \right\}}{\mathcal{F} \{ \nabla_1^T \nabla_1 + \nabla_2^T \nabla_2 + \mathbf{H}^T \mathbf{H} \}} \right\}. \quad (4.27)$$

Toutes les opérations sont effectuées point à point dans le domaine spectral et tous les opérateurs (∇_1 , ∇_2 et \mathbf{H}) sont calculés exclusivement par FFT à l'aide de matrices de taille $n_1 \times n_2$ (et non plus de taille $n \times n$), cf. annexe A.

4.2.4.3 Résolution de l'étape 2 : opérateurs proximaux

L'étape 2 de l'algorithme ADMM 4.2 s'écrit

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{(k+1)} &\in \underset{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{3n}}{\operatorname{argmin}} \mathcal{L}(\mathbf{u}^{(k+1)}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\lambda}^{(k)}) \\ &= \underset{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{3n}}{\operatorname{argmin}} f_2(\mathbf{v}) + \left\langle \boldsymbol{\lambda}^{(k)}, \mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} - \mathbf{v} \right\rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} - \mathbf{v}\|_2^2 \\ &= \underset{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{3n}}{\operatorname{argmin}} f_2(\mathbf{v}) + \frac{\beta}{2} \left\| \mathbf{v} - \left(\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}}{\beta} \right) \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (4.28)$$

où la dernière égalité est obtenue en ajoutant un terme indépendant de \mathbf{v} pour compléter la forme quadratique. Cette étape met en évidence l'équivalence entre les méthodes ADMM et split Bregman itérative [Goldstein et Osher, 2008; Esser, 2009].

Pour la résolution de cette dernière équation, on peut faire appel aux opérateurs proximaux, parfois appelés opérateurs de Moreau, qui ont été popularisés par des travaux comme ceux de Combettes et Wajs [2005]. L'opérateur proximal associé à la fonction convexe f est définie pour $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ par

$$\text{prox}_f(\mathbf{x}_0) = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\text{argmin}} f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|_2^2. \quad (4.29)$$

Ces opérateurs proximaux sont des outils très puissants pour la résolution de problèmes d'optimisation tels que (4.28) car dans certains cas, la solution est unique et peut être obtenue de manière analytique [Combettes et Wajs, 2005]. En particulier, si $f = \beta \|\cdot\|_1$, cet opérateur proximal particulier correspond à l'opération de seuillage doux. Pour $\mathbf{D}_0 \in \mathbb{R}^{kn \times n}$, en opérant composante par composante et en notant que $\|\cdot\|_2 = \|\cdot\|_2$ (cf. section 4.2.2), on a

$$\text{prox}_{\beta \|\cdot\|_1}(\mathbf{D}_0) = \text{soft}_{\beta}(\mathbf{D}_0) = \underset{\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{kn \times n}}{\text{argmin}} \beta \|\mathbf{D}\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_2^2. \quad (4.30)$$

On montre dans l'annexe C que l'équation (4.28) peut alors être résolue comme

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \text{prox}_{f_2/\beta} \left(\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}}{\beta} \right) \quad (4.31)$$

en notant

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \text{vect} \left(\left[\boldsymbol{\Omega}^{(k+1)} \mathbf{z}^{(k+1)} \right] \right). \quad (4.32)$$

On obtient

$$\boldsymbol{\Omega}^{(k+1)} = \text{soft}_{1/\beta} \left(\left[\nabla_1 \mathbf{u}^{(k+1)} \quad \nabla_2 \mathbf{u}^{(k+1)} \right] + \frac{\left[\boldsymbol{\lambda}_1^{(k)} \quad \boldsymbol{\lambda}_2^{(k)} \right]}{\beta} \right) \in \mathbb{R}^{n \times 2} \quad (4.33a)$$

et

$$\mathbf{S}\mathbf{z}^{(k+1)} = \frac{1}{1 + \zeta} \left(\mathbf{S} \left(\mathbf{H}\mathbf{u}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_3^{(k)}}{\beta} \right) + \zeta \mathbf{y} \right). \quad (4.33b)$$

avec $\zeta = \frac{1 + \sqrt{1 + c/\alpha}}{2}$, $c \in \mathbb{R}^+$ étant une constante solution d'une équation du second degré explicitée en annexe C.

Il est important de remarquer que lors cette dernière étape, seuls les éléments de $\mathbf{z}^{(k+1)}$ observés (i.e., ceux qui appartiennent à l'espace LR défini par \mathbf{S}) sont mis à jour. Pour terminer, notons qu'en pratique, on substitue à la matrice \mathbf{S} un masque binaire de taille $n_1 \times n_2$ (plutôt que les dimensions $m \times n$ définies précédemment) pour effectuer cette opération de manière efficace. Plus de détails peuvent être trouvés dans l'annexe A.

4.2.5 Résultats

La méthode proposée dans les sections précédentes a été évaluée à l'aide de plusieurs critères et sur des données variées, des images synthétiques pour lesquelles l'ensemble du processus de dégradation est connu jusqu'à des images US *in vivo*. Lorsque l'image théorique à restaurer est connue, des critères objectifs (PSNR, SSIM, cf. section 2.3.2) permettent d'attester du bon niveau de la restauration, ce qui n'est pas le cas des images US réelles dont la déconvolution ne sera évaluée qu'en termes de RG. Tous les résultats ont été obtenus avec une implantation MATLAB sous Windows 7, avec un processeur (CPU, « central processing unit ») Intel Xeon à 2.40 GHz et 4.0 Go de mémoire vive.

4.2.5.1 Images synthétiques classiques

On s'intéresse dans un premier temps au traitement d'images synthétiques, pour lesquelles le processus de dégradation est parfaitement maîtrisé, afin d'évaluer les différentes performances de notre algorithme. Toutes les données quantitatives liées à ces résultats sont regroupées dans les tableaux 4.3 (caractéristiques du modèle et paramètres de l'algorithme) et 4.4 (résultats quantitatifs). Les paramètres ADMM sont sélectionnés manuellement afin d'obtenir les meilleurs résultats.

Ici, la PSF est une fonction gaussienne 2D dont les variances dans chaque direction dépendent de la taille du support. On fixe pour une PSF de taille $a \times b$ des écarts types respectifs $\sigma_a = a^{\frac{1}{g}}$ et $\sigma_b = b^{\frac{1}{g}}$, avec par exemple $g = 3$. La valeur de k doit être suffisamment importante pour que l'essentiel de l'énergie de la PSF ainsi générée soit contenu dans son support fini. On caractérise ainsi directement l'étalement de la PSF par l'étendu de son support. Enfin, le SNR est calculé comme

$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{P_s}{\sigma^2} \quad (4.34)$$

avec P_s la puissance du signal utile (variance de l'image théorique) et σ^2 la puissance du bruit.

Lena

La figure 4.5 présente les premiers résultats obtenus avec l'image de Lena, pour un détail particulier de 80×80 pixels extraits de l'image originale de 512×512 pixels (figure 4.6).

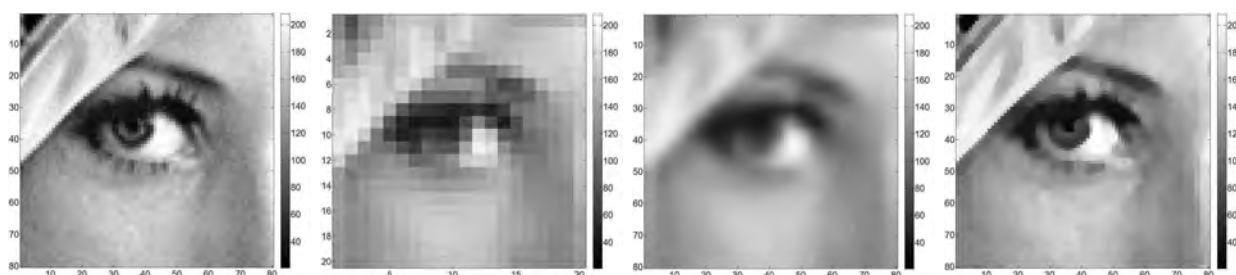


FIGURE 4.5 – Traitement ADMM de l'image de Lena (détails). De gauche à droite : images originale et observée (convolution avec une PSF gaussienne 2D, sous-échantillonnée et bruitée), résultats par interpolation bicubique et par l'approche ADMM proposée (avec une PSF parfaitement connue).



FIGURE 4.6 – Restauration de l'image complète de Lena. De gauche à droite et de haut en bas : images originale et observée, résultats par interpolation bicubique et par l'approche ADMM proposée.

Le facteur de sous-échantillonnage est fixé à 4 (version complète) 2 (détail) pour des valeurs de SNR de 30 et 40 dB (voir table 4.3). Les temps de calculs et les résultats quantitatifs correspondants sont synthétisés dans le tableau 4.4, pour les paramètres $\alpha = 0.1$ et $\beta = 0.2$: on note des gains de 5 dB pour le PSNR et de 4.5% pour le SSIM par rapport à la meilleure des interpolations, i.e., l'interpolation bicubique. Notons que les résultats obtenus par interpolation bicubique ne servent que de base à la comparaison et ne sont présentés ici que pour quantifier l'amélioration apportée par la méthode proposée, à l'image du critère ISNR. En effet, les méthodes classiques de déconvolution ne prennent pas en compte la matrice \mathbf{S} et rendent impossible l'utilisation des critères usuels tels que le PSNR ou le SSIM.

Image synthétique basique et fantôme de Shepp-Logan

Si les résultats précédents évaluent la capacité de l'algorithme à déconvoluer correctement l'image en présence de sous-échantillonnage, ceux présentés dans la figure 4.7 attestent plutôt de sa capacité de débruitage dans les mêmes conditions.

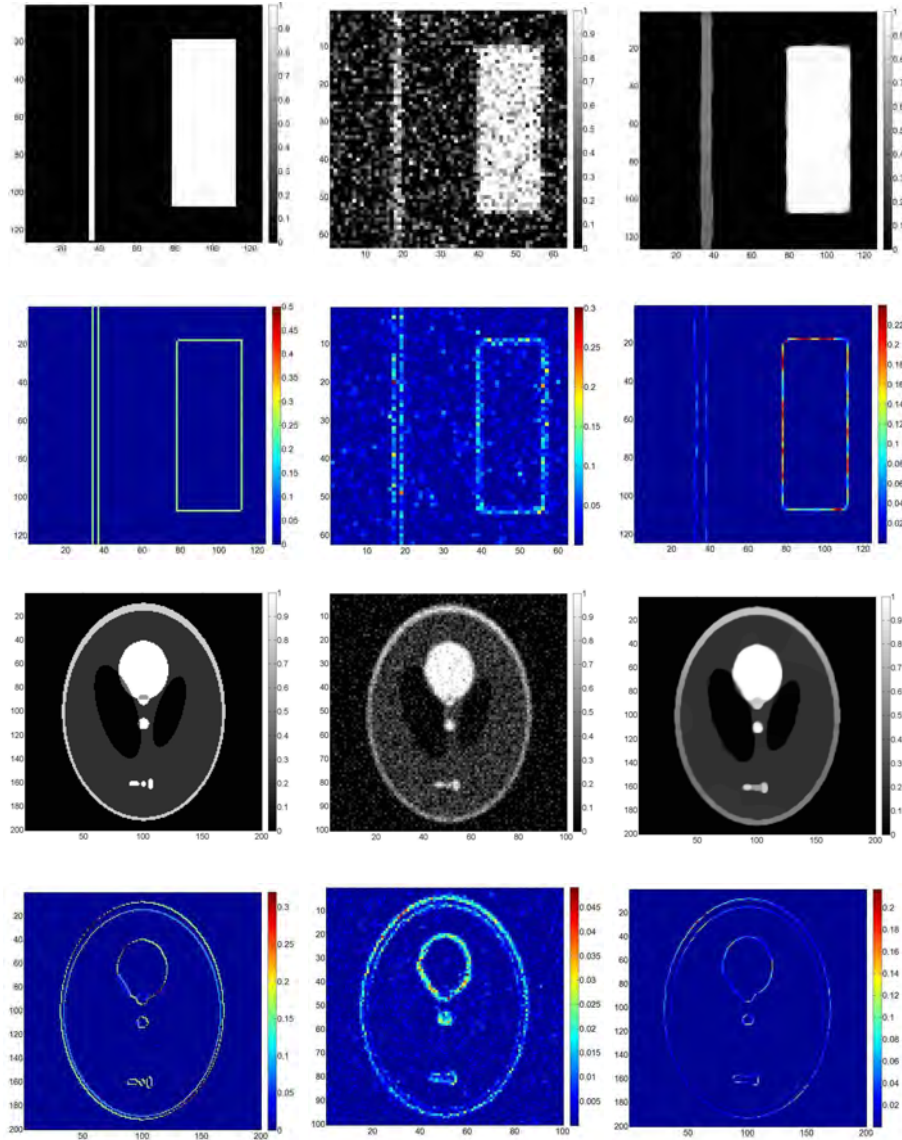


FIGURE 4.7 – Traitement ADMM d'images synthétiques. De gauche à droite : images originale, observée et restaurée par l'approche proposée. De haut en bas : données traitées (lignes 1 et 3) et variation totale (lignes 2 et 4).

Les images traitées sont une image synthétique simple et le fantôme de Shepp-Logan (200×200 pixels), très populaire en traitement d'images médicales, avec un SNR valant ici 5 et 10 dB respectivement. Cette figure présente la même gamme de résultats que précédemment, avec en supplément

les images correspondant au critère de parcimonie $\|\Gamma\mathbf{x}\|_1$, sa répartition spatiale et son évolution au fur et à mesure des dégradations et des traitements. Toutes les données et résultats sont présents dans les tables 4.3 et 4.4. Les gains en PSNR et en SSIM sont de l’ordre de 2 dB et 5%.

Il est intéressant de noter que la méthode proposée tente de reconstruire l’image originale en structurant les informations liées à la parcimonie (ici, la variation totale). On voit cependant la limite de notre méthode, dans ce cas précis, puisque le niveau global des dégradations ne permet pas de résoudre correctement les trois zones très limitées présentes dans la partie inférieure de l’image théorique du fantôme de Shepp-Logan. De même, concernant l’image synthétique basique, le niveau de la zone étroite sur la partie gauche n’est pas restaurée avec l’amplitude originale. Les résultats obtenus par interpolation bicubique, étant relativement limités en termes de déconvolution comme en terme de débruitage, ne sont plus représentés. Enfin, une étude d’un profil de ligne (horizontal) située à l’échantillon 60 du fantôme de Shepp-Logan, présentée sur la figure 4.8, permet de comprendre rapidement le comportement de la méthode proposée en 1D.

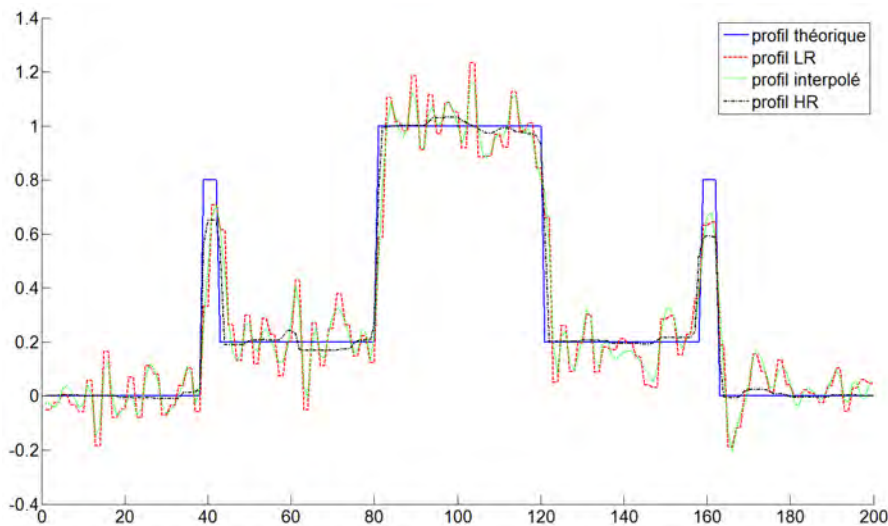


FIGURE 4.8 – Analyse d’un profil de ligne (horizontal) pour l’image du fantôme de Shepp-Logan.

Stabilité et vitesse de convergence de l’ADMM

La convergence de l’architecture ADMM peut être évaluée à l’aide des critères de performance classiques et de l’erreur MSE terme à terme, mais également via l’étude des énergies liées à la fonctionnelle du problème d’optimisation (4.4) que l’on désire minimiser. Toutes ces informations sont présentées dans les figures 4.9 et 4.10, pour le traitement de l’image de Lena. On peut notamment remarquer que lors des premières itérations, l’énergie de la contrainte du problème d’optimisation $\|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2$ sert de variable d’ajustement pour la convergence de l’algorithme ADMM. Ce n’est qu’à partir de la 10ème itération qu’elle décroît réellement de manière monotone.

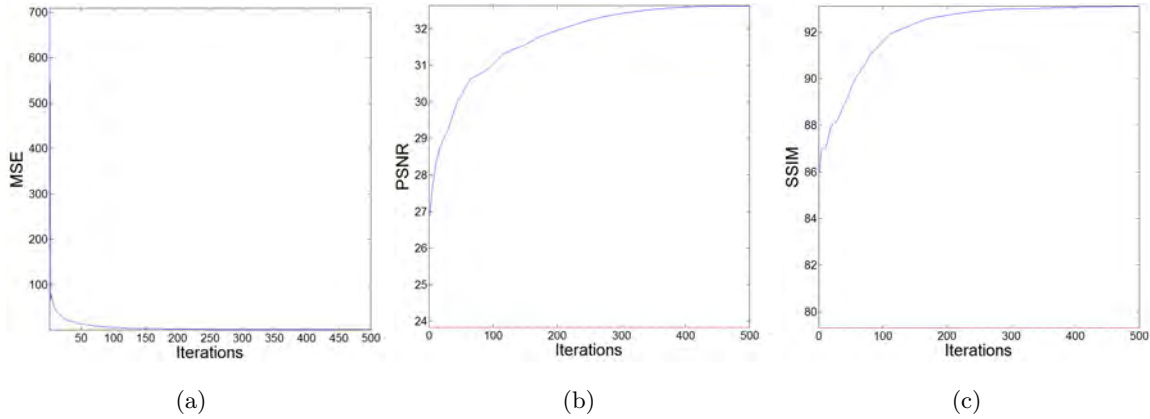


FIGURE 4.9 – Analyse des performances ADMM, en termes de (a) MSE terme à terme, (b) de PSNR et (c) de SSIM.

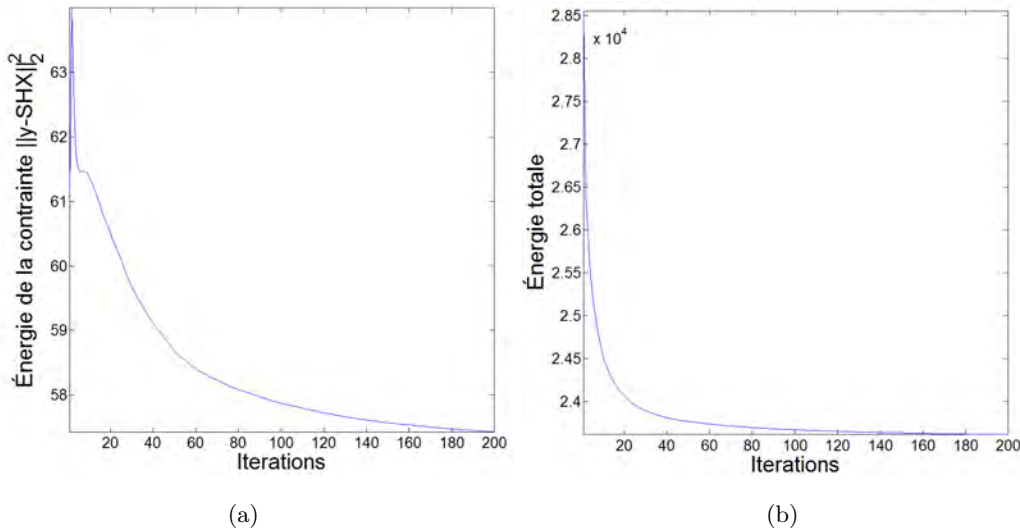


FIGURE 4.10 – Analyse des performances ADMM via (a) l'énergie de la contrainte $\|\mathbf{y} - \mathbf{SH}\mathbf{x}\|_2^2$ et (b) et l'énergie totale de la fonctionnelle.

Études de sensibilité

L'architecture ADMM converge, en théorie, quelle que soit la valeur du paramètre β . La figure 4.11 illustre cette propriété pour la restauration de l'image de Lena, pour différentes valeurs de β proches de la valeur optimale. On note que si la convergence est effectivement assurée dans chacun de ces cas, la vitesse est directement affectée par la valeur de ce paramètre.

Enfin, il peut être intéressant d'apprécier l'influence du paramètre α lié à l'attache aux données. La figure 4.12 illustre ce comportement, avec plusieurs valeurs de ce paramètre autour de la valeur considérée comme optimale. Plus α croît, plus la contrainte d'attache aux données est relaxée au profit de la contrainte TV de parcimonie : l'algorithme favorise dans ce cas les solutions constantes

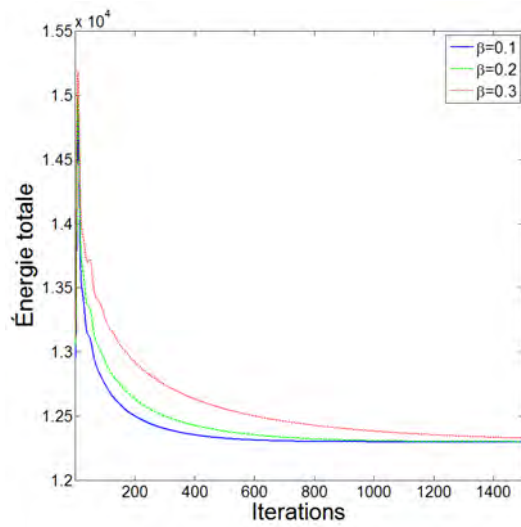


FIGURE 4.11 – Étude de sensibilité pour le paramètre β .

par morceaux dont la TV est minimale. Inversement, si α décroît, le bruit présent dans les observations est peu à peu considéré comme une information utile et corrompt la qualité de la restauration.

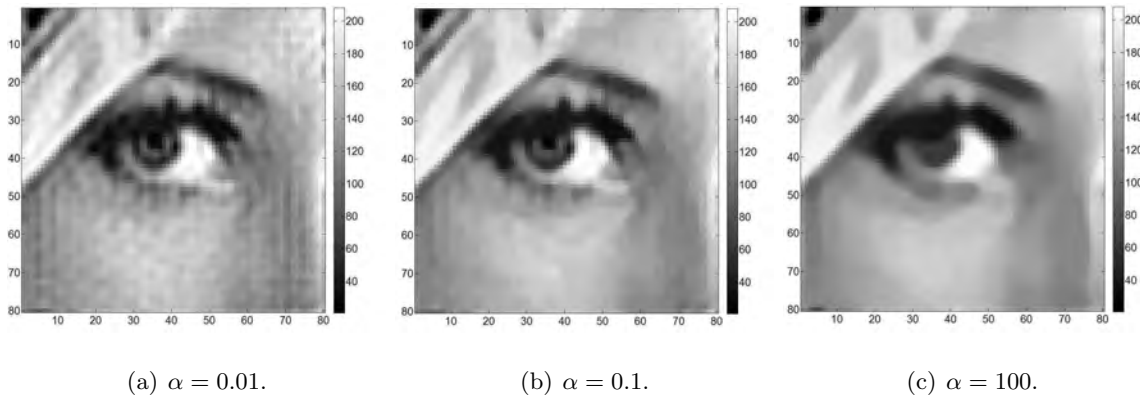


FIGURE 4.12 – Étude de sensibilité pour le paramètre α .

Il existe toutefois pour chacun de ces deux paramètres une plage de valeurs confortable qui garantit une restauration de bonne qualité.

Les tableaux suivants regroupent l'ensemble des données de simulation, avec les caractéristiques du modèle (table 4.3) et les résultats quantitatifs (table 4.4).

4.2.5.2 Signaux ultrasonores synthétiques

Dans cette partie, on étudie le cas intermédiaire de signaux US synthétiques (1D et 2D) générés à l'aide de PSF simulées ou estimés. Toutes les données et résultats quantitatifs sont comme précédemment synthétisés dans les tableaux 4.3 et 4.4.

Images	Taille	S	H	SNR (dB)	Nb. itér.	α	β
Lena 1	512×512	4	Gaussienne (15×15)	30	100	0.1	0.2
Lena 2	80×80	2	Gaussienne (15×15)	50	100	0.1	0.2
Synthétique	200×200	2	Gaussienne (9×9)	5	100	8	0.1
Shepp-Logan	200×200	2	Gaussienne (9×9)	10	100	5	0.1
Diffuseurs 1	22×22	2	FIELD II (15×15)	50	3000	0.1	0.2
Diffuseurs 2	65×65	2	Estimée (65×65)	5	1000	8	0.01

TABLE 4.3 – Caractéristique du modèle d’observation et paramètres de l’algorithme pour la restauration par ADMM de toutes les images synthétiques.

Images	PSNR		SSIM		Temps CPU (s)
	Interpolation	ADMM	Interpolation	ADMM	
Lena 1	24.1	29.3	94.1	98.5	40.1
Lena 2	23.8	31.1	92.9	98.7	4.8
Synthétique	18.8	20.4	94.1	96.1	6.1
Shepp-Logan	20.7	22.1	89.2	94.3	8.4
Diffuseurs 1	24.1	30.9	24.2	87.8	14.8
Diffuseurs 2	20.7	26.1	19.9	67.3	32.0

TABLE 4.4 – Critères de performances et temps de calcul pour toutes les images synthétiques.

Signal ultrasonore 1D

La figure 4.13 montre le traitement d’un signal US synthétique généré à l’aide d’une PSF analytique, cf. équation (4.2). Le signal utile est composé de 16 diffuseurs d’intérêt (représentés par les impulsions verticales rouges sur la figure) et on fixe $s_r = 2$ et le SNR à 50 dB afin de se concentrer dans un premier temps sur les aspects liés à la déconvolution. Les paramètres ADMM sont tels que $\alpha = 0.1$ et $\beta = 1$, pour un total de 1000 itérations. Ainsi, lorsque toutes les caractéristiques du modèle sont connues, il est possible de reconstruire avec une bonne précision le signal correspondant à la TRF. La FWHM, calculée à partir du signal enveloppe, est diminuée d’un facteur 16 et le RG vaut ici 5.0. Ces critères quantifient ainsi l’amélioration pour l’image déconvoluée et la capacité de l’algorithme à retrouver la TRF. Le PSNR n’indique quant à lui qu’une valeur de 13.05 dB, illustrant la limitation de

ce genre de critères pour l'évaluation des performances des techniques de déconvolution en imagerie US.

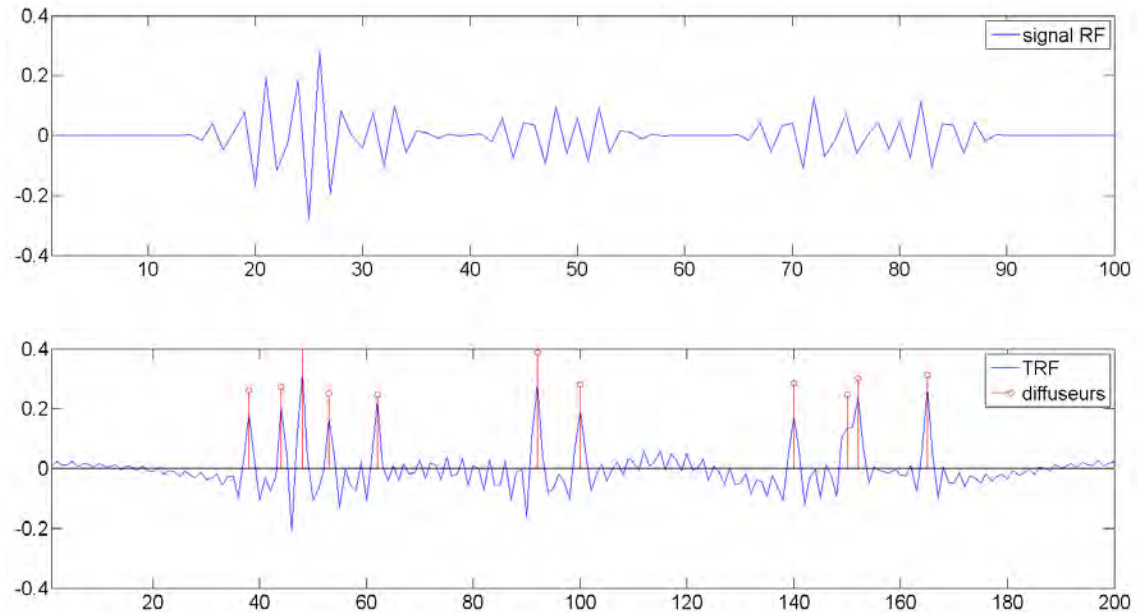


FIGURE 4.13 – Traitement ADMM 1D pour la résolution de diffuseurs. De haut en bas : signal RF observé et résultat ADMM. La position et l'amplitude des diffuseurs théoriques sont indiquées en rouge sur le graphe inférieur.

Image ultrasonore enveloppe

On s'intéresse maintenant au cas de la déconvolution d'une image US en mode enveloppe, avant de traiter le cas des signaux RF en 2D. La figure 4.14 montre le résultat du traitement d'une image synthétique très simple, constituée de deux diffuseurs et dont la PSF (fréquence centrale de 3 MHz) a été préalablement simulée sous FIELD II. Les autres paramètres restent inchangés (tableaux 4.3 et 4.4). La figure 4.14 montre clairement que le processus de dégradation transforme les deux diffuseurs distincts en une observation d'une réponse en apparence unique qui ne permet pas de distinguer les deux points sources. Pour le traitement de cette image, on étudie l'influence du critère de régularisation ℓ_1 à travers deux formulations : le cas $\Gamma = \nabla$ (*a priori* TV) et le cas $\Gamma = \mathbf{I}$ (*a priori* de parcimonie formulé directement dans le domaine spatial). Au bout de 1000 itérations, ce dernier a permis une convergence plus rapide vers la solution optimale, l'image originale étant naturellement plus en adéquation avec cette formulation.

L'hypothèse formulée sur le domaine parcimonieux a donc non seulement une influence sur la nature de l'image restaurée en favorisant certaines solutions, mais également sur la qualité de la convergence (vitesse et stabilité) des algorithmes comme l'ADMM. La figure 4.15 étudie en outre le profil de ligne passant par les deux diffuseurs pour les images théorique, observée (rehaussée sur le graphe pour une

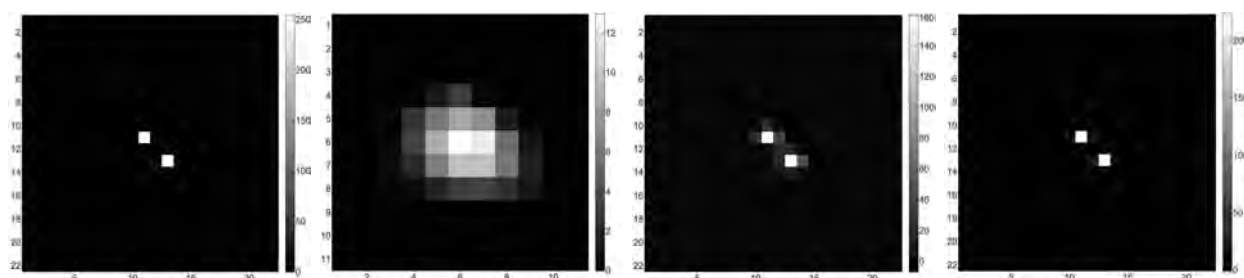


FIGURE 4.14 – Traitement ADMM 2D simple pour la résolution de diffuseurs. De gauche à droite : image originale, image observée et résultats par l’approche proposée avec *a priori* TV et avec *a priori* de parcimonie dans le domaine spatial.

meilleure lisibilité) et restaurée par ADMM dans le cas des deux *a priori* proposés précédemment. La restauration des deux diffuseurs originaux à partir des observations apparaît alors de manière claire sur ce graphe.

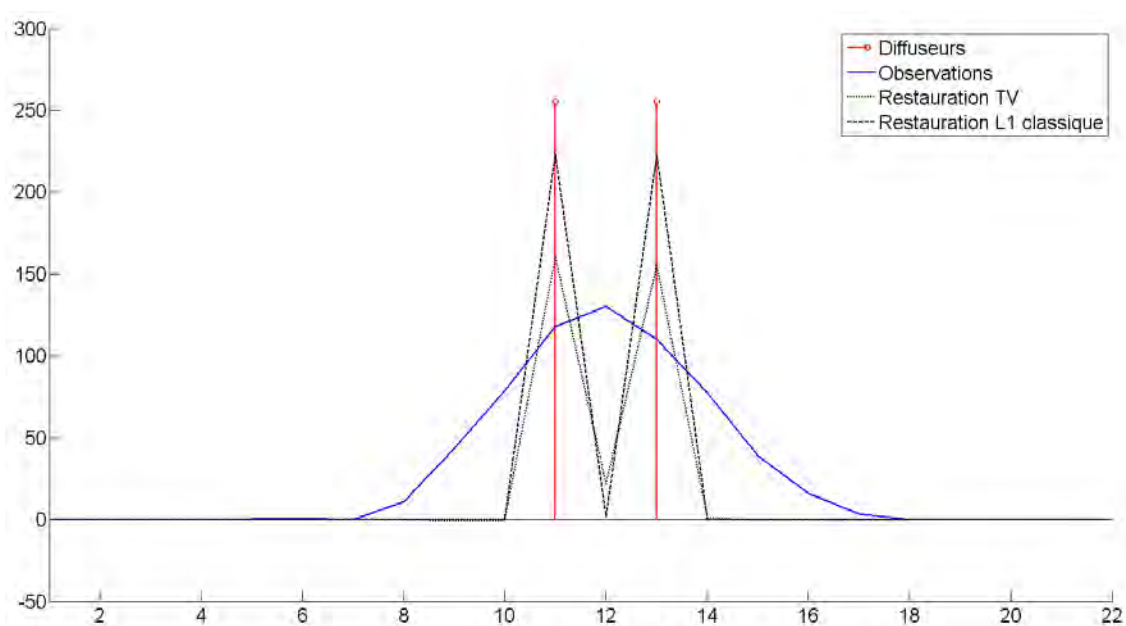


FIGURE 4.15 – Analyse d’un profil de ligne pour la déconvolution de deux diffuseurs.

Image ultrasonore RF

Afin de tester les capacités de la méthode proposée, on étudie le cas d’une image ultrasonore RF avec un faible SNR fixé à 5 dB. Comme le montre la figure 4.16, ce cas très bruité n’est pas réaliste mais permet d’évaluer les limites de performances de l’algorithme. Encore une fois, toutes les données relatives à cette section peuvent être trouvées dans les tableaux 4.3 et 4.4.

L’image est restaurée avec un PSNR de 26.1 dB (amélioration de 5 dB par rapport à l’image HR

obtenue par interpolation) et un SSIM de 67% (amélioration de 47%). Les observations sont représentées sur la figure 4.16 en RF et en mode B alors que les images théorique et restaurée le sont uniquement en échelle naturelle.

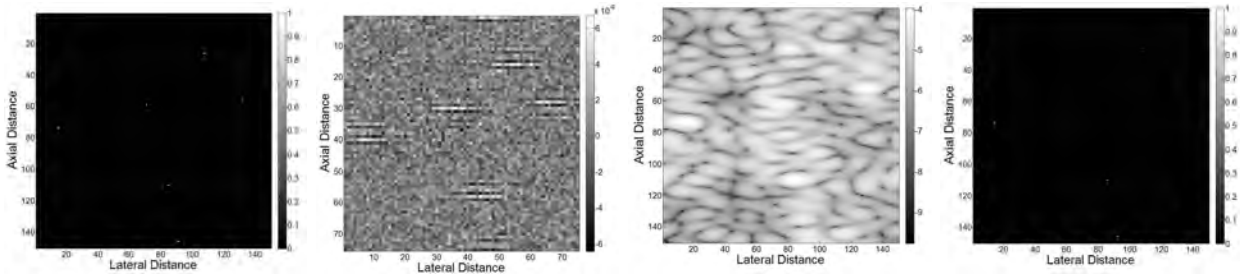


FIGURE 4.16 – Traitement ADMM 2D plus complexe pour la résolution de diffuseurs. De gauche à droite : image originale, image observée (visualisations RF et mode B) et résultat par ADMM.

Dans ces conditions, il est donc possible de retrouver la position et l’amplitude des diffuseurs d’intérêt avec une précision correcte. Toutefois, lorsque les caractéristiques du modèle d’observation sont fixés, il peut s’avérer impossible de retrouver complètement les diffuseurs d’intérêt si leur densité est trop élevée. Cette limite est illustrée sur la figure 4.17 dans laquelle tous les diffuseurs ne sont pas restaurés.

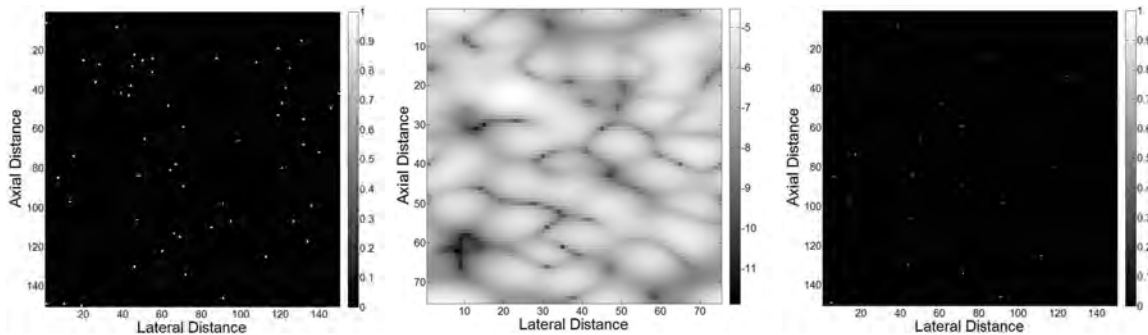


FIGURE 4.17 – Limites du traitement ADMM pour la résolution de diffuseurs. De gauche à droite : image originale, image observée (visualisation en mode B) et résultat par l’approche proposée.

4.2.5.3 Images ultrasonores *in vivo*

Les derniers résultats concernent des données RF *in vivo* d’un rein et d’une vessie de souris, obtenues à l’aide d’un transducteur fonctionnant à 25 MHz. La PSF est ici estimée par filtrage homomorphique 2D comme décrit dans la section 4.2.1. Les paramètres ADMM et les performances évaluées via le RG sont regroupés dans la table 4.5.

La figure 4.18 montre l’image originale, l’image traitée par l’algorithme de débruitage [Chambolle](#)

[2004] et les résultats obtenus par ADMM, toutes les données étant représentées en mode B. Les paramètres de l'algorithme de Chambolle [2004] sont $\lambda = 1$ (équivalent du β dans notre cas), $\tau = 0.25$ (équivalent de α) et un nombre d'itérations fixé à 200. Notons que cet algorithme ne prend pas en compte la matrice de sous-échantillonnage dans son modèle d'observation.

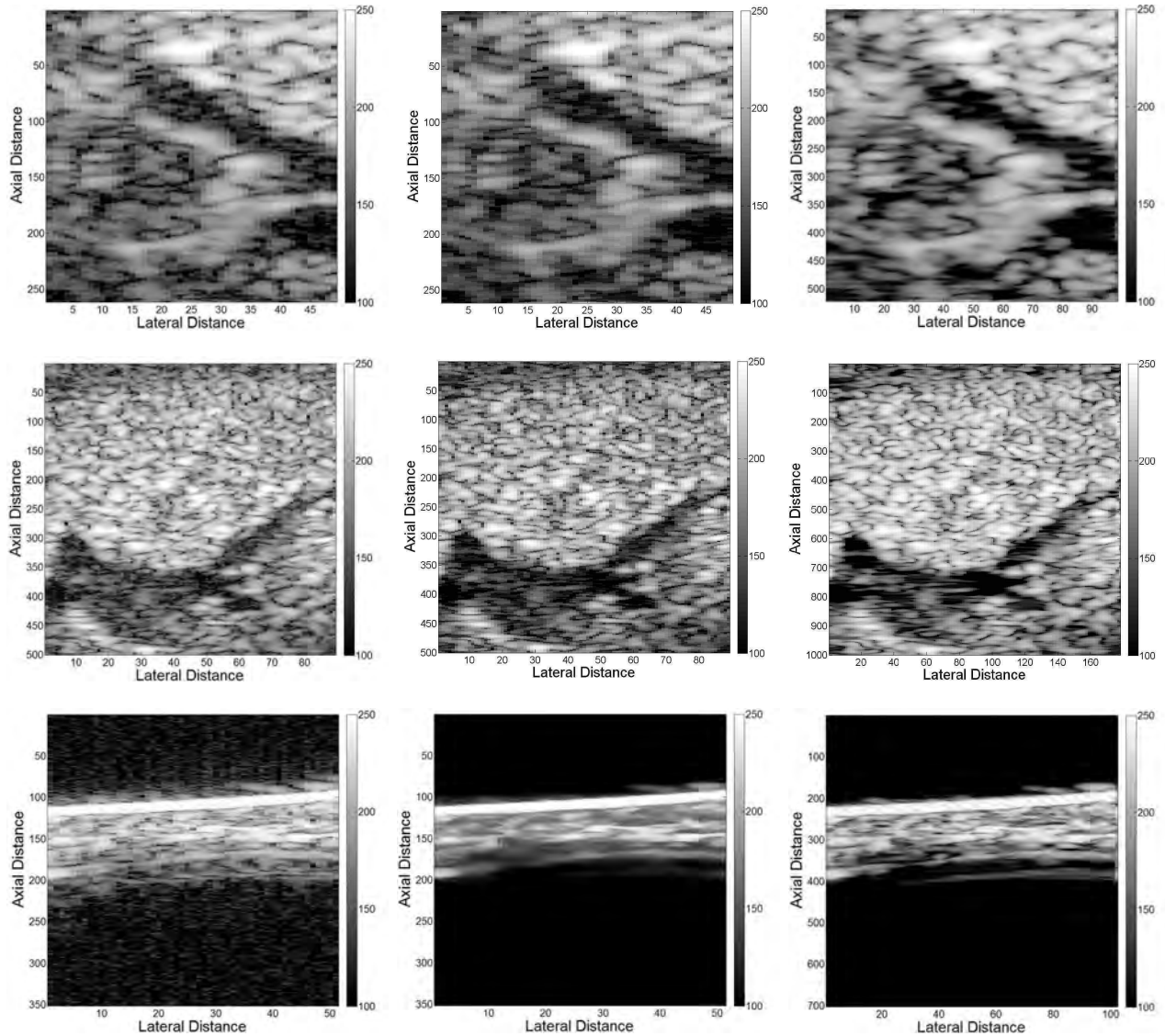


FIGURE 4.18 – Traitement ADMM d'images *in vivo* de rein et de vessie de souris. De gauche à droite : image originale, résultat de l'algorithme de [Chambolle, 2004] et résultats par l'approche ADMM proposée. De haut en bas : deux détails de l'image US. Tous les traitements portent sur les données RF mais les résultats sont représentés en mode B.

Le critère RG vaut 2.4 pour la première image restaurée par ADMM (respectivement 2.6 pour la seconde) et 1.2 pour celle restaurée par [Chambolle, 2004] (respectivement 1.1 pour la seconde).

Notons que cet algorithme est très sensible au choix de ses paramètres notamment concernant λ mais qu’il est très rapide : les temps de calculs sont de 2.5 secondes (8.2 en ADMM) pour la première image et de 9.0 secondes (30.8 en ADMM) pour la seconde. Si les critères quantitatifs indiquent

Images (détails)	Observations			Paramètres				Critère RG	
	Taille	S	H	Nb. itér.	α	β	CPU (s)	Chambolle	ADMM
Rein 1	260×50	2	Estimée (FH)	100	10	0.8	8.2	1.2	2.4
Rein 2	500×90	2	Estimée (FH)	100	10	0.8	30.8	1.1	2.6
Vessie 1	350×50	2	Estimée (FH)	200	20	1	21.2	0.4	1.5

TABLE 4.5 – Caractéristiques quantitatives de la restauration d’images ultrasonores RF *in vivo*. FH : filtrage homomorphique.

clairement un gain en résolution pour l’image du rein, on remarque que le traitement de l’image de la vessie donne lieu à une légère amélioration (traitement ADMM proposé) voire à une dégradation (traitement par [Chambolle, 2004]) du RG. En effet, les images US de la vessie étant beaucoup plus bruitées que celle du rein, les algorithmes doivent fournir un effort de débruitage supplémentaire et limitent de fait l’amélioration d’un tel critère (qui est maximal en présence d’un bruit blanc, cf. section 2.3.2). Le traitement de ces données de vessie illustrent en outre l’importance de la prise en compte des matrices **H** et **S**. En effet, si les deux résultats illustrés sur la figure 4.18 attestent de l’intérêt du débruitage des algorithmes respectifs, le traitement ADMM avec déconvolution et sur-échantillonnage limite le gommage des détails inhérent à la formulation TV et s’adapte à la diversité des cas traités en imagerie US.

Enfin, les figures 4.19 et 4.20 montrent le résultat du traitement global des images entières *in vivo* de rein et de vessie de souris. Les caractéristiques de la restauration sont les mêmes que pour le traitement des détails abordé plus haut et peuvent être trouvées dans le tableau 4.5. Les temps de calcul pour ces images de 2048×512 pixels sont d’environ 2 minutes. Les paramètres utilisés pour la restauration des images US sont sensiblement les mêmes. Le critère RG nécessitant le calcul de fonctions d’autocorrélation 2D de taille $n \times n$ (i.e, environ $10^6 \times 10^6$ pour les images *in vivo* traitées ici), il ne peut être estimé directement depuis ces images de grandes dimensions.

La restauration globale de ces images nous renseigne sur de nombreux aspects importants des techniques de déconvolution en imagerie US.

Ces données ont été restaurées à l’aide d’une seule PSF (considérée comme invariable sur l’ensemble des images) et montrent que cette hypothèse simplificatrice permet d’obtenir des résultats intéressants. La restauration par ADMM permet de mettre en évidence les vascularisations du rein (figures 4.18 et 4.19) et de mieux délimiter ses contours. Dans le cas général, le traitement des images dans leur ensemble est toutefois plus sensible que celui des détails car l’appréciation du niveau de bruit

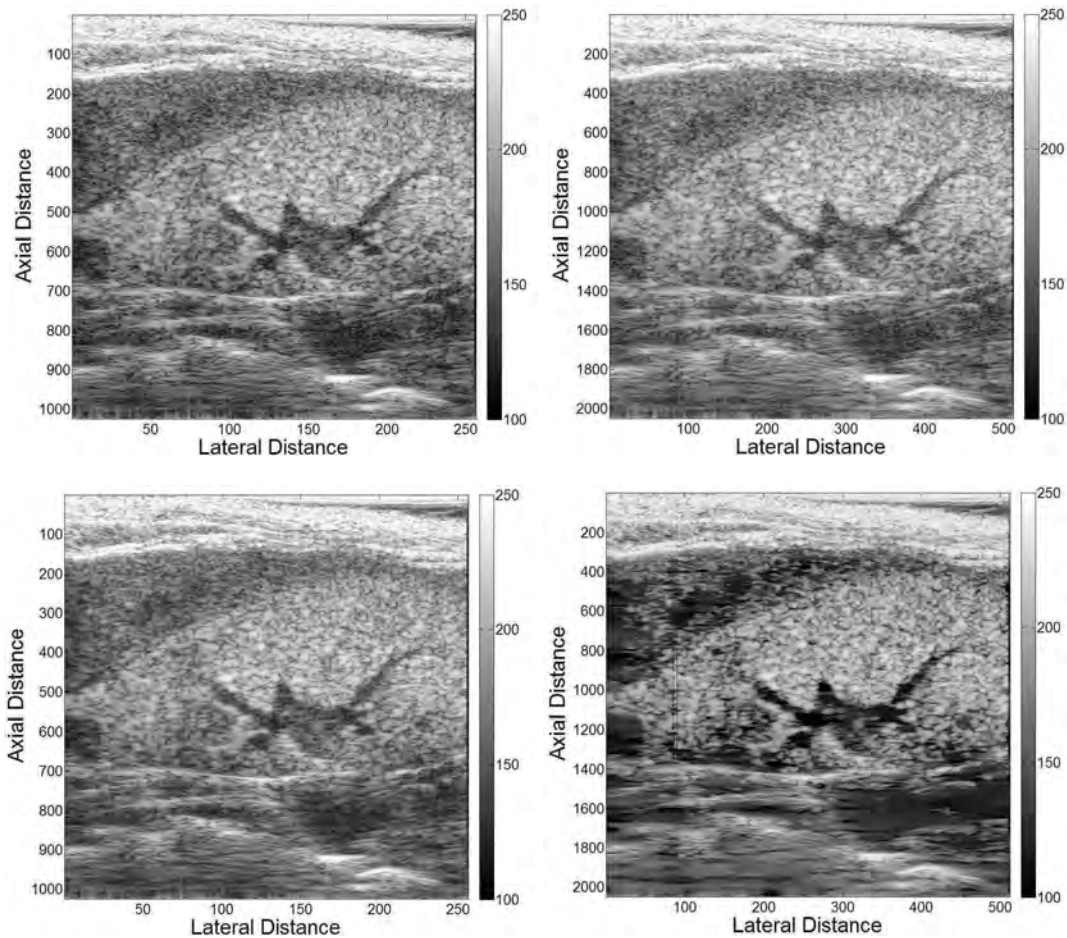


FIGURE 4.19 – Restauration de l’image ultrasonore d’un rein de souris. De gauche à droite et de haut en bas : images originale, interpolée, restaurée par [Chambolle, 2004] et par ADMM avec un *a priori* TV. Tous les traitements portent sur les données RF mais les résultats sont représentés en mode B.

(nécessaire pour fixer le paramètre α) est moins évident. Ces aspects se remarquent plus particulièrement dans la partie inférieure de l’image, où les caractéristiques de sa formation sont moins bien maîtrisées. Soulignons enfin que les méthodes prenant en compte la matrice de sous-échantillonnage (interpolation et méthode proposée) dans leur modèle mettent en évidence la perte de certaines lignes RF de l’image, notamment au niveau de l’échantillon latéral 90, cette dernière étant due au balayage mécanique de la sonde utilisée.

Le traitement des données de vessie (figures 4.18 et 4.20) illustre un aspect différent, cette dernière comportant des zones fortement bruitées (intérieur de la vessie). Un débruitage direct [Chambolle, 2004] dans ces conditions occasionne une perte notable du signal utile, notamment au niveau de la membrane. La prise en compte des dégradations supplémentaires via la formulation ADMM permet cependant de tempérer le débruitage en conservant un niveau de détail supérieur dans les zones d’intérêt, au niveau des parois de la vessie.

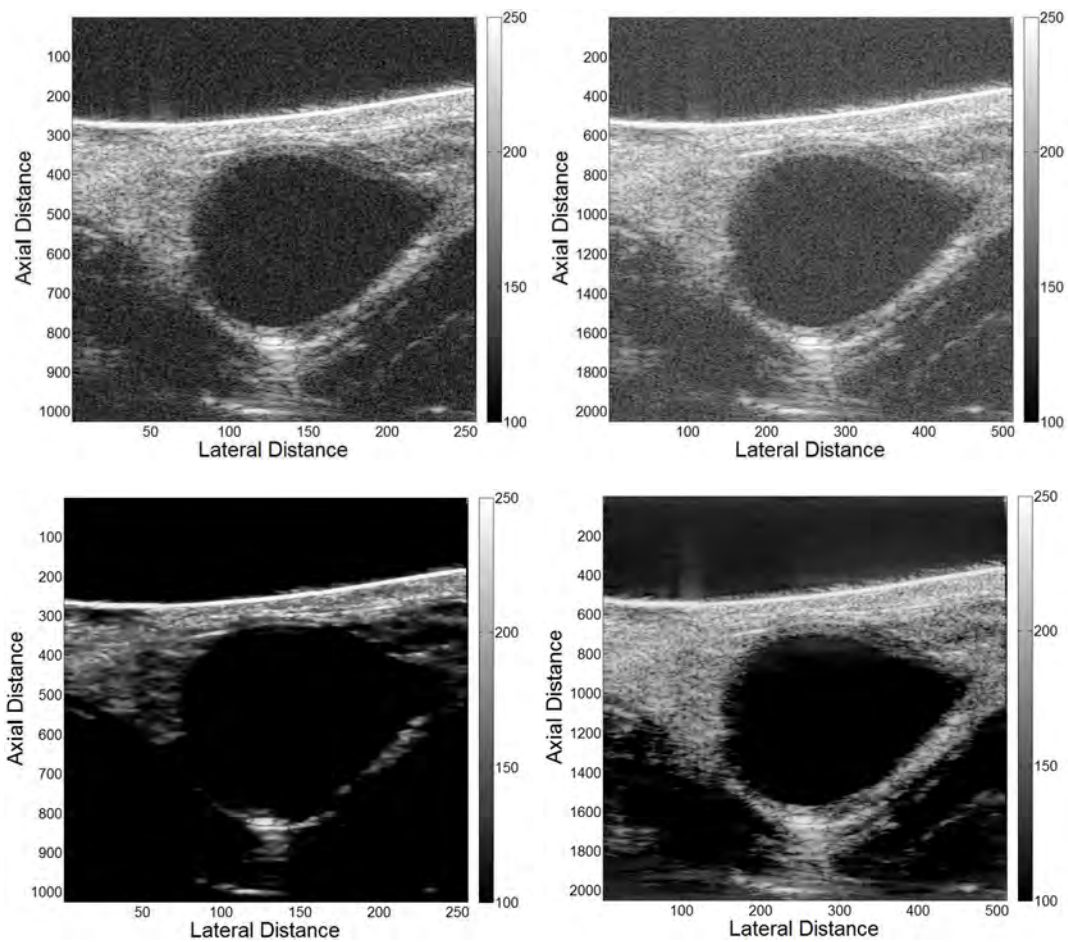


FIGURE 4.20 – Restauration de l'image ultrasonore d'une vessie de souris. De gauche à droite et de haut en bas : images originale et interpolée, résultats par [Chambolle, 2004] et par ADMM avec un *a priori* TV. Les traitements portent sur les données RF et sont représentés en mode B.

4.2.6 Conclusion intermédiaire

Nous avons vu dans cette première section que lorsque les paramètres du modèle d'observation sont bien connus, la restauration de l'image haute résolution peut s'effectuer dans de bonnes conditions. Même dans le cas de fortes dégradations, une régularisation efficace du problème d'optimisation original accompagné d'une résolution robuste permettent d'atteindre des résultats intéressants.

Une hypothèse forte limite toutefois les performances de cette méthode : la connaissance supposée parfaite de la réponse impulsionnelle spatiale du système. Cette limitation apparaît de manière évidente dans la restauration des images ultrasonores *in vivo* pour lesquelles les paramètres ne sont pas parfaitement maîtrisés et ne permettent pas d'accéder à un niveau de performances comparable aux données synthétiques. La section qui suit tentera ainsi d'élargir le cadre de cette approche par déconvolution classique, en explicitant des hypothèses différentes et en proposant un cadre algorithmique efficace, dans la lignée de la méthode proposée dans cette partie.

4.3 Seconde approche : déconvolution semi-aveugle

Nous avons proposé dans la section précédente une méthode d'optimisation efficace pour l'amélioration de la résolution par déconvolution. Même dans le cas où la PSF n'est pas connue, son estimation est effectuée *a priori* et n'évolue plus une fois cette étape terminée. Il s'agit pourtant d'une phase cruciale dans toutes les méthodes de déconvolution, pour les approches séquentielles comme concurrentes (cf. section 2.3.4.5), et des erreurs même mineures à ce niveau peuvent conduire à de très mauvais résultats [Taxt, 1995; Michailovich et Tannenbaum, 2007; Takahata *et al.*, 2012]. Par ailleurs, on a vu que l'estimation classique par filtrage homomorphique de la PSF en imagerie US est une technique rapide mais sans aucune garantie quant à sa précision, et plus particulièrement dans le cas où l'on considère des images US diversifiées pour lesquelles l'hypothèse de phase minimale n'est pas toujours valable [Jensen et Leeman, 1994]. L'influence de ces erreurs d'estimation de la PSF est illustrée de manière schématique sur la figure 4.21, dans le cas de la déconvolution d'une image classique. Un détail de l'image de Lena est restauré dans les mêmes conditions que précédemment (voir la section 4.2.5 pour les paramètres du modèle), à la différence près que deux PSF gaussiennes différentes sont utilisées ici : la première correspond à celle qui a été effectivement utilisée dans le processus de dégradation, avec un support de taille 5×5 et un écart type $\sigma = 1.73$; l'écart type de la seconde est fixé à 2.24. Les résultats présentés sur la figure 4.21 ont été obtenus en ajustant les paramètres α et β , dans chacun des cas, afin d'obtenir les meilleures performances. Les PSNR respectifs sont de 31.1 et 27.3 dB.

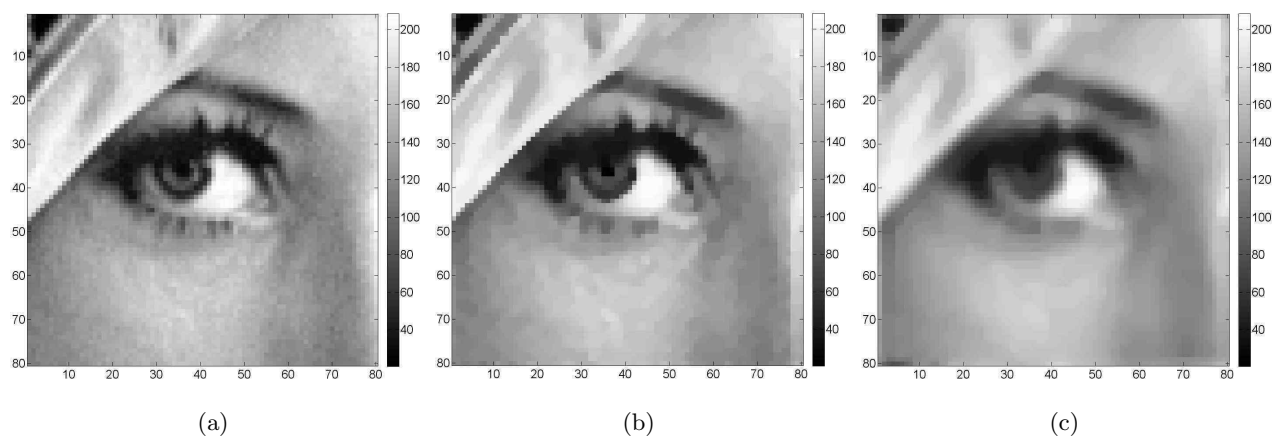


FIGURE 4.21 – Restauration ADMM avec une erreur sur la PSF. La figure présente (a) l'image originale, (b) l'image restaurée avec la vraie PSF et (c) l'image restaurée avec une PSF erronée. Les paramètres ADMM ont été sélectionnés afin d'obtenir les meilleurs résultats dans chacun des cas.

Il apparaît ainsi intéressant d'étudier le cas certes plus complexe de l'estimation conjointe de l'image HR et de la PSF afin d'améliorer la robustesse de la déconvolution. Certains travaux ont étudié la faisabilité de cette approche dans le cas de l'imagerie optique, en modélisant l'erreur d'estimation

commise sur la PSF dans un domaine de parcimonie adapté [Almeida et Almeida, 2010; Ji et Wang, 2012] dans le cas de méthodes de résolution numérique classique de type descente de gradient. Ces travaux se sont appuyés sur les premiers résultats obtenus par Chan et Wong [1998] dans le cas d'un *a priori* TV formulé sur la PSF pour sa régularisation. Notons également que Yu *et al.* [2012a] ont proposé une approche basée sur le formalisme multicanal en travaillant exclusivement dans le domaine spectral.

4.3.1 Formulation du problème de déconvolution semi-aveugle

L'approche proposée ici diffère des techniques classiques de déconvolution aveugle. Plutôt que d'estimer la PSF *a priori* par filtrage homomorphique (classique ou généralisé) et de considérer cette estimation comme définitive, plutôt que d'estimer directement la PSF de manière concurrente dans le cadre d'un problème d'optimisation généralisé, notre stratégie consiste à prendre en compte le fait que le filtrage homomorphique classique produit une estimation rapide mais approximative de la PSF. Une fois cette estimation réalisée, nous proposons d'intégrer le raffinement de son estimation à l'architecture proposée dans la section précédente, en complétant la fonctionnelle associée (4.4) avec un terme de régularisation adapté. Il ne s'agit donc ni d'une déconvolution aveugle, dans le sens où des informations sur la PSF sont incorporées au processus itératif d'optimisation, ni d'une déconvolution classique qui considérerait la PSF parfaitement connue.

Les informations introduites dans le paragraphe précédent se formulent en termes mathématiques, dans une forme non-contrainte semblable à l'équation (4.4), de la manière suivante :

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{h} \in \mathbb{R}^\ell} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 + \tau \|\|\Gamma\mathbf{x}\|_1 + \gamma \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_0\|_2^2 \quad (4.35)$$

avec $\mathbf{h}_0 \in \mathbb{R}^\ell$ l'estimation initiale de la PSF⁴ obtenue par filtrage homomorphique et γ un paramètre de régularisation contrôlant la régularisation de la PSF. De grandes valeurs de γ assurent une solution proche de \mathbf{h}_0 alors que des valeurs plus faibles laissent une plus grande latitude dans l'estimation de \mathbf{h} . Notons qu'un terme de régularisation ℓ_2 similaire à celui qui est ici attaché à \mathbf{h} a été proposé par Besson *et al.* [2010] pour la calibration d'antennes.

Au lieu de résoudre ce problème d'optimisation de manière directe (estimation concurrente complexe) par rapport au couple (\mathbf{x}, \mathbf{h}) , on peut décomposer (4.35) en deux sous-problèmes séquentiels, résolus de manière alternative par rapport à \mathbf{x} et \mathbf{h} [Almeida et Almeida, 2010; Yu *et al.*, 2012a]. Étant donnée l'estimation initiale \mathbf{h}_0 de la PSF, l'algorithme résout ainsi de manière itérative

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}^{(k)}\mathbf{x} \right\|_2^2 + \tau \|\|\Gamma\mathbf{x}\|_1 \quad (4.36a)$$

et

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^\ell} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\mathbf{h} \right\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_0\|_2^2. \quad (4.36b)$$

4. Il s'agit plus précisément du noyau 2D de la PSF vectorisé.

L'équation (4.36b) est obtenue en remarquant que l'équation de convolution $\mathbf{H}\mathbf{x}$ peut s'écrire de manière équivalente $\mathbf{X}\mathbf{P}\mathbf{h}$ en faisant porter l'aspect circulaire sur \mathbf{x} plutôt que sur \mathbf{h} comme précédemment. La matrice $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times \ell}$ est une matrice à structure simple permettant de relier le vecteur des ℓ coefficients du noyau vectorisé de la PSF à un vecteur de longueur n adapté à la convolution. Cette matrice à un rôle majeur dans la résolution efficace de cette étape puisqu'elle spécifie le support de la PSF estimée et nous permettra de limiter grandement la taille des matrices à inverser ($\ell \ll n$). $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice circulante dont la structure est calquée sur celle de \mathbf{H} , avec le noyau analogue $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Plus de détails concernant cette formulation peuvent être trouvés dans l'annexe D.

Remarque. Soulignons le fait que la fonctionnelle décrite dans l'équation (4.35) est strictement convexe par rapport à \mathbf{x} ou \mathbf{h} de manière distincte, mais qu'on ne dispose d'aucune garantie quant à sa convexité par rapport au couple (\mathbf{x}, \mathbf{h}) . Le problème résolu selon l'architecture (4.36) est donc un problème sous-optimal et ne garantit qu'une convergence vers des solutions locales pour $\hat{\mathbf{x}}$ ou $\hat{\mathbf{h}}$ [Almeida et Almeida, 2010]. La précision de l'initialisation de cet algorithme, c'est-à-dire l'estimation initiale \mathbf{h}_0 , peut donc en affecter les performances. Cependant, comme on le verra dans la suite, cette étape est réalisée dans des conditions suffisamment correctes pour assurer une convergence rapide et stable dans tous les cas traités ici. Notons enfin qu'il peut s'avérer judicieux de mettre en place une stratégie de mise à jour d'un ou de plusieurs paramètres de notre algorithme (i.e., α , β ou γ) afin d'obtenir les meilleurs résultats. Cette dernière remarque sera explicitée et mise en pratique dans la section suivante.

L'algorithme 4.3 présente les principales étapes de l'approche par déconvolution semi-aveugle proposée, où l'équation (4.36a) est formulée dans sa version contrainte afin de respecter la formulation de la section 4.2.

4.3.2 Résolution efficace du nouveau problème inverse

La résolution de (4.36) se fait donc de manière alternée, à \mathbf{h} ou \mathbf{x} fixés. Les sections suivantes donnent les détails de cette procédure à chaque itération.

4.3.2.1 Résolution de (4.36a)

La résolution de l'équation (4.36a) à l'itération $k + 1$, lorsque $\mathbf{h}^{(k)}$ est fixé, consiste à trouver la solution d'un problème de déconvolution classique avec une PSF connue. Cette solution peut être obtenue de manière efficace par ADMM comme nous l'avons démontré dans la section 4.2 précédente.

Entrée : $\alpha \in \mathbb{R}_+$, $\gamma \in \mathbb{R}_+$, $\mathbf{h}_0 \in \mathbb{R}^\ell$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$.

Sortie : $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ et $\hat{\mathbf{h}} \in \mathbb{R}^\ell$.

- 1: Fixer $k = 0$, choisir $\alpha \in \mathbb{R}_+$ et $\gamma \in \mathbb{R}_+$.
 - 2: *% Estimation initiale de la PSF \mathbf{h}_0*
 - 3: Estimer $\mathbf{h}_0 \in \mathbb{R}^\ell$ (par exemple par filtrage homomorphique).
 - 4: **répéter**
 - 5: *% Étape 1 : estimation de l'image HR \mathbf{x}*
 - 6: $\mathbf{x}^{(k+1)} \in \operatorname{argmin}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \|\Gamma \mathbf{x}\|_1$ t.q. $\|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}^{(k)}\mathbf{x}\|_2^2 \leq \alpha$
 - 7: *% Étape 2 : estimation de la PSF \mathbf{h}*
 - 8: $\mathbf{h}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^\ell} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\mathbf{h}\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_0\|_2^2$ t.q.
 - 9: *% Étape 3 (optionnelle) : mise à jour des paramètres*
 - 10: Mettre à jour les valeurs de α et γ .
 - 11: $k \leftarrow k + 1$
 - 12: **jusqu'à** validation d'une condition d'arrêt.
-

ALGO. 4.3: Algorithme de déconvolution semi-aveugle pour la résolution de (4.35).

4.3.2.2 Résolution de (4.36b)

Toujours à l'itération $k+1$, on fixe maintenant $\mathbf{x}^{(k+1)}$ pour résoudre (4.36b). Il s'agit d'un problème des moindres carrés régularisés qui peut être également résolu analytiquement de manière efficace. L'équation (4.36b) se réécrit de manière compacte, en omettant les termes indépendants de \mathbf{h}

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^{(k+1)} &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^\ell} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\mathbf{h}\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_0\|_2^2 \\ &= \operatorname{argmin}_{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^\ell} (\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\mathbf{h})^T (\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\mathbf{h}) - \mathbf{y}^T (\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\mathbf{h}) \\ &\quad - (\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\mathbf{h})^T \mathbf{y} + \gamma (\mathbf{h}^T \mathbf{h} - \mathbf{h}^T \mathbf{h}_0 - \mathbf{h}_0^T \mathbf{h}) \end{aligned} \quad (4.37)$$

avec l'équation normale correspondante

$$\left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right)^T \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right) \mathbf{h} - \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right)^T \mathbf{y} + \gamma (\mathbf{h} - \mathbf{h}_0) = 0. \quad (4.38)$$

L'équation caractéristique rappelant l'étape 1 de la résolution par ADMM s'écrit donc ici

$$\left[\left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right)^T \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right) + \gamma \mathbf{I}_\ell\right] \mathbf{h} = \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right)^T \mathbf{y} + \gamma \mathbf{h}_0. \quad (4.39)$$

La solution est alors obtenue de manière analytique comme

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \left[\left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right)^T \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right) + \gamma \mathbf{I}_\ell\right]^{-1} \left[\left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P}\right)^T \mathbf{y} + \gamma \mathbf{h}_0\right]. \quad (4.40)$$

Le problème qui apparaît ici et qui ne se posait pas pour la résolution par ADMM, dans laquelle la matrice des opérateurs $\mathbf{A} = [\Gamma^T \mathbf{H}^T]^T \in \mathbb{R}^{3n \times n}$ était circulante par bloc, est lié au fait que la matrice $\mathbf{A}' = \mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{m \times \ell}$ n'a aucune de ces propriétés qui permettraient d'envisager une diagonalisation par FT (la démonstration de ce point est donnée en annexe D). De plus, dans l'optique

d'une résolution rapide, la dimension des objets manipulés dans les produits matriciels de l'équation (4.40) interdisent un calcul direct faisant intervenir les matrices comme $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

4.3.2.3 Implantation efficace

Il est toutefois possible de calculer la solution de (4.40) de manière efficace. Si l'on écrit cette équation sous la forme

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{v}, \quad (4.41)$$

on fait apparaître les deux termes $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{\ell \times \ell}$ et $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{\ell}$ tels que

$$\mathbf{U} = \left(\mathbf{S} \mathbf{X}^{(k+1)} \mathbf{P} \right)^T \left(\mathbf{S} \mathbf{X}^{(k+1)} \mathbf{P} \right) + \gamma \mathbf{I}_{\ell} \quad (4.42a)$$

et

$$\mathbf{v} = \left(\mathbf{S} \mathbf{X}^{(k+1)} \mathbf{P} \right)^T \mathbf{y} + \gamma \mathbf{h}_0. \quad (4.42b)$$

Dans un premier temps, notons que \mathbf{v} peut se réécrire

$$\mathbf{v} = \left[\mathbf{P}^T \mathbf{X}^{(k+1)} \mathbf{S}^T \mathbf{y} + \gamma \mathbf{h}_0 \right] \quad (4.43)$$

en remarquant que $\mathbf{X}^T = \mathbf{X}$. Le premier élément de \mathbf{v} correspond donc à la convolution classique entre l'image HR $\mathbf{x}^{(k+1)}$ et les observations \mathbf{y} sur-échantillonnées via \mathbf{S}^T , dont on vient sélectionner les coefficients adéquats en appliquant \mathbf{P}^T .

Dans un second temps, la matrice à inverser \mathbf{U} est de taille $\ell \times \ell$ (contrairement à la matrice \mathbf{A} qui était de taille $3n \times n$) et autorise ainsi une inversion directe. Cette inversion est conditionnée par un processus de « diagonal loading » via le paramètre γ . On montre par ailleurs (annexe D) que le calcul de la matrice symétrique $\left(\mathbf{S} \mathbf{X}^{(k+1)} \mathbf{P} \right)^T \left(\mathbf{S} \mathbf{X}^{(k+1)} \mathbf{P} \right) \in \mathbb{R}^{\ell \times \ell}$ peut s'effectuer de manière efficace, sans faire intervenir directement les matrices de grandes dimensions \mathbf{S} , \mathbf{X} et \mathbf{P} . Il s'agit d'un sous-ensemble de ℓ^2 coefficients d'une matrice d'intercorrélation particulière, notée $\mathbf{S} \mathbf{x}_i^{(k+1)}$ avec i le rang d'une permutation circulaire du vecteur $\mathbf{x}^{(k+1)}$, de sorte que $\left\{ \mathbf{S} \mathbf{x}_i^{(k+1)} \right\}$ pour $i = 0, 1, \dots, n-1$ représente l'ensemble des sous-échantillonnages d'ordre s_r possibles pour l'image $\mathbf{X}^{(k+1)}$. Plus de détails sont présentés dans l'annexe D.

Remarque. Durant les premières itérations de l'algorithme (4.36), la PSF estimée utilisée durant l'étape de déconvolution à proprement parler (équation (4.36a)) n'a pas encore convergé vers la solution attendue et ne garantit donc pas les conditions optimales. Il peut donc s'avérer judicieux et nécessaire de compenser cette imprécision par une paramétrisation différente de la résolution par ADMM. Ainsi, à l'instar des techniques développées dans la section 4.2.3 pour le paramètre β de l'architecture ADMM classique, démarrer l'algorithme avec des valeurs de α légèrement supérieures au cas classique permet de contre-balancer le manque d'information sur la PSF en donnant plus

d’importance au terme de régularisation ℓ_1 . On peut ainsi considérer une évolution géométrique du paramètre α , de telle sorte que

$$\alpha^{(k+1)} = \frac{\alpha^{(k)}}{r} \quad (4.44)$$

avec r une constante proche de l’unité variant selon les applications. Dans tous nos cas de figure, $r = 1.5$ a produit des résultats relativement stables.

Enfin, comme l’ont suggéré certains auteurs [Almeida et Almeida, 2010], l’estimation de la PSF lors des premières itérations de (4.36) peut souffrir de phénomènes de bord liés à l’étape de déconvolution non-optimale qui la précède. Aussi, une solution pratique consiste à annuler au bord une partie du support de la PSF estimée pour les premières valeurs de k et de relâcher cette contrainte par la suite.

4.3.3 Résultats

4.3.3.1 Images synthétiques classiques

On s’intéresse tout d’abord au comportement général de la nouvelle méthode proposée. La figure 4.22 présente la restauration d’un détail des images de Lena et du fantôme de Shepp-Logan, pour lequel les dégradations sont parfaitement connues (cf. table 4.3). L’écart type de la PSF gaussienne qui a servi à dégrader l’image originale est de $\sigma = 1.25$ alors que celle spécifiée à l’algorithme vaut $\sigma = 3.75$. Les résultats présentés ici montrent bien l’intérêt d’une approche qui affine l’estimation de la PSF, dans le cas où cette dernière n’est pas parfaitement connue. À la différence de l’approche classique, la méthode de déconvolution semi-aveugle permet de retrouver une grande partie des détails de l’image.

On peut ainsi comparer les résultats concernant la restauration (optimale) classique à l’aide de la vraie PSF et les restaurations semi-aveugles pour lesquelles la PSF initiale est erronée. La formulation semi-aveugle permet de contourner des problèmes qui apparaissent principalement au niveau de la déconvolution des contours et de limiter les artéfacts de type oscillations (phénomène de Gibbs).

Les performances de ces trois approches sont évaluées en termes de PSNR, de SSIM et d’erreur MSE relative sur la PSF et sont reportées dans la table 4.6. Si la méthode semi-aveugle ne permet pas d’atteindre le niveau de la déconvolution dans les conditions optimales où la PSF est parfaitement connue, elle assure cependant une nette amélioration des critères quantitatifs comme qualitatifs par rapport à la déconvolution classique.

L’analyse du comportement de ces critères au cours des itérations de l’algorithme (4.36) est par ailleurs proposée dans la figure 4.23 pour le traitement du fantôme de Shepp-Logan. 10 itérations de (4.36) assurent une convergence correcte dans la plupart des cas. Comparé au cas non-aveugle (première itération de l’algorithme de déconvolution semi-aveugle), une amélioration notable est observée au niveau de tous les critères quantitatifs. Les paramètres utilisés ici sont les mêmes que ceux pour le cas classique (table 4.3), hormis $\alpha^{(0)}$ fixé à 10 dans chacun des cas et le paramètre γ

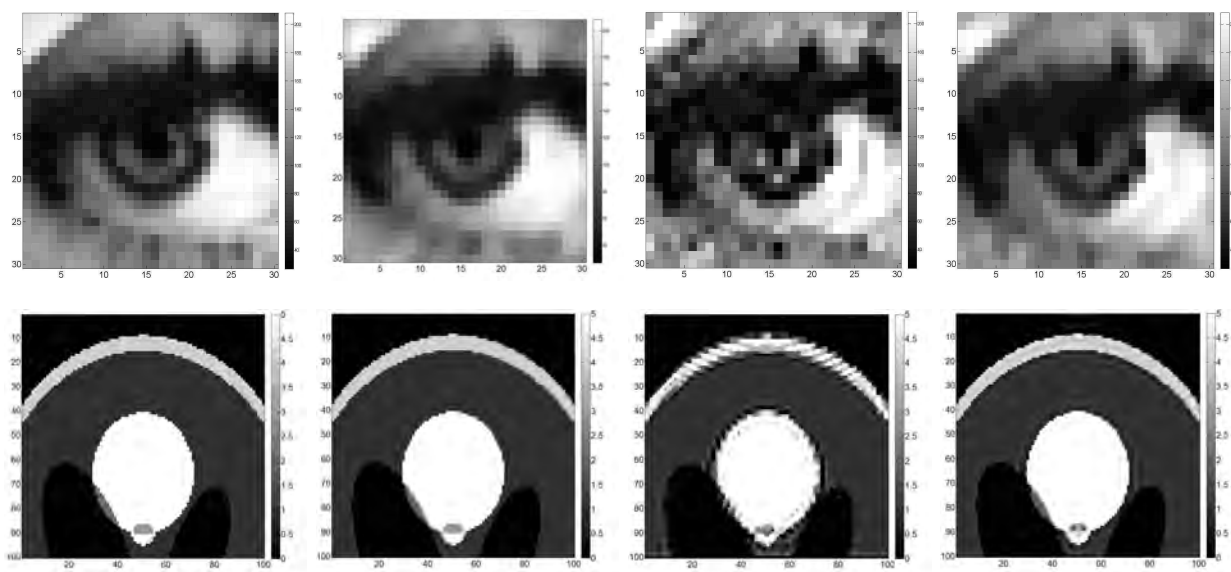


FIGURE 4.22 – Restauration par différentes déconvolution. De gauche à droite : image originale, images restaurées par déconvolution classique avec une PSF connue et inconnue, et par déconvolution semi-aveugle.

Critères		Déconvolution classique	Déconvolution semi-aveugle	Déconvolution optimale
Lena	PSNR (dB)	20.96	23.91	26.9
	SSIM (%)	92.48	96.19	97.9
	MSE PSF (%)	32.22	30.49	0
Shepp	PSNR (dB)	25.53	28.26	33.16
	SSIM (%)	94.33	98.12	99.78
	MSE PSF (%)	16.11	15.25	0

TABLE 4.6 – Performances des différentes méthodes de déconvolution.

à 6×10^6 et 5×10^4 pour les traitements respectifs des images de Lena et du fantôme de Shepp-Logan. Ce paramètre de diagonal loading peut être estimé *a priori* pour un conditionnement optimal de la matrice $(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P})^T(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P})$ mais doit être raffiné afin d'obtenir les meilleurs résultats. Les temps de calculs correspondants, pour 10 itérations de l'algorithme complet, sont de 2 secondes (30×30 pixels) et 20 secondes (100×100 pixels). La figure 4.24 illustre les résultats de l'estimation de la PSF avec la représentation de \mathbf{h} , \mathbf{h}_0 et $\hat{\mathbf{h}}$. Cette estimation n'est pas optimale visuellement et se traduit par des valeurs de MSE relatives élevées (voir le tableau 4.6), mais permet cependant d'améliorer de manière significative les résultats initiaux.

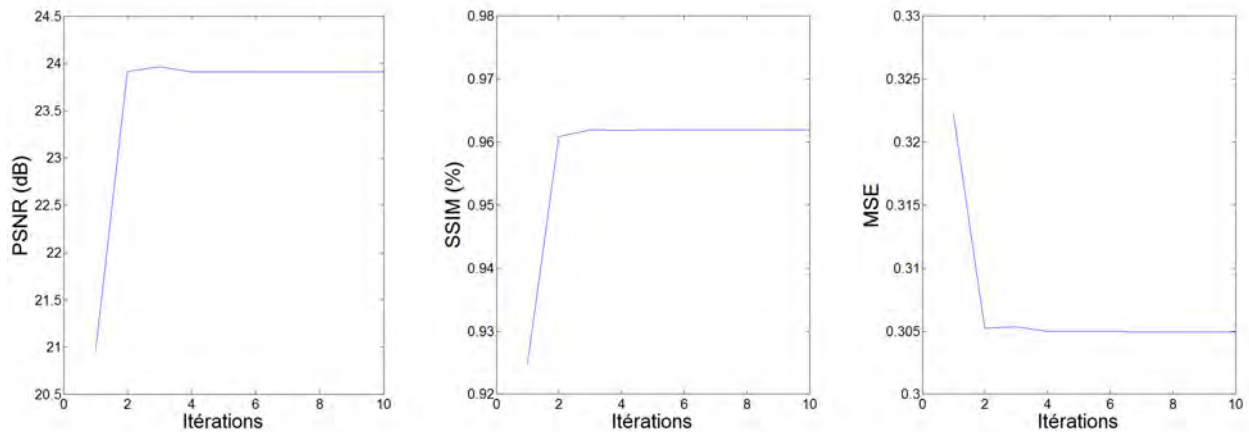


FIGURE 4.23 – Performances de la méthode de déconvolution semi-aveugle au cours des itérations.

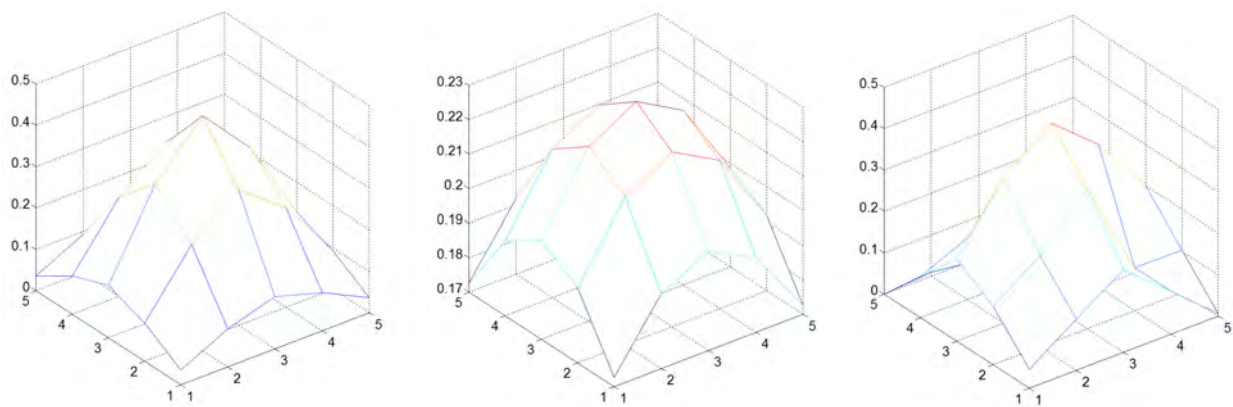


FIGURE 4.24 – PSF originale, erronée et estimée.

4.3.3.2 Signal RF synthétique

On étudie maintenant le traitement de signaux US synthétiques simulés à l'aide d'une PSF réaliste obtenue à l'aide du programme FIELD II. La vraie PSF a une fréquence centrale de 3 MHz alors que celle de la PSF en entrée de l'algorithme de déconvolution semi-aveugle vaut 3.1 MHz afin de modéliser une légère erreur d'estimation. La TRF à restaurer est composée de 5 diffuseurs dont l'amplitude et la position sont représentées sur la figure 4.25 par des traits verticaux. Cette figure montre les résultats des déconvolutions classique et semi-aveugle d'un signal RF (observations), et sont représentés sous forme de données RF et d'enveloppe. La paramétrisation utilisée ici est similaire à celle donnée dans le tableau 4.3 dans le cas de la déconvolution de 2 diffuseurs, avec $\gamma = 1 \times 10^2$ et $s_r = 1$. On choisit encore ici l'*a priori* de parcimonie dans le domaine spatial. Les temps de calcul

pour ce genre de simulations sont inférieurs à 1 seconde.

Dans la plupart des cas testés, la déconvolution classique de signaux RF 1D avec une PSF erronée produit des résultats de moins bonne qualité que les données observées. Comme le montre la figure 4.25, la formulation semi-aveugle permet d'obtenir de bien meilleurs résultats, comparables à ceux obtenus dans le cas d'une PSF parfaitement connue. Les performances dans ce cas sont évaluées en termes de FWHM et de RG et sont résumées dans la table 4.7.

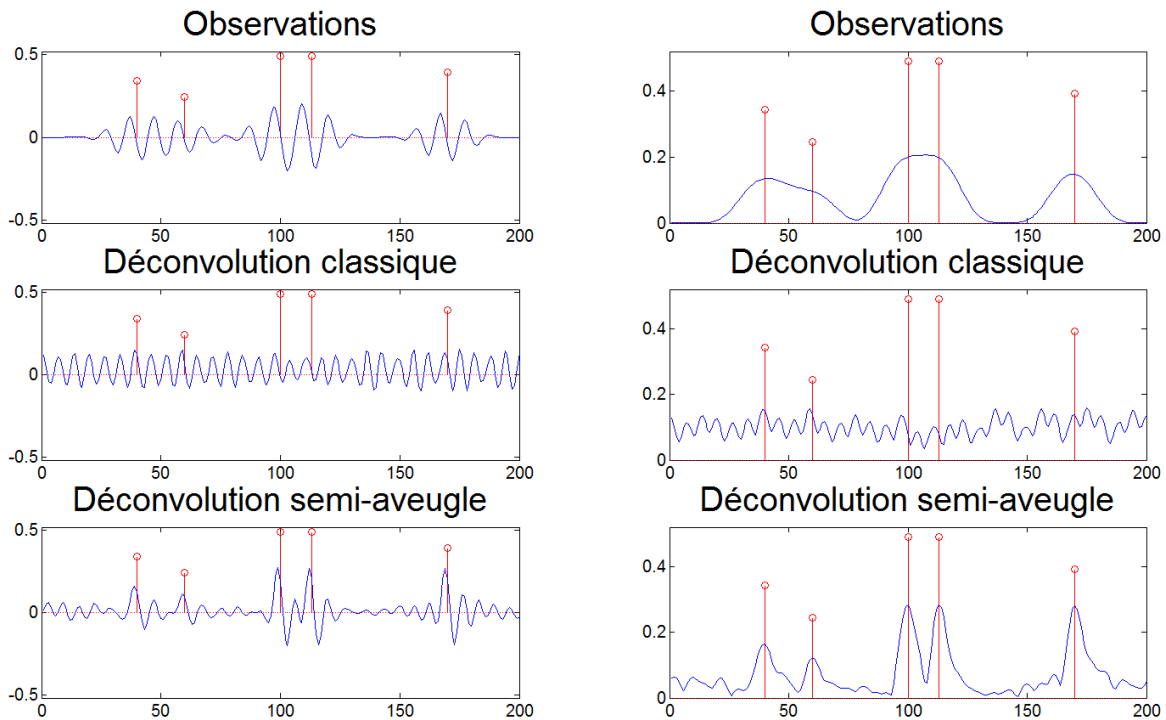


FIGURE 4.25 – Restauration d'un signal RF synthétique 1D. Les observations (haut) sont composées de 5 diffuseurs (traits verticaux) convoluées avec une PSF réaliste avant d'être traitées par la méthode classique (milieu) et la méthode semi-aveugle (bas). Toutes les données sont représentées en RF (gauche) et en enveloppe (droite).

Critères	Signal RF	Déconvolution classique	Déconvolution semi-aveugle
FWHM	24	10	8
RG	1.00	0.34	2.78

TABLE 4.7 – Performances des méthodes de déconvolution pour un signal RF en fonction de la FWHM et du RG.

4.3.3.3 Image ultrasonore *in vivo*

Dans cette dernière partie, on reprend le traitement des données *in vivo* de rein de souris introduites dans la section 4.2.5. On s’intéresse ici à la déconvolution non plus de l’image RF mais de l’image enveloppe afin de mettre en évidence les limitations du filtrage homomorphique pour l’estimation de l’enveloppe de la PSF. La figure 4.26 illustre ces résultats avec les paramètres $\alpha^{(0)} = 1$, $\beta = 0.1$ et $\gamma = 2.1 \times 10^5$. s_r est ici fixé à 2. Le traitement de ce détail de 140×40 pixels est effectué en 15 secondes.

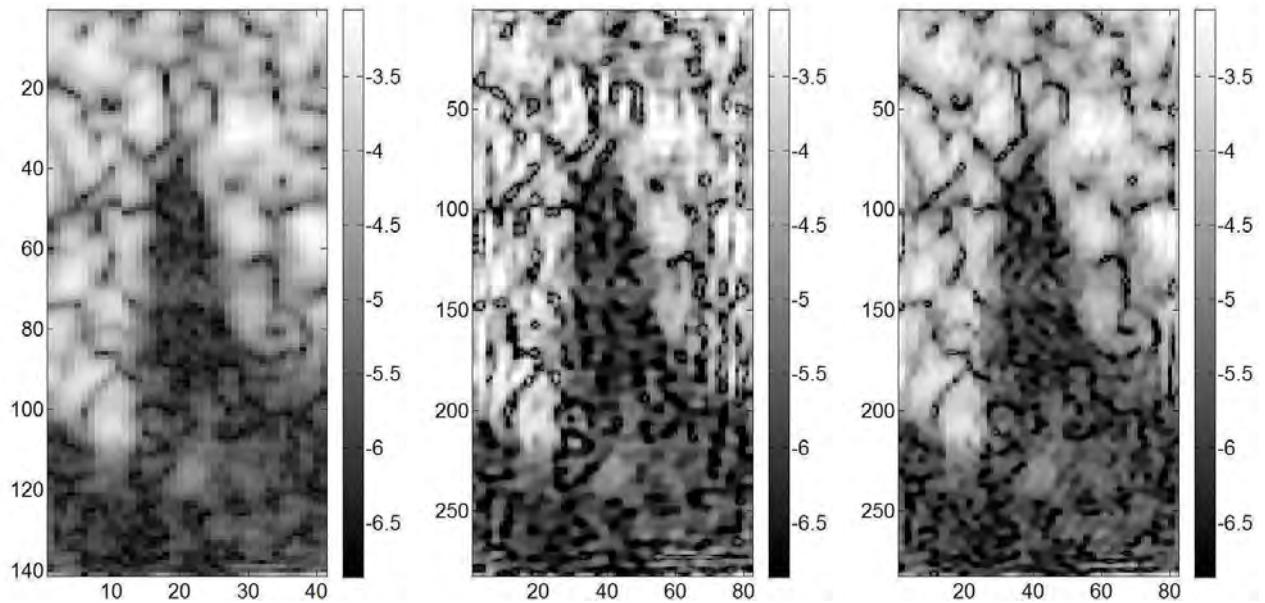


FIGURE 4.26 – Restauration d’une image *in vivo* enveloppe de rein de souris (gauche) par déconvolutions classique (milieu) et semi-aveugle (droite).

Dans ce cas de figure, on peut noter que la déconvolution classique permet d’obtenir des résultats favorables au niveau du contraste, mais de nombreux artefacts apparaissent au niveaux des interfaces et des frontières de l’image. La régularisation TV prend également le pas sur la déconvolution et pénalise l’aspect général de l’image restaurée. À l’inverse, la formulation semi-aveugle proposée permet de corriger cette estimation initiale erronée et les résultats correspondants rappellent ceux obtenus dans le cas où la vraie PSF est connue.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé dans un premier temps une méthode pour la déconvolution classique d’images ultrasonores lorsque la réponse impulsionnelle spatiale du système est connue.

Les travaux récents en optimisation efficace, liés notamment à l'utilisation d'opérateurs proximaux particuliers, nous ont servi de base algorithmique pour le développement d'un algorithme efficace que nous avons validé sur des données synthétiques variées et évalué sur des données ultrasonores *in vivo*.

Nous avons dans un second temps développé une nouvelle approche de déconvolution semi-aveugle permettant d'incorporer des informations *a priori* au processus d'optimisation afin de corriger l'estimation initiale de la réponse impulsionnelle spatiale du système. La résolution du problème d'optimisation afférent est ici aussi effectuée de manière efficace par une méthode d'estimations alternées. Les performances de cet algorithme ont été évaluées à l'aide de jeux de données similaires, synthétiques et issus d'acquisitions expérimentales, et au travers de divers critères qualitatifs et quantitatifs. Cette approche démontre une amélioration sur l'ensemble des caractéristiques évaluées.

La principale piste de recherche actuelle porte sur une étude de sensibilité en présence d'une réponse impulsionnelle erronée, la fréquence centrale et l'enveloppe de cette dernière influant de manière non-négligeable les performances de la déconvolution. L'extension de cette méthode au cas de données plus complexes, dans le cas de signaux radio-fréquence 2D, devra également être objet de travaux ultérieurs.

Conclusions et Perspectives

L'objectif de ce travail de thèse est l'amélioration de la résolution des images échographiques. Cette modalité bénéficie de nombreux avantages liés à son utilisation qui ont contribué à sa notoriété, mais elle est souvent caractérisée par une qualité d'image relativement faible et variable. Si l'essentiel des travaux pour améliorer la qualité des images ultrasonores se sont concentrés sur des approches instrumentales liées au dispositif d'acquisition, la démarche adoptée ici est basée sur des techniques de post-traitement offrant généralement une meilleure flexibilité. Ces notions sont développées dans le premier chapitre de ce manuscrit, consacré à l'imagerie ultrasonore, et dans le deuxième chapitre qui établit un état de l'art aussi exhaustif que possible des techniques mises en œuvre pour améliorer la résolution spatiale des images ultrasonores.

Bilan des contributions

Le premier chapitre de contribution étudie l'amélioration de la résolution dans le cas d'une séquence d'images ultrasonores. L'exploitation des informations non-redondantes contenues dans chacune des images de basse résolution permet de compenser leur mouvement relatif et de construire des images de résolution supérieure. La qualité de cette restauration dépend ici principalement de la précision de l'estimation des mouvements complexes en imagerie ultrasonore, non-rigides et non-planaires. Dans cette optique, un algorithme originellement développé pour l'élastographie nous a permis de démontrer l'applicabilité de cette méthode en imagerie ultrasonore et de se démarquer des approches existantes essentiellement tournées vers la réduction du speckle. Des images de simulation réaliste sont utilisées pour valider les performances de notre approche avant de l'appliquer au traitement d'images *in vivo*.

Le second chapitre de contribution aborde l'amélioration de la résolution sous un angle différent, lié à la déconvolution d'une image unique. Un premier algorithme d'estimation efficace de l'image haute résolution est mis en place, dans un premier temps, en considérant le cas d'une réponse impulsionnelle spatiale parfaitement connue. Des critères quantitatifs et des jeux de données variés, synthétiques et *in vivo*, permettent de valider la pertinence d'une telle approche. Une seconde méthode prenant en compte l'estimation conjointe de l'image haute résolution et de la réponse impulsionnelle du système est ensuite proposée. Cette formulation présente l'avantage notable d'atténuer l'influence des erreurs d'initialisation de la réponse impulsionnelle spatiale qui peuvent nuire aux performances

de la déconvolution. Une amélioration des critères quantitatifs et qualitatifs usuels et les résultats obtenus sur une gamme variée de données valident dans un dernier temps les performances de cet algorithme.

Perspectives

Plusieurs perspectives peuvent être dégagées à partir des travaux présentés dans ce manuscrit. La méthode de reconstruction proposée dans le troisième chapitre accorde une importance égale à l'ensemble des images de la séquence observée et nécessite à ce titre une sélection manuelle des images les plus pertinentes. Il pourrait donc être intéressant d'étudier une sélection automatique de ces images afin d'optimiser la qualité et la vitesse de la reconstruction.

Par ailleurs, le mouvement n'étant pas estimé avec une précision homogène dans l'ensemble de l'image, la prise en compte de cartes de validité pondérant l'importance de certaines zones sujettes à des erreurs locales d'estimation permettrait une amélioration certaine des résultats.

Le dernier chapitre permet également d'envisager de nombreuses perspectives en lien avec les techniques efficaces de déconvolution. Nous avons montré que le domaine de parcimonie pour la représentation des données est une caractéristique essentielle des techniques de restauration ℓ_1 . Si les *a priori* de parcimonie dans le domaine spatial et de variation totale que nous avons abordés produisent des résultats satisfaisants, il serait judicieux d'étudier la description des images échographiques dans des espaces qui leur seraient spécifiques et qui garantiraient des conditions efficaces pour la restauration. Dans cette optique, les travaux récents portant sur les transformées de type « wave atoms » constituent une piste sérieuse qui mériterait d'être étudiée avec soin.

Un deuxième axe de recherche pour des approfondissements ultérieurs porte sur une meilleure caractérisation de la nature faiblement résolue des images ultrasonore. Nous avons adopté dans ce manuscrit une modélisation simple faisant intervenir un processus de sous-échantillonnage régulier limitant le volume des données observées. Il nous paraît important d'envisager la mise en place de stratégies plus élaborées, qui prendraient par exemple en compte la présence de singularités à l'instar des techniques prédictives de reconstruction multi-échelle de type « essentially non-oscillatory » (ENO).

Les problématiques liées à l'estimation rapide et précise de la réponse impulsionnelle spatiale du système forment une troisième piste fondamentale pour l'amélioration de la qualité et de la stabilité des techniques de déconvolution. À l'heure actuelle, cette estimation peut se faire de manière rapide mais approximative par filtrage homomorphique ou de manière plus précise par mesure expérimentale, au prix d'une généralité fortement amoindrie. La prise en compte d'un modèle *a priori* plus élaboré sur cette réponse impulsionnelle, par exemple dans le cadre d'une formulation bayésienne efficace qui nous permettrait d'estimer les paramètres de régularisation associés, en les décrivant de manière statistique à l'aide d'un modèle bayésien hiérarchique, serait d'un intérêt évident.

Enfin, comme nous avons pu le constater au travers des quatre chapitres de ce manuscrit, la quantification du gain en résolution des techniques de post-traitement est un problème ouvert. L'élaboration

d'un critère d'évaluation performant en imagerie ultrasonore, pour l'estimation de la réponse impulsionnelle du système comme pour celle de l'image haute résolution obtenue par déconvolution, nous paraît être une direction de recherche clairement nécessaire.

Annexes

Annexe A

Calculs efficaces des opérateurs classiques en restauration d'image

Les opérateurs classiques en restauration d'image (i.e., les matrices \mathbf{H} et \mathbf{S}) ont été définis, dans le cas général, comme des matrices de tailles conséquentes réalisant les processus de convolution et de sous-échantillonnage. Si cette formulation mathématique est pratique en théorie, elle est très vite limitée en pratique étant donné le coût calculatoire des opérations afférentes. Il existe toutefois des hypothèses simplificatrices permettant d'effectuer ces opérations de manière très efficace, en définissant les opérateurs équivalents abordés dans les sections suivantes.

A.1 Calculs efficaces des opérateurs de convolution

La seule hypothèse de travail formulée ici porte sur les conditions aux frontières circulaires qui permettent de diagonaliser toutes les matrices de convolution par transformée de Fourier. Notons également les travaux récents de Almeida et Figueiredo [2013] et Matakos *et al.* [2013] pour le cas d'une implantation efficace similaire où les conditions aux frontières sont inconnues, et donc potentiellement non-circulaires. Enfin, il est intéressant de remarquer que les calculs qui suivent sont valables pour l'implantation de certains opérateurs $\mathbf{\Gamma}$, notamment dans le cas des *a priori* TV ($\mathbf{\Gamma} = \mathbf{\nabla}$) ou de parcimonie dans le domaine spatial ($\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}$), en substituant au noyau de la PSF les noyaux correspondants (cf. section 4.2.2).

Considérons le modèle d'observation prenant en compte une opération de convolution 2D avec la PSF du système d'imagerie :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} \tag{A.1}$$

où $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ et $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ représentent de manière respective les observations, l'image originale et la matrice (théorique) de la PSF, considérée ici comme invariable dans l'espace. L'extension au cas d'une PSF variable dans l'espace peut être trouvée dans les références [Nagy et O'Leary, 1997], [Nagy et O'Leary, 1998] et [Alessandrini, 2010].

On utilise les notations lexicographiques pour les données 2D de taille $n_1 \times n_2$ qui, à partir des images $\mathbf{Y}, \mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2}$, font correspondre les vecteurs

$$\mathbf{y} = \text{vect}([\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_{n_2}]) \in \mathbb{R}^n, \tag{A.2a}$$

$$\mathbf{x} = \text{vect}([\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \dots \ \mathbf{x}_{n_2}]) \in \mathbb{R}^n, \quad (\text{A.2b})$$

avec $\mathbf{y}_i, \mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^{n_1}$ pour $i = 1, 2, \dots, n_2$.

La matrice \mathbf{H} est construite à partir d'un noyau connu (mesuré ou calculé), noté $\check{\mathbf{H}}$, de taille $\ell_1 \times \ell_2$ avec $\ell_1 \leq n_1$ et $\ell_2 \leq n_2$. Cette PSF est entièrement déterminée par son noyau et dépend des caractéristiques de la sonde. Le noyau peut être considéré comme invariable dans l'espace si l'on se place sur des blocs suffisamment petits, ou de dimension axiale suffisamment faible dans le cas de l'imagerie US. Dans la suite, le noyau est le même pour toute l'image considérée et s'écrit

$$\check{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \dots & h_{1,\ell_2} \\ \dots & & \dots \\ h_{\ell_1,1} & \dots & h_{\ell_1,\ell_2} \end{bmatrix} = [\check{\mathbf{h}}_1 \ \check{\mathbf{h}}_2 \ \dots \ \check{\mathbf{h}}_{\ell_2}] \in \mathbb{R}^{\ell_1 \times \ell_2}, \quad (\text{A.3})$$

où chaque $\check{\mathbf{h}}_k$ représente une colonne du noyau $\check{\mathbf{H}}$ de la PSF \mathbf{H} pour $k = 1, 2, \dots, \ell_2$. La matrice \mathbf{H} peut s'écrire dans ces conditions sous la forme compacte

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_0^T \\ \mathbf{h}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{n-1}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n \quad (\text{A.4})$$

où \mathbf{h}_i^T dénote une permutation circulaire de \mathbf{h}_0^T d'ordre i vers la droite et

$$\mathbf{h}_0^T = [\check{\mathbf{h}}_1^T \ \mathbf{0}_{n_1-\ell_1}^T \ \check{\mathbf{h}}_2^T \ \mathbf{0}_{n_1-\ell_1}^T \ \dots \ \check{\mathbf{h}}_{\ell_2}^T \ \mathbf{0}_{n_1-\ell_1}^T \ \mathbf{0}_{n_1(n_2-\ell_2)}^T] \quad (\text{A.5})$$

est le noyau de la PSF pris en notation lexicographique et zéro-paddé, avec $\mathbf{0}_d$ un vecteur composé dans d zéros. Notons que puisque $\mathbf{h}_0 \in \mathbb{R}^n$, on a $\mathbf{h}_n = \mathbf{h}_0$. La matrice reliant la vectorisation de $\check{\mathbf{H}}$ à \mathbf{h}_0 , notée \mathbf{P} sera utilisée pour l'approche de déconvolution semi-aveugle et explicitée dans l'annexe D.

Remarque. La notion de frontières circulaires apparaît ici dans la structure de la matrice circulante \mathbf{H} , un cas particulier des matrices de Toeplitz. Il aurait été cependant possible de faire porter cette caractéristique de circularité sur les données \mathbf{x} en considérant le modèle d'observation $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h}$ équivalent à (A.1).

La propriété de circularité est essentielle pour le calcul efficace du produit de convolution, puisqu'elle rend la matrice \mathbf{H} diagonalisable par FT 2D [Ng *et al.*, 2010]. On peut en effet obtenir le résultat de la convolution (A.1) sans passer par une matrice \mathbf{H} de taille $n \times n$, en utilisant seulement le noyau $\check{\mathbf{H}}$ zéro-paddé de taille $n_1 \times n_2$, via le produit point à point suivant :

$$\mathbf{y} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \mathcal{F} \left\{ \check{\mathbf{H}} \right\} \odot \mathcal{F} \left\{ \mathbf{x} \right\} \right\}. \quad (\text{A.6})$$

A.2 Calcul efficace de l'opérateur de gradient discret

On définit respectivement deux opérateurs distincts correspondant aux dérivées discrètes dans les directions verticale et horizontale : $\nabla_1 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ et $\nabla_2 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, avec $n = n_1 \times n_2$. On note l'opérateur gradient discret caractéristique des approches par variation totale $\nabla = [\nabla_1^T \nabla_2^T]^T$. On peut alors expliciter de manière scalaire les dérivées discrètes pour les conditions de bord circulaires comme

$$(\nabla_1 \mathbf{x})(i, j) = \begin{cases} x_{i+1,j} - x_{i,j} & \text{si } i < n_1 \\ x_{1,j} - x_{i,j} & \text{si } i = n_1 \end{cases}, \quad (\text{A.7a})$$

et

$$(\nabla_2 \mathbf{x})(i, j) = \begin{cases} x_{i,j+1} - x_{i,j} & \text{si } j < n_2 \\ x_{i,1} - x_{i,j} & \text{si } j = n_2 \end{cases}. \quad (\text{A.7b})$$

Dans ces conditions, l'opérateur lié à la TV d'une image est diagonalisable par FT et peut être implanté de la même manière que l'opérateur de convolution associé à la PSF abordé dans la section précédente. Les noyaux correspondants sont $\check{\nabla}_1 = [-1 \ 1]^T$ et $\check{\nabla}_2 = [-1 \ 1]$. Notons qu'il existe d'autres manières de modéliser la discrétisation du gradient, faisant intervenir des noyaux plus complexes ou atténuant la prégnance de l'hypothèse de conditions au bord circulaires [Moisan, 2007]. L'approche assez simple que l'on considère dans notre travail a cependant l'avantage d'être facilement extensible à des voisinages plus importants (prenant en compte plus de pixels voisins) en conservant la propriété de diagonalisation par FT. Enfin, cette formulation est intéressante car elle définit une TV euclidienne [Ng *et al.*, 2010], caractéristique nécessaire pour certains algorithmes d'optimisation rapide comme celui développé par Chambolle [2004].

Les opérateurs TV 2D spectraux $\mathcal{F}\{\check{\nabla}_1\}$ et $\mathcal{F}\{\check{\nabla}_2\}$ sont illustrés sur la figure A.1, en comparaison de l'opérateur $\mathcal{F}\{\check{\mathbf{H}}\}$ utilisé pour la convolution.

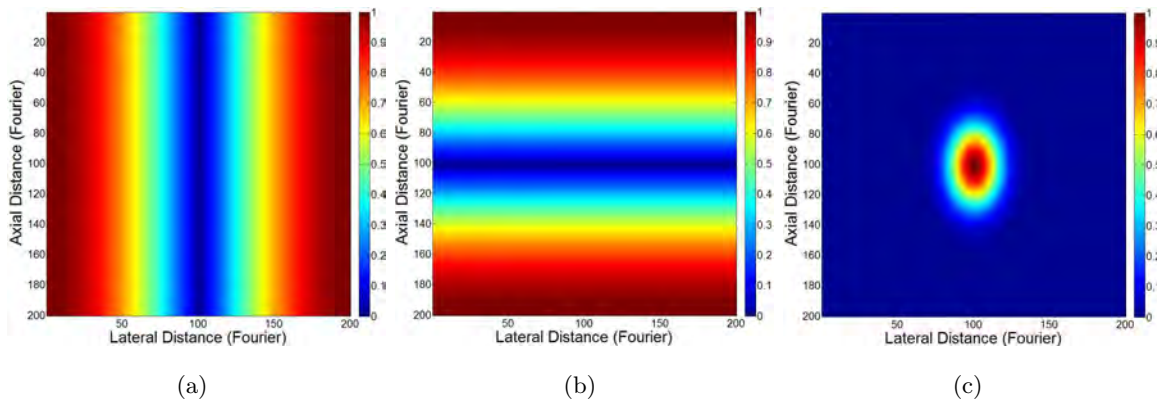


FIGURE A.1 – Opérateurs TV et de convolution dans le domaine spectral.

Annexe B

Étude du filtrage homomorphique

B.1 Hypothèse de phase minimale pour le filtrage homomorphique

L'hypothèse de phase minimale permet de simplifier l'estimation de la PSF par filtrage homomorphique en utilisant les propriétés suivantes [Oppenheim et Schafer, 1989]. L'étude de la validité de cette hypothèse en imagerie US peut être trouvée dans [Jensen et Leeman, 1994].

Système causal

Si un signal $x(t)$ est causal, alors sa transformée de Fourier (FT) $\mathcal{F}\{x(t)\} = A(f) + iB(f)$ vérifie l'équation

$$B(f) = \mathcal{H}\{A(f)\}$$

où $\mathcal{H}\{\cdot\}$ représente la transformée de Hilbert.

Système à phase minimale

Un système est à phase minimale si et seulement si son cepstre est causal. Ainsi, en notant la TF de la PSF

$$\mathcal{F}\{h(t)\} = H(f) = |H(f)|e^{i\Phi(f)},$$

son cepstre s'écrit

$$\log H(f) = \log|H(f)| + i\Phi(f).$$

On peut alors utiliser la propriété précédente pour obtenir la relation

$$\Phi(f) = \mathcal{H}\{\log|H(f)|\} + k\pi$$

où $\log|H(f)|$ représente le cepstre réel. Dans ces conditions, la connaissance de $\log|H(f)|$ permet d'estimer $\Phi(f)$.

B.2 Études de sensibilité

Les résultats suivants étudient les performances de l'estimation de la PSF par filtrage homomorphique, selon la direction axiale. La PSF est issue d'une simulation (cf. équation (4.2), avec $f_0=$

3 MHz, $\sigma_1 = 10$ et $\sigma_2 = 2\sigma_1$) et est invariable sur l'ensemble de l'image. Le milieu simulé est composé de deux zones homogènes distinctes qui se différencient par la distribution de l'amplitude des diffuseurs, gaussiennes dans les deux cas mais de variances différentes. Le nombre de diffuseurs dans la zone hyperéchogène est un paramètre de la simulation et la position de ces derniers est distribuée selon une loi uniforme. La figure B.1 donne un exemple de configuration pour cette simulation, avec les diffuseurs, l'image US simulée (représentée en mode B) et la PSF correspondante.

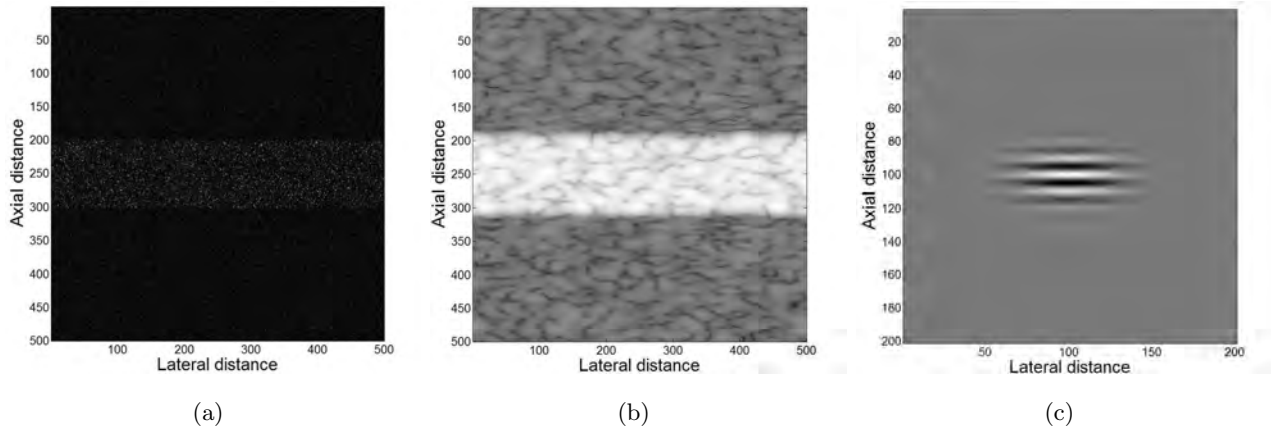


FIGURE B.1 – Exemple de simulation pour le filtrage homomorphique. De gauche à droite : répartition des diffuseurs, image ultrasonore simulée (mode B) et PSF correspondante.

Les performances du filtrage homomorphique sont évaluées ci-dessous en fonction des paramètres de la zone hyperéchogène : sa taille, le nombre de diffuseurs qu'elle contient (i.e., la densité lorsque la surface est fixée) et leur amplitude. Les performances sont estimées à l'aide de la méthode de Monte-Carlo, avec 100 simulations pour chaque valeur des paramètres, les autres étant alors fixés.

On s'intéresse ici à un critère de type MSE relative (cf. section 2.3.2) sur la PSF. L'estimation par filtrage homomorphique pouvant être déphasée par rapport à la PSF originale, ce critère est calculé après recalage de ces deux grandeurs par maximum de corrélation. La figure B.2 illustre ces résultats (moyenne et écart type) en faisant varier les trois paramètres de la zone hyperéchogène. Concernant le paramètre lié à l'amplitude des diffuseurs, on fixe à 1 la puissance de la distribution gaussienne des diffuseurs de l'image entière et on fait varier celle de la zone hyperéchogène. Ainsi, sur la figure B.2, une valeur de 1 en abscisse correspond à une distribution homogène sur l'ensemble de l'image. De même, pour la demi-taille de la zone hyperéchogène, la valeur extrême (250 dans notre cas) en abscisse correspond à une zone homogène sur l'ensemble de l'image.

On peut établir les conclusions suivantes sur l'estimation par filtrage homomorphique :

- Les régions hyperéchogènes à faible densité de diffuseurs sont à préférer.
- Les régions hyperéchogènes dans lesquelles la différence d'échogénicité avec le milieu ambiant est importante favorisent une bonne estimation.

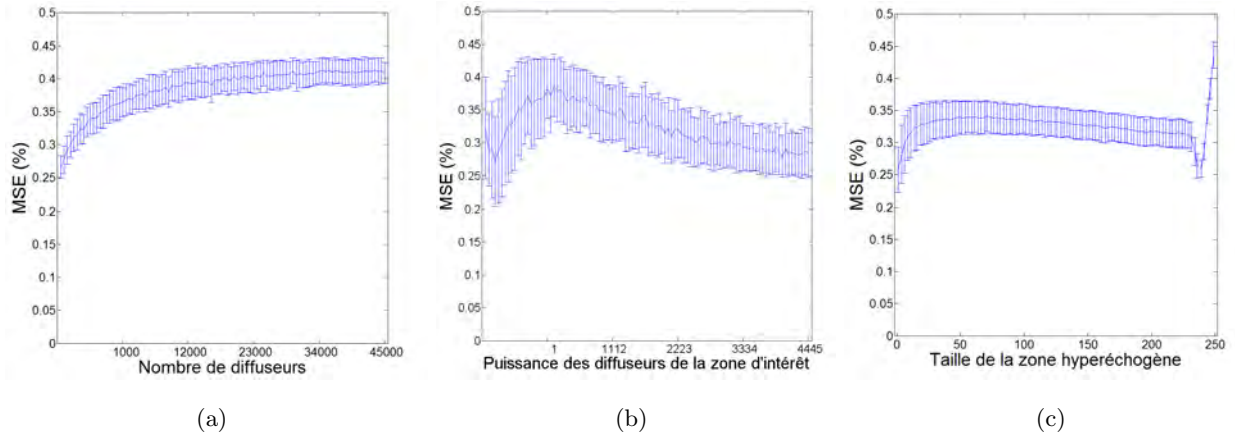


FIGURE B.2 – Performances du filtrage homomorphique évaluées en termes de MSE de la PSF estimée.

- Les régions où les diffuseurs sont concentrés sur une zone réduite sont préférables à celles où ils sont répartis sur des zones plus étendues.

Soulignons enfin que dans le cas limite où la taille de la demi-zone hyperéchogène vaut 250, elle recouvre l'ensemble de l'image étudiée. Le milieu considéré devient alors homogène, dégradant la qualité de l'estimation de la PSF.

Le critère MSE, comme tous les autres critères comparant deux grandeurs « point à point », peut cependant nuire à l'analyse des performances du filtrage homomorphique. En effet, si les PSF originale \mathbf{h} et estimée $\hat{\mathbf{h}}$ ne diffèrent que d'un facteur d'amplitude et d'un facteur de décalage, ces critères indiquent une mauvaise estimation pour $\hat{\mathbf{h}}$ alors que la qualité de la déconvolution ne serait que très faiblement affectée. Ceci illustre encore une fois, à l'image du SSIM, l'importance d'un critère d'évaluation quantitatif adapté.

Une première approche consisterait donc à étudier les performances de l'estimation à l'aide du critère suivant, établi de manière empirique :

$$\rho(\hat{\mathbf{h}}, \mathbf{h}) = \frac{\sum_f \left| \mathcal{F} \left\{ \hat{\mathbf{h}}(f) \right\}^H \mathcal{F} \left\{ \mathbf{h}(f) \right\} \right|}{\left\| \hat{\mathbf{h}} \right\|_2 \left\| \mathbf{h} \right\|_2}. \quad (\text{B.1})$$

Ce critère respecte les propriétés désirées $\rho(a\hat{\mathbf{h}}, \mathbf{h}) = \rho(\hat{\mathbf{h}}, \mathbf{h})$ et $\rho(\hat{\mathbf{h}}(t-\tau), \mathbf{h}(t)) = \rho(\hat{\mathbf{h}}(t), \mathbf{h}(t))$ et son comportement est illustré sur la figure B.3. Il semble corroborer les conclusions établies dans le cadre précédent, avec une précision concernant l'amplitude des diffuseurs de la zone d'intérêt, puisque ce dernier indique qu'il est préférable de sélectionner des zones hyperéchogènes plutôt que des zones hypoéchogènes. Il indique également une limitation quant à la densité de diffuseurs de cette zone, qui ne doit être ni trop faible ni trop importante. À l'instar du critère SSIM pour les images optiques, cette mesure empirique ρ de ressemblance entre deux PSF illustre la nécessité d'un critère quantitatif efficace en imagerie ultrasonore pour caractériser l'amélioration de la résolution des techniques de déconvolution.

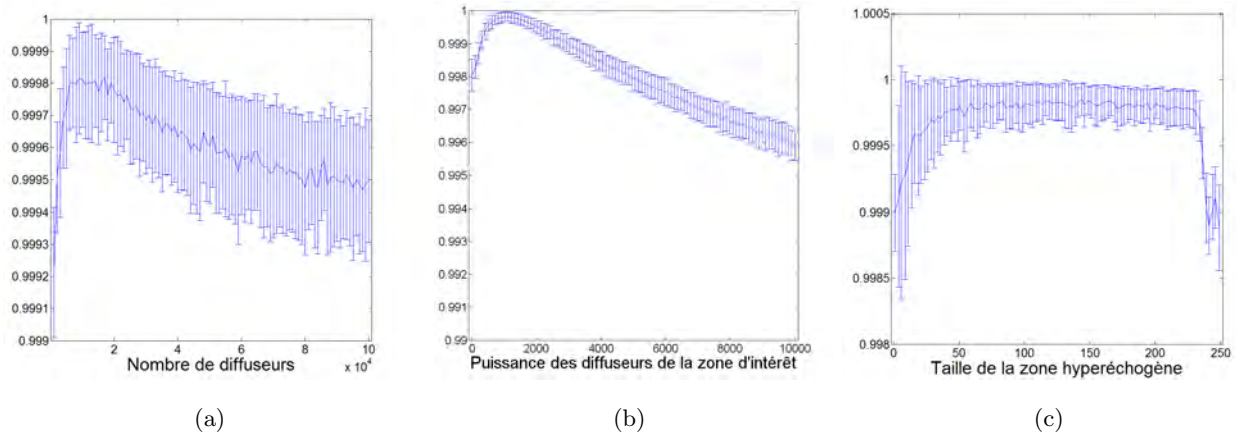


FIGURE B.3 – Performances du filtrage homomorphique évaluées via un nouveau critère.

Notons que les axes des abscisses des deux premiers graphes de cette figure (nombre et puissance des diffuseurs) ont été étendues par rapports à ceux de la figure B.2 afin de mieux mettre en évidence le comportement du critère empirique étudié.

Annexe C

Déconvolution classique résolue par ADMM : compléments

C.1 Calculs détaillés des opérateurs proximaux

On a montré dans la section 4.2, équation (4.28), que l'étape 2 de l'algorithme ADMM 4.2 s'écrit

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \underset{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{3n}}{\operatorname{argmin}} f_2(\mathbf{v}) + \frac{\beta}{2} \left\| \mathbf{v} - \left(\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}}{\beta} \right) \right\|_2^2. \quad (\text{C.1})$$

Cette équation peut alors être résolue comme

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \operatorname{prox}_{f_2/\beta} \left(\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}}{\beta} \right) \quad (\text{C.2})$$

en faisant intervenir l'opérateur proximal défini, pour une fonction convexe f et pour $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, par

$$\operatorname{prox}_f(\mathbf{x}_0) = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n}{\operatorname{argmin}} f(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|_2^2. \quad (\text{C.3})$$

On peut scinder l'opérateur proximal en deux parties indépendantes en notant, avec $\boldsymbol{\Omega}'^{(k)} \in \mathbb{R}^{2 \times n}$ et $\mathbf{z}'^{(k)} \in \mathbb{R}^n$,

$$\mathbf{A}\mathbf{u}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{\lambda}^{(k)}}{\beta} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} \operatorname{vect} \left(\boldsymbol{\Omega}'^{(k)} \right) \\ \mathbf{z}'^{(k)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3n} \quad (\text{C.4})$$

et en décomposant $\operatorname{prox}_{f_2/\beta}(\cdot)$ comme

$$\operatorname{prox}_{f_2/\beta} \left(\begin{bmatrix} \operatorname{vect} \left(\boldsymbol{\Omega}'^{(k)} \right) \\ \mathbf{z}'^{(k)} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \operatorname{vect} \left(\boldsymbol{\Omega}^{(k+1)} \right) \\ \mathbf{z}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{prox}_{\|\cdot\|_1/\beta} \left(\boldsymbol{\Omega}'^{(k)} \right) \\ \operatorname{prox}_{\chi_{\mathcal{Z}}/\beta} \left(\mathbf{z}'^{(k)} \right) \end{bmatrix}. \quad (\text{C.5})$$

On a alors deux composantes distinctes pour $\mathbf{v}^{(k+1)}$:

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \operatorname{vect} \left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}^{(k+1)} \\ \mathbf{z}^{(k+1)} \end{bmatrix} \right). \quad (\text{C.6})$$

C.1.1 Calcul de $\boldsymbol{\Omega}^{(k+1)}$

On a déjà montré que $\operatorname{prox}_{\|\cdot\|_1/\beta} \left(\boldsymbol{\Omega}'^{(k)} \right) = \operatorname{soft}_{1/\beta} \left(\boldsymbol{\Omega}'^{(k)} \right)$. On obtient donc aisément

$$\boldsymbol{\Omega}^{(k+1)} = \operatorname{soft}_{1/\beta} \left(\begin{bmatrix} \nabla_1 \mathbf{u}^{(k+1)} & \nabla_2 \mathbf{u}^{(k+1)} \end{bmatrix} + \frac{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_1^{(k)} & \boldsymbol{\lambda}_2^{(k)} \end{bmatrix}}{\beta} \right) \in \mathbb{R}^{n \times 2}. \quad (\text{C.7})$$

C.1.2 Calcul de $\mathbf{z}^{(k+1)}$

Le calcul de cette composante s'écrit comme une projection sur l'ellipsoïde \mathcal{Z} [Ben-Tal et Nemirovski, 2001; Weiss *et al.*, 2009]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{z}^{(k+1)} &= \text{prox}_{\chi_{\mathcal{Z}/\beta}}(\mathbf{z}'^{(k)}) = \Pi_{\mathcal{Z}}(\mathbf{z}'^{(k)}) \\
 &= \underset{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}}{\text{argmin}} \frac{1}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{z}'^{(k)}\|_2^2 \\
 &= \underset{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n}{\text{argmin}} \frac{1}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{z}'^{(k)}\|_2^2 \\
 &\quad \text{t.q. } \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n, \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{z}\|_2^2 \leq \alpha.
 \end{aligned} \tag{C.8}$$

On peut reformuler ce problème sous une forme non-contraînte équivalente

$$\begin{aligned}
 \mathbf{z}^{(k+1)} &= \underset{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n}{\text{argmin}} \frac{1}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{z}'^{(k)}\|_2^2 + \frac{\zeta}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{z}\|_2^2 \\
 &= \underset{\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n}{\text{argmin}} \frac{1}{2} (\mathbf{z}^T \mathbf{z} - 2\mathbf{z}^T \mathbf{z}'^{(k)}) + \frac{\zeta}{2} (\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{z} - 2\mathbf{z}^T \mathbf{S}^T \mathbf{y})
 \end{aligned} \tag{C.9}$$

en omettant les termes indépendants de \mathbf{z} et en introduisant le paramètre de régularisation $\zeta \in \mathbb{R}_+$. La solution est obtenue en écrivant l'équation normale suivante :

$$\mathbf{z} - \mathbf{z}'^{(k)} + \zeta (\mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{z} - \mathbf{S}^T \mathbf{y}) = 0, \tag{C.10}$$

ce qui conduit à

$$(\mathbf{I}_n + \zeta \mathbf{S}^T \mathbf{S}) \mathbf{z} = \mathbf{z}'^{(k)} + \zeta \mathbf{S}^T \mathbf{y}. \tag{C.11}$$

Il suffit alors de remarquer que si $\mathbf{S}\mathbf{S}^T = \mathbf{I}_m$, en revanche, $\mathbf{S}^T \mathbf{S} \neq \mathbf{I}_n$ ¹ mais reste une matrice circulante par bloc avec chaque bloc circulant (BCCB, cf. annexe C) et donc diagonalisable par FFT. En appliquant \mathbf{S} de part et d'autre de l'équation, on obtient la solution (sous-optimale)

$$\mathbf{S}\mathbf{z} = \frac{1}{1 + \zeta} (\mathbf{S}\mathbf{z}'^{(k)} + \zeta \mathbf{y}). \tag{C.12}$$

Le paramètre ζ peut alors être exprimé en fonction de α à l'aide de l'équation de contrainte dans (C.8), dans laquelle on utilise la nouvelle expression de $\mathbf{S}\mathbf{z}$:

$$\begin{aligned}
 0 &= \left\| \mathbf{y} - \frac{1}{1 + \zeta} (\mathbf{S}\mathbf{z}'^{(k)} + \zeta \mathbf{y}) \right\|_2^2 - \alpha \\
 &= \left\| \mathbf{y} - \frac{1}{1 + \zeta} (\mathbf{S}\mathbf{z}'^{(k)} + \zeta \mathbf{y}) \right\|_2^2 (1 + \zeta)^2 - \alpha (1 + \zeta)^2 \\
 &= \left\| \mathbf{y} (1 + \zeta) - (\mathbf{S}\mathbf{z}'^{(k)} + \zeta \mathbf{y}) \right\|_2^2 - \alpha (1 + \zeta)^2 \\
 &= \left\| \mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{z}'^{(k)} \right\|_2^2 - \alpha (1 + \zeta)^2 \\
 &= \sum_{i=1}^m \left(y_i - z_i'^{(k)} \right)^2 - \alpha (1 + \zeta)^2
 \end{aligned} \tag{C.13}$$

1. On a en réalité $\mathbf{S}^T \mathbf{S} = \mathbf{I}_m$ sur un sous espace de $\mathbb{R}^{n \times n}$ judicieusement choisi [Weiss *et al.*, 2009].

en notant $\mathbf{z}''^{(k)} = \mathbf{S}\mathbf{z}'^{(k)} \in \mathbb{R}^m$. On a donc une équation du second degré en ζ que l'on explicite :

$$\zeta^2 \underbrace{(-4\alpha)}_a + \zeta \underbrace{(-4\alpha)}_b + \underbrace{\sum_{i=1}^m (y_i - z_i''^{(k)})^2}_c - \alpha = 0. \quad (\text{C.14})$$

On en déduit alors ζ comme la racine positive de cette équation. Le discriminant s'écrit

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4\alpha)^2 + 4 \times (4\alpha)c \quad (\text{C.15})$$

et on en déduit la valeur de la racine

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{4\alpha + \sqrt{(4\alpha)^2 + 4 \times (4\alpha)c}}{2 \times 4\alpha} \\ &= \frac{1 + \sqrt{1 + c/\alpha}}{2}. \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

La solution finale s'écrit donc, pour cette valeur de ζ ,

$$\mathbf{S}\mathbf{z}^{(k+1)} = \frac{1}{1 + \zeta} \left(\mathbf{S} \left(\mathbf{H}\mathbf{u}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_3^{(k)}}{\beta} \right) + \zeta \mathbf{y} \right). \quad (\text{C.17})$$

Notons que cette dernière étape ne met à jour que les éléments de $\mathbf{z}^{(k+1)}$ observés (i.e., ceux qui appartiennent à l'espace LR défini par \mathbf{S}). En outre, en pratique, la matrice \mathbf{S} est définie comme un masque binaire de taille $n_1 \times n_2$ (plutôt que les dimensions $m \times n$ définies précédemment) pour effectuer cette opération de manière efficace. Plus de détails peuvent être trouvés dans l'annexe [A](#).

Annexe D

Déconvolution semi-aveugle : compléments

D.1 Formalisme pour la déconvolution semi-aveugle

La résolution du problème de déconvolution semi-aveugle nécessite un remaniement de la fonctionnelle classique afin de mettre en évidence certaines caractéristiques utilisées pour sa résolution efficace.

D.1.1 Remaniement de l'équation (4.36b)

On a vu dans la section 4.3 que l'équation du problème d'optimisation général

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{H} \in \mathbb{R}^\ell} \|\mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 + \tau \|\|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|_1 + \gamma \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_0\|_2^2 \quad (\text{D.1})$$

pouvait être formulée de manière séquentielle

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m}{\operatorname{argmin}} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{H}^{(k)}\mathbf{x} \right\|_2^2 + \tau \|\|\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}\|_1 \quad (\text{D.2a})$$

et

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \underset{\mathbf{h} \in \mathbb{R}^\ell}{\operatorname{argmin}} \left\| \mathbf{y} - \mathbf{S}\mathbf{X}^{(k)}\mathbf{P}\mathbf{h} \right\|_2^2 + \gamma \|\mathbf{h} - \mathbf{h}_0\|_2^2. \quad (\text{D.2b})$$

Cette nouvelle formulation nécessite cependant des précisions concernant le terme d'attache aux données. Afin de mettre en évidence le noyau de convolution vectorisé \mathbf{h} plutôt que la matrice caractéristique de la convolution \mathbf{H} , on fait intervenir une matrice $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times \ell}$, à structure simple, permettant de relier le vecteur \mathbf{h} des ℓ coefficients du noyau vectorisé de la PSF à un vecteur \mathbf{h}_0 de taille n adapté à la convolution (voir l'annexe A). Dans ces conditions, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice circulante dont la structure est calquée sur celle de \mathbf{H} , avec le noyau analogue $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

La matrice \mathbf{P} s'écrit de manière schématique

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}' \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

avec \mathbf{O} une matrice rectangulaire de taille $n_1(n_2 - \ell_2) \times \ell$ contenant des zéros et \mathbf{P}' une matrice de taille $n_1\ell_2 \times \ell$ définie comme

$$\mathbf{P}' = \mathbf{I}_{\ell_2} \otimes \mathbf{P}'', \quad (\text{D.4})$$

où \otimes représente le produit matriciel de Kronecker et \mathbf{P}'' est une matrice de taille $n_1 \times \ell_1$ s'écrivant

$$\mathbf{P}'' = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\ell_1} \\ \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

avec \mathbf{O} une matrice rectangulaire contenant $(n_1 - \ell_1) \times \ell_1$ zéros.

Notons que cette matrice possède la propriété $\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{I}_{\ell}$. La figure D.1 montre la répartition spatiale des coefficients de \mathbf{P} (égaux à 1 ou à 0) dans le cas $n_1 = 9$, $n_2 = 5$ et $\ell_1 = 3$, $\ell_2 = 3$.

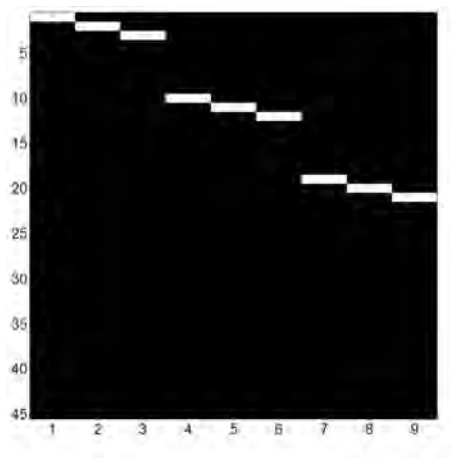


FIGURE D.1 – Répartition des coefficient de la matrice \mathbf{P} .

Dans ces conditions, les matrices \mathbf{H} et \mathbf{X} sont circulantes vers la droite et vers la gauche respectivement. On peut cependant se ramener au sens de circulation désiré en remarquant que

$$\mathbf{X}' = \mathbf{JX} \quad (\text{D.6})$$

avec \mathbf{X}' une matrice circulant vers la droite semblable à \mathbf{H} et \mathbf{J} une matrice à structure simple définie comme

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

avec $\mathbf{J}\mathbf{J}^T = \mathbf{J}^T\mathbf{J} = \mathbf{I}$.

D.1.2 Application

Dans le cas $n = 5$, on a d'une part

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 \\ h_5 & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ h_4 & h_5 & h_1 & h_2 & h_3 \\ h_3 & h_4 & h_5 & h_1 & h_2 \\ h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 + h_4x_4 + h_5x_5 \\ h_5x_1 + h_1x_2 + h_2x_3 + h_3x_4 + h_4x_5 \\ h_4x_1 + h_5x_2 + h_1x_3 + h_2x_4 + h_3x_5 \\ h_3x_1 + h_4x_2 + h_5x_3 + h_1x_4 + h_2x_5 \\ h_2x_1 + h_3x_2 + h_4x_3 + h_5x_4 + h_1x_5 \end{bmatrix} \quad (\text{D.8})$$

et d'autre part

$$\mathbf{XPh} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_1 & x_2 \\ x_4 & x_5 & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_5 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1x_1 + h_2x_2 + h_3x_3 + h_4x_4 + h_5x_5 \\ h_1x_2 + h_2x_3 + h_3x_4 + h_4x_5 + h_5x_1 \\ h_1x_3 + h_2x_4 + h_3x_5 + h_4x_1 + h_5x_2 \\ h_1x_4 + h_2x_5 + h_3x_1 + h_4x_2 + h_5x_3 \\ h_1x_5 + h_2x_1 + h_3x_2 + h_4x_3 + h_5x_4 \end{bmatrix} \quad (\text{D.9})$$

de telle sorte que

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{XPh}. \quad (\text{D.10})$$

On a également les propriétés de circularité dans un sens

$$\mathbf{JX} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_1 & x_2 \\ x_4 & x_5 & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_5 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ x_5 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_4 & x_5 & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \end{bmatrix} = \mathbf{X}' \quad (\text{D.11})$$

et dans l'autre

$$\mathbf{JX}' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ x_5 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_4 & x_5 & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_1 \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_1 & x_2 \\ x_4 & x_5 & x_1 & x_2 & x_3 \\ x_5 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \mathbf{X}. \quad (\text{D.12})$$

D.2 Résolution efficace du problème de déconvolution semi-aveugle

On a vu dans la section 4.3 que la deuxième étape de la résolution du problème de déconvolution semi-aveugle s'écrivait

$$\mathbf{h}^{(k+1)} = \left[\left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P} \right)^T \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P} \right) + \gamma\mathbf{I}_\ell \right]^{-1} \left[\left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P} \right)^T \mathbf{y} + \gamma\mathbf{h}_0 \right] \quad (\text{D.13})$$

et que le second terme de cette expression pouvait se calculer de manière efficace.

Le problème entravant *a priori* une implantation efficace est lié au fait que la matrice $\mathbf{A}' = \mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{m \times \ell}$ ne dispose d'aucune des propriétés désirées pour une éventuelle diagonalisation par FT. En effet, si l'on considère le cas $n = 4 \times 4$, $s_r = 2$ et $\ell = 3 \times 3$, on a

$$\begin{aligned} \mathbf{SXP} &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \dots & x_{16} \\ x_3 & x_4 & x_5 & \dots & x_2 \\ x_9 & x_{10} & x_{11} & \dots & x_8 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{10} \end{bmatrix} \mathbf{P} \\ &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_6 & x_7 & x_8 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_3 & x_4 & x_5 & x_8 & x_9 & x_{10} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \\ x_9 & x_{10} & x_{11} & x_{14} & x_{15} & x_{16} & x_3 & x_4 & x_5 \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{16} & x_1 & x_2 & x_5 & x_6 & x_7 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

qui n'est pas circulante. Il est toutefois possible d'inverser directement la matrice

$$\mathbf{U} = \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P} \right)^T \left(\mathbf{S}\mathbf{X}^{(k+1)}\mathbf{P} \right) + \gamma \mathbf{I}_\ell \quad (\text{D.15})$$

de taille $\ell \times \ell$, sans avoir recours à la diagonalisation par FT utilisée pour l'inversion de la matrice des opérateurs \mathbf{A} de taille $3n \times n$ (cf. section 4.2.3). En effet, en observant que

$$\left(\mathbf{SXP} \right)^T \left(\mathbf{SXP} \right) = \mathbf{P}^T \left(\mathbf{SX} \right)^T \left(\mathbf{SX} \right) \mathbf{P}, \quad (\text{D.16})$$

et en remarquant que la multiplication à gauche par \mathbf{P}^T et à droite par \mathbf{P} revient à correctement sélectionner ℓ^2 coefficients de la matrice $\mathbf{U}' = \left(\mathbf{SX} \right)^T \left(\mathbf{SX} \right)$ de taille $n \times n$, il suffit de pouvoir calculer de manière efficace certains coefficients de cette dernière. Or, l'élément $u'_{i,j}$ (avec $1 \leq i, j \leq n$) de $\left(\mathbf{SX} \right)^T \left(\mathbf{SX} \right)$ se calcule de manière efficace comme un coefficient d'intercorrélation (fonction `xcorr2` sous MATLAB, par exemple) entre les images \mathbf{x}_i et \mathbf{x}_j où \mathbf{x}_i est une permutation circulaire de rang i de l'image \mathbf{x} . Si l'on reprend le cas particulier précédent ($n = 4 \times 4$ et $s_r = 2$), on a par exemple les résultats suivants :

$$\begin{aligned} u'_{1,1} &= x_1^2 + x_3^2 + x_9^2 + x_{11}^2, \\ u'_{2,2} &= x_2^2 + x_4^2 + x_{10}^2 + x_{12}^2, \\ u'_{2,1} &= x_1x_2 + x_3x_4 + x_9x_{10} + x_{11}x_{12}, \\ u'_{3,1} &= x_1x_3 + x_3x_5 + x_9x_{11} + x_{11}x_{13}. \end{aligned}$$

De plus, la matrice \mathbf{U}' étant symétrique, le calcul de seulement $\ell^2/2$ coefficients suffit pour construire la matrice \mathbf{U} avant régularisation et inversion.

Liste des publications

Articles de conférence

- [C1] Renaud Morin, Stéphanie Bidon, Adrian Basarab, and Denis Kouamé, “Semi-blind deconvolution for resolution enhancement in ultrasound imaging,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing (ICIP)*, 2013, à paraître.
- [C2] Renaud Morin, Stéphanie Bidon, Adrian Basarab, and Denis Kouamé, “Amélioration de la résolution des images ultrasonores en mode B par déconvolution semi-aveugle,” in *Proc. Groupe de Recherche et d’Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*, 2013, à paraître.
- [C3] Renaud Morin, Adrian Basarab, and Denis Kouamé, “Alternating direction method of multipliers framework for super-resolution in ultrasound imaging,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging : From Nano to Macro (ISBI)*, 2012, pp. 1595 – 1598.
- [C4] Renaud Morin, Adrian Basarab, Marie Ploquin, and Denis Kouamé, “Post-processing multiple-frame super-resolution in ultrasound imaging,” in *Proc. SPIE Medical Imaging*, vol. 8320, 2012.

Séminaires

- [S1] Workshop, “Semi-blind deconvolution for resolution enhancement in ultrasound imaging,” in *Workshop du Centre International de Mathématiques et d’Informatiques (CIMI)*, Toulouse, France, 2013.
- [S2] Conférencier invité, “Super-résolution en imagerie ultrasonore,” in *XIème Colloque Franco-Roumain de Mathématiques Appliquées*, Bucarest, Roumanie, 2012.
- [S3] Séminaire, “Amélioration de la résolution en imagerie ultrasonore,” in *Séminaire DocToMe*, Toulouse, France, 2012.

Autre

- [B1] Bourse CNRS - IRIT du GdR STIC-Santé, 2013. Visiteur à l'Université de Paris XIII dans le cadre d'une collaboration avec Basarab Matei.

Bibliographie

- ABEYRATNE, U., PETROPULU, A. et REID, J. (1995). Higher order spectra based deconvolution of ultrasound images. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 42(6):1064 – 1075.
- ADAM, D. et MICHAILOVICH, O. (2002). Blind deconvolution of ultrasound sequences using nonparametric local polynomial estimates of the pulse. *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, 49(2):118 – 131.
- AFONSO, M. V., BIOUCAS-DIAS, J. M. et FIGUEIREDO, M. A. T. (2010). Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization. *IEEE Trans. Image Process.*, 19(9):2345 – 2356.
- AFONSO, M. V., BIOUCAS-DIAS, J. M. et FIGUEIREDO, M. A. T. (2011). An augmented Lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems. *IEEE Trans. Image Process.*, 20(3):681 – 695.
- ALAM, M. S., BOGNAR, J. G., HARDIE, R. C. et YASUDA, B. J. (2000). Infrared image registration and high-resolution reconstruction using multiple translationally shifted aliased video frames. *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, 49(5):915 – 923.
- ALBERT, A. (1972). *Regression and the Moore-Penrose pseudoinverse*. Academic Press.
- ALESSANDRINI, M. (2010). *Statistical Methods for Analysis and Processing of Medical Ultrasound*. Thèse de doctorat, University of Bologna.
- ALESSANDRINI, M., LIEBGOTT, H., FRIBOULET, D. et BERNARD, O. (2012). Simulation of realistic echocardiographic sequences for ground-truth validation of motion estimation. In *Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP)*, pages 2329 – 2332.
- ALLISON, M. J., RAMANI, S. et FESSLER, J. A. (2013). Accelerated regularized estimation of MR coil sensitivities using augmented Lagrangian methods. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 32(3):556 – 564.
- ALMEIDA, M. S. C. et ALMEIDA, L. B. (2010). Blind and semi-blind deblurring of natural images. *IEEE Trans. Image Process.*, 19(1):36 – 52.
- ALMEIDA, M. S. C. et FIGUEIREDO, M. A. T. (2013). Deconvolving images with unknown boundaries using the alternating direction method of multipliers. *IEEE Trans. Image Process.*, 22(8):3074 – 3086.
- AMIZIC, B., SPINOULAS, L., MOLINA, R. et KATSAGGELOS, A. K. (2013). Compressive blind image deconvolution. *IEEE Trans. Image Process.*, 22:3994 – 4006.
- ARISTIZABAL, O., TURNBULL, D. et KETTERLING, J. (2005). Mouse embryo imaging with a 40 MHz annular array. In *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium (IUS)*.
- BABACAN, S., MOLINA, R. et KATSAGGELOS, A. (2009). Variational Bayesian blind deconvolution using a total variation prior. *IEEE Trans. Image Process.*, 18(1):12 – 26.
- BAKER, S. et KANADE, T. (2002). Limits on super-resolution and how to break them. *IEEE Trans. Pattern*

- Anal. Mach. Intell.*, 24(9):1167 – 1183.
- BASARAB, A. (2008). *Estimation du mouvement dans des séquences d'images échographiques : application à l'élastographie de la thyroïde*. Thèse de doctorat, INSA - Lyon.
- BASARAB, A., LIEBGOTT, H., MORESTIN, F., LYSHCHIK, A., HIGASHI, T., ASATO, R. et DELACHARTRE, P. (2008). A method for vector displacement estimation with ultrasound imaging and its application for thyroid nodular disease. *Med. Image Anal.*, 12(3):259 – 274.
- BASARAB, A., LYSHCHIK, A., GRAVA, C., BUZULOIU, V. et DELACHARTRE, P. (2009). Ultrasound image sequence registration and its application for thyroid nodular disease. *Journal of Signal Processing Systems*, 55:127 – 137.
- BECK, A. et TEOULLE, M. (2009). A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2(1):183 – 202.
- BECKER, S., BOBIN, J. et CANDÈS, E. J. (2011). NESTA : a fast and accurate first-order method for sparse recovery. *SIAM J. Imag. Sciences*, 4(1):1 – 39.
- BEN-TAL, A. et NEMIROVSKI, A. S. (2001). *Lectures on modern convex optimization : analysis, algorithms, and engineering applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- BERGEN, J., ANANDAN, P., HANNA, K. et HINGORANI, R. (1992). Hierarchical model-based motion estimation. In SANDINI, G., éditeur : *Computer Vision - ECCV'92*, volume 588 de *Lecture Notes in Computer Science*, pages 237 – 252. Springer Berlin / Heidelberg.
- BERSON, M., RONCIN, A. et POURCELOT, L. (1981). Compound scanning with an electrically steered beam. *Ultrason. Imaging*, 3(3):303 – 308.
- BESSON, O., BIDON, S. et Larue de TOURNEMINE, C. (2010). Robust approaches to remote calibration of a transmitting array. *Signal Processing*, 90(5):1373 – 1381.
- BING, F. (2012). Imagerie médicale et endoscopie. Centre hospitalier universitaire de Grenoble, <http://www.ac-grenoble.fr/disciplines/sti-biotechnologies/articles.php?pg=129>.
- BIUCAS-DIAS, J. M. et FIGUEIREDO, M. A. T. (2007). A new TwIST : two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration. *IEEE Trans. Image Process.*, 16(12):2992 – 3004.
- BORMAN, S. et STEVENSON, R. L. (1998). Super-resolution from image sequences - a review. In *Proc. 1998 Midwest Symp. Circuits and Systems*, pages 374 – 378.
- BOSE, N. K., KIM, H. C. et VALENZUELA, H. M. (1993). Recursive implementation of total least squares algorithm for image reconstruction from noisy, undersampled multiframes. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing (ICASSP)*.
- BOSE, N. K., LERTRATTANAPANICH, S. et KOO, J. (2001). Advances in superresolution using l-curve. In *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems (ISCAS)*, volume 2, pages 433 – 436.
- BRONSTEIN, M. M., BRONSTEIN, A. M., ZIBULEVSKY, M. et ZEEVI, Y. Y. (2005). Blind deconvolution of images using optimal sparse representations. *IEEE Trans. Image Process.*, 14(6):726 – 736.
- BROWN JR, J. L. (1981). Multi-channel sampling of low-pass signals. *IEEE Trans. Circuits and Systems*, 28(2):101 – 106.
- BRUCK JR, R. E. (1977). On the weak convergence of an ergodic iteration for the solution of variational inequalities for monotone operators in Hilbert space. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 61(1):159 – 164.

- BRUNET, D., VRSCAY, E. R. et WANG, Z. (2012). On the mathematical properties of the structural similarity index. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(4):1488 – 1499.
- BURNS, P. N. (1996). Harmonic imaging with ultrasound contrast agents. *Clinical radiology*, 51:50 – 55.
- BYRAM, B., TRAHEY, G. et PALMERI, M. (2013a). Bayesian speckle tracking. part i : an implementable perturbation to the likelihood function for ultrasound displacement estimation. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 60(1):132 – 143.
- BYRAM, B., TRAHEY, G. et PALMERI, M. (2013b). Bayesian speckle tracking. part ii : biased ultrasound displacement estimation. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 60(1):144 – 157.
- CADZOW, J. A. (1996). Blind deconvolution via cumulant extrema. *IEEE Signal Process. Mag.*, 13(3):24 – 42.
- CAI, J.-F., JI, H., LIU, C. et SHEN, Z. (2012). Framelet-based blind motion deblurring from a single image. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(2):562 – 572.
- CANDÈS, E. J. (2006). Compressive sampling. *In Proc. Int. Congress of Mathematicians*, pages 1433 – 1452.
- CAPEL, D. (2004). *Image mosaicing and super-resolution*. Springer.
- CAPEL, D. et ZISSERMAN, A. (2003). Computer vision applied to super resolution. *IEEE Signal Process. Mag.*, 20(3):75 – 86.
- CAPON, J. (1969). High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8):1408 – 1418.
- CHAMBOLLE, A. (2004). An algorithm for total variation minimization and applications. *J. Math. Imag. Vision*, 20:89 – 97.
- CHAMBOLLE, A., DE VORE, R. A., LEE, N.-Y. et LUCIER, B. J. (1998). Nonlinear wavelet image processing : Variational problems, compression, and noise removal through wavelet shrinkage. *IEEE Trans. Image Process.*, 7(3):319 – 335.
- CHAN, T. F., OSHER, S. et SHEN, J. (2001). The digital TV filter and nonlinear denoising. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(2):231 – 241.
- CHAN, T. F. et WONG, C.-K. (1998). Total variation blind deconvolution. *IEEE Trans. Image Process.*, 7(3):370 – 375.
- CHANG, H., YEUNG, D.-Y. et XIONG, Y. (2004). Super-resolution through neighbor embedding. *In Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1, pages 275 – 282.
- CHARTRAND, R. (2008). Nonconvex compressive sensing and reconstruction of gradient-sparse images : Random vs. tomographic fourier sampling. *In Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP)*, pages 2624 – 2627.
- CHAUDHURI, S. (2001). *Super-resolution imaging*. Springer.
- CHEESEMAN, P., KANEFISKY, B., KRAFT, R., STUTZ, J. et HANSON, R. (1996). Super-resolved surface reconstruction from multiple images. *In Maximum Entropy and Bayesian Methods*, pages 293 – 308. Springer.
- CHIANG, M.-C. et BOULT, T. E. (2000). Efficient super-resolution via image warping. *Image and Vision Computing*, 18(10):761 – 771.
- CHIAO, R. Y. et HAO, X. (2005). Coded excitation for diagnostic ultrasound : a system developer’s perspective. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 52(2):160 – 170.
- CHON, J. H., RAMANI, S. et FESSLER, J. A. (2012). Alternating minimization approach for multi-frame image

- reconstruction. *In Proc. IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*.
- CLEMENT, G. T. (2007). Two-dimensional ultrasound detection with unfocused frequency-randomized signals. *J. Acoust. Soc. Am.*, 121(1):636 – 647.
- CLEMENT, G. T. (2009). Superresolution in ultrasound imaging. *In Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging : From Nano to Macro (ISBI)*, pages 258 – 261.
- CLEMENT, G. T., HUTTUNEN, J. et HYNYNEN, K. (2005). Superresolution ultrasound imaging using back-projected reconstruction. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(6):3953 – 3960.
- COMBETTES, P. L. et PESQUET, J.-C. (2011). Proximal splitting methods in signal processing. *In* BAUSCHKE, H. H., BURACHIK, R. S., COMBETTES, P. L., ELSER, V., LUKE, D. R. et WOLKOWICZ, H., éditeurs : *Fixed-Point Algorithms for Inverse Problems in Science and Engineering*, volume 49 de *Springer Optimization and Its Applications*. Springer New York.
- COMBETTES, P. L. et WAJS, V. R. (2005). Signal recovery by proximal forward-backward splitting. *Multiscale Modeling & Simulation*, 4(4):1168 – 1200.
- COOK, C. E. et SIEBERT, W. M. (1988). The early history of pulse compression radar. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 24(6):825 – 833.
- COTASSON, B. (2005). Méthodes d'interpolation en traitement d'image. Rapport technique, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie.
- DAUBECHIES, I., DEFRISE, M. et DE MOL, C. (2004). An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Communications on pure and applied mathematics*, 57(11):1413 – 1457.
- de VIEILLEVILLE, F., WEISS, P., LOBJOIS, V. et KOUAMÉ, D. (2011). Alternating direction method of multipliers applied to 3D light sheet fluorescence microscopy image deblurring using GPU hardware. *In Proc. Engineering in Med. & Biol.*, pages 4872 – 4875.
- DOLUI, S. et MICHAILOVICH, O. V. (2011). Blind deconvolution of medical ultrasound images using variable splitting and proximal point methods. *In Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging : From Nano to Macro (ISBI)*, pages 1 – 5.
- DONOHO, D. L. (1995). De-noising by soft-thresholding. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 41(3):613 – 627.
- DONOHO, D. L. (2006a). Compressed sensing. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 52(4):1289 – 1306.
- DONOHO, D. L. (2006b). For most large underdetermined systems of linear equations the minimal l_1 -norm solution is also the sparsest solution. *Communications on pure and applied mathematics*, 59(6):797 – 829.
- ECKART, C. et YOUNG, G. (1936). The approximation of one matrix by another of lower rank. *Psychometrika*, 1(3):211 – 218.
- ECKSTEIN, J. et BERTSEKAS, D. P. (1992). On the Douglas-Rachford splitting method and the proximal point algorithm for maximal monotone operators. *Mathematical Programming*, 55(1-3):293 – 318.
- ELAD, M. et DATSENKO, D. (2009). Example-based regularization deployed to super-resolution reconstruction of a single image. *The Computer Journal*, 52(1):15 – 30.
- ELAD, M. et FEUER, A. (1997). Restoration of a single superresolution image from several blurred, noisy, and undersampled measured images. *IEEE Trans. Signal Process.*, 6(12):1646 – 1658.
- ELAD, M. et HEL-OR, Y. (2001). A fast super-resolution reconstruction algorithm for pure translational motion and common space-invariant blur. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(8):1187 – 1193.

- ELLIS, M. (2010). *Super-Resolution Image Reconstruction Applied To Medical Ultrasound*. Thèse de doctorat, University of Virginia.
- ELLIS, M. A., VIOLA, F. et WALKER, W. F. (2010). Super-resolution image reconstruction using diffuse source models. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 36(6):967 – 977.
- ELMOATAZ, A., LEZORAY, O. et BOUGLEUX, S. (2008). Nonlocal discrete regularization on weighted graphs : a framework for image and manifold processing. *IEEE Trans. Image Process.*, 17(7):1047 – 1060.
- ENTREKIN, R. R., PORTER, B. A., SILLESEN, H. H., WONG, A. D., COOPERBERG, P. L. et FIX, C. H. (2001). Real-time spatial compound imaging : Application to breast, vascular, and musculoskeletal ultrasound. *Seminars in Ultrasound, CT and MRI*, 22(1):50 – 64.
- EREN, P. E., SEZAN, M. I. et TEKALP, A. M. (1997). Robust, object-based high-resolution image reconstruction from low-resolution video. *IEEE Trans. Image Process.*, 6(10):1446 – 1451.
- ESSER, E. (2009). Applications of Lagrangian-based alternating direction methods and connections to split Bregman. Rapport technique, Comput. Appl. Math., Univ. California, Los Angeles.
- FACCHINEI, F. et PANG, J.-S. (2003). *Finite-dimensional variational inequalities and complementarity problems*, volume 1. Springer.
- FARSIU, S., ROBINSON, D., ELAD, M. et MILANFAR, P. (2004a). Advances and challenges in super-resolution. *Int. J. Imaging Syst. Technol.*, 14:47 – 57.
- FARSIU, S., ROBINSON, M. D., ELAD, M. et MILANFAR, P. (2004b). Fast and robust multiframe super resolution. *IEEE Trans. Image Process.*, 13(10):1327 – 1344.
- FATEMI, M. et KAK, A. C. (1980). Ultrasonic b-scan imaging : Theory of image formation and a technique for restoration. *Ultrason. Imaging*, 2(1):1 – 47.
- FIGUEIREDO, M. A. T., NOWAK, R. D. et WRIGHT, S. J. (2007). Gradient projection for sparse reconstruction : Application to compressed sensing and other inverse problems. *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, 1(4):586 – 597.
- FILOUX, E., MAMOU, J., ARISTIZABAL, O. et KETTERLING, J. (2011). Characterization of the spatial resolution of different high-frequency imaging systems using a novel anechoic-sphere phantom. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 58(5):994 – 1005.
- FILOUX, E., MAMOU, J., ARISTIZABAL, O. et KETTERLING, J. A. (2010). Estimation of spatial resolution for high-frequency imaging systems using a novel anechoic-sphere phantom. *J. Acoust. Soc. Am.*, 128(4):2280 – 2280.
- FOSTER, D. R., ARDITI, M., FOSTER, F. S., PATTERSON, M. et HUNT, J. (1983). Computer simulations of speckle in B-scan images. *Ultrason. Imaging*, 5(4):308 – 330.
- FOSTER, F., PAVLIN, C. J., HARASIEWICZ, K. A., CHRISTOPHER, D. A. et TURNBULL, D. H. (2000). Advances in ultrasound biomicroscopy. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 26(1):1 – 27.
- FREEMAN, W. T., JONES, T. R. et PASZTOR, E. C. (2002). Example-based super-resolution. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 22(2):56 – 65.
- GHIGLIA, D. C. et PRITT, M. D. (1998). *Two-Dimensional Phase Unwrapping : Theory, Algorithms, and Software*. New-York : Wiley.
- GLASNER, D., BAGON, S. et IRANI, M. (2009). Super-resolution from a single image. *In Proc. IEEE Int. Conf. Computer Vision*, pages 349 – 356.

- GOLDSTEIN, T. et OSHER, S. (2008). The split Bregman algorithm for L1 regularized problems. Rapport technique, UCLA CAM Report [08-29].
- GOMERSALL, H., HODGSON, D., PRAGER, R., KINGSBURY, N., TREECE, G. et GEE, A. (2011). Efficient implementation of spatially-varying 3-D ultrasound deconvolution. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 58(1):234 – 238.
- GORE, J. C. et LEEMAN, S. (1977). Ultrasonic backscattering from human tissue : a realistic model. *Physics in Med. & Biol.*, 22(2):317 – 326.
- GREENLEAF, J. F. et BAHN, R. C. (1981). Clinical imaging with transmissive ultrasonic computerized tomography. *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, BME-28(2):177 – 185.
- GREENSPAN, H. (2008). Super-resolution in medical imaging. *The Computer Journal*, 52(1):43 – 63.
- GRÉGOIRE, J.-M. (2002). *Échographie haute-résolution : Technologie et Applications en Dermatologie et Ophtalmologie*. Thèse de doctorat, Université François Rabelais, Tours.
- GRÉGOIRE, J.-M., SERRIÈRE, S., GEORGESCO, G., JAMET, F., BLEUZEN, A., OSSANT, F., LEVASSORT, F., TRANQUART, F. et PATAT, F. (2006). Techniques et applications de l'échographie haute résolution non invasive. *Journal de Radiologie*, 87:1920 – 1936.
- HADAMARD, J. (1902). Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 13:19 – 52.
- HAIDER, B., LEWIN, P. A. et THOMENIUS, K. E. (1998). Pulse elongation and deconvolution filtering for medical ultrasonic imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 45(1):98 – 113.
- HALE, E. T., YIN, W. et ZHANG, Y. (2007). A fixed-point continuation method for L1-regularized minimization with applications to compressed sensing. Rapport technique, CAAM TR[07-07], Rice University.
- HANS, D., WU, C., NJEH, C. F., ZHAO, S., AUGAT, P., NEWITT, D., LINK, T., LU, Y., MAJUMDAR, S. et GENANT, H. K. (1999). Ultrasound velocity of trabecular cubes reflects mainly bone density and elasticity. *Calcified Tissue International*, 34(1):18 – 23.
- HANSEN, P. C. (1998). *Rank-deficient and discrete ill-posed problems : numerical aspects of linear inversion*, volume 4. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- HANSEN, P. C. et O'LEARY, D. P. (1993). The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14(6):1487 – 1503.
- HARDIE, R. C., BARNARD, K. J. et ARMSTRONG, E. E. (1997). Joint MAP registration and high-resolution image estimation using a sequence of undersampled images. *IEEE Trans. Image Process.*, 6(12):1621 – 1633.
- HARDIE, R. C., BARNARD, K. J., BOGNAR, J. G., ARMSTRONG, E. E. et WATSON, E. A. (1998). High-resolution image reconstruction from a sequence of rotated and translated frames and its application to an infrared imaging system. *Optical Engineering*, 37(1):247 – 260.
- HAYKIN, S. (2003). *Adaptive filter theory*. Upper Saddle River (N.J.), Prentice Hall.
- HE, B., LIAO, L.-Z., HAN, D. et YANG, H. (2002). A new inexact alternating directions method for monotone variational inequalities. *Mathematical Programming*, 92(1):103 – 118.
- HILLERY, A. D. et CHIN, R. T. (1991). Iterative Wiener filters for image restoration. *IEEE Trans. Signal Process.*, 39(8):1892 – 1899.
- HONG, M.-C., KANG, M. G. et KATSAGGELOS, A. K. (1997). An iterative weighted regularized algorithm for

- improving the resolution of video sequences. *In Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP)*, volume 2, pages 474 – 477.
- HU, Y. et JACOB, M. (2012). Higher degree total variation (HDTV) regularization for image recovery. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(5):2559 – 2571.
- HUANG, C., WANG, K., NIE, L., WANG, L. V. et ANASTASIO, M. A. (2013). Full-wave iterative image reconstruction in photoacoustic tomography with acoustically inhomogeneous media. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 32(6):1097 – 1110.
- HUANG, J. et YANG, F. (2012). Compressed magnetic resonance imaging based on wavelet sparsity and nonlocal total variation. *In Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging : From Nano to Macro (ISBI)*.
- HUBER, S., WAGNER, M., MEDL, M. et CZEMBIREK, H. (2002). Real-time spatial compound imaging in breast ultrasound. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 28(2):155 – 163.
- HUNT, B. R. (1973). The application of constrained least squares estimation to image restoration by digital computer. *IEEE Trans. Comput.*, C-22(9):805 – 812.
- HUSBY, O., LIE, T., LANGO, T., HOKLAND, J. et RUE, H. (2001). Bayesian 2-D deconvolution : a model for diffuse ultrasound scattering. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 48(1):121 – 130.
- INSANA, M. F. (2006). *Ultrasonic Imaging*. Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering, Hoboken, NJ, M. Akay édition.
- IRANI, M. et PELEG, S. (1991). Improving resolution by image registration. *Graphical Models and Image Processing*, 53(3):231 – 239.
- IRANI, M. et PELEG, S. (1993). Motion analysis for image enhancement : Resolution, occlusion, and transparency. *J. Vis. Commun. Image Rep.*, 4(4):324 – 335.
- JENSEN, J. A. (1991). A model for the propagation and scattering of ultrasound in tissue. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89(1):182 – 191.
- JENSEN, J. A. (1996). FIELD : A program for simulating ultrasound systems. *In Nordic-Baltic Conference on Biomedical Imaging*, pages 351 – 353.
- JENSEN, J. A. (2004). Simulation of advanced ultrasound systems using field ii. *In Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging : From Nano to Macro (ISBI)*, pages 636 – 639.
- JENSEN, J. A. (2006). Medical ultrasound imaging. *Progress in Biophysics and Molecular Biology*, 93:153 – 165.
- JENSEN, J. A. et LEEMAN, S. (1994). Nonparametric estimation of ultrasound pulses. *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, 41(10):929 – 936.
- JENSEN, J. A., MATHORNE, J., GRAVESEN, T. et STAGE, B. (1993). Deconvolution of in-vivo ultrasound B-mode images. *Ultrason. Imaging*, 15:122 – 133.
- JENSEN, J. A. et SVENDSEN, N. B. (1992). Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized, and excited ultrasound transducers. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 39(2):262 – 267.
- JESPERSEN, S. K., WILHJELM, J. E. et SILLESEN, H. (1998). Multi-angle compound imaging. *Ultrason. Imaging*, 20:81 – 102.
- Ji, H. et WANG, K. (2012). Robust image deblurring with an inaccurate blur kernel. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(4):1624 – 1634.

- JIRIK, R. et TAXT, T. (2006). High-resolution ultrasonic imaging using two-dimensional homomorphic filtering. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 53(8):1440 – 1448.
- JIRIK, R. et TAXT, T. (2008). Two-dimensional blind Bayesian deconvolution of medical ultrasound images. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 55(10):2140 – 2153.
- KAARESEN, K. et BOLVIKEN, E. (1999). Blind deconvolution of ultrasonic traces accounting for pulse variance. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 46(3):564 – 573.
- KALTENBACHER, E. A. et HARDIE, R. C. (1996). High-resolution infrared image reconstruction using multiple low-resolution aliased frames. In *Proc. IEEE National Aerospace Electronics Conference*, volume 2, pages 702 – 709.
- KANG, M. G. (1998). Generalized multichannel image deconvolution approach and its applications. *Optical Engineering*, 37(11):2953 – 2964.
- KANZLER, S. G. et OELZE, M. L. (2008). Improved scatterer size estimation using backscatter coefficient measurements with coded excitation and pulse compression. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(6):4599 – 4607.
- KATSAGGELOS, A. K., SCHROEDER, M. R., KOHONEN, T. et HUANG, T. S. (1991). *Digital image restoration*. Springer.
- KAY, S. M. (1988). *Modern Spectral Estimation : Theory and Application*. PTR Prentice Hall.
- KEYS, R. (1981). Cubic convolution interpolation for digital image processing. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 29(6):1153 – 1160.
- KIM, S. P., BOSE, N. K. et VALENZUELA, H. M. (1990). Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframe. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 38(6):1013 – 1027.
- KIM, S. P. et SU, W.-Y. (1993). Recursive high-resolution reconstruction of blurred multiframe images. *IEEE Trans. Image Process.*, 4(2):534 – 539.
- KOMATSU, T., AIZAWA, K., IGARASHI, T. et SAITO, T. (1993). Signal-processing based method for acquiring very high resolution images with multiple cameras and its theoretical analysis. *Proc. IEE Communications, Speech and Vision*, 140(1):19 – 25.
- KRUCKER, J. F., LECARPENTIER, G. L., FOWLKES, J. B. et CARSON, P. L. (2002). Rapid elastic image registration for 3-D ultrasound. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 21(11):1384 – 1394.
- KUNDUR, D. et HATZINAKOS, D. (1996). Blind image deconvolution. *IEEE Signal Process. Mag.*, 13(3):43 – 64.
- LANDWEBER, L. (1951). An iteration formula for Fredholm integral equations of the first kind. *American journal of mathematics*, 73(3):615 – 624.
- LAW, W. K., FRIZZELL, L. A. et DUNN, F. (1985). Determination of the nonlinearity parameter b/a of biological media. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 11(2):307 – 318.
- LAWSON, C. L. et HANSON, R. J. (1974). *Solving least squares problems*, volume 161. Upper Saddle River (N.J.), Prentice Hall.
- LEDIJU, M. A., TRAHEY, G. E., BYRAM, B. C. et DAHL, J. J. (2011). Short-lag spatial coherence of backscattered echoes : imaging characteristics. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 58(7):1377 – 1388.
- LEE, Y., LEE, W. Y., LIM, C.-E., CHANG, J. H., SONG, T.-K. et YOO, Y. (2012). Compounded direct pixel

- beamforming for medical ultrasound imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 59(3):572 – 582.
- LI, P.-C. et CHEN, M.-J. (2002). Strain compounding : a new approach for speckle reduction. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 49(1):39 – 46.
- LI, P.-C. et WU, C.-L. (2001). Strain compounding : spatial resolution and performance on human images. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 27(11):1535 – 1541.
- LI, X. et ORCHARD, M. T. (2001). New edge-directed interpolation. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(10):1521 – 1527.
- LI, Y. et SANTOSA, F. (1996). A computational algorithm for minimizing total variation in image restoration. *IEEE Trans. Image Process.*, 5(6):987 – 995.
- LIN, C.-H., WENG, C.-M. et SUN, Y.-N. (2005). Ultrasound image compounding based on motion compensation. In *Proc. Engineering in Med. & Biol.*, pages 6445 – 6448.
- LINGVALL, F. (2004a). A method of improving overall resolution in ultrasonic array imaging using spatio-temporal deconvolution. *Ultrasonics*, 42:961 – 968.
- LINGVALL, F. (2004b). *Time-domain Reconstruction Methods for Ultrasonic Array Imaging*. Thèse de doctorat, Uppsala University.
- LIU, J. et INSANA, M. F. (2005). Coded pulse excitation for ultrasonic strain imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 52(2):231 – 240.
- LUCAS, B. D. et KANADE, T. (1981). An iterative image registration technique with an application to stereo vision. In *Proc. DARPA Image Understanding Workshop*, pages 121 – 130.
- LYSHCHIK, A., HIGASHI, T., ASATO, R., TANAKA, S., ITO, J., HIRAOKA, M., BRILL, A. B., SAGA, T. et TOGASHI, K. (2005). Elastic moduli of thyroid tissues under compression. *Ultrason. Imaging*, 27(2):101 – 110.
- MAMOU, J., ARISTIZABAL, O., SILVERMAN, R. H. et KETTERLING, J. A. (2008). 40-MHz ultrasound imaging with chirps and annular arrays. In *Proc. Engineering in Med. & Biol.*
- MANN, S. et PICARD, R. W. (1994). Virtual bellows : Constructing high quality stills from video. In *Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP)*, volume 1, pages 363 – 367.
- MARCOS, S. (1998). *Méthodes à haute résolution, traitement d’antenne et analyse spectrale*. Hermes.
- MATAKOS, A., RAMANI, S. et FESSLER, J. A. (2013). Accelerated edge-preserving image restoration without boundary artifacts. *IEEE Trans. Image Process.*, 22(5):2019 – 2029.
- MAYER, G. S. et VRSCAY, E. R. (2007). Measuring information gain for frequency-encoded super-resolution MRI. *Magnetic Resonance Imaging*, 25(7):1058 – 1069.
- MEUWLY, J.-Y., THIRAN, J.-P. et GUDINCHET, F. (2003). Application of adaptive image processing technique to real-time spatial compound ultrasound imaging improves image quality. *Investigative radiology*, 38(5):257 – 262.
- MICHAILOVICH, O. et ADAM, D. (2002). Shift-invariant, DWT-based “projection” method for estimation of ultrasound pulse power spectrum. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 49(8):1060 – 1072.
- MICHAILOVICH, O. et ADAM, D. (2003). Robust estimation of ultrasound pulses using outlier-resistant denoising. *IEEE Trans. M*, 22(3):368 – 381.

- MICHAILOVICH, O. et ADAM, D. (2005). A novel approach to the 2-D blind deconvolution problem in medical ultrasound. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 24(1):86 – 104.
- MICHAILOVICH, O. et TANNENBAUM, A. (2007). Blind deconvolution of medical ultrasound images : A parametric inverse filtering approach. *IEEE Trans. Image Process.*, 16(12):3005 – 3019.
- MILANFAR, P. (2010). *Super-Resolution Imaging*. Digital Imaging and Computer Vision. Taylor & Francis Group.
- MISHALI, M., ELDAR, Y. C. et ELRON, A. J. (2011). Xampling : Signal acquisition and processing in union of subspaces. *IEEE Trans. Signal Process.*, 59(10):4719 – 4734.
- MITRA, J., OLIVER, A., MARTÍ, R., LLADÓ, X., VILANOVA, J. C. et MERIAUDEAU, F. (2010). A thin-plate spline based multimodal prostate registration with optimal correspondences. *In Proc. Int. Conf. Signal-Image Technology and Internet-Based Systems (SITIS)*, pages 7 – 11.
- MOISAN, L. (2007). How to discretize the Total Variation of an image? *In Proc. Appl. Math. Mech.*, pages 1041907 – 1041908.
- MORIN, R., BASARAB, A., et KOUAMÉ, D. (2012a). Alternating direction method of multipliers framework for super-resolution in ultrasound imaging. *In Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging : From Nano to Macro (ISBI)*.
- MORIN, R., BASARAB, A., PLOQUIN, M. et KOUAMÉ, D. (2012b). Post-processing multiple-frame super-resolution in ultrasound imaging. *In Proc. SPIE Medical Imaging*, volume 8320.
- MORIN, R., BIDON, S., BASARAB, A. et KOUAMÉ, D. (2013a). Amélioration de la résolution des images ultrasonores en mode B par déconvolution semi-aveugle. *In Proc. Groupe de Recherche et d'Etudes du Traitement du Signal et des Images (GRETSI)*. à paraître.
- MORIN, R., BIDON, S., BASARAB, A. et KOUAMÉ, D. (2013b). Semi-blind deconvolution for resolution enhancement in ultrasound imaging. *In Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing (ICIP)*. à paraître.
- MUIR, T. G. et CARSTENSEN, E. L. (1980). Prediction of nonlinear acoustic effects at biomedical frequencies and intensities. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 6(4):345 – 357.
- MUTHUPILLAI, R., LOMAS, D. J., ROSSMAN, P., GREENLEAF, J., MANDUCA, A. et EHMAN, R. (1995). Magnetic resonance elastography by direct visualization of propagating acoustic strain waves. *Science*, 269(5232):1854 – 1857.
- NAGY, J. G. et O'LEARY, D. P. (1997). Fast iterative image restoration with a spatially-varying PSF. *Advanced Signal Processing Algorithms, Architectures, and Implementations*, 3162:388 – 399.
- NAGY, J. G. et O'LEARY, D. P. (1998). Restoring images degraded by spatially variant blur. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 19(4):1063 – 1082.
- NARAYANAN, R., KURHANEWICZ, J., SHINOHARA, K., CRAWFORD, E., SIMONEAU, A. et SURI, J. S. (2009). Mri-ultrasound registration for targeted prostate biopsy. *In Proc. IEEE Int. Symp. Biomedical Imaging : From Nano to Macro (ISBI)*, pages 991 – 994.
- NARAYANAN, V. M., MOLTHEN, R. C., SHANKAR, P. M., VERGARA, L. et REID, J. M. (1997). Studies on ultrasonic scattering from quasi-periodic structures. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 44(1):114 – 124.
- NESTEROV, Y. (2005). Smooth minimization of non-smooth functions. *Mathematical Programming*, 103(1):127 – 152.

- NG, J., PRAGER, R., KINGSBURY, N., TREECE, G. et GEE, A. (2007). Wavelet restoration of medical pulse-echo ultrasound images in an EM framework. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 54(3):550 – 568.
- NG, M., WEISS, P. et YUANG, X. (2010). Solving constrained total-variation image restoration and reconstruction problems via alternating direction methods. *SIAM J. Sci. Comput.*, 32(5):2710 – 2736.
- NGUYEN, N. et MILANFAR, P. (2000). An efficient wavelet-based algorithm for image superresolution. In *Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP)*, volume 2, pages 351 – 354.
- NGUYEN, N., MILANFAR, P. et GOLUB, G. (2001a). A computationally efficient superresolution image reconstruction algorithm. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(4):573 – 583.
- NGUYEN, N., MILANFAR, P. et GOLUB, G. (2001b). Efficient generalized cross-validation with applications to parametric image restoration and resolution enhancement. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(9):1299 – 1308.
- O'DONNELL, M. (1992). Coded excitation system for improving the penetration of real-time phased-array imaging systems. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 39(3):341 – 351.
- OELZE, M. L. (2007). Bandwidth and resolution enhancement through pulse compression. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 54(4):768 – 781.
- OPHIR, J., CÉSPEDES, I., PONNEKANTI, H., YAZDI, Y. et LI, X. (1991). Elastography : A quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues. *Ultrason. Imaging*, 13(2):111 – 134.
- OPPENHEIM, A. V. et SCHAFER, R. W. (1989). *Discrete-time signal processing*. Upper Saddle River (N.J.), Prentice Hall.
- ORTIZ, S. H. C., CHIU, T. et FOX, M. D. (2012). Ultrasound image enhancement : A review. *Biomedical Signal Processing and Control*, 7(5):419 – 428.
- OTAZO, R., JORDAN, R., LIN, F.-H. et POSSE, S. (2007). Superresolution parallel MRI. In *Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. (ICIP)*, volume 3.
- PAPOULIS, A. (1977). Generalized sampling expansion. *IEEE Trans. Circuits and Systems*, 24(11):652 – 654.
- PARK, S. C., PARK, M. K. et KANG, M. G. (2003). Super-resolution image reconstruction : a technical overview. *IEEE Signal Process. Mag.*, 20(3):21 – 36.
- PASTY, G. B. (1979). Ergodic convergence to a zero of the sum of monotone operators in hilbert space. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 72(2):383 – 390.
- PATTI, A. J. et ALTUNBASAK, Y. (2001). Artifact reduction for set theoretic super resolution image reconstruction with edge adaptive constraints and higher-order interpolants. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(1):179 – 186.
- PATTI, A. J., SEZAN, M. I. et TEKALP, A. M. (1997). Superresolution video reconstruction with arbitrary sampling lattices and nonzero aperture time. *IEEE Trans. Image Process.*, 6(8):1064 – 1076.
- PELEG, S., KEREN, D. et SCHWEITZER, L. (1987). Improving image resolution using subpixel motion. *Pattern Recognition Letters*, 5(3):223 – 226.
- PELLOT-BARAKAT, C., FROUIN, F., INSANA, M. F. et HERMENT, A. (2004). Ultrasound elastography based on multiscale estimations of regularized displacement fields. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 23(2):153 – 163.
- PEREIRA, W. C. A., BRIDAL, S. L., CORON, A. et LAUGIER, P. (2004). Singular spectrum analysis applied to backscattered ultrasound signals from in vitro human cancellous bone specimens. *IEEE Trans. Ultrason.*

- Ferroelectr. Freq. Control*, 51(3):302 – 312.
- PEREYRA, M., DOBIGEON, N., BATATIA, H. et TURNERET, J. (2012). Segmentation of skin lesions in 2-D and 3-D ultrasound images using a spatially coherent generalized Rayleigh mixture model. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 31(8):1509 – 1520.
- PEYRÉ, G., BOUGLEUX, S. et COHEN, L. (2008). Non-local regularization of inverse problems. *In Computer Vision*, pages 57 – 68. Springer.
- PICKUP, L. C. (2007). *Machine Learning in Multi-frame Image Super-resolution*. Thèse de doctorat, University of Oxford.
- PICKUP, L. C., CAPEL, D. P., ROBERTS, S. J. et ZISSERMAN, A. (2009). Bayesian methods for image super-resolution. *The Computer Journal*, 52(1):101 – 113.
- PLOQUIN, M. (2011). *Superrésolution pour l'amélioration de la résolution des images échographiques*. Thèse de doctorat, Université François Rabelais de Tours.
- PRINCE, J. L. et LINKS, J. M. (2006). *Medical imaging signals and systems*. Pearson Prentice Hall.
- PROTTER, M. et ELAD, M. (2009). Super resolution with probabilistic motion estimation. *IEEE Trans. Image Process.*, 18(8):1899 – 1904.
- QUINSAC, C., BASARAB, A. et KOUAMÉ, D. (2012). Frequency domain compressive sampling for ultrasound imaging,. *Advances in Acoustics and Vibration*, 2012:1 – 16.
- RAMANI, S. et FESSLER, J. A. (2011). Parallel MR image reconstruction using augmented Lagrangian methods. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 30(3):694 – 706.
- RHEE, S. et KANG, M. G. (1999). Discrete cosine transform based regularized high-resolution image reconstruction algorithm. *Optical Engineering*, 38(8):1348 – 1356.
- RIBÉS, A. et SCHMITT, F. (2008). Linear inverse problems in imaging. *IEEE Signal Process. Mag.*, 25(4):84 – 99.
- ROBINSON, D. et MILANFAR, P. (2004). Fundamental performance limits in image registration. *IEEE Trans. Image Process.*, 13(9):1185 – 1199.
- ROCKAFELLAR, R. T. (1973). A dual approach to solving nonlinear programming problems by unconstrained optimization. *Mathematical Programming*, 5:354 – 373.
- ROHLING, R., GEE, A. et BERMAN, L. (1997). Three-dimensional spatial compounding of ultrasound images. *Med. Image Anal.*, 1(3):177 – 193.
- ROSTAMI, M., MICHAILOVICH, O. et WANG, Z. (2012). Image deblurring using derivative compressed sensing for optical imaging application. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(7):3139 – 3149.
- ROY, R., PAULRAJ, A. et KAILATH, T. (1986). ESPRIT - a subspace rotation approach to estimation of parameters of cisoids in noise. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 34(5):1340 – 1342.
- RUDIN, L. I., OSHER, S. et FATEMI, E. (1992). Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 60:259 – 268.
- SANCHEZ, J., POCCHI, D. et OELZE, M. (2009). A novel coded excitation scheme to improve spatial and contrast resolution of quantitative ultrasound imaging. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 56(10):2111 – 2123.
- SARDER, P. et NEHORAI, A. (2006). Deconvolution methods for 3-D fluorescence microscopy images. *IEEE*

- Signal Process. Mag.*, 23(3):32 – 45.
- SCHMIDT, R. (1986). Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 34(3):276 – 280.
- SCHULTZ, R. R. et STEVENSON, R. L. (1994). A Bayesian approach to image expansion for improved definition. *IEEE Trans. Image Process.*, 3(3):233 – 242.
- SCHULTZ, R. R. et STEVENSON, R. L. (1996). Extraction of high-resolution frames from video sequences. *IEEE Trans. Image Process.*, 5(6):996 – 1011.
- SEHGAL, C. M., BROWN, G. M., BAHN, R. C. et GREENLEAF, J. F. (1986). Measurement and use of acoustic nonlinearity and sound speed to estimate composition of excised livers. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 12(11):865 – 874.
- SHAH, N. R. et ZAKHOR, A. (1999). Resolution enhancement of color video sequences. *IEEE Trans. Image Process.*, 8(6):879 – 885.
- SHAHRAM, M. et MILANFAR, P. (2006). Statistical and information-theoretic analysis of resolution in imaging. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 52(8):3411 – 3437.
- SHEKHAR, R. et ZAGRODSKY, V. (2002). Mutual information-based rigid and nonrigid registration of ultrasound volumes. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 21(1):9 – 22.
- STARK, H. et OSKOUI, P. (1989). High-resolution image recovery from image-plane arrays, using convex projections. *J. Opt. Soc. Am. A*, 6(11):1715 – 1726.
- STARRITT, H. C., DUCK, F. A., HAWKINS, A. J. et HUMPHREY, V. F. (1986). The development of harmonic distortion in pulsed finite-amplitude ultrasound passing through liver. *Physics in in Med. & Biol.*, 31(12):1401 – 1409.
- STRAND, J., TAXT, T. et JAIN, A. K. (1999). Two-dimensional phase unwrapping using a block least-squares method. *IEEE Trans. Image Process.*, 8(3):375 – 386.
- STRELA, V. (2001). Denoising via block Wiener filtering in wavelet domain. *In European Congress of Mathematics*, pages 619 – 625.
- SU, H., WU, Y. et ZHOU, J. (2012). Super-resolution without dense flow. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(4):1782 – 1795.
- SZABO, T. L. (2004). *Diagnostic ultrasound imaging : inside out*. Biomedical Engineering Series. Elsevier Academic Press.
- TAKAHATA, A., NADALIN, E., FERRARI, R., DUARTE, L., SUYAMA, R., LOPES, R., ROMANO, J. et TYGEL, M. (2012). Unsupervised processing of geophysical signals : A review of some key aspects of blind deconvolution and blind source separation. *IEEE Signal Process. Mag.*, 29(4):27 – 35.
- TAKEDA, H., FARSIU, S. et MILANFAR, P. (2007). Kernel regression for image processing and reconstruction. *IEEE Trans. Image Process.*, 16(2):349 – 366.
- TANTER, M., BERCOFF, J., SANDRIN, L. et FINK, M. (2002). Ultrafast compound imaging for 2-D motion vector estimation : application to transient elastography. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 49(10):1363 – 1374.
- TAXT, T. (1995). Restoration of medical ultrasound images using two-dimensional homomorphic deconvolution. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 42(4):543 – 554.

- TAXT, T. (1997). Comparison of cepstrum-based methods for radial blind deconvolution of ultrasound images. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 44(3):666 – 674.
- TAXT, T. (2001). Three-dimensional blind deconvolution of ultrasound images. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 48(4):867 – 871.
- TAXT, T. et FROLOVA, G. V. (1999). Noise robust one-dimensional blind deconvolution of medical ultrasound images. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 46(2):291 – 299.
- TAXT, T. et JIRIK, R. (2004). Superresolution of ultrasound images using the first and second harmonic signal. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 51(2):163 – 175.
- TAXT, T. et STRAND, J. (2001). Two-dimensional noise-robust blind deconvolution of ultrasound images. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 48(4):861 – 866.
- TEKALP, A. M. (1995). *Digital video processing*. Upper Saddle River (N.J.), Prentice Hall.
- TENENBAUM, J. B., DE SILVA, V. et LANGFORD, J. C. (2000). A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction. *Science*, 290(5500):2319 – 2323.
- TIBSHIRANI, R. (1996). Regression shrinkage and selection via the Lasso. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 1996:267 – 288.
- TIKHONOV, A. N. (1995). *Numerical methods for the solution of ill-posed problems*. Springer.
- TIPPING, M. E. et BISHOP, C. M. (2002). Bayesian image super-resolution. In *Proc. Advances in Neural Information Processing Systems*, pages 1303 – 1310. MIT Press.
- TOM, B. C. et KATSAGGELOS, A. K. (1995). Reconstruction of a high-resolution image by simultaneous registration, restoration, and interpolation of low-resolution images. In *Image Processing, 1995. Proceedings., International Conference on*, volume 2, pages 539 – 542.
- TRAHEY, G. E., SMITH, S. W. et von RAMM, O. T. (1986). Speckle pattern correlation with lateral aperture translation : Experimental results and implications for spatial compounding. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 33(3):257 – 264.
- TRANQUART, F., GRENIER, N., EDER, V. et POURCELOT, L. (1999). Clinical use of ultrasound tissue harmonic imaging. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 25(6):889 – 894.
- TSAI, R. Y. et HUANG, T. S. (1984). Multiframe image restoration and registration. In GREENWICH, CT, éditeur : *Proc. Advances in Computer Vision and Image Processing*, volume 1, pages 317 – 339. JAI Press.
- UR, H. et GROSS, D. (1992). Improved resolution from subpixel shifted pictures. *Graphical Models and Image Processing*, 54(2):181 – 186.
- VANDEWALLE, P., SBAIZ, L., VANDEWALLE, J. et VETTERLI, M. (2007). Super-resolution from unregistered and totally aliased signals using subspace methods. *IEEE Trans. Signal Process.*, 55(7):3687 – 3703.
- VANDEWALLE, P., SÜSTRUNK, S. et VETTERLI, M. (2006). A frequency domain approach to registration of aliased images with application to super-resolution. *EURASIP J. Appl. Signal Process.*, 2006:1 – 14.
- VIOLA, F., ELLIS, M. A. et WALKER, W. F. (2008). Time-domain optimized near-field estimator for ultrasound imaging : Initial development and results. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 27(1):99 – 110.
- VONESCH, C. et UNSER, M. (2008). A fast thresholded landweber algorithm for wavelet-regularized multidimensional deconvolution. *IEEE Trans. Image Process.*, 17(4):539 – 549.
- WAGNER, N., ELДАР, Y. C. et FRIEDMAN, Z. (2012). Compressed beamforming in ultrasound imaging. *IEEE*

- Trans. Signal Process.*, 60(9):4643 – 4657.
- WANG, L., XIAO, L., ZHANG, J. et WEI, Z. (2013). New image restoration method associated with tetrolets shrinkage and weighted anisotropic total variation. *Signal Processing*, 93(4):661 – 670.
- WANG, W. et NG, M. K. (2012). A variational method for multiple-image blending. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(4):1809 – 1822.
- WANG, Z. et BOVIK, A. C. (2002). A universal image quality index. *IEEE Signal Processing Letters*, 9(3):81 – 84.
- WANG, Z., BOVIK, A. C., SHEIKH, H. R. et SIMONCELLI, E. P. (2004). Image quality assessment : from error visibility to structural similarity. *IEEE Trans. Image Process.*, 13(4):600 – 612.
- WANG, Z.-m. et WANG, W.-w. (2009). Fast and adaptive method for SAR superresolution imaging based on point scattering model and optimal basis selection. *IEEE Trans. Image Process.*, 18(7):1477 – 1486.
- WARD, B., BAKER, A. C. et HUMPHREY, V. F. (1997). Nonlinear propagation applied to the improvement of resolution in diagnostic medical ultrasound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 101:143 – 154.
- WEIN, W., BRUNKE, S., KHAMENE, A., CALLSTROM, M. R. et NAVAB, N. (2008). Automatic ct-ultrasound registration for diagnostic imaging and image-guided intervention. *Med. Image Anal.*, 12(5):577 – 585.
- WEISS, P., BLANC-FÉRAUD, L. et AUBERT, G. (2009). Efficient schemes for total variation minimization under constraints in image processing. *SIAM J. Sci. Comput.*, 31(3):2047 – 2080.
- WORTSMAN, X. C., HOLM, E. A., WULF, H. C. et JEMEC, G. B. E. (2004). Real-time spatial compound ultrasound imaging of skin. *Skin Research & Technology*, 10(1):23 – 31.
- WRIGHT, S. J., NOWAK, R. D. et FIGUEIREDO, M. A. T. (2009). Sparse reconstruction by separable approximation. *IEEE Trans. Signal Process.*, 57(7):2479 – 2493.
- YANG, J., WRIGHT, J., HUANG, T. et MA, Y. (2010). Image super-resolution via sparse representation. *IEEE Trans. Image Process.*, 19(11):2861 – 2873.
- YANG, J. et ZHANG, Y. (2009). Alternating direction algorithms for L1-problems in compressive sensing. Rapport technique, Rice University.
- YEN, J. (1956). On nonuniform sampling of bandwidth-limited signals. *IRE Trans. Circuit Theory*, 3(4):251 – 257.
- YEOH, W.-S. et ZHANG, C. (2006). Constrained least squares filtering algorithm for ultrasound image deconvolution. *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, 53(10):2001 – 2007.
- YIN, W., OSHER, S., GOLDFARB, D. et DARBON, J. (2007). Bregman iterative algorithms for L1 minimization with applications to compressed sensing. Rapport technique, UCLA CAM Report [07-37].
- YU, C., ZHANG, C. et XIE, L. (2012a). A blind deconvolution approach to ultrasound imaging. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 59(2):271 – 280.
- YU, C., ZHANG, C. et XIE, L. (2012b). An envelope signal based deconvolution algorithm for ultrasound imaging. *Signal Processing*, 92(3):793 – 800.
- YU-SU, W. et KIM, S. P. (1994). High-resolution restoration of dynamic image sequences. *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 5(4):330 – 339.
- YUAN, Q., ZHANG, L., SHEN, H. et LI, P. (2010). Adaptive multiple-frame image super-resolution based on U-curve. *IEEE Trans. Image Process.*, 19(12):3157 – 3170.

- ZACHARY, J. F., SEMPSROTT, J. M., FRIZZELL, L. A., SIMPSON, D. G. et O'BRIEN JR, W. D. (2001). Two-dimensional ultrasound detection with unfocused frequency-randomized signals. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 48(2):581 – 592.
- ZHANG, H., WAN, M., WAN, J. et QIN, X. (2010). Super-resolution reconstruction of deformable tissue from temporal sequence of ultrasound images. *In Proc. Int. Conf. Artificial Intelligence and Computational Intelligence (AICI)*, volume 1, pages 337 – 342.
- ZHANG, X., JIANG, J. et PENG, S. (2012). Commutability of blur and affine warping in super-resolution with application to joint estimation of triple-coupled variables. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(4):1796 – 1808.
- ZHOU, F., YANG, W. et LIAO, Q. (2012). Interpolation-based image super-resolution using multisurface fitting. *IEEE Trans. Image Process.*, 21(7):3312 – 3318.
- ZITOVÁ, B. et FLUSSER, J. (2003). Image registration methods : a survey. *Image and Vision Computing*, 21(11):977 – 1000.
- ZUO, W. et LIN, Z. (2011). A generalized accelerated proximal gradient approach for total-variation-based image restoration. *IEEE Trans. Image Process.*, 20(10):2748 – 2759.