La Olimpiada Matemática

Sección a cargo de

María Gaspar

39ª Olimpiada Internacional de Matemáticas

Taipei, 1998

El pasado mes de Julio, los seis primeros clasificados en la Olimpiada Nacional, es decir, **Mario Andrés Montes García**, de Salamanca; **Ramón José Aliaga Varea**, de Valencia; **David Martín Clavo**, de Zaragoza; **María Pé Pereira**, de Burgos; **Beatriz Sanz Merino**, de Madrid; **Jaime Vinuesa del Río**, de Valladolid; acompañados por María Gaspar (Jefe de Delegación) y por Salvador Villegas (Profesor Tutor), viajaban a Taipei (Taiwan) para tomar parte en la 39ª Olimpiada Internacional de Matemáticas. Como se sabe, ésta es una competición individual dirigida a jóvenes no universitarios, pero éstos participan formando parte del equipo de su país, que está constituido por un máximo de seis estudiantes y dos profesores.

Han sido 76 los países presentes en Taiwan, así que estamos hablando de un variopinto y cosmopolita grupo de 419 estudiantes (sólo 38 chicas) de los cinco continentes: todas las razas, culturas, religiones y hábitos; más de 50 idiomas maternos diferentes, y un denominador común: la afición por las Matemáticas.

La competición consiste en la resolución de seis problemas en dos sesiones de cuatro horas y media cada una. Cada problema se califica sobre 7 puntos.

Unos meses antes del comienzo de la Olimpiada, los países participantes envían problemas a los organizadores locales. Es el Jurado Internacional —formado por los Jefes de Delegación de cada país, bajo la presidencia del país sede— quien debe confeccionar la prueba: elegir los problemas, su formulación, el orden en que aparecen, y también se ocupa de las traducciones a los idiomas de los estudiantes, cuidando de que en todas las versiones se proporcione la misma información. Puesto que durante la Olimpiada el tiempo es limitado, un Comité local realiza una primera selección de los problemas recibidos –119, enviados por 41 países en esta ocasión–, y presenta al Jurado una lista –formada este año por 28 problemas– de temas y dificultad variada.

PROBLEMAS PROPUESTOS

Primer día. Taipei, 15 de julio de 1998

Problema 1. En el cuadrilátero convexo $ABCD$, las diagonales AC y BD son perpendiculares y los lados opuestos AB y DC no son paralelos. El punto P de intersección de las mediatrices de AB y DC está en el interior del cuadrilátero ABCD. Demuestre que los vértices de $ABCD$ están en una misma circunferencia si y sólo si los triángulos ABP y CDP tienen áreas iguales.

Media de todos los participantes: 3,2
Media de los estudiantes españoles: 2,67

Problema 2. En una competencia hay a concursantes y b jueces, con $b \geq 3$ un entero impar. Cada juez califica a cada concursante como "apto" o "no apto". Sea k un número tal que, para cada dos jueces, sus decisiones coinciden a lo sumo en k concursantes. Demuestre que

$$\frac{k}{a} \geq \frac{b-1}{2b}$$

Media de todos los participantes: 2,73
Media de los estudiantes españoles: 1,17

Problema 3. Para cada entero positivo n denotamos por $d(n)$ el número de divisores positivos de n (incluyendo 1 y n). Encuentre todos los enteros positivos k para los que existe algún n tal que

$$\frac{d(n^2)}{d(n)} = k$$

Media de todos los participantes: 1,75
Media de los estudiantes españoles: 0,50

Segundo día. Taipei, 16 de julio de 1998

Problema 4. Encuentre todas las parejas de enteros positivos (a, b) tales que $a^2b + a + b$ es divisible por $ab^2 + b + 7$.

Media de todos los participantes: 3,49

Media de los estudiantes españoles: 0,17

Problema 5. Sea I el incentro de la circunferencia inscrita en el triángulo ABC. Esta circunferencia es tangente a los lados BC, CA y AB del triángulo en los puntos K, L y M respectivamente. La recta paralela a MK que pasa por el punto B interseca a las rectas LM y LK en los puntos R y S respectivamente. Demuestre que el ángulo $\widehat{RIS}$ es agudo.

Media de todos los participantes: 2,68

Media de los estudiantes españoles: 1,50

Problema 6. Sea $\mathbb{N}$ el conjunto de los enteros positivos. Se consideran todas las funciones f de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$ que satisfacen

$$f(t^2 f(s)) = s(f(t))^2,$$

para todo s y t de $\mathbb{N}$. Halle el menor valor posible de $f(1998)$.

Media de todos los participantes: 0,66

Media de los estudiantes españoles: 0

PUNTOS	Prob-1	Prob-2	Prob-3	Prob-4	Prob-5	Prob-6
0	88	214	92	126	189	344
1	17	21	117	46	17	29
2	117	25	151	12	38	4
3	42	4	21	38	21	8
4	25	4	3	21	8	7
5	21	4	1	8	4	1
6	4	4	4	21	4	1
7	105	143	30	147	138	25

En el ánimo del Jurado está el proponer dos problemas más asequibles (1 y 4), dos de dificultad media, y dos difíciles (3 y 6); en particular intenta que el 6 sirva realmente para discriminar. Parece que este año el Jurado no se confundió mucho en sus apreciaciones. En la tabla se recogen las frecuencias de las diferentes puntuaciones por problema.

PAISES	O	P	B	MH	PAISES	O	P	B	MH
ALEMANIA	0	3	2	0	JAPON	1	1	3	1
ARGENTINA	1	0	3	0	KAZAKHSTAN	0	0	2	3
ARMENIA	0	2	2	0	KUWAIT	0	0	0	0
AUSTRALIA	0	4	2	0	KYRGYZSTAN	0	0	0	0
AUSTRIA	0	0	2	1	LATVIA	0	1	3	0
AZERBAIJAN	0	0	1	1	LITUANIA	0	0	1	1
BELGICA	0	1	1	0	LUXEMBURGO	0	0	1	1
BOSNIA	0	1	2	3	MACAO	0	0	0	2
BIELORRUSIA	0	1	4	0	MACEDONIA	0	0	1	1
BRASIL	1	0	1	2	MALASIA	0	0	0	0
BULGARIA	3	3	0	0	MARRUECOS	0	0	0	3
CANADA	1	1	2	1	MEJICO	0	1	0	1
COLOMBIA	1	0	0	2	MOLDAVIA	0	1	1	0
REP. DE COREA	2	2	2	2	MONGOLIA	0	2	2	0
CROACIA	0	0	5	0	NORUEGA	0	0	0	1
CUBA	0	0	1	0	NUEVA ZELANDA	0	0	2	0
CHIPRE	0	0	1	2	PAISES BAJOS	0	1	0	0
REP. CHECA	0	3	3	0	PARAGUAY	0	0	0	0
DINAMARCA	0	0	0	0	PERU	0	2	0	0
ESLOVAQUIA	0	1	4	0	POLONIA	1	1	1	1
ESLOVENIA	0	0	1	2	PORTUGAL	0	0	0	0
ESPAÑA	0	0	1	1	REINO UNIDO	0	1	4	1
ESTADOS UNIDOS	3	3	0	0	RUMANIA	3	0	2	2
ESTONIA	0	1	1	0	RUSIA	2	3	1	0
FILIPINAS	0	0	0	0	SINGAPUR	0	1	3	2
FINLANDIA	0	0	0	1	SRI LANKA	0	0	0	0
FRANCIA	1	0	2	2	SUDAFRICA	0	1	2	3
GEORGIA	0	0	3	0	SUECIA	0	0	2	0
GRECIA	0	2	1	1	SUIZA	0	0	0	2
HONG KONG	0	1	2	1	TAILANDIA	0	0	2	1
HUNGRIA	4	2	0	0	TAIWAN	3	2	1	1
ISLANDIA	0	0	0	3	TRINIDAD-TOBAGO	0	0	1	0
INDONESIA	0	0	0	0	TURQUIA	0	2	4	0
INDIA	3	3	0	0	UCRANIA	1	3	2	0
IRAN	5	1	0	0	URUGUAY	0	0	0	0
IRLANDA	0	0	1	0	VENEZUELA	0	0	0	0
ISRAEL	0	0	5	0	VIETNAM	1	3	2	0
ITALIA	0	0	3	2	YUGOSLAVIA	0	5	1	0

Parece que este año la prueba resultó, en su conjunto, más difícil que el año pasado: la puntuación media ha sido de 14,7, frente a 16,06 en 1997. Además, únicamente un estudiante (de Irán) ha obtenido la calificación máxima de 42 puntos (fueron cuatro las puntuaciones perfectas el pasado año).

El Jurado premió a 204 estudiantes, otorgando 37 medallas de oro, 65 de plata y 102 de bronce. Otros 52 estudiantes obtuvieron Mención de Honor. Las puntuaciones de corte para las medallas de oro, plata y bronce han sido 31 puntos, 24 puntos y 14 puntos, respectivamente.

Entre los estudiantes españoles, Jaime Vinuesa del Río ha obtenido Medalla de Bronce, y Mario Andrés Montes García, Mención de Honor.

La próxima Olimpiada Internacional tendrá lugar, entre los días 10 y 22 de Julio de 1999, en Bucarest (Rumanía). Ya están aprobadas en firme las sedes para los años 2000 (Seúl), 2001 (Estados Unidos), 2002 (Filipinas) y 2003 (Japón).

Concurso de Primavera: Una idea para todos

por

Joaquín Hernández Gómez

Hace poco más de año y medio, en enero del 97, nos reuníamos en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense no más de diez profesores de Matemáticas, fundamentalmente de Secundaria, algunos con alguna relación con la Universidad, a los que nos unía una idea: Las matemáticas que estamos presentando no suelen enganchar a nuestros alumnos, muchos se aburren en nuestras clases y muchos otros seguramente van a pasar por los Institutos sin que explotemos sus capacidades matemáticas y, probablemente, se van a olvidar totalmente de ellas en un futuro no muy lejano.

Algunos sabíamos que en otros países de nuestro entorno existían concursos distintos a las conocidas Olimpiadas, y que estaban destinados a un número de estudiantes a los que no estábamos acostumbrados en nuestro país. Teníamos información de los 300.000 estudiantes que participan en los U.K. Mathematical Challenge del Reino Unido, o de los más de 400.000 de los ASHME en Estados Unidos, por no citar el Kangourou matemático de Francia, o los concursos en países iberoamericanos, como Argentina, donde 500.000 estudiantes participan en la primera fase de su Olimpiada Nacional.

Estos concursos actúan en dos frentes: desde luego sirven para seleccionar a los mejores, haciéndoles descubrir y fomentar su natural predisposición hacia las matemáticas, pero también, en una primera instancia, pueden servir para que una gran mayoría de estudiantes descubran el corazón de las Matemáticas en edades tempranas. Y esto es beneficioso para todos los estudiantes: para los que nunca utilizarán las Matemáticas más que como un instrumento, pues abordando la resolución de problemas habrán trabajado lo que más cuenta en nuestra materia y que sin duda les resultará de gran utilidad en su vida futura, cualquiera que sea la actividad que desarrollen, y, por supuesto, atraerá a los estudiantes de mayor talento, muchos de los cuales pasan desapercibidos a su entorno y a sí mismos.

En esta línea, nos planteamos montar algo parecido en la Comunidad de Madrid. Y con el apoyo del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Educación de la UCM, escribimos cartas a todos los Centros de la Comunidad de Madrid que impartieran Enseñanza Secundaria –tanto públicos como privados– en las que planteábamos lo que buscábamos: motivar y estimular a los estudiantes de entre 10 y 17 años haciéndoles ver que es posible disfrutar pensando, haciendo y aprendiendo Matemáticas. El primer año participaron 10.000 estudiantes en el primer Concurso de Primavera. Pero en el curso pasado, contando con el apoyo de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid a la hora de mandar las cartas a los Centros, 15.000 estudiantes estaban disfrutando con el Segundo Concurso de Primavera. Los que obtenían mejores resultados en los centros, algo más del 10% de los participantes, acudían un sábado de abril a la segunda fase del Concurso, día que se convertía, por el número de participantes y por el ambiente que se respiraba, entre estudiantes, padres y profesores, en la mayor fiesta de Matemáticas que yo, al menos, he vivido.

Un Concurso que pretende motivar a un número tan alto de estudiantes tiene que ser, casi obligatoriamente, de preguntas de opción múltiple. Y si bien es cierto que, con este tipo de cuestiones, no se pueden desarrollar capacidades como la búsqueda de información o de pautas de comportamiento, generalizar o conjeturar, no es menos cierto que, bien elegidos –y hay mucho material– pueden resultar interesantes, y algo más que desconocíamos: enganchan fácilmente a los alumnos.

Desde aquí os animo a que hagáis algo parecido en otras Comunidades. Incluso es posible soñar con montar algún día algún gran Concurso Nacional. Con nuestro material, experiencia organizativa y ánimos podéis contar en cualquier caso.

Joaquín Hernández Gómez
Dpto. de Análisis, Facultad de Matemáticas, UCM

Mercedes Sánchez, Dpto. de Matemática Aplicada, Facultad de Matemáticas, UCM
e-mail: `merche@sunma4.mat.ucm.es`

María Gaspar, Dpto. de Geometría y Topología, Facultad de Matemáticas, UCM
e-mail: `mgaspar@mad.servicom.es`