

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
*za gradbeništvo
in geodezijo*



Jamova cesta 2
1000 Ljubljana, Slovenija
<http://www3.fgg.uni-lj.si/>

DRUGG – Digitalni repozitorij UL FGG
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

To je izvirna različica zaključnega dela.

Prosimo, da se pri navajanju sklicujete na bibliografske podatke, kot je navedeno:

Tekavec, J., 2013. Razvoj in analiza metod za sestavo GPS dvojnih faznih razlik. Diplomaska naloga. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. (mentorica Pavlovčič Prešeren, P., somentor Sterle, O.): 61 str.

University
of Ljubljana

Faculty of
*Civil and Geodetic
Engineering*



Jamova cesta 2
SI – 1000 Ljubljana, Slovenia
<http://www3.fgg.uni-lj.si/en/>

DRUGG – The Digital Repository
<http://drugg.fgg.uni-lj.si/>

This is original version of final thesis.

When citing, please refer to the publisher's bibliographic information as follows:

Tekavec, J., 2013. Razvoj in analiza metod za sestavo GPS dvojnih faznih razlik. B.Sc. Thesis. Ljubljana, University of Ljubljana, Faculty of civil and geodetic engineering. (supervisor Pavlovčič Prešeren, P., co-supervisor Sterle, O.): 61 pp.

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta za
*gradbeništvo in
geodezijo*



Jamova 2
1000 Ljubljana, Slovenija
telefon (01) 47 68 500
faks (01) 42 50 681
fgg@fgg.uni-lj.si

UNIVERZITETNI ŠTUDIJ
GEODEZIJE
SMER GEODEZIJA

Kandidat:

JERNEJ TEKAVEC

**RAZVOJ IN ANALIZA METOD ZA SESTAVO GPS
DVOJNIH FAZNIH RAZLIK**

Diplomska naloga št.: 941/G

**DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF METHODS FOR
GPS CARRIER PHASE DOUBLE DIFFERENCES
FORMING**

Graduation thesis No.: 941/G

Mentorica:

doc. dr. Polona Pavlovčič Prešeren

Predsednica komisije:

doc. dr. Alma Zavodnik Lamovšek

Somentor:

asist. mag. Oskar Sterle

Član komisije:

doc. dr. Anka Lisec

doc. dr. Dušan Petrovič

Ljubljana, 28. 11. 2013

STRAN ZA POPRAVKE, ERRATA

Stran z napako

Vrstica z napako

Namesto

Naj bo

Ta stran je namenoma prazna.

IZJAVE

Podpisani **JERNEJ TEKAVEC** izjavljam, da sem avtor diplomske naloge z naslovom:
»Razvoj in analiza metod za sestavo GPS dvojnih faznih razlik«

Izjavljam, da je elektronska različica v vsem enaka tiskani različici.

Izjavljam, da dovoljujem objavo elektronske različice v repozitoriju UL FGG.

Ljubljana, november 2013

Jernej Tekavec

Ta stran je namenoma prazna.

BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK

UDK:	528.28(043.2)
Avtor:	Jernej Tekavec
Mentor:	doc. dr. Polona Pavlovčič Prešeren
Somentor:	asist. mag. Oskar Sterle
Naslov:	Razvoj in analiza metod za sestavo GPS dvojnih faznih razlik
Tip dokumenta:	Diplomska naloga – univerzitetni študij
Obseg in oprema:	61 str., 9 pregl., 4 diag., 35 sl., 41 en.
Ključne besede:	GPS, dvojne fazne razlike, referenčni satelit, Dijkstrov algoritem

Izvleček

V diplomski nalogi smo testirali in analizirali različne metode izbire referenčnega satelita, ki se uporablja pri sestavi dvojnih faznih razlik. Nalogo začnemo s teoretičnim uvodom, katerega namen je predstaviti področja, na katera seže naše raziskovanje. V nadaljevanju je podrobno opisan postopek iskanja in razvijanja programske kode za optimalno metodo iskanja referenčnega satelita. Metoda pri svojem delovanju uporablja Dijkstrov algoritem in temelji na teoretičnih izhodiščih, podanih v literaturi. V drugem delu diplomske naloge smo z uporabo obdelave GPS-opazovanj za oceno baznega vektorja testirali razvito in obstoječo metodo za izbiro referenčnega satelita. Izbrali smo testni niz opazovanj permanentnih postaj, ki tvorijo tri vektorje različnih dolžin. S tem smo omogočili analizo, kako posamezne metode delujejo na vektorjih z različnimi dolžinami. Poleg tega smo testirali, kako časovno omejevane trajanja posameznega referenčnega satelita in različne omejitve višinskega kota za referenčni satelit vplivajo na rezultate obdelave GPS-opazovanj. Pri obdelavi z različnimi omejitvami višinskega kota za referenčni satelit smo uporabili tako obstoječo, kot tudi novo razvito metodo in ju primerjali. Zaključimo z analizo vseh rezultatov in podamo sklepne ugotovitve.

Ta stran je namenoma prazna.

BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT

UDC:	528.28(043.2)
Author:	Jernej Tekavec
Supervisor:	assist. prof. Polona Pavlovčič Prešeren, Ph.D.
Cosupervisor:	assist. Oskar Sterle, M.Sc
Title:	Development and analysis of methods for GPS carrier phase double differences forming
Document type:	Graduation thesis – University studies
Scope and tools:	61 p., 9 tab., 4 diag., 35 fig., 41 eq.
Keywords:	GPS, carrier phase double differences, reference satellite, Dijkstra's algorithm

Abstract

In this thesis various methods of reference satellite determination, used for carrier phase double differences forming are tested and analyzed. First, the theoretic introduction is made to enlighten the scope of our research. Hereinafter our research on finding and programming the optimal method for reference satellite determination using Dijkstra's algorithm is presented. The method is based on theoretical assumptions found in literature. Whole research process and programs made to implement our method are described in details. In the second part of the thesis we perform a test of newly developed and existing methods for reference satellite determination using GPS data processing for baseline estimation. A set of observations from permanent stations that form three baselines with different lengths is chosen in order to test and analyze the effect of individual methods on different baselines. Furthermore, we test how limiting of reference satellite duration and using different altitude limits for reference satellite affect the results of GPS data processing. A comparison is made between developed and existing method, both using different altitude limits for reference satellite. We finish with analysis of results and final conclusions.

Ta stran je namenoma prazna.

ZAHVALA

Velika zahvala gre somentorju mag. Oskarju Sterletu, s katerim sva sodelovala skozi celotno obdobje nastajanja diplomske naloge. Hvala za vse ideje, obširne razlage in nasvete, za ves porabljen čas, predvsem pa za prijazen človeški odnos.

Hvala mentorici doc. dr. Poloni Pavlovčič Prešeren za podroben pregled naloge in vse koristne nasvete.

Hvala prijateljem in sošolcem; z vami so bila študijska leta prijetna in zabavna.

Velika zahvala gre moji celotni družini, ki me je vedno podpirala in spodbujala na moji poti. Hvala mami za hektolitre skuhanega čaja in vse spodbude v izpitnih obdobjih. Hvala očetu za potrpežljivost in ustrežljivost pri vsakodnevnem prevozu v Ljubljano.

Nina, hvala ti za vse tople besede, podporo in potrpežljivost pri nastajanju diplomske naloge.

Ta stran je namenoma prazna.

KAZALO VSEBINE

IZJAVE	III
BIBLIOGRAFSKO – DOKUMENTACIJSKA STRAN IN IZVLEČEK	V
BIBLIOGRAPHIC – DOCUMENTALISTIC INFORMATION AND ABSTRACT	VII
ZAHVALA	IX
1 UVOD	1
1.1 IDEJA	1
1.2 HIPOTEZE IN CILJI.....	2
2 TEORETIČNO OZADJE	3
2.1 SISTEM NAVSTAR GPS.....	3
2.1.1 SESTAVA SISTEMA	3
2.1.1.1 VESOLJSKI SEGMENT.....	3
2.1.1.1.1 TIR SATELITOV GPS	4
2.1.1.1.2 VRSTE SATELITOV.....	5
2.1.1.2 KONTROLNI SEGMENT	5
2.1.1.3 UPORABNIŠKI SEGMENT.....	7
2.1.2 SIGNALI	7
2.1.2.1 NOSILNA VALOVANJA.....	7
2.1.2.2 MERSKE KODE.....	9
2.1.2.3 NAVIGACIJSKO SPOROČILO.....	10
2.1.3 LINEARNE KOMBINACIJE OPAZOVANJ	10
2.1.4 FAZNE RAZLIKE	12
2.1.4.1 ENOJNE FAZNE RAZLIKE	13
2.1.4.2 DVOJNE FAZNE RAZLIKE.....	14
2.1.4.2.1 NAČINI SESTAVE DVOJNIH FAZNIH RAZLIK	15
2.1.4.2.2 PROBLEMATIKA SESTAVE DVOJNIH FAZNIH RAZLIK.....	16
2.1.4.2.3 OBDELAVA DVOJNIH FAZNIH RAZLIK.....	18
2.1.4.2.4 DOLOČANJE NŠCV V DOMENI CELIH ŠTEVIL.....	19
2.1.4.3 TROJNE FAZNE RAZLIKE	21
2.1.5 SLUŽBA IGS	21
2.2 TEORIJA GRAFOV.....	22
2.2.1 DIJKSTROV ALGORITEM	24

3	RAZVOJ METODE ZA IZBIRO REFERENČNEGA SATELITA	27
3.1	VIZUALIZACIJA INTERVALOV VIDNIH SATELITOV	27
3.2	POSTOPKI ZA DOLOČITEV MATRIKE SOSEDNOSTI.....	29
3.2.1	IZLOČITEV OPAZOVANJ PO KRITERIJU ZENITNE RAZDALJE	37
3.2.2	VKLJUČITEV UTEŽI INTERVALOV	37
3.3	POSTOPKI ZA DOLOČITEV OPTIMALNE POTI PREKO INTERAVLOV	39
3.3.1	DIJKSTROV ALGORITEM	39
3.3.2	IZRAČUN POTI PREKO INTERVALOV VIDNIH SATELITOV	40
3.4	IZRIS REZULTATOV	41
4	OBDELAVA TESTNEGA NIZA PODATKOV	43
4.1	NABOR PODATKOV.....	43
4.2	POSTOPEK OBDELAVE.....	45
4.3	REZULTATI OBDELAVE	47
4.3.1	OBDELAVA Z RAZLIČNIMI METODAMI IZBIRE REFERENČNEGA SATELITA.....	48
4.3.2	OBDELAVA Z METODO ZAPOREDNE IZBIRE REFERENČNEGA SATELITA IN SPREMENLJIVIMI ČASOVNIMI OMEJITVAMI	50
4.3.3	OBDELAVA Z UPORABO METODE ZAPOREDNE IZBIRE IN IZBIRE Z DIJKSTROVIM ALGORITMOM PRI RAZLIČNIH MEJNIH KOTNIH VREDNOSTIH ZA REFERENČNI SATELIT	54
4.4	KOMENTAR IN ANALIZA REZULTATOV.....	58
5	ZAKLJUČEK	61
	VIRI	62

KAZALO PREGLEDNIC

Preglednica 1: Rezultati obdelave kratkega vektorja v prvem sklopu obdelav	48
Preglednica 2: Rezultati obdelave srednjega vektorja v prve sklopu obdelav	49
Preglednica 3: Rezultati obdelave dolgega vektorja v prvem sklopu obdelav	49
Preglednica 4: Rezultati obdelave kratkega vektorja v drugem sklopu obdelav	51
Preglednica 5: Rezultati obdelave srednjega vektorja v drugem sklopu obdelav	52
Preglednica 6: Rezultati obdelave dolgega vektorja v drugem sklopu obdelav	53
Preglednica 7: Rezultati obdelave kratkega vektorja v tretjem sklopu obdelav	54
Preglednica 8: Rezultati obdelave srednjega vektorja v tretjem sklopu obdelav	55
Preglednica 9: Rezultati obdelave dolgega vektorja v tretjem sklopu obdelav	57

KAZALO DIAGRAMOV

Diagram 1: Aktivnosti prvega dela programa za določitev matrike sosednosti	31
Diagram 2: Aktivnosti drugega dela programa za določitev matrike sosednosti	32
Diagram 3: Aktivnosti tretjega dela programa za določitev matrike sosednosti	36
Diagram 4: Razčlenitev obdelave testnega niza podatkov	45

KAZALO SLIK

Slika 1: Prikaz razporeditve (konstelacije) satelitov GPS.....	4
Slika 2: Prikaz Keplerjevih elementov satelitovega tira v nebesnem koordinatnem sistemu	5
Slika 3: Prikaz lege vseh sestavnih elementov kontrolnega segmenta.....	6
Slika 4: Prikaz mostov čez reku Pregel (levo) in Eulerjeva abstrakcija v graf (desno)	22
Slika 5: Graf z modro prikazanim sprehodom (levo) in potjo (desno)	23
Slika 6: Graf za demonstracijo delovanja Dijkstrovega algoritma.....	24
Slika 7: Stanje po zagonu Dijkstrovega algoritma in prvi ponovitvi korakov 4, 5 in 6	25
Slika 8: Stanje po končanem iskanju najkrajše poti od vozlišča A do vozlišča G	25
Slika 9: Graf z oznakami, ki omogočajo iskanje vozlišč na najkrajši poti.....	25
Slika 10: Matrika sosednosti za demonstracijski graf.	26
Slika 11: Vidnost satelitov s točk GSR1 in SMLD (pri Medvodah) na dan 7. 10. 2011	28
Slika 12: Metoda zaporedne izbire (modro) in alternativna izbira (zeleno).....	29
Slika 13: Graf s pozitivno uteženimi usmerjenimi povezavami med vozlišči	29
Slika 14: Prikaz metode razdelitve osnovnih intervalov vidnosti satelitov.....	30
Slika 15: Prikaz možnih prehodov med intervali in njihovih uteži	35
Slika 16: Uvedba začetnega in končnega vozlišča in povezave na začetne in končne intervale.....	35
Slika 17: Pot 1 in pot 2 imata isto utež, v kolikor na utež poti vplivajo le prehodi	38
Slika 18: Testni graf za preizkus programske kode z Dijkstrovim algoritmom	40
Slika 19: Matrika sosednosti, ki pripada testnemu grafu	40
Slika 20: Posledica nepravilne velikosti uteži prehodov v matriki sosednosti.....	42
Slika 21: Posledica izbire prestrogega kriterija za izločanje opazovanj glede na zenitno razdaljo.....	42
Slika 22: Položaj in stabilizacija anten za točki ZIMM in ZIM2	44
Slika 23: Stabilizacija anten za točko KLOP (levo) in BADH (desno)	44
Slika 24: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 3$ mm).....	48
Slika 25: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 100$ mm)	49
Slika 26: Graf odstopanj komponent dolgega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 200$ mm).....	50
Slika 27: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 3$ mm).....	51
Slika 28: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 30$ mm)	52
Slika 29: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 200$ mm)	53
Slika 30: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba zaporedne izbire referenčnega satelita ($k = 3$ mm).....	54
Slika 31: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba metode izbire referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom ($k = 3$ mm)	55

Slika 32: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba zaporedne izbire referenčnega satelita ($k = 30$ mm)	56
Slika 33: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba metode izbire referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom ($k = 30$ mm).....	56
Slika 34: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba zaporedne izbire referenčnega satelita ($k = 200$ mm)	57
Slika 35: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba metode izbire referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom ($k = 200$ mm).....	58

1 UVOD

V 70. letih prejšnjega stoletja pojav sistema NAVSTAR GPS¹ (krajše GPS), prvega izmed danes obstoječih GNSS², na področju geodezije zaradi omejene položajne natančnosti ni obetal veliko. Njegovo uporabnost na tem področju je v 80. letih izrazito povečala uporaba faznih opazovanj, ki je omogočila določitev komponent baznega vektorja z milimetrsko natančnostjo. To je odprlo številne možnosti za izboljšave v metodologiji zajema prostorskih podatkov in olajšalo izvedbo določenih težko izvedljivih ali celo neizvedljivih nalog. Razvoj metod geodetske GPS-izmere in postopkov obdelave opazovanj se neustavljivo nadaljuje še danes. S tem se povečuje tako kakovost rezultatov, kakor tudi časovna in stroškovna učinkovitost pri izvajanju geodetskih nalog.

Četudi je področje uporabe GPS-opazovanj podvrženo intenzivnemu raziskovanju in razvoju, veliko problemov še vedno ostaja neraziskanih. Enega od njih, ki sega na področje obdelave opazovanj, se dotika tudi pričujoča diplomska naloga.

V nadaljevanju poglavja je predstavljen razvoj ideje, ki je vodila naše delo v okviru diplomske naloge. Sledi opis zastavljenih ciljev in postavljenih hipotez, katere smo se z našo raziskavo namenili preveriti. Drugo poglavje je namenjeno predstavitvi teoretičnih osnov dveh področij, na kateri je seglo naše delo. To sta teorija sistema GPS in uporabe GPS-opazovanj ter teorija grafov. Tretje poglavje opisuje glavnino našega dela, ki je bilo posvečeno razvoju optimalne metode izbire referenčnega satelita. V četrtem poglavju je predstavljena analiza metod izbire referenčnega satelita vključno z metodo, razvito v okviru diplomske naloge. Peto poglavje, kot zadnje vsebinsko, podaja zaključke in smernice za nadaljnje raziskovanje.

1.1 IDEJA

Koncept diplomske naloge je v začetni fazi obsegal izdelavo programske kode za izdelavo enojnih in dvojnih faznih razlik. Dvojne fazne razlike so ključne pri relativnem določanju položaja. Na njih temeljijo praktično vsi algoritmi namenjeni določanju relativnega položaja visoke točnosti. V nadaljevanju je bilo predvideno preizkušanje različnih metod za izdelavo dvojnih faznih razlik in vključitev izdelanih programov v programski paket za obdelavo opazovanj GPS, ki je bil takrat ravno v razvoju na fakulteti.

¹ angl. Navigation by Satellite Timing and Ranging Global Positioning System

² Globalni Navigacijski Satelitski Sistem (angl. Global Navigation Satellite System). Kratica označuje vse satelitske sisteme, ki omogočajo pridobitev položaja na globalni ravni.

Kmalu po začetku raziskovanja opisane problematike se je porodila ideja, ki je težišče diplomske naloge preusmerila le na iskanje in razvoj optimalne metode izbire referenčnega satelita pri sestavi dvojnih faznih razlik. Šlo je za idejo, da je za izbiro referenčnega satelita možno uporabiti enega od algoritmov za iskanje najkrajše poti, ki izhajajo iz področja teorije grafov.

1.2 HIPOTEZE IN CILJI

Razvoju ideje so se skozi čas prilagajali tudi cilji diplomskega dela. Ti so se skupaj z idejo tudi ustalili na točki, ko je prišlo do odločitve o poskusu uporabe algoritma za iskanje najkrajše poti med dvema vozliščema v grafu pri določanju referenčnega satelita. S tem je diplomska naloga dobila dvostopenjsko zasnovo.

V prvi fazi želimo preveriti hipotezo, da je za izbiro referenčnega satelita možno uporabiti algoritem za iskanje najkrajše poti. To bomo preverili z razvojem lastne metode za izbiro referenčnega satelita, v katero bomo vključili tudi algoritem za iskanje najkrajše poti.

Druga hipoteza, ki jo želimo preveriti, se glasi: »Uvedba optimalne metode izbora referenčnega satelita poveča kakovost rezultatov obdelave dvojnih faznih razlik«. Izvedli bomo več obdelav GPS-opazovanj z vključenim dopolnjenim programom za sestavo dvojnih faznih razlik, pri čemer bomo uporabili različne metode izbire referenčnega satelita. Uporabili bomo niz realnih opazovanj za daljše časovno obdobje. Hipotezo bomo preverili z analizo pridobljenih rezultatov.

2 TEORETIČNO OZADJE

2.1 SISTEM NAVSTAR GPS

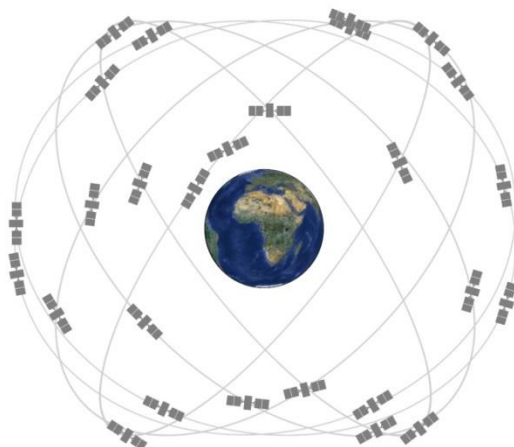
Najpogosteje uporabljen in do sedaj najdlje polno delujoč GNSS je ameriški vojaški sistem NAVSTAR GPS, katerega zasnova in razvoj segata v leto 1973. Omogoča globalno pokritost s signalom 24 ur na dan v vsakem vremenu in je v prvi vrsti namenjen zadovoljevanju navigacijskih potreb oboroženih sil ZDA. Čeprav je sistem vojaški, omogoča tudi civilno uporabo, ki se je z leti hitro povečevala in razvijala (Rizos, 2006). V podporo civilni uporabi sistema so se razvile civilne organizacije, ki sistem nadzorujejo in pripravljajo podatke, potrebne za obdelavo opazovanj in pridobitev rezultatov najvišje kakovosti.

2.1.1 SESTAVA SISTEMA

Sistem GPS sestavljajo trije podsistemi, imenovani tudi segmenti. Za polno funkcionalnost celotnega sistema je potrebno brezhibno delovanje vseh treh. V nadaljevanju je podrobneje opisana sestava in delovanje vsakega od njih. Iz pasivne narave sistema sledi tudi skrbništvo in odgovornost za njihovo delovanje. Za vesoljski in kontrolni segment je odgovorno Vojno letalstvo Združenih držav Amerike (angl. United States Air Force), za uporabniški segment pa skrbijo uporabniki sami (Kaplan et al., 2006).

2.1.1.1 VESOLJSKI SEGMENT

Prvi od treh segmentov predstavlja razporeditev satelitov v šestih orbitah okoli Zemlje. V času nastajanja diplomske naloge jo je sestavljalo 31 polno delujočih satelitov (GPS status, 2013) v šestih orbitalnih ravninah z inklinacijo 55° . V letu 2011 je bila zaključena prenova imenovana Expandable GPS, kar v prevodu pomeni »razširljiv GPS«, ki je spremenila razmestitev satelitov in povečala njihovo osnovno število iz 24 na 27 (GPS.GOV, 2013).



Slika 1: Prikaz razporeditve (konstelacije) satelitov GPS (GPS.GOV, 2013)

2.1.1.1.1 TIR SATELITOV GPS

Gibanje satelita po tirnici okoli Zemlje opisuje šest Keplerjevih elementov tirnice:

i inklinacija tira

Ω rektascenzija dvižnega vozla

ω argument perigeja

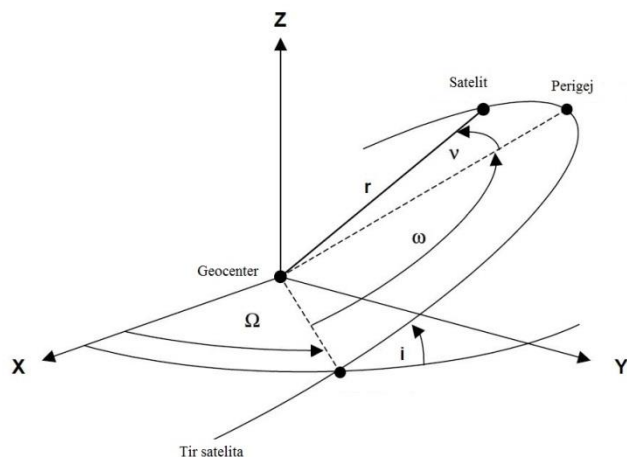
a velika polos elipse tira

e ekscentriciteta

v prava anomalija

Tir satelita je z navedenimi elementi določen le približno, saj v tem primeru satelit in Zemljo obravnavamo kot masni točki in zanemarimo vpliv motenj, ki vplivajo na gibanje satelita. Te motnje so gravitacijske anomalije, vpliv tretjih teles, aerodinamične sile in vpliv Sončevega sevanja (Swinerd, 2008).

Keplerjeve elemente lahko, glede na vlogo pri določanju tirnice, razdelimo v tri skupine. V prvi skupini so količine i , Ω , ω , ki določajo položaj tirnice. Druga skupina z elementoma a in e določa obliko tirnice, tretja pa z elementom v položaj satelita na tirnici.



Slika 2: Prikaz Keplerjevih elementov satelitovega tira v nebesnem koordinatnem sistemu (Zebhauser, 1999)

Keplerjevi elementi in popravki le-teh so poleg drugih podatkov sestavni del s satelita oddanega navigacijskega sporočila in omogočajo uporabniku, da izračuna položaj le-tega za vsak trenutek v obdobju veljavnosti sporočila (Kaplan et al., 2006).

2.1.1.1.2 VRSTE SATELITOV

Sateliti sistema GPS so bili skozi čas podvrženi stalnemu razvoju, na kar so v veliki meri vplivali hiter razvoj na področju elektrotehnike in telekomunikacij in vedno večje zahteve tako vojaških kot tudi civilnih uporabnikov.

Block I generacija satelitov je bila namenjena testiranju tehnologij in danes ni več v uporabi. Sledili so operativni sateliti generacij Block II, Block IIA, Block IIR in IIR-M ter zadnja generacija Block IIF. Vsaka generacija satelitov je tehnološko bolj razvita in omogoča večjo avtonomnost ter kakovost oddanih signalov. Prihajajoča generacija satelitov Block III je del načrtovane modernizacije sistema GPS III, ki med drugim uvaja tudi novo nosilno valovanje. V sistem bo vnesla povečano raven prilagodljivosti in zmanjševanje stroškov obratovanja (Kaplan et al., 2006).

2.1.1.2 KONTROLNI SEGMENT

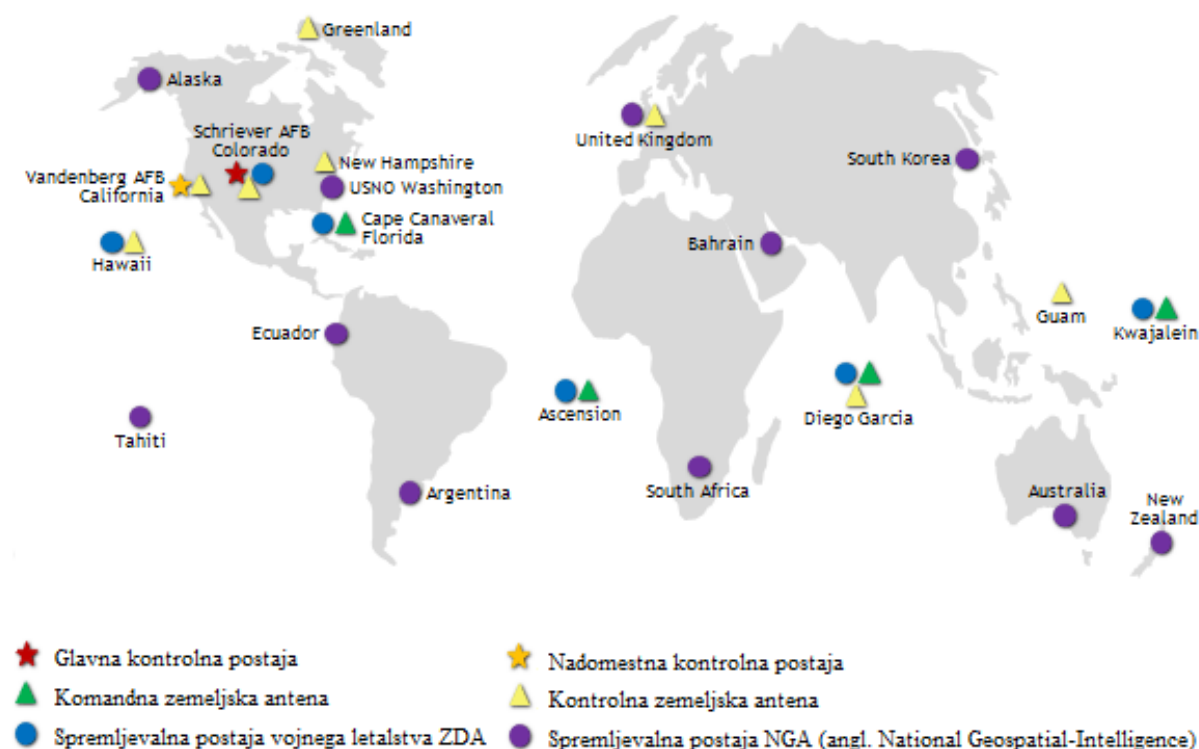
Kontrolni segment je zadolžen za spremljanje in upravljanje s sistemom GPS. Sestavljajo ga glavna kontrolna postaja (angl. Master Control Station) v Colorado Springsu, štiri komandne zemeljske antene (angl. Ground Antennas) in osem kontrolnih zemeljskih anten (angl. Tracking Stations)

ter šestnajst spremljevalnih postaj (angl. Monitor Stations). Za operativnost kontrolnega segmenta skrbi 2SOPS³.

Glavna kontrolna postaja izvaja upravljanje in nadzor nad celotnim sistemom GPS. Skrbi za izdelavo in prenos navigacijskih sporočil ter vzdržuje sistem v stanju optimalnega delovanja. Informacije, ki jih prejme od spremljevalnih postaj, uporablja za izračun podatkov o položajih in tirnicah satelitov v orbitah. V primeru odpovedi postaje jo nadomesti nadomestna, ki se nahaja v bazi vojnega letalstva ZDA Vandenberg.

Komandne zemeljske antene se uporabljajo za dvosmerno komunikacijo s sateliti. V smeri proti satelitu antene pošiljajo podatke navigacijskega sporočila in programske posodobitve, v smeri proti anteni pa sateliti pošiljajo podatke o svojem delovanju in morebitnih napakah. Za večjo zanesljivost komunikacijskega stika s sateliti je vzpostavljena tudi mreža kontrolnih zemeljskih anten.

Spremljevalne postaje sprejemajo signale oddane s satelitov in zbirajo podatke o atmosferi. Te podatke pošiljajo glavni kontrolni postaji (GPS.GOV, 2013).



Slika 3: Prikaz lege vseh sestavnih elementov kontrolnega segmenta (GPS.GOV, 2013)

³ angl. 2nd Space Operations Squadron

2.1.1.3 UPORABNIŠKI SEGMENT

Zasnova sistema GPS omogoča zanesljivo in kakovostno določitev položaja in časa v kateremkoli trenutku in kateremkoli mestu, ki ima dovolj odprt pogled v nebo. Ob vse hitrejšem tehnološkem razvoju se je uporabniški segment, ki ga sestavljajo uporabniki s svojimi sprejemniki, razširil na širok spekter področij. Sprejemniki so postali tako majhni in energetsko varčni, da jih je mogoče vgraditi tudi v ročne ure, mobilne telefone in druge naprave manjšega formata. K razširjenosti uporabe sistema veliko pripomore tudi njegova odprta in pasivna zasnova. Zaupanje uporabnikov do sistema je leta 2000 močno okrepila odločitev ameriške vlade, da se odpove uporabi funkcije oddajanja motenih civilnih signalov s satelitov (angl. Selective Availability). Leta 2007 pa so sklenili tudi, da nove generacije satelitov te motnje ne bodo vključevale. Tako naslednja generacija satelitov Block III ne bo več omogočala omenjene funkcije, ki občutno zmanjša kakovost določitve položaja in časa.

Vsa področja, kjer se danes uporablja sistem GPS, je nemogoče naštet, saj je sistem dostopen praktično vsakomur. Spodaj je izpostavljenih le nekaj področij, katerih delovanje si brez sistema GPS danes le stežka predstavljamo in obenem predstavljajo njegove glavne uporabnike. Ta področja so (GPS.GOV, 2013):

- Letalski, pomorski in železniški promet,
- geodezija,
- vzdrževanje in upravljanje cestnega omrežja,
- zaščita in reševanje,
- kmetijstvo,
- okoljevarstvo,
- šport in rekreacija.

2.1.2 SIGNALI

2.1.2.1 NOSILNA VALOVANJA

Sateliti sistema GPS oddajajo navigacijske signale, ki so nanešeni na nosilni valovanji z oznakama L1 in L2. Z novimi sateliti se vpeljuje tudi tretje nosilno valovanje z oznako L5. Vsi sateliti oddajajo nosilna valovanja na istih frekvencah, ki so izbrane z namenom optimalnega prenosa signalov od satelita do sprejemnika. Tako nosilna valovanja, kot tudi drugi signali, so ustvarjeni s pomočjo natančnih atomskih ur na krovu satelita. Te ustvarjajo sinusno valovanje osnovne frekvence, ki znaša 10,23 MHz. Za valovanje L1 znaša frekvenca $f_1 = 1575,42$ MHz, za L2 je frekvenca $f_2 = 1227,60$ MHz, valovanje L5 pa ima frekvenco $f_5 = 1176,45$ MHz. Navedena valovanja se odbijajo od fizičnih

ovir, prehajajo pa ionosfero in oblake. V geodeziji je pomen nosilnega valovanja dvojen; v prvi vrsti je namenjen prenosu navigacijskih signalov, lahko pa ga uporabimo tudi kot opazovanje ali za oceno vplivov na opazovanja. Opazovanja nosilnih valovanj imenujemo fazna opazovanja. Opisati jih je mogoče s spodnjo enačbo (Xu, 2007):

$$L_{i,x}^k[m] = \lambda_x \Phi_i^k(t_r, t_e) = \rho_i^k(t_r, t_e) - (\delta t_r - \delta t_k)c + \lambda_x N_i^k(x) - \delta_{ion}(x) + \delta_{trop} + \delta_{tide} + \delta_{rel} + \varepsilon_p \quad (1)$$

Kjer so:

- $L_{x,i}^k[m]$ fazno opazovanje nosilnega valovanja x ($x = 1, 2, 5$) s satelita k na sprejemniku i ,
 λ_x valovna dolžina opazovanega nosilnega valovanja x ,
 Φ opazovana faza valovanja,
 ρ_i^k geometrična razdalja med satelitom in sprejemnikom,
 t_e trenutek oddaje signala s satelita k ,
 t_r trenutek sprejema signala na sprejemniku i ,
 c svetlobna hitrost,
 δt_r pogrešek sprejemnikove ure,
 δt_k pogrešek satelitove ure,
 $N_i^k(x)$ neznan število celih valov med satelitom k in sprejemnikom i za nosilno valovanje x ,
 $\delta_{ion}(x)$ vpliv ionosfere na nosilno valovanje x ,
 δ_{trop} vpliv troposfere,
 δ_{tide} vpliv plimovanja morja in čvrste zemlje,
 δ_{rel} relativistični vpliv,
 ε_p ostanek vplivov.

Pri faznih opazovanjih sprejemnik združi s satelita oddano valovanje z valovanjem iste valovne dolžine, ki se ustvari v sprejemniku. To omogoči primerjavo in določitev faze valovanja v okviru enega vala. Sprejemnik sproti beleži tudi spremembe celih valov od začetka opazovanj. Rezultat opazovanj je nedoločena psevdorazdalja⁴, za katero je značilno, da je dodatno obremenjena z neznanim številom celih valov od začetka opazovanj. Vrednost te neznanke se ocenjuje v računskih postopkih obdelave faznih opazovanj (Stopar, 2010).

⁴ Psevdorazdalja je mera za razdaljo med satelitom in sprejemnikovo anteno. Nanaša se na razdaljo med satelitom v času oddaje signala in anteno v času sprejema signala. Od geometrične razdalje se razlikuje zaradi vpliva stanja satelitove in sprejemnikove ure in vpliva medija skozi katerega signal potuje (Xu, 2007).

2.1.2.2 MERSKE KODE

Na nosilna valovanja so s postopkom modulacije nanešene merske kode in navigacijsko sporočilo. Na dveh osnovnih nosilnih valovanjih L1 in L2, ki ju oddajajo vsi sateliti, so nanešene tri merske kode. Valovanje L1 je modulirano z dvema merskima kodama in navigacijskim sporočilom. Prva merska koda ima oznako C/A⁵ in je namenjena civilni uporabi, druga pa je vojaška P(Y)⁶ koda. Na nosilnem valovanju L2 je modulirana le vojaška P(Y) koda in navigacijsko sporočilo. Enačba (2) prikazuje enačbo kodnega opazovanja za P(Y) kodo. Enako lahko zapišemo tudi opazovanje za C/A kodo (C_x) (Xu, 2007).

$$P_{i,x}^k(t_r, t_e) = \rho_i^k(t_r, t_e) - (\delta t_r - \delta t_k)c + \delta_{ion}(x) + \delta_{trop} + \delta_{tide} + \delta_{rel} + \varepsilon_c \quad (2)$$

V enačbi so:

$P_{i,x}^k(t_r, t_e)$ opazovana psevdorazdalja od sprejemnika i do satelita k na nosilnem valovanju x ($x = 1$ za C/A kodo in $x = 2$ za P(Y) kodo)

ε_c preostali vplivi,

ostale spremenljivke so opisane pod enačbo (1).

Vsak satelit sistema GPS oddaja različno civilno C/A kodo, kar sprejemniku omogoča, da prepozna satelit s katerega signal prihaja. Gre za 1023 bitno binarno kodo z javno dostopnim zaporedjem. Satelit jo generira s frekvenco 1,023 MHz, kar pomeni, da se zaporedje ponovi vsako milisekundo. Sprejemnik s postopkom avtokorelacije primerja s satelita sprejeto kodo in kodo, ustvarjeno v sprejemniku. S tem pridobi časovni zamik med obema kodama, ki je osnova za določitev psevdorazdalje. Ta je obremenjena z vplivom razlike v stanju satelitove in sprejemnikove ure ter drugimi vplivi, navedenimi v enačbi (2).

Javnosti nedostopna P(Y) koda je binarna koda, ki se ponovi na 266,4 dni. Satelit jo generira s frekvenco 10,23 MHz, kar pomeni, da valovna dolžina enega bita znaša 29,3 m. Avtoriziranim uporabnikom omogoča določitev absolutnega položaja z natančnostjo do 1 m.

Kodna opazovanja C/A kode omogočajo določitev absolutnega položaja z natančnostjo do 10 m. Ta se lahko izboljša ob uporabi podpornih sistemov, ki delujejo na osnovi DGPS⁷, in tako doseže nivo natančnosti koordinat določenih z opazovanjem P(Y) kode (Stopar, 2010).

⁵ angl. Coarse Acquisition

⁶ angl. Precise

⁷ Diferencialni GPS. Tehnologija merjenja, ki temelji na uporabi dodatnega, statičnega sprejemnika z znanim položajem in je namenjena zmanjševanju vplivov na opazovanja.

2.1.2.3 NAVIGACIJSKO SPOROČILO

Določanje položaja sprejemnika s pomočjo opazovanj satelitov sistema GPS je možno le ob poznavanju njihovih položajev za vsak trenutek opazovanj. Te informacije, ki jih imenujemo tudi efemeride, nam zagotavlja navigacijsko sporočilo. Poleg efemerid navigacijsko sporočilo vsebuje tudi vnaprej določen urin tek satelitovih ur, informacije o stanju ionosfere in informacije o delovanju sistema.

Navigacijsko sporočilo, za pripravo katerega je zadolžen kontrolni segment, je v bitni obliki nanešeno na nosilni valovanji L1 in L2. Dolžina sporočila je 1500 bitov in se oddaja s frekvenco 50 Hz. Razdeljeno je na 5 okvirjev, od katerih so štirje okvirji različni za vsak satelit, peti pa je skupni vsem satelitom in vsebuje del almanaha⁸ in podatke o stanju sistema (Stopar, 2010). Več o signalih satelitov sistema GPS je napisano v (Kaplan et al., 2006).

2.1.3 LINEARNE KOMBINACIJE OPAZOVANJ

Fazna opazovanja signalov GPS-satelitov so obremenjena s številnimi vplivi. Za pridobitev kakovostnih rezultatov je potrebno v fazi obdelave opazovanj njihov vpliv čim bolj zmanjšati. Enega od načinov za zmanjšanje motečih vplivov predstavljajo linearne kombinacije opazovanj. Sestavimo jih kot linearno kombinacijo opazovanj različnih signalov, ki jih opravi en sprejemnik do enega satelita. Razvitih je več metod, od katerih ima vsaka svoje prednosti in tudi slabosti. V splošnem jih lahko v enačbi (3) predstavlja oznaka L_c za fazna opazovanja in v enačbi (4) oznaka P_c za kodna opazovanja. Oznake opazovanj iz enačb (1) in (2) nekoliko poenostavimo s tem da izpustimo oznaki satelita i in sprejemnika k .

$$L_c = n_1 L_1 + n_2 L_2 \quad (3)$$

$$P_c = n_1 P_1 + n_2 P_2 \quad (4)$$

V obeh enačbah sta spremenljivki n_1 in n_2 koeficienta, ki ju določi posamezna kombinacija. Pri kodnih opazovanjih je možna kombinacija z opazovanji P_1 in P_2 . Pogosto se uporablja tudi kombinacija opazovanj C_1 in P_2 . V naslednjih odstavkih so predstavljene najpogosteje uporabljene kombinacije le za fazna opazovanja.

⁸ Almanah vsebuje podatke za pridobitev grobega položaja vseh satelitov sistema GPS. Za prenos celotnega almanaha je potrebnih 12,5 minut.

Ionosfere prosta⁹ linearna kombinacija opazovanj, ki je predstavljena v enačbi (5) (Dach et al., 2007), odstrani vpliv ionosfere prvega reda, ki predstavlja okoli 99% celotnega vpliva (Petit et al., 2010). Ostali vplivi iz enačbe (1) ostanejo nespremenjeni.

Posledica uporabe kombinacije je, da neznano število celih valov novonastale linearne kombinacije ni več celo število, poveča pa se tudi njena standardna deviacija glede na osnovna opazovanja.

$$L_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} * L_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} * L_2 \quad (5)$$

Z uporabo geometrije proste¹⁰ linearne kombinacije, imenovane tudi »ozki pas«¹¹, odstranimo vse vplive, izvzemši vpliv ionosfere, ki je v celoti prisoten. Za pridobitev kakovostnih rezultatov je potrebno ta vpliv modelirati. Kombinacijo opisuje enačba (6) (Dach et al., 2007):

$$L_{GF} = L_1 - L_2 \quad (6)$$

Omeniti velja tudi linearno kombinacijo imenovano »široki pas«¹². Uporablja se za določitev neznanega števila celih valov pri daljših vektorjih. Sestavimo jo s pomočjo naslednje enačbe:

$$L_{WL} = \frac{f_1}{f_1 - f_2} * L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} * L_2 \quad (7)$$

Kombinacija Melbourne-Wuebbena je pogosto uporabljena in je neodvisna od geometrije, ionosfere, troposfere in popravkov ur. V enačbi (8) nastopata tako obe fazni, kot tudi obe kodni opazovanji P(Y) kode.

$$L_{MW} = \left(\frac{f_1}{f_1 - f_2} * L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} * L_2 \right) - \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} * P_1 - \frac{f_2}{f_1 + f_2} * P_2 \right) \quad (8)$$

Kombinacija ima dve prednosti. Valovna dolžina te kombinacije ima večjo valovno dolžino, enako linearni kombinaciji L_{WL} , kar znaša približno 0,86 m. To poveča numerični razmik pri iskanju neznanega števila celih valov, ozek pas za kodna opazovanja pa zmanjša šum, ki je prisoten v opazovanjih (Navipedia, 2013).

⁹ angl. Ionosphere-free

¹⁰ angl. Geometry-free

¹¹ angl. Narrow lane

¹² angl. Wide lane

Obstaja še veliko drugih kombinacij, ki se uporabljajo v posebne namene. Opisane so v Rizos (2006) in Xu (2007).

2.1.4 FAZNE RAZLIKE

Fazne razlike predstavljajo metode kombiniranja GPS-opazovanj istega tipa, pridobljenih na različnih mestih. Pri obdelavi faznih opazovanj so ključnega pomena za določitev relativnega položaja visoke točnosti. Za prikaz faznih razlik je uporabljena enačba (9). V osnovi gre za enačbo (1), ki jo zaradi preglednosti poenostavimo in odstranimo člena za relativistični vpliv in plimovanje morja ter čvrste Zemlje. Zapišemo jo v obliki (Xu, 2007):

$$L_{i,x}^k = \rho_i^k - c\delta t_i + c\delta t_k + \lambda_x N_i^k(x) - \delta_{ion}(x) + \delta_{trop} + \varepsilon_p \quad (9)$$

Vzemimo primer, da v določenem trenutku t_i sprejemnika A in B registrirata signal n satelitov, z oznakami $1, 2, 3, \dots, n$. Sprejemnik B je postavljen na novi točki (rover), medtem ko je sprejemnik A postavljen na točki z znanimi koordinatami (baza – dana točka). Na osnovi obeh sprejemnikov lahko sestavimo dva vektorja faznih opazovanj \mathbf{L}_A in \mathbf{L}_B s pripadajočima kovariančnima matrikama $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{L}_A}$ in $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{L}_B}$ (Xu, 2007):

$$\mathbf{L}_A = [L_{A,x}^1 \quad L_{A,x}^2 \quad L_{A,x}^3 \quad \dots \quad L_{A,x}^n]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{L}_A} = \sigma^2 \text{diag}[f(z_A^1) \quad f(z_A^2) \quad f(z_A^3) \quad \dots \quad f(z_A^n)] \quad (11)$$

$$\mathbf{L}_B = [L_{B,x}^1 \quad L_{B,x}^2 \quad L_{B,x}^3 \quad \dots \quad L_{B,x}^n]^T \quad (12)$$

$$\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{L}_B} = \sigma^2 \text{diag}[f(z_B^1) \quad f(z_B^2) \quad f(z_B^3) \quad \dots \quad f(z_B^n)] \quad (13)$$

Kjer so:

- $L_{i,x}^k$ fazno opazovanje na sprejemniku i do satelita k v metrih (enačba (9))
($k=1,2,\dots,n$ in $i=A,B$),
- σ standardni odklon faznih opazovanj,
- $\text{diag } \mathbf{a}$ operator, ki iz vrstičnega vektorja \mathbf{a} sestavi diagonalno matriko, ki ima elemente vektorja \mathbf{a} na diagonalni,
- $f(z_i^k)$ utežni faktor opazovanja, odvisen od zenitne razdalje z_i^k satelita k na sprejemniku i (ponavadi kosinusni model uteži: $f(z_i^k) = \cos(z_i^k)$).

2.1.4.1 ENOJNE FAZNE RAZLIKE

Enojne fazne razlike predstavljajo kombinacijo faznih opazovanj opravljenih na dveh sprejemnikih, do istega satelita. Pri tem gre za medsebojno odštevanje dveh osnovnih enačb faznih opazovanj. Enačba enojne fazne razlike je prikazana spodaj (Xu, 2007):

$$L_{i_1 i_2, x}^k = \rho_{i_2}^k - \rho_{i_1}^k - c\delta t_{i_2} + c\delta t_{i_1} + \lambda_j N_{i_2}^k(x) - \lambda_j N_{i_1}^k(x) - d\delta_{ion}(x) + d\delta_{trop} + d\varepsilon_p \quad (14)$$

Vzemimo uvodni primer sprejemnikov A in B , ki v določenem trenutku registrirata signale n satelitov. Sestavimo lahko vektor n enojnih faznih razlik \mathbf{L}_{AB} s pripadajočo kovariančno matriko $\Sigma_{\mathbf{L}_{AB}}$ (Xu, 2007):

$$\mathbf{L}_{AB} = [L_{AB,x}^1 \quad L_{AB,x}^2 \quad L_{AB,x}^3 \quad \cdots \quad L_{AB,x}^n]^T \quad (15)$$

$$\Sigma_{\mathbf{L}_{AB}} = \sigma^2 \text{diag}[f(z_{AB}^1) \quad f(z_{AB}^2) \quad f(z_{AB}^3) \quad \cdots \quad f(z_{AB}^n)] \quad (16)$$

Kjer so:

$L_{AB,x}^k$ enojna fazna razlika $L_{B,x}^k - L_{A,x}^k$ s sprejemnikov A in B do satelita k v metrih (enačba (15)),

$f(z_{AB}^k)$ utežni faktor enojne fazne razlike do satelita k ($f(z_{AB}^k) = \cos(z_A^k) + \cos(z_B^k)$).

Glavno pridobitev enojnih faznih razlik predstavlja odstranitev vpliva napake satelitove ure iz enačbe (14), kar izhaja iz dejstva, da pri sestavi enojne fazne razlike odštejemo enačbi faznih opazovanj, opravljenih na dveh sprejemnikih. Ker gre za opazovanja do istega satelita, je vrednost napake satelitove ure v obeh enačbah enaka in se zato z oštevanjem odstrani. Prav tako se zmanjša vpliv ionosfere, troposfere in drugih vplivov do te mere, da v enačbi ostane le razlika teh vplivov. Velik del teh vplivov se zato odstrani v primeru manjših razdalj med sprejemnikoma. Slaba stran uporabe enojnih faznih razlik je, da se varianca glede na prvotno uporabljena opazovanja poveča za faktor 2.

Enojna fazna razlika se nanaša na vektor med dvema točkama. V primeru, ko sestavljamo enojne fazne razlike v mreži, je potrebno izbrati linearno neodvisno kombinacijo vektorjev. Najbolj pogosti osnovni metodi sta radialna in zaporedna izbira vektorjev, oz. njuna kombinacija. V primeru, da točke označujemo po vrsti $(i_1, i_2, i_3, \dots, i_m)$, je rezultat radialne izbire vektorjev dan z vektorji $(i_1, i_2), (i_1, i_3), \dots, (i_1, i_m)$, zaporedna izbira pa nam da vektorje $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{m-1}, i_m)$ (Xu, 2007). Razviti so tudi bolj zapleteni načini izbire vektorjev z iskanjem najmanjše skupne dolžine

vektorjev z algoritmi minimalnega vpetega drevesa (angl. Minimum spanning tree) in iskanje vektorjev z največjim skupnim številom opazovanj (Dach et al., 2007).

2.1.4.2 DVOJNE FAZNE RAZLIKE

Dvojne fazne razlike temeljijo na sestavi enojnih faznih razlik, saj predstavljajo razliko dveh enojnih faznih razlik. Natančneje je dvojna fazna razlika sestavljena kot razlika dveh enojnih faznih razlik, ki se nanašata na isti dve opazovalni točki $i1$ in $i2$, isti časovni trenutek ter različna opazovana satelita $k1$ in $k2$. Zapišemo jo lahko v obliki (Xu, 2007):

$$L_{i1\ i2,x}^{k1\ k2} = \rho_{i2}^{k2} - \rho_{i1}^{k2} - \rho_{i2}^{k1} + \rho_{i1}^{k1} + \lambda_x(N_{i2}^{k2}(x) - N_{i1}^{k2}(x) - N_{i2}^{k1}(x) + N_{i1}^{k1}(x)) - dd\delta_{ion}(x) + dd\delta_{trop} + dd\varepsilon_p \quad (17)$$

Glede na enačbo enojnih faznih razlik je v enačbi (17) izginil vpliv napake ure na obeh sprejemnikih. Zaradi tvorjenja razlike se ionosferski, troposferski in ostali vplivi dodatno zmanjšajo. Ob uporabi ionosfere proste kombinacije faznih opazovanj se iz enačbe odstrani tudi vpliv ionosfere prvega reda.

V primeru, da privzamemo satelit 1 kot referenčni satelit, lahko sestavimo $n-1$ dvojnih faznih razlik:

$$\Delta\mathbf{L}_{AB} = [L_{AB,x}^{12} \quad L_{AB,x}^{13} \quad L_{AB,x}^{14} \quad \dots \quad L_{AB,x}^{1n}]^T \quad (18)$$

Kjer je $L_{AB,x}^{1k} = L_{AB,x}^k - L_{AB,x}^1$.

Kovariančno matriko dvojnih faznih razlik dobimo preko prenosa varianc in kovarianc v obliki:

$$\Sigma_{\Delta\mathbf{L}_{AB}} = \mathbf{J}\Sigma_{\mathbf{L}_{AB}}\mathbf{J}^T = \begin{bmatrix} f(z_{AB}^{12}) & \dots & f(z_{AB}^1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f(z_{AB}^1) & \dots & f(z_{AB}^{1n}) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{J}_{(n-1) \times (n)} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Kjer je $f(z_{AB}^{12}) = f(z_{AB}^1) + f(z_{AB}^2)$ in \mathbf{J} Jakobijeva matrika parcialnih odvodov sestave dvojnih faznih razlik na osnovi enojnih faznih razlik.

Dvojne fazne razlike so zaradi skupnega referenčnega satelita med seboj korelirane. Kovariančna matrika ima tako na izvendiagonalnih elementih vrednosti $f(z_{AB}^1)$ (Sterle, 2013).

V diplomski nalogi glavna pozornost in raziskovalnega dela sega na tematsko področje dvojnih faznih razlik. Iz tega razloga je omenjeno področje dobro natančneje obrazložiti. V nadaljevanju so zato opisani načini sestave dvojnih faznih razlik, ki smo jih zasledili v literaturi. Sledi poglavje, v katerem je predstavljena problematika sestave dvojnih faznih razlik v postopku obdelave opazovanj in nekatere znane rešitve. Tematiko dvojnih faznih razlik zaključimo z opisom njihove obdelave.

2.1.4.2.1 NAČINI SESTAVE DVOJNIH FAZNIH RAZLIK

V fazi sestave enojnih faznih razlik definiramo vektorje, torej pare točk. Dvojne fazne razlike za vsak trenutek opazovanj sestavimo v okviru teh parov točk. Število dvojnih faznih razlik je za ena manjše od števila vidnih satelitov z obeh sprejemnikov v trenutku opazovanja. Tako kot pri enojnih faznih razlikah, tudi pri dvojnih obstaja več metod, po katerih jih je možno pridobiti. Na splošno v literaturi avtorji teh metod ne predstavljajo obširneje. V večini primerov se le dotaknejo osnovnih metod in jih na kratko opišejo.

Schüler (2001) predstavi dve metodi z vidika zmanjševanja vpliva troposfere. Kot najpogostejšo metodo sestave dvojnih faznih razlik predstavi metodo, pri kateri izberemo referenčni satelit z najvišjim višinskim kotom. Termin referenčni satelit označuje satelit, ki ga za sestavo dvojnih faznih razlik uporabimo v enem časovnem trenutku v okviru enega vektorja. Za vsako dvojno fazno razliko uporabimo enojno fazno razliko referenčnega satelita in od nje odštejemo enojno fazno razliko drugega vidnega satelita. Vzemimo primer, da imamo v določenem trenutku z obeh krajišč vektorja vidne satelite k_1, k_2, k_3, k_4 in ima k_1 največji višinski kot. Kombinacije enojnih faznih razlik za sestavo dvojnih bi bile v tem primeru sledeče (k_1, k_2) , (k_1, k_3) , (k_1, k_4) . Razlog za izbiro referenčnega satelita z največjim višinskim kotom je v dejstvu, da se napaka v opazovanjih referenčnega satelita prenese na vse dvojne fazne razlike. Opazovanja do satelitov, ki so visoko na nebu, so praviloma višje kakovosti, zato so ti sateliti tudi najprimernejši za referenčne satelite.

Druga metoda, ki jo predstavi Schüler (2001), je izbira kombinacij enojnih faznih razlik za satelite s podobnim višinskim kotom. Vpliv troposfere na opazovanja satelitov iz omenjenih kombinacij je zelo podoben. To pomeni, da se s sestavo dvojnih faznih razlik vpliv troposfere zelo zmanjša. V tem primeru noben od satelitov ni referenčni.

Wang et al. (2009) v članku predstavijo raziskavo, v kateri so preizkušali novo metodo izbire referenčnega satelita z namenom boljše določitve višin. Vsak satelit so utežili glede na višinski kot in razmerje med signalom in šumom (SNR¹³). Ugotovijo, da je metoda uporabna pri določevanju višin z GPS-opazovanji. V članku se avtorji osredotočijo zgolj na način izbire referenčnega satelita za en trenutek opazovanja, ne opišejo pa načina sestave dvojnih faznih razlik za celotno obdobje obdelave.

2.1.4.2.2 PROBLEMATIKA SESTAVE DVOJNIH FAZNIH RAZLIK

Dvojne fazne razlike sestavljamo v okviru obdelave GPS-opazovanj z namenom zmanjševanja motečih vplivov, poenostavitve procesa obdelave in končno tudi pridobitve bolj kakovostnih rezultatov. Omenjen proces sledi sestavi enojnih faznih razlik, pri kateri se določijo vektorji med točkami, na katerih so potekala opazovanja.

Podrobnejše raziskovanje postopkov obdelave GPS-opazovanj, kamor spadajo tudi postopki sestave dvojnih faznih razlik, je sprožilo razvoj programskega paketa za obdelavo GNSS opazovanj na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo. Pri komercialnih paketih za obdelave opazovanj večinoma ni možno pridobiti informacije, na kakšen način delujejo. Kot je že bilo omenjeno, tudi v obstoječi literaturi o sestavi dvojnih faznih razlik ni napisanega veliko. Vse to je odprlo možnosti za testiranje in analizo različnih metod sestave dvojnih faznih razlik.

Pomembnost načina sestave dvojnih faznih razlik se pokaže pri neznankah, katerih vrednosti določamo v postopku izravnave. Tu ne gre za koordinatne neznanke, ampak za neznanke, ki se nanašajo na neznano število celih valov (v nadaljevanju NŠCV). V primeru, da v določenem časovnem obdobju za določen vektor sestavimo dvojne fazne razlike z isto kombinacijo parov satelitov, te neznanke ostanejo enake za celotno obdobje. V drugem primeru isto kombinacijo satelitov ohranjamo za krajša obdobja. V tem primeru je za vsak trenutek potrebno nastaviti nove neznanke, saj je njihova povezava med posameznimi obdobji numerično prezahtevna. Dobro znano je, da večje število neznank v matematičnem modelu zmanjša število nadštevilnih opazovanj za določitev neznank in s tem pade tudi kakovost pridobljenih rezultatov obdelave.

¹³ angl. Signal-to-Noise Ratio

Opisan problem lahko predstavimo na enostavnem primeru enega vektorja in treh trenutkov opazovanj štirih vidnih satelitov (Sterle, 2013). Neznanke, ki se nanašajo na NŠCV za enojne fazne razlike predstavljajo oznake N_1, N_2, N_3, N_4 (za vsak satelit po ena). V nadaljevanju so zapisane za vsak trenutek posebej.

1. N_1, N_2, N_3, N_4
2. N_1, N_2, N_3, N_4
3. N_1, N_2, N_3, N_4

Neznanke, ki se nanašajo na NŠCV, ostanejo nespremenjene tako dolgo, dokler so vsi štirje sateliti neprekinjeno vidni na nebu. V postopku kreiranja dvojnih faznih razlik naredimo tudi razlike zgoraj navedenih neznank, kar je razvidno iz enačbe (12). Prvi primer, ko ohranjamo isto kombinacijo parov satelitov z referenčnim satelitom številka 1 je napisan spodaj. Vidimo, da so neznanke, ki se nanašajo na NŠCV, ostale nespremenjene v vseh treh trenutkih.

1. $\Delta N_{12}, \Delta N_{13}, \Delta N_{14}$
2. $\Delta N_{12}, \Delta N_{13}, \Delta N_{14}$
3. $\Delta N_{12}, \Delta N_{13}, \Delta N_{14}$

Drugi primer, pri katerem ne ohranjamo kombinacije parov satelitov, je viden spodaj. V tem primeru je za vsak trenutek potrebno nastaviti nove neznanke.

1. $\Delta N_{12}, \Delta N_{13}, \Delta N_{14}$
2. $\Delta N_{21}, \Delta N_{23}, \Delta N_{24}$
3. $\Delta N_{31}, \Delta N_{32}, \Delta N_{34}$

Pri pregledu literature smo le v dveh delih našli opis, kako se tvorijo dvojne fazne razlike za celotno obdobje obdelave.

Schüler (2001) omeni metodo, ki so jo uporabili pri programski opremi za analize. Po tej metodi satelit ostane referenčni najdlje, kolikor je možno. To pomeni, da ostane referenčni, dokler je viden z obeh krajišč vektorja. Sledi izbira novega referenčnega satelita, ki – tako kot prejšnji – ostane referenčni, dokler je možen sprejem signala na obeh sprejemnikih.

Drugi primer, ki ga najdemo v literaturi, je opisan v Dach et al. (2007). V njej je opisano delovanje programskega paketa za obdelavo GNSS opazovanj Bernese GNSS Software. Predstavljena metoda uporablja le en referenčni satelit za celotno obdobje obdelave. Tega predstavlja satelit, za katerega je

vrednost NŠCV enojne fazne razlike po izravnavi enaka nič. Na ta način so vse ostale vrednosti NŠCV ravno NŠCV dvojnih faznih razlik. To se zelo razlikuje od načina določitve referenčnega satelita v našem programu, kjer se le-ta določi za vsak trenutek opazovanj.

2.1.4.2.3 OBDELAVA DVOJNIH FAZNIH RAZLIK

Pri sestavi enačbe popravkov dvojnih faznih razlik za poljuben satelit k in referenčni satelit 1 si pomagamo z enačbo (17), kjer zanemarimo vpliv ionosfere in troposfere. Nelinearno enačbo popravkov sestavimo tako, da vse količine iz enačbe (17) prestavimo na levo stran in nekoliko poenostavimo zapis. Tako dobimo:

$$F \equiv v + L_{AB}^{1k} - \rho_{AB}^{1k} - N_{AB}^{1k} = 0 \quad (21)$$

V enačbi je v popravek dvojne fazne razlike L_{AB}^{1k} . Neznanke, ki nastopajo v zgornji enačbi, so štiri, in sicer popravki približnih vrednosti koordinat nove točke B ($\delta x_B, \delta y_B, \delta z_B$), ki se nahajajo v členu ρ_{AB}^{1k} , in popravek približne vrednosti neznanega števila celih valov δN_{AB}^{1k} . Linearizirana enačba popravkov ima obliko:

$$F \equiv v + b_x \delta x_B + b_y \delta y_B + b_z \delta z_B + b_N \delta N_{AB}^{1k} = f \quad (22)$$

V enačbi so b_x, b_y, b_z in b_N parcialni odvodi po vseh štirih neznankah in f odstopanje enačbe popravkov.

Vse enačbe popravkov v poljubnem trenutku t_i lahko zapišemo v matrični obliki:

$$\mathbf{v}_i + \mathbf{B}_i \Delta_i = \mathbf{f}_i \quad (23)$$

V zgornji enačbi predstavlja vektor \mathbf{v}_i vektor popravkov vseh dvojnih faznih razlik v trenutku t_i , \mathbf{B}_i matrika parcialnih odvodov po vseh neznankah, Δ_i vektor neznank v trenutku t_i in \mathbf{f}_i vektor odstopanj enačb popravkov.

V splošnem nimamo samo enega trenutka izvedenih opazovanj, ampak je le-teh lahko veliko (oznaka n_e), predvsem pri statični izmeri, kjer imamo npr. pri celodnevno izvedenih opazovanjih in intervalom registracije 30 s kar 2880 trenutkov dvojnih faznih razlik. Teoretično bi lahko tako vse dvojne fazne razlike predstavili v matrični obliki (enačba zgoraj), a bi bil tak matrični sistem prevelik za obdelavo z računalnikom. Zato uporabimo postopek zaporedne izravnave, kjer pa nas vmesni rezultati ne zanimajo. Tak postopek lahko opišemo kot superpozicijo sistemov normalnih enačb na

osnovi opazovanj v posameznih časovnih trenutkih. Za vsak trenutek t_i , za katerega imamo podana opazovanja, sestavimo svoj sistem normalnih enačb v obliki:

$$\mathbf{N}_i \Delta_i = \mathbf{t}_i \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{N}_i = \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i \quad \mathbf{t}_i = \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{f}_i \quad (24)$$

V zgornji enačbi je matrika \mathbf{P}_i matrika uteži dvojnih faznih razlik v trenutku t_i za katero velja $\mathbf{P}_i = \sigma_0^2 \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_{LAB}}^{-1}$, kjer σ_0^2 predstavlja referenčno varianco a-priori. Do končnega sistema normalnih enačb pridemo z vsoto:

$$\mathbf{N} = \sum_{i=1}^{n_e} \mathbf{N}_i \quad \mathbf{t} = \sum_{i=1}^{n_e} \mathbf{t}_i \quad \Rightarrow \quad \mathbf{N} \Delta = \mathbf{t} \quad (25)$$

V zgornji enačbi je potrebno matrike \mathbf{N}_i in vektorje \mathbf{t}_i sistemov normalnih enačb v posameznih trenutkih t_i voditi v končnih dimenzijah in ne v dimenzijah neznank posameznega trenutka. Rešitev neznank je dobljena kot:

$$\Delta = \mathbf{Q}_{\Delta\Delta} \mathbf{t} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{Q}_{\Delta\Delta} = \mathbf{N}^{-1} \quad (26)$$

Referenčno varianco a-posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ dobimo iz lastnosti zaporedne izravnave kot:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{n-u} (\mathbf{f}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{f}_i - \Delta^T \mathbf{t}) \quad (27)$$

2.1.4.2.4 DOLOČANJE NŠCV V DOMENI CELIH ŠTEVIL

Določevanje NŠCV v domeni celih števil je različno za različne vrste opazovanj, ki se uporabijo pri obdelavi baznega vektorja. V splošnem imamo dve vrsti obdelave, in sicer:

- za kratke bazne vektorje (do nekje 15 km, odvisno od vpliva ionosfere), kjer lahko uporabimo kar osnovna fazna opazovanja L_1 in L_2 in
- za dolge bazne vektorje (od 15 km naprej), kjer pa vzamemo dve linearni kombinaciji, in sicer L_3 in L_5 .

V obeh primerih je način določanja NŠCV v domeni celih števil pri naši raziskavi najbolj elementaren algoritem.

Ko za obdelavo uporabimo opazovanja L_1 in L_2 , so vrednosti NŠCV po izravnavi vedno v domeni realnih števil. Najprej poiščemo celo število \bar{N} , ki je najbližje ocenjeni realni vrednosti NŠCV po izravnavi N in izračunamo razliko $d_N = \bar{N} - N$. Če za to velja $|d_N| < 0.25\lambda$ in $\sigma_N < 0.2\lambda$, potem nadomestimo NŠCV N z \bar{N} in iz seznama neznank NŠCV izločimo N . To ponovimo za vsa neznana števila celih valov in za obe nosilni valovanji L1 in L2. Ko tako določimo vsa NŠCV v domeni celih števil, kolikor je mogoče, ponovimo izravnavo baznega vektorja.

V kolikor obdelujemo dolge bazne vektorje, ko za obdelavo uporabimo linearni kombinaciji L_3 in L_5 , se postopek določevanja NŠCV nekoliko spremeni. Poleg ocenjenih koordinat po izravnavi dobimo tudi ocenjene vrednosti, ki so v obliki (Sterle, 2013):

$$N_3[m] = \alpha_1 \lambda_1 * N_1 - \alpha_2 \lambda_2 * N_2 = a * N_1 - b * N_2 \quad (28)$$

$$N_5[cy] = N_1 - N_2 \quad (29)$$

Za vrednosti α_1 in α_2 glej enačbo (5).

Potrebno je poudariti, da vrednosti N_3 in N_5 nista celi števili. S pomočjo zgornjih dveh enačb je možno izračunati vrednosti NŠCV N_1 in N_2 na osnovnih valovanjih L1 in L2. Pri tem uporabimo izraza:

$$N_2 = \frac{N_3[m] - a * N_5}{a - b} \quad (30)$$

$$N_1 = N_5 + N_2 \quad (31)$$

Natančnost tako ocenjenih NŠCV na osnovnih valovanjih L1 in L2 je:

$$\sigma_{N_2} = \frac{\sigma_{N_3[m]}}{a - b} \approx 9,34 * \sigma_{N_3[m]} \quad (32)$$

$$\sigma_{N_1} = \sigma_{N_2} \quad (33)$$

Čeprav ni bil predmet naše obravnave, velja tuka omeniti tudi algoritem LAMBDA (angl. Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment), ki je zelo uporaben za določitev NŠCV v primeru, ko imamo na voljo le kratke intervale opazovanj. Variančno-kovariančna matrika NŠCV (določena preko referenčnega satelita) ni diagonalna. Če bi bila, bi realne vrednosti NŠCV lahko zaokrožili na celo

število. Algoritem temelji na dekorelaciji matrike, kar nato omogoči določitev celih vrednosti NŠCV (Teunissen et al., 1996).

2.1.4.3 TROJNE FAZNE RAZLIKE

Zadnje v vrsti faznih razlik ostanejo trojne fazne razlike. Ustvarimo jih z razliko dveh dvojnih faznih razlik, ki se nanašata na ista sprejemnika in satelita ter različna trenutka opazovanj (epoho) t_1 in t_2 . Matematično so opisane spodaj, v enačbi (34).

$$\begin{aligned} L_{i_1, i_2, x}^{k_1, k_2}(t_1, t_2) = & \rho_{i_2}^{k_2}(t_2) - \rho_{i_1}^{k_2}(t_2) - \rho_{i_2}^{k_1}(t_2) + \rho_{i_1}^{k_1}(t_2) \\ & - \rho_{i_2}^{k_2}(t_1) + \rho_{i_1}^{k_2}(t_1) + \rho_{i_2}^{k_1}(t_1) - \rho_{i_1}^{k_1}(t_1) + \delta N(x) + td\varepsilon_p \end{aligned} \quad (34)$$

Kjer je:

$$\delta N(x) = \lambda_x \left(N_{i_1, i_2}^{k_1, k_2}(x, t_2) - N_{i_1, i_2}^{k_1, k_2}(x, t_1) \right). \quad (35)$$

Vpliv troposfere in vpliv ionosfere se odstranita. Trojne fazne razlike so uporabne za odkrivanje zgrešenih celih valov v sprejemniku (angl. Cycle slip). Ti lahko nastanejo zaradi prehitrega gibanja GNSS antene, ovir za sprejem signala, odbojev od objektov (večpotje) pa tudi zaradi nenadnih sprememb v ionosferi. Te spremembe so posledica povečane aktivnosti Sonca, kar je del rednega Sončevega cikla. V primeru, da v času opazovanja ni izpada signala, je velikost spremenljivke δN enaka nič. Najpomembnejša lastnost trojnih faznih razlik predstavlja dejstvo, da so vsi členi, ki nastopajo v enačbi (34), geometrične narave. Tudi pri trojnih faznih razlikah se poveča varianca glede na osnovna opazovanja, in sicer za faktor 8. Težavo pri obdelavi trojnih faznih razlik predstavlja njihova medsebojna časovna korelacija. Obdelovanje zaporednih trenutkov opazovanj je iz tega razloga zelo zapleten proces, ki ga nekateri rešujejo tako, da v obdelavo vključijo zaporedno izravnavo po metodi najmanjših kvadratov, še večkrat pa Kalmanov filter.

2.1.5 SLUŽBA IGS¹⁴

GPS-opazovanja je s posebnimi postopki in uporabo pravih vhodnih podatkov možno uporabiti tudi za najzahtevnejše naloge z vidika točnosti rezultatov. Takšne naloge se večinoma nanašajo na raziskovalne in izobraževalne projekte, prav tako pa segajo tudi na inženirsko področje. Služba IGS je mednarodna prostovoljna federacija več kot 200 inštitutov po svetu in je bila ustanovljena z namenom

¹⁴ angl. International GNSS Service

zagotavljanja najkakovostnejših podatkov o sistemih GNSS, ki predstavljajo podporo pri izvedbi omenjenih projektov in nalog. Za pridobitev podatkov služba uporablja niz sledilnih postaj, podatkovnih in analitičnih centrov po vsem svetu. V času nastajanja diplomske naloge služba IGS zagotavlja podatke o sistemu GPS in ruskem sistemu GLONASS¹⁵. Vsi navedeni produkti so prosto dostopni na spletu in obsegajo:

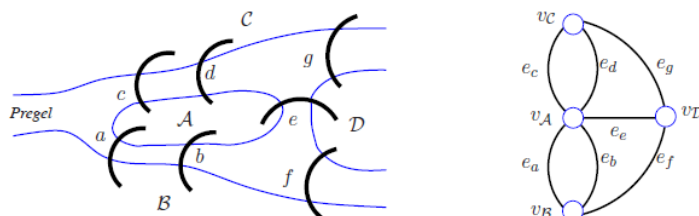
- Precizne efemeride za satelite GPS,
- precizne efemeride za GLONASS satelite,
- parametri Zemljine rotacije,
- položaji in hitrosti sledilnih postaj službe IGS,
- podatki o urinem teku GPS-satelitov in sledilnih postaj službe IGS,
- ocene zenitne komponente troposferske refrakcije,
- podatke o stanju ionosfere,
- podatke o kalibraciji anten satelitov in sprejemnikov GNSS.

Za izvedbo obdelave opazovanj v okviru diplomske naloge smo uporabili precizne efemeride za GPS-satelite, parametre Zemljine rotacije in podatke o urinem teku satelitov GPS.

2.2 TEORIJA GRAFOV

Razlog, da v teoretičnem delu naloge svoje mesto najde tudi teorija grafov, je v tem, da osnovna ideja diplomske naloge tematsko razpeta med obdelavo GPS-opazovanj in teorijo grafov. Na kratko je predstavljeno področje teorije grafov, v podpoglavju pa je podrobneje predstavljen tudi algoritem, ki je uporabljen v diplomski nalogi.

Začetki razvoja teorije grafov segajo v leto 1736, ko je Leonard Euler začel ukvarjati s problemom sedmih mostov čez reko Pregel v mestu Königsberg¹⁶.



Slika 4: Prikaz mostov čez reko Pregel (levo) in Eulerjeva abstrakcija v graf (desno) (Haxhimusa, 2006)

¹⁵ rus. Globalnaja Navigacionnaja Sputnikovaja Sistema

¹⁶ angl. Seven Bridges of Königsberg

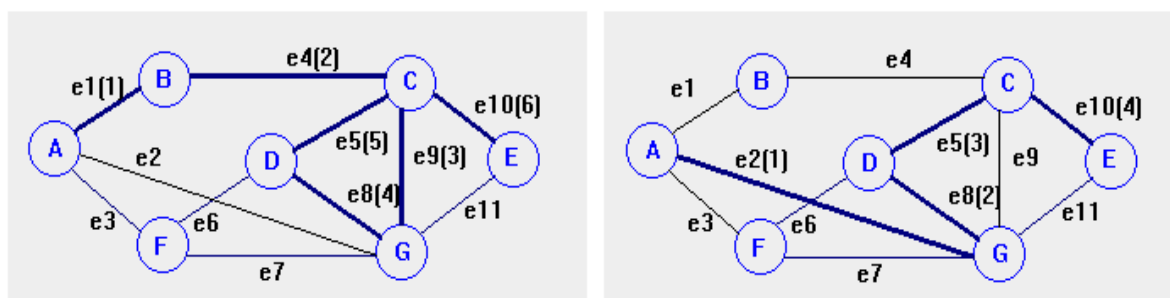
Spraševal se je, ali je možno prehoditi vseh sedem mostov tako, da vsakega prečkamo le enkrat. Euler je dele kopnega poenostavil v točke, mostove pa v povezave med točkami in dokazal, da takšna pot ne obstaja (Haxhimusa, 2006).

Teorija grafov je obdobju razvoja računalnikov močno pridobila na veljavi in je še vedno podvržena izrazitemu razvoju. Nepogrešljiva je za raziskovanje in opisovanje pojavov na mnogih tako naravoslovnih kot tudi družboslovnih področjih. Teorija grafov poseduje posebno privlačnost za raziskovanje, saj veliko vprašanj in problemov ostaja neodgovorjenih oziroma nerešenih, njihova rešitev pa bi v marsikaterem primeru pomenila velikanski napredek na številnih področjih. V nadaljevanju je podana definicija grafa in nekatere temeljne lastnosti le-tega.

Graf G sestavljata množica vozlišč $V(G)$ in množica parov vozlišč $E(G)$. Elemente množice $E(G)$ imenujemo povezave. Najpogosteje jih predstavljamo z uporabo diagramov, v katerih točke predstavljajo vozlišča in črte povezave med vozlišči.

Povezave v grafu so lahko usmerjene, kar ponazorimo s puščico. V tem primeru graf imenujemo usmerjen graf. Pomembna lastnost vozlišč v grafu je njihova stopnja. V neusmerjenih grafih stopnjo vozlišča x predstavlja število povezav, ki povezuje vozlišče x s sosednjimi vozlišči. V usmerjenih grafih ločimo vstopno (povezave od sosednjih vozlišč do vozlišča x) in izstopno stopnjo vozlišča (povezave od vozlišča x do sosednjih vozlišč).

V grafu lahko določimo sprehod, ki predstavlja končno zaporedje vozlišč in povezav med njimi. Poseben primer sprehoda je pot, pri kateri se nobeno vozlišče ne ponovi. Na sliki 5 je na levi z modro barvo predstavljen sprehod, na desni pa sprehod, ki je obenem tudi pot. Sprehod na levi sliki lahko predstavimo kot zaporedje $A, e1, B, e4, C, e9, G, e8, D, e5, C, e10, E$, kjer velike črke predstavljajo vozlišča, male črke s številkami pa povezave. Pot na desni sliki zapišemo z zaporedjem $A, e2, G, e8, D, e5, C, e10, E$.



Slika 5: Graf z modro prikazanim sprehodom (levo) in potjo (desno) (Stenšak, 2003)

Pomembna lastnost grafa je tudi njegova povezanost. Grafu pravimo, da je povezan, ko za vsak par vozlišč, ki pripadata grafu, obstaja sprehod, ki ju poveže (Stenšak, 2003).

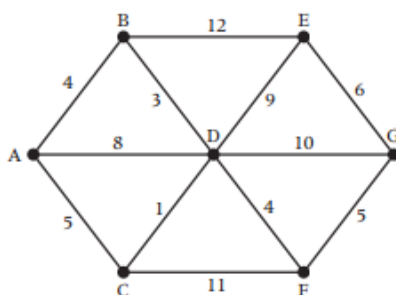
2.2.1 DIJKSTROV ALGORITEM

Eden najbolj znanih algoritmov za iskanje najkrajše poti je Dijkstra algoritem, ki ga je Edsger Dijkstra opisal leta 1959. Primeren je za iskanje najkrajše poti z enim izvorom v usmerjenem grafu, v katerem imajo vse povezave nenegativne uteži.

Algoritem išče najkrajšo pot po korakih tako, da iskanje širi iz izvirnega vozlišča. Za vsako vozlišče, ki ga algoritem obišče, poznamo najkrajšo pot do izvirnega vozlišča (Vajngerl, 2011). Koraki, po katerih algoritem deluje so sledeči (Pearson, 2004):

1. Začetnemu vozlišču daj oznako 0.
2. Fiksiraj oznako.
3. Označi vse povezana vozlišča z utežjo povezave.
4. Fiksiraj najmanjšo oznako.
5. Iz vozlišča s fiksirano oznako določi utež povezave vsem sosednjim vozliščem.
6. Če je nova utež manjša od že določene, prečrtaj staro in napiši novo.
7. Ponavlaj korake od 4. do 6. dokler ni fiksirana oznaka pri končnem vozlišču.

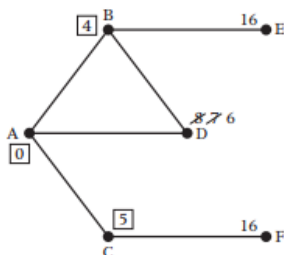
V nadaljevanju je algoritem predstavljen na primeru, ki je skrajšan in vzet iz Pearson (2004). Slika 6 prikazuje graf, na katerem iščemo najkrajšo razdaljo od vozlišča A do vozlišča G.



Slika 6: Graf za demonstracijo delovanja Dijkstrovega algoritma

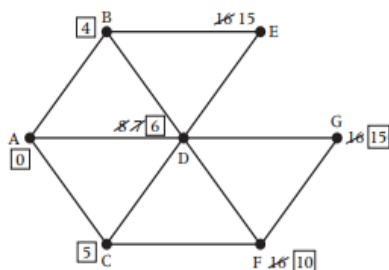
V vozlišču A najprej nastavimo oznako 0 in jo fiksiramo (koraka 1 in 2). Sledi označevanje vozlišč B, C in D z utežmi povezave (korak 3). Najmanjša oznaka je pri vozlišču B, zato jo fiksiramo (označena z okvirčkom) (korak 4). Iz vozlišča B nato določimo oznake povezanim vozliščem, katerih oznake še niso fiksirane, torej proti vozlišču D in E (korak 5). Pri vozlišču D je oznaka manjša, zato prejšnjo (8) prečrtamo in napišemo novo (korak 6). Zopet iščemo najmanjšo oznako, ki je pri vozlišču C, in jo

fiksiramo (ponovitev koraka 4). Iz vozlišča C določimo oznake sosednjim nefiksiranim vozliščem F in D. Pri vozlišču D se stara oznaka zopet prečrta in zapiše se nova (6) (koraka 5 in 6). Slika 7 prikazuje stanje po opravljenih korakih.



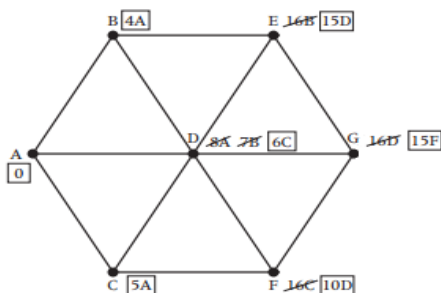
Slika 7: Stanje po zagonu Dijkstrovega algoritma in prvi ponovitvi korakov 4, 5 in 6

Vozlišče D fiksiramo in določimo nove oznake povezanim vozliščem. Vozlišče E in F dobita novi oznaki (15 in 10), oznako dobi tudi vozlišče G (16). Fiksiramo vozlišče F in določimo novo oznako povezanemu vozlišču G (15). Vozlišče G ima skupaj z vozliščem E enako oznako. Fiksiramo lahko tako enega kot drugega. Odločimo se za vozlišče G. S tem je tudi zaključeno iskanje najkrajše poti iz vozlišča A do vozlišča G. Stanje po koncu iskanja prikazuje spodnja slika.



Slika 8: Stanje po končanem iskanju najkrajše poti od vozlišča A do vozlišča G

Za pridobitev vozlišč, skozi katere gre najkrajša pot, je potrebno ob vsako oznako zapisati, s katerega vozlišča je bila izračunana njena velikost. Po izračunu najkrajše poti lahko v nasprotni smeri določimo tudi vsa vozlišča na najkrajši poti. Graf z opisanimi oznakami prikazuje slika 9.



Slika 9: Graf z oznakami, ki omogočajo iskanje vozlišč na najkrajši poti

Za izvedbo iskanja najkrajše poti z Dijkstrovim algoritmom potrebujemo podatek o začetnem in končnem vozlišču iskane poti ter podatke o celotnem grafu, na katerem izvajamo iskanje. Natančneje potrebujemo informacije o vseh vozliščih, njihovih medsebojnih povezavah in utežeh teh povezav. Vse omenjene podatke je mogoče shraniti v matriko sosednosti, ki je kvadratna matrika s številom vrstic in stolpcev, enakim številu vozlišč v grafu. Vsak element matrike predstavlja možno povezavo v grafu, zato matrika takšne dimenzije pokrije celoten spekter povezav med vozlišči. Slika 10 prikazuje matriko sosednosti za graf, prikazan na sliki 6. Matrika je simetrična, ker je graf neusmerjen. Oznaka Inf. v matriki predstavlja utež z neskončno velikostjo. Povezava z utežjo »Inf.« v grafu ne obstaja. Neskončna utež preprečuje izračun poti, ki bi potekala preko te povezave, saj bi s tem pot dobila neskončno utež. V literaturi velikokrat zasledimo prikaze matrike sosednosti, kjer imajo povezave, ki ne obstajajo, utež enako 0. To je le posledica drugačnega pojmovanja uteži, saj v tem primeru utež predstavlja prepustnost povezave, ki je v primeru neobstoječe povezave enaka 0.

	A	B	C	D	E	F	G
A	Inf.	4	5	8	Inf.	Inf.	Inf.
B	4	Inf.	Inf.	3	12	Inf.	Inf.
C	5	Inf.	Inf.	1	Inf.	11	Inf.
D	8	3	1	Inf.	9	4	10
E	Inf.	12	Inf.	9	Inf.	Inf.	6
F	Inf.	Inf.	11	4	Inf.	Inf.	5
G	Inf.	Inf.	Inf.	10	6	5	Inf.

Slika 10: Matrika sosednosti za demonstracijski graf.

Za primer lahko na zgornji sliki vzamemo povezavo med vozliščema B in D. Utež povezave je enaka 3 enote. Utež najdemo v presečišču vrstice B in stolpca D ter vrstice D in stolpca B. Dvakrat je zapisana, ker povezava deluje v obe smeri. V primeru enosmerne povezave v usmerjenih grafih se utež piše le na eno mesto (matrika ni več simetrična). Vzemimo, da je povezava med vozliščem B in D enosmerna, torej je »prehod« možen le od vozlišča B do vozlišča D. V matriki sosednosti bi utež povezave zapisali le v presečišču vrstice B in stolpca D, saj ta element predstavlja povezavo od vozlišča B do vozlišča D. Element v presečišču vrstice D in stolpca B, ki predstavlja povezavo od vozlišča D do vozlišča B, bi dobil vrednost inf., saj »prehod« v tej smeri ni mogoč.

3 RAZVOJ METODE ZA IZBIRO REFERENČNEGA SATELITA

V poglavju je opisan razvoj idej o izbiri referenčnega satelita z vidika programskih rešitev. Celoten proces razvoja je zaznamovala tesna medsebojna povezanost novih idej in njihove realizacije v smislu izdelave programske kode. Vsaka nova ideja je sprožila predelavo programske kode z namenom njene uveljavitve na izvedbeni ravni, prav tako pa je bila prav predelava kode tista, ki je ob analizi novih rezultatov privedla do novih idej.

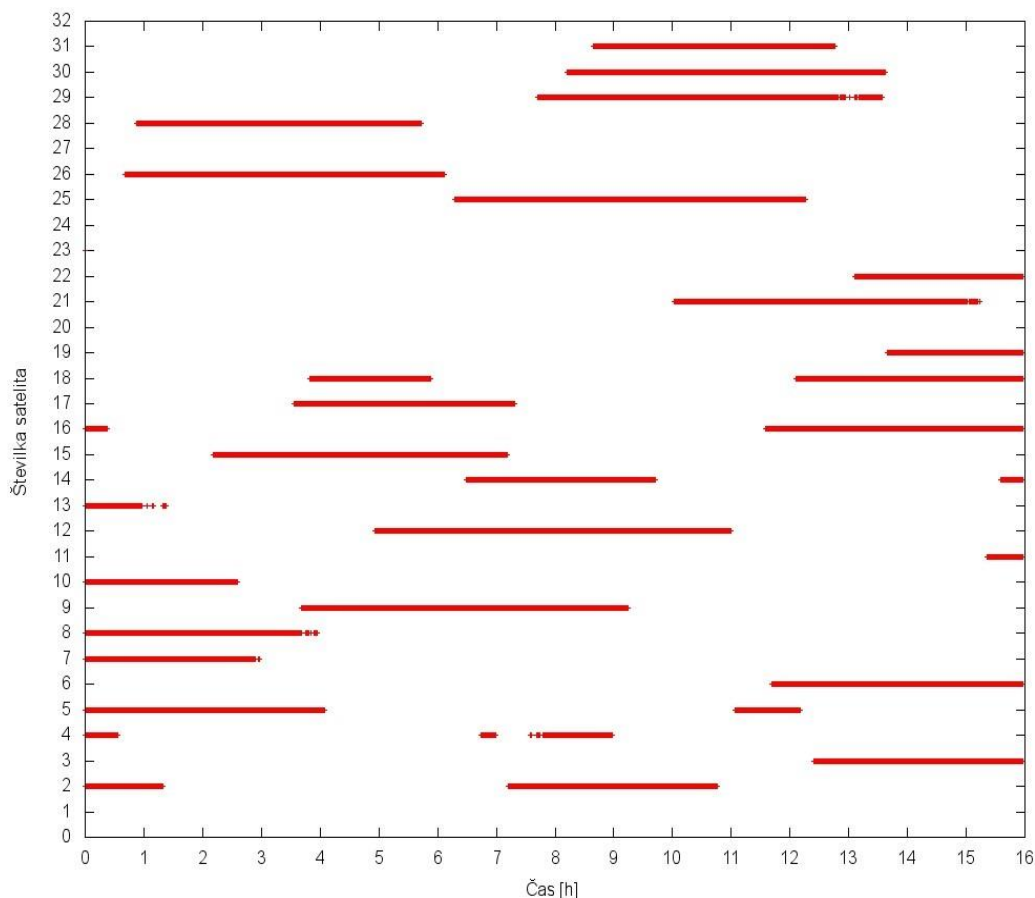
Opisan model razvoja, ki za vsako idejo v razvojnem procesu predvideva tudi njeno izvedbo v realnem okolju, ima vsaj dve prednosti pred razvojem zgolj na konceptualni ravni. Iskanje napak, nesmislov in pomanjkljivosti je občutno lažje in bolj učinkovito, prav tako pa uvid v posledice uveljavitve določene ideje omogoča dopolnitve, izboljšave in je obenem tudi dobra podlaga za nove ideje.

Za potrebe razvoja smo uporabili programska jezika C++ in MATLAB, pomagali pa smo si tudi s programskim orodjem za izrisovanje Gnuplot. Izbiri je botrovala želja, da izkoristimo prednosti, ki jih vsak od njih ponuja, in si obenem olajšamo razvojni proces. Naveden način smo izbrali ob zavedanju, da tako programsko razčlenjen proces nikakor ni primeren za širšo uporabo, omogoča pa hitrejši in bolj pregleden razvoj idej in optimalno izrabo obstoječega znanja in sposobnosti. V nadaljevanju je podrobneje opisan celoten razvoj metode za izbiro referenčnega satelita.

3.1 VIZUALIZACIJA INTERVALOV VIDNIH SATELITOV

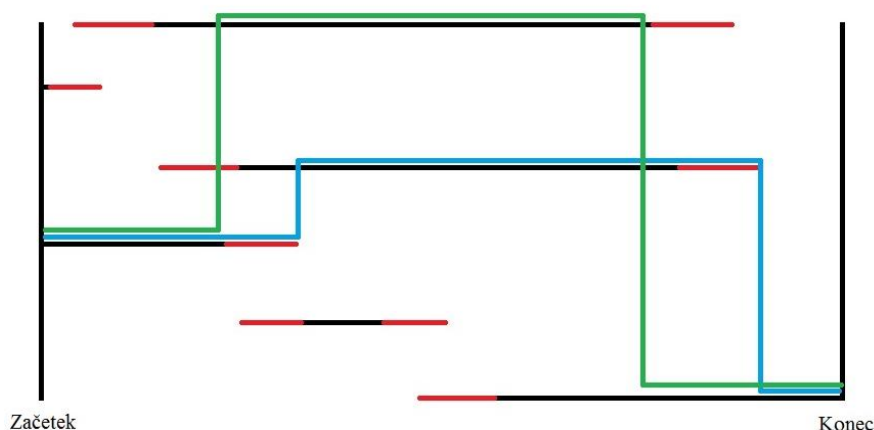
V samem začetku obravnavanja problema izbire referenčnega satelita se nam je zdelo najbolj smiselno situacijo najprej grafično predstaviti. Pri izbiri referenčnega satelita je vidnost satelita z obeh sprejemnikov ključnega pomena. To informacijo lahko za vsak trenutek pridobimo iz enojnih faznih razlik. Tako je bil naš cilj iz podatkov enojnih faznih razlik pridobiti izris vidnosti posameznega satelita v določenem časovnem obdobju. Sestavili smo program, ki iz podatkov vhodne datoteke enojnih faznih razlik sestavi datoteko za izris v programu Gnuplot. Primer izrisa prikazuje slika 11.

Iskanje referenčnih satelitov za določeno obdobje obdelave si lahko predstavljamo kot iskanje poti od začetnega do končnega trenutka izmere preko intervalov vidnih satelitov. Pri tem upoštevamo, da za vsak trenutek opazovanja izberemo en vidni satelit kot referenčni. Vizualizacija problema se je izkazala za zelo dobro odločitev, saj je spodbudila razmišljanje o različnih možnih poteh preko intervalov. Po pogovoru in premisleku smo se odločili, da bi bilo dobro raziskati, kako priti do optimalnega prehoda, saj do tedaj obstoječ način zaporedne izbire intervalov problema ne rešuje v celoti.



Slika 11: Vidnost satelitov s točk GSR1 in SMLD (pri Medvodah) na dan 7. 10. 2011

Pri zaporednem načinu izbire intervalov program na začetku poišče interval, ki časovno sega najdlje. Ob koncu vsakega izbranega intervala nato išče naslednji interval, ki traja od tistega trenutka najdlje, tako vse do konca. Interval za referenčni satelit se lahko tako začne kadarkoli, ko je satelit viden, konča pa se vedno na koncu njegove vidnosti, ko je zenitna razdalja satelita že zelo velika. Znano je, da kakovost opazovanj s povečevanjem zenitne razdalje pada. Obstaja možnost predelave intervalov tako, da vsebujejo le satelite, vidne pri zenitni razdalji pod določenim pragom, a še vedno izgubimo na prilagodljivosti, saj se interval za referenčni satelit ne more končati pred zaključkom intervala vidnega satelita. Na sliki 12 je shematsko prikazana rešitev po metodi zaporedne izbire in ena izmed alternativnih rešitev. Z rdečo so označeni deli intervala vidnega satelita, kjer so opazovanja satelita zaradi majhnega višinskega kota slaba. Mejno vrednost višinskega kota smo v tej fazi raziskovanja postavili na 15° .

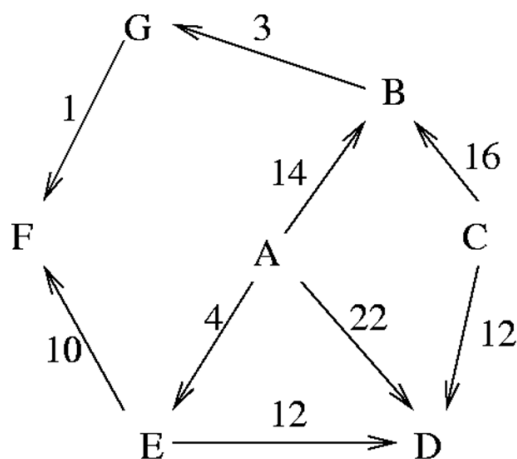


Slika 12: Metoda zaporedne izbire (modro) in alternativna izbira (zeleno)

3.2 POSTOPKI ZA DOLOČITEV MATRIKE SOSEDNOSTI

Kmalu po analizi vizualizacije intervalov smo dobili idejo, da bi se bilo za rešitev problema omenjenega prehoda preko intervalov mogoče nasloniti na teorijo grafov, natančneje na algoritem za iskanje najkrajše poti.

Razmišljali smo o uporabi Dijkstrovega algoritma za iskanje najkrajše poti med povezanimi vozlišči v grafu s pozitivno uteženimi usmerjenimi povezavami. Primer takšnega grafa je prikazan na sliki 13. Začetna navdušenost je hitro popustila, saj je bilo kmalu jasno, da je z obstoječim znanjem in razumevanjem delovanja algoritma problem praktično nerešljiv.



Slika 13: Graf s pozitivno uteženimi usmerjenimi povezavami med vozlišči

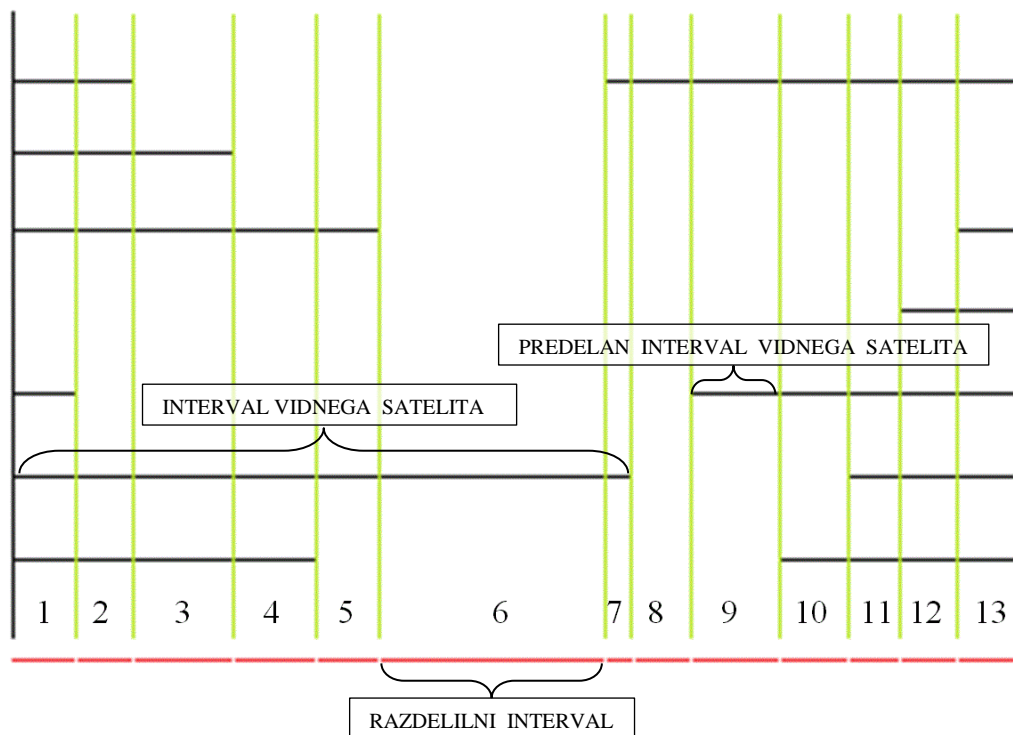
Ugotovili smo, da intervalov vidnih satelitov ni možno razlagati povsem na enak način, kot pri običajnih grafih, katerih predstavnik je prikazan na sliki 13. Obravnavanje vsakega od intervalov kot

utežene celote ni smiselno, saj se ti začnejo in končajo ob poljubnem času, kar onemogoča njihovo medsebojno povezljivost. Prehod med enim in drugim referenčnim satelitom mora biti mogoč v vsakem trenutku opazovanj. To pomeni, da se število vozlišč in posledično dimenzija matrike sosednosti poveča na število satelitov, pomnoženo s številom trenutkov opazovanj. Pri obdelavi opazovanj daljšega časovnega obdobja bi zato prišlo do dimenzijsko prevelike matrike sosednosti.

Rešitev problema smo našli v predelavi intervalov vidnih satelitov na način, da ti postanejo med seboj časovno stični. To je mogoče doseči tako, da v celotnem časovnem obdobju obdelave poiščemo časovne intervale, znotraj katerih ni nobene spremembe v številu ali oznakah vidnih satelitov. V nadaljevanju so ti intervali poimenovani kot razdelilni intervali. Način predelave intervalov vidnih satelitov je prikazan na sliki 14. Novonastale predelane intervale vidnih satelitov med seboj ločuje zelena črta, ki označuje trenutek, ko je prišlo do spremembe v številu ali oznakah vidnih satelitov.

Kot primer vzemimo, da je bilo v časovnem obsegu, ki ga prikazuje slika 14, opravljenih 1000 opazovanj. Z metodo predelave intervalov vidnih satelitov zmanjšamo število možnih prehodov med sateliti iz 999 na vsega 13.

Uporabljenih je bilo že nekaj različnih poimenovanj za intervale. Za lažje in nedvoumno razumevanje v nadaljevanju je na spodnji sliki grafično predstavljeno, kaj posamezni interval predstavlja.



Slika 14: Prikaz metode razdelitve osnovnih intervalov vidnosti satelitov

Opisana rešitev je odprla možnosti za izdelavo matrike sosednosti, ki podaja medsebojno povezljivost posameznih predelanih intervalov vidnih satelitov. Matrika nosi ključne podatke za Dijkstrov algoritem, zato je njeno sestavljanje predstavljalo najpomembnejšo oviro na poti do izračuna poti preko intervalov vidnih satelitov od začetnega do končnega trenutka izmere. Izvedbeno smo problematiko sestave matrike sosednosti rešili v treh delih, pri katerih smo za vsak del sestavili program.

V prvem delu za vsak trenutek ugotovljamo, kateri sateliti so vidni z obeh sprejemnikov. Gre za isti postopek kot v prej opisani vizualizaciji intervalov vidnih satelitov. S tem za vsak trenutek pridobimo niz satelitov, izmed katerih enega izberemo kot referenčnega. To nam tako rekoč predstavlja osnovo za katerokoli metodo izbire referenčnega satelita. Delovanje programa, ki v datoteko za vsak trenutek zapiše oznake vidnih satelitov, je predstavljeno spodaj.

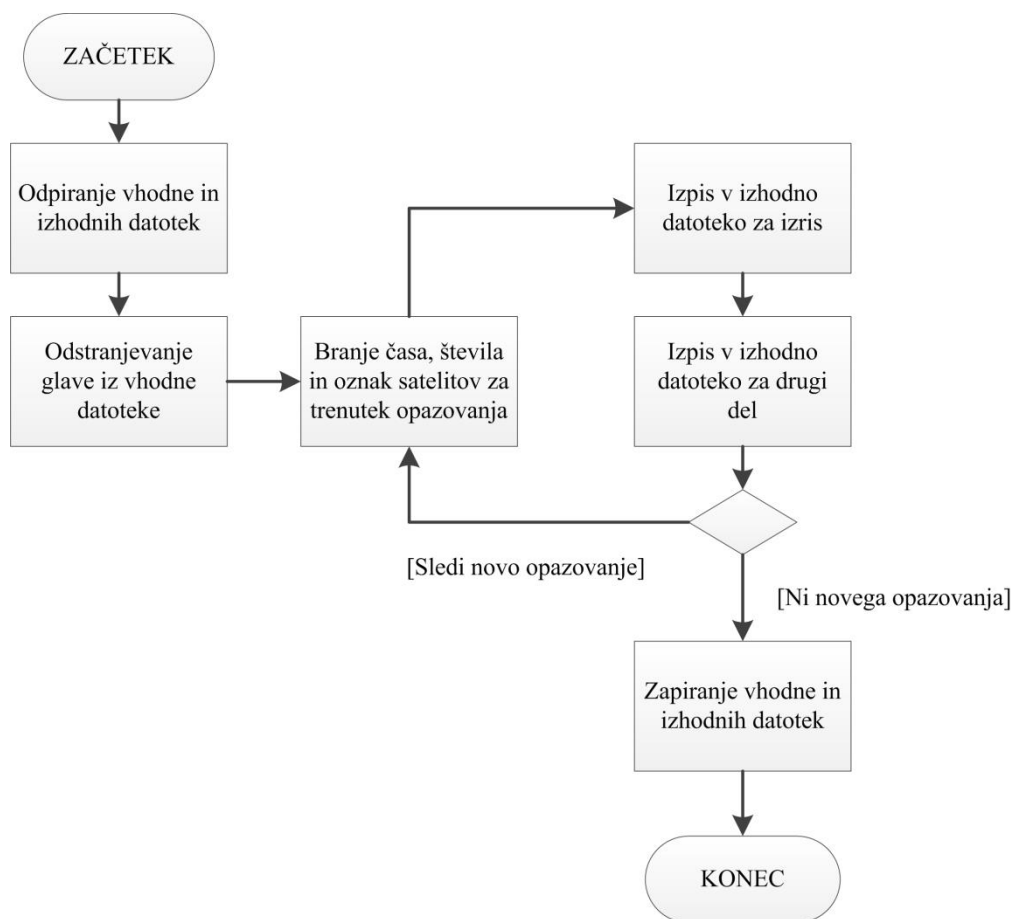


Diagram 1: Aktivnosti prvega dela programa za določitev matrike sosednosti

Drugi del predstavlja pripravo na sestavo matrike sosednosti. Tu uporabimo idejo o predelavi intervalov vidnih satelitov in tako bistveno zmanjšamo obseg matrike sosednosti. Pridobiti je potrebno razdelilne intervale (slika 14). Znotraj teh intervalov ni nobene spremembe v številu in oznakah vidnih satelitov. Vsaka sprememba v številu ali oznakah vidnih satelitov povzroči začetek novega razdelilnega intervala. Izdelan program za drugi del deluje tako, da išče te spremembe in za celotno obdobje ugotovi in zapiše razdelilne intervale. Njegovo delovanje opisuje spodnji diagram.

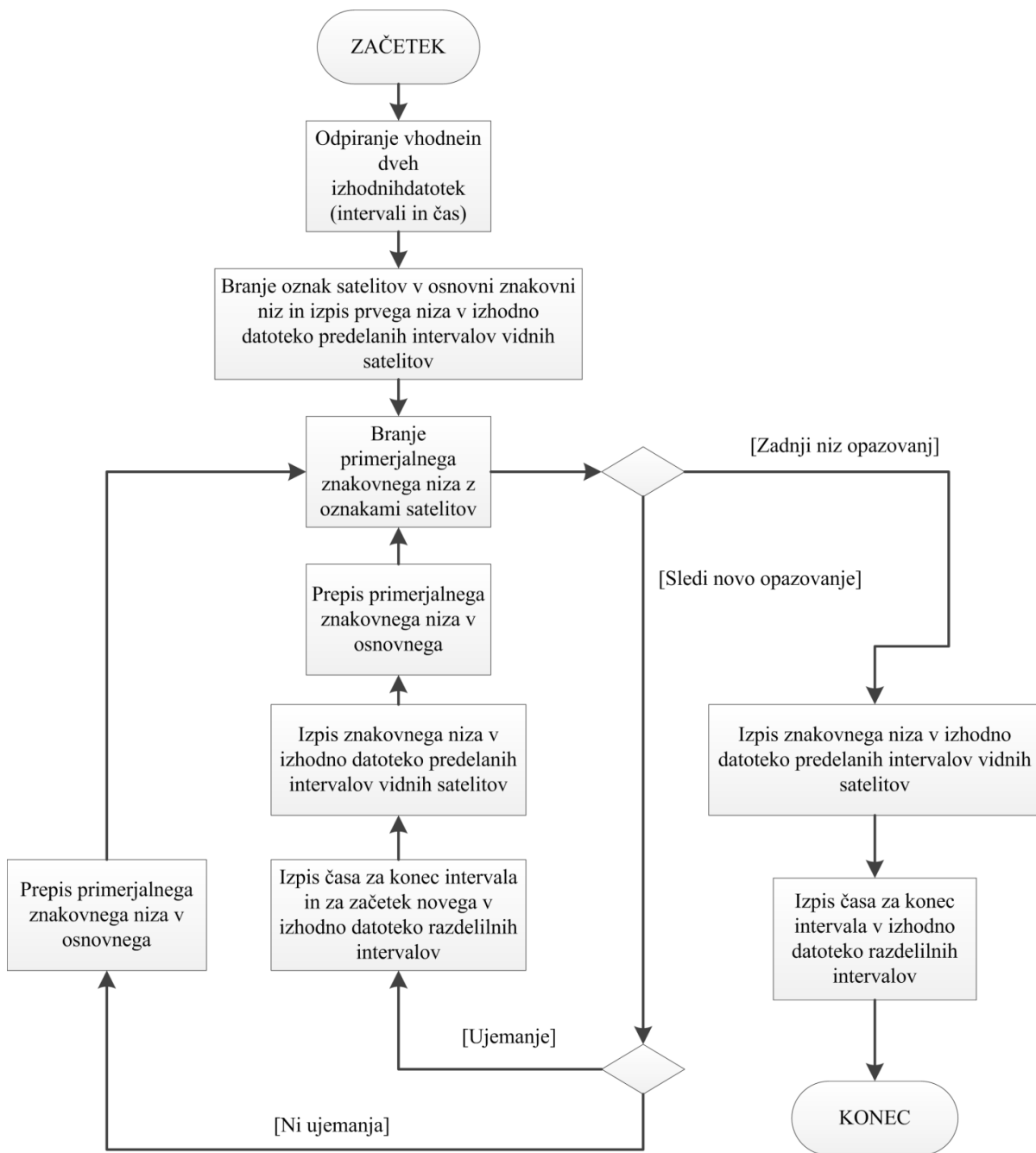


Diagram 2: Aktivnosti drugega dela programa za določitev matrike sosednosti

V tretjem delu sestavimo matriko sosednosti ob uporabi podatkov drugega dela. Potrebno je ustvariti matriko ustreznih dimenzij in jo napolniti z ustreznimi utežmi. Oboje je podrobneje opisano v nadaljevanju. Pri določanju dimenzije matrike lahko uberemo dva različna pristopa.

Prvi pristop v ospredje predstavlja večjo preglednost zapisanih podatkov v matriki. Za vsak razdelilni interval je v matriki sosednosti rezerviranih toliko mest, kot je število vseh satelitov GPS. To pomeni, da se za vsak razdelilni interval tvorijo predelani intervali tako za vidne kot tudi za nevidne satelite. Tako lahko že z mestom elementa v matriki ugotovimo, za povezavo katerih dveh satelitov gre. Povezavo opisujeta spodnji enačbi.

$$O_1 = j - I_1 * G \quad (36)$$

$$O_2 = k - I_2 * G \quad (37)$$

V enačbah so:

- O_1 oznaka satelita, ki se povezuje na satelit z oznako O_2 ,
- j položaj elementa v matriki (vrstica)
- k položaj elementa v matriki (stolpec)
- G število satelitov GPS
- I_1 celo število pridobljeno z deljenjem spremenljivke j s spremenljivko G in odstranitvijo decimalnega dela
- I_2 celo število pridobljeno z deljenjem spremenljivke k s spremenljivko G in odstranitvijo decimalnega dela

Spremenljivki I_1 in I_2 nosita tudi informacijo, kateremu razdelilnemu intervalu pripadata predelana intervala satelitov, ki sta povezana. Številko razdelilnega intervala dobimo tako, da jima prištejemo 1. Za primer vzemimo element v 356. vrstici in 375. stolpcu matrike sosednosti. Po izračunu z uporabo enačb (36) in (37) ugotovimo, da element predstavlja povezavo med predelanim intervalom satelita 15 v dvanajstem ($I_1 + 1$) razdelilnem intervalu in predelanim intervalom satelita 3 v trinajstem ($I_2 + 1$) razdelilnem intervalu.

Spremenljivko n , ki predstavlja dimenzijo matrike sosednosti, dobimo z enačbo (38), kjer S predstavlja število vseh satelitov GPS in i število razdelilnih intervalov, določenih v drugem delu.

$$n = S \times i \quad (38)$$

Drugi način za vsak razdelilni interval zagotovi v matriki sosednosti le toliko mest, kolikor je v tem obdobju število vidnih satelitov. S tem zmanjšamo dimenzijo matrike sosednosti brez izgube

informacij, ki jih nosi. Slaba stran je izguba neposredne povezave med položajem elementa v matriki in oznakama satelitov. Potrebno je izdelati dodatno datoteko z informacijami o teh povezavah. Spremenljivka n je določena po enačbi (39), kjer S_k predstavlja število vidnih satelitov za posamezen časovni interval in i število vseh razdelilnih intervalov, določenih v drugem delu programa.

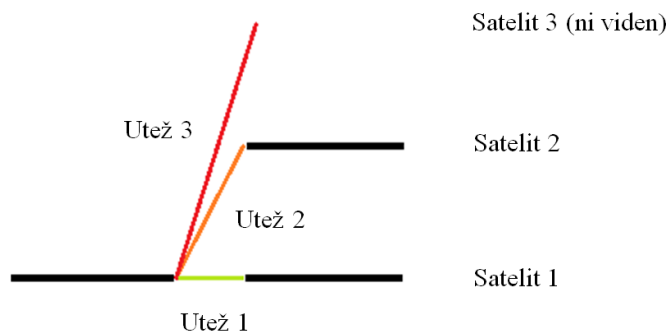
$$n = \sum_{k=1}^i S_k \quad (39)$$

Pri izdelavi programa smo zaradi večje preglednosti podatkov v matriki sosednosti izbrali prvi način.

V nadaljevanju je uvedena poenostavitev pri poimenovanju intervalov z namenom boljšega razumevanja. Oznako predelan interval vidnega oz. nevidnega satelita zamenja oznaka vidni oz. nevidni interval, ko gre za oboje skupaj pa le interval.

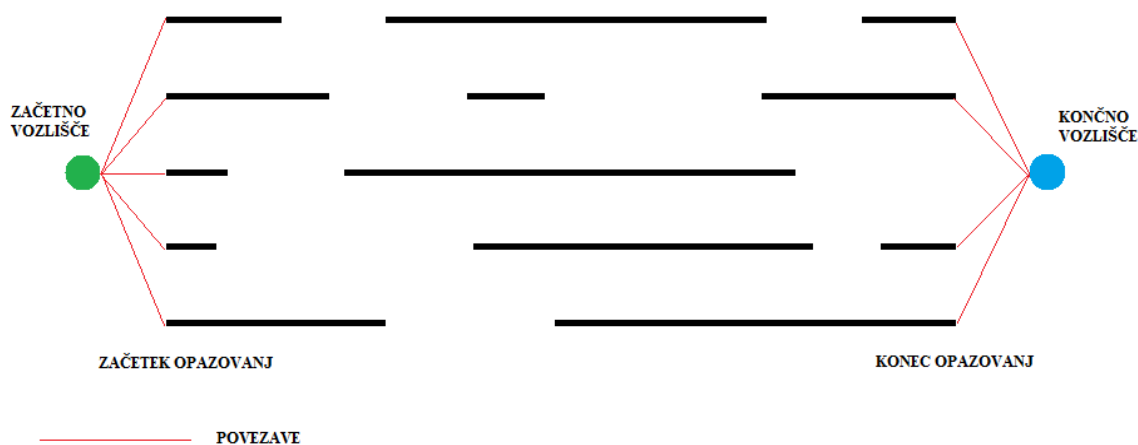
Elementi v matriki sosednosti imajo lahko tri različne vrednosti (uteži). Največjo utež dobijo povezave vseh intervalov, ki niso sosednji, ali drugače povedano, časovno stični. Sedaj se osredotočimo le na časovno stične, sosednje intervale. V kolikor element v matriki predstavlja povezavo med vidnima intervaloma istega satelita, se mu določi najmanjša utež. Element, ki predstavlja povezavo med vidnima intervaloma različnih satelitov dobi večjo utež. Največjo utež pa dobi element, ki predstavlja povezavo dveh nevidnih intervalov ali povezavo vidnega in nevidnega intervala (in obratno). Prav tako dobijo največjo utež tudi vse povezave sosednjih intervalov, ki imajo negativno časovno usmerjenost. To pomeni, da je povezava usmerjena proti intervalu, ki se nanaša na predhodno časovno obdobje.

Določitev velikosti opisanih treh uteži je zelo pomembna in odločilno vpliva na rezultate iskanja najkrajše poti. Pomembno je razmerje med velikostjo prve in druge ter druge in tretje uteži. Druga utež mora biti določena tako, da program ne najde poti z več kot minimalnim številom preskokov med sateliti. V prvi fazi intervali niso uteženi, zato je velikost uteži odvisna le od načina prehoda med intervaloma satelitov. Iz tega sledi, da je za doseg želenih rezultatov dovolj že, če je druga utež večja od prve, ni pa važno, koliko. Tretja utež mora preprečiti izbiro intervala satelita, ki ni viden. Njena velikost mora biti večja od celotne uteži najslabše možne poti, ki ima pri vsakem prehodu med intervali preskok. Povezave med intervali in utežmi povezav so grafično prikazane na sliki 15.



Slika 15: Prikaz možnih prehodov med intervali in njihovih uteži

Iz diagrama 3, ki prikazuje zaporedje aktivnosti v tretjem delu programa, lahko razberemo, da je na začetku vključeno začetno vozlišče in na koncu končno vozlišče. Rešitev omogoča iskanje najkrajše poti preko vidnih intervalov v enem poskusu in je ponazorjena na sliki 16. Vzemimo primer, da imamo ob prvem opazovanju 5 vidnih satelitov, ob zadnjem pa 4. Najkrajšo pot bi morali iskati za vsako kombinacijo začetnega in končnega intervala, kar v našem primeru zneso 20 iskanj. S tem bi dobili 20 poti, izmed katerih bi bilo za določitev najkrajše poti potrebno poiskati tisto, ki ima najmanjšo utež. Prišli smo na idejo uvedbe začetnega in končnega vozlišča, ki opisano iskanje zelo poenostavita. Začetno vozlišče je povezano z vsemi začetnimi, končno pa z vsemi končnimi vidnimi intervali. Najkrajšo pot tako vedno iščemo le med začetnim in končnim vozliščem.



Slika 16: Uvedba začetnega in končnega vozlišča in povezave na začetne in končne intervale

V matriki sosednosti so uteži povezav začetnega vozlišča in prvih intervalov zapisane v prvi vrstici, uteži povezav med zadnjimi intervali in končnim vozliščem pa so zapisane v zadnjem stolpcu. To pomeni, da se dimenzija matrike sosednosti poveča za 2, kar spremeni tudi enačbe za pridobitev oznak satelitov iz položaja elementa v matriki. Enačbi (36) in (36) nadomestita enačbi (40) in (41).

$$O_1 = j - I_1 * G - 1 \tag{40}$$

$$O_2 = k - I_2 * G - 1 \quad (41)$$

Delovanje programa, ki izvaja zgoraj opisane aktivnosti tretjega dela, prikazuje spodnji diagram.

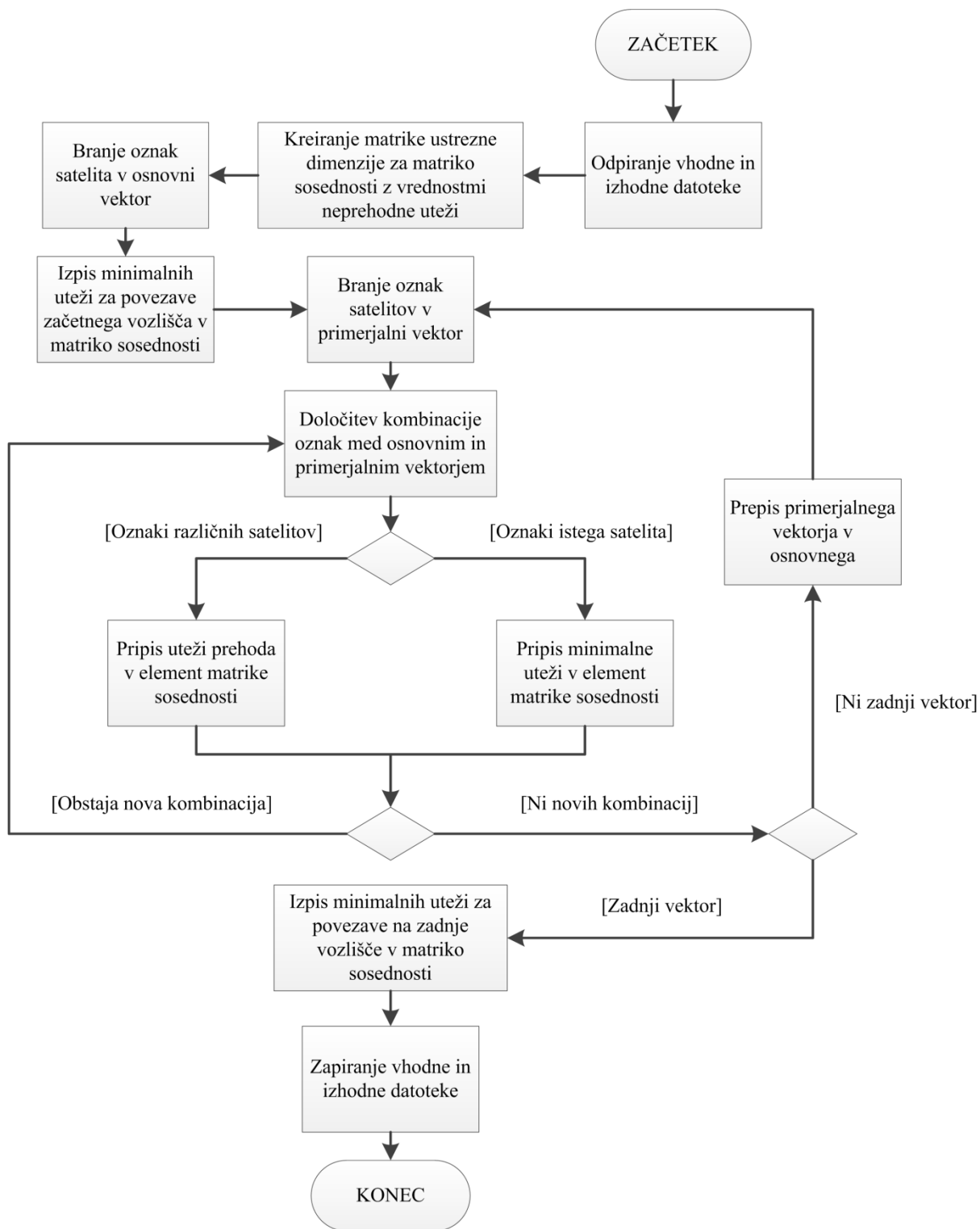


Diagram 3: Aktivnosti tretjega dela programa za določitev matrike sosednosti

3.2.1 IZLOČITEV OPAZOVANJ PO KRITERIJU ZENITNE RAZDALJE

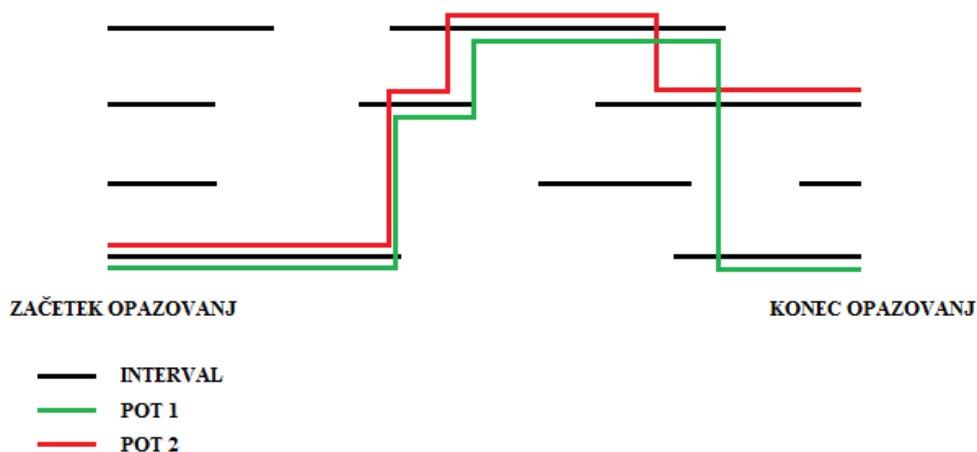
Kakovost opazovanj je tesno povezana z zenitno razdaljo satelita, katerega signale sprejemamo. Večja kot je zenitna razdalja satelita, slabša je kakovost opazovanj zaradi vplivov, ki so posledica daljše poti signala skozi atmosfero. Pri sestavi dvojnih faznih razlik težimo k izbiri referenčnega satelita, ki omogoča kakovostna opazovanja. Razlog tiči v tem, da se slaba opazovanja referenčnega satelita prenesejo na vse dvojne fazne razlike za določen trenutek, saj so opazovanja referenčnega satelita vključena v vsako dvojno fazno razliko (več o tem je napisano v poglavju 2.1.4.2). Slabša kakovost dvojnih faznih razlik pa pomeni tudi slabšo kakovost določitve položajev točk.

Zgoraj navedena dejstva so bila razlog, da smo že v prvem delu spremenili kriterije za določitev niza vidnih satelitov. Sprva je bil kriterij le vidnost satelita z obeh sprejemnikov, sedaj pa se mu je pridružil še kriterij zenitne razdalje. V kolikor je satelit v določenem trenutku viden z obeh sprejemnikov, a povprečje njegovih zenitnih razdalj z obeh sprejemnikov presega določeno mejno vrednost, se satelit ne vključi v niz vidnih satelitov (ga ne štejemo več kot vidnega), izmed katerih izbiramo referenčni satelit.

Za izvedbo izločitve opazovanj je bila potrebna predelava prvega programa, ki je povzročila spremembo podatkov o vidnih satelitih za posamezne trenutke opazovanj. To vpliva na določitev razdelilnih intervalov v drugem delu programa in v nadaljevanju tudi na podatke v matriki sosednosti.

3.2.2 VKLJUČITEV UTEŽI INTERVALOV

Po prvi predelavi programa z dodatkom izpuščanja opazovanj do satelitov z veliko zenitno razdaljo, smo se odločili iti še korak dlje, in sicer da utežimo vidne intervale glede na zenitno razdaljo. S tem smo želeli omogočiti iskanje referenčnih satelitov z najmanjšimi možnimi zenitnimi razdaljami in s tem kar se da zmanjšati vpliv zenitne razdalje na opazovanja referenčnih satelitov. Še en motiv za utežitev vidnih intervalov nam je dal pregled rezultatov izbire referenčnega satelita na podlagi matrike sosednosti, narejene z obstoječim programom. Videli smo, da obstaja več enakovrednih rešitev z enako utežjo poti. Algoritem izbire eno od njih, saj kot izhodni podatek lahko določi le eno pot. Dejstvo, da obstaja več enakovrednih poti, za nas ni bilo sprejemljivo, saj smo želeli enolično določiti optimalno pot preko vidnih intervalov. Na sliki 17 sta za ilustracijo prikazani dve enakovredni poti, ki imata različen potek.



Slika 17: Pot 1 in pot 2 imata isto utež, v kolikor na utež poti vplivajo le prehodi

Utež se vsakemu vidnemu intervalu določi kot vsota vseh zenitnih razdalj satelita v času trajanja intervala. Izračunane uteži je v nadaljevanju potrebno vključiti v matriko sosednosti. Utež povezave v matriki se določi kot seštevek uteži za način prehoda med prvim in drugim vidnim intervalom in uteži drugega vidnega intervala. Določanje uteži prehodov s tem postane zahtevnejše.

V primeru prehoda na vidni interval istega satelita, je utež prehoda enaka 0. Utež povezave je določena z utežjo vidnega intervala, na katerega se povezujemo. Za utež prehoda na vidni interval drugega satelita (preskok) pa je bil potreben temeljit premislek. Pri začetnem testiranju z vnaprej določenimi velikostmi uteži se je zgodilo, da je algoritem določil več preskokov od njihovega minimalnega števila, kar predstavlja odstopanje od našega temeljnega cilja. Seštevki zenitnih razdalj, s katerimi smo utežili vidne intervale, so močno presegle uteži preskokov, zato je algoritem pogosteje delal preskoke. Problem smo rešili tako, da smo utež preskoka naredili večjo od maksimalne uteži izmed vseh vidnih intervalov. Algoritem tako v nobenem primeru ne more najti bolj optimalne poti, če uporabi več preskokov. Maksimalno utež smo določili tako, da je večja od uteži poti, ki ima maksimalno število preskokov in vse intervale z maksimalno utežjo. Ta utež se uporabi za povezave nesosednjih intervalov. Pri sosednjih intervalih jo uporabimo za povezave vidnega z nevidnim intervalom (in obratno), dveh nevidnih intervalov ter za povezave med intervali, ki delujejo nazaj po času. S tem popolnoma izključimo možnost izbire nevidnega intervala v postopku izračuna poti.

Za izvedbo zgornje dopolnitve je bila potrebna predelava vseh treh programov. Največjo predelavo je doživel drugi, v katerem smo izračun uteži tudi izvedli. Razvoj programa za sestavo matrike sosednosti smo po opisani predelavi ustavili, saj smo dosegli zastavljeni cilj – določitev matrike sosednosti za izračun poti z minimalnim številom preskokov in izmed teh poti izračun tiste z najmanjšim seštevkom zenitnih razdalj referenčnih satelitov.

3.3 POSTOPKI ZA DOLOČITEV OPTIMALNE POTI PREKO INTERAVLOV

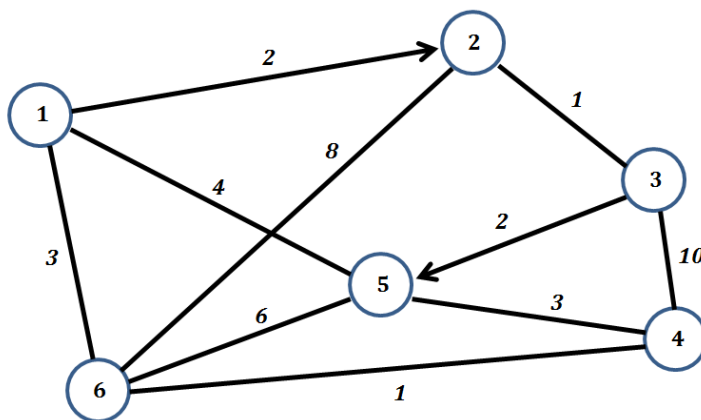
3.3.1 DIJKSTROV ALGORITEM

Takoj, ko je bil v prejšnjih poglavjih obravnavan program razvit do te mere, da je omogočal sestavo matrike sosednosti, se je pojavila potreba po nadaljnem testiranju, saj nam matrika sama prav nič ne koristi. To je pomenilo izračun poti z Dijkstrovim algoritmom ob uporabi izdelane matrike sosednosti in podanim začetnim in končnim vozliščem. Potrebno je poudariti, da naš namen nikakor ni bil poglobitev v delovanje in sestavo Dijkstrovega algoritma, prav tako to ni namen diplomske naloge. Gre predvsem za to, da pravilno sestavljen algoritem na pravih podatkih vedno najde najkrajšo pot, zato tu ni prostora za kakršnokoli izboljšavo.

Odločili smo se, da uporabimo enega od obstoječih programov, ki delujejo na osnovi Dijkstrovega algoritma. Dobili smo ga na spletni strani podjetja MathWorks (MathWorks, 2013), kjer je vzpostavljena baza, kamor lahko uporabniki programskega paketa MATLAB odložijo programske datoteke, ki jih želijo deliti z ostalimi. Cilj je bil dobiti programsko kodo, ki ima za vhodni podatek začetno in končno vozlišče ter matriko sosednosti, kot izhodne podatke pa vrne oznake vozlišč najkrajše poti in njeno utež. Program, ki je ustrezal našim zahtevam in smo ga uporabili za izračun, je izdelal Yi Wang z oddelka za računalniške znanosti pekinške univerze Tsinghua. Na spletni strežnik je bila koda odložena 19. 6. 2005, datum zadnje prenove kode pa je 24. 6. 2005. Spletno stran smo izbrali predvsem zaradi njene preglednosti, bogate baze programskih kod in možnosti komentiranja vseh odloženih datotek. Tako lahko že pred nalaganjem kode na računalnik in njenim preizkusom zelo dobro vemo, kaj lahko pričakujemo od nje. Za njeno delovanje je potreben dodaten program v okolju MATLAB, ki poskrbi, da funkcija dobi potrebne vhodne parametre.

Pravilnost izračuna smo preizkusili tudi na enostavnem testnem grafu, za katerega smo matriko sosednosti sestavili sami. Slika 18 prikazuje testni graf s šestimi vozlišči in medsebojnimi povezavami. Modri krogi so vozlišča, ki jih označujejo številke v notranjosti. Številke nad povezavami predstavljajo uteži povezav med vozlišči. Dve povezavi sta usmerjeni, kar pomeni, da povezava deluje le v smeri, v katero kaže puščica. Na sliki 19 je prikazana matrika sosednosti, ki smo jo sestavili na podlagi testnega grafa. Usmerjene povezave v grafu povzročijo, da matrika sosednosti ni več diagonalno simetrična. Preizkusili smo nekaj poti in naredili kontrolo rezultatov, ki je možna predvsem zaradi majhnosti in enostavnosti testnega grafa. V nobenem primeru nismo ugotovili, da bi program izračunal pot, ki ne bi bila najkrajša. Zanimiva je pot z začetkom v vozlišču 4 in koncem v vozlišču 3. Glede na geometrijo grafa bi lahko rekli, da je najkrajša pot med vozliščema direktna povezava, vendar to ne drži, saj je potrebno upoštevati uteži povezav. Izkaže se, da najkrajša pot

poteka preko vozlišč 6, 1 in 2, saj skupna utež vseh povezav na tej poti znaša 7, kar je manj od uteži direktne povezave in tudi od vseh drugih možnih povezav.



Slika 18: Testni graf za preizkus programske kode z Dijkstrovim algoritmom

$$\begin{bmatrix}
 \text{Inf.} & 2 & \text{Inf.} & \text{Inf.} & 4 & 5 \\
 \text{Inf.} & \text{Inf.} & 5 & \text{Inf.} & \text{Inf.} & 8 \\
 \text{Inf.} & 5 & \text{Inf.} & 10 & 2 & \text{Inf.} \\
 \text{Inf.} & \text{Inf.} & 10 & \text{Inf.} & 3 & 1 \\
 4 & \text{Inf.} & \text{Inf.} & 3 & \text{Inf.} & 6 \\
 5 & 8 & \text{Inf.} & 1 & 6 & \text{Inf.}
 \end{bmatrix}$$

Slika 19: Matrika sosednosti, ki pripada testnemu grafu

3.3.2 IZRAČUN POTI PREKO INTERVALOV VIDNIH SATELITOV

Za pravilno delovanje Dijkstrovega algoritma, je potrebno zagotoviti vse potrebne in pravilno strukturirane podatke. Začetno in končno vozlišče sta že določena z začetkom in koncem intervalov (slika 16). Ostane še matrika sosednosti, ki je izhodni podatek tretjega programa iz prejšnjega podpoglavja 3.2.1. To je potrebno prebrati in zapisati v ustrezno obliko, primerno za izračun.

S tako pripravljenimi podatki lahko izvedemo izračun najkrajše poti. Kot rezultat pridobimo oznako referenčnega satelita za vsak vidni interval in »strošek« celotne poti, ki predstavlja seštevek uteži vseh intervalov za referenčne satelite. Rezultate je potrebno za nadaljnjo uporabo še nekoliko obdelati.

Po izračunu poti so oznake satelitov podane v številskem obsegu dimenzije matrike sosednosti $[1, n]$. Za izračun pravih oznak satelitov smo uporabili enačbo (40), v kateri spremenljivka j predstavlja oznako satelita, pridobljeno po izračunu poti. Oznakam referenčnega satelita je potrebno dodati še časovno informacijo, ki jo dobimo iz podatkov drugega programa iz prejšnjega podpoglavja 3.2.1, kjer se določijo razdelilni intervali.

Za pripravo vhodnih podatkov in obdelavo rezultatov izračuna poti smo sestavili dva programa v programskem okolju MATLAB, v katerem je napisan tudi v prejšnjem podpoglavju opisan s spleta pridobljeni program.

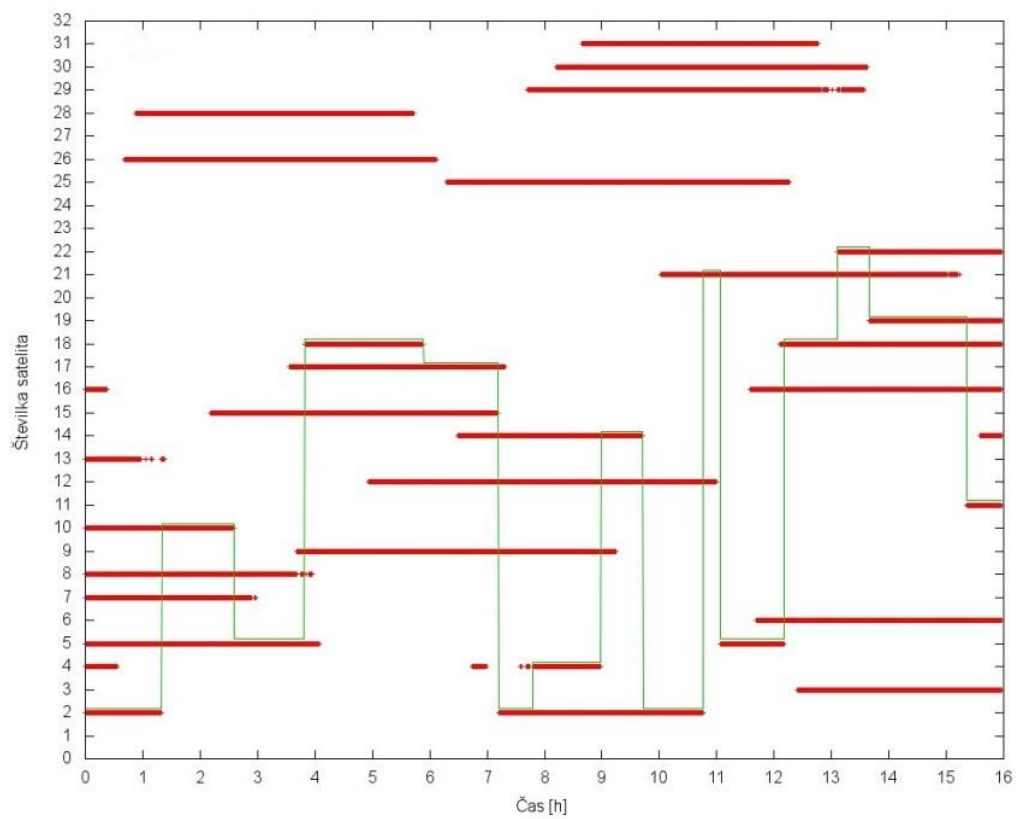
3.4 IZRIS REZULTATOV

Pri veliki večini analiz je vizualizacija problema in rezultatov ključnega pomena. Velika prednost vizualne predstavitve podatkov je v tem, da se le-ti prikažejo na način, ki je človeku lažji za razumevanje. Omogočen je bolj celovit pogled na podatke in njihova medsebojna razmerja, prav zaradi slednjega pa se tudi povečajo možnosti za odkrivanje napak in nesmislov.

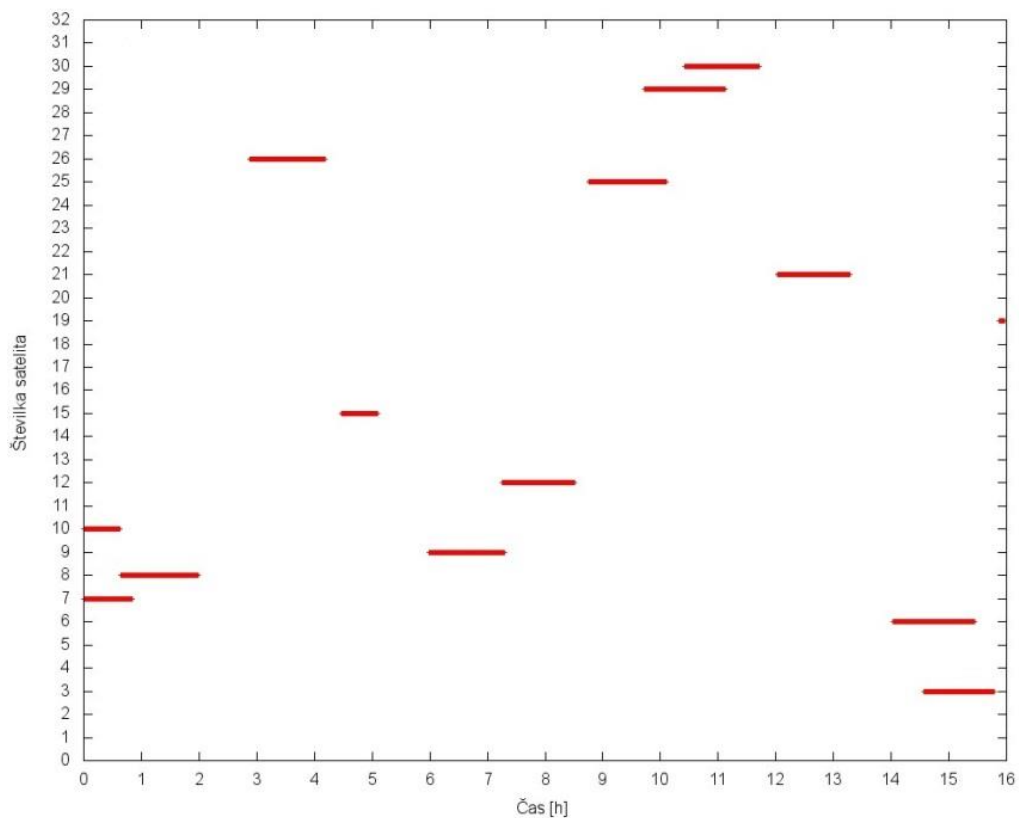
V geodeziji je vizualizacija podatkov nepogrešljiva na področju GIS-analiz, analizah geodetskih mrež, 3D-modeliranja, predvsem pa na področju kartografije, katere glavna dejavnost je prav proučevanje in analiza različnih načinov vizualne predstavitve prostorskih podatkov.

Vse izrise smo izvedli s pomočjo odprtokodnega programskega paketa Gnuplot, ki omogoča enostavno izrisovanje različnih vrst podatkov. Za naše potrebe smo potrebovali zgolj najosnovnejše funkcije za izris točk in linij.

Vizualizacija vidnih intervalov in izračunane poti preko njih se je večkrat izkazala za zelo uporabno, saj smo ugotovili več napak, ki bi jih tudi sicer verjetno odkrili, vendar bi bila potrebna bolj poglobljena analiza. Ena od napak se je pojavila, ko smo uvedli uteži intervalov in pustili uteži prehodov nespremenjene. Napaka in njeno odpravljanje je opisano v poglavju 3.1.2.2, vizualno pa je predstavljena na sliki 20, kjer hitro opazimo prepogoste menjave referenčnega satelita. Opazili smo tudi pomanjkljivosti, ki so bile posledica napak v programu, predvsem pri določanju mej za začetek in konec izvajanja operacij v zankah. Na izrisu se je to pokazalo kot prepozno začet prvi interval in nedokončan zadnji interval. Vizualizacija intervalov je razkrila tudi razlike ob uvedbi izločanja opazovanj po kriteriju zenitne razdalje, saj se je velika večina intervalov skrajšala. Pretiravanje pri določevanju kriterija za izločitev privede do intervalov na sliki 21. Takšno stanje onemogoča izračun poti preko intervalov, saj obstajajo časovna obdobja, ko ni vidnih satelitov.



Slika 20: Posledica nepravilne velikosti uteži prehodov v matriki sosednosti



Slika 21: Posledica izbire prestrogega kriterija za izločanje opazovanj glede na zenitno razdaljo

4 OBDELAVA TESTNEGA NIZA PODATKOV

Po uspešnih preizkusih delovanja programov, ki so opisani v prejšnjem poglavju, je bilo jasno, da ideja deluje tudi v programskem smislu. Sama programska delujoča ideja pa ne pomeni nič, če je ne preizkusimo, analiziramo in vrednotimo v polnem kontekstu, ki ga v našem primeru predstavlja postopek obdelave GPS-opazovanj z oceno baznega vektorja. Sestavljen je iz množice povezanih procesov, preko katerih pridobimo položaje točk, njihove natančnosti in druge parametre, ki določajo kakovost opravljenih opazovanj in pridobljenih rezultatov. Kot je že bilo omenjeno v drugem poglavju, je bil povod za raziskovanje na področju metod izbire referenčnega satelita razvoj lastnega programskega paketa za obdelavo GNSS-opazovanj¹⁷ na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo. V ta programski paket smo vključili tudi v okviru diplomske naloge razvito metodo izbire referenčnega satelita. Nadaljnja podpoglavja opisujejo kje in kako smo pridobili opazovanja za obdelavo in kako smo samo obdelavo izvedli. Nadaljevanje in hkrati glavnina poglavja je posvečena analizi in vrednotenju obdelave testnega niza opazovanj.

4.1 NABOR PODATKOV

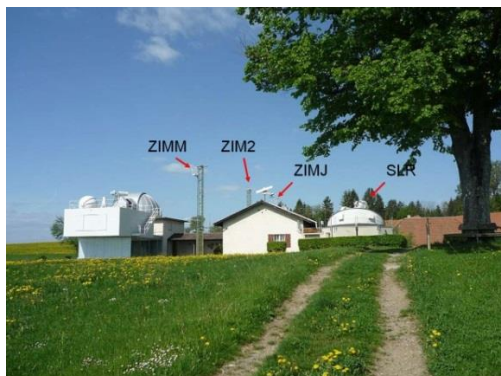
GPS-opazovanja predstavljajo ključen element, ki je potreben za izvedbo obdelave. Izvedena so z namenom določitve položajev določenih točk. Razporeditev točk, na katerih izvajamo opazovanja, je v večini primerov pogojena s problemom, ki ga rešujemo.

Izbrani nabor podatkov, predstavljen v nadaljevanju, je rezultat preizkušanja obdelave na veliki količini testnih podatkov. Za prve testne obdelave smo izbrali vektor, ki povezuje ljubljansko permanentno postajo v sistemu SIGNAL¹⁸ z oznako GRS1 in sprejemnik na strehi Fakultete za gradbeništvo in geodezijo. Obdelali smo opazovanja v časovnem intervalu enega tedna. Sledila je obdelava mreže, kjer se je pojavil pogoj, da morajo biti točke v mreži dovolj skupaj (do 20 km). Našli smo mrežo, ki služi kot podpora pri raziskovanju potresov in geodinamike na področju prelomnice Sv. Andreja, v neposredni okolici mesta Parkfield. Izkazalo se je, da je v primeru obdelave vektorja mogoča jasnejša analiza. Po premisleku smo v obzir vzeli tudi dejstvo, da točke ležijo na tektonsko zelo aktivnem področju in so zato za nas manj primerne. Za končno obdelavo, ki je predstavljena v diplomskem delu, smo izbrali vektorje treh različnih dolžin na tektonsko stabilnih tleh. Dolžina vektorja je pri obdelavi GPS-opazovanj zelo pomembna, zato se nam je zdelo smiselno v analizo vključiti rezultate obdelav vektorjev različnih dolžin.

¹⁷ Programski paket omogoča tudi obdelavo GLONASS opazovanj. Naše raziskovanje sega le na področje GPS-opazovanj.

¹⁸ Slovenija-Geodezija-NAvigacija-Lokacija. Omrežje stalno delujočih permanentnih postaj v Sloveniji.

Za sestavo omenjenih treh vektorjev smo določili štiri točke, ki pripadajo evropskemu omrežju permanentnih postaj EPN¹⁹. Za kratki in srednji vektor smo izbrali po dve točki, dolgi vektor pa je določen kot povezava ene točke kratkega in ene točke srednjega vektorja (ZIM2 in BADH).



Slika 22: Položaj in stabilizacija anten za točki ZIMM in ZIM2 (EPN, 2013)

Za kratki vektor smo izbrali točki z oznakama ZIMM in ZIM2, ki sta le slabih 20 m narazen. Stabilizirani sta na nasprotnih koncih observatorija v kraju Zimmerwald, v Švici. Obe točki sta klasificirani kot točki razreda A, kar pomeni, da ju je možno uporabiti kot izhodiščni točki za zgoščevanje točk mreže EPN.

Za krajišči srednjega vektorja smo izbrali točki z oznakama BADH in KLOP. Razdalja med njima znaša 8,6 km. Gledano z vidika obdelave GPS-opazovanj gre za vektor srednje dolžine. Točki se nahajata v Nemčiji, severno od mesta Frankfurt. Tudi ti dve točki sta klasificirani kot točki razreda A.



Slika 23: Stabilizacija anten za točko KLOP (levo) in BADH (desno) (EPN, 2013)

Dolgi vektor določata točki BADH in ZIM2. Dolžina vektorja, ki povezuje točki, je 144,5 km.

¹⁹ angl. EUREF Permanent Network (EUREF – angl. European Reference Frame)

Opazovanja vseh štirih točk smo pridobili s strežnika spletne strani EPN (EPN, 2013). Podatke smo prenesli za obdobje enega meseca, in sicer od 1. 1. 2013 do 31. 1. 2013.

4.2 POSTOPEK OBDELAVE

Programski paket za obdelavo GPS-opazovanj sestavlja nabor programov, od katerih vsak predstavlja zaključeno celoto v postopku obdelave. Dodana je tudi skupina podpornih programov, ki omogočajo delovanje glavnih programov. Posamezni programi se lahko medsebojno povezujejo preko datotek, ki jih sestavijo. S tem je omogočen vpogled v rezultate posameznega dela obdelave, kar olajša iskanje napak in poenostavi analizo rezultatov. Izvedbo obdelave za določeno časovno obdobje smo omogočili z uporabo tekstovne datoteke (skripte) napisane v programskem jeziku Perl. Tu nastavimo, kateri programi se izvedejo, in določimo njihove vhodne parametre. Datoteka tako služi kot okvir, ki omogoča samodejno izvedbo več programov, ki skupaj sestavljajo del ali celotno obdelavo, v več ponovitvah. Celotno obdelavo smo izvedbeno razdelili na tri segmente, kot prikazuje diagram 4. Za vsakega posebej smo sestavili skripto za obdelavo. V nadaljevanju je predstavljen proces obdelave, razčlenjen po vzoru programskega paketa.

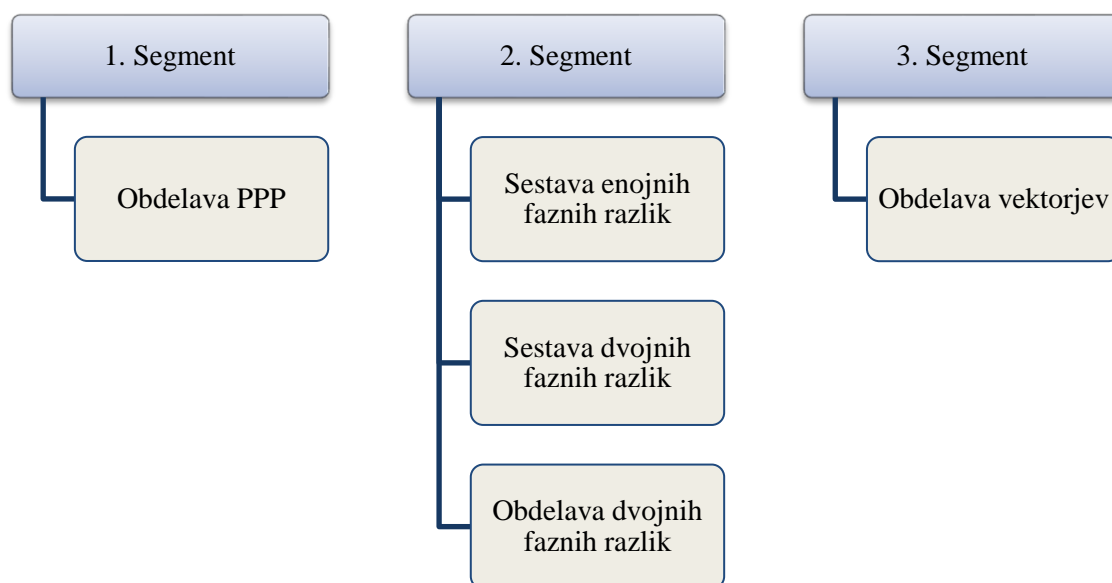


Diagram 4: Razčlenitev obdelave testnega niza podatkov

Prvi segment obdelave predstavlja postopek absolutne določitve položaja s faznimi opazovanji (angl. Precise Point Positioning (v nadaljevanju PPP)). To je razmeroma nov postopek obdelave GPS-opazovanj (začetki segajo v 90. leta), ki združuje tako fazna kot kodna opazovanja. Za razliko od običajne obdelave faznih opazovanj tu pridobimo absolutne koordinate točk, katerih datum je določen s položajem satelitov. Izvede se za opazovanja vsakega sprejemnika posebej. Več o obdelavi PPP

lahko najdemo v Kouba (2007), Zumnerge et al. (1997). Za nas uporaben rezultat obdelave predstavlja ocenjen urin tek ur sprejemnikov na vseh štirih točkah. Določitev pravilnega urinega teka ur sprejemnikov je pomembna z vidika določitve identičnih trenutkov, v katerih so sprejemniki izvedli opazovanja. Enakost je na nivoju 1 ms, kar pomeni da mora veljati naslednje:

$$(t_{BAZA} + \Delta t_{BAZA}) - (t_{ROVER} + \Delta t_{ROVER}) < 1 \text{ ms} \quad (42)$$

Kjer so:

t_{BAZA} zapis trenutka izvedbe opazovanja na bazi v datoteki RINEX (*.yyO)

Δt_{BAZA} ocenjen pogrešek ure sprejemnika baze

t_{ROVER} zapis trenutka izvedbe opazovanja na roverju v datoteki RINEX (*.yyO)

Δt_{ROVER} ocenjen pogrešek ure sprejemnika roverja

Drugi segment obdelave, ki sledi obdelavi PPP, začinja proces sestave enojnih faznih razlik. Ta predstavlja predpogoj za sestavo dvojnih faznih razlik. Postopek sestave in lastnosti enojnih faznih razlik so opisani v poglavju 2.1.4.1.

Sestava dvojnih faznih razlik predstavlja ključni proces v naši obdelavi. Podrobno je opisana v poglavju 2.1.4.2. Osnovo za sestavo dvojnih faznih razlik predstavlja izbira referenčnega satelita. V naših obdelavah smo za to uporabili sledeče štiri načine:

- metoda zaporedne izbire referenčnega satelita,
- izbira referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom brez uteži,
- izbira referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom z utežmi zenitnih razdalj,
- metoda zaporedne izbire referenčnega satelita s časovno omejitvijo.

Delovanje metode zaporedne izbire referenčnega satelita je predstavljena v poglavju 3.1.1.1. Pri metodi s časovno omejitvijo lahko satelit ostane referenčni le toliko časa, kolikor znaša časovna omejitev. Metodi izbire satelita z Dijkstrovim algoritmom je posvečeno celotno poglavje 3.

Obdelava dvojnih faznih razlik zaključuje drugi segment obdelave. Izvede se ločeno za vsak dan. Postopek je opisan v poglavju 2.1.4.2.3. Za vsako od treh dolžin vektorja je obdelava nekoliko specifična. Pri kratkem vektorju uporabimo fazna opazovanja nosilnih valovanj L1 in L2. Obdelavo izvedemo brez ocene troposferskih parametrov. Za srednji vektor prav tako uporabimo opazovanja nosilnih valovanj L1 in L2, troposferski parametri pa se ocenjujejo na 2 uri. Obdelavo dolgega vektorja izvedemo ob uporabi L_3 in L_5 linearnih kombinacij. Z linearno kombinacijo L_3 odpravimo

vpliv ionosfere prvega reda, ki se pri kratkih vektorjih odstrani že s sestavo dvojnih faznih razlik. Za pridobitev ocene NŠCV uporabimo še L_5 linearno kombinacijo.

Tretji segment obdelave predstavlja obdelava vektorjev za celotno časovno obdobje za končno oceno baznega vektorja. Gre za izravnavo dnevnih rešitev komponent baznega vektorja. Ker obdelava dvojnih faznih razlik poteka ločeno za vsak dan posebej, nam obdelava vektorjev tako podaja ključne podatke in informacije, ki so odraz vseh obdelav dvojnih faznih razlik.

4.3 REZULTATI OBDELAVE

Za potrebe analize metod izbire referenčnega satelita smo naredili tri sklope obdelav. Vsak od njih omogoča analizo z drugega vidika, skupaj pa omogočajo celostno analizo področja sestave dvojnih faznih razlik. V začetku je bila mišljena le primerjava različnih metod, opisanih v prejšnjem podpoglavju. Z uvedbo metode zaporedne izbire referenčnega satelita s časovno omejitvijo se je pokazala možnost analize, kako časovno omejevanje vpliva na končne rezultate. Kot že omenjeno v teoretičnem delu diplomske naloge, v literaturi večinoma zasledimo, da je pri izbiri referenčnega satelita glavnega pomena njegova zenitna razdalja. Tretji sklop obdelav smo naredili z namenom preizkusa teh trditev. Vse obdelave so izvedene za obdobje enega meseca. Rezultati za vsak vektor so v posameznem sklopu predstavljeni v tabeli, predstavitev pa dopolnjuje tudi graf.

V tabeli je najprej podana ponovljivost koordinat P , ki je pridobljena na osnovi obdelave vektorjev. Za vsak dan so izračunana odstopanja komponent vektorja od izravnane vrednosti. V tabeli podana vrednost predstavlja normo, izračunano iz povprečij odstopanj za vsako komponento. Rezultat podaja informacijo, kako blizu izravnane vrednosti položaja so posamezne dnevne rešitve. Sledi podatek o natančnosti vektorjev σV , ki je pridobljen kot norma povprečij natančnosti za vsako komponento. Te natančnosti pridobimo z izravnavo vektorjev. Naslednja količina predstavlja število grobo pogrešenih vektorjev $\#gpV$, ki so nato izključeni iz izračuna ponovljivosti. Mejo za izločitev kratkega vektorja predstavlja položajno odstopanje 1 cm in višinsko 2 cm, za srednji vektor položajno odstopanje 2 cm in višinsko 4 cm, za dolgi vektor pa položajno odstopanje 5 cm in višinsko 10 cm. Simbol $\#gpO$ predstavlja število grobo pogrešenih opazovanj, ki so bila izločena v postopku obdelave dvojnih faznih razlik v celotnem mesecu. Meja za izločitev je postavljena na 10 cm. Zadnji podatek $\%N\dot{S}CV$ nam pove, v koliko odstotkih je bilo NŠCV določeno kot celo število pred izravnavo pri obdelavi dvojnih faznih razlik. Številka predstavlja povprečje za valovanji L1 in L2 v celotnem mesecu.

Graf prikazuje odstopanja komponent vektorja od izravnane vrednosti. Za prikaz odstopanj vseh treh komponent na enem grafu, je položajnim odstopanjem v smeri sever-jug prišteta izbrana konstanta k ,

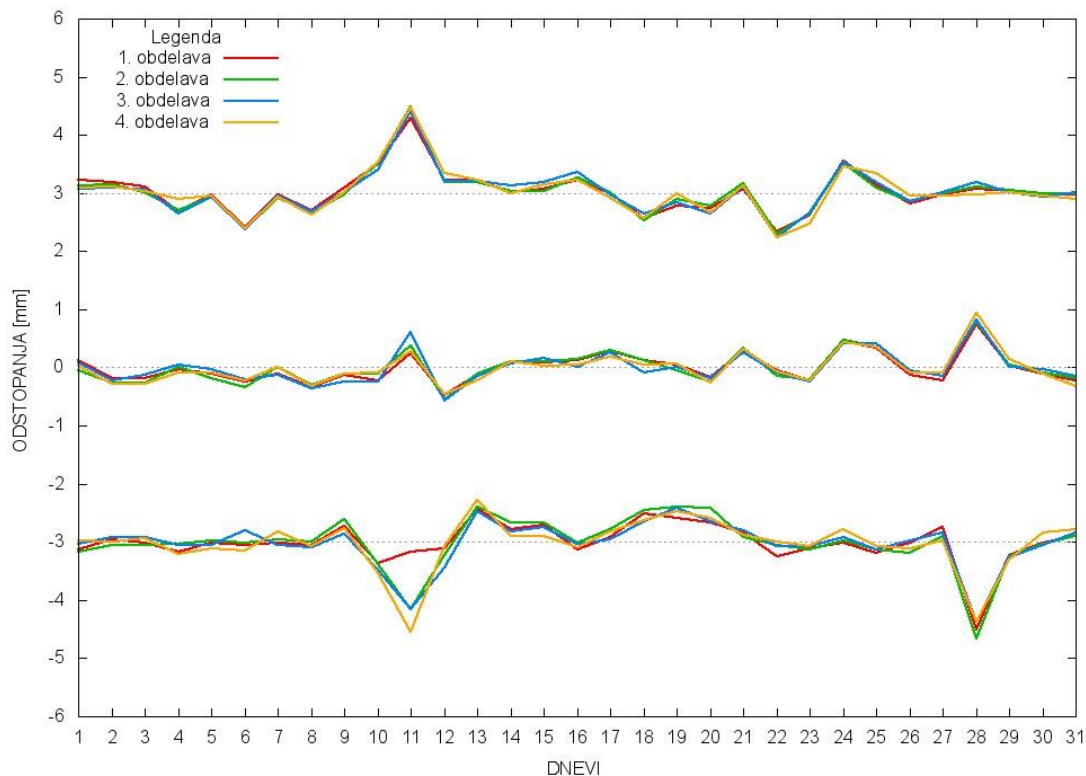
odstopanja v smeri vzhod-zahod imajo izhodiščno vrednost 0, višinskim odstopanjem pa je konstanta k odšteta.

4.3.1 OBDELAVA Z RAZLIČNIMI METODAMI IZBIRE REFERENČNEGA SATELITA

Prvi sklop obsega obdelave za vse tri vektorje ob uporabi štirih različnih metod izbire referenčnega satelita, ki so navedene v poglavju 4.2. Tako smo naredili skupaj dvanajst obdelav. Rezultati za posamezni vektor so podani spodaj.

Preglednica 1: Rezultati obdelave kratkega vektorja v prvem sklopu obdelav

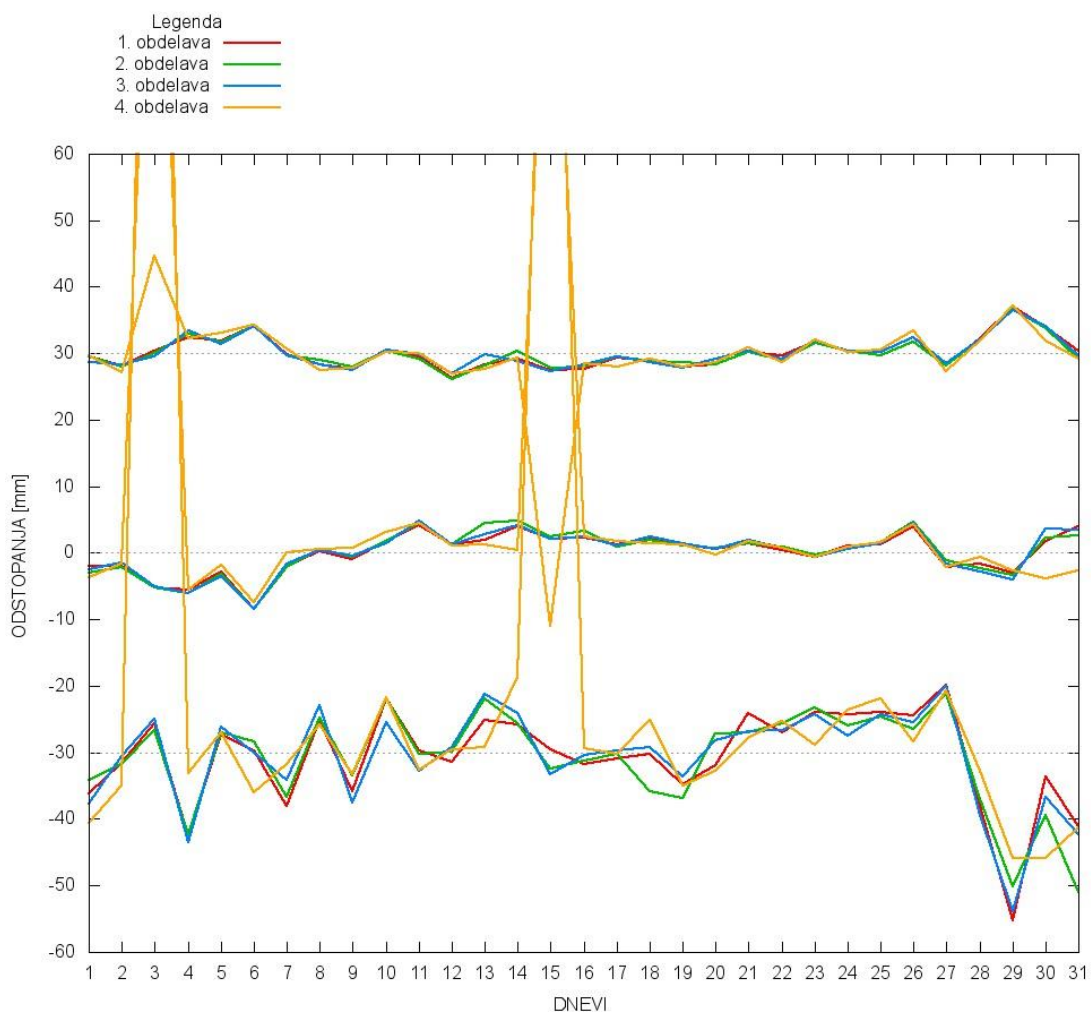
METODA IZBIRE REF. SATELITA	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
1. Zaporedna izbira	0,57	0,99	0	66	100,00
2. Dijkstrov algoritem brez uteževanja	0,66	1,08	0	42	100,00
3. Dijkstrov algoritem z utežmi	0,62	1,04	0	33	100,00
4. Zaporedna izbira s časovno omejitvijo	0,66	1,08	0	75	99,99



Slika 24: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 3$ mm)

Preglednica 2: Rezultati obdelave srednjega vektorja v prve sklopu obdelav

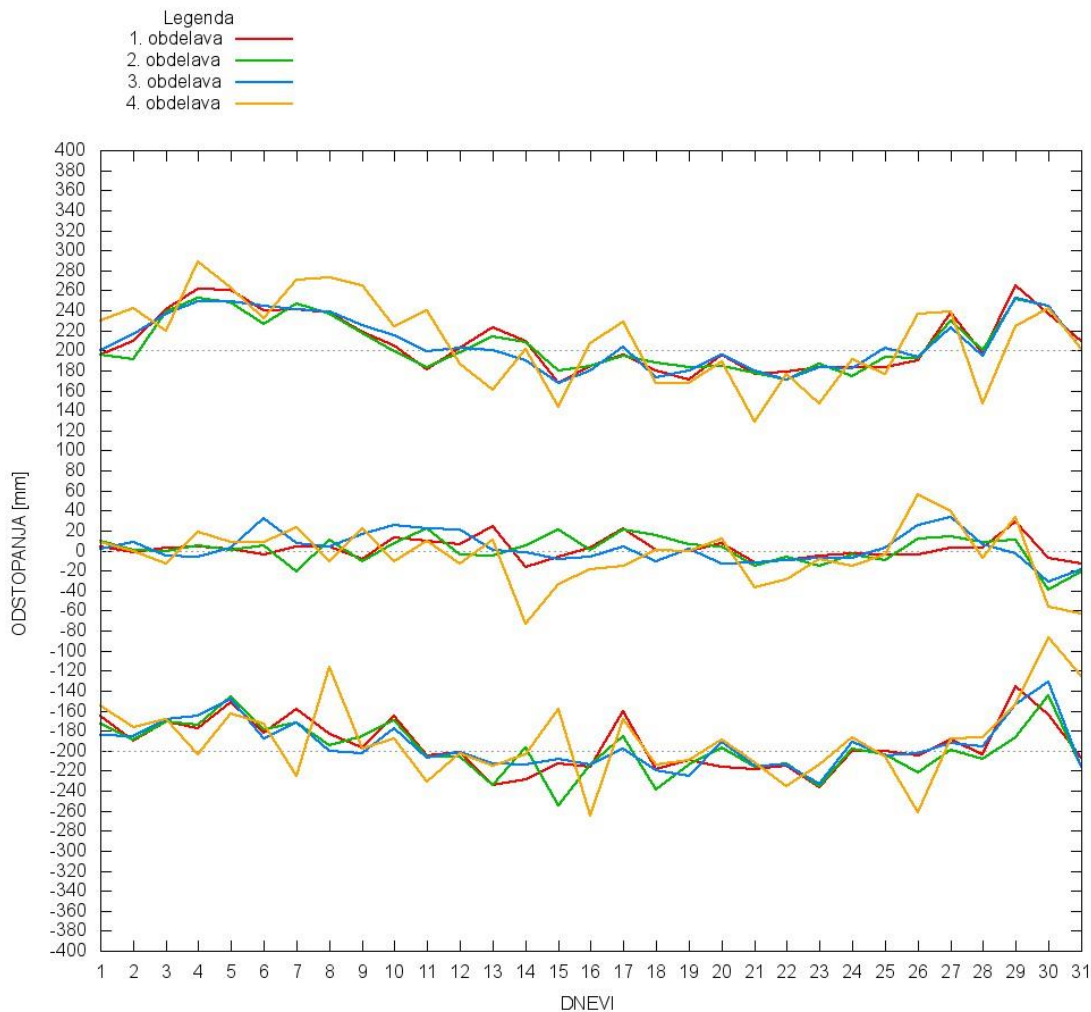
METODA IZBIRE REF. SATELITA	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
1. Zaporedna izbira	8,21	15,14	0	321	99,35
2. Dijkstrov algoritem brez uteževanja	8,47	16,10	0	346	99,31
3. Dijkstrov algoritem z utežmi	8,36	15,86	0	342	99,14
4. Zaporedna izbira s časovno omejitvijo	7,83	16,19	2	4250	95,01



Slika 25: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 30$ mm)

Preglednica 3: Rezultati obdelave dolgega vektorja v prvem sklopu obdelav

METODA IZBIRE REF. SATELITA	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
1. Zaporedna izbira	34,08	73,75	3	15852	37,43
2. Dijkstrov algoritem brez uteževanja	38,15	85,78	1	14563	36,15
3. Dijkstrov algoritem z utežmi	37,18	84,30	1	14385	36,82
4. Zaporedna izbira s časovno omejitvijo	44,61	110,10	13	1069	40,08



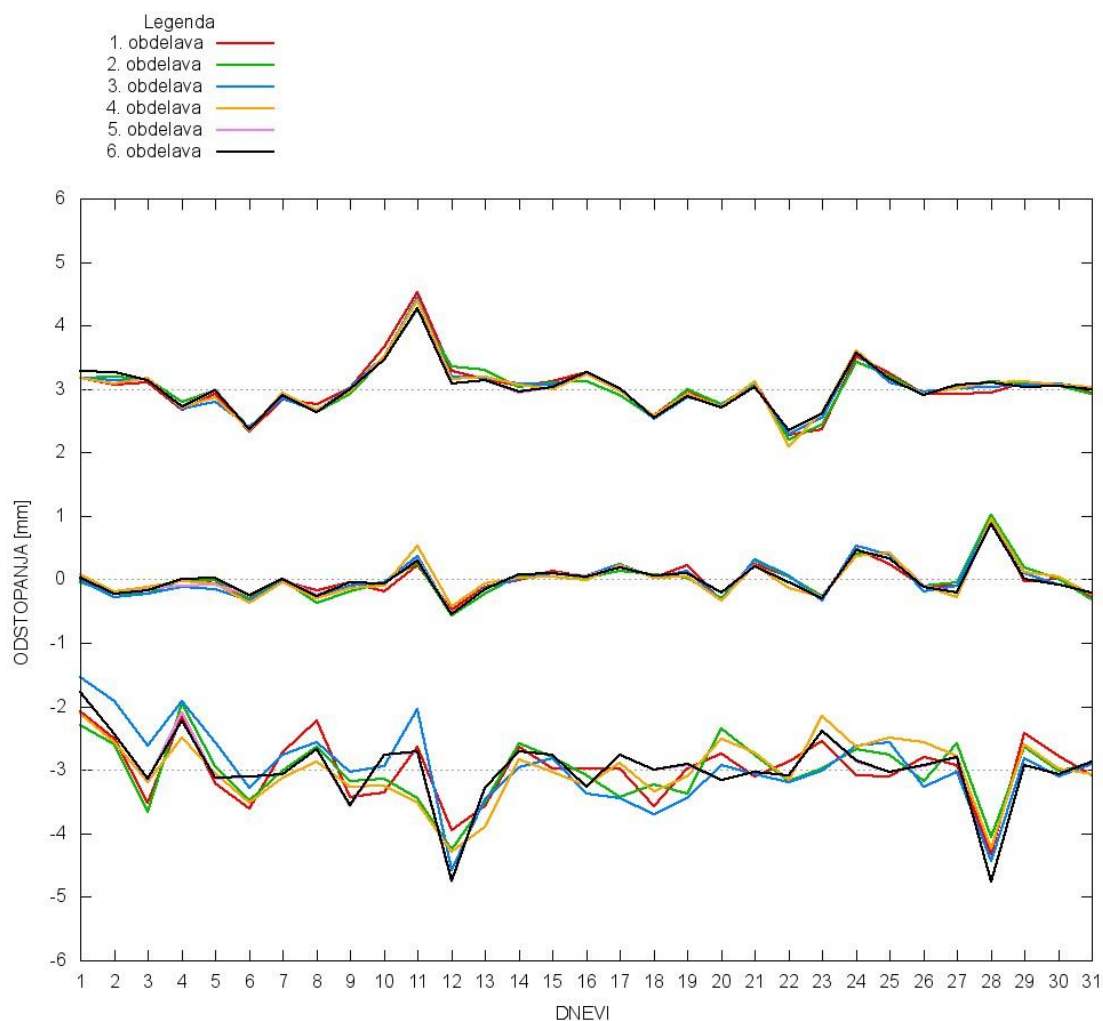
Slika 26: Graf odstopanj komponent dolgega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 200$ mm)

4.3.2 OBDELAVA Z METODO ZAPOREDNE IZBIRE REFERENČNEGA SATELITA IN SPREMENLJIVIMI ČASOVNIMI OMEJITVAMI

Sklop obsega osemnajst obdelav, po šest za vsak vektor. Pri obdelavah se spreminja le časovna omejitev za referenčni satelit. Zadnja obdelava pri vsakem vektorju je potekala brez časovne omejitve. To pomeni, da uporabimo prvo metodo iz prejšnjega sklopa. Rezultati za posamezni vektor so predstavljeni v nadaljevanju.

Preglednica 4: Rezultati obdelave kratkega vektorja v drugem sklopu obdelav

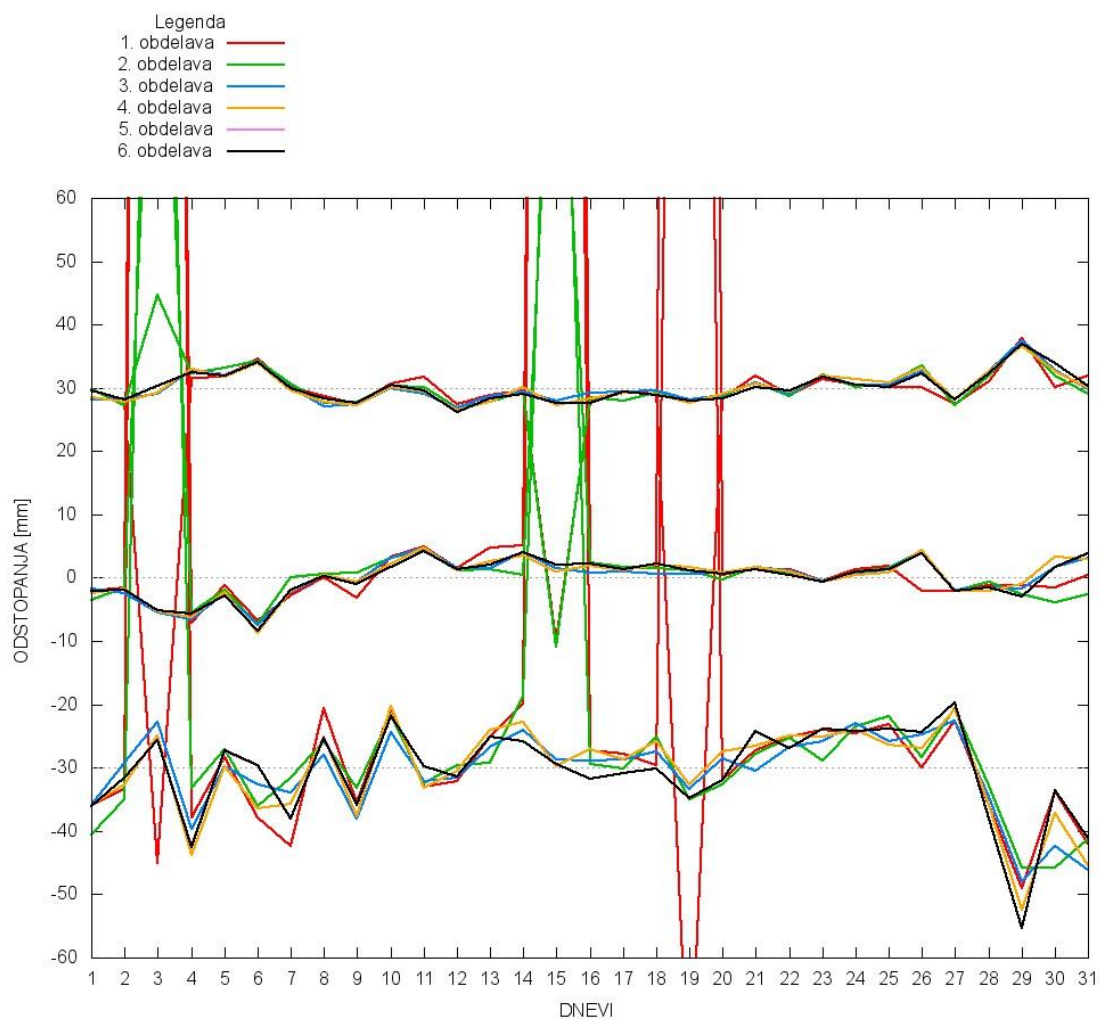
ČASOVNA OMEJITEV [h]	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
0,25	0.71	1.88	0	30	100.00
0,5	0.69	1.86	0	75	99.99
1	0.81	1.89	0	159	100.00
2	0.71	1.85	0	85	100.00
4	0.74	1.77	0	66	100.00
neomejeno	0.74	1.77	0	66	100.00



Slika 27: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 3$ mm)

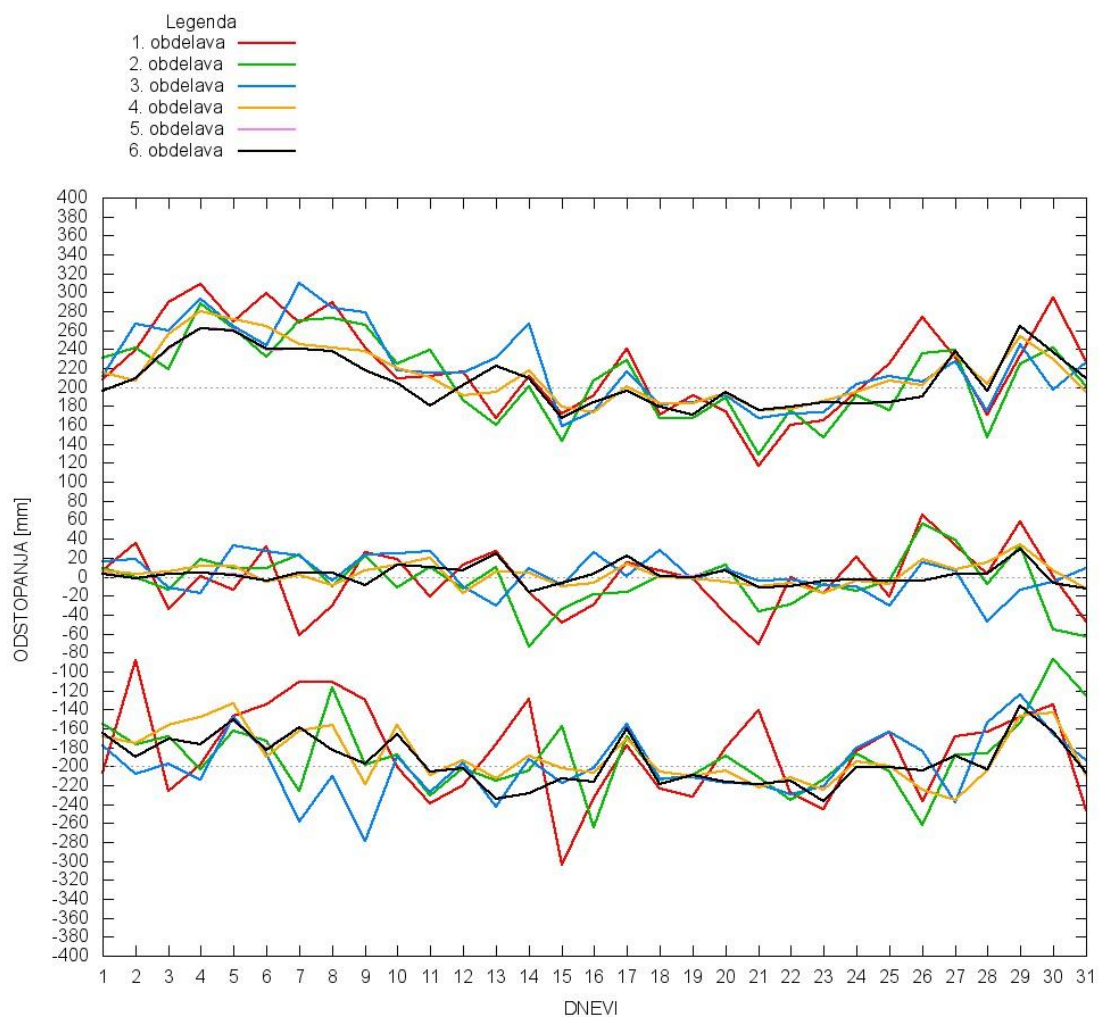
Preglednica 5: Rezultati obdelave srednjega vektorja v drugem sklopu obdelav

ČASOVNA OMEJITEV [h]	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
0,25	8,19	13,65	3	2226	93,12
0,5	7,83	16,19	2	4250	95,01
1	7,56	15,09	0	2271	99,27
2	8,38	14,72	0	253	99,31
4	8,21	14,38	0	321	99,34
neomejeno	8,21	14,39	0	321	99,35

Slika 28: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 30$ mm)

Preglednica 6: Rezultati obdelave dolgega vektorja v drugem sklopu obdelav

ČASOVNA OMEJITEV [h]	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
0,25	51,22	136,21	13	348	39,65
0,5	44,61	110,10	13	1069	40,08
1	44,44	106,09	8	3736	38,59
2	36,63	78,18	4	9651	37,41
4	34,09	73,81	3	15859	37,52
neomejeno	34,08	73,75	3	15853	37,43



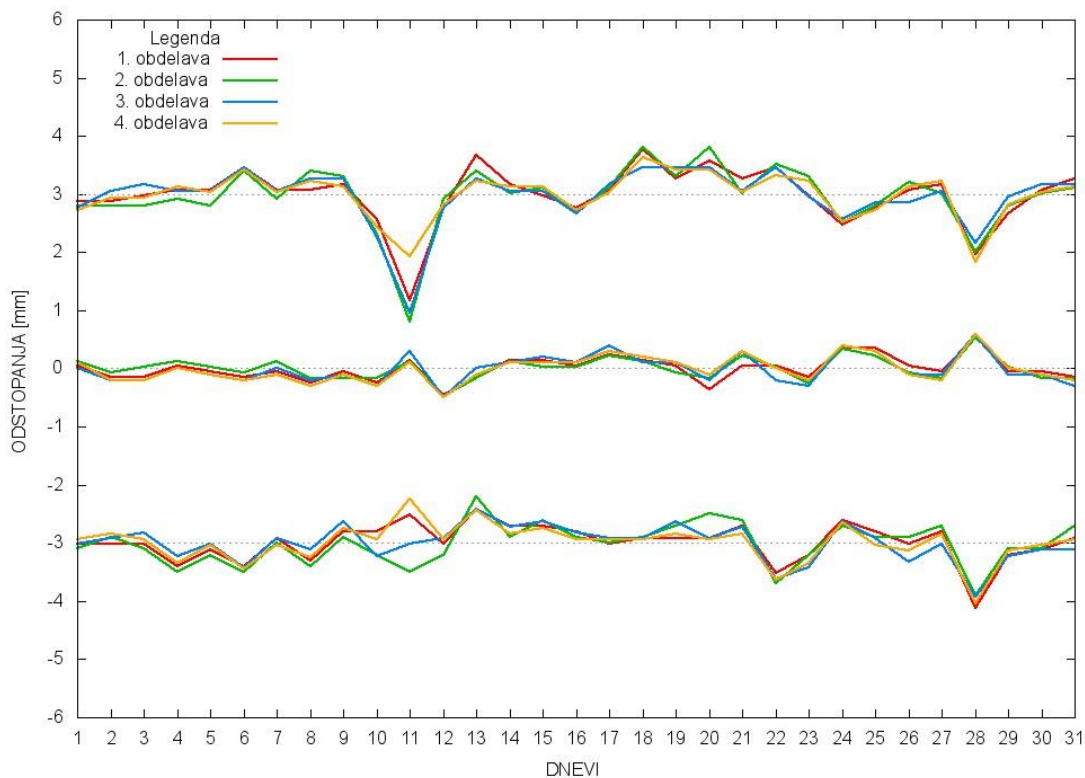
Slika 29: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti ($k = 200$ mm)

4.3.3 OBDELAVA Z UPORABO METODE ZAPOREDNE IZBIRE IN IZBIRE Z DIJKSTROVIM ALGORITMOM PRI RAZLIČNIH MEJNIH KOTNIH VREDNOSTIH ZA REFERENČNI SATELIT

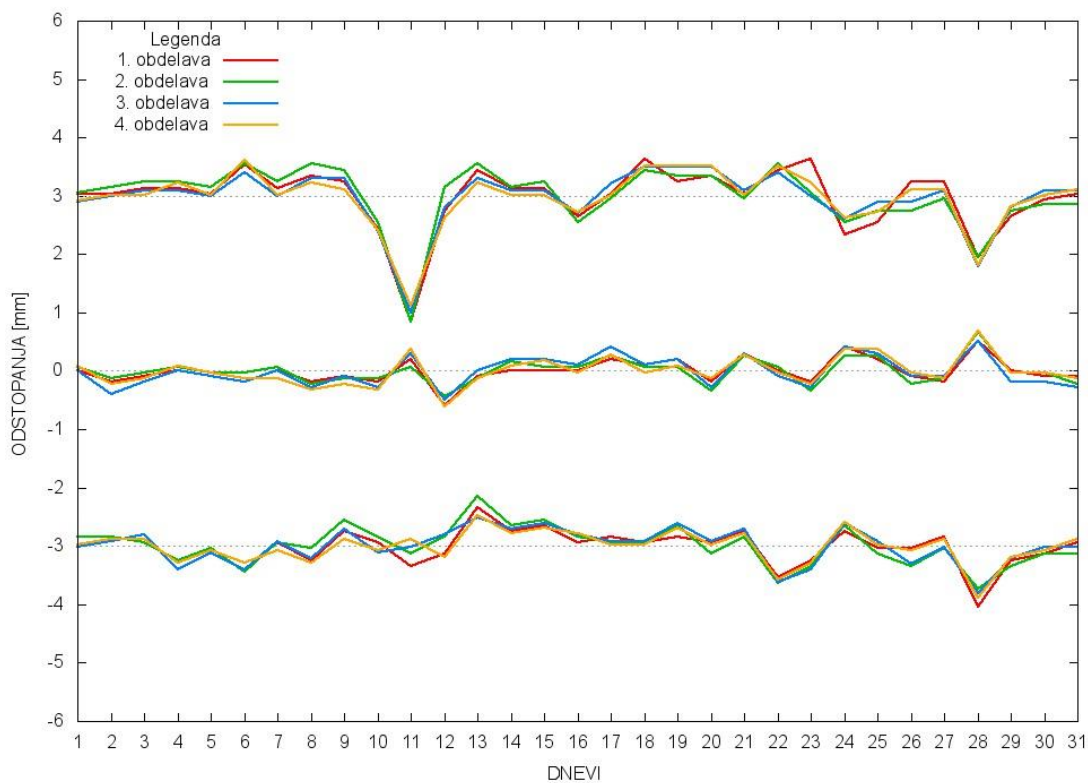
Pri zadnjem sklopu obdelav smo uporabili v naslovu navedeni metodi izbire referenčnega satelita. Pri obeh metodah smo spreminjali mejno vrednost višinskega kota, od katere je satelit še lahko referenčni. To smo naredili za vse tri vektorje in tako dobili 24 obdelav, katerih rezultati so predstavljeni spodaj. V preglednicah α_{max} predstavlja mejno vrednost višinskega kota.

Preglednica 7: Rezultati obdelave kratkega vektorja v tretjem sklopu obdelav

METODA	α_{max}	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
Zaporedna izbira referenčnega satelita	5	0,63	1,08	0	222	100,00
	15	0,69	1,12	0	36	100,00
	25	0,63	1,06	0	61	100,00
	35	0,57	0,99	0	66	100,00
Izbira referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom	5	0,67	1,08	0	60	100,00
	15	0,67	1,09	0	59	100,00
	25	0,64	1,07	0	49	100,00
	35	0,62	1,04	0	33	100,00



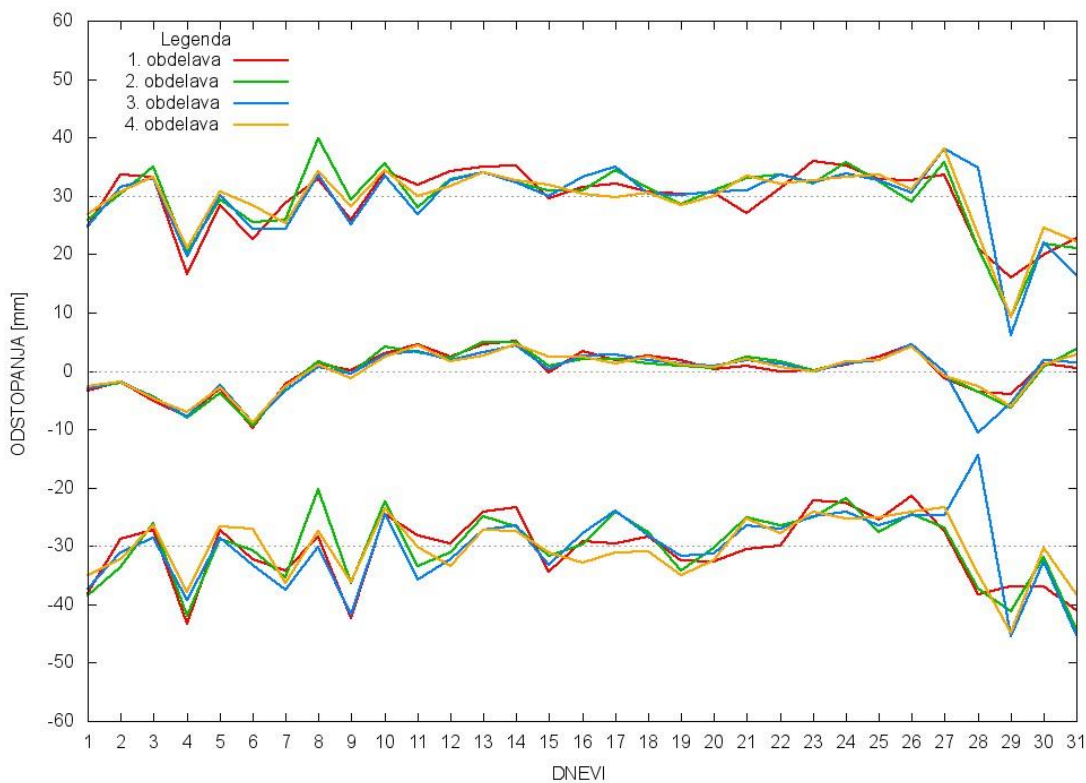
Slika 30: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba zaporedne izbire referenčnega satelita ($k = 3$ mm)



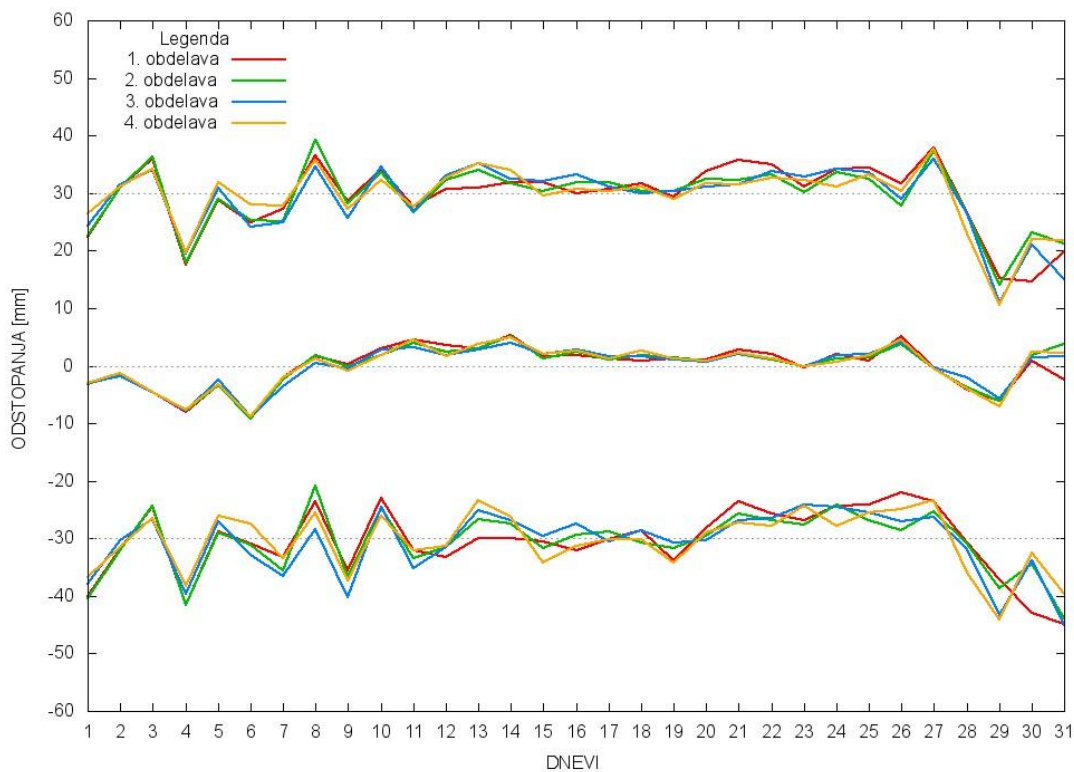
Slika 31: Graf odstopanj komponent kratkega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba metode izbire referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom ($k = 3$ mm)

Preglednica 8: Rezultati obdelave srednjega vektorja v tretjem sklopu obdelav

METODA	α_{max}	P [mm]	σV [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
Zaporedna izbira referenčnega satelita	5	8,92	17,66	0	352	98,97
	15	9,40	17,21	0	302	99,15
	25	10,12	15,96	0	1483	99,03
	35	8,21	14,39	0	321	99,35
Izbira referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom	5	9,35	17,85	0	378	98,81
	15	8,50	16,81	0	403	99,24
	25	8,94	14,96	0	264	99,45
	35	8,36	15,07	0	342	99,14



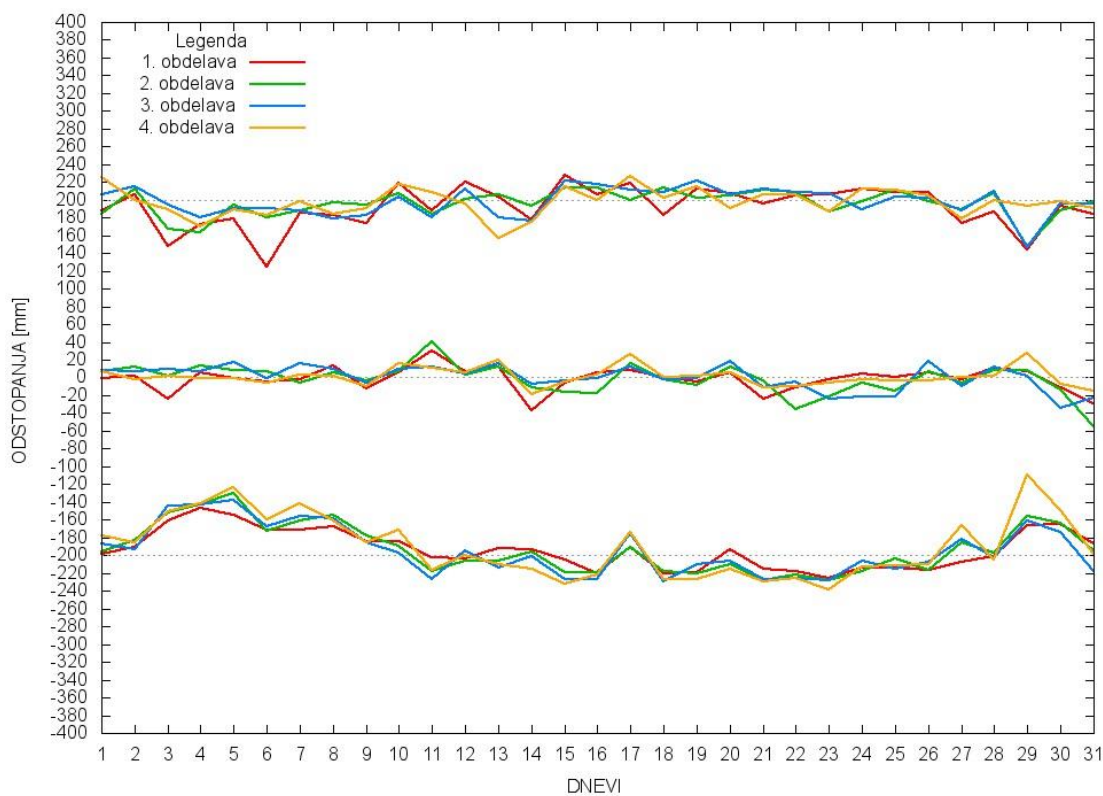
Slika 32: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba zaporedne izbire referenčnega satelita ($k = 30$ mm)



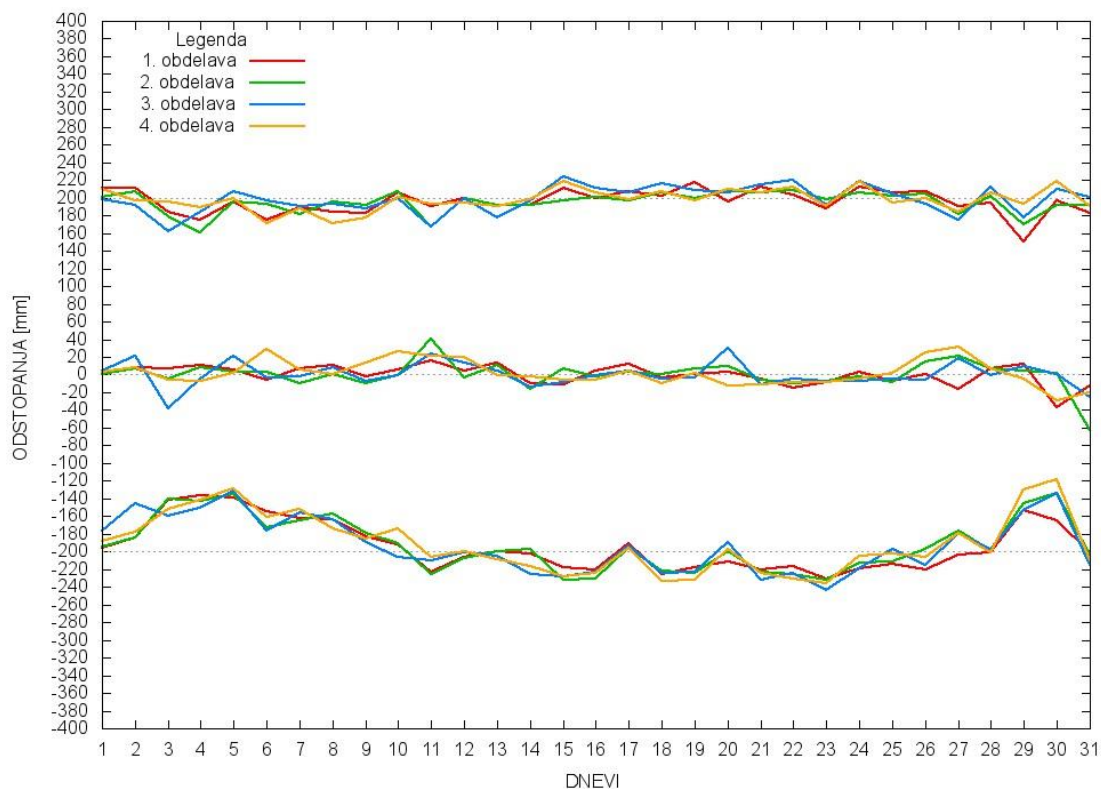
Slika 33: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba metode izbire referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom ($k = 30$ mm)

Preglednica 9: Rezultati obdelave dolgega vektorja v tretjem sklopu obdelav

METODA	α_{max}	P [mm]	σ_V [mm]	#gpV	#gpO	%NŠCV
Zaporedna izbira referenčnega satelita	5	28,17	78,92	4	23871	34,53
	15	30,80	82,27	4	24437	34,74
	25	35,47	87,55	0	17510	33,91
	35	34,08	73,75	3	15853	37,43
Izbira referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom	5	30,34	78,73	2	22068	36,49
	15	31,40	76,81	4	24225	35,65
	25	36,49	85,60	1	17401	34,66
	35	37,18	84,30	1	14385	36,82



Slika 34: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba zaporedne izbire referenčnega satelita ($k = 200$ mm)



Slika 35: Graf odstopanj komponent srednjega vektorja od izravnane vrednosti. Uporaba metode izbire referenčnega satelita z Dijkstrovim algoritmom ($k = 200$ mm)

4.4 KOMENTAR IN ANALIZA REZULTATOV

Osnovni namen prvega sklopa obdelav je bil ugotoviti, kako uporaba različnih metod izbire referenčnega satelita pri sestavi dvojnih faznih razlik vpliva na rezultate obdelave GPS-opazovanj. Kot prva metoda je bila uporabljena obstoječa metoda zaporedne izbire. Kot drugo in tretjo metodo smo uporabili našo metodo izbire z Dijkstrovim algoritmom s to razliko, da pri tretji metoda uporablja uteži zenitnih razdalj satelitov. Kot zadnjo, četrto metodo, pa uporabimo metodo zaporedne izbire s časovno omejitvijo za trajanje referenčnega satelita.

Kratki vektor je ocenjen z milimetrsko natančnostjo, ne glede na uporabljeno metodo. Vrednost norme povprečij odstopanj vektorjev od ocenjene vrednosti je pod milimetrom pri vseh obdelavah. Prva metoda se izkaže za rahlo boljšo od drugih tako pri natančnosti kot pri odstopanjih. Grobo pogrešenih vektorjev ni bilo, zato so za izračun odstopanj vektorjev pri vseh štirih obdelavah uporabljene vse dnevne rešitve. Tretja metoda se z 33 izločenimi grobo pogrešenimi opazovanji izkaže za najboljšo. Prva metoda je v tem pogledu slabša za faktor 2, pri četrti pa je število izločenih grobo pogrešenih opazovanj še večje. Odstotek NŠCV, določenih kot celo število pred obdelavo dvojnih faznih razlik, samo pri četrti obdelavi ne dosega vrednosti 100. Pri obdelavi kratkega vektorja so metode precej izenačene, kar potrjuje tudi graf odstopanj. Navzdol nekoliko odstopa le prva metoda.

Obdelava srednjega vektorja razkrije večje razlike med metodami. Glede na kratki vektor so rezultati pri srednjem vektorju slabši. Najmanjša vrednost norme odstopanj je pri četrti metodi, kar postane logično ob dejstvu, da sta dva vektorja pri uporabi te metode grobo pogrešena in tako izločena iz izračuna odstopanj. Natančnost vektorja je pri četrti metodi najslabša in je od najboljše slabša za milimeter. Grobo pogrešenih vektorjev pri ostalih treh metodah ni. Prav tako so te metode pri vrednosti norme odstopanj in natančnosti vektorja zopet izenačene, saj so vse v okviru manj kot pol milimetra. Rahlo boljša se izkaže prva metoda, nekoliko slabša pa druga. Isto je pri številu izločenih grobo pogrešenih opazovanj. Tu je četrta metoda izrazito slabša. Pri vseh metodah je opaziti porast števila izločenih grobo pogrešenih opazovanj glede na kratki vektor. Odstotek določitve NŠCV v obsegu naravnih števil je z 99,35% najboljši pri prvi metodi, najslabše pa se z 95,01% zopet izkaže četrta metoda. Graf lepo prikaže slabšo določitev višinske komponente vektorja pri vseh metodah. Jasno vidimo tudi grobo pogrešeni dnevni rešitvi vektorja pri uporabi četrte metode.

Kakovost določitve dolgega vektorja je glede na predstavljene rezultate občutno slabša, saj se natančnosti vektorja približajo 100 mm, pri četrti metodi pa je vrednost celo presežena. Pri vrednosti norme odstopanj je prva metoda z 34,08 mm za tri milimetre boljša od druge in za štiri milimetre od tretje metode. Ima pa prva metoda tri grobo pogrešene vektorje izključene iz izračuna odstopanj, druga in tretja pa le enega. Pri četrti metodi je norma odstopanj z 44,61 mm najslabša, prav tako je z natančnostjo, ki znaša 110,10 mm. Najboljšo natančnost 73,75 mm dosežemo s prvo metodo, sledita druga in tretja z 85,78 mm oz. 84,30 mm. Četrta metoda je s 13 grobo pogrešenimi vektorji najslabša tudi v tej kategoriji. Presenetljivo je četrta metoda najboljše pri številu izločenih grobo pogrešenih opazovanj. 1069 je takšnih, medtem ko je pri prvi metodi takšnih kar 15852, nekaj manj, 14563 pri drugi, in še manj, 14385 pri tretji metodi. Odstotek določitve NŠCV v obsegu naravnih števil je glede na kratki in srednji vektor pri vseh metodah zelo nizek. Nekoliko boljša od ostalih je z 40,08% četrta metoda, najslabša pa je druga metoda z 36,15%. Iz grafa odstopanj je razvidno, da odstopanja pri četrti metodi veliko bolj oscilirajo, kot pri ostalih treh.

Iz rezultatov prvega sklopa obdelav lahko zaključimo, da prve tri metode dajejo zelo primerljive rezultate. Večje sistematično odstopanje v kakovosti rezultatov, je zaznati le pri četrti metodi.

V drugem sklopu obdelav smo za vse tri vektorje izvedli obdelavo z uporabo le četrte metode in različnimi časovnimi omejitvami za trajanje referenčnega satelita.

Rezultati za kratki vektor kažejo na majhen vpliv časovnega omejevanja trajanja referenčnega satelita na rezultate. To nakazujejo predvsem norme odstopanj, števila grobo pogrešenih vektorjev in grobo pogrešenih opazovanj iz katerih vpliva ni mogoče oceniti. Rahlo se s podaljševanjem časovne

omejitve izboljšuje natančnost določitve vektorjev. Določitev NŠCV v obsegu naravnih števil pri kratkih vektorjih ni tako problematična, zato pričakovano dobimo tako visoke odstotke določitve.

Pri srednje dolgem vektorju je lepo vidno, da kakovost določitve vektorja raste z daljšanjem omejitve za trajanje referenčnega satelita. Pri normah odstopanj moramo upoštevati, da imamo pri časovni omejitvi 15 min tri in pri polurni omejitvi dva grobo pogrešena vektorja. Z daljšo časovno omejitvijo se zmanjša število izločenih grobo pogrešenih opazovanj in poveča odstotek določitve NŠCV kot celega števila. Tudi iz grafa je razvidno, kako se oscilacije odstopanj vektorjev od ocenjene vrednosti »umirijo« pri daljši časovni omejitvi.

Vpliv časovne omejitve je razviden tudi pri dolgem vektorju, saj se vrednost natančnosti, norma odstopanj in število grobo pogrešenih vektorjev z daljšanjem časovne omejitve zmanjšujejo. Pri številu izločenih grobo pogrešenih opazovanj pride ravno do obratne odvisnosti. Vrednost odstotka določitve NŠCV kot celega števila ne kaže močnejše odvisnosti od časovne omejitve. Na grafu je »umiritev« oscilacij še bolj vidna kot pri grafu za srednji vektor.

Tretji sklop je po številu opravljenih obdelav najštevilčnejši. Pri prvi in tretji metodi smo spreminjali spodnjo omejitev višinskega kota za referenčni satelit.

Rezultati ob uporabi prve in tretje metode so za kratki vektor zelo primerljivi, zato pri kratkem vektorju ne moremo sklepati, da je ena od metod boljša. Opaziti je, da se pri obeh metodah kakovost določitve vektorja rahlo izboljša pri večji meji višinskega kota. Rezultat je pričakovan, saj so opazovanja do satelitov z nizkim višinskim kotom praviloma slabše kakovosti, kot vemo pa tudi, da kakovost opazovanja referenčnega satelita vpliva na kakovost vseh dvojnih faznih razlik v določenem trenutku. Graf odstopanj je privedel do zanimive ugotovitve. Razlike med odstopanji za posamezni dan so pri tretji metodi manjše kot pri prvi. Na grafu to vidimo kot boljše sovpadanje linij, ki predstavljajo posamezne obdelave z različnimi omejitvami višinskega kota.

Tudi pri srednjem vektorju so rezultati boljši pri večji omejitvi višinskega kota in za obe metodi zelo primerljivi. Primerjava grafov pokaže, da so tudi pri srednjem vektorju razlike med odstopanji manjše ob uporabi tretje metode.

Rezultati obdelave dolgega vektorja kažejo, da pri daljših vektorjih različne omejitve višinskega kota na rezultat ne vplivajo zelo izrazito. Tako pri prvi, kot tudi pri tretji metodi bi težko trdili, da se rezultati obdelave s povečevanjem omejitve višinskega kota občutneje izboljšajo. Pri primerjavi grafov ne pride do opaznega zmanjšanja razlik med odstopanji pri tretji metodi.

5 ZAKLJUČEK

Kot je mogoče ugotoviti že tekom branja diplomske naloge, lahko prvo hipotezo, postavljeno v uvodnem delu diplomske naloge, potrdimo, saj nam je uspelo sestaviti delujoč niz programov, ki za izbiro referenčnega satelita uporabijo Dijkstrov algoritem za izračun najkrajše poti v grafu.

Analiza rezultatov je pokazala, da metoda, razvita v okviru diplomske naloge, ne prinaša izboljšanja rezultatov obdelave GPS-opazovanj, čeprav za določitev referenčnega satelita uporablja teoretično boljši pristop od obstoječe metode. Druge hipoteze tako na podlagi naših ugotovitev ne moremo potrditi. Obdelava GPS-opazovanj predstavlja kompleksen postopek, na rezultate katerega lahko vplivajo številni dejavniki, zato nad takšnim zaključkom nismo presenečeni.

Kot kaže naša analiza, je pri načinu izbire referenčnega satelita za sestavo dvojnih faznih razlik pomemben le čas trajanja referenčnega satelita in ne njegova zenitna razdalja. Sklepamo lahko, da so vsa opazovanja satelitov nad določenim višinskim kotom, ki jih uporabimo za obdelavo, dovolj kakovostna, da je satelit možno uporabiti kot referenčni. Z našimi rezultati tako ne moremo podpreti trditve v literaturi, da je kot referenčni satelit vedno potrebno izbrati satelit z največjim višinskim kotom. Posledica takšne izbire je veliko število referenčnih satelitov za kratka časovna obdobja. Takšen način pa se je v naši raziskavi pokazal kot izrazito slab.

Nadaljnje raziskovanje na področju sestave dvojnih faznih razlik bi lahko zajele širši nabor testnih podatkov za daljše časovno obdobje od našega. Poskusiti bi veljalo tudi drugačno metodo določanja uteži predelanim intervalom vidnih satelitov, ki bi vključevala tudi druge parametre in ne samo satelitove zenitne razdalje.

VIRI

Dach, R., Hugentobler, U., Fridez, P., Meindl, M. 2007. Bernese GPS Software, Version 5.0. Astronomski inštitut Univerze v Bernu, Univerza v Bernu, Bern, Švica.

EPN, 2013. EUREF Permanent Network.

<http://www.epncb.oma.be/> (Pridobljeno 7. 10. 2013.)

GPS.GOV. 2013.

<http://www.gps.gov/> (Pridobljeno 12. 4. 2013.)

GPS constellation status. 2013.

<http://www.glonass-ianc.rsa.ru/en/GPS/> (Pridobljeno 12. 4. 2013.)

Groves, P. D. 2008. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. London, Artech House: 518 str.

Haxhimusa, Y. 2006. The structurally Optimal Dual Graph Pyramid and its Application in Image Partitioning. Doktorska disertacija. Vienna University of Technology, Faculty of informatics, Institute of Computer Aided Automation, Pattern Recognition and Image Processing Group. Poglavje 2: 9-11.

Kaplan, E.D. (ur.), Hegarty, C. J. (ur.). 2006. Understanding GPS: Principles and Applications, druga izdaja. London, Artech House: 703 str.

Kouba, J. 2009. A guide to using International GNSS Service (IGS) products.

<http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/resource/pubs/UsingIGSProductsVer21.pdf> (pridobljeno 1. 11. 2013.)

MathWorks. 2013. Dijkstra Algorithm Consistent with Cyclic Paths.

<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/7869-dijkstra-algorithm-consistent-with-cyclic-paths> (Pridobljeno 21. 10. 2013.)

Navipedia. 2013. Detector based in code and carrier phase data: The Melbourne-Wübbena combination. Evropska vesoljska agencija ESA.

http://www.navipedia.net/index.php/Detector_based_in_code_and_carrier_phase_data:_The_Melbourne-W%C3%BCbena_combination#cite_note-1 (Pridobljeno 16. 6. 2013.)

Pearson, D, Bryant, V. 2004. Decision Maths 1, druga izdaja. Oxford, Heinemann Educational Publishers: str. 23–42.

Petit, G., Luzum, B. 2010. IERS Conventions (2010). Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main. IERS Conventions Centre: 179 str.

Rizos, C. 1999. Principles and Practice of GPS Surveying. Australia, SNAP-UNSW.
http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps_survey/principles_gps.htm (Pridobljeno 16. 6. 2013.)

Schüler, T. 2001. On Ground Based GPS Tropospheric Delay Estimation. Doktorska disertacija, München, Universität der Bundeswehr (samozaložba T.Schüler): 364 str.

Stenšak, J. 2003. Grafi - teorija, algoritmi in njihova uporaba. Interaktivni spletni učbenik izdelan v okviru diplomskega dela z naslovom Interaktivni spletni učbenik za delo z grafi. Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.
http://rv.fri.uni-lj.si/~bojank/diplome/Jozica_Stensak/ (Pridobljeno 24. 8. 2013.)

Sterle, O. 2013. Problematika sestave in obdelave dvojnih faznih razlik. Osebna komunikacija. (26. 9. 2013.)

Stopar, B. 2010. Zapiski s predavanj predmeta Višja geodezija 2. Neobjavljeno študijsko gradivo. Ljubljana, UL FGG: 63 str.

Swinerd, G. 2008. How Spacecraft Fly: Spaceflight Without Formulae. New York, Springer: 50 str.

Teunissen, P.J.G., de Jonge, P.J., Tiberius, C.C.J.M. 1996. The Volume of the GPS Ambiguity Search Space and its Relevance for Integer Ambiguity Resolution. Geodetic Computing Centre, Delft University of Technology: 10 str.

Vajngerl, T. 2011. Iskanje poti z uporabo podatkov iz podatkovne zbirke OpenStreetMap. Diplomski naloga. Maribor, Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko (samozaložba T. Vajngerl): 61 str.

Wang, B., Wang, S., Miao, L., Shen, J. 2009. An Improved Satellite Selection Method in Attitude Determination Using Global Positioning System (GPS). Recent Patents on Space Technology, Volume 1: 6–11.

DOI: 10.2174/1877611601001010006

Xu, G. 2007. GPS Theory, Algorithms and Applications, druga izdaja. Berlin, Heidelberg, New York, Springer: 340 str.

Zebhauser, B. 1999. Zur Entwicklung eines GPS-Programmsystems für Lehre und Tests unter besonderer Berücksichtigung der Ambigity Function Methode. Doktorska disertacija. München, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie (samozaložba B. Zebhauser): str. 41.

Zumberge, J.F., Heflin, M.B., Jefferson, D.C., Watkins, M.M. and Webb, F.H. (1997). Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. Journal of Geophysical Research, Vol. 102, 5005-5017.