

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ, ПІДГОТОВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ,  
РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ ТА КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ  
З ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

# ***РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧНОЇ БАЛКИ***

*(для студентів 2 курсу денної та заочної форм навчання  
за напрямом підготовки 6.060101 - «Будівництво»  
з професійного спрямування «Теплогазопостачання та вентиляція»)*

Методичні вказівки до самостійної роботи, підготовки до практичних занять, розрахунково-графічних та контрольних робіт з опору матеріалів «Розрахунок статично невизначної балки» (для студентів 2 курсу денної та заочної форм навчання за напрямом підготовки 6.060101 - «Будівництво» з професійного спрямування «Теплогазопостачання та вентиляція»). / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: Л. І. Колодій, Н. В. Середа, О. О. Чупринін. – Х.: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2013. – 16 с.

Укладачі: Л. І. Колодій, Н. В. Середа, О. О. Чупринін

Рецензент: к.т.н., доц. Л. С. Андрієвська

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,  
протокол № 7 від 1.03.11 р

## 1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Ці методичні вказівки призначені для самостійної роботи студентів та підготовки до практичних занять і виконання контрольної роботи з опору матеріалів і будівельної механіки за темою “розрахунок статично невизначної багатопрогінної балки”. Вони вмістять теоретичні положення та завдання до розрахунково-графічної роботи і приклад її виконання. Призначені для студентів денної та заочної форми навчання.

Курс “Опір матеріалів і будівельна механіка” вивчається студентами після засвоєння курсів вищій математики та теоретичної механіки, в них розглядається дія сил на пружні тіла і визначаються виникаючі при цьому напруження, деформації та переміщення.

У сучасних умовах прагнення до полегшення конструкцій і споруд приводить до все більшого поширення в будівельній практиці стержневих конструкцій. При дії на ці конструкції навантажень, що прикладені в напрямі, перпендикулярному до осі стержня, в них виникає згин. Отже вивчення даної теми є важливим для інженерів технічних спеціальностей. За цією темою передбачається розв'язання розрахунково-графічної роботи. Перш ніж приступити до її виконання, необхідно ознайомитися з теоретичним матеріалом з розрахунку статично невизначних багатопрогінних балок. Цей матеріал викладено у підручниках, посібниках та методичних вказівках, які наведені в списку джерел.

## 2. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

Нерозрізними називають балки, що лежать на декількох опорах і не мають проміжних шарнірів. Такі балки, широко застосовані в різних конструкціях, є статично невизначними, якщо кількість опор складає більше ніж дві. На рис. 1 наведена довільно навантажена балка, що спирається на  $N$  шарнірних опор. Одна з опор робиться шарнірно-нерухомою для сприйняття осьового навантаження, інші – шарнірно-рухливими, що дає змогу балці вільно змінювати довжину, при цьому при її навантаженні поперечними силами, не виникають внутрішні подовжні зусилля.

При обпиранні на  $N$  шарнірних опор маємо стільки ж вертикальних реакцій. Дана система буде  $(N-2)$  рази статично невизначеною, тому що рівнянь рівноваги можна скласти тільки два.

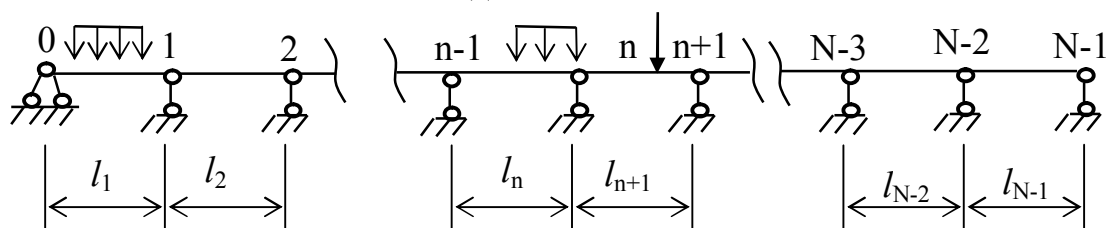


Рис. 1

Таким чином, число «зайвих» зв'язків, а отже, і число «зайвих» реакцій буде дорівнювати кількості проміжних опор. Якщо крайня опора виконана у вигляді жорсткого защемлення, то ступінь статичної невизначеності збільшується на одиницю в порівнянні із шарнірним обпиранням.

Найбільш зручним вибором основної системи для нерозрізної балки є введення шарнірів у перерізах над усіма проміжними опорами. «Зайвими» невідомими в цьому випадку будуть згинальні моменти в опорних перерізах балки, як показано на рис. 2.

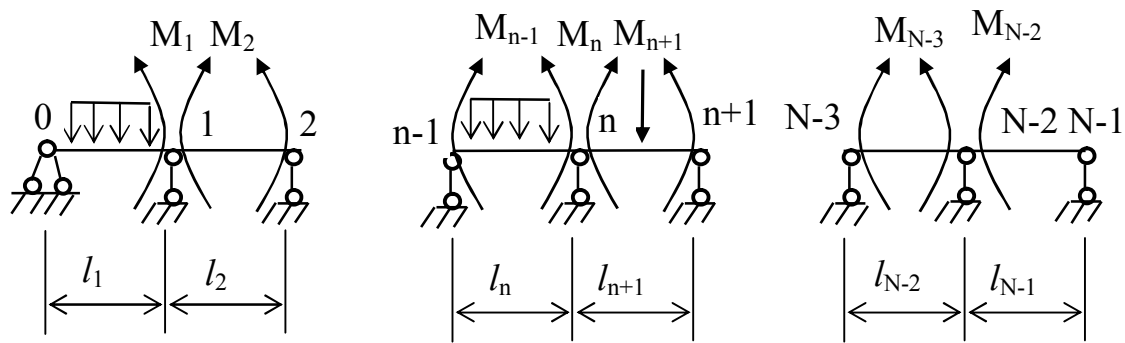


Рис. 2

Таким чином, еквівалентна система являє собою ряд простих шарнірно обпертих однопрогонних балок, навантажених заданим навантаженням і невідомими опорними згинальними моментами  $M_i$ , де  $i=1, 2, \dots, N-2$ , як показано на рисунку. Тут для визначеності показані позитивні опорні моменти. При такому виборі основної системи дія заданого навантаження поширюється тільки на проліт, на якому вона прикладена, вплив її на інші прольоти виражається через опорні згинальні моменти.

Для вирішення статично невизначених задач потрібно скласти додаткові рівняння – рівняння спільності деформацій. У даному разі вони будуть являти собою рівність кутів повороту опорних перерізів для суміжних балок.

Кожна двохопорна балка основної системи під дією заданого навантаження й опорних моментів деформується незалежно одна від другої. Однак у вихідній статично невизначеній системі кожна пара перерізів на опорних шарнірах являє собою один переріз, отже кут повороту в них повинен бути рівний, що можна записати в такий спосіб:

$$\Delta_n^l + \Delta_n^{pr} = 0, \quad (1)$$

де  $\Delta_n^l, \Delta_n^{pr}$  - кути повороту торцевих перерізів суміжних балок, що примикають до n-ної опори ліворуч і праворуч від неї відповідно. При цьому позитивні напрямки цих кутів повороту перерізів збігаються з позитивним напрямком опорних згинальних моментів.

Тому що основна система складається з окремих, не зв'язаних між собою двохопорних балок, то для розкриття отриманого рівняння спільності деформацій досить розглянути тільки два сусідніх прольоти, розташованих ліворуч і праворуч від опори.

Відповідно до теореми про взаємність робіт співвідношення (1) можна подати у вигляді (див. рис. 3):

$$\delta_{n,n-1}M_{n-1} + \delta_{n,n}M_n + \delta_{n,n+1}M_{n+1} + \Delta_{n,p} = 0, \quad (2)$$

де  $\delta_{n,n-1}M_{n-1}$  - кут повороту перерізу на n-ній опорі від опорного моменту, що виникає на опорі n-1;

$\delta_{n,n}M_n$  - кут повороту перерізу на n-ній опорі від опорного моменту, що виникає на цій же опорі;

$\delta_{n,n+1}M_{n+1}$  - кут повороту перерізу на n-ній опорі від опорного моменту, що виникає на опорі n+1;

$\Delta_{n,p}$  - кут повороту перерізу на n-ній опорі від заданого навантаження, прикладеного на двох сусідніх з розглянутою опорою прольотах.

Для визначення наведених вище кутів повороту перерізу застосуємо правило Верещагіна. На рис. 3 наведена вантажна епюра  $M_p$  – епюра

згинальних моментів від заданого навантаження й одиничні епюри  $M_{n-1}$ ,  $M_n$ ,  $M_{n+1}$  - епюри згинальних моментів від одиничних моментів, що діють у напрямку опорних моментів  $M_{n-1}$ ,  $M_n$ ,  $M_{n+1}$  відповідно.

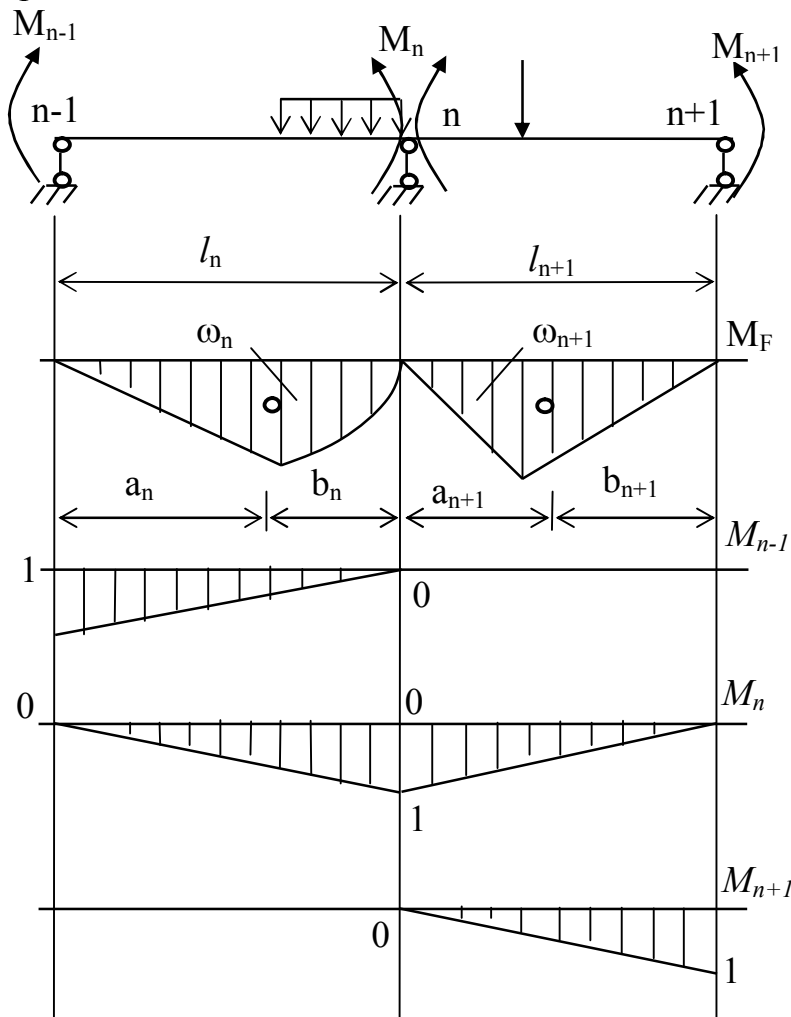


Рис. 3

Вважаючи, що жорсткість балки на згин по всій довжині постійна, представимо доданки, що входять у рівняння (2), у наступному вигляді:

$$\delta_{n,n-1} M_{n-1} = \frac{M_{n-1}}{EI} \left( \frac{l_n}{2} * 1 * \frac{1}{3} \right) = \frac{l_n}{6EI} M_{n-1};$$

$$\delta_{n,n} M_n = \frac{M_n}{EI} \left( \frac{l_n}{2} * 1 * \frac{2}{3} + \frac{l_{n+1}}{2} * 1 * \frac{2}{3} \right) = \left( \frac{l_n}{3EI} + \frac{l_{n+1}}{3EI} \right) M_{n-1};$$

$$\delta_{n,n+1} M_{n+1} = \frac{M_{n+1}}{EI} \left( \frac{l_{n+1}}{2} * 1 * \frac{1}{3} \right) = \frac{l_{n+1}}{6EI} M_{n+1}; \quad \Delta_{n,p} = \frac{1}{EI} \left( \omega_n \frac{a_n}{l_n} + \omega_{n+1} \frac{b_{n+1}}{l_{n+1}} \right),$$

де  $\omega_n$  - площа епюри згинаючого моменту, що виникає від заданого навантаження на n-ному прольоті;

$\omega_{n+1}$  - площа епюри згинаючого моменту, що виникає від заданого навантаження на прольоті n+1;

$a_n$  - відстань від опори n-1 до центру ваги епюри моменту від заданого навантаження на n-ному прольоті;

$b_{n+1}$  - відстань від опори  $n+1$  до центру ваги епюри моменту від заданого навантаження на прольоті  $n+1$ .

Підставляючи отримані вирази в рівняння спільності деформацій (2) і скорочуючи жорсткість на згин, одержуємо такі рівняння, що зв'язують між собою опорні моменти, які виникають на трьох сусідніх опорах:

$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -6\left(\frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}}\right). \quad (3)$$

Це рівняння називається “рівняння трьох моментів”, тому що в нього входять опорні моменти на трьох сусідніх опорах. Цих рівнянь виходить стільки, скільки вводиться шарнірів для утворення основної системи. Як було показано вище, їхнє число дорівнює кількості проміжних шарнірних опор. Для того щоб одержати систему рівнянь послідовно записують рівняння (3) для кожної проміжної опори. Оскільки це рівняння отримане для  $n$ -ої опори, то для складання системи треба додати цьому індексу значення  $n=1, 2, \dots, N-2$  відповідні номерам проміжних опор. В отриманій системі лінійних алгебраїчних рівнянь кожне рівняння буде містити три невідомих опорних моменти, а перше й останнє тільки два.

У перше й останні рівняння системи будуть входити моменти на крайніх опорах. Якщо на крайній шарнірній опорі не прикладений зосереджений момент, то в рівнянні (3) його слід дорівняти нулю. Якщо на цій опорі прикладений зосереджений момент, то в рівняння підставляється його значення. Аналогічно треба діяти, коли балка має консоль. У цьому випадку момент на крайній опорі буде дорівнювати моменту від навантаження, прикладеного до консолі.

Якщо який-небудь край балки жорстко затиснутий, то закладення слід замінити додатковим прольотом нескінченно великої твердості чи нескінченно малої довжини. У розрахунках ця заміна полягає в тому, що замість жорсткого затиснення на краю вводять два шарніри на нульовій відстані між собою.

Епюру згинальних моментів будують після знаходження невідомих опорних моментів з рівнянь (3). Остаточна ця епюра згинальних моментів буде дорівнювати сумі епюр від заданого навантаження і від опорних моментів, що має вигляд ламаної лінії, яка з'єднує відрізки, відкладені над опорами і рівні знайденим опорним моментам.

Епюру поперечної сили одержують з побудованої раніше епюри згинальних моментів. Для цього використовують диференціальні залежності при згині, що отримані для того випадку, якщо вісь абсцис спрямована в праву сторону:

$$\frac{dQ}{dx} = q; \quad \frac{dM}{dx} = Q.$$

З наведених залежностей випливає, що поперечну силу на будь-якій ділянці, знаючи величину згинальних моментів на його границях, можна знайти в таким чином:

$$Q_{уч} = \frac{M_{уч}^{пр} - M_{уч}^{л}}{l_{уч}} + Q_0, \quad (4)$$

де  $Q_{уч}$  - поперечна сила на розглянутій ділянці;

$M_{уч}^{пр}$  - значення згинаючого моменту на правій границі розглянутої ділянки;

$M_{уч}^{л}$  - значення моменту на лівій границі ділянки;

$l_{уч}$  - довжина ділянки;

$Q_0$  - доданок, присутній у тому випадку, якщо на ділянці прикладене розподілене навантаження інтенсивністю  $q$ , у цьому виразі даний доданок змінюється за довжиною ділянки, і на його границях (правій і лівій відповідно) буде дорівнювати:

$$Q_0^л = \frac{q l_{уч}}{2}; \quad Q_0^{пр} = -\frac{q l_{уч}}{2}. \quad (5)$$

### 3. ЗАВДАННЯ І ВИХІДНІ ДАНІ ДО РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Вихідні дані обирають відповідно до завдання за рис. 4 і таблицю, наведеними нижче. Дані з таблиці вибирають залежно від номера варіанта завдання, що складається з трьох цифр і визначається викладачем.

Для заданої статично невизначної багатопрогінної балки потрібно:

1) одержати основну систему, навантажену заданим навантаженням і невідомими опорними моментами;

2) побудувати для основної системи епюру згинальних моментів від заданого навантаження;

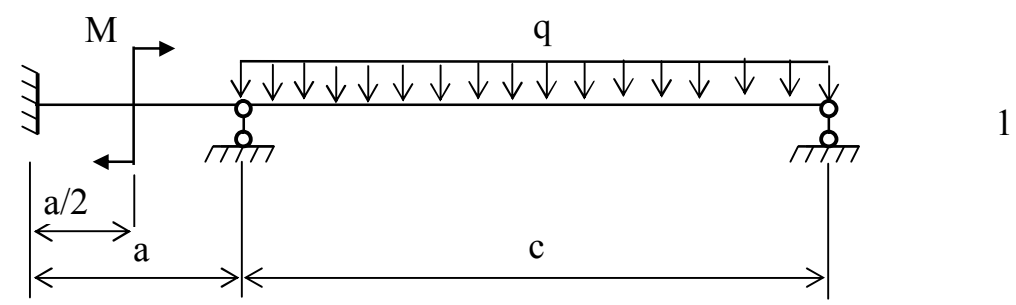
3) скласти рівняння трьох моментів для всіх проміжних опор і визначити з отриманої системи рівнянь невідомі опорні реакції;

4) побудувати для заданої балки епюру згинальних моментів і поперечної сили;

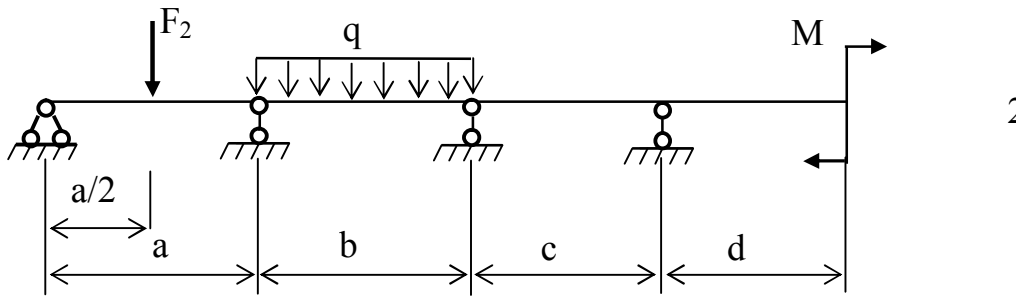
5) підібрати двотавровий перетин з умов міцності, якщо допустимі напруження для сталі вважати рівними  $[\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2$ .

Результати розрахунку багатопрогінної балки повинні бути оформлені на паперу формату А-4, креслення необхідно виконати в масштабі.

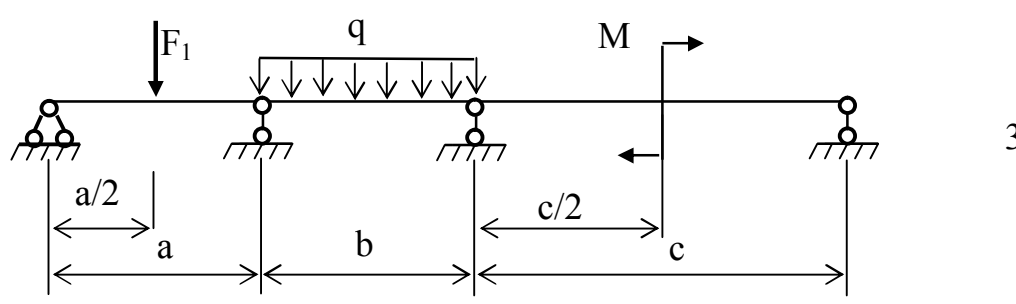
Перша цифра шифру	a м	b м	c м	d м	Друга цифра шифру	F <sub>1</sub> кН	F <sub>2</sub> кН	M кНм	q кН/м	Третя цифра шифру	№ схеми
1	2	2	1	2	1	80	30	30	10	1	1
2	3	2	2	2	2	40	20	40	20	2	2
3	3	3	3	3	3	60	15	20	15	3	3
4	2	2	4	1	4	70	45	70	10	4	4
5	4	4	2	5	5	50	50	20	30	5	5
6	5	1	3	2	6	50	60	50	10	6	6
7	2	2	5	4	7	40	40	40	20	7	7
8	5	5	4	6	8	60	25	30	15	8	8
9	6	1	2	4	9	60	45	60	10	9	9
0	4	2	5	2	0	80	50	10	30	0	10



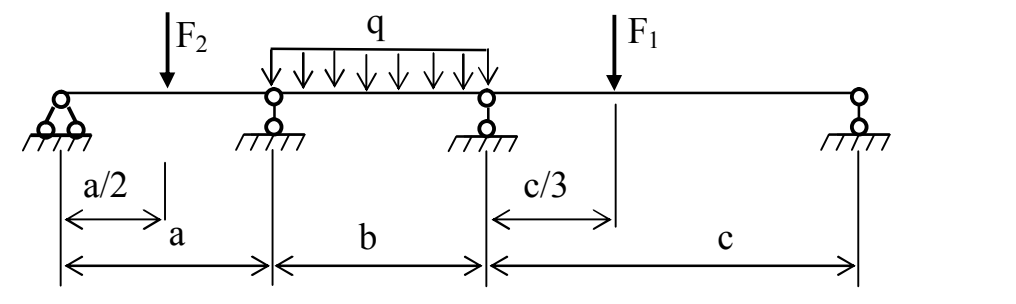
1



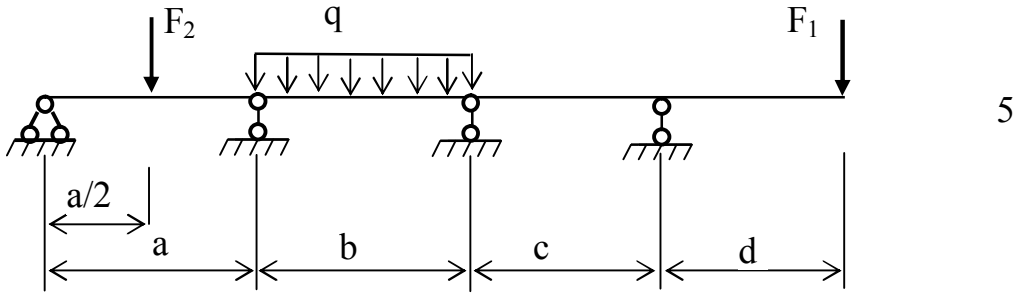
2



3

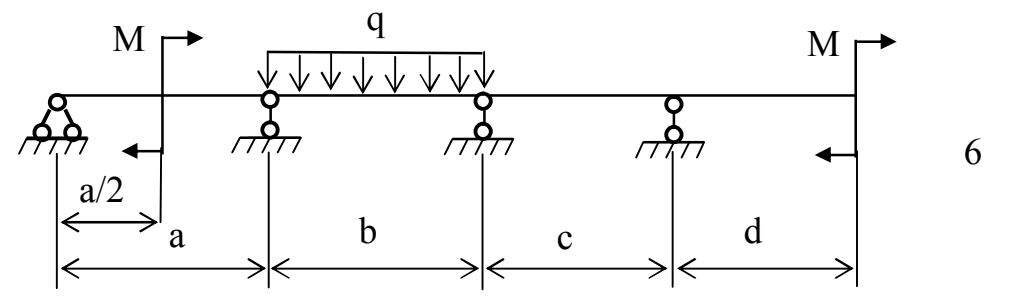


4



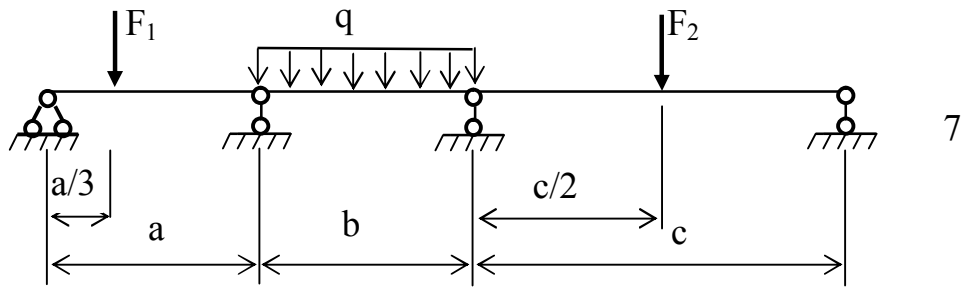
5

*Рис. 4*

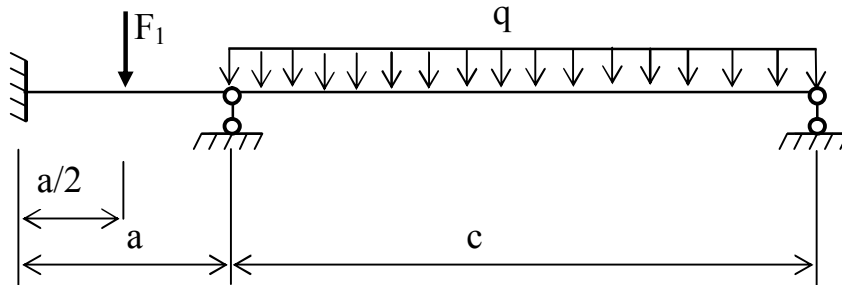


6

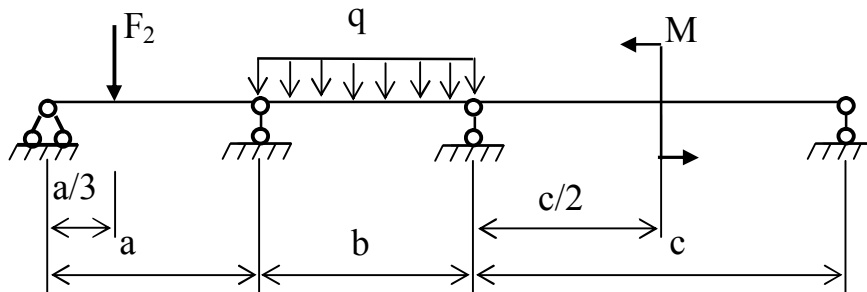




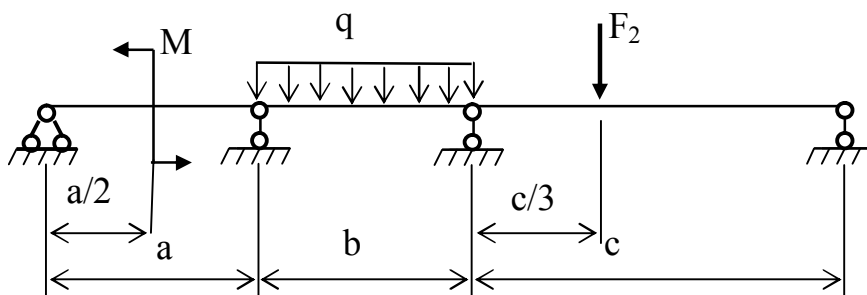
7



8



9



10

Продовження рис. 4

#### 4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РГЗ

За розрахунково-графічне завдання (РГЗ) студент отримує максимальну оцінку, якщо воно виконане у відведений строк (4тижні з моменту видачі завдання), з використанням комп'ютерної техніки, акуратно оформлене, містить аналіз отриманих результатів.

У разі виконання РГЗ без використання комп'ютера або затримки виконання на 2 тижня (з використанням комп'ютера) студент отримує 90% від максимальної оцінки. При виконанні РГЗ із затримкою більш ніж на 2 тижні студент отримує 80 % від максимальної оцінки, із затримкою більше місяця - 60 % від максимальної оцінки.

## 5. ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ

Побудувати епюри згинальних моментів і поперечних сил статично невизначної багатопрогонової балки, наведеної на рис. 5, а, використовуючи рівняння трьох моментів.

1. Одержуємо основну систему.

Для цього введемо шарніри у перерізах над усіма проміжними опорами. «Зайвими» невідомими в цьому випадку будуть згинальні моменти в опорних перерізах балки.

Оскільки лівий край балки жорстко затиснутий, то закладення слід замінити додатковим прольотом нескінченно малої довжини. Для цього замість жорсткого затиснення на лівому краї введемо два шарніри на нульовій відстані між собою. На правому краї балка має консоль. У цьому випадку момент, прикладений до консолі, перенесемо на крайню опору.

Опори і прольоти пронумеруємо, як показано на рис. 5, б, зліва праворуч.

У рівняння трьох моментів будуть входити моменти на крайніх опорах. На крайній лівій шарнірній опорі не прикладений зосереджений момент, отже, у рівнянні його слід дорівняти нулю. На правій опорі прикладений зосереджений момент, отже у рівняння підставляється його значення.

Основна система, навантажена заданим навантаженням і невідомими опорними моментами  $M_1$  і  $M_2$ , наведена на рис. 5, б.

2. Будуємо для основної системи епюру згинальних моментів від заданого навантаження для кожної двохопорної балки.

Епюра моментів від заданого навантаження наведена на рис. 5, в.

3. Складаємо рівняння трьох моментів (3) для двох проміжних шарнірних опор (першої і другої).

Для першої опори  $n=1$ :

$$M_0 \ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2 \ell_2 = -6 \left( \frac{\omega_1 a_1}{\ell_1} + \frac{\omega_2 b_2}{\ell_2} \right).$$

Для другої опори  $n=2$ :

$$M_1 \ell_2 + 2M_2(\ell_2 + \ell_3) + M_3 \ell_3 = -6 \left( \frac{\omega_2 a_2}{\ell_2} + \frac{\omega_3 b_3}{\ell_3} \right).$$

У цих рівняннях відомі крайні опорні моменти:

$$M_0 = 0; \quad M_3 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Довжини прольотів:

$$\ell_1 = 0; \quad \ell_2 = 4 \text{ м}; \quad \ell_3 = 2 \text{ м}.$$

Площі епюр згинальних моментів від заданого навантаження:

$$\omega_1 = 0; \quad \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 40 = 80 \text{ кН} \cdot \text{м}^2; \quad \omega_3 = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 5 = 6.67 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

Відстань від відповідних опор до центра ваги епюри моменту від заданого навантаження на прольоті:

$$a_1 = 0; \quad a_2 = 2 \text{ м}; \quad b_2 = 2 \text{ м}; \quad b_3 = 1 \text{ м}.$$

З урахуванням цього одержуємо систему рівнянь для визначення невідомих опорних моментів:

$$\begin{cases} 0 + 2M_1(0 + 4) + M_2 \cdot 4 = -6 \left( 0 + \frac{80 \cdot 2}{4} \right); \\ M_1 \cdot 4 + 2M_2(4 + 2) + 20 \cdot 2 = -6 \left( \frac{80 \cdot 2}{4} + \frac{6.67 \cdot 1}{2} \right). \end{cases}$$

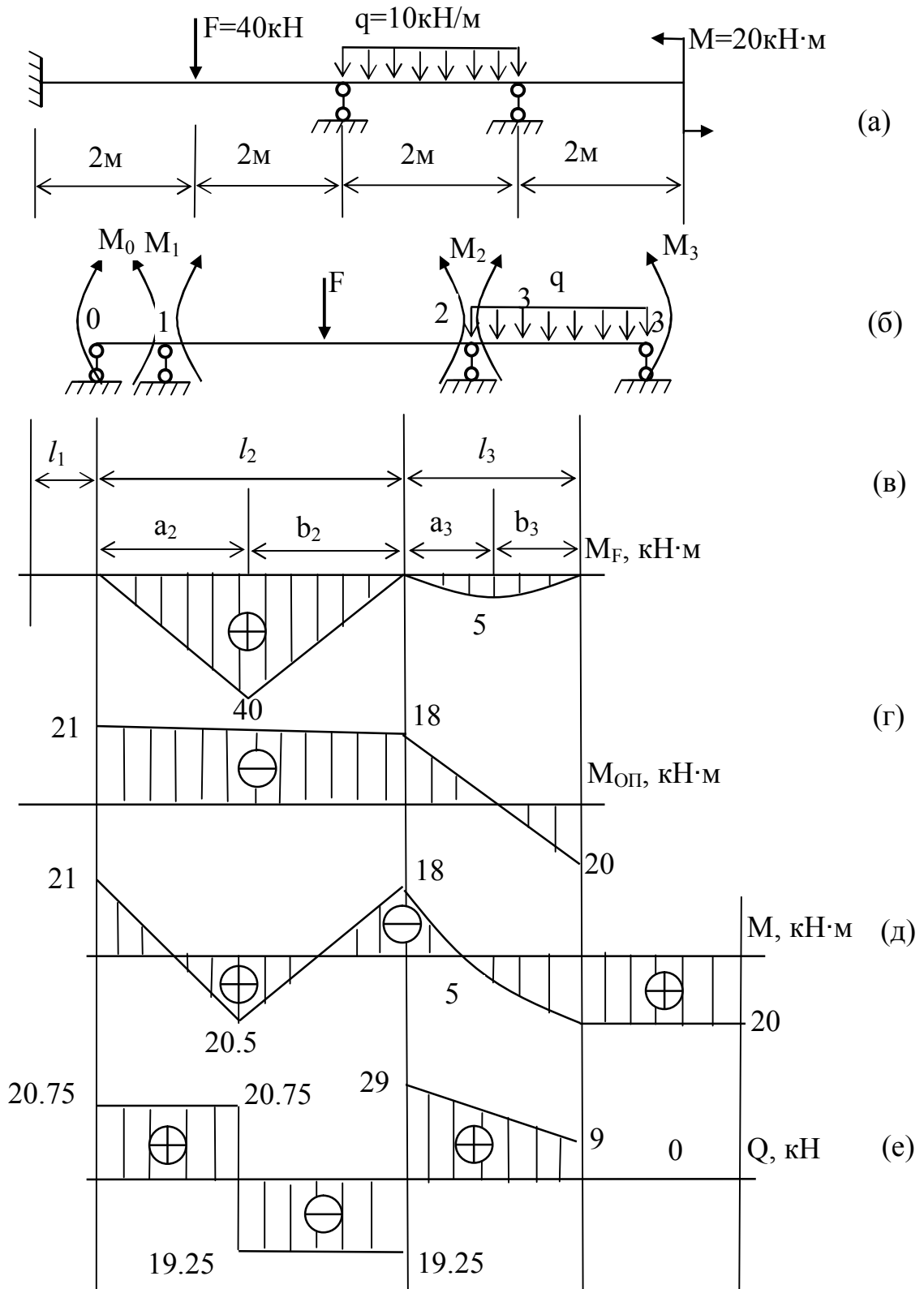


Рис. 5

Або:

$$\begin{cases} 8M_1 + 4M_2 = -240; \\ 4M_1 + 12M_2 = -300. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2M_1 + M_2 = -60; \\ M_1 + 3M_2 = -80. \end{cases}$$

Звідси знаходимо невідомі опорні моменти:

$$M_1 = -21 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -18 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

За цими значеннями будемо епюру опорних моментів, наведену на рис. 5, г, що має вигляд ламаної лінії, яка з'єднує відрізки, відкладені над опорами і рівні підрахованим опорним моментам.

4. Будемо для заданої балки епюру згинальних моментів. Ця епюра, що дорівнює сумі епюр від заданого навантаження і від опорних моментів, наведена на рис. 5, д.

Епюру поперечної сили одержуємо з побудованої раніше епюри згинальних моментів. Для цього використовуємо залежності (4) і (5), наведені вище. Ця епюра показана на рис. 5, е.

$$Q_1 = \frac{20.5 - (-21)}{2} = 20.75 \text{ кН}; \quad Q_2 = \frac{-18 - 20.5}{2} = -19.25 \text{ кН};$$

$$Q_3 = \frac{20 - (-18)}{2} \pm \frac{10 \cdot 2}{2} = 19 \pm 10 \text{ (кН)}; \quad Q_4 = \frac{20 - 20}{2} = 0.$$

5. Підберемо двотавровий переріз балки. Найбільший згинальний момент (за модулем), що виникає в балці, дорівнює  $M_{\max} = 21 \text{ кН} \cdot \text{м} = 2100 \text{ кН} \cdot \text{см}$ .

З умови міцності при згині, з урахуванням того, що припустимі напруження для сталі дорівнюють  $[\sigma] = 16 \text{ кН/см}^2$ :

$$W_{\text{н.о}} \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{2100}{16} = 131.25 \text{ см}^3.$$

За сортаментом (ДСТУ 8239-89, див. додаток) приймаємо двотавр №18, для якого момент опору згину  $W_x = 143 \text{ см}^3$ .

*Висновок:* За результатами розрахунків можна встановити, що розглянута багатопрігінна балка, яка наведена на рис. 5, а, буде задовольняти умовам міцності (максимальне напруження буде менше ніж допустиме) у тому разі, якщо вона буде виконана з двотавру №18 або більше.

## 6. РОЗРАХУНОК НА КОМП'ЮТЕРІ.

Наведеній алгоритм розрахунку реалізовано у файлі “Неразрезная балка.xls”.

Відкривши цей файл за допомогою програми MS Excel пакету MS Office або OpenOffice.org Calc пакету OpenOffice.org, одержуємо на екрані монітора таблицю (рис. 6). Цю таблицю заповнюємо згідно підказок, наведених у неї.

Результати розрахунків з'являються одразу, та відповідають даним, що введені в відповідні комірки електронної таблиці у даний момент часу.

Перевіряємо отримані раніше результати з комп'ютерним розрахунком. Опорні згинаючи моменти виводяться у комірках Н30 та Н31.

*Зауваження.* В усіх випадках значення довжини ділянок повинні відрізнятися від нуля, оскільки алгоритм розрахунку передбачає ділення на неї. У тому разі, коли ця довжина стримиться до нуля (жорстке заземлення), її вводять дуже малою в порівнянні до інших ділянок (комірка F7 у наведеному прикладі).

Row	Column	Content
1	B1	Положительное направление распределенной нагрузки и силы - вниз.
2	B1	Положительное направление момента - против часовой стрелки.
3	B1	l* - координата приложения нагрузки (сила и момент).
5	B1	Левый край
6	B1	M0= 0 кН*м
7	F7	Первый участок l= 0.00001 м
8	F7	q= 0 кН/м
9	F7	F= 0 кН
10	F7	l*= 0 м
11	F7	M= 0 кН*м
12	F7	l*= 0 м
13	F7	
14	F7	
15	B1	Матрица коэффициентов
16	F7	8.00002 4
17	F7	4 12
18	F7	
19	F7	
20	F7	
21	F7	
22	F7	
24	B1	Результаты расчета
26	B1	Моменты на промежуточных опорах
28	B1	Положительное направление момента - изгиб вверх.
29	B1	Вспомогательный массив
30	F7	0.15 -0.05
31	F7	-0.05 0.1
32	F7	M1= -21 кН*м
33	F7	M2= -18 кН*м

Additional data from the spreadsheet image:

- Второй участок:** l= 4 м, q= 0 кН/м, F= 40 кН, l\*= 2 м, M= 0 кН\*м, l\*= 0 м
- Третий участок:** l= 2 м, q= 10 кН/м, F= 0 кН, l\*= 0 м, M= 0 кН\*м, l\*= 0 м
- Правый край:** M3= 20 кН\*м
- Вектор правой части:** -240, -300
- Вспомогательные массивы:** 0, 0, 0, 0, -160, -80, 0, 0, 0, 0

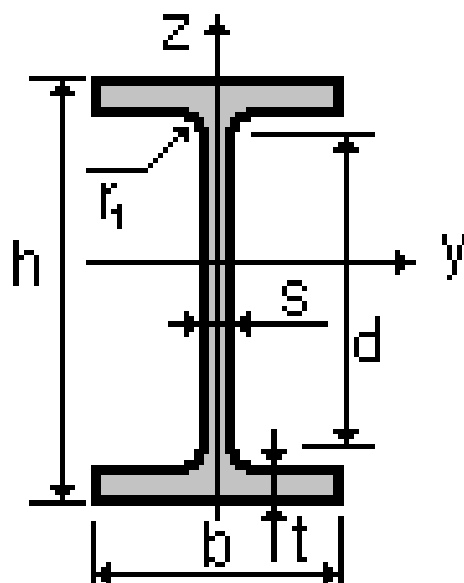
Рис. 6.

## СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Піскунов В.Г., Феодоренко Ю.М., Шевченко В.Ю. та ін. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності. - К.: Вища школа, 1994.
2. Шутенко Л.М., Пустовойтов В.П., Засядько М.А. Механіка споруд. – Харків: ХДАМГ, 2001. – 234 с.
3. Сопротивление материалов. / Под общ. ред. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа. - 1979, 696 с.
4. Методичні вказівки і завдання до розрахунково-графічної роботи «Розрахунок статично визначної багатопрогінної балки». Укл. Колодій Л.І., Чупринін О.О. – Харків: ХНАМГ, 2005. – 20 с.
5. Чихладзе Е.Д. Опір матеріалів: Підруч. для студ. вищ. навч. закл. / Е.Д. Чихладзе, М.А. Веревічева. - Х.: ХНАДУ, 2006. – 527 с.
6. Методичні вказівки і завдання з опору матеріалів «Розрахунок статично невизначної багатопрогінної балки». / Укл. Серета Н.В., Чупринін О.О. – Харків: ХНАМГ, 2006. – 19 с.

## ДОДАТОК

Двотавр за ДСТУ 8239-89



	<b>h</b>	<b>b</b>	<b>s</b>	<b>t</b>	<b>r<sub>1</sub></b>	<b>r<sub>2</sub></b>	<b>A</b>	<b>P</b>	<b>I<sub>y</sub></b>	<b>W<sub>y</sub></b>	<b>i<sub>y</sub></b>	<b>S<sub>y</sub></b>
	<b>см</b>	<b>см</b>	<b>см</b>	<b>см</b>	<b>см</b>	<b>см</b>	<b>см<sup>2</sup></b>	<b>Т/м</b>	<b>см<sup>4</sup></b>	<b>см<sup>3</sup></b>	<b>см</b>	<b>см<sup>3</sup></b>
10	10.0	5.5	0.450	0.720	0.700	0.250	12.0	0.009	198.0	39.700	4.060	23.000
12	12.0	6.4	0.480	0.730	0.750	0.300	14.7	0.012	350.0	58.400	4.880	33.700
14	14.0	7.3	0.490	0.750	0.800	0.300	17.4	0.014	572.0	81.700	5.730	46.800
16	16.0	8.1	0.500	0.780	0.850	0.350	20.2	0.016	873.0	109.000	6.570	62.300
18	18.0	9.0	0.510	0.810	0.900	0.350	23.4	0.018	1290.0	143.000	7.420	81.400
20	20.0	10.0	0.520	0.840	0.950	0.400	26.8	0.021	1840.0	184.000	8.280	104.000
22	22.0	11.0	0.540	0.870	1.000	0.400	30.6	0.024	2550.0	232.000	9.130	131.000
24	24.0	11.5	0.560	0.950	1.050	0.400	34.8	0.027	3460.0	289.000	9.970	163.000
27	27.0	12.5	0.600	0.980	1.100	0.450	40.2	0.032	5010.0	371.000	11.200	210.000
30	30.0	13.5	0.650	1.020	1.200	0.500	46.5	0.037	7080.0	472.000	12.300	268.000
33	33.0	14.0	0.700	1.120	1.300	0.500	53.8	0.042	9840.0	597.000	13.500	339.000
36	36.0	14.5	0.750	1.230	1.400	0.600	61.9	0.049	13380	743.000	14.700	423.000
40	40.0	15.5	0.830	1.300	1.500	0.600	72.600	0.057	19062	953.000	16.200	545.000
45	45.0	16.0	0.900	1.420	1.600	0.700	84.700	0.067	27696	1231.00	18.100	708.000
50	50.0	17.0	1.000	1.520	1.700	0.700	100.00	0.078	39727	1589.00	19.900	919.000
55	55.0	18.0	1.100	1.650	1.800	0.700	118.00	0.093	55962	2035.00	21.800	1181.00
60	60.0	19.0	1.200	1.780	2.000	0.800	138.00	0.108	76806	2560.00	23.600	1491.00

## *Навчальне видання*

Методичні вказівки  
до самостійної роботи, підготовки до практичних занять,  
розрахунково-графічних та контрольних робіт  
з опору матеріалів матеріалів  
**«Розрахунок статично невизначної балки»**  
(для студентів 2 курсу денної та заочної форм навчання за напрямом  
підготовки 6.060101 - «Будівництво» з професійного спрямування  
«Теплогазопостачання та вентиляція»).

Укладачі: **КОЛОДІЙ** Людмила Іванівна,  
**СЕРЕДА** Наталя Василівна,  
**ЧУПРИНІН** Олександр Олексійович

Відповідальний за випуск *О. О. Чупринін*

*за авторською редакцією*

Комп'ютерний набір *О. О. Чупринін*

Комп'ютерне верстання *К. А. Алексанян*

План 2011, поз. 191 М

Підп. до друку 04.03.2011

Друк на різнографі

Тираж 50 пр.

Формат 60\*84/16

Ум. друк. арк. 0,94

Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК №4064 від 12.05.2011