



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE – UFRN

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROGRAMA DE POS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA

**Compensação de atrito no controle de sistemas
mecânicos: Uma abordagem utilizando estratégias
inteligentes.**

João Deodato Batista dos Santos

Orientador: Wallace Moreira Bessa

Natal, RN

02 de fevereiro de 2018

Compensação de atrito no controle de sistemas mecânicos: Uma abordagem utilizando estratégias inteligentes.

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PP-GEM) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos necessários a obtenção do título de Doutor em engenharia mecânica

Orientador : Wallace Moreira Bessa

Natal, RN,
02 de fevereiro de 2018

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN
Sistema de Bibliotecas - SISBI
Catalogação de Publicação na Fonte. UFRN - Biblioteca Central Zila Mamede

Santos, João Deodato Batista dos.

Compensação de atrito no controle de sistemas mecânicos: uma abordagem utilizando estratégias inteligentes / João Deodato Batista dos Santos. - 2018.

145 f.: il.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Natal, RN, 2018.

Orientador: Prof. Dr. Wallace Moreira Bessa.

1. Identificação de atrito - Tese. 2. Controle inteligente - Tese. 3. Lógica fuzzy - Tese. 4. Modos deslizantes - Tese. 5. Redes neurais artificiais - Tese. I. Bessa, Wallace Moreira. II. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 621.391

JOÃO DEODATO BATISTA DOS SANTOS

Compensação de atrito no controle de sistemas mecânicos: Uma abordagem utilizando estratégias inteligentes.

Tese aprovada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como parte dos requisitos necessários a obtenção do título de Doutor em engenharia mecânica.

Professor Dsc. Wallace Moreira Bessa

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Orientador

Professor Dsc. Márcio Valério de Araújo

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Avaliador Interno

Professor Dsc. Raimundo Carlos Silverio Freire Júnior

Universidade Federal do Rio Grande do Norte - Avaliador Interno

Professor Dsc. Alexandre Silva de Lima

CEFET-RJ - Avaliador externo

Professor Dsc. Josiane Maria de Macedo Fernandes

Universidade Federal da Bahia - Avaliador externo

Natal, RN

02 de fevereiro de 2018

Este trabalho é dedicado in memoriam a meu pai, Manoel Deodato dos Santos.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Dsc. Wallace Moreira Bessa pela orientação, sugestões e ensinamentos.

Aos engenheiros e amigos, André Cesas, Msc. Elvis Neres, Msc. Felipe Figueredo, Msc. Felipe Rodrigues, Gabriel Lima, Msc. Geraldo Francisco, Msc. George Oliveira, Msc. Hudson Borja, Msc. João Gutemberg, Msc. Philippe Eduardo e Dsc. Marcelo da costa, por suas contribuições diretas e indiretas.

Aos meus familiares pela paciência, compreensão e apoio ao longo do doutorado.

Ao laboratório de manufatura pela infraestrutura.

Ao programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, pela oportunidade de realização deste trabalho.

À CAPES pelo apoio ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

"É fazendo que se aprende a fazer aquilo que se deve aprender a fazer."(Aristóteles)

Santos, J. D. B. **Compensação de atrito no controle de sistemas mecânicos: Uma abordagem utilizando estratégias inteligentes.** 2018. 145 p. Tese de Doutorado (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal-RN, 2018.

RESUMO

O atrito está presente em praticamente todos os tipos de sistemas mecânicos. Em muitos casos, porém, ele é indesejável e precisa ser minimizado e/ou compensado. Além de acelerar o desgaste de seus componentes, o atrito está fortemente associado ao comportamento não-linear de um sistema mecânico. Deve-se ainda ressaltar que, quando o sistema precisa ser controlado, o atrito dificulta a obtenção de um controlador eficiente, em virtude de sua característica não-linear e da dificuldade de se obter um modelo matemático que o descreva com exatidão. Neste contexto, este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma estratégia de controle e identificação do atrito, bem como demais dinâmicas não modeladas, baseada na técnica de controle por modo deslizante adaptativo. A estratégia proposta identifica a dinâmica do sistema, bem como sua variação quando ocorrem modificações das características do atrito. O método apresentado também possibilita indicar o momento que ocorreu a variação deste atrito. Destaca-se como contribuições principais: (i) a apresentação de uma abordagem unificadora, capaz de combinar diferentes algoritmos provenientes da área de inteligência computacional; (ii) a apresentação de uma nova estratégia para redução da complexidade do método de ajuste; (iii) um indicador da variação do atrito, baseado na análise em tempo real do modelo aproximado do sistema; (iv) um controlador inteligente por modo deslizante que não requer conhecimento prévio da dinâmica do sistema a ser controlado, e que mantém a sua performance mesmo quando há alterações significativas do sistema em tempo real. A dedução da estabilidade do controlador é demonstrada através da teoria de estabilidade de Lyapunov. Sua viabilidade é demonstrada através de resultados numéricos e experimentais obtidos utilizando como exemplo de estudo um atuador eletro-hidráulico.

Palavras-chaves: Identificação de Atrito, Controle Inteligente, Lógica Fuzzy, Modos Deslizantes, Redes Neurais Artificiais.

ABSTRACT

Friction can be found in almost all mechanical systems. In many cases, however, it is undesirable and has to be minimized and/or compensated. Besides of speeding up the wear of its components, friction is strongly associated with the nonlinear behavior of a mechanical system. It should also be noted that when the system has to be controlled, friction hampers the achievement of an efficient control law, due to its nonlinear feature and the issues related to the development of a mathematical model that accurately describes it. In this context, based on an adaptive sliding mode control approach, this work presents the development of a friction identification/control strategy. In addition to the ability to compensate for friction, the proposed control scheme can also cope with other unmodeled dynamics. The proposed strategy is able to identify the dynamics of the plant as well as its variation due to changes in friction characteristics. Moreover, the proposed scheme can also indicate the precise moment that friction's variation occurs. The following contributions should be highlighted: (i) the introduction of a unifying approach, capable of combining different algorithms of computational intelligence; (ii) the development of a new adaptation scheme that reduces the computational complexity of the adjustment method; (iii) an index related to friction variation, which is based on the real-time evaluation of the approximate model of the system; (iv) an intelligent sliding mode controller that does not require prior knowledge of the dynamics of the plant and can retain its performance even when there are significant changes in operating conditions. The stability of the proposed intelligent controller is demonstrated by means of a Lyapunov-like analysis. The efficacy of the designed control scheme is evaluated by means of both numerical and experimental studies with electro-hydraulic actuated system.

Key-words: Friction identification, intelligent control, logic Fuzzy, Sliding Modes, Artificial Neural Networks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Função sinal	29
Figura 2 – Exemplo SMC função relé	30
Figura 3 – Funções de suavização	32
Figura 4 – Exemplo SMC com função saturação	33
Figura 5 – Exemplo SMC com função tangente hiperbólica	33
Figura 6 – Exemplo SMC com função sigmóide	33
Figura 7 – Exemplo SMC suavizado com compensação	34
Figura 8 – Exemplo SMC suavizado com modelo adaptativo	38
Figura 9 – Exemplo SMC suavizado com compensação adaptativa	40
Figura 10 – Distribuição dos polinômios de Legendre	43
Figura 11 – Distribuição das RBF gaussianas	44
Figura 12 – Distribuição das RBF quadráticas	45
Figura 13 – Distribuição das RBF quadráticas inversa	45
Figura 14 – Distribuição das funções de pertinência	46
Figura 15 – Atuador eletro-hidráulico.	52
Figura 16 – Atrito de Coulomb	55
Figura 17 – Atrito viscoso e de Coulomb	55
Figura 18 – Atrito estático	56
Figura 19 – Atrito combinado Coulomb, viscoso e estatico	56
Figura 20 – Modelo de atrito <i>stribeck</i>	58
Figura 21 – Fluxograma: SMC sinal e SMC suavizado	60
Figura 22 – Fluxograma: SMC com compensação e ASMC com compensação adaptativa	60
Figura 23 – Fluxograma: método proposto	61
Figura 24 – Comparação da complexidade das estruturas de aproximação	61
Figura 25 – Trajetória desejada tipo senoidal	71
Figura 26 – Trajetória desejada tipo triangular	71
Figura 27 – Velocidade do atuador sem filtro	75
Figura 28 – Velocidade do atuador filtrada	75
Figura 29 – Teste 1: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	80
Figura 30 – Resultado obtido no teste 1.	81
Figura 31 – Teste 2: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	83
Figura 32 – Resultado obtido no teste 2.	84

Figura 33 – Teste 3: modelo de atrito Coulomb + estático, referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	86
Figura 34 – Resultado obtido no teste 3.	87
Figura 35 – Teste 4: modelo de atrito Coulomb + estático, referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	89
Figura 36 – Resultado obtido no teste 4.	90
Figura 37 – Teste 5: modelo de atrito Coulomb + estático + viscoso, referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	92
Figura 38 – Resultado obtido no teste 5.	93
Figura 39 – Teste 6: modelo de atrito Coulomb + estático + viscoso, referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	95
Figura 40 – Resultado obtido no teste 6.	96
Figura 41 – Teste 7: modelo de atrito <i>Stribeck</i> , referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	99
Figura 42 – Resultado obtido no teste 7.	100
Figura 43 – Teste 8: modelo de atrito <i>Stribeck</i> , referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.	101
Figura 44 – Resultado obtido no teste 8	102
Figura 45 – Ajuste pelo método do gradiente.	104
Figura 46 – Ajuste pelo método do gradiente com critério de monitoramento.	104
Figura 47 – Ajuste pelo método proposto.	104
Figura 48 – Esforço de controle, método do gradiente.	105
Figura 49 – Esforço de controle, método do gradiente com critério de monitoramento.	105
Figura 50 – Esforço de controle, método proposto.	105
Figura 51 – Erro de aproximação, método do gradiente.	106
Figura 52 – Erro de aproximação, método do gradiente com critério de monitoramento.	106
Figura 53 – Erro de aproximação, método proposto.	106
Figura 54 – Comparação dos critérios de parada	107
Figura 55 – Dinâmica aproximada	108
Figura 56 – Média absoluta da taxa de variação da dinâmica do modelo em janelas periódicas	108
Figura 57 – Bancada experimental	110
Figura 58 – Rastreamento da trajetória senoidal	111
Figura 59 – Erro rastreamento da trajetória senoidal	112
Figura 60 – Esforço de controle para trajetória senoidal	113
Figura 61 – Rastreamento da trajetória senoidal	114
Figura 62 – Erro rastreamento da trajetória senoidal	115
Figura 63 – Esforço de controle	116

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros do simulador	58
Tabela 2 – Teste 1: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência senoidal. . .	77
Tabela 3 – Teste 2: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência triangular. .	82
Tabela 4 – Teste 3: modelo de atrito Coulomb + estático, referência senoidal. . .	85
Tabela 5 – Teste 4: modelo de atrito Coulomb + estático, referência triangular. .	88
Tabela 6 – Teste 5: modelo de atrito Coulomb + estático + viscoso, referência senoidal.	91
Tabela 7 – Teste 6: modelo de atrito Coulomb + estático + viscoso, referência tri- angular.	94
Tabela 8 – Teste 7: modelo de atrito <i>Stribeck</i> , referência senoidal.	97
Tabela 9 – Teste 8: modelo de atrito <i>Stribeck</i> , referência triangular.	97
Tabela 10 – Teste 1, SMC σ_1	127
Tabela 11 – Teste 1, SMC σ_2	127
Tabela 12 – Teste 1, ASMC σ_1 com compensação adaptativa	127
Tabela 13 – Teste 1, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	127
Tabela 14 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método do gradiente	128
Tabela 15 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método do gradiente	128
Tabela 16 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método mínimos quadrados	128
Tabela 17 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método mínimos quadrados	128
Tabela 18 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método mínimos quadrados fator de esquecimento	128
Tabela 19 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método mínimos quadrados fator de esquecimento	129
Tabela 20 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método proposto	129
Tabela 21 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método proposto	129
Tabela 22 – Teste 2, SMC σ_1	130
Tabela 23 – Teste 2, SMC σ_2	130
Tabela 24 – Teste 2, ASMC σ_1 com compensação adaptativa	130
Tabela 25 – Teste 2, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	130
Tabela 26 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método do gradiente	131
Tabela 27 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente	131
Tabela 28 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método mínimos quadrados	131
Tabela 29 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados	131
Tabela 30 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	131

Tabela 31 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	132
Tabela 32 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método proposto	132
Tabela 33 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto	132
Tabela 34 – Teste 3, SMC σ_2	133
Tabela 35 – Teste 3, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	133
Tabela 36 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente	133
Tabela 37 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados	133
Tabela 38 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	134
Tabela 39 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto	134
Tabela 40 – Teste 4, SMC σ_2	135
Tabela 41 – Teste 4, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	135
Tabela 42 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente	135
Tabela 43 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados	135
Tabela 44 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	136
Tabela 45 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto	136
Tabela 46 – Teste 5, SMC σ_2	137
Tabela 47 – Teste 5, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	137
Tabela 48 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente	137
Tabela 49 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados	137
Tabela 50 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	138
Tabela 51 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto	138
Tabela 52 – Teste 6, smc σ_2	139
Tabela 53 – Teste 6, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	139
Tabela 54 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente	139
Tabela 55 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados	139
Tabela 56 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	140
Tabela 57 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto	140
Tabela 58 – Teste 7, SMC σ_2	141
Tabela 59 – Teste 7, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	141
Tabela 60 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente	141
Tabela 61 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados	141
Tabela 62 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	142
Tabela 63 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto	142

Tabela 64 – Teste 8, SMC σ_2	143
Tabela 65 – Teste 8, ASMC σ_2 com compensação adaptativa	143
Tabela 66 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente	143
Tabela 67 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados	143
Tabela 68 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento	144
Tabela 69 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto	144

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASMC	Controle por modo deslizante adaptativo
CNC	Máquinas de comando numérico computadorizado
MIMO	Sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas
MRAC	Controlador adaptativo por modelo de referência
RBF	Funções de base radial
SISO	Sistema de uma entrada e uma saída
SMC	Controle por modo deslizante
SVM	Máquinas de vetor de suporte

LISTA DE SÍMBOLOS

β	Limites de incerteza do ganho do controlador
β_e	Coefficiente de compressibilidade do fluido
ϵ	Erro de aproximação admissível
η	Termo do critério de deslizamento
$\hat{\theta}$	Vetor de parâmetros aproximados
θ^*	Vetor de parâmetros ideal
λ	Coefficiente da superfície de deslizamento
μ	Vetor grau de pertinência
ν	Fator de esquecimento
ρ	Densidade do fluido
σ	Superfície de deslizamento
σ_1	Superfície de deslizamento em função dos estados
σ_2	Superfície de deslizamento em função dos estados incluindo o termo integral
$d\tau$	Diferencial de tempo
ϕ	Fator de suavização
ψ	Vetor de variáveis do modelo aproximado
ω	Gradiente de área do orifício da válvula
Γ	Matriz de ganhos adaptativos
Δ	Vetor da diferença dos parâmetros ideal e aproximado
Λ	Vetor dos coeficientes da superfície de deslizamento
$\bar{\Lambda}$	Vetor dos coeficientes da derivada da superfície de deslizamento
b	Ganho do esforço de controle
\hat{b}	Ganho aproximado do esforço de controle

\hat{b}_0	Ganho aproximado inicial do esforço de controle
f	Dinâmica do sistema
\hat{f}	Dinâmica aproximada do sistema
\hat{f}_0	Dinâmica aproximada inicial do sistema
g_1	Média absoluta do erro
g_2	Média absoluta da taxa de variação do esforço de controle
g_3	Média absoluta do erro de aproximação do modelo
g_4	Média absoluta do esforço de controle
y	Saída do sistema
\mathbf{r}	Vetor dos estados desejados
t	Tempo
t_0	Instante inicial
t_{alc}	Tempo de alcance para superfície de deslizamento
u	Esforço de controle
x	Posição do atuador
\mathbf{x}	Vetor de estados
$\tilde{\mathbf{x}}$	Vetor de erros dos estados
A_p	Área da superfície do cilindro hidráulico
C	Vetor de saídas
C_d	Coefficiente de descarga
C_{tp}	Coefficiente de vazamento
D	Função de compensação da incerteza
E	Erro de aproximação do modelo
F	Margem de incerteza da dinâmica do sistema
F_a	Força de atrito
F_p	Força produzida pelo atuador

J	Função de custo
K	Ganho da SMC
M	Massa total do carregamento
P	Matriz de covariância
P_a	Pressão no interior do cilindro
Q_t	Vazão total do fluido hidráulico
V_t	Volume total do cilindro hidráulico
V	Candidata a função de Lyapunov

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Posicionamento	19
1.2	Objetivos	22
1.3	Contribuições	22
1.4	Desenvolvimento	24
2	CONTROLE POR MODO DESLIZANTE-SMC	25
2.1	Análise de estabilidade pelo método de Lyapunov	25
2.2	Controlador por modo deslizante com função relé.	26
2.3	Controle por modo deslizante suavizado.	31
2.4	Controle por modo deslizante com compensação	34
2.5	Controle por modo deslizante adaptativo	35
2.5.1	Controle por modo deslizante com modelo adaptativo	36
2.5.2	Controle por modo deslizante com compensação adaptativa	37
3	MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO	41
3.1	Estruturas de aproximação	41
3.1.1	Método físico	42
3.1.2	Polinômios de Legendre	42
3.1.3	Funções de base radial	44
3.1.4	Funções fuzzy	45
3.2	Métodos para ajustes dos parâmetros	47
3.2.1	Método do gradiente	47
3.2.2	Método de mínimos quadrados recursivo	48
3.2.3	Método de mínimos quadrados com fator de esquecimento	49
4	MODELO DO SISTEMA	51
4.1	Modelo do sistema eletro-hidráulico	52
4.2	Modelos de atrito	54
5	MODIFICAÇÕES NO MÉTODO ASMC	59
5.1	Modificação do método de controle	59
5.2	Variação do método do gradiente	63
5.3	Função de monitoramento	68
6	METODOLOGIA	70
6.1	Parâmetros utilizados nas simulações	72

7	RESULTADOS	76
7.1	Primeiro grupo de testes	76
7.1.1	Teste 1: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+viscoso.	78
7.1.2	Teste 2: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+viscoso.	82
7.1.3	Teste 3: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático.	85
7.1.4	Teste 4: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático.	88
7.1.5	Teste 5: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático+viscoso.	91
7.1.6	Teste 6: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático+viscoso.	94
7.1.7	Teste 7: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Stribeck.	97
7.1.8	Teste 8: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro- hidráulico com o modelo de atrito Stribeck.	101
7.2	Segundo grupo de testes	103
7.3	Validação experimental	110
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	118
	REFERÊNCIAS	122
	APÊNDICES	126
	APÊNDICE A – TESTE 1	127
	APÊNDICE B – TESTE 2	130
	APÊNDICE C – TESTE 3	133
	APÊNDICE D – TESTE 4	135
	APÊNDICE E – TESTE 5	137
	APÊNDICE F – TESTE 6	139
	APÊNDICE G – TESTE 7	141
	APÊNDICE H – TESTE 8	143

1 INTRODUÇÃO

1.1 Posicionamento

No cotidiano da engenharia, observam-se diversas situações onde existe o movimento relativo ou a tendência de movimento entre superfícies que estão em contato como: rolamentos, transmissões, cilindros hidráulicos e pneumáticos, válvulas, freios, servos mecanismos, entre muitas outras situações.

Neste contato, ocorre um fenômeno natural causado pela interação dessas superfícies, que se denomina atrito ou fricção. Estas interações produzem uma força com direção oposta ao sentido do movimento, e sem a qual ocorreria o deslizamento dessas superfícies. Este fenômeno se caracteriza por dissipar a energia cinética relativa entre as superfícies. E no caso não lubrificado, o atrito tende a produzir o desgaste das superfícies e apresenta características dinâmicas não lineares.

Devido ao desgaste, em diversas situações se deseja que esse atrito seja minimizado, para isso normalmente são utilizados lubrificantes como graxas, óleos ou grafita. No entanto, mesmo com a utilização de lubrificantes, com o passar do tempo e as condições ambientais, oxidação ou contaminações por partículas, podem ocasionar o contato seco. Assim, em certas aplicações críticas pode se utilizar o ar comprimido (GHODSIYEH et al., 2017), repulsão magnética (HUTTERER; KALTEIS; SCHRÖDL, 2017; KONRATH et al., 2016), entre outros métodos, com a intenção de produzir uma região de separação entre as superfícies, impedindo o contato mecânico. O que permite, reduzir ou eliminar o atrito e o desgaste, porém estas medidas são de custo elevado e não são possíveis de ser empregadas em todos os casos.

Em função da possibilidade de modificação das características do atrito ao longo da vida útil do equipamento. Nos casos em que se precisa controlar um sistema mecânico que pode apresentar atrito seco, o projeto adequado do controlador é dificultado pelas não linearidades e incertezas apresentadas pela força de atrito. E, pela modificação da dinâmica do sistema, para a qual a lei de controle foi projetada, poderá ser produzida uma diferença entre o modelo do sistema e a realidade.

Assim, quando não é possível adotar técnicas que permitam reduzir ou eliminar o atrito, é necessário empregar métodos que possibilitem a obtenção do desempenho adequado do sistema mesmo na presença do atrito seco. Desta forma, atualmente diversos trabalhos vêm tentando buscar soluções para melhorar o desempenho de sistemas controlados que apresentam atrito, como atuadores pneumáticos, hidráulicos, manipuladores robóticos, máquinas CNC's (do inglês *Computer Numeric Control*), entre outros. Estas

trabalhos buscam métodos para reconhecer os efeitos da força de atrito, sobre a dinâmica do sistema, ao aproximar este efeito por um modelo, e aplicá-lo a um método de controle, obtendo assim, um melhor desempenho deste sistema.

No projeto de controladores para sistemas mecânicos, é necessário observar que estes sistemas podem apresentar diversas fontes de não linearidades, tais como: zona morta, folga, saturação e o atrito seco, que se não forem levados em conta no projeto do controlador, podem produzir oscilações e ampliar o erro do sistema. A adoção de leis de controle que consideram essas não-linearidades permite reduzir o erro obtendo um melhor desempenho do sistema, com mais qualidade, economia e segurança.

Analisando a grande diversidade de métodos de controle utilizados para obter um melhor desempenho de sistemas mecânicos com atrito não linear, como pode ser observado em (HIRATA; ALVAREZ, 2016; LI; YAO; ZHOU, 2017; YAO; DENG; JIAO, 2015; CUI et al., 2017; HAN; MA; LI, 2016; NAZARI; SURGENOR, 2016; LEE et al., 2015), verifica-se que a maioria deles utiliza como base um método de controle associado com um modelo de atrito que pode ser adaptativo ou com parâmetros fixos. Dependendo do modelo adotado para a identificação do atrito, o ajuste adaptativo ou ajuste adequado dos parâmetros pode ser de difícil obtenção.

Considerando a possibilidade de existir outras não-linearidades no sistema mecânico, que também apresentam características descontínuas como a zona morta, a obtenção de um modelo, que contemple todas as possíveis não linearidades que o sistema pode apresentar, representa um desafio para os engenheiros e projetistas.

Um segundo ponto crítico apresentado é o ajuste dos parâmetros da compensação ou do modelo associado ao sistema. A utilização de controladores com o ajuste adaptativo reduz a necessidade de se conhecer antecipadamente toda a dinâmica do sistema que se deseja controlar. O que para sistemas com atrito incerto é importante, devido à dificuldade de se prever como o atrito deste sistema irá se comportar com o passar do tempo. No entanto, os métodos de ajuste adaptativos também podem apresentar elevada complexidade computacional, o que pode ser um fator limitante, dependendo da aplicação. Assim, o método utilizado para reconhecer o atrito e ajustar o controlador, para obter um melhor desempenho do sistema, deve atender os seguintes critérios: estabilidade, robustez e baixa complexidade.

Este trabalho associa o controlador por modos deslizantes-SMC (do inglês *Sliding Mode Control*) com uma técnica de reconhecimento da dinâmica do sistema baseado em inteligência artificial. No intuito de obter um método de controle eficiente para um sistema que apresenta atrito não-linear incerto.

O controlador SMC foi escolhido para esta tarefa, por apresentar a capacidade de limitar o erro residual a uma região conhecida e converter o vetor dos erros a uma

função escalar. E as técnicas de inteligência artificial por apresentarem a capacidade de aprender o comportamento da dinâmica do sistema. Combinando estas técnicas é possível reduzir a complexidade da estrutura associada ao método de inteligência artificial, por permitir utilizar como entrada a função que combina os elementos do vetor dos erros, que é limitada, no lugar do vetor de estados do sistema. O que reduz o número de variáveis a serem ajustadas para representação do modelo aproximado. É demonstrado também a viabilidade da abordagem que combina a técnica de controle SMC com a identificação da dinâmica através de um método de inteligência artificial e sua validade para diferentes estratégias de reconhecimento da dinâmica. Permitindo unificar a forma como as estruturas de aproximação são empregadas com a finalidade de simplificar sua implementação.

Ao fim do ajuste dos parâmetros do modelo inteligente, este representará a dinâmica aproximada do sistema dentro de um erro tolerado. Com base nas informações colhidas pelo reconhecimento da dinâmica aproximada, será possível utilizá-las, além de obter um melhor desempenho do controlador, para outras finalidades, tais como indicar possíveis modificações das características do sistema.

Foram utilizadas como estruturas de aproximação um método baseado nos polinômios de Legendre, redes neurais RBF (do inglês *Radial Basis Function*) e funções de pertinência *fuzzy*. Para o ajuste dos parâmetros, foram comparados os métodos adaptativos encontrados na literatura método do gradiente, mínimos quadrados, mínimos quadrados com fator de esquecimento e uma variação do método gradiente proposta com a intenção de reduzir a complexidade computacional do método de reconhecimento de incertezas. Os desempenhos destes métodos foram comparados mediante diferentes tipos de atrito, a fim de determinar o método de controle, o método de ajuste, e quais são as estruturas de aproximação que melhor se adequaram aos critérios estabelecidos. Por último, os métodos que obtiveram melhor resultado nas primeiras simulações, foram utilizados para identificar a variação do atrito desse sistema, através de uma estratégia que ativa a lei adaptativa quando necessário, comparando-a ao critério normalmente utilizado para pausar o ajuste dos parâmetros. Todos os métodos apresentados tiveram suas estabilidades analisadas mediante a teoria de estabilidade de Lyapunov.

Para testar estes métodos neste trabalho foi escolhido como exemplo de estudo o atuador eletro-hidráulico com atrito não-linear, que é um sistema de terceira ordem, com a presença da não linearidade de zona morta, saturação na atuação e flutuação de pressão nas cavidades dos cilindros, causadas pelo efeito da compressibilidade e do vazamento interno de fluidos entre as câmaras.

1.2 Objetivos

Objetivo geral: apresentar uma estratégia de controle e identificação da dinâmica do sistema, capaz de reconhecer a variação do atrito ao longo da vida útil do equipamento, corrigindo a lei de controle de forma a manter a eficiência do sistema dentro de valores tolerados.

Objetivos específicos: identificar se as modificações apresentadas pelo sistema, com base nas informações colhidas através do modelo aproximado da dinâmica, quando estas são associadas a modificação do atrito, permitindo aos responsáveis pela manutenção desse sistema utilizar este critério como indicador para a manutenção do equipamento.

Reduzir a complexidade do modelo a ser ajustado e do método de ajuste, de forma a necessitar menor capacidade de processamento, o que poderá possibilitar a utilização de sistemas de processamento de dados mais simples e ampliar a aplicabilidade desse método para outros sistemas em que estas estratégias também podem ser úteis.

1.3 Contribuições

Esta seção destaca como principais contribuições alcançadas com a realização deste trabalho:

(I) A apresentação de uma abordagem unificadora, capaz de combinar diferentes algoritmos provenientes da área de inteligência artificial, como Redes Neurais Artificiais e Lógica Fuzzy para representar a dinâmica aproximada do sistema.

Como os sistemas mecânicos podem apresentar diversos tipos de não linearidades além do atrito e o fenômeno que causa o atrito pode modificar suas características ao longo da vida útil do equipamento. Ao projetar uma lei de controle para sistemas que podem apresentar estes comportamentos, é necessário conhecer um modelo capaz de representar a dinâmica desses sistemas adequadamente, quando isso não é possível, a literatura aponta como alternativa, a utilização de métodos de inteligência artificial para representar a parte não modelada da dinâmica do sistema.

No entanto, como existem diversos métodos de inteligência artificial encontrados na literatura, normalmente é necessário definir qual destes métodos é o mais adequado para reconhecer a dinâmica não modelada, aumentando consideravelmente a complexidade da utilização desta estratégia, dada a necessidade de testar de cada um dos métodos.

Assim, este trabalho apresenta uma forma de evitar o ajuste dos parâmetros das camadas ocultas dos métodos de inteligência artificial, empregados para que o modelo associado a todos os métodos seja composto por apenas um produto escalar, onde um vetor é composto pelos parâmetros a serem ajustados, e o segundo vetor, pelas funções

referentes a estrutura de aproximação utilizada. E através da comparação dos resultados obtidos pelas simulações demonstra que independente do método de inteligência artificial utilizado é possível chegar a valores de erro tolerados.

(II) A apresentação de uma nova estratégia para redução da complexidade do método de ajuste.

Esta tese propõem um método de ajuste dos parâmetros baseado no método do gradiente. O qual utiliza uma função combinada do vetor dos erros, proveniente do método de controle SMC, associada a um critério de parada do ajuste, que impõem um atraso para se iniciar o ajuste dos parâmetros do sistema, permitindo deixar a cargo da robustez do controlador os casos em que pequenas perturbações causem o aumento pontual do erro de aproximação da dinâmica do sistema. E assim, reduzir consideravelmente o número de ajustes necessários para atingir o objetivo de reconhecer as variações da dinâmica do sistema em tempo real, sem comprometer a estabilidade do método de controle.

(III) Um indicador da variação do atrito, baseado na análise em tempo real do modelo aproximado do sistema.

Como a força de atrito seco apresenta uma descontinuidade em função da velocidade, e esta resulta na vibração desse sistema, constatou-se que rapidamente o modelo aproximado passa a perceber a oscilação da dinâmica do sistema causada pelo atrito, ao analisar a variação desta característica no modelo é possível identificar o momento que o atrito se modificou. É interessante ressaltar que a depender do tipo de sistema em que esta técnica é empregada, o modelo aproximado pode identificar outros tipos de não linearidades como a zona morta ou folga.

E como algumas dessas não linearidades descontínuas também causam a vibração no sistema cabe ao responsável pela manutenção associar a modificação da dinâmica, por exemplo, com o aumento do atrito seco ou da folga dos componentes, e assim, permitir utilizar este indicador para corrigir as eventuais causas da variação desta dinâmica.

Ao fim da manutenção o método de ajuste do modelo aproximado, permite reconhecer se esta foi realizada com sucesso, uma vez que reconhecerá as variações da dinâmica causadas pelo condicionamento dos componentes podendo comparar seu desempenho com o comportamento quando o equipamento estava no começo de sua vida útil, criando assim um histórico característico da vida útil do equipamento.

(IV) Um controlador inteligente por modo deslizante que não requer o conhecimento prévio da dinâmica do sistema a ser controlado, e que mantém a sua performance mesmo quando há alterações significativas, do sistema em tempo real.

Para o controle de sistemas mecânicos, posto a dificuldade de se estimar com precisão o carregamento que estes sistemas estarão sujeitos, principalmente pela dificuldade de se conhecer características que variam com o tempo como o atrito, nesta tese se propôs

associar a técnica de controle SMC com métodos de inteligência artificial as quais serão utilizadas para reconhecer toda a dinâmica do sistema, permitindo assim, eliminar a necessidade de conhecimento prévio da dinâmica do sistema que se deseja controlar, o que possibilitará manter a performance do controlador nos casos onde o sistema apresenta alterações significativas em sua dinâmica.

1.4 Desenvolvimento

Esta tese foi estruturada em oito capítulos e oito apêndices

No primeiro capítulo, é discutido a motivação desse trabalho, os objetivos e as contribuições obtidas.

O capítulo 2 apresenta uma breve revisão dos conceitos teóricos a respeito do método de análise de estabilidade de Lyapunov, da técnica de controle por modo deslizante-SMC, e as suas variações que serão analisadas neste trabalho.

O capítulo 3 aborda o que são estruturas de aproximação, quais estruturas de aproximação foram utilizadas neste trabalho e demonstra os métodos de ajuste obtidos a partir da literatura que serão utilizados para comparar a eficiência do método proposto.

No capítulo 4, é apontado o sistema utilizado como exemplo de estudo, o atuador eletro-hidráulico e os modelos de atrito retirados da literatura, que serão aplicados para analisar a eficiência dos controladores, estruturas de aproximação e métodos de ajuste dos parâmetros no capítulo 7.

No capítulo 5, são propostas as modificações no método de controle e identificação da dinâmica do sistema, a variação do método de ajuste dos parâmetros, bem como é demonstrado sua estabilidade através da teoria de estabilidade de Lyapunov.

O capítulo 6 trata da metodologia que foi utilizada.

O capítulo 7 expõe e analisa os resultados obtidos através das simulações.

E no capítulo 8 são apresentadas as considerações finais desta tese.

Os apêndices, contêm as tabelas com os resultados obtidos pelas simulações.

2 CONTROLE POR MODO DESLIZANTE-SMC

Ao se projetar um controlador, é necessário obter um modelo teórico do sistema que se deseja controlar. Durante esse processo, é comum que o modelo teórico não seja igual ao sistema real. Isto acontece devido as dificuldades de modelagem, que podem ser: problemas ao mensurar os parâmetros do sistema, dinâmicas não modeladas, perturbações externas, ou fatores ambientais (espaço de trabalho não estruturado ou desgaste dos componentes), dentre muitas outras dificuldades. As diferenças apresentadas entre o modelo e a realidade se denominam incertezas, e estas podem resultar na diminuição da eficiência do controlador.

Além das incertezas, muitos sistemas encontrados, na prática, são não-lineares, o que dificulta o projeto dos controladores lineares mais comumente adotados. Nestes casos, para se utilizar um controlador linear, precisa-se linearizar o modelo do sistema em torno de um ponto, para que seja possível analisar a estabilidade do sistema e assim projetar o controlador. No caso de sistemas incertos, o modelo linearizado não representa corretamente o sistema real na região próxima ao ponto de linearização, resultando na redução da performance do controlador, e na possibilidade de que a estabilidade deduzida para o sistema teórico não seja plenamente garantida para a aplicação real.

Muitas estratégias de controle não-lineares foram propostas ao longo dos anos, tais como: linearização por realimentação; MRAC não linear; *backstepping*; controle SMC e método de controle baseados no método direto de Lyapunov. Estas estratégias buscam permitir um controle eficiente para sistemas não-lineares, mesmo na presença de elevadas incertezas ou perturbações. Dentre estes métodos, neste trabalho destaca-se, por sua robustez, o método de controle SMC, que será utilizado neste trabalho junto com suas variações como base para um controlador capaz de identificar dinâmicas não modeladas ou variações na dinâmica do sistema.

2.1 Análise de estabilidade pelo método de Lyapunov

Uma das principais preocupações no projeto de um controlador, é garantir que o erro do sistema convirja para o erro nulo, e sua estabilidade quando este for controlado. Um dos métodos mais utilizados para analisar a estabilidade dos controladores é a teoria de Lyapunov.

Para analisar a estabilidade de um sistema através do método de Lyapunov, é necessário avaliar uma função escalar V , que é análoga a uma função de energia do sistema. As condições necessárias para que este sistema apresente um ponto de equilíbrio

estável é que a função V seja positiva definida, e sua primeira derivada seja negativa definida, como pode ser observado em Ogata (2011). Uma função é positiva definida se $V(x) > 0$, para todo valor de x diferente de 0, e $V(0) = 0$. E uma função é negativa definida se $-V(x)$ for positiva definida.

Para analisar a estabilidade de um sistema massa mola amortecedor, apresentado na equação (2.1).

$$\ddot{x} = \frac{-b\dot{x} - kx}{m} \quad (2.1)$$

Considerando a função V como o somatório da energia potencial da mola e a energia cinética da massa, obtêm-se a seguinte expressão:

$$V = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \quad (2.2)$$

Derivando a expressão (2.2), tem-se:

$$\dot{V}(\dot{x}) = m\ddot{x}\dot{x} + kx\dot{x} \quad (2.3)$$

$$\dot{V}(\dot{x}) = -b\dot{x}^2 - kx\dot{x} + kx\dot{x} \quad (2.4)$$

$$\dot{V}(\dot{x}) = -b\dot{x}^2 \quad (2.5)$$

O que indica que a energia total do sistema apresentada na equação (2.2), irá se dissipar ao longo do tempo, até que o sistema se estabilize no ponto de equilíbrio.

Para analisar a estabilidade de um controlador, é necessário utilizar esta teoria em função do erro do sistema, sendo estável o método de controle que possibilite existir uma função V positiva definida em função do erro, que tenha sua primeira derivada negativa definida, resultando na redução da função V até o valor nulo, onde o vetor de erros também será nulo.

2.2 Controlador por modo deslizante com função relé.

Considerando um sistema SISO (do inglês *Single Input Single Output*) não-linear de ordem n , dado pela equação (2.6):

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} & i < n \\ \dot{x}_n &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u \\ y &= C\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ é o vetor de estados do sistema, f e b são funções não lineares que representam respectivamente, a dinâmica do sistema e o ganho da variável controlada, e u é o esforço de controle.

O sistema da equação (2.6) é considerado incerto quando as funções f e b não são conhecidas totalmente, sendo elas substituídas no projeto do controlador por aproximações, \hat{f} e \hat{b} .

O objetivo principal do controlador é fazer com que o vetor de estados do sistema convirja em tempo finito para um vetor de estados desejados do sistema ou referência, neste texto representado pelo vetor, $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_n]$. Assim, a diferença entre o estados do sistema e os estados desejados será o vetor dos erros dos estados $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{r}$.

Definindo $\sigma(t)$ como uma superfície no R^n , representada pela equação escalar $\sigma(\tilde{\mathbf{x}}, t) = 0$, na qual $\sigma : R^n \rightarrow R$, podendo ser representada pela equação (2.7):

$$\sigma = \lambda_1 \tilde{x}_1 + \dots + \lambda_i \tilde{x}_i + \dots + \tilde{x}_n \quad (2.7)$$

ou na forma vetorial, apresentada na equação (2.8) :

$$\sigma = \Lambda^T \tilde{\mathbf{x}} \quad (2.8)$$

Na equação (2.8), $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, 1]$, é um vetor composto pelos coeficientes da superfície de deslizamento que são escolhidos de modo que o polinômio característico associado a σ seja um polinômio de Hurwitz, ou seja, que os zeros desse polinômio estejam no lado esquerdo do plano complexo.

O método de controle por modo deslizante, como apresentado em Slotine e Li (1991), tem como ideia converter um problema de rastreamento de trajetória, ou minimização do erro $\tilde{\mathbf{x}}$, em um problema de estabilização em torno de σ . A lei de controle tem o objetivo de calcular u , de forma que o vetor $\tilde{\mathbf{x}}$ se aproxime e permaneça sobre a superfície $\sigma = 0$ e nela siga deslizando até o vetor $\tilde{\mathbf{x}}$ ser nulo. Desta forma, o deslocamento do erro no espaço de estados é dividido em duas fases: de aproximação e deslizante.

Durante a fase de deslizante o vetor $\tilde{\mathbf{x}}$ está sobre a superfície de deslizamento como mostrado nos exemplos seguintes.

Exemplo 2.1: Sistema de segunda ordem com o vetor de erros dos estados sobre a superfície de deslizamento $\sigma = 0$.

$$\begin{aligned} \sigma &= \lambda \tilde{x} + \dot{\tilde{x}} = 0 \\ \dot{\tilde{x}} &= -\lambda \tilde{x} \\ \tilde{x}(t) &= \tilde{x}(0) e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Exemplo 2.2: Sistema de terceira ordem com o vetor de erros dos estados sobre a superfície de deslizamento $\sigma = 0$.

$$\begin{aligned}\sigma &= \lambda(\lambda\tilde{x} + \dot{\tilde{x}}) + \lambda\dot{\tilde{x}} + \ddot{\tilde{x}} = 0 \\ \sigma &= \lambda^2\tilde{x} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \ddot{\tilde{x}} = 0 \\ \ddot{\tilde{x}} &= -\lambda^2\tilde{x} - 2\lambda\dot{\tilde{x}} \\ \tilde{x}(t) &= (\tilde{x}(0) + \dot{\tilde{x}}(0)t)e^{-\lambda t}\end{aligned}$$

De forma geral, tem-se:

$$\begin{aligned}\sigma &= \tilde{x}^{(n)} + (\lambda_1\tilde{x} + \lambda_2\dot{\tilde{x}} + \dots + \lambda_{n-1}\tilde{x}^{(n-1)}) = 0 \\ \tilde{x}^{(n)} &= -(\lambda_1\tilde{x} + \lambda_2\dot{\tilde{x}} + \dots + \lambda_{n-1}\tilde{x}^{(n-1)}) \\ \tilde{x}(t) &= (\tilde{x}(0) + \dot{\tilde{x}}(0)t + \dots + \tilde{x}^{(n-1)}(0)t^{n-1})e^{-\lambda t}\end{aligned}$$

Para garantir que a superfície de deslizamento σ seja atrativa ao vetor de erros, é necessário analisar a estabilidade do método pela teoria de Lyapunov como discutido na seção 2.1.

Analisando a primeira derivada da função positiva definida :

$$V = \frac{\sigma^2}{2} \quad (2.9)$$

Obtêm-se:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \sigma\dot{\sigma} \\ \dot{V} &= \sigma(\dot{\tilde{x}}^{(n)} + (\lambda_1\dot{\tilde{x}}_2 + \lambda_2\dot{\tilde{x}}_3 + \dots + \lambda_{n-1}\dot{\tilde{x}}_{n-1}))\end{aligned}$$

Substituindo o termo $(\lambda_1\tilde{x}_2 + \lambda_2\tilde{x}_3 + \dots + \lambda_{n-1}\tilde{x}_{n-1})$ por $\bar{\Lambda}^T\tilde{\mathbf{x}}$, onde é $\bar{\Lambda}^T = [0, \lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}]$. Obtendo a seguinte expressão para a primeira derivada da equação (2.9).

$$\dot{V} = \sigma(f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u - \dot{\tilde{x}}_{(nd)} + \bar{\Lambda}^T\tilde{\mathbf{x}})$$

Escolhendo a lei de controle como sendo:

$$u = b(\mathbf{x})^{-1}(-f(\mathbf{x}) + \dot{\tilde{x}}_{(nd)} - \bar{\Lambda}^T\tilde{\mathbf{x}} - K\text{sgn}(\sigma)) \quad (2.10)$$

onde $\text{sgn}(\sigma)$ é uma função que retorna 1 para $\sigma > 0$ e -1 para $\sigma < 0$ como pode ser observado na figura (1).

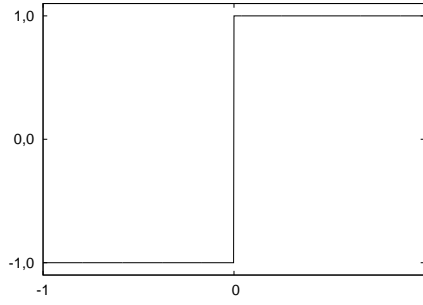


Figura 1 – Função sinal

Resulta que a derivada da função positiva definida (2.9), seja negativa definida, garantindo a convergência do vetor de erros para a superfície de deslizamento, como demonstrado na equação (2.11), desde que K seja uma função estritamente positiva.

$$\dot{V} = -\sigma K \operatorname{sgn}(\sigma) = -K \mid \sigma \mid < 0 \quad (2.11)$$

No caso do sistema ser incerto quando se substitui as funções $b(\mathbf{x})$ por \hat{b} e $f(\mathbf{x})$ por \hat{f} , é necessário atribuir uma função para K , de forma a garantir a robustez da lei de controle mediante as incertezas.

$$u = \hat{b}^{-1}(-\hat{f} + \dot{\hat{x}}_{(nd)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - K \operatorname{sgn}(\sigma)) \quad (2.12)$$

O que implica em:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma((f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + \hat{f} + (b(\mathbf{x}) - \hat{b})u + \hat{b}u - \dot{\hat{x}}_{(nd)} + \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}}) \\ \dot{V} &= \sigma((f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + (b(\mathbf{x}) - \hat{b})u - K \operatorname{sgn}(\sigma)) \\ \dot{V} &= \sigma((f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + (\frac{b(\mathbf{x})}{\hat{b}} - 1)(-\hat{f} + \dot{\hat{x}}_{(nd)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}}) - \frac{b(\mathbf{x})}{\hat{b}} K \operatorname{sgn}(\sigma)) \quad (2.13) \end{aligned}$$

Como pode ser observado em Utkin, Guldner e Shi (2009), de forma mais detalhada, para o vetor de estados atingir a superfície de deslizamento e iniciar o modo deslizante dentro de um tempo finito, é necessário que a derivada da função positiva definida de Lyapunov, referente a capacidade de atração da superfície de deslizamento (2.13), atenda o critério apresentado na equação (2.14).

$$\begin{aligned} \frac{d \mid \sigma \mid}{dt} &= \frac{\sigma(t) \dot{\sigma}(t)}{\mid \sigma(t) \mid} < -\eta \\ \dot{V} &= \sigma(t) \dot{\sigma}(t) < -\eta \mid \sigma(t) \mid \quad (2.14) \end{aligned}$$

Onde η é uma constante positiva, resultando que \dot{V} na equação (2.13), tem de ser menor que $-\eta | \sigma(t) |$. Para isso, segundo Slotine e Li (1991), é necessário que o valor de K atenda a inequação (2.15).

$$K \geq \beta(\eta + \mathbf{F}) + (\beta - 1) | -\hat{f} + r^{(n)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} | \quad (2.15)$$

O valor para β é definido a partir de uma margem de incerteza para o ganho do sistema. Supondo que o ganho do sistema seja limitado por uma faixa conhecida $b_{min} < b < b_{max}$ e considerando o ganho aproximado como sendo a média geométrica entre o ganho máximo e mínimo, $\hat{b} = \sqrt{b_{max}b_{min}}$, obtêm-se a seguinte expressão para β : $\beta > \sqrt{b_{max}b_{min}^{-1}}$, e \mathbf{F} é uma margem de incerteza da dinâmica do sistema, dado por $\mathbf{F} > | f(\mathbf{x}) - \hat{f} |$.

A seguir é utilizado um exemplo ilustrativo da utilização da técnica de controle apresentada na equação (2.12).

Exemplo 2.3: Controle de um oscilador de Van-der-pol, através do método de controle por modo deslizante com função relé.

Na figura (2(a)) observa-se que o vetor do erro no espaço de estados converge para a superfície de deslizamento e se mantém sobre ela até o ponto onde o erro é praticamente nulo. No entanto, devido à descontinuidade produzida pela função sinal, ocorre a oscilação de alta frequência no esforço de controle causando o fenômeno denominado de *chattering*, como pode ser observado na figura (2(b)), esse fenômeno em alguns casos é indesejado, uma vez que pode induzir modos de vibrações e como pode ser observado no gráfico do espaço de estados, produz oscilações de baixa amplitude e alta frequência como pode ser observado durante a fase de deslizamento na figura (2(a)).

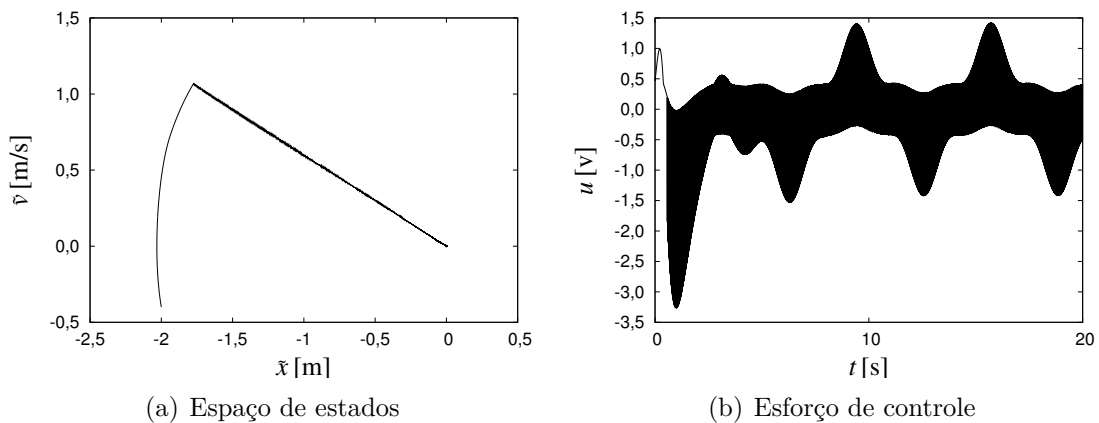


Figura 2 – Exemplo SMC função relé

2.3 Controle por modo deslizante suavizado.

Como demonstrado na seção 2.2, o *chattering* deve ser evitado em alguns casos, uma vez que esse chaveamento excessivo pode produzir o comportamento indesejado do sistema, como por exemplo, induzir modos de vibrações (no caso dos sistemas mecânicos), o que além de reduzir a eficiência do controlador, e com o tempo pode diminuir a vida útil do sistema.

A literatura propõe como alternativa substituir a função sinal descontínua por uma função suavizada contínua Shtessel et al. (2014), que podem ser funções tais como: saturação; tangente hiperbólica; sigmóide. Ou utilizar a técnica de controle por modo deslizante de alta ordem HOSM como em Rosales et al. (2017). Estas funções de suavização são apresentadas nas equações (2.16),(2.17) e (2.18) e no conjunto de figuras (3).

Função saturação:

$$v = sat(z, \phi) = \begin{cases} sgn(z) & |z| \geq \phi \\ \frac{z}{\phi} & |z| < \phi \end{cases} \quad (2.16)$$

Função tangente hiperbólica:

$$v = tanh(2z/\phi) \quad (2.17)$$

Função sigmóide:

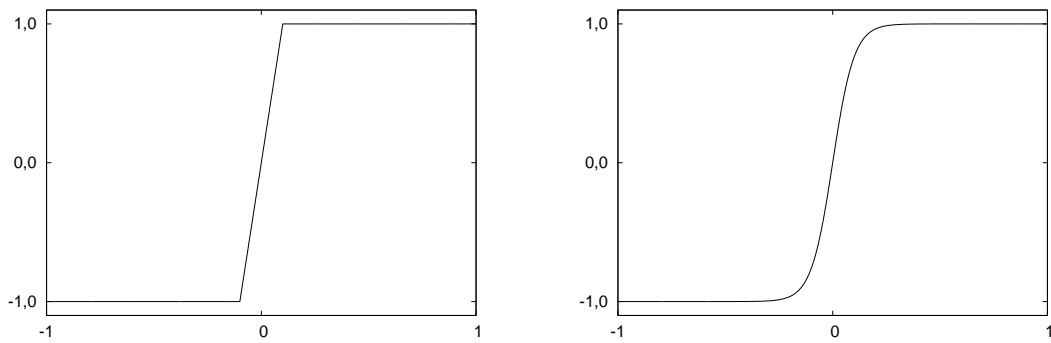
$$v = sigm(z, \phi) = \frac{|z|}{z + \phi} \quad (2.18)$$

Nas equações (2.16), (2.17) e (2.18), ϕ representa um fator de suavização a ser projetado de forma a reduzir o chaveamento de alta frequência da lei de controle a um valor tolerado para cada sistema.

Quando $|\sigma| > \phi$ a função saturação é igual a função sinal. As funções tangente hiperbólica e sigmóide tendem a convergir para a função sinal, dessa forma, utilizando o mesmo K descrito na equação (2.15), o critério estabelecido para convergência do vetor de erros até a região em torno da superfície de deslizamento limitado por ϕ e $-\phi$ é atendido.

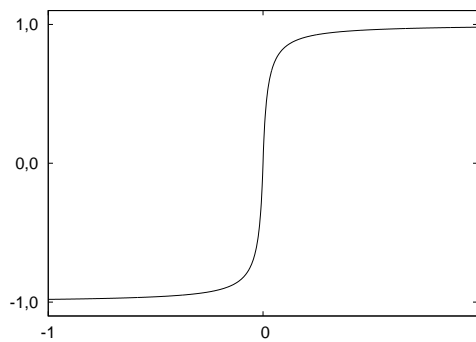
Entretanto quando $|\sigma| < \phi$, as funções de suavização apresentam valores no intervalo entre $[-1, 1]$, não garantindo a convergência do vetor de erros até a superfície de deslizamento. Implicando redução do erro residual a um ciclo limite em uma região próxima a superfície delimitada por $-\phi < \sigma < \phi$, como demonstrado em Bessa (2009). Assim, utilizando o K descrito pela equação (2.15) e substituindo a função sinal na lei de controle (2.12) por funções suavizadas (2.16), (2.17) e (2.18) obtêm-se as seguintes leis de controle:

$$u = \hat{b}^{-1}(-\hat{f} + r^{(n)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - K sat(\sigma, \phi)) \quad (2.19)$$



(a) saturação

(b) tangente hiperbólica



(c) sigmóide

Figura 3 – Funções de suavização

$$u = \hat{b}^{-1}(-\hat{f} + r^{(n)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - K \tanh(\phi \sigma)) \quad (2.20)$$

$$u = \hat{b}^{-1}(-\hat{f} + r^{(n)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - K \text{sigm}(\sigma, \phi)) \quad (2.21)$$

A seguir é apresentado um exemplo ilustrativo do desempenho de um controlador por modo deslizante suavizado utilizando como lei de controle apresentada nas equações (2.19), (2.20) e (2.21).

Exemplo 2.4: Controle de um oscilador de Van-der-pol, através do método de controle por modo deslizante suavizado.

Como pode ser observado nas figuras (4), (5) e (6), o tamanho do ciclo limite depende do valor escolhido para ϕ na função de suavização. O parâmetro ϕ por sua vez tem de ser escolhido de forma a garantir que a oscilação do esforço de controle esteja dentro do valor tolerado.

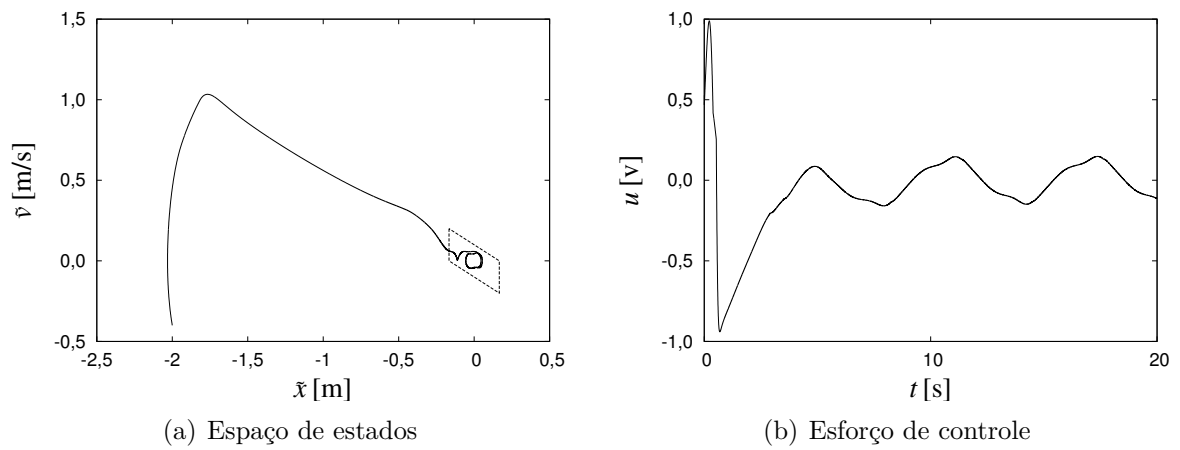


Figura 4 – Exemplo SMC com função saturação

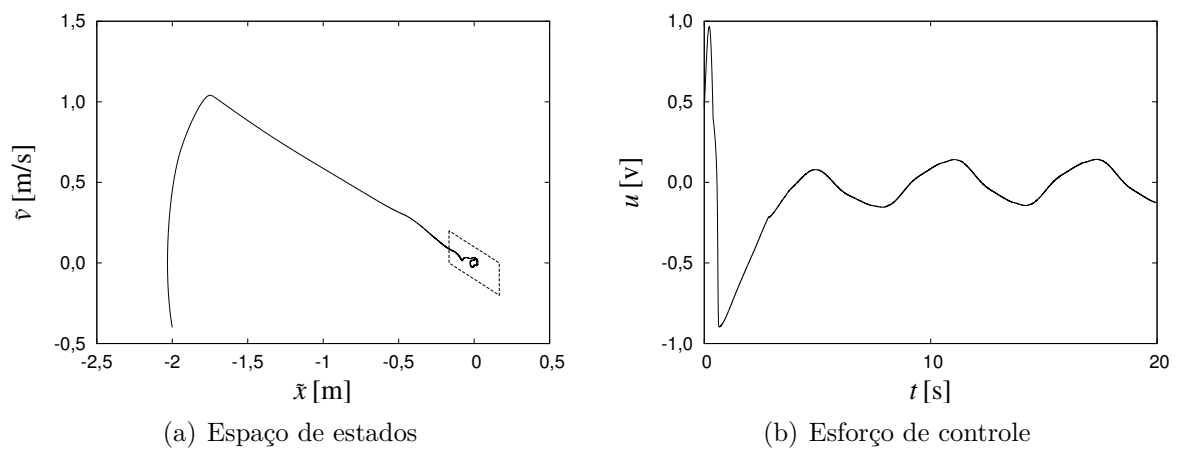


Figura 5 – Exemplo SMC com função tangente hiperbólica

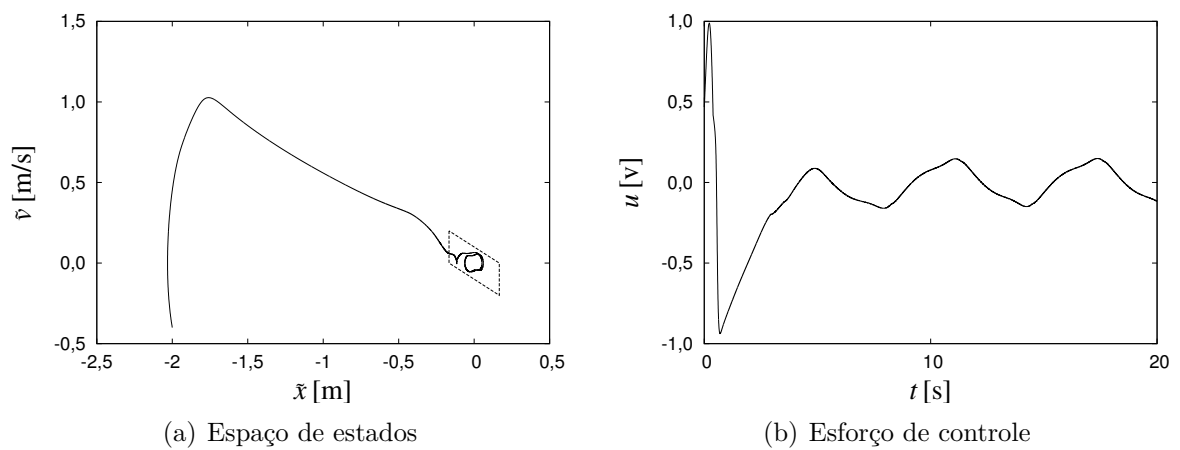


Figura 6 – Exemplo SMC com função sigmóide

2.4 Controle por modo deslizante com compensação

Para reduzir o erro residual causado pela região de suavização, alguns trabalhos como Santos (2013), Medeiros (2016), Tanaka (2017) utilizaram um termo de compensação na lei de controle (2.19) que será ajustado de forma a reduzir o erro residual a um valor tolerado.

$$u = \hat{b}^{-1}(-\hat{f} + r^{(n)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - Ksat(\sigma, \phi)) + D(\sigma) \quad (2.22)$$

A função de compensação D pode ser uma função *fuzzy*, uma rede neural ou até um controlador linear. Cada estratégia de compensação terá sua própria metodologia de ajuste dos parâmetros. Independentemente do tipo de função utilizada para a compensação, é necessário garantir que a compensação não afetará a estabilidade do controlador. Para isso, como demonstrado em Bessa, Dutra e Kreuzer (2010), é necessário modificar a função de ganho da função de saturação para a seguinte expressão:

$$K \geq \beta(\eta + \mathbf{F}) + (\beta - 1) | -\hat{f} + r^{(n)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} | + \hat{b} | D | \quad (2.23)$$

A seguir é apresentado um exemplo ilustrativo do desempenho de um controlador por modo deslizante com compensação utilizando como lei de controle apresentada na equação (2.22).

Exemplo 2.5: Controle de um oscilador de Van-der-pol, através do método de controle por modo deslizante com compensação *fuzzy*.

No conjunto de figuras (7) é observado o resultado obtido pela utilização da estratégia de compensação *fuzzy*, para a redução do ciclo limite a um valor tolerado, demonstrando que para uma configuração adequada dos parâmetros da função de compensação é possível obter um resultado satisfatório sem causar o *chattering*, no esforço de controle.

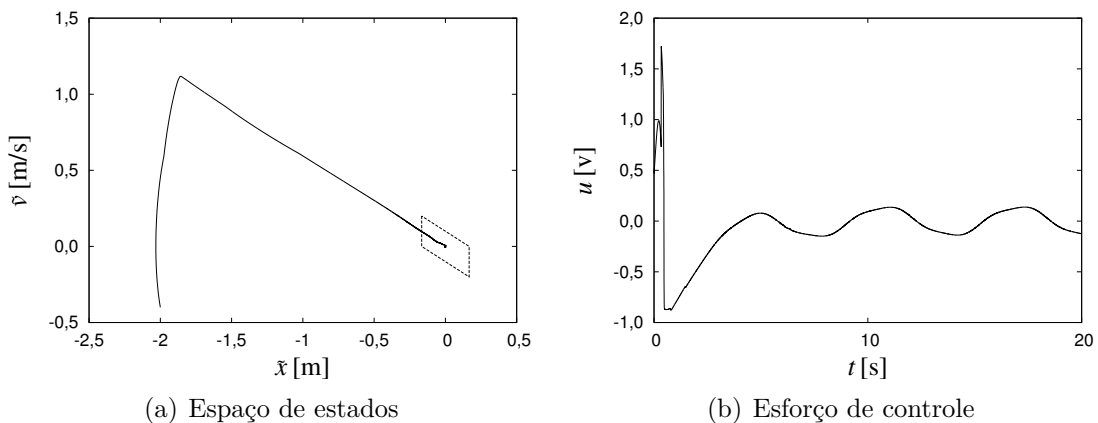


Figura 7 – Exemplo SMC suavizado com compensação

A função de compensação, apesar de não ter ligação direta com a dinâmica do sistema, é ajustada de forma a permitir que o sistema apresente um melhor funcionamento. O ajuste da função de compensação pode ser através de método eurístico ou de forma adaptativa, como será discutido na seção seguinte. No caso das funções ajustadas por um método eurístico, os parâmetros permanecem fixos, resultando em perda de eficiência no caso de sistemas que se modifiquem com o tempo, por isso, neste trabalho será utilizado o método de compensação adaptativa.

2.5 Controle por modo deslizante adaptativo

Apesar de sua robustez, o método de controle por modo deslizante tem seu desempenho reduzido nos casos que apresenta elevado nível de incertezas, quando se utiliza a função tipo relé, como apresentado na seção 2.2, o erro do sistema é reduzido a valores tolerados, mas o rápido chaveamento resulta no *chattering*, e quando se utiliza uma função de suavização, como apresentado na seção 2.3, o *chattering* é reduzido no entanto o erro é ampliado apesar de permanecer em uma região limitada. A adoção de uma estratégia de compensação, como apresentado na seção 2.4, permite reduzir o ciclo limite a valores tolerados sem que ocorra o *chattering*, porém requer o ajuste dos parâmetros da função de compensação, no caso da utilização de parâmetros fixos, obtêm resultado satisfatório, com tudo se ocorrer a variação da dinâmica do sistema este voltará a apresentar o erro residual.

A literatura recente aborda diversas variações da técnica de controle por modo deslizante adaptativos como por exemplo: em Cheng (2016) é utilizado um controlador de modo deslizante adaptativo *fuzzy* baseado em B-spline, obtido através da combinação de um controlador de identificação adaptativa *fuzzy* e um de controlador de compensação baseado em B-spline; em Hu et al. (2016) foi apresentado um controlador ASMC para um sistema não-linear MIMO com atraso na entrada, onde a lei adaptativa ajusta os termos do vetor de ganho da robustez; Ayadi et al. (2017) utilizou uma compensação adaptativa proporcional derivativa em relação a distância a superfície de deslizamento como alternativa para simplificar a compensação do erro residual; e em Yao, Deng e Jiao (2015) foi aplicado o método adaptativo para ajustar o modelo do sistema reduzindo o nível de incerteza e obtendo assim um desempenho melhor do controlador.

De forma geral, independente da técnica adotada para ajustar os parâmetros, se a função ajustada representa uma compensação, o fator de robustez ou representa uma parte da dinâmica do sistema, é possível utilizar estas técnicas de modelagem adaptativa para conseguir reduzir os erros do sistema a valores tolerados.

Neste sentido, essa seção tratará de duas das variações encontradas na literatura do método ASMC, em um breve resumo de como é obtido ajuste dessas funções, que serão

discutidos aprofundadamente no Capítulo 3. Independente da técnica de ajuste adotada é necessário que o método de ajuste dos parâmetros não interfira na estabilidade do controlador, durante a fase de ajuste. Para garantir isso utiliza-se a teoria de estabilidade de Lyapunov que já foi apresentada na seção 2.1.

2.5.1 Controle por modo deslizante com modelo adaptativo

Nesta seção será considerado a lei de controle obtido pelo método SMC com função suavização apresentadas na seção 2.3, substituindo o modelo aproximado da dinâmica do sistema por uma função cujos parâmetros serão ajustados através de um método adaptativo. O erro de aproximação da dinâmica do sistema é definido como sendo a diferença entre a dinâmica real do sistema e a seu modelo aproximado, equação (2.24).

$$\begin{aligned} E &= x^{(n)} - \hat{x}^{(n)} \\ E &= x^{(n)} - \hat{f} - \hat{b}u \\ E &= (f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + (b(\mathbf{x}) - \hat{b})u \end{aligned} \quad (2.24)$$

Organizando a equação representativa do sistema em forma vetorial, onde o vetor ψ representa as variáveis do sistema e o vetor θ os parâmetros.

$$x^{(n)} = \theta^* \psi \quad (2.25)$$

$$\hat{x}^{(n)} = \hat{\theta} \psi \quad (2.26)$$

Na equação (2.25), o termo θ^* , representa o vetor de parâmetros ideais para perfeita representação da dinâmica do sistema e $\hat{\theta}$ os parâmetros aproximados assim a equação (2.24), pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E &= x^{(n)} - \hat{x}^{(n)} \\ E &= (\theta^* - \hat{\theta})^\top \psi \\ E &= \Delta^\top \psi \end{aligned} \quad (2.27)$$

Onde Δ representa o vetor de erros de aproximação dos parâmetros θ . Quando o sistema não varia ou varia lentamente é possível considerar que os parâmetros θ^* são constantes e dessa forma, $\dot{\Delta} = -\dot{\hat{\theta}}$.

Os métodos de ajuste adaptativos, como podem ser observados em Ioannou e Sun (1996) normalmente são deduzidos a partir de uma função de custo, o que será

abordado no capítulo 3. Neste ponto considere apenas a equação (2.28), com um exemplo de lei adaptativa, que será demonstrado posteriormente, sendo denominada do método do gradiente.

$$\dot{\Delta} = -\dot{\theta} = -\Gamma\psi E \quad (2.28)$$

Analisando a função positiva definida, equação (2.29), que terá como objetivo verificar se o erro de aproximação do sistema será reduzido até o ponto de estabilidade onde o vetor Δ seja nulo.

$$V = \frac{\Delta^T \Gamma^{-1} \Delta}{2} \quad (2.29)$$

Derivando (2.29), obtêm-se a seguinte expressão.

$$\dot{V} = \frac{\dot{\Delta}^T \Gamma^{-1} \Delta}{2} + \frac{\Delta^T \Gamma^{-1} \dot{\Delta}}{2} \quad (2.30)$$

substituindo (2.28) e (2.27) em (2.30) e utilizando o princípio da comutatividade do produto escalar obtêm-se:

$$\dot{V} = \frac{-E\psi^T \Delta}{2} + \frac{-\Delta^T \psi E}{2} = -E^2 \quad (2.31)$$

Pela análise da função (2.31), é possível constatar que o \dot{V} é negativa definida e só terá seu valor nulo quando $E = 0$ o que indica que a lei adaptativa (2.28) não afeta a estabilidade do controlador.

A seguir é apresentado um exemplo ilustrativo do desempenho de um controlador por modo deslizante suavizado utilizando como lei de controle, equação (2.19), a qual utilizou a lei adaptativa (2.28) para ajustar os parâmetros do modelo aproximado.

Exemplo 2.6: Controle de um oscilador de Van-der-pol, através do método de controle por modo deslizante suavizado com modelo adaptativo.

Como foi discutido na seção 2.3 a robustez do controlador é garantida para $|\sigma| > \phi$, e como pode ser observado na figura (8(a)), em decorrência da redução da incerteza do sistema também é possível observar a redução do erro residual sem que ocorra o aparecimento do *chattering*, como pode ser observado na figura (8(b)).

2.5.2 Controle por modo deslizante com compensação adaptativa

Considerando como lei de controle o controlador apresentado no seção 2.4, admitindo que existe uma compensação ideal D^* capaz de reduzir o erro do sistema a um

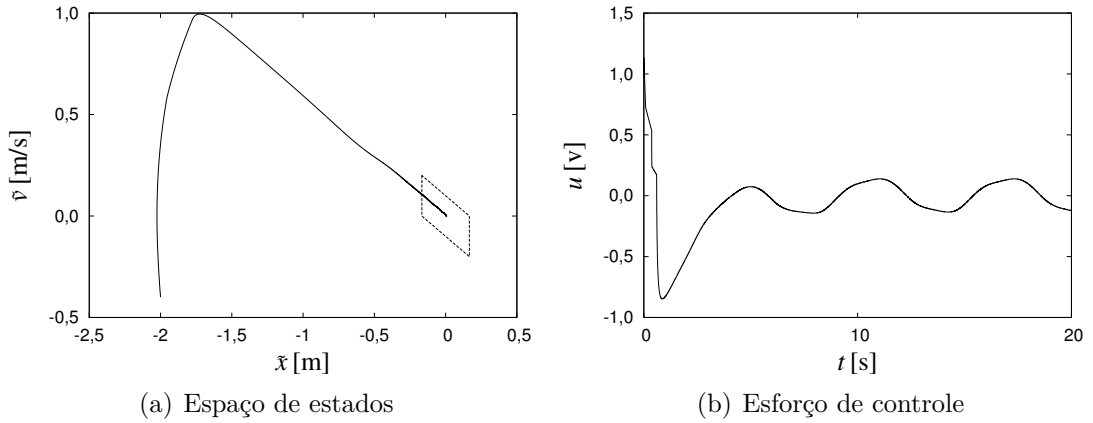


Figura 8 – Exemplo SMC suavizado com modelo adaptativo

valor tolerado, a lei adaptativa terá como objetivo de ajustar os parâmetros da função de compensação para que esta compensação se comporte conforme a compensação ideal. Dessa forma o erro de aproximação será em função da diferença entre a compensação ideal e a compensação aproximada apresentada na equação (2.32).

$$\begin{aligned}
 E &= D^* - D \\
 E &= (\theta^* - \hat{\theta})\psi \\
 E &= \Delta\psi
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Em (2.32), θ^* são os parâmetros ideais para a função de compensação, $\hat{\theta}$ os parâmetros aproximados e ψ o vetor com as variáveis que representam a estrutura de aproximação adotada para representar esta compensação, que serão melhor discutidas no capítulo 3. Como não se conhece o valor da compensação ideal e não existe uma correlação direta do erro de aproximação com a dinâmica do sistema é necessário buscar outro caminho para obter a lei adaptativa.

Reorganizando a equação (2.22) obtêm-se o seguinte termo que pode ser substituído na derivada da função σ , como apresentado na equação (2.33).

$$\begin{aligned}
 -\hat{f} + r^{(n)} - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - \hat{b}u &= -\hat{b}D(\sigma) + K \text{sat}(\sigma, \phi) \\
 \dot{\sigma} &= (f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + \hat{f} + (b(\mathbf{x}) - \hat{b})u + \hat{b}u - \dot{x}_{(nd)} + \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} \\
 \dot{\sigma} &= (f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + (b(\mathbf{x}) - \hat{b})u + \hat{b}D(\sigma) - K \text{sat}(\sigma, \phi)
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Como hipótese D^* é uma função capaz de obter redução do erro residual a valores

tolerados, isso implica que:

$$\dot{\sigma} = (f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + (b(\mathbf{x}) - \hat{b})u + \hat{b}D^*(\sigma) - Ksat(\sigma, \phi) = -\eta sgn(\sigma) \quad (2.34)$$

Desta forma, somando $\hat{b}(D^* - D^*)$, na equação (2.33), será obtido a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= (f(\mathbf{x}) - \hat{f}) + (b(\mathbf{x}) - \hat{b})u + \hat{b}D^*(\sigma) + \hat{b}(D(\sigma) - D^*(\sigma)) - Ksat(\sigma, \phi) \\ \dot{\sigma} &= -\eta sgn(\sigma) - \hat{b}E \end{aligned} \quad (2.35)$$

Analisando a estabilidade deste método pela teoria de estabilidade de Lyapunov, a função positiva definida V apresentada na equação (2.36), apresentará como primeira derivada a função (2.37), desde que seja possível considerar que o ganho aproximado do controlador \hat{b} seja constante.

$$V = \frac{\sigma^2}{2} + \hat{b} \frac{\Delta^T \gamma^{-1} \Delta}{2} \quad (2.36)$$

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} + \hat{b} \dot{\Delta}^T \gamma^{-1} \Delta \quad (2.37)$$

substituindo (2.35) em (2.37):

$$\dot{V} = -\eta |\sigma| - \hat{b}E\sigma + \hat{b}\dot{\Delta}^T \gamma^{-1} \Delta \quad (2.38)$$

Se $-\hat{b}E\sigma + \hat{b}\dot{\Delta}^T \gamma^{-1} \Delta = 0$, garante-se a estabilidade desse método por uma vez que a função (2.38) será negativa definida. E assim obtêm-se a seguinte lei adaptativa:

$$\dot{\Delta} = -\dot{\theta} = \gamma \psi \sigma \quad (2.39)$$

A seguir é apresentado um exemplo ilustrativo do desempenho de um controlador por modo deslizante com compensação adaptativa utilizando como lei de controle a equação (2.22), na qual foram ajustados os parâmetros da função de compensação *fuzzy* através da lei adaptativa (2.39).

Exemplo 2.7: Controle de um oscilador de Van-der-pol, através do método de controle por modo deslizante suavizado com compensação adaptativa.

No conjunto de figuras (9) verifica se que este método consegue obter desempenho semelhante ao apresentado na seção 2.4, com a diferença que este método permite o ajuste

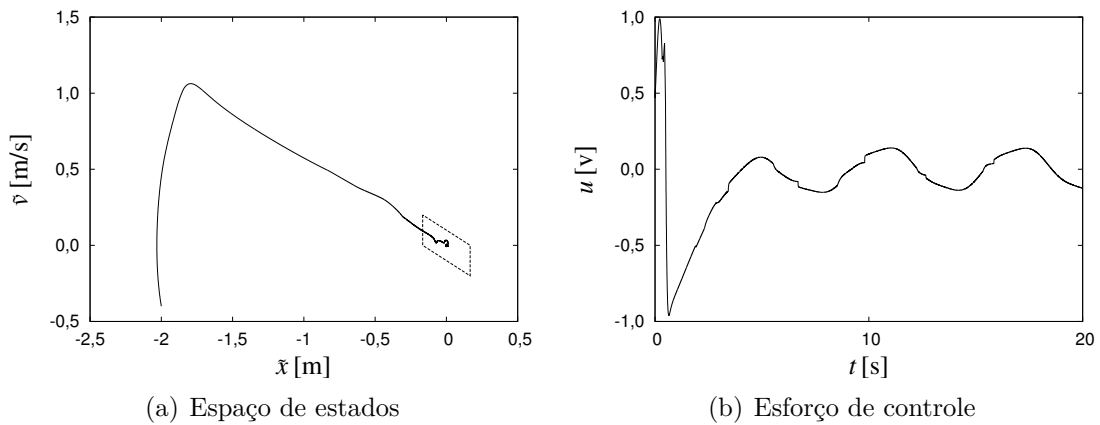


Figura 9 – Exemplo SMC suavizado com compensação adaptativa

dos parâmetros em tempo real da mesma forma que o método descrito na seção 2.5.1. Analisando em termos do esforço computacional o método com compensação adaptativa tem menor complexidade por não necessitar realizar diversas derivações dos estados do sistema. No entanto, apresenta a desvantagem das informações colhidas pela aproximação da função não ter correlação direta com a dinâmica do sistema. Desta forma, seria interessante obter um método capaz de conciliar a capacidade de reconhecer a dinâmica do sistema que não foram modeladas a priori, a simplicidade do controle por modo deslizante com compensação adaptativa.

3 MÉTODOS DE APROXIMAÇÃO

Como demonstrado no capítulo anterior, o método de controle por modo deslizante adaptativo, ASMC, permite reduzir o erro do sistema a valores tolerados sem causar o *chattering*, isso graças ao reconhecimento adaptativo da compensação ou do modelo do sistema. Para isso, é necessário utilizar uma estrutura de aproximação da função que representará a compensação na lei de controle ou a dinâmica aproximada do sistema. Junto com um método de ajuste que terá como finalidade encontrar os parâmetros mais adequados para a estrutura de aproximação.

Existem na literatura, diversas funções que podem ser utilizadas como estruturas de aproximação, tais como: a própria equação física do sistema (LEE et al., 2015; LI et al., 2017; YAO; DENG; JIAO, 2015), redes neurais como *perceptron* de múltiplas camadas (ACHILI et al., 2015), RBF (ZHAO; YANG; ZONG, 2017; TRAN; KANG, 2017), funções polinomiais (PRÍĆ et al., 2016), *spline* (CHENG, 2016), funções de pertinência *fuzzy* (WANG et al., 2017; WANG; FEI, 2016; LI et al., 2016; CHEN; GONG, 2017), ou a combinação de dois métodos como em Ahmadi, Nourisola e Tavakoli (2017) que utilizou a combinação de *wavelet* com RBF e *wavelet* com SVM.

Neste capítulo, são apresentadas as estruturas de aproximação que serão utilizadas ao longo deste trabalho, sendo elas, polinômio de Legendre, funções de base radial e funções de pertinência *fuzzy*. A escolha destes métodos foi motivada por estas funções serem consideradas aproximadores universais, apresentarem baixa complexidade e permitirem ser organizadas no formato de um produto escalar, equação (3.1).

$$\hat{f} = \theta^\top \psi \quad (3.1)$$

3.1 Estruturas de aproximação

Como apresentado em Farrell e Polycarpo (2006), as estruturas de aproximação podem ser do tipo local ou global.

Definição 3.1: Uma função $\hat{f}(x, \hat{\theta})$ é uma estrutura de aproximação local para $f(x)$ em torno de x_0 se para qualquer ϵ existir $\hat{\theta}$ e δ tal que $\|f(x) - \hat{f}(x, \hat{\theta})\| \leq \epsilon$ para todo $x \in B(x_0, \delta) = \{x \mid \|x - x_0\| \leq \delta\}$ (FARRELL; POLYCARPO, 2006).

Onde $B(x_0, \delta)$ é a região onde esta aproximação é válida.

Definição 3.2: Uma função $\hat{f}(x, \hat{\theta})$ é uma estrutura de aproximação global para uma dada função $f(x)$ em um domínio D se para um dado ϵ existir um $\hat{\theta}$ que permita

$\| f(x) - \hat{f}(x, \hat{\theta}) \| \leq \epsilon$ para todo $x \in D$ (FARRELL; POLYCARPO, 2006).

Pode-se apontar como exemplos de estruturas de aproximações locais, funções constantes ou lineares. Para afirmar se uma estrutura de aproximação é local ou global, dependerá do sistema que será representado por essa estrutura. Uma estrutura de aproximação linear pode ser global para um sistema linear, e para um sistema não linear ser considerada local por ser válida para determinada região desse domínio.

3.1.1 Método físico

Quando o sistema apresenta apenas incertezas paramétrica e seu modelo é bem conhecido, a abordagem mais adequada é utilizar o próprio modelo físico como estrutura de aproximação.

Este método consiste em separar em um vetor os parâmetros desconhecidos da equação do sistema e o vetor das variáveis desse sistema.

Considerando como exemplo, o seguinte sistema genérico não linear de segunda ordem:

$$\ddot{X} = a_1 X + a_2 \dot{X} + a_3 \sin(X) + bF \quad (3.2)$$

Nesta equação, os termos a_1 , a_2 e a_3 são valores escalares desconhecidos, e b um valor escalar que representa o ganho do esforço de controle. Assim é possível organizar esta equação no formato da equação (3.1).

$$\ddot{X} = [a_1, a_2, a_3, b]^T [X, \dot{X}, \sin(X), F] \quad (3.3)$$

Dessa forma $\theta^T = [a_1, a_2, a_3, b]$ e $\psi = [X, \dot{X}, \sin(X), F]$.

Porém, nos casos onde existem termos desconhecidos internos nas funções do vetor ψ ou nos casos em que há dinâmica não modelada, a literatura indica que este método pode perder eficiência (FARRELL; POLYCARPO, 2006). E a substituição dessas funções por outras estruturas de aproximação podem ser mais interessantes.

3.1.2 Polinômios de Legendre

A aproximação polinomial é um método que foi muito utilizado ao longo da história, para aproximação de um conjunto de dados. Por isso é importante analisá-lo quando se deseja discutir o problema de ajuste de um modelo matemático para representar uma função desconhecida. Para esse fim, pode-se utilizar a seguinte função:

$$\hat{f} = \sum_{i=0}^{i=N} \theta_i x^i \quad (3.4)$$

Na equação (3.4) N é grau do polinômio.

No entanto, os termos do vetor ψ no intervalo $x \in [-1,1]$, apresentam a tendência de convergir para zero. O que resulta em uma dificuldade de representar adequadamente funções nesse intervalo. Como apresentado em Farrell e Polycarpo (2006), nos casos onde isto pode ocorrer existe a opção de utilizar os polinômios de Legendre. A equação geral deste polinômio é apresentada em (3.5).

$$\psi_{j+1}(x) = \frac{2j+1}{j+1}x\psi_j(x) - \frac{j}{j+1}\psi_{j-1}(x) \quad (3.5)$$

Na equação 3.5, $\psi_0 = 1$, e ψ inferior a 0 será nulo. Desenvolvendo os 6 primeiros termos da equação (3.5), pode se observar que no intervalo $x \in [-1,1]$, os termos pares não convergem para zero, enquanto que os termos ímpares convergem para zero.

$$\begin{aligned} \psi_0(x) &= 1 \\ \psi_1(x) &= x \\ \psi_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \\ \psi_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) \\ \psi_4(x) &= \frac{1}{8}(35x^4 - 70x^2 + 3) \\ \psi_5(x) &= \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x) \end{aligned}$$

Este método permite ajustar funções de forma contínua, o que possibilita facilmente diferenciar a função aproximada. Mas, por outro lado, quando a função que se deseja aproximar é descontínua, esta característica faz com que seja necessário um polinômio de grau elevado, o que pode ser um empecilho na utilização desse método. Na figura (10) é apresentado como se dá a disposição das seis primeiras funções polinomiais.

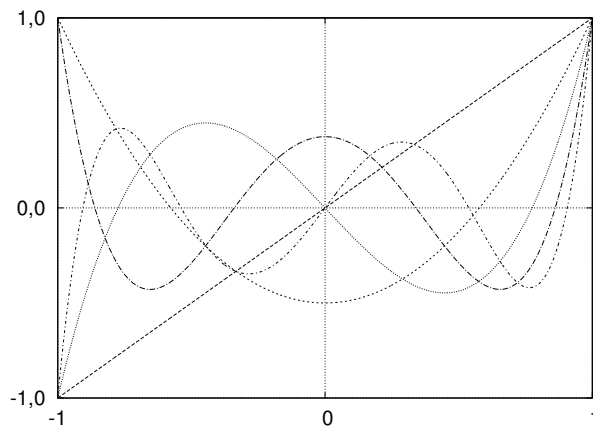


Figura 10 – Distribuição dos polinômios de Legendre

3.1.3 Funções de base radial

As funções de base radial-RBF, como apresentadas em HAYKIN (2001), são funções que dependem da distância do vetor de entrada, X , para centro da função, c , a qual normalmente é utilizada a distância euclidiana. Estas funções têm seus centros definidos no R^n e apresentam uma região de abrangência determinada pela variável, ε .

Uma função aproximada por uma RBF será da seguinte forma:

$$\hat{f} = \theta^\top \psi \quad (3.6)$$

Na equação (3.6) ψ é a função de base radial e θ são os pesos da função que serão aproximados. Uma função de base radial pode ser do tipo: gaussiana (3.7); quadrática (3.8); quadrática inversa (3.9); além de outros tipos que não serão abordados neste texto.

$$\psi(\|x - c_i\|) = e^{-(\varepsilon_i \|x - c_i\|)^2} \quad (3.7)$$

$$\psi(\|x - c_i\|) = \sqrt{1 + (\varepsilon_i \|x - c_i\|)^2} \quad (3.8)$$

$$\psi(\|x - c_i\|) = \frac{1}{1 + (\varepsilon_i \|x - c_i\|)^2} \quad (3.9)$$

Essas funções são dispostas ao longo do domínio da função que se deseja aproximar como apresentando nas figuras (11), (12) e (13).

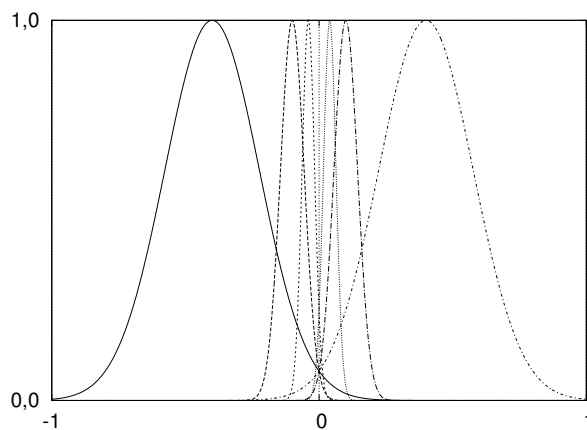


Figura 11 – Distribuição das RBF gaussianas

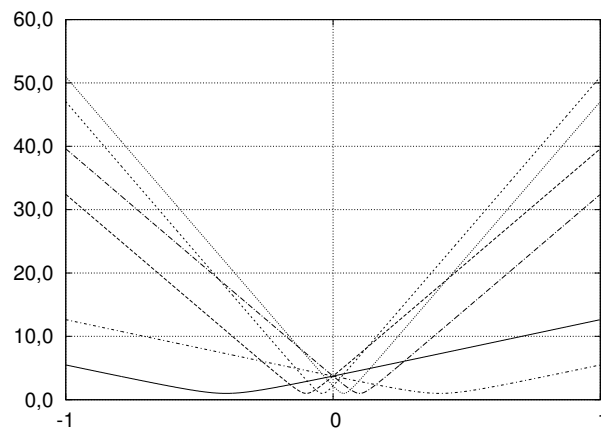


Figura 12 – Distribuição das RBF quadráticas

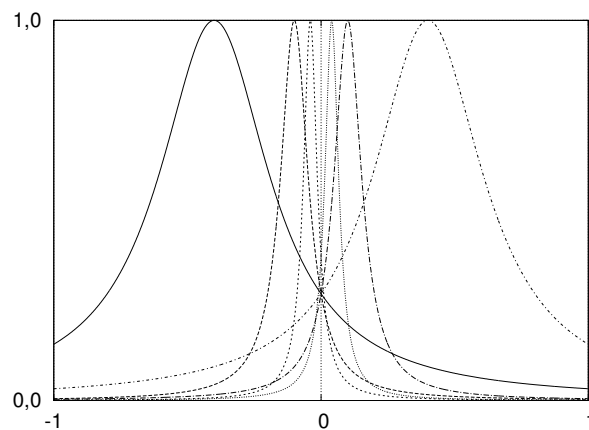


Figura 13 – Distribuição das RBF quadráticas inversa

3.1.4 Funções fuzzy

Aproximar uma função por conjuntos *fuzzy*, como apresentada em Jang, Sun e Mizutani (1997), consiste em dividir o domínio no qual esta função estará inserida, denominado de universo de discurso, associando a cada divisão do domínio a um conjunto *fuzzy*. Estes conjuntos diferem dos conjuntos booleanos por apresentarem uma faixa de transição entre pertencer e não pertencer. Essa faixa é representada por funções denominadas de pertinência, que retornam o quanto determinado elemento do domínio pertence a cada conjunto *fuzzy*. Com o intuito de simplificar o processo de cálculo as funções de pertinência são dispostas de forma que o somatório de todas as funções para o mesmo ponto seja sempre um, garantindo assim a normalização do vetor de grau de pertinência.

As funções de pertinência mais utilizadas normalmente são funções do tipo trapezoidal (3.10), triangular (3.11) e gaussianas que já foram mencionadas na subseção

anterior.

$$\psi(x, a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ 1, & b < x < c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d \\ 0, & x > d \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\psi(x, a, b, c) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x < b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \\ 0, & x > c \end{cases} \quad (3.11)$$

Neste trabalho, apenas funções *fuzzy* descritas em um único universo de discurso serão utilizadas, não necessitando assim associar as funções representadas em mais de um universo de discurso o que é obtido através de uma T-norma como foi utilizado em Santos (2013). A função aproximada por um sistema de inferência *fuzzy* composto por funções, triangulares e trapezoidais dividirão o domínio como apresentado na figura (14) e a função que representará esse sistema de inferência em um único universo de discurso será representado pela equação (3.12).

$$\hat{f} = \theta^T \psi \quad (3.12)$$

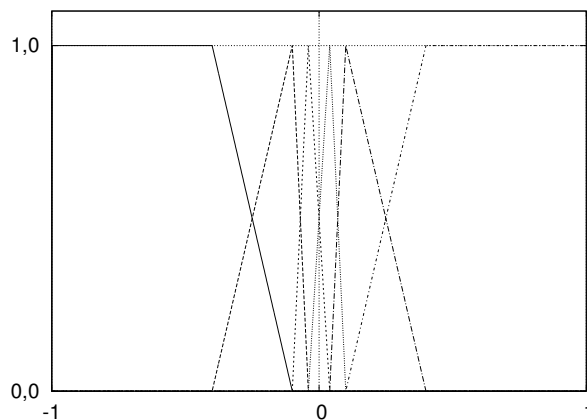


Figura 14 – Distribuição das funções de pertinência

3.2 Métodos para ajustes dos parâmetros

Considerando que se deseja aproximar os parâmetros $\hat{\theta}$ de uma função $\hat{f}(x, \hat{\theta})$ com a intenção de representar uma função ideal desconhecida $f(x)$ com um erro de aproximação, $E = f(x) - \hat{f}(x, \hat{\theta})$, seja inferior a um valor predeterminado ϵ admissível.

Nesta seção será apresentado os métodos de ajuste adaptativo dos parâmetros das estruturas de aproximação utilizadas ao longo deste trabalho.

3.2.1 Método do gradiente

Como apresentado em Ioannou e Sun (1996), o método do gradiente tem como principal característica sua simplicidade. Seu conceito básico de funcionamento é partir de um vetor $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}_0$, que ao longo do tempo será atualizado no sentido de produzir a maior redução de uma função de custo $J(E)$. Este método apresentará uma função de ajuste na forma da equação (3.13).

$$\dot{\Delta} = -\Gamma \nabla J(E) \quad (3.13)$$

Em (3.13), Γ é uma matriz diagonal positiva e seus termos estão ligados a taxa de convergência de cada parâmetros θ , denominada matriz de ganhos adaptativos. A função de custo J que aparece na equação (3.13) pode ser descrita da seguinte forma:

$$J = \frac{E^2}{2} = \frac{(Y - \hat{\theta}^T \psi)^2}{2} \quad (3.14)$$

Encontrando o gradiente função de custo (3.14) em θ :

$$\nabla J(\hat{\theta}) = (Y - \hat{\theta}^T \psi) \psi = E \psi \quad (3.15)$$

substituindo (3.15) em (3.13) obtêm-se:

$$\dot{\Delta} = -\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \nabla J(\theta) = -\Gamma E \psi \quad (3.16)$$

Como mencionado no capítulo 2, é necessário analisar a estabilidade da lei adaptativa para garantir que a incerteza do sistema será reduzida continuamente até o erro de estimativa nulo. Para isso, analisa-se a seguinte função que deve respeitar o critério de estabilidade de Lyapunov:

$$V = \frac{\Delta^T \Gamma^{-1} \Delta}{2} \quad (3.17)$$

Derivando (3.17) em relação ao tempo e substituindo $\dot{\Delta}$ pela lei adaptativa (3.16), resulta

na seguinte expressão:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \frac{\dot{\Delta}^T \Gamma^{-1} \Delta}{2} + \frac{\Delta^T \Gamma^{-1} \dot{\Delta}}{2} \\ \dot{V} &= \frac{-E^2}{2} - \frac{E^2}{2} = -E^2 < 0\end{aligned}$$

Utilizando a teoria de estabilidade de Lyapunov para analisar, a equação (3.17), é possível afirmar que a função positiva definida (3.17) tem como ponto de equilíbrio o vetor $\Delta = 0$, uma vez que sua primeira derivada é negativa definida, quando se utiliza o método do gradiente (3.16) para ajustar seus parâmetros. Desta forma, a incerteza diminuirá, desde que o vetor θ^* seja quase estático. Por essa análise não é possível afirmar quanto tempo será necessário para atingir o valor $\Delta = 0$.

Após esta breve apresentação, pode-se concluir que a principal vantagem deste método é sua simplicidade, em contra partida não é apresentado um critério para escolha dos termos da matriz Γ .

3.2.2 Método de mínimos quadrados recursivo

O método de mínimos quadrados pode ser apresentado de duas formas, um método de ajuste em lotes e sua versão recursiva. Ambos os métodos consistem em ajustar os parâmetros de um modelo matemático, a partir de um conjunto de dados, minimizando a soma dos quadrados das diferenças entre os dados observados e calculados.

No caso do método recursivo, como pode ser observado em Ioannou e Sun (1996), considere a função de custo $J(E)$ descrita pela equação (3.18).

$$J = \frac{1}{2} \int (y(\tau) - \theta(t)^T \psi(\tau))^T (y(\tau) - \theta(t)^T \psi(\tau)) d\tau \quad (3.18)$$

Calculando o gradiente desta função de custo (3.18) em função de $\hat{\theta}$ e igualando a zero e organizando, obterá a seguinte expressão:

$$\hat{\theta} = \left(\int \psi(\tau)^2 d\tau \right)^{-1} \int y(\tau) \psi(\tau) d\tau \quad (3.19)$$

Para calcular a lei adaptativa pelo método de mínimos quadrados, deriva-se a equação (3.19) em função do tempo, resultando no conjunto de equações (3.20).

$$\begin{aligned}\dot{\Delta} &= -\theta = -P\psi E \\ \dot{P} &= -P\psi\psi^T P\end{aligned} \quad (3.20)$$

Na equação (3.20) P é denominado matriz de covariância, sendo ela iniciada como uma matriz diagonal principal positiva P_0 , que se modificará dependendo do vetor ψ .

Assim é reduzida a necessidade de se estipular corretamente os ganhos adaptativos do método, como ocorre no método do gradiente.

Para analisar a estabilidade da lei adaptativa (3.20) primeiramente é necessário realizar as seguintes operações matemáticas, na matriz \dot{P} .

$$\begin{aligned} PP^{-1} &= I \\ \dot{P}^{-1}P &= -P^{-1}\dot{P} \\ \dot{P}^{-1}P &= -P^{-1} - P\psi\psi^T P \\ \dot{P}^{-1} &= \psi\psi^T \end{aligned}$$

Considerando a função positiva definida (3.21), utilizando o mesmo método de análise já utilizado para o método do gradiente, obtêm-se a função negativa definida (3.22).

$$V = \frac{\Delta^T P^{-1} \Delta}{2} \quad (3.21)$$

onde sua primeira derivada será:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\dot{\Delta}^T P^{-1} \Delta}{2} + \frac{\Delta^T \dot{P}^{-1} \Delta}{2} \\ \dot{V} &= -E^2 + \frac{E^2}{2} = -\frac{E^2}{2} < 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

Portanto, o método apresentado em (3.20) atende o critério de estabilidade de Lyapunov, o que, como foi dito, significa que a função (3.21) será reduzida até atingir o valor nulo, garantindo que o vetor Δ convergirá para $\Delta = 0$.

Apesar desse método de ajuste não necessitar da escolha adequada da matriz de ganhos, o que é uma vantagem em relação ao método do gradiente, este método apresenta como desvantagem ser mais complexo.

Outro ponto negativo desse método é a possibilidade de que a matriz de covariância se torne pequena, o que resulta em taxa de convergência lenta. Uma opção para evitar isso é calcular a norma da matriz P , se esta norma for menor do que um valor predefinido, substituir a matriz P pela matriz P_0 .

3.2.3 Método de mínimos quadrados com fator de esquecimento

Uma variação do método de mínimos quadrados recursivo é o método de mínimos quadrados com fator de esquecimento, descrito na equação (3.23), na qual ν é uma constante positiva pequena denominada de fator de esquecimento. O fator de esquecimento tem o intuito de priorizar os pontos que foram medidos a menos tempo em detrimento

dos pontos mais antigos, o que é útil nos casos onde os parâmetros do sistema variam lentamente.

$$\begin{aligned}\dot{\Delta} &= -\dot{\theta} = -P\psi E \\ \dot{P} &= -P\psi\psi^T P + \nu P\end{aligned}\tag{3.23}$$

O termo νP impede que a matriz de covariância se torne muito pequena. Contudo pode fazer com que os parâmetros da matriz cresça mais do que o desejado. Para evitar isso Ioannou e Sun (1996), aponta como alternativa modificar o algoritmo da seguinte forma:

$$\dot{P} = \begin{cases} -P\psi\psi^T P + \nu P & \text{se } \|P(t)\| \leq R_0 \\ 0 & \text{se } \|P(t)\| > R_0 \end{cases}\tag{3.24}$$

Analisando a estabilidade pelo método de Lyapunov obtêm-se a seguinte expressão:

$$\dot{V} = \begin{cases} \frac{-E^2}{2} - \frac{\nu}{2}\Delta^T P^{-1}\Delta & \text{se } \|P\| \leq R_0 \\ \frac{-E^2}{2} & \text{se } \|P(t)\| > R_0 \end{cases}\tag{3.25}$$

Pode-se concluir que a evolução P não interfere na estabilidade do método, uma vez que P é uma matriz positiva e limitada.

4 MODELO DO SISTEMA

Como já foi mencionado no capítulo 2, durante o projeto de um controlador é necessário analisar o sistema que se deseja controlar para determinar suas limitações, obter o modelo do sistema que será utilizado no controlador e determinar ordem da superfície de deslizamento.

Com a intenção de avaliar o desempenho dos métodos de identificação do atrito, foi escolhido um sistema que apresentasse elevado grau de não linearidade e que numa aplicação real apresente a possibilidade da modificação do atrito devido ao desgaste dos componentes.

Dessa forma, o sistema escolhido como exemplo de estudo foi o sistema eletro-hidráulico. Este sistema é amplamente utilizado no ambiente industrial quando se necessita movimentar cargas elevadas. Especialmente nas indústrias: aeroespacial, automotiva, petrolífera, de automação e robótica. Estes equipamentos são caracterizados por sua elevada capacidade de carga, por apresentarem respostas relativamente rápidas e poderem ser controlados automaticamente. Contudo, as não linearidades e incertezas produzidas pelo comportamento da válvula que apresenta zona morta na atuação, a compressibilidade do fluido, vazamentos internos nos cilindros e na válvula, além do próprio carregamento que também pode apresentar não linearidades e incertezas, todos esses fatores contribuem para o aumento da complexidade do sistema e conseqüentemente dificultam o seu controle.

Além disso, como normalmente este sistema opera em ambientes onde o equipamento está sujeito, a detritos que podem aderir a superfície do cilindro, ou a oxidação dos seus componentes, existe a real possibilidade do aparecimento do atrito seco entre as partes móveis desse sistema.

Diversos trabalhos recentes abordam o problema de controle de sistemas eletro-hidráulicos como em Guo, Yu e Jiang (2015) onde foi utilizado um controlador do tipo *Backstepping* não linear, Nahian et al. (2016) que abordou o problema de controle tolerante a falhas no sensor, Wang e Wang (2016) aplicou algoritmos evolutivos para aproximar os parâmetros do modelo de atrito, em Zhou et al. (2017) empregou-se um controlador por modos deslizantes de tempo discreto, além de outros trabalhos como Yao, Deng e Sun (2017), Yang et al. (2016), Guo et al. (2016).

Nas seções 4.1 e 4.2 será apresentado respectivamente, o modelo do sistema eletro-hidráulico e os modelos de atrito que foram retirados da literatura e utilizados nas simulações, bem como os parâmetros deste sistema.

4.1 Modelo do sistema eletro-hidráulico

O sistema eletro-hidráulico considerado neste trabalho, como pode ser observado na figura (15) é composto por: um atuador hidráulico com dupla haste passante de dupla atuação, uma válvula proporcional de quatro vias e três posições e um carregamento não linear e incerto constituído por uma massa e um atrito não-linear, ambos desconhecidos. O atrito existente nesse sistema será comentado na seção seguinte. O modelo do sistema eletro-hidráulico pode ser encontrado em Merritt (1967) ou Lantos e Márton (2011) e a dedução desta equação pode ser obtida através de um balanço de forças, obtendo assim a expressão 4.1

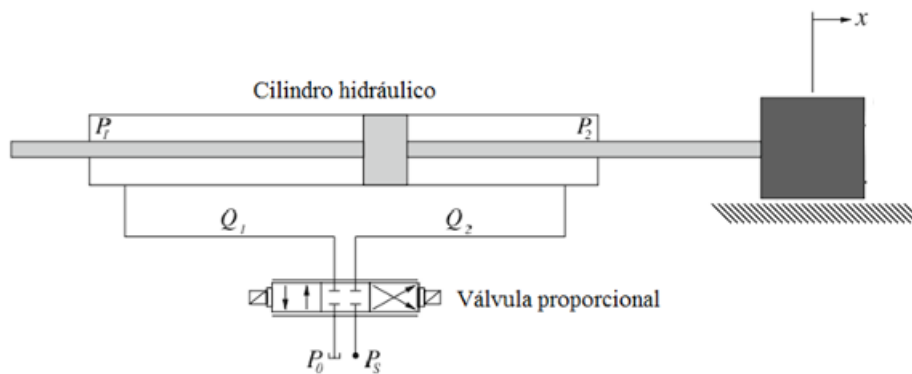


Figura 15 – Atuador eletro-hidráulico.

$$F_p = A_1 P_1 - A_2 P_2 = M \ddot{x} + F_a \quad (4.1)$$

Na equação (4.1), A_1 e A_2 são as áreas das faces do cilindro, P_1 e P_2 são as pressões nas câmaras do cilindro, M o somatório das massas do sistema e F_a a força de atrito. No caso, onde a haste é dupla passante as áreas das faces são iguais $A_1 = A_2 = A_p$. Substituindo $P_a = P_1 - P_2$, é a diferença de pressão nas câmaras do cilindro hidráulico. Tem-se a seguinte expressão simplificada.

$$F_p = A_p P_a = M \ddot{x} + F_a \quad (4.2)$$

Para analisar a parte da mecânica dos fluidos, é utilizado como volume de controle o interior do cilindro hidráulico. A vazão volumétrica do fluido que é introduzida no cilindro é dada por $Q_l = (Q_1 + Q_2)/2$, que é composta pela vazão de fluido que ocupa o interior do cilindro durante seu movimento, $A_p \dot{x}$, pela quantidade de fluido que vaza devido diferença de pressão entre as câmaras, $C_{tp} P_a$ e pela variação volumétrica do fluido

devido à compressibilidade, $(V_t/4\beta_e)\dot{P}_a$, que apesar de pequena, deve ser considerada. Resultando na equação (4.3).

$$Q_L = A_p\dot{x} + C_{tp}P_a + \frac{V_t}{4\beta_e}\dot{P}_a \quad (4.3)$$

Considerando que a pressão de retorno é desprezível, uma vez que essa pressão é muito menor que as demais pressões envolvidas no sistema, a equação para a vazão do fluido pode ser apresentada como:

$$Q_L = C_d\omega x_{sp}\sqrt{\frac{P_s - \text{sgn}(x_{sp})P_a}{\rho}} \quad (4.4)$$

Na equação (4.4), P_s representa a pressão fornecida pela bomba, ρ é a densidade do fluido hidráulico, C_d é o coeficiente de descarga, ω é o gradiente de área do orifício da válvula, x_{sp} é o deslocamento efetivo da válvula que permite a passagem do fluido.

Supondo que a válvula apresenta uma dinâmica tão rápida que seu efeito possa ser desprezado. Para que assim seja possível admitir que o movimento da válvula é proporcional à tensão de alimentação fornecido aos solenoides.

Para evitar o vazamento na mudança de posição da válvula e permitir que seja mantida uma posição constante do cilindro, existe uma faixa de sobreposição dos orifícios de passagem do fluido em algumas válvulas utilizadas em sistemas eletro-hidráulicos. Esta faixa de sobreposição causa a não-linearidade de zona morta na atuação do sistema, uma faixa de tensão que aplicada aos solenoides não produz fluxo de fluido para o atuador. A zona morta é delimitada por uma região entre δ_r e δ_l , os quais não são bem conhecidos e pode ser representada pela equação 4.5.

$$x_{sp} = \begin{cases} k_v(u(t) + \delta_l) & \text{se } u \leq \delta_l \\ 0 & \text{se } \delta_l < u < \delta_r \\ k_v(u(t) - \delta_r) & \text{se } u \geq \delta_r \end{cases} \quad (4.5)$$

Obtendo assim o modelo do sistema eletro-hidráulico adotado para este trabalho que é apresentado nas equações (4.6) e (4.7).

$$\ddot{x} = \frac{A_p P_a - F_a}{M} \quad (4.6)$$

$$\dot{P}_a = \frac{4\beta_e}{V_t} (C_d\omega x_{sp}\sqrt{\frac{P_s - P_a \text{sgn}(x_{sp})}{\rho}} - A_p\dot{x} - C_{tp}P_a) \quad (4.7)$$

4.2 Modelos de atrito

Estudos sobre o atrito já existem a vários séculos, considerações a respeito deste fenômeno já eram descritas nos manuscritos de Leonardo Da Vinci, os quais ficaram escondidos por muito tempo. Foi através dos trabalhos de Guillaume Amontons, que realizou pesquisas sobre atrito no século XVI, que trouxe a público as primeiras conclusões a respeito deste fenômeno. Segundo Amontons a força de atrito é proporcional á pressão aplicada entre as superfícies em contato e não existe uma relação direta entre a força de atrito e área das superfícies. Esses conceitos são conhecidos como lei de Amontons, no entanto não foram validados para muitos casos (BLAU, 2013).

Quando se trata do atrito entre superfícies em contato que estão em movimento, é necessário ressaltar que além de dissipar energia do sistema na forma de calor, ruído e vibração, o atrito também promove o desgaste das superfícies, o que na maioria dos casos é indesejável.

Para evitar isso em muitas aplicações utiliza-se de lubrificantes que têm a finalidade de produzir uma camada de filme fluido entre essas superfícies. O que, além de diminuir o atrito, ajuda a dissipar o calor e resulta em uma força de atrito com características de menor não linearidade que o atrito seco.

Este trabalho abordará os casos não lubrificados ou atrito seco, de lubrificação limítrofe, intermitente e de lubrificação plena. As superfícies em contato consideradas, apresentam rugosidade não uniforme e desconhecida, simulando assim o caso em que a superfície sofreu desgaste e ação de condições ambientais desfavoráveis ao longo do tempo e será considerado que o material não é elástico plástico.

Como apresentado no artigo de Marques et al. (2016) existem diversos modelos de atrito encontrados na literatura que podem ser utilizados para representação desse fenômenos, em Marques et al. (2016), são apresentados 21 modelos. Dentre estes, optou-se por utilizar nas simulações do sistema os modelos que apresentassem descontinuidade na inversão do movimento, com a intenção de dificultar o funcionamento do controlador, assim, foram escolhidos os modelos de: Coulomb; Coulomb e viscoso; Coulomb e estático; Coulomb, viscoso e estático e o modelo *Stribeck*. Os quais seus modelos também podem ser encontrados em Armstrong-Hélouvry (2012) ou Lantos e Márton (2011).

O modelo de atrito de Coulomb (4.8) representado na figura (16), representa que a força de atrito é proporcional a força normal produzida pelo carregamento e o sinal da força depende do sinal da velocidade relativa tangencial entre as superfícies.

$$F_a = \mu_c F_n \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (4.8)$$

Na qual μ_c é o coeficiente de atrito Coulomb e F_n é força normal entre as superfícies,

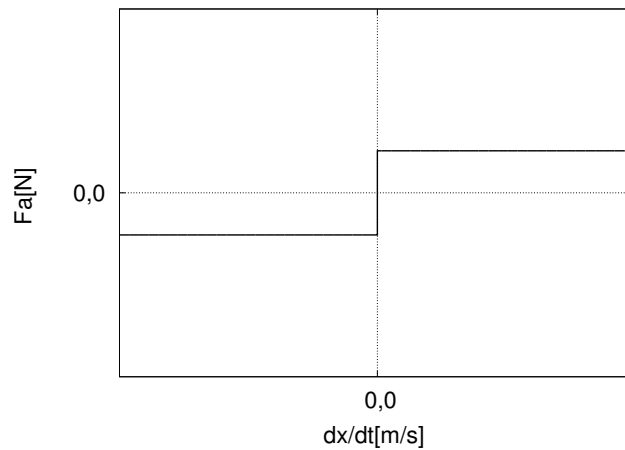


Figura 16 – Atrito de Coulomb

\dot{x} a velocidade relativa. O coeficiente de Coulomb é influenciado por características do material e pela rugosidade da superfície.

O termo referente ao atrito viscoso introduzido por Reynolds, representa a proporcionalidade da força de atrito viscoso em relação a velocidade relativa das superfícies em contato. Quando os corpos em contato são lubrificados com fluidos newtonianos a força de atrito produzida terá como característica se opor ao deslocamento sendo proporcional a taxa de variação desse deslocamento e este termo apresenta influência dominante em relação ao termo de atrito de Coulomb. Este modelo é representado na equação (4.9) e pode ser observado na figura (17).

$$F_a = B\dot{x} + \mu_c F_n \operatorname{sgn}(\dot{x}) \quad (4.9)$$

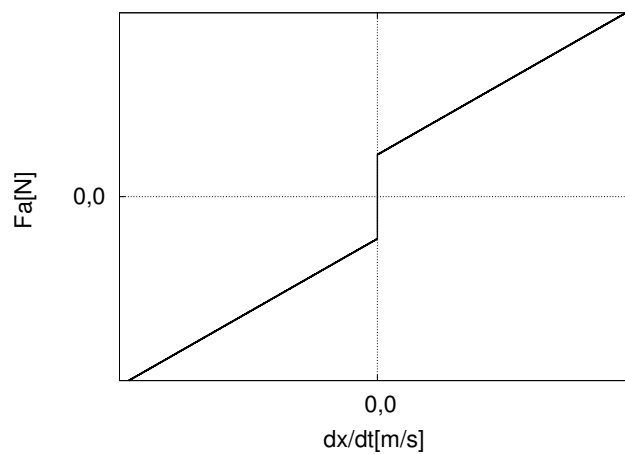


Figura 17 – Atrito viscoso e de Coulomb

O modelo de atrito estático apresentado na equação (4.10) e na figura (18) foi proposto por Artur Morim, sendo a representação matemática da força necessária para

iniciar o movimento relativo entre duas superfícies, a partir do repouso. Este valor normalmente é maior que a força de atrito de Coulomb. O movimento relativo só tem início se a força tangencial, τ , aplicada entre as superfícies, for superior a força de atrito estático F_s .

$$F_a = \begin{cases} \min(|\tau|, F_s) \operatorname{sgn}(\tau) & \text{se } \dot{x} = 0 \\ \mu_c F_n \operatorname{sgn}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} \neq 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

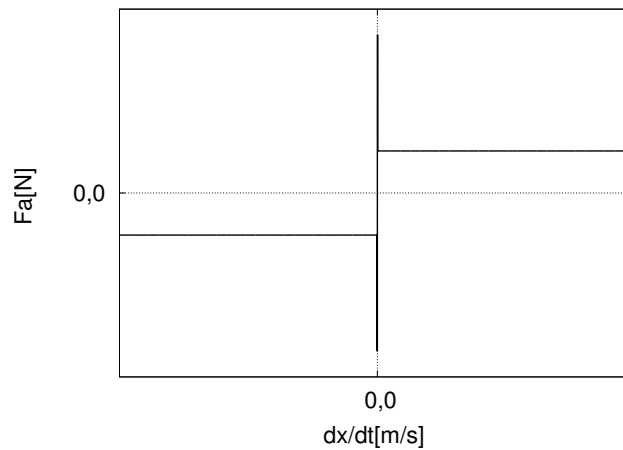


Figura 18 – Atrito estático

Dependendo das condições de lubrificação, estes 3 modelos podem ser combinados de forma a melhor representar o atrito como apresentado na equação (4.11) e na figura (19).

$$F_a = \begin{cases} \min(|\tau|, F_s) \operatorname{sgn}(\tau) & \text{se } \dot{x} = 0 \\ B\dot{x} + \mu_c F_n \operatorname{sgn}(\dot{x}) & \text{se } \dot{x} \neq 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

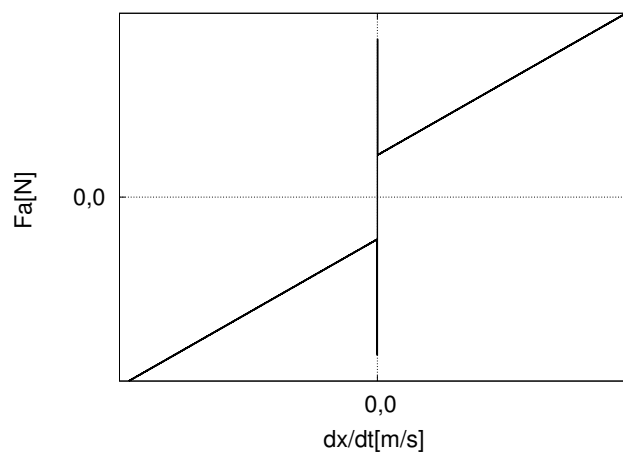


Figura 19 – Atrito combinado Coulomb, viscoso e estático

Em casos onde o movimento se dá em velocidades próximas do repouso, o modelo combinado de atrito Coulomb, viscoso e estático, equação (4.11), não representa de forma adequada a força de atrito, devido a um efeito denominado *stirbeck*. Este efeito surge quando se utiliza fluido lubrificante entre as superfícies e o sistema apresenta uma redução do atrito, à medida que a velocidade aumenta.

Para explicar este efeito, é necessário compreender os seguintes regimes de lubrificação: atrito estático, lubrificação limítrofe, lubrificação parcial e lubrificação plena.

No primeiro regime, as superfícies não apresentam movimento relativo, como já foi comentado.

Após se iniciar o movimento, a camada de fluido lubrificante ainda não se formou, devido à baixa velocidade, existindo ainda assim o contato entre as superfícies. Durante este regime a força de atrito é menor do que durante o regime de atrito estático e a medida que a velocidade aumenta, mais fluido é arrastado para a região de contato, reduzindo assim o atrito.

A partir de uma certa velocidade relativa, passa a existir lubrificante suficiente entre as superfícies para que se forme um filme fluido intermitente, resultando na diminuição da força de atrito com o aumento da velocidade.

E no último regime de lubrificação, o filme fluido está plenamente estabelecido. Neste ponto, a força de atrito se comporta apenas como o modelo viscoso e, assim, passa a crescer proporcionalmente com a velocidade como apresentado na figura (19).

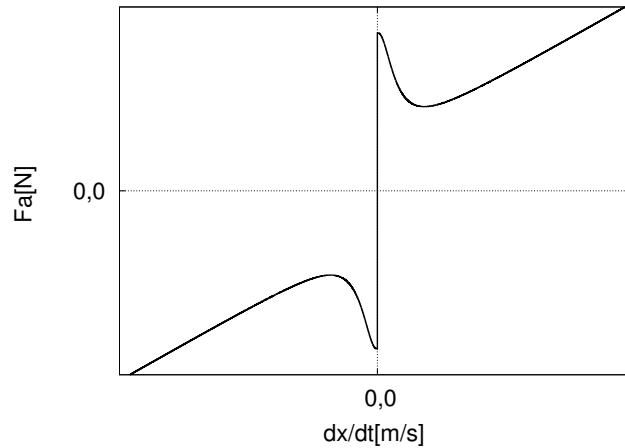
Para representar este efeito, como discutido em Lantos e Márton (2011) os seguintes modelos matemáticos podem ser usados: Tustin (4.12), Gaussiano (4.13) e Lorentziano (4.14).

$$F_f = (\mu_c F_n + (F_s - \mu_c F_n) e^{-\frac{|v|}{v_s}}) \operatorname{sgn}(\dot{x}) + B\dot{x} \quad (4.12)$$

$$F_f = (\mu_c F_n + (F_s - \mu_c F_n) e^{-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2}) \operatorname{sgn}(\dot{x}) + B\dot{x} \quad (4.13)$$

$$F_f = (\mu_c F_n + (F_s - \mu_c F_n) / (1 + (\dot{x}/v_s)^2)) \operatorname{sgn}(\dot{x}) + B\dot{x} \quad (4.14)$$

Nas equações (4.12), (4.13) e (4.14) o termo v_s representa o coeficiente de *stirbeck*, que tem a função de ajustar esse modelo a este fenômeno. Para descrever o fato que o movimento não começa até que a força tangencial supere o nível de atrito estático, o modelo de *stirbeck* tem de ser estendido como apresentado na equação (4.15) e na figura (20).

Figura 20 – Modelo de atrito *stribek*

$$F_a = \begin{cases} \min(|\tau|, F_s) \operatorname{sgn}(\tau) & \text{se } \dot{x} = 0 \\ F_f & \text{se } \dot{x} \neq 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

Os parâmetros adotados para os modelos do sistema eletro-hidráulico e dos modelos de atrito apresentados nessa seção, que serão utilizados em conjunto para simular o sistema e assim testar os algoritmos de controle e identificação de incerteza são apresentados na tabela (1).

Tabela 1 – Parâmetros do simulador

P_s	7MPa
ρ	850kg/m ³
C_d	0.6
ω	2,510 ⁻² m
A_p	1,1310 ⁻³ m ²
C_{tp}	210 ⁻¹² m ³ /(sPa)
β_e	700MPa
V_t	2,2610 ⁻⁴ m ³
M_t	40kg
B	800Ns/m
F_n	100N
F_s	400N
μ_c	0,8
k_v	210 ⁻⁶
δ_l	-0,9V
δ_r	0,9V
v_s	0,01m/s

5 MODIFICAÇÕES NO MÉTODO ASMC

Como demonstrado na seção 2.5, o controlador por modo deslizante adaptativo, pode ser constituído de diversas formas, dentre essas, destaca-se principalmente o controlador com compensação adaptativa, onde a compensação representa uma lei de controle auxiliar que será ajustada de forma a alcançar o objetivo da redução da função σ a valores tolerados, este método apresenta como principal vantagem ser um método de ajuste simples, e conseguir reduzir o erro do sistema a valores tolerados sem produzir o efeito indesejado do *chattering*. No entanto, esta estratégia não dissocia as incertezas do ganho e da dinâmica do sistema.

Um outro método desta classe, o controle por modo deslizante com modelo adaptativo, permite reconhecer a dinâmica e o ganho do sistema reduzindo a incerteza, e assim obter uma lei de controle mais eficiente. Porém, este método exige a estimativa de diversos estados do sistema, o que torna necessária a utilização de um observador de alta ordem ou derivadores, dificultando sua aplicabilidade.

Por essas razões, este capítulo será utilizado para propor variações no método de controle por modo deslizante adaptativo, para reconhecer as incertezas do sistema, buscando obter uma solução que apresente um menor esforço computacional, sem comprometer a eficiência e estabilidade do controlador. Obtendo o ajuste dos parâmetros do modelo aproximado, de forma que o método de ajuste seja capaz de reconhecer se há necessidade de reajustar os parâmetros caso ocorra uma variação da dinâmica do sistema.

5.1 Modificação do método de controle

Esta seção comparará a complexidade dos métodos de controle apresentados no capítulo 2 com o método de controle que será utilizado neste trabalho.

Na figura (21) é apresentado o fluxograma do método de controle por modos deslizantes com função sinal ou função saturação discutidos nas seções 2.2 e 2.3.

No fluxograma, apresentado na figura (21), é considerado que os sensores utilizados no sistema não medem todos os estados necessários para calcular o esforço de controle, e que o sinal medido apresenta ruído. Para reduzir-lo é utilizado um filtro, o sinal filtrado é usado para calcular os demais estados não medidos, através de um observador de estados. O vetor de estados é utilizado pelo modelo do sistema para calcular a dinâmica aproximada, o ganho do controlador e o vetor de erros. O vetor de erros $\tilde{\mathbf{x}}$ é associado através do vetor Λ para calcular a função combinada dos erros, σ , que representa a distância do vetor $\tilde{\mathbf{x}}$ para a superfície de deslizamento. E por fim, o modelo aproximado da dinâmica,

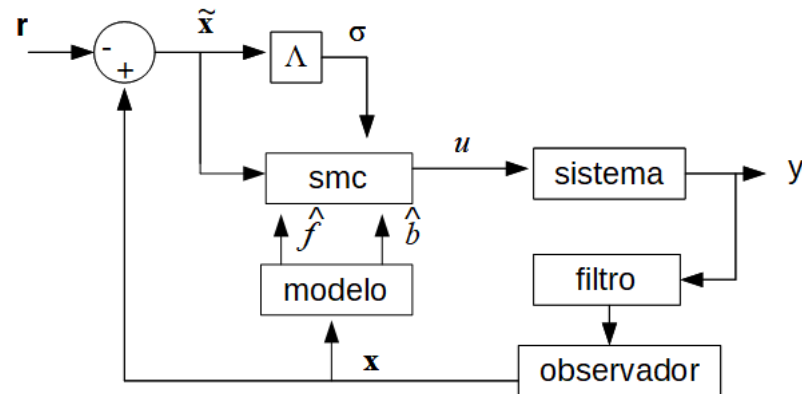


Figura 21 – Fluxograma: SMC sinal e SMC suavizado

o ganho aproximado, o vetor de erros, a função σ , são utilizados para calcular o esforço de controle, que pode utilizar a função sinal, ou a função saturação.

No fluxograma apresentado na figura (22), é apresentado o método de controle por modos deslizantes com compensação adaptativa normalmente adotado que foi discutido na seção 2.5.2.

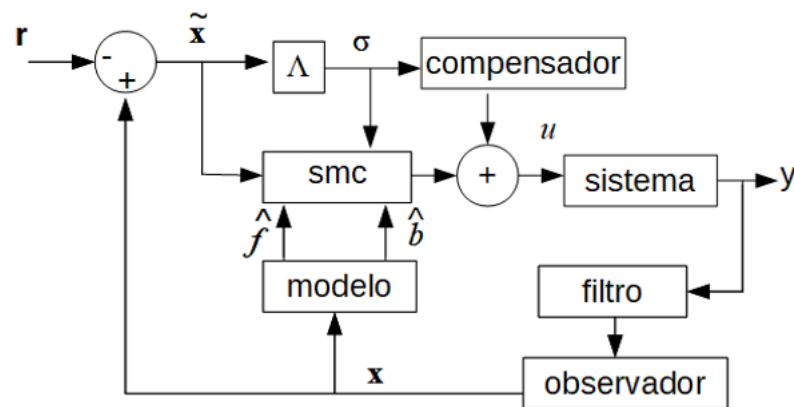


Figura 22 – Fluxograma: SMC com compensação e ASMC com compensação adaptativa

A principal diferença dos fluxogramas apresentados nas figuras (21) e (22), é que no segundo é incluído uma estrutura de aproximação a parte que será ajustada de forma a calcular uma lei de controle adicional que tem como finalidade reduzir o valor residual da função σ a valores tolerados e conseqüentemente reduzir o erro residual do rastreamento.

A configuração do controlador utilizado neste trabalho é apresentada na figura (23), esta difere dos fluxogramas das figuras (21) e (22), por substituir o modelo do sistema por uma estrutura de aproximação, e ajustá-la através do reconhecimento da

dinâmica do sistema. Com a intenção de reduzir o erro de aproximação da dinâmica se e assim obter a redução do erro de rastreamento da trajetória desejada.

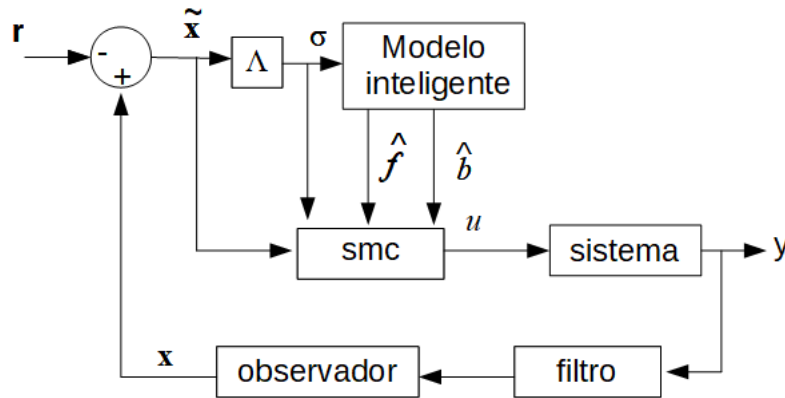


Figura 23 – Fluxograma: método proposto

Como se observa comparando os fluxogramas das figuras (22), e (23), ambos os métodos utilizam estruturas de aproximação, porém o método ASMC com compensação adaptativa normalmente adotado necessita conhecer parte da dinâmica, enquanto que os métodos analisados neste trabalho, substituem a dinâmica desconhecida diretamente pela estrutura de aproximação reduzindo assim a complexidade do método.

Analisando as estruturas de aproximação obtidas através dos métodos de inteligência artificial discutidas na seção 3.1, foi verificado que estes métodos apresentam configurações distintas nas camadas internas, e isto dificulta o processo de escolha em virtude da quantidade de métodos disponíveis. Desta forma, neste trabalho utilizou-se duas estratégias para simplificar as estruturas de aproximação adotadas.

Para simplificar o número de entradas na camada oculta foi utilizado a função σ oriunda do método de controle por modos deslizantes, no lugar do vetor de estados do sistema como é apresentado no conjunto de figuras (24), da mesma forma que é empregado no método de SMC com compensação ou SMC com compensação adaptativa.

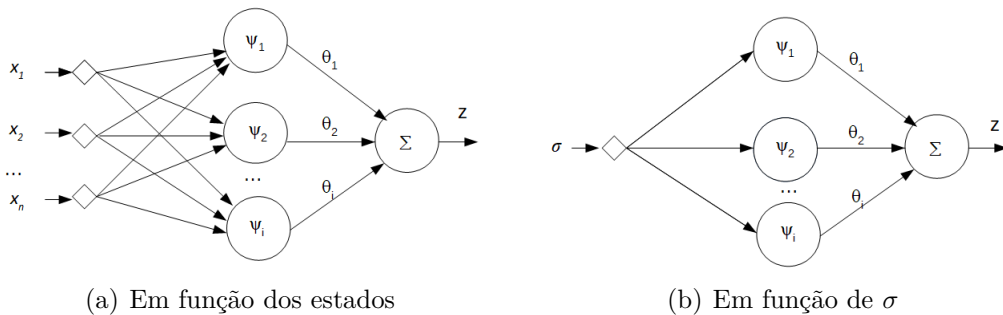


Figura 24 – Comparação da complexidade das estruturas de aproximação

Comparando as figuras (24(a)) e (24(b)), verifica-se que pela formatação padrão

das estruturas de aproximação, figura (24(b)), o número de entradas do sistema dependerá da complexidade que este sistema apresente, enquanto que na configuração apresentada na figura (24(a)), se utiliza apenas uma entrada.

A segunda estratégia adotada, tem a finalidade de descrever todas as estruturas utilizadas da mesma forma como um produto vetorial. Dentre as estruturas de aproximação analisadas neste trabalho, tem-se o polinômio de Legendre, que não apresenta elementos na camada oculta a serem ajustados, as RBF's gaussianas, quadrática e quadrática inversa, que apresentam os centros e as amplitudes das funções a serem ajustadas, e as funções de pertinência *fuzzy* que necessitam ajustar o posicionamento das funções de pertinência. Foi proposto utilizar a delimitação da função $|\sigma| < \phi$ como critério a delimitar os elementos do vetor de centros e de posicionamento das RBF's e funções *fuzzy*, seguindo a seguinte estratégia.

A partir do número de funções escolhidas para serem utilizadas como estrutura de aproximação, se o número de funções for par, será utilizado um vetor de centros como apresentado na equação (5.1).

$$c = \{-A, -B, -C, C, B, A\} \quad (5.1)$$

No vetor (5.1) os valores de A, B, C são escolhidos aleatoriamente utilizando o seguinte critério $0 < C < B < A < \phi$. E no caso onde o número de funções for ímpar, se utilizará a distribuição apresentada na equação (5.2).

$$c = \{-A, -B, -C, D, C, B, A\} \quad (5.2)$$

A escolha dos valores do vetor (5.2) seguem o mesmo raciocínio de distribuição aleatória do caso quando o número de funções é par, apenas distribuindo o termo central do vetor D como 0.

No caso das funções RBF's além de ajustar os centros é necessário ajustar a amplitude das funções, para isso foi utilizada a estratégia de escolha aleatória dos valores descrita na equação os valores (5.3).

$$\varepsilon = \{(1/a)^2, (1/b)^2, (1/c)^2, (1/c)^2, (1/b)^2, (1/a)^2\} \quad (5.3)$$

No caso em que se utiliza um número de funções par, as variáveis serão escolhidas aleatoriamente seguindo a disposição $0, 1 < c < b < a < 1$. E no caso com o número de funções ímpar, a disposição $0, 1 < d < c < b < a < 1$. O valor 0, 1 foi utilizado para evitar divisão por zero, no momento da escolha dos centros, e os mesmos valores de centros foram utilizados para todas as RBF's e funções *fuzzy*, e também foi utilizado os mesmos valores de amplitude para todas as RBF's analisadas.

Como todas os parâmetros das camadas ocultas das funções utilizadas foram escolhidos de forma aleatória, todas as estruturas de aproximação utilizadas podem ser escritas da forma apresentada na equação (5.4)

$$\hat{f} = \hat{\theta}^\top \psi \quad (5.4)$$

onde, o vetor $\psi(\sigma)$ contém as funções oriundas das técnicas de inteligência artificial, sendo estas descritas em função de σ , e o vetor $\hat{\theta}$ contém os parâmetros que seram ajustados de forma a representar a dinâmica aproximada do sistema.

5.2 Variação do método do gradiente

A utilização do método de controle SMC suavizado, que foi apresentado na seção 2.3, permite restringir σ a uma região conhecida delimitada pelo fator de suavização ϕ . E como demonstrado na seção 2.2, caso o vetor $\tilde{\mathbf{x}}$ permaneça sobre a superfície $\sigma = 0$, resultará na redução especial do erro do sistema. Transformando um problema de rastreamento de trajetória no R^n em um problema de estabilização em torno de σ em R .

Caso esse conceito fosse estendido para a representação da dinâmica aproximada do sistema, não seria necessário representar a parte desconhecida da dinâmica no R^n , reduzindo a dependência do conhecimento adequado de todos os estados do sistema, permitindo utilizar uma estrutura de aproximação para representar a parte desconhecida da dinâmica em função de σ de forma semelhante ao que já é empregado na compensação adaptativa. Assim o modelo aproximado do sistema seria reescrito como apresentado na equação (5.5).

$$\begin{aligned} \hat{f} &= \hat{f}_0 + \theta^\top \psi(\sigma) \\ \hat{b} &= \hat{b}_0 + \hat{\theta}_n \\ \hat{x}^{(n)} &= \hat{f} + \hat{b}u \end{aligned} \quad (5.5)$$

Nos casos onde se considera não conhecer a dinâmica do sistema a priori $\hat{f}_0 = 0$ e $\hat{b}_0 = 1$.

A lei de controle passará a ser dividida em duas etapas, a primeira apresentada na equação (5.6) é válida para $|\sigma| > \phi$ e a segunda apresentada na equação (5.7) válida para $|\sigma| < \phi$.

$$u = \hat{b}_0^{-1}(-\hat{f}_0 + r_n - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - Ksat(\sigma, \phi)) \quad (5.6)$$

$$u = (\hat{b}_0 + \hat{\theta}_n)^{-1}(-\hat{f}_0 - \theta^\top \psi(\sigma) + r_n - \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} - Ksat(\sigma, \phi)) \quad (5.7)$$

A equação (5.6) é a lei de controle por modos deslizantes com suavização que foi apresentada na seção 2.3. E a segunda, (5.7), é uma lei de controle por modos deslizantes suavizado, no entanto, com aproximação da dinâmica e do ganho do sistema ajustados para representar a dinâmica do sistema dentro da região $|\sigma| < \phi$, com a intenção de reduzir a incerteza do sistema a valores tolerados.

Analisando a primeira derivada de σ na equação (5.8).

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma} &= f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u - r_n + \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} \\
 \dot{\sigma} &= f(\mathbf{x}) - \hat{f} + b(\mathbf{x})u - \hat{b}u + \hat{f} + \hat{b}u - r_n + \bar{\Lambda}^T \tilde{\mathbf{x}} \\
 \dot{\sigma} &= x^{(n)} - \hat{x}^{(n)} - K \text{sat}(\sigma, \phi) \\
 \dot{\sigma} &= E - K \text{sat}(\sigma/\phi)
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Onde E é o erro de aproximação do modelo do sistema naquele instante, que foi discutido na seção 3.2.

Como a função de saturação, apresentada na seção 2.3, para $|\sigma| < \phi$ será $\text{sat}(\sigma/\phi) = \sigma/\phi$. A equação (5.8) pode ser rescrita como apresentado na equação (5.9).

$$E = x^{(n)} - \hat{x}^{(n)} = \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi}\sigma \tag{5.9}$$

Caso o projetista do controlador prefira utilizar outra função de suavização, as considerações a seguir devem ser reavaliadas, a função de saturação foi escolhida por questão de simplificação.

Utilizando um método de ajuste dos parâmetros similares ao método do gradiente apresentado na seção 3.2.1, substituindo a função de custo $J = E^2/2$ pela função de custo apresentada na equação (5.10).

$$J = \phi |E| = \phi \left| \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi}\sigma \right| \tag{5.10}$$

Calculando o gradiente da função (5.10) em função dos parâmetros $\hat{\theta}$, obtêm-se a expressão (5.11), que pode ser substituída na lei de controle adaptativa pelo método do gradiente resultando na lei adaptativa apresentada na equação (5.12).

$$\nabla J = \phi \psi \text{sgn}(E) \tag{5.11}$$

$$\dot{\Delta} = -\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \nabla J = -\Gamma \phi \psi \text{sgn}(E) \tag{5.12}$$

Analisando a função positiva definida de Lyapunov apresentada na equação (5.13). Cujas primeiras derivadas serão apresentadas na equação (5.14). Que é válida para $|\sigma| < \phi$ e $|E| > \epsilon$ onde ϵ representa o erro de aproximação residual aceitável.

$$V = \frac{\sigma}{2} + \frac{\Delta^\top \Gamma^{-1} \Delta}{2} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} + \Delta^\top \Gamma^{-1} \dot{\Delta} \\ \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} - \phi \Delta^\top \psi \operatorname{sgn}(E) \\ \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} - \phi |E| \\ \dot{V} &= \sigma \dot{\sigma} - \phi \left| \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi} \sigma \right| \end{aligned} \quad (5.14)$$

Separando a análise da estabilidade em duas situações, a primeira quando $\dot{\sigma} > 0$ e $\sigma > 0$ ou $\dot{\sigma} < 0$ e $\sigma < 0$, através do princípio da desigualdade triangular, apresentada na equação (5.15).

$$\begin{aligned} |a + b| &\leq |a| + |b| \\ |a - b| &\geq |a| - |b| \end{aligned} \quad (5.15)$$

É possível separar o termo $|\phi \dot{\sigma} + K\sigma|$ em $|\phi \dot{\sigma}| + |K\sigma|$ sem perda de generalidade, uma vez que os dois termos têm o mesmo sinal.

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma} - \phi |\dot{\sigma}| - K |\sigma| \leq -\eta |\sigma| \quad (5.16)$$

Para $K > \eta$ atende o critério de estabilidade uma vez que $\phi |\dot{\sigma}| \geq \sigma \dot{\sigma}$.

Na segunda situação $\dot{\sigma} < 0$ e $\sigma > 0$ ou $\dot{\sigma} > 0$ e $\sigma < 0$. O que resulta em $\sigma \dot{\sigma} < 0$ podendo substituir este termo por $-|\sigma \dot{\sigma}|$.

$$\dot{V} = -|\sigma \dot{\sigma}| - \phi \left| \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi} \sigma \right| \leq -\eta |\sigma| \quad (5.17)$$

Passando o termo $-|\sigma \dot{\sigma}|$, para o lado direito da inequação, e o termo $-\eta |\sigma|$ para o lado esquerdo, e multiplicando os dois lados por menos um. Obtêm-se:

$$\phi \left| \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi} \sigma \right| - \eta |\sigma| \geq -|\sigma \dot{\sigma}| \quad (5.18)$$

Utilizando novamente o princípio da desigualdade triangular, é possível reorganizar a equação (5.18) como apresentado em (5.19).

$$| \phi \dot{\sigma} + (K - \eta)\sigma | \geq - | \sigma \dot{\sigma} | \quad (5.19)$$

Na equação (5.19) pode se observar que independente dos valores de σ e $\dot{\sigma}$ o lado esquerdo da inequação sempre será maior ou igual a zero, e o lado direito sempre menor ou igual a zero, devido a existência do módulo em ambos os lados da equação, só sendo os dois lados iguais quando σ e $\dot{\sigma}$ forem nulos. Garantindo assim a estabilidade durante a fase de ajuste dos parâmetros.

Ao fim da etapa de ajuste, que será regulada por uma função de monitoramento do erro de aproximação residual a ser apresentado na seção seguinte, $| E | < \epsilon$, e $\dot{\Delta} = 0$ uma vez que não existirá mais o ajuste dos termos. Sendo necessário garantir que a lei de controle terá robustez para garantir que a função σ esteja reduzida a um valor tolerado. Como $| E | < \epsilon$, substituindo E pela equação (5.9), obtêm-se a seguinte inequação diferencial:

$$| \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi}\sigma | < \epsilon \quad (5.20)$$

Resolvendo a inequação (5.20), obtêm-se a inequação (5.21), que representa que a função σ será limitada em função do erro de aproximação.

$$| \sigma(t) | < \frac{\phi\epsilon}{K} + | \sigma(0) | e^{-\frac{K}{\phi}t} \quad (5.21)$$

O que indica que erro residual será limitado a uma região conhecida em função do erro de aproximação admissível ϵ .

Como a lei adaptativa (5.12), necessita apenas do sinal de E , esta função pode ser substituída por uma função condicional, que pode ser usada também como critério de parada da adaptação. Caso $E > \epsilon$, $sgn(E) = 1$, caso $E < -\epsilon$, $sgn(E) = -1$ e quando $| E | < \epsilon$, $sgn(E) = 0$. Substituindo E pela expressão (5.9), obterá a nova lei adaptativa.

$$sgn(E) = \begin{cases} 1 & \text{se } \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi}\sigma \geq \epsilon \\ -1 & \text{se } \dot{\sigma} + \frac{K}{\phi}\sigma \leq -\epsilon \\ 0 & \text{se não} \end{cases} \quad (5.22)$$

E a função $\dot{\sigma}$, pode se substituída pela derivada discreta $\frac{\sigma - \sigma_a}{\Delta t}$.

$$E = \frac{\sigma - \sigma_a}{\Delta t} + \frac{K}{\phi} \sigma$$

$$E = \frac{\phi + K\Delta}{\Delta\phi} \sigma - \frac{\sigma_a}{\Delta t}$$

$$\text{sgn}(E) = \begin{cases} 1 & \text{se } \sigma \geq \frac{\phi}{\phi + K\Delta t} \sigma_a + \frac{\epsilon \Delta t \phi}{\phi + K\Delta} \\ -1 & \text{se } \sigma \leq \frac{\phi}{\phi + K\Delta t} \sigma_a - \frac{\epsilon \Delta t \phi}{\phi + K\Delta} \\ 0 & \text{se não} \end{cases} \quad (5.23)$$

$$\dot{\theta} = \Gamma \phi \psi \text{sgn}(E) \quad (5.24)$$

Comparando a complexidade da lei adaptativa (5.24) com o método do gradiente convencional apresentado na seção 3.2.1 observa-se que a substituição da função de erro E pela função condicional $\text{sgn}(E)$ permite reduzir a necessidade de conhecimento do "n-esima" derivada dos estados do sistema, sendo necessário apenas o conhecimento dos parâmetros utilizados no cálculo da função σ , e no método do gradiente convencional é necessário adicionar um critério de parada do ajuste que neste caso já está embutido na função (5.23).

Para simplificar o cálculo da função K , apresentada na equação (2.15) da seção 2.2. É possível utilizar apenas uma estimativa da margem de incerteza E que pode ser obtida através da simulação do sistema pela estimativa de $\dot{\sigma}$, quando a lei de controle utiliza $K = 0$. Da seguinte forma:

$$\dot{\sigma} = x^{(n)} - (\hat{f} + \hat{b}u) = E \quad (5.25)$$

Calculando o valor máximo do módulo de $\dot{\sigma}$ obtêm-se uma estimativa da incerteza máxima E_{max} . Que pode ser utilizada para o cálculo de uma nova função para K .

$$K = \eta + E_{max} \quad (5.26)$$

Analisando a primeira derivada para a função positiva definida de Lyapunov $V = \sigma^2/2$ para $|\sigma| > \phi$.

$$\dot{V} = \sigma \dot{\sigma}$$

$$\dot{V} = \sigma (E - K \text{sat}(\sigma/\phi))$$

Como $\text{sat}(\sigma/\phi) = \text{sgn}(\sigma)$, para $|\sigma| > \phi$.

$$\begin{aligned}\dot{V} &= E\sigma - K|\sigma| \\ \dot{V} &= E\sigma - E_{max}|\sigma| - \eta|\sigma| \\ \dot{V} &\leq -\eta|\sigma|\end{aligned}$$

Atendendo o critério de estabilidade de Lyapunov, uma vez que $E_{max} > |E|$, o que garante manter o vetor de estados $\tilde{\mathbf{x}}$, dentro da região delimitada ϕ próxima a superfície de deslizamento.

5.3 Função de monitoramento

Devido à possibilidade da dinâmica do sistema variar em função da mudança no carregamento, ou do desgaste do sistema que pode vir a modificar as características do atrito, é necessário que o controlador possa reconhecer esta variação da dinâmica e reajustar os parâmetros do modelo aproximado.

Para evitar que o método permaneça adaptando os parâmetros de forma permanente, a literatura aponta como critério de parada da adaptação como apresentado em Farrell e Polycarpo (2006), a função $|E| > \epsilon$. No entanto, foi observado neste trabalho como será apresentado no capítulo 7, quando ocorre pequenas variações da dinâmica, perturbações, ou mudanças bruscas na trajetória desejada, o critério de parada padrão é superado. Para evitar que se reinicie a adaptação devido a qualquer mínima alteração, esta seção propõem um método para monitorar a função σ e verificar se esta permanece contida dentro da região de erro admissível, e caso a função σ ultrapasse o limite tolerado, avaliar se este aumento do erro foi algo momentâneo causado, por exemplo, uma perturbação pontual ou se é necessário reajustar os parâmetros do modelo aproximado.

Esta medida permite reduzir o esforço computacional uma vez que o método de ajuste só será empregado quando for realmente necessário, adequando o modelo as necessidades da situação. E utilizando o arquivamento do vetor de parâmetros do modelo aproximado, toda vez que se reiniciar a adaptação, é possível utilizar esta informação para avaliar se houve uma mudança considerável na dinâmica do sistema, e com base nesta informação comparar com outras informações vindas do tipo de carregamento e assim utilizar isso como possível critério para manutenção.

A avaliação da evolução da função σ se dá pelo monitoramento da função (5.23), se por acaso houver uma mudança significativa na dinâmica do sistema, que a robustez do controlador não seja suficiente para manter o erro do sistema contido na região admissível, a função (5.23) passará a não retornar 0. Assim, associando a função (5.23), com uma função que permita ignorar problemas pontuais como pequenas perturbações os quais a robustez do controlador é capaz de lidar sem a necessidade de reajustar os parâmetros,

permitindo assim a redução da complexidade computacional do método de ajuste dos parâmetros, uma vez que estes só serão reajustados quando a modificação da dinâmica do sistema produzir alterações significativas que só a robustez do controlador não seria mais capaz de lidar.

Para isso, neste trabalho é proposto, utilizar uma função que cria um pequeno atraso, para reiniciar o método de ajuste quando necessário, descrita no seguinte algoritmo. Considerando um variável do tipo inteiro C_o inicializada como zero.

caso $|E| > \epsilon$ somar 1 a C_o .

caso $|E| < \epsilon$ subtrair 1 de C_o .

se C_o for maior que L_1 iniciar o ajuste dos parâmetros θ .

se C_o for menor que L_1 parar o ajuste.

E por último limitar o valor de C_o .

se C_o maior que L_2 substituir $C_o = L_2$.

se C_o menor que $-L_2$ substituir $C_o = -L_2$.

onde L_1 é um valor positivo menor que L_2 , e ambos os valores são escolhidos pelo projetista do controlador.

É necessário observar que parte do algoritmo descrito nesta seção, está contido na função (5.23), e dessa forma não implica em aumento da complexidade do critério de parada do método de ajuste.

6 METODOLOGIA

Neste trabalho, utiliza-se a associação de técnicas de controle não linear, estruturas de aproximação de funções, e técnicas de reconhecimento das incertezas, com o intuito de obter um controle eficiente de um sistema não-linear com atrito e dinâmica desconhecida. Possibilitando identificar variações nas características do atrito que atua nesse sistema, que podem ser causadas pelo desgaste, alterando a lei de controle para manter a eficiência, apesar da variação do atrito. Além disso, o controlador tem de lidar com o fato de que o sistema pode apresentar ruído na medição e é necessário estimar todos os estados do sistema que não são mensurados.

Para avaliar a eficácia dos controladores, foi utilizada como primeiro critério, a média absoluta dos erros do sistema, equação (6.1), que tem como objetivo avaliar se o controlador consegue fazer com que o sistema descreva a trajetória desejada, devendo esse critério respeitar o valor máximo de 2% da amplitude da trajetória, critério normalmente adotado na literatura para considerar que a trajetória desejada foi atingida, como pode ser observado em (OGATA, 2011).

$$g_1 = \frac{\sum_{i=0}^{i=n} |\tilde{x}_i|}{n} \quad (6.1)$$

O segundo critério adotado, tem a intenção de analisar a redução do *chattering*, sendo utilizado a média absoluta da taxa de variação do esforço de controle, equação (6.2), buscando uma redução mínima de 95% dessa média, em comparação com o valor obtido para a simulação com o controlador SMC com função relé, sendo esta análise proposta nesta tese para permitir a avaliação quantitativa da redução da oscilação de alta frequência do esforço de controle.

$$g_2 = \frac{\sum_{i=0}^{i=n} |\dot{u}|}{n} \quad (6.2)$$

O terceiro critério adotado, analisa a capacidade da redução da incerteza do sistema, sendo utilizado para esta análise, a média absoluta do erro de aproximação do modelo, equação (6.3). Após o período de ajuste dos parâmetros, esta média deve ser inferior a um valor ϵ tolerado determinado em projeto.

$$g_3 = \frac{\sum_{i=0}^{i=n} |E|}{n} \quad (6.3)$$

O quarto critério adotado, compara quais métodos de controle apresentaram maior gasto com esforço de controle, para isso, foi utilizado a média absoluta do esforço de controle, equação (6.4), sendo este resultado apresentado no apêndice desta tese.

$$g_4 = \frac{\sum_{i=0}^{i=n} |u|}{n} \quad (6.4)$$

A análise dos resultados obtidos através dos métodos discutidos neste trabalho, foi dividida em dois grupos de testes. No primeiro grupo, foram avaliados quais métodos, melhor desempenharam, a tarefa de controlar e identificar as incertezas do sistema, sem causar o fenômeno *chattering*. O segundo, foi analisado o desempenho dos métodos de ajuste mediante a modificação do carregamento do sistema durante seu funcionamento, com a intenção de avaliar o desempenho da estratégia de monitoramento do erro residual em comparação com a estratégia convencional do término da adaptação.

No primeiro grupo de testes, os testes 1 e 2 utilizaram o modelo de atrito Coulomb + viscoso, nos testes 3 e 4 o modelo Coulomb + estático, nos testes 5 e 6 o modelo Coulomb + estático + viscoso, e nos testes 7 e 8 o modelo *Stribeck*. Nas simulações ímpares, foi escolhida uma trajetória desejada continuamente diferenciável do tipo senoidal apresentada na figura (25), e nas simulações pares uma trajetória diferenciável por partes, do tipo triangular apresentada na figura (26).

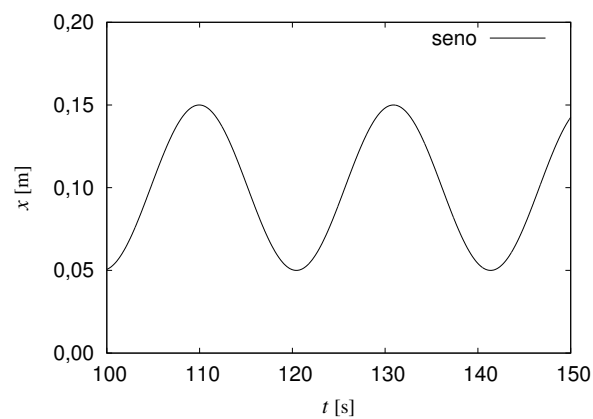


Figura 25 – Trajetória desejada tipo senoidal

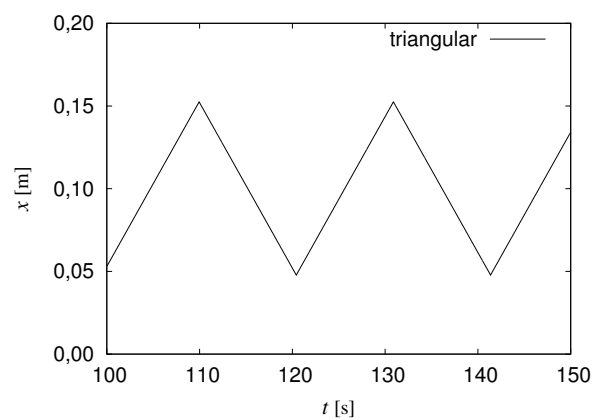


Figura 26 – Trajetória desejada tipo triangular

Para o segundo grupo de teste foram utilizados apenas os métodos de ajuste que obtiveram o melhor resultado no primeiro grupo, para ser analisado mediante a variação

do atrito em tempo real, a princípio foi utilizado o modelo Coulomb + viscoso, para representar o caso com lubrificação, e a partir de determinado instante foi substituído este modelo pelo modelo de Coulomb + estático, para representar o caso com atrito seco.

Na seção 6.1 serão apresentados os parâmetros utilizados por todos os métodos, considerando que nas simulações o modelo da dinâmica e do ganho do sistema, não eram conhecidos antes do início do controle, utilizando este artifício para testar o desempenho dos controladores e do reconhecimento de incerteza através da situação mais crítica.

6.1 Parâmetros utilizados nas simulações

Neste trabalho, foram testadas duas configurações de superfície de deslizamento, apresentadas nas equações (6.5) e (6.6) .

$$\sigma_1 = \ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2\tilde{x} \quad (6.5)$$

$$\sigma_2 = \ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + 2\lambda^2\tilde{x} + \lambda^3 \int \tilde{x} dt \quad (6.6)$$

onde os parâmetros λ escolhidos para as duas superfícies foi $\lambda = 8$. Em todas as simulações que utilizaram função de suavização em substituição a função sinal, o fator de suavização ϕ escolhido foi, $\phi = 3, 5$. Nas simulações que utilizaram métodos de ajuste adaptativo, o valor tolerado para o erro de aproximação foi $\epsilon = 0,9m/s^3$. Para o cálculo do ganho de robustez do controlador, K , foi utilizado o método apresentado na equação (5.26), que obteve o valor do erro máximo de aproximação do modelo de $E_{max} = 9,3$ e foi utilizado parâmetro $\eta = 0,1$. Dessa forma $K = \eta + E_{max} = 9,4$.

Foram testadas as seguintes leis de controle:

$$u = \hat{b}_0^{-1}(-\hat{f}_0 + r_3 - \bar{\Lambda}^\top \tilde{\mathbf{x}} - K \text{sgn}(\sigma)) \quad (6.7)$$

$$u = \hat{b}_0^{-1}(-\hat{f}_0 + r_3 - \bar{\Lambda}^\top \tilde{\mathbf{x}} - K \tanh(\sigma/\phi)) \quad (6.8)$$

$$u = \hat{b}_0^{-1}(-\hat{f}_0 + r_3 - \bar{\Lambda}^\top \tilde{\mathbf{x}} - K \text{sigm}(\sigma, \phi)) \quad (6.9)$$

$$u = \hat{b}_0^{-1}(-\hat{f}_0 + r_3 - \bar{\Lambda}^\top \tilde{\mathbf{x}} - K \text{sat}(\sigma, \phi)) \quad (6.10)$$

$$u = \hat{b}_0^{-1}(-\hat{f}_0 + r_3 - \bar{\Lambda}^\top \tilde{\mathbf{x}} - K \text{sat}(\sigma, \phi)) + \hat{\theta}^\top \psi \quad (6.11)$$

$$u = (\hat{b}_0 + \theta_{n+1})^{-1}(-\hat{f}_0 - \hat{\theta}^\top \psi + r_3 - \bar{\Lambda}^\top \tilde{\mathbf{x}} - K \text{sat}(\sigma, \phi)) \quad (6.12)$$

Como foi considerado que a dinâmica e o ganho do sistema são desconhecidos, em todos os testes foram utilizados $\hat{f}_0 = 0$ e $\hat{b}_0 = 1$. Nas leis de controle (6.11) e (6.12), os vetores $\hat{\theta}$ foram inicializados como o vetor nulo. E os vetores ψ foram representados pelas estruturas de aproximação apresentadas na seção 3.1, polinômios de Legendre, RBF gaussiana, quadrática e quadrática inversa e funções de pertinência fuzzy. Todas as estruturas de aproximação utilizaram 6 elementos cada e o domínio utilizado para representá-las foi a função σ , limitada em $|\sigma| < \phi$. Nas RBF's foram utilizadas os parâmetros apresentados nos vetores (6.14) e (6.13). As funções de pertinência *fuzzy* têm seus valores máximos nos pontos representados no vetor (6.13).

$$c_i = \{-0,5; -0,2; -0,01; 0,01; 0,2; 0,5\} \quad (6.13)$$

$$\varepsilon_i = \{4,0; 16,0; 32,0; 32,0; 16,0; 4,0\} \quad (6.14)$$

Para ajustar os parâmetros $\hat{\theta}$ da lei de controle (6.11), foi utilizada lei adaptativa (6.15).

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma\psi\sigma \quad (6.15)$$

E para as leis de controle (6.12), foram utilizadas as seguintes leis adaptativas: (6.16), (6.17), (6.18) e (6.19).

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma E\psi \quad (6.16)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = P\psi E \quad (6.17)$$

$$\dot{P} = -P\psi\psi^T P$$

$$\dot{\hat{\theta}} = P\psi E \quad (6.18)$$

$$\dot{P} = -P\psi\psi^T P + \nu P$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma\phi\psi\text{sgn}(E) \quad (6.19)$$

Nas leis adaptativas (6.15), (6.16) e (6.19), Γ é uma matriz diagonal principal em que os elementos não nulos, são iguais a 1, 5. E nas leis adaptativas (6.17) e (6.18) a matriz P inicial tem o mesmo valor de Γ e para o método (6.18) o valor para o fator de esquecimento foi $\nu = 0,4$ e o valor máximo para a norma da matriz de covariância foi $\|P\| = 15$.

Todas as simulações foram implementadas através da linguagem de programação C++. Para simular o modelo do sistema foi utilizado o método de Runge Kutta de quarta ordem, com uma frequência de integração de 1 *KHz* e uma frequência de controle de

33Hz. Foi considerado que apenas a posição do atuador seria a variável medida e que este sinal apresenta um ruído de 0,1mm de amplitude.

Como os métodos apresentados neste trabalho necessitam de todos os estados do sistema, neste caso, é considerado que só se pode medir a posição devido a presença de ruído no sinal medido, a derivação dos estados do sistema pode ampliar o ruído no sinal que se deseja derivar. Para evitar a ampliação do ruído, foi utilizado a técnica de derivação por modos deslizantes de segunda ordem, encontrado em Levant (1998). Este método consiste na seguinte equação (6.20).

$$\begin{aligned}\dot{v}_0 &= v_1 - \mathcal{V}_0 |\mathcal{E}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(\mathcal{E}) \\ \dot{v}_1 &= -\mathcal{V}_1 \text{sgn}(\mathcal{E})\end{aligned}\quad (6.20)$$

Na equação (6.20) o termo \mathcal{E} , representa a diferença entre a variável que se deseja derivar, $x(t)$, e a integral da estimativa da derivada v_0 . Como demonstrado por Levant (1998), quando $\mathcal{E} = v_0 - x(t) = 0$ implicará em \dot{v}_0 tender a $\dot{x}(t)$. Para isso é necessário que os parâmetros \mathcal{V}_0 e \mathcal{V}_1 atendam os seguintes critérios:

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_1 &> \mathcal{C} \\ \mathcal{V}_0^2 &> 4\mathcal{C} \frac{\mathcal{V}_1 + \mathcal{C}}{\mathcal{V}_1 - \mathcal{C}}\end{aligned}$$

na qual $\mathcal{C} > 0$ está associada a função de Lipschitz.

Para melhorar o desempenho deste método foi utilizado um filtro passa baixa descrito pela equação (6.21).

$$\dot{y}_f = -f_0 y_f + f_1 x \quad (6.21)$$

Nas figuras (27) e (28) são comparados o desempenho da derivação de uma função senoidal com ruído, através do método convencional de derivação sem filtro, e através do método de derivação por modos deslizantes com o filtro passa baixa filtrando o sinal que será derivado. Foram utilizados $\mathcal{C} = 1, 1, \mathcal{V}_1 = 1, 3, f_1 = 150.0$ e $f_0 = 150.0$. Foi utilizado o método de euler para integrar as equações (6.20), com um passo de integração de 0,03 s.

Observa-se em (27) e (28), que a utilização conjunta do observador de estados por modos deslizantes e do filtro passa baixa permite reduzir o ruído a valores aceitáveis.

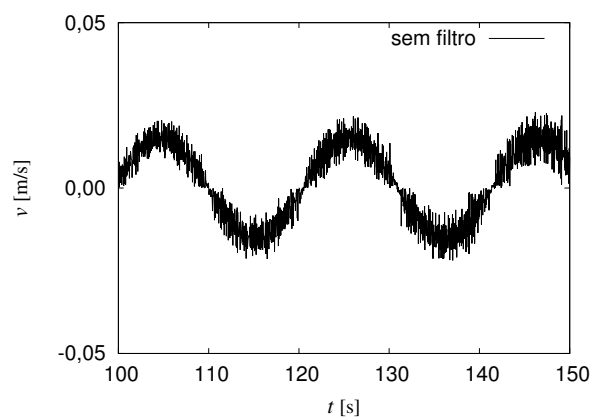


Figura 27 – Velocidade do atuador sem filtro

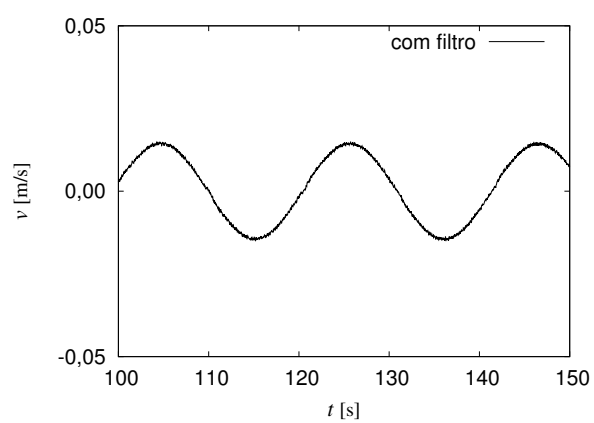


Figura 28 – Velocidade do atuador filtrada

7 RESULTADOS

Este capítulo apresentará os resultados obtidos nas simulações, visando demonstrar a eficácia do método de controle por modos deslizantes com modelo adaptativo inteligente, o qual dispensa conhecimento prévio da dinâmica do sistema a ser controlado, sendo utilizado para controlar um sistema eletro-hidráulico com atrito não-linear descrito no capítulo 4.

Como foi discutido no capítulo 6, para melhor analisar os resultados obtidos neste trabalho as simulações foram divididas em dois grupos.

O primeiro grupo dos testes será apresentado na seção 7.1, sendo os resultados mais importantes comparados através de gráficos de barras, que apresentarão os valores da média absoluta dos erros do sistema (6.1), média absoluta da taxa de variação do esforço de controle (6.2) e média absoluta do erro de aproximação do modelo (6.3). E os valores dos demais métodos testados nas simulações estão apresentados no apêndice desse trabalho. Ao final de cada teste, o desempenho do método proposto neste trabalho é comparado ao desempenho do controle por modos deslizantes sem reconhecimento de incertezas, através dos gráficos de rastreamento da trajetória, erro, esforço de controle e erro de aproximação.

No segundo grupo de testes, apresentado na seção 7.2, será analisado o desempenho do método de ajuste proposto em comparação ao método de ajuste retirado da literatura que obtiver melhor desempenho no primeiro grupo de testes. Comparando os critérios de parada do ajuste, para analisar qual método apresenta maior esforço computacional. Os resultados são demonstrados através dos gráficos do rastreamento da trajetória, do erro de ajuste do modelo, do esforço de controle e da comparação do esforço computacional de cada método. Por fim é apresentado o indicador da alteração das características dinâmicas do sistema, através da análise da média absoluta da taxa de variação da função aproximada da dinâmica do sistema.

7.1 Primeiro grupo de testes

Nesta seção são apresentados os testes realizados no primeiro grupo, visando comparar os resultados obtidos pelo reconhecimento das incertezas da planta, através do método de ajuste proposto no capítulo 5, em comparação ao método de ajuste retirado da literatura que obteve o melhor resultado, e os demais métodos testados estão apresentados nos apêndices deste trabalho. As médias g_1 , g_2 , g_3 e g_4 apresentadas nesta seção para analisar o desempenho dos métodos discutidos neste trabalho, foram calculadas após o

término do ajuste dos parâmetros, permanecendo estes fixos após período de adaptação.

A princípio foi comparado o desempenho do controlador por modos deslizantes com as superfícies de deslizamento σ_1 e σ_2 , como pode ser observado na tabela (2), onde foi comparado o desempenho das funções sinal, saturação, tangente hiperbólica e sigmóide, para o rastreamento de uma trajetória senoidal, onde foi utilizado como modelo de atrito o modelo Coulomb + Viscoso.

Tabela 2 – Teste 1: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência senoidal.

método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_1)$	0,476	214,6342	9,4532	9,4519
$tanh(\sigma_1)$	28,2967	0,5471	1,851	1,8507
$sigm(\sigma_1)$	30,1318	0,3359	1,1183	1,1182
$sat(\sigma_1)$	28,2494	0,5541	1,8731	1,8728
$sgn(\sigma_2)$	0,2878	212,4351	9,5151	9,5139
$tanh(\sigma_2)$	9,8317	1,8701	6,5452	6,5405
$sigm(\sigma_2)$	14,5048	1,7512	5,7466	5,7438
$sat(\sigma_2)$	8,1617	1,8794	6,4096	6,4061

Analisando os resultados apresentados na tabela (2), comparando os resultados obtidos com a função $sgn(\sigma_1)$ e $sgn(\sigma_2)$ através da coluna g_1 , erro médio absoluto, observa-se que ambos os testes obtiveram resultados dentro do erro tolerado de $1mm$, porém como apresentado através da coluna g_2 , média absoluta da taxa de variação do esforço de controle, observa-se que estes métodos apresentam uma elevada oscilação no esforço de controle, como já foi discutido no capítulo 2.

Utilizando as funções de suavização saturação, tangente hiperbólica e sigmóide, verifica-se que é possível reduzir os valores da taxa de variação do esforço de controle, no entanto, ocorre o aumento do erro residual, como pode ser observado na coluna 1, na qual deve se salientar que o menor erro residual obtido foi com a função de saturação.

Comparando o desempenho das superfícies de deslizamento σ_1 e σ_2 verifica-se que a média do erro absoluto quando se utiliza as funções de suavização, $sat(\sigma_2)$, $tanh(\sigma_2)$ e $sigm(\sigma_2)$, são consideravelmente inferiores aos valores obtidos com as funções $sat(\sigma_1)$, $tanh(\sigma_1)$ e $sigm(\sigma_1)$. Com apenas um pequeno aumento na média absoluta na taxa de variação do esforço de controle.

Como pode ser observado nas tabelas apresentadas no apêndice A, nos demais testes comparando o desempenho da superfície de deslizamento σ_1 e σ_2 , a superfície σ_2 , devido a inclusão do termo integral, obteve um melhor desempenho no que se refere a redução do erro residual do que a superfície σ_1 . Por isso, os testes a seguir serão analisados utilizando apenas a superfície σ_2 .

Em decorrência do melhor desempenho da função saturação em comparação as funções tangente hiperbólica e sigmóide, os resultados obtidos através do reconhecimento

da incerteza serão comparados ao desempenho da função de saturação.

Através da comparação dos métodos de ajuste, mínimos quadrados, mínimos quadrados com fator de esquecimento e método do gradiente, como pode ser observado nos apêndices desta tese, verificou-se que estes três métodos apresentam resultados similares quando são utilizados para ajustar a mesma estrutura de aproximação. E como destes métodos o método do gradiente apresenta a menor complexidade computacional, os resultados apresentados nesta seção, compararam o desempenho do método de ajuste proposto neste trabalho em relação ao método do gradiente.

Por fim, é necessário ressaltar que o método de controle por modos deslizantes com compensação adaptativa também foi avaliado neste trabalho, e foi verificado que este, permite atingir o objetivo de redução do erro a valores tolerados, porém, a função ajustada não representa a dinâmica não modelada, e sim uma alteração na lei de controle de forma a garantir a redução do erro, isso pode ser observado verificando a média absoluta do erro de aproximação do modelo, g_3 .

Para todos os testes deste grupo, foi utilizado como valores de referência para o erro médio absoluto inferior a $1mm$, para média da taxa de variação do esforço de controle inferior a 5% da média da taxa de variação do esforço de controle utilizando o controlador por modos deslizantes com função sinal, e para a média absoluta do erro de aproximação inferior a $\epsilon = 0,5m/s^3$.

7.1.1 Teste 1: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+viscoso.

Como foi apresentado na tabela 2, o valor da média absoluta da taxa de variação do esforço de controle, coluna g_2 para o teste que utilizou a função $sgn(\sigma_2)$ foi $212,4V/s$, dessa forma o valor de referência para a média da taxa de variação do esforço de controle para este teste foi de $10,6V/s$.

No conjunto de figuras (29), são apresentadas a comparação entre o desempenho obtido pelo ajuste através do método do gradiente tradicional, e do método proposto neste trabalho, para o ajuste das estruturas de aproximação descritas na seção 3.1, estes resultados também podem ser observados de forma mais detalhada nas tabelas (15) e (21).

Comparando os resultados apresentados na figura (29(a)), observa-se que os métodos testados obtiveram o valor de g_1 , inferior ao valor tolerado de $1mm$, comparando o desempenho dos métodos de ajuste, os dois métodos apresentaram valores semelhantes de erro residual. E comparando o desempenho das estruturas de aproximação, as RBF's gaussianas, quadrática inversa e as funções de pertinência *fuzzy*, apresentaram uma maior redução do erro residual.

Na figura (29(b)), é analisado média absoluta da taxa de variação do esforço de controle, e verifica-se que todos os métodos testados conseguiram atingir valores inferiores ao valor de referência para este teste.

E através da figura (29(c)), onde é analisado o erro de aproximação do modelo, verifica-se que os métodos que apresentam menor erro residual, também são os métodos que apresentam maior redução do erro de aproximação do modelo, verifica-se que todos os métodos atingiram o valor tolerado do erro de aproximação, com uma menor redução do erro nos casos dos métodos Polinômios de Legendre e RBF quadrática.

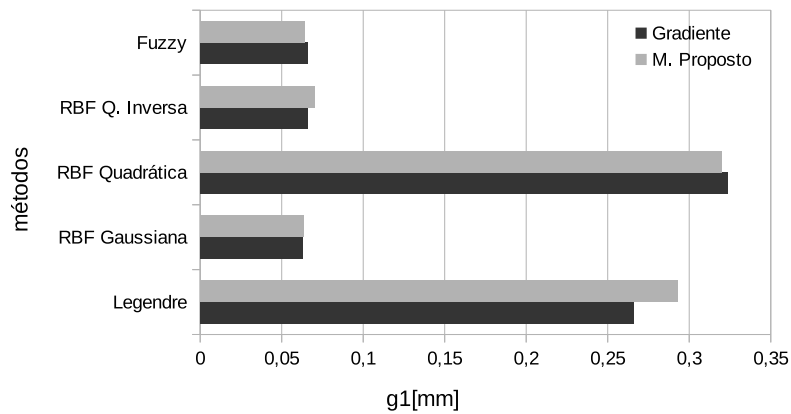
Analizando a disposição das funções ao longo do domínio $-\phi < \sigma_2 < \phi$, pode se afirmar que as funções RBF's gaussiana, quadrática inversa e *fuzzy*, conseguem particionar o domínio em sub regiões locais, enquanto que as funções Polinômios de Legendre e RBF quadrática, todas as funções descrevem o domínio como um todo, e esta característica dificulta a representação de não linearidades descontínuas, e por isso as funções Polinômios de Legendre e RBF quadrática, têm um desempenho inferior as demais funções, apesar de conseguir atingir o erro tolerado.

Nas figuras (30), são apresentadas as comparações do rastreamento da trajetória, erro de rastreamento, esforço de controle, e erro de aproximação do modelo, para a simulação, utilizando a função de saturação sem ajuste, comparado ao reconhecimento da incerteza através do método de ajuste proposto neste trabalho, utilizando como estrutura de aproximação a RBF gaussiana.

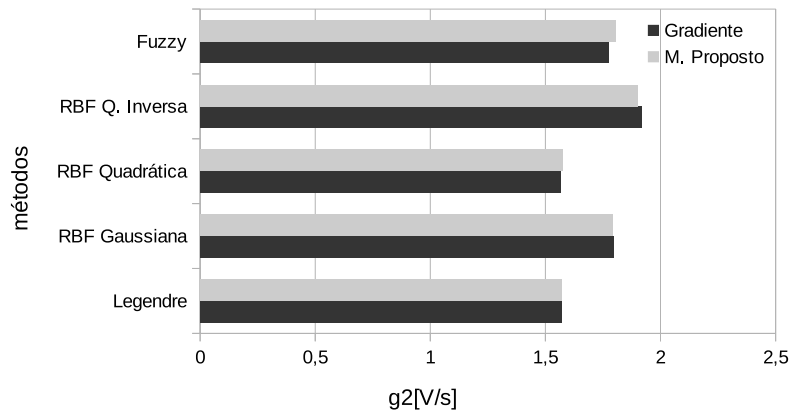
Através da comparação das figuras (30(a)) e (30(b)), verifica-se que o método proposto para o reconhecimento das incertezas da dinâmica do sistema, permite descrever a trajetória desejada com uma considerável redução do erro como pode ser observada nas figuras (30(c)) e (30(d)) .

Na figura (30(d)), observa-se picos de erro na inversão do movimento, neste ponto ocorrem dois fenômenos, o primeiro se refere a inércia do sistema, que dificulta parar o sistema antes de inverter o movimento, e o segundo diz respeito a não linearidade causada pelo atrito de Coulomb. Estes dois efeitos, ao serem identificados pelo reconhecimento da dinâmica, permitem um melhor desempenho do controlador. Comparando as figuras (30(e)) e (30(f)), observa-se que o esforço de controle sem o reconhecimento da dinâmica necessita de uma amplitude maior, enquanto que, com o reconhecimento da dinâmica aparece um pequeno pico, no momento da inversão do movimento, para compensar a não linearidade causada pelo atrito de Coulomb.

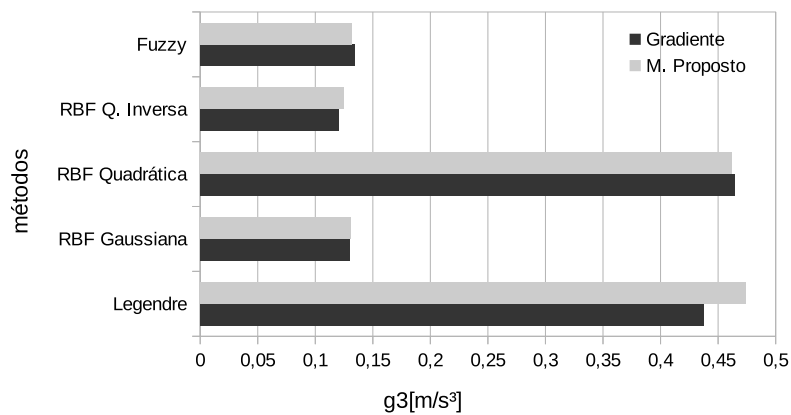
E analisando as figuras (30(g)) e (30(h)), verifica-se que a redução do erro de aproximação do modelo esta associada a redução do erro de rastreamento, como também foi observado pela análise das médias g_3 , e no momento da inversão do movimento ocorrem picos no erro de aproximação do modelo que estão dentro do valor tolerado.



(a) Erro médio absoluto.

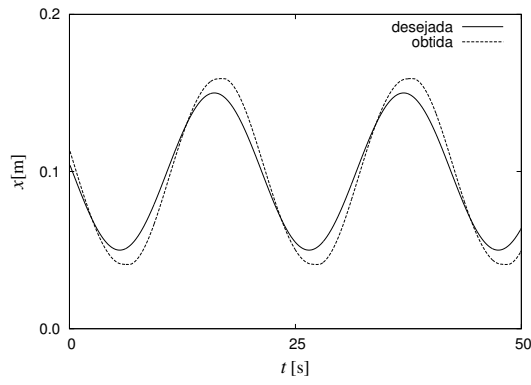


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

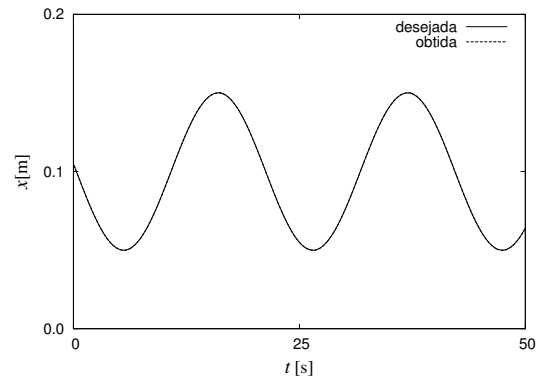


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

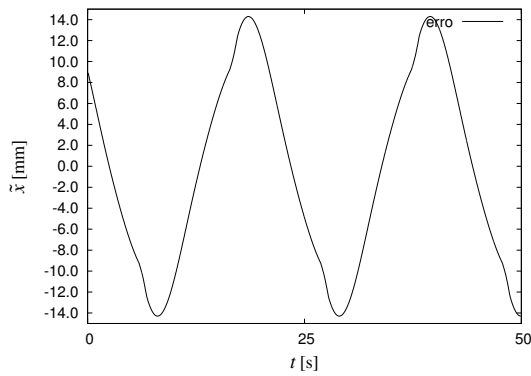
Figura 29 – Teste 1: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



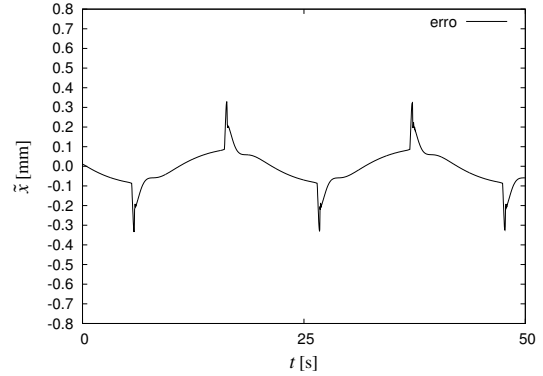
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste.



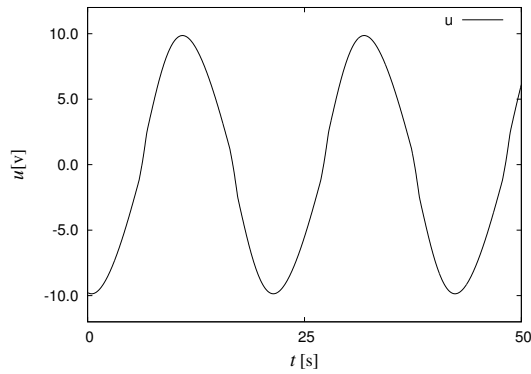
(b) Rastreamento da trajetória método proposto.



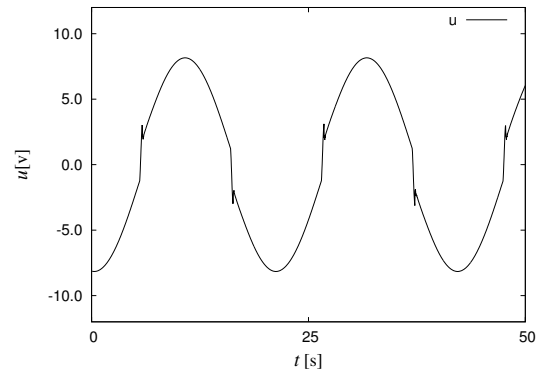
(c) Erro de rastreamento sem ajuste.



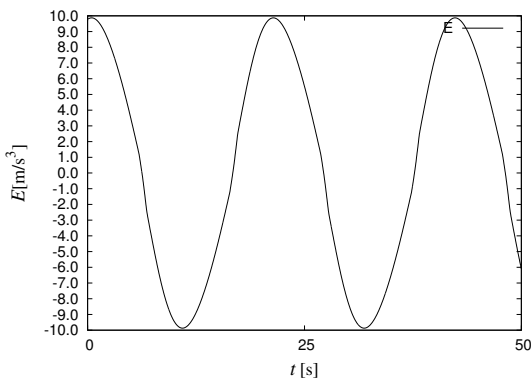
(d) Erro de rastreamento método proposto.



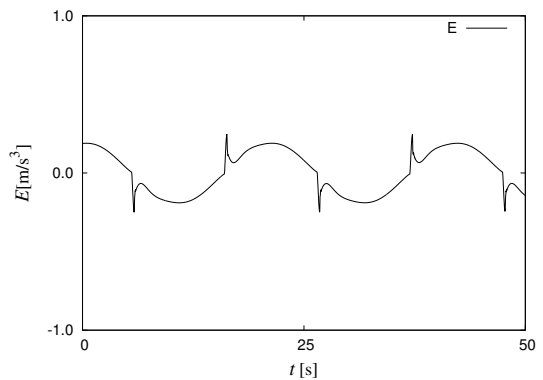
(e) Esforço de controle sem ajuste.



(f) Esforço de controle método proposto.



(g) Erro de aproximação sem ajuste.



(h) Erro de aproximação método proposto.

Figura 30 – Resultado obtido no teste 1.

7.1.2 Teste 2: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+viscoso.

Na tabela (3), é apresentado o resultado das simulações com a função sinal e com a função de saturação, para o rastreamento de uma trajetória triangular, utilizando como modelo de atrito o modelo de Coulomb+viscoso. No conjunto de figuras (31), é apresentado a comparação dos resultados obtidos pelos métodos de ajuste do gradiente e do método proposto neste trabalho que podem ser visualizados de forma mais detalhada nas tabelas (27) e (33). E os demais métodos avaliados neste teste estão apresentados no apêndice B.

Tabela 3 – Teste 2: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência triangular.

método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_2)$	0,3413	246,1206	9,6612	9,659
$sat(\sigma_2)$	5,8884	1,5403	6,0105	6,0042

O valor de referência para g_2 neste teste foi de $12,5V/s$.

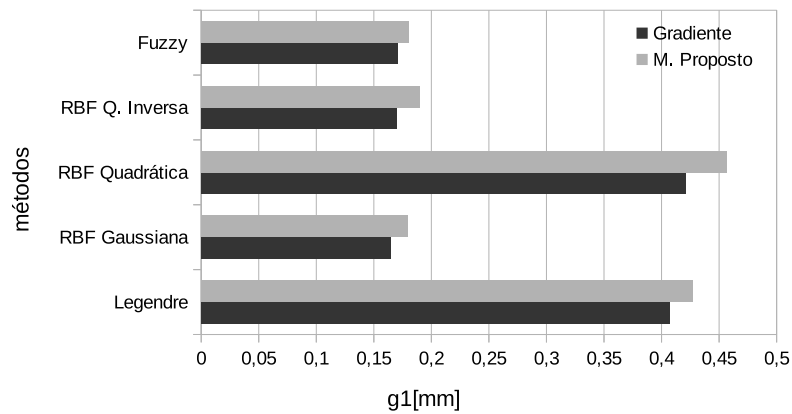
Analisando os resultados apresentados na figura (31(a)), verifica-se que todos os métodos apresentam a média g_1 inferior ao erro tolerado, e os testes realizados com método proposto, obtiveram resultado semelhante ao método do gradiente, diferindo na segunda casa decimal. Comparando as estruturas de aproximação, os resultados que obtiveram o melhor desempenho foram as RBF's gaussiana e quadrática inversa e as funções de pertinência *fuzzy*.

Na figura (31(b)), se verifica que todos os métodos atenderam o valor de tolerado. E na figura (31(c)), todos os métodos testados superaram o valor tolerado do erro de aproximação da dinâmica.

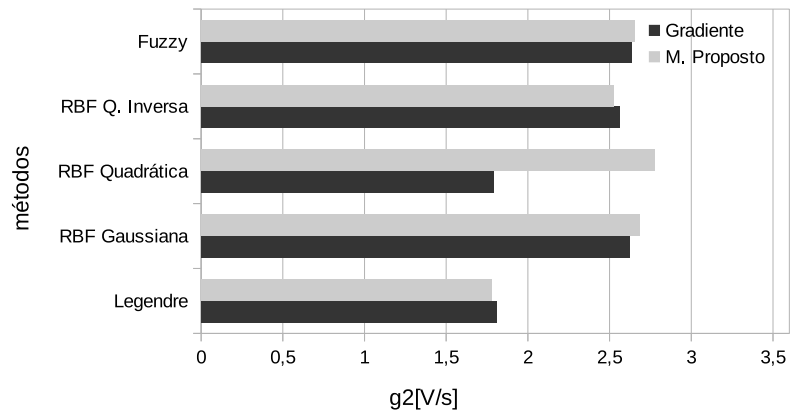
Comparando os resultados obtidos nos testes 1 e 2, verifica-se o aumento do erro de rastreamento da taxa de variação do esforço de controle, e do erro de aproximação da dinâmica. Isto ocorre devido a trajetória senoidal ser contínua, e a trajetória triangular ser diferenciável por partes.

No caso da trajetória senoidal, a dificuldade de realizar inversão do movimento, devido a inércia, é menor causando picos de erro dentro do valor tolerado por que a trajetória é contínua. Já no caso da trajetória triangular, a inversão do movimento é brusca, provocando um erro pontual maior, figura (32(d)), mas ainda dentro do valor tolerado. Este pico de erro produz uma variação descontínua no esforço de controle, figura (32(f)), que também permanece dentro do valor de aceitável, e o aumento do erro de aproximação da dinâmica (32(h)), este acima do valor admissível.

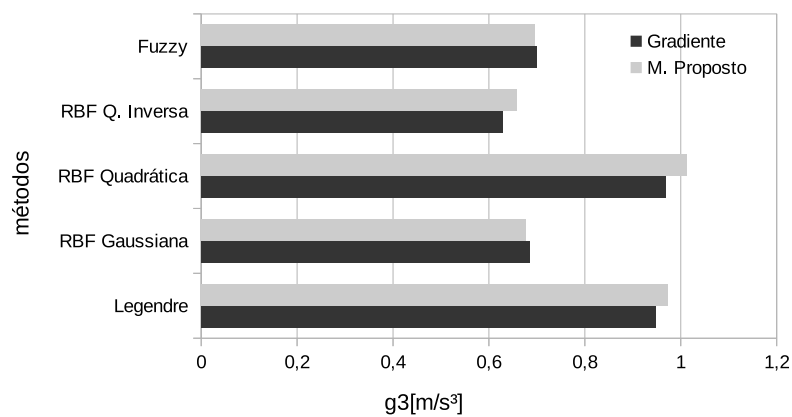
No conjunto de figuras (32), se observa a considerável redução do erro, comparando os casos com reconhecimento da dinâmica e sem reconhecimento.



(a) Erro médio absoluto.

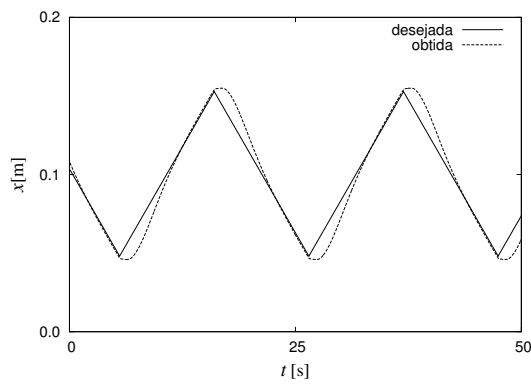


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

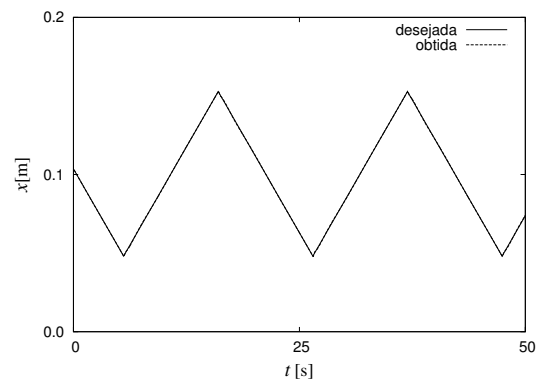


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

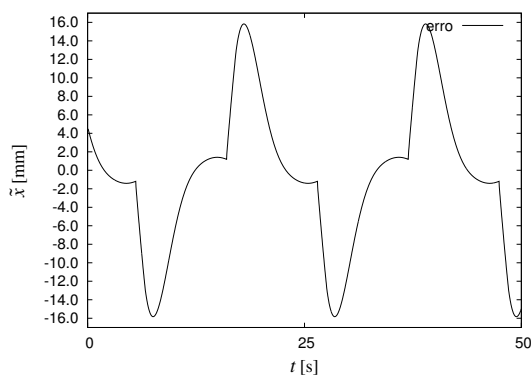
Figura 31 – Teste 2: modelo de atrito Coulomb + Viscoso, referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



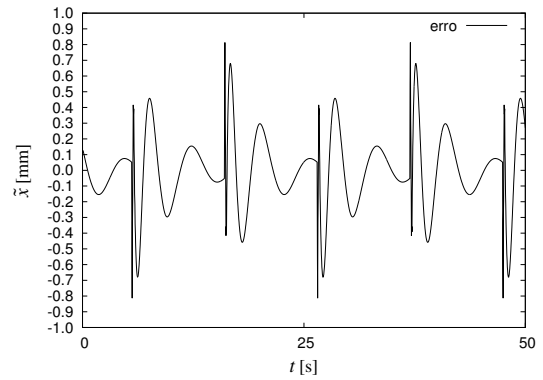
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste.



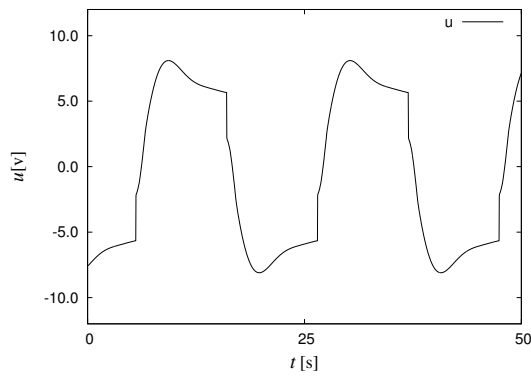
(b) Rastreamento da trajetória método proposto.



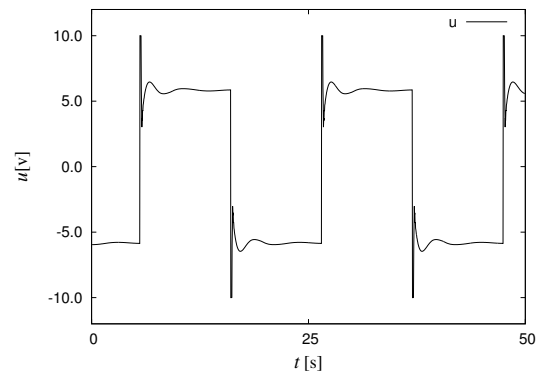
(c) Erro de rastreamento sem ajuste.



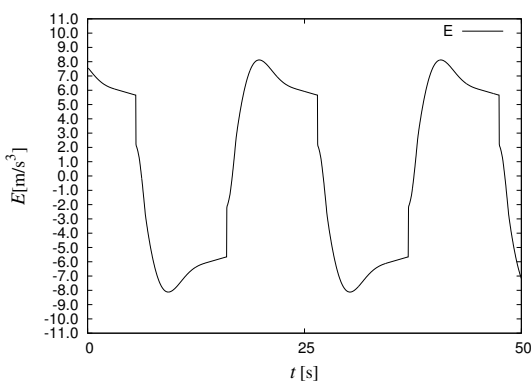
(d) Erro de rastreamento método proposto.



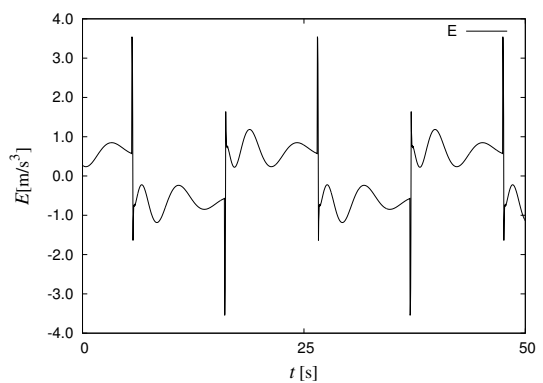
(e) Esforço de controle sem ajuste.



(f) Esforço de controle método proposto.



(g) Erro de aproximação sem ajuste.



(h) Erro de aproximação método proposto.

Figura 32 – Resultado obtido no teste 2.

7.1.3 Teste 3: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático.

Para os testes 3 e 4, foi utilizado como modelo de atrito o modelo Coulomb + estático, que dos modelos testados, apresenta a maior descontinuidade na inversão do movimento, representando o caso mais crítico. Na tabela (4) são apresentados os resultados obtidos sem o reconhecimento das incertezas com a utilização da função sinal e saturação. No conjunto de figuras (33), são apresentados os resultados obtidos com os métodos de ajuste gradiente e o método proposto neste trabalho, estes resultados podem ser encontrados de forma mais detalhada nas tabelas (36) e (39), os demais resultados obtidos neste teste estão apresentados no apêndice C.

Tabela 4 – Teste 3: modelo de atrito Coulomb + estático, referência senoidal.

método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_2)$	0,2588	300,6276	9,4892	9,4889
$sat(\sigma_2)$	7,8871	2,4059	6,2082	6,2041

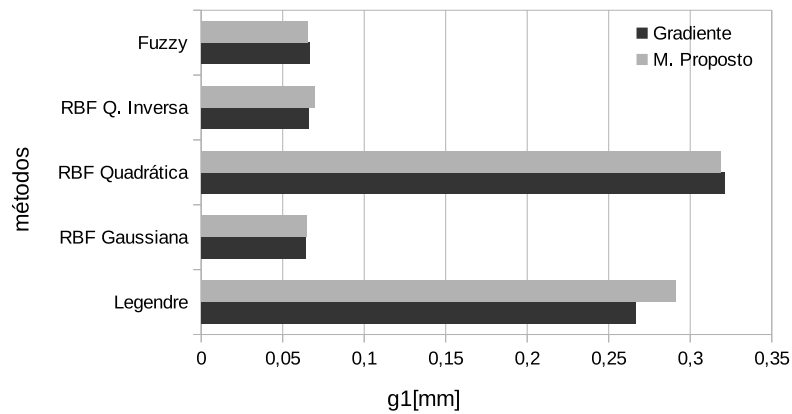
O valor de referência para g_2 neste teste foi de $15,03V/s$.

Comparando a figura (29(a)), do teste 1 e a figura (33(a)), do teste 3, observa-se que no teste 3, apesar do atrito de Coulomb + estático, o erro médio absoluto permanece dentro do valor tolerado, e as mesmas estruturas de aproximação que obtiveram resultado superior nos primeiros testes se mantêm como as mais eficazes no teste 3. Comparando os métodos de ajuste, ambos aprestaram resultado praticamente idênticos.

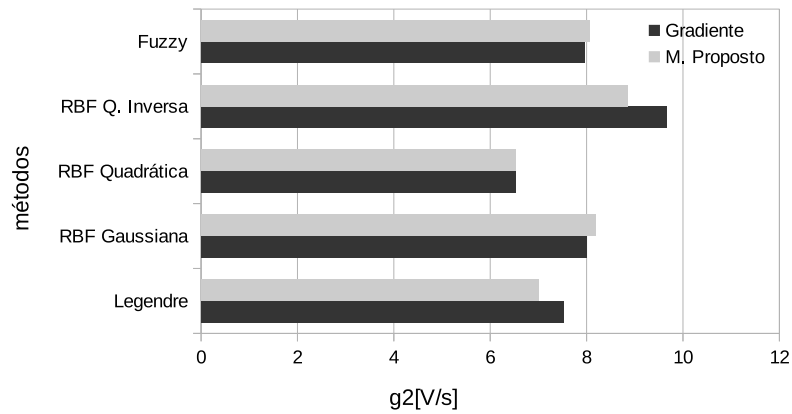
Analisando a taxa de variação do esforço de controle, figura (33(b)), se verifica o aumento da taxa de variação do esforço de controle mas ainda dentro do valor tolerado.

E o erro de aproximação da dinâmica, figura (33(b)) também se mantém dentro do valor tolerado, da mesma forma que no primeiro teste.

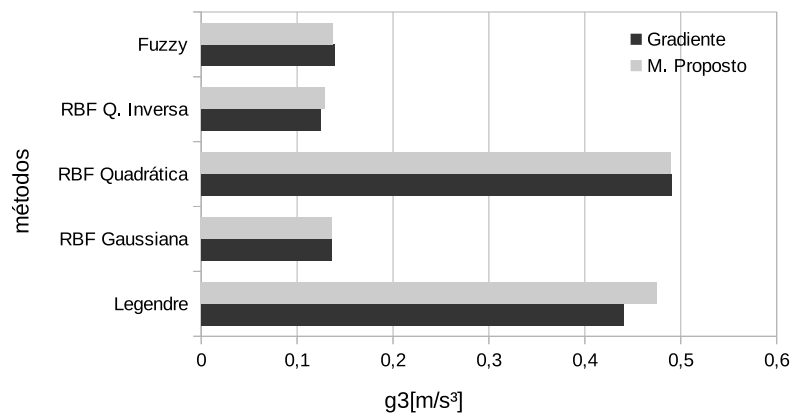
No conjunto de figuras (34), pode-se constatar na figura (34(d)), que o erro de rastreamento da trajetória desejada, que no primeiro teste apresentava um pico, passa a apresentar uma vibração no momento da mudança de movimento, esta vibração é ocasionada pela dinâmica não linear descontínua causada pelo atrito seco, e a medida que o modelo aproximado passa a representar esta dinâmica, a vibração passa a ser compensada pelo esforço de controle (34(f)), passando a apresentar o aumento na taxa de variação do esforço de controle, que foi observado na figura (33(b)). Comparando as figuras (30(h)) e (34(h)), pode-se afirmar que após o ajuste dos parâmetros, o erro de aproximação da dinâmica permanece dentro do tolerado nos dois casos.



(a) Erro médio absoluto.

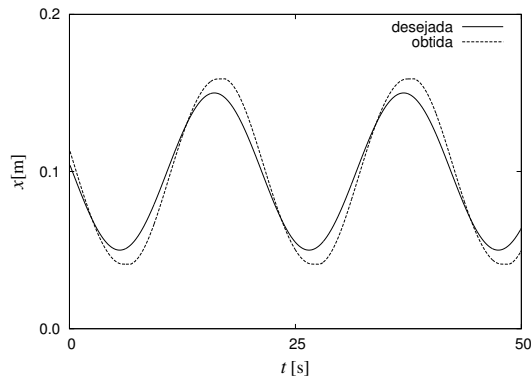


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

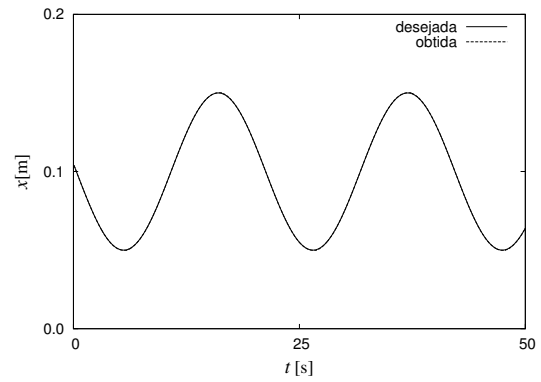


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

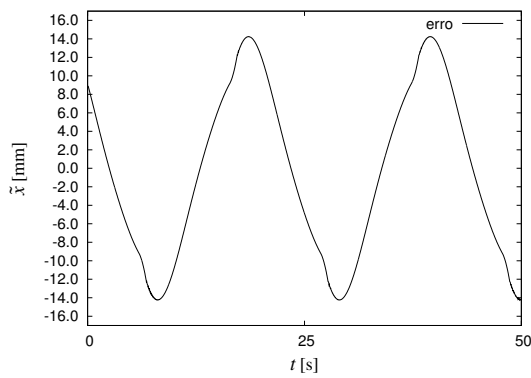
Figura 33 – Teste 3: modelo de atrito Coulomb + estático, referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



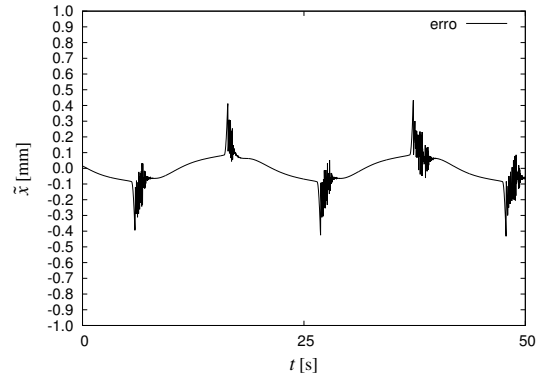
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste.



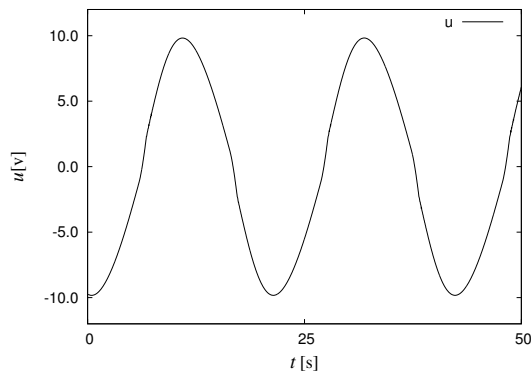
(b) Rastreamento da trajetória método proposto.



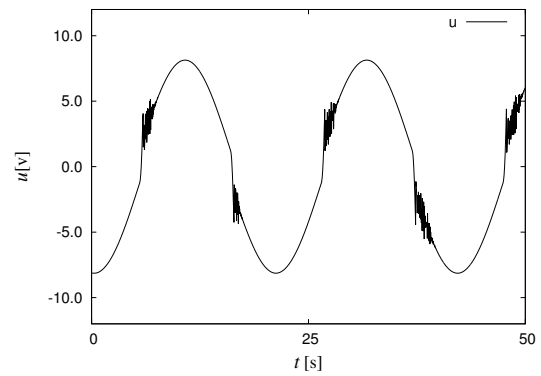
(c) Erro de rastreamento sem ajuste.



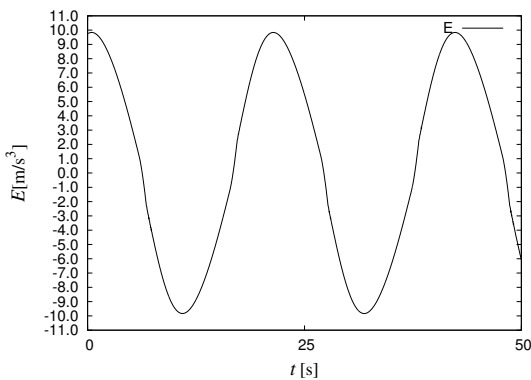
(d) Erro de rastreamento método proposto.



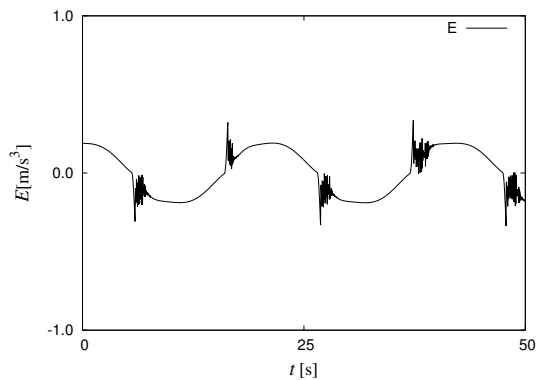
(e) Esforço de controle sem ajuste.



(f) Esforço de controle método proposto.



(g) Erro de aproximação sem ajuste.



(h) Erro de aproximação método proposto.

Figura 34 – Resultado obtido no teste 3.

7.1.4 Teste 4: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático.

Na tabela (5), são apresentados os resultados obtidos no teste 4, com a função sinal e saturação, no conjunto de figuras (35) são apresentados os resultados obtidos através do método de ajuste do gradiente, tabela (42), e do método proposto, tabela (45), os demais resultados deste teste estão apresentados no apêndice D. E o valor de referência para o critério g_2 neste teste foi de $15,73V/s$.

Tabela 5 – Teste 4: modelo de atrito Coulomb + estático, referência triangular.

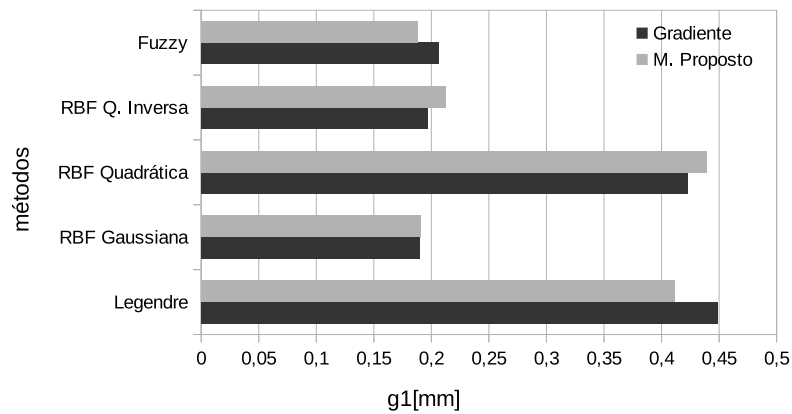
método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_2)$	0,2747	314,7631	9,6609	9,6603
$sat(\sigma_2)$	5,6436	2,5358	5,8194	5,8122

Comparando as figuras (35(a)) e (31(a)), no teste 4 ocorre um pequeno aumento no erro residual, dentro do valor tolerado, em relação ao teste 2 e as mesmas estruturas de aproximação que foram mais bem sucedidas nos testes anteriores permaneceram obtendo o melhor resultado. Os dois métodos de ajuste apresentaram diferenças no que diz respeito ao erro médio, na segunda casa decimal, que pode ser considerada irrelevante.

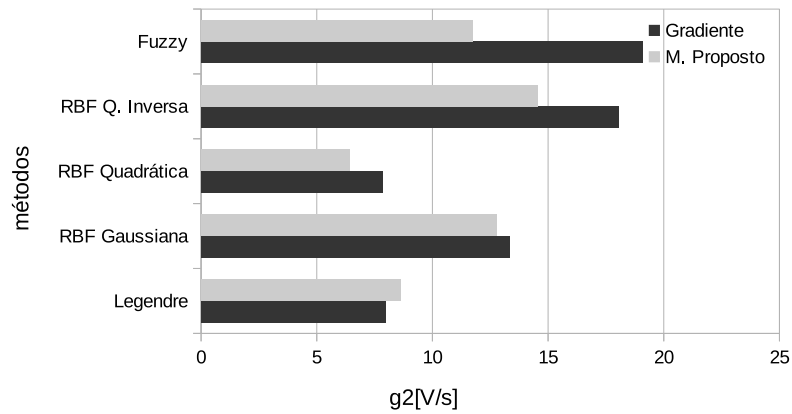
Pela análise da taxa de variação do esforço de controle se verifica que em função do atrito seco no teste 4, ocorre o aumento desta média g_2 em comparação ao teste 2, da mesma forma que foi observado comparando os testes 1 e 3. Também verificou-se, nas simulações que utilizaram a RBF quadrática inversa e funções de pertinência *fuzzy* ajustados pelo método do gradiente não atingiram o valor tolerado para este critério, como pode ser observado nas figuras (31(b)) e (35(b)).

E não verificou-se grandes modificações em relação ao erro de aproximação da dinâmica, como pode ser visualizado comparando as figuras (31(c)) e (35(c)).

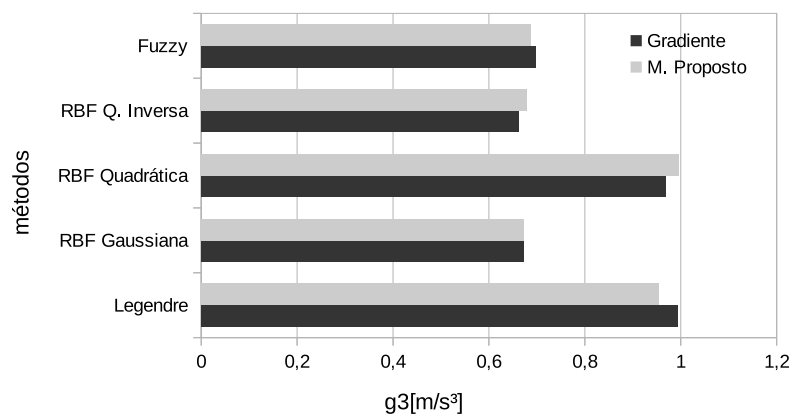
A principal diferença observada entre os conjuntos de figuras (36) e (32), é a vibração causada pelo atrito seco, visualizada nas figuras (36(c)) e (36(d)) e que para ser reduzida a valores tolerados faz-se necessário o aumento da taxa de variação do esforço de controle obtido através da identificação da dinâmica não-linear, causada pela força de atrito seco, como pode ser observado na figura (36(f)).



(a) Erro médio absoluto.

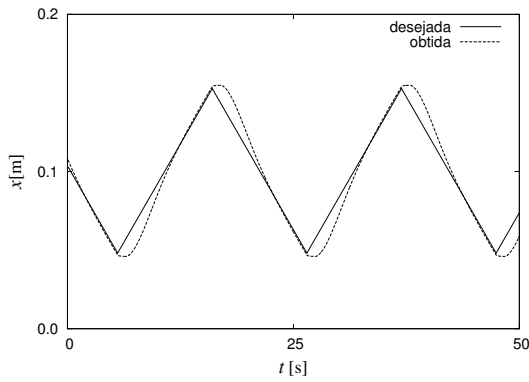


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

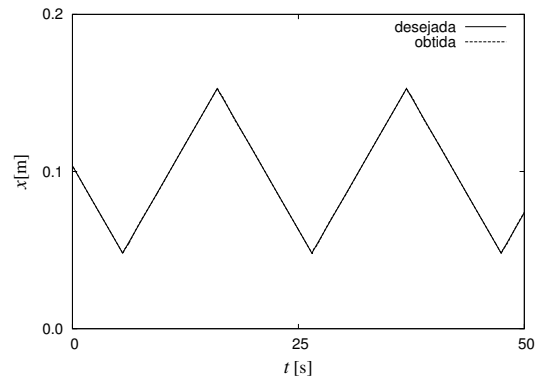


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

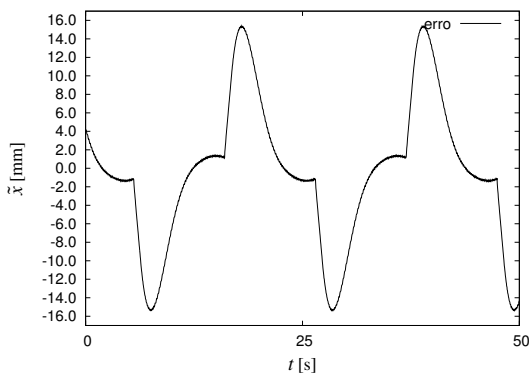
Figura 35 – Teste 4: modelo de atrito Coulomb + estático, referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



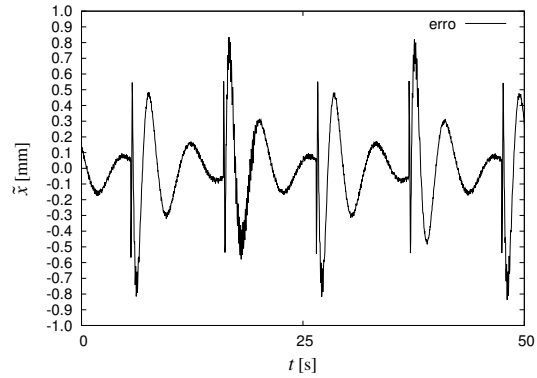
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste.



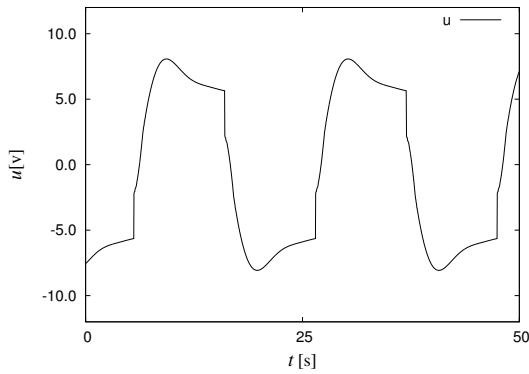
(b) Rastreamento da trajetória método proposto.



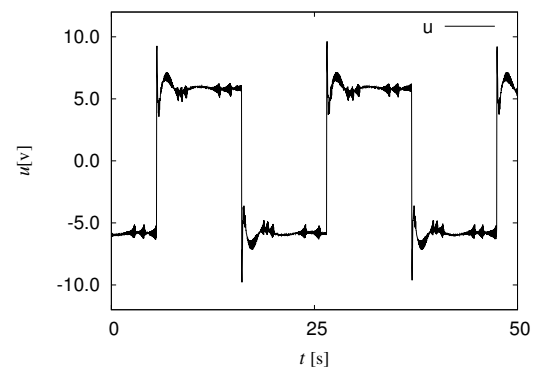
(c) Erro de rastreamento sem ajuste.



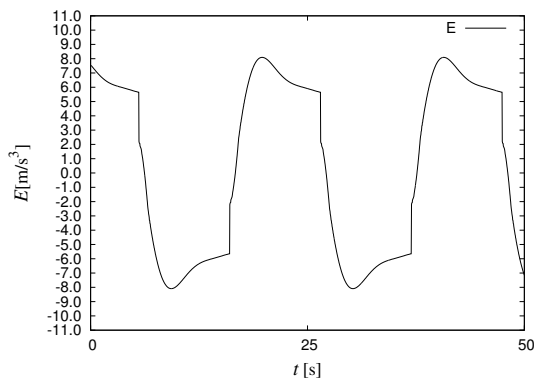
(d) Erro de rastreamento método proposto.



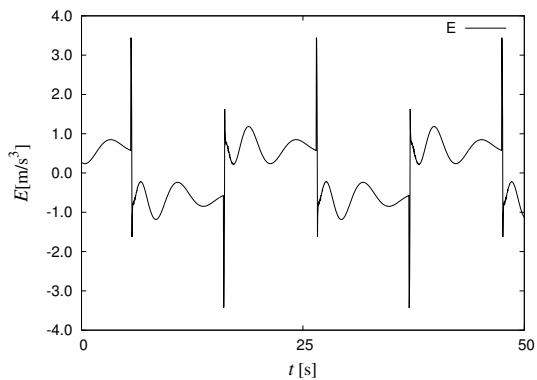
(e) Esforço de controle sem ajuste.



(f) Esforço de controle método proposto.



(g) Erro de aproximação sem ajuste.



(h) Erro de aproximação método proposto.

Figura 36 – Resultado obtido no teste 4.

7.1.5 Teste 5: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático+viscoso.

Nos testes 5 e 6 foi utilizado o modelo de atrito de Coulomb+viscoso+estático. Na tabela 6 é apresentado o desempenho das funções sinal e saturação para o rastreamento de uma trajetória senoidal, no conjunto de figuras (37) são apresentados os resultados obtidos através dos métodos de ajuste do gradiente, tabela (48) e do método proposto neste trabalho, tabela (51), os demais resultados obtidos no teste 5 estão apresentados no apêndice E. O valor de referência para o critério g_2 neste teste foi de $10,53V/s$.

Tabela 6 – Teste 5: modelo de atrito Coulomb + estático + viscoso, referência senoidal.

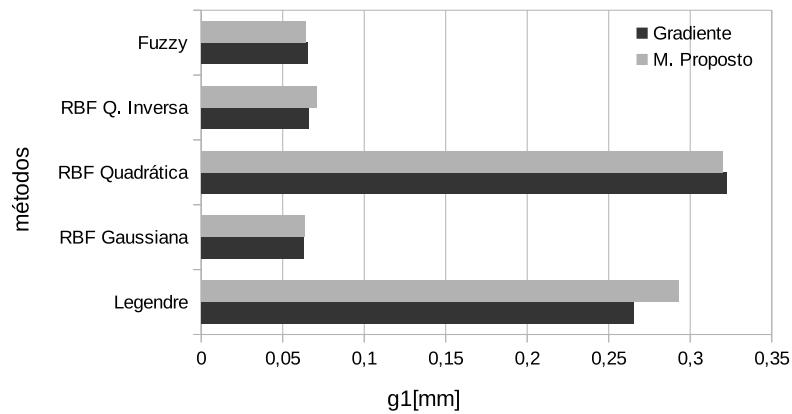
método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_2)$	0,2951	210,6905	9,5136	9,5126
$sat(\sigma_2)$	8,1555	1,8811	6,4083	6,4043

Pela análise do erro médio absoluto, apresentado na figura (37(a)), não se observa mudanças significativas em relação ao teste 3, figura (33(a)), no que diz respeito ao desempenho das estruturas de aproximação e métodos de ajuste, permanecendo dentro do valor tolerado.

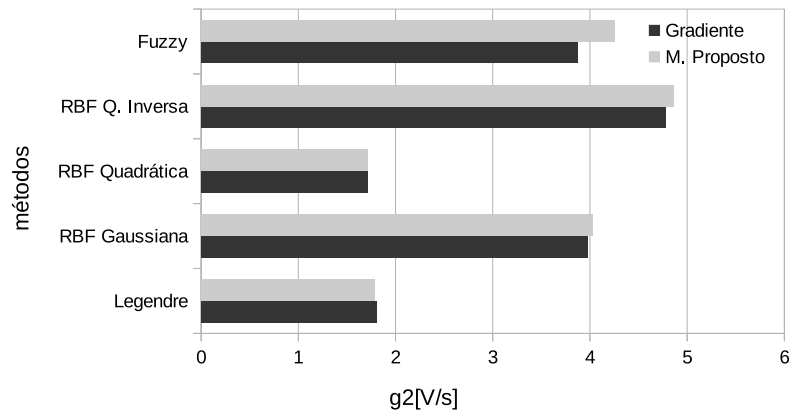
Comparando a taxa de variação do esforço de controle dos testes 3 e 5, verifica-se a redução da taxa de variação do esforço de controle, permanecendo todos os métodos testados dentro do valor tolerado, no entanto com valores superiores aos observados no primeiro teste, como pode ser visualizado comparando as figuras (29(a)), (33(a)) e (37(a)).

Analisando a média do erro de aproximação, figura (37(c)), apenas a estrutura de aproximação RBF quadrática, não atingiu o valor tolerado da média do erro de aproximação quando foi ajustado pelos métodos de gradiente e do método proposto.

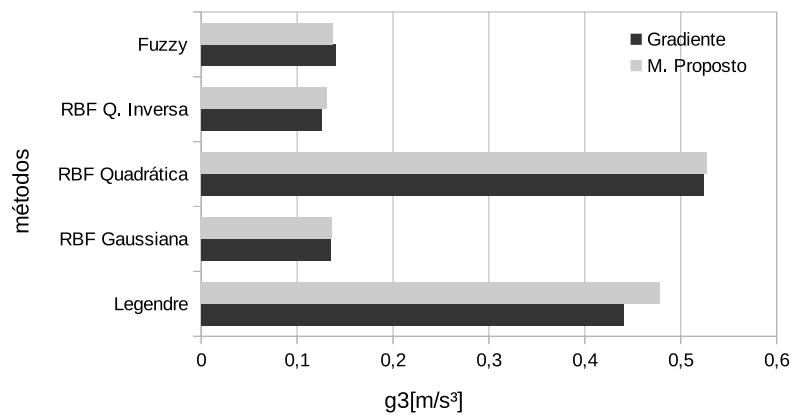
Comparando os conjuntos de figuras 38 e 34, se verifica uma pequena redução da vibração causado pela inclusão do termo viscoso na força de atrito.



(a) Erro médio absoluto.

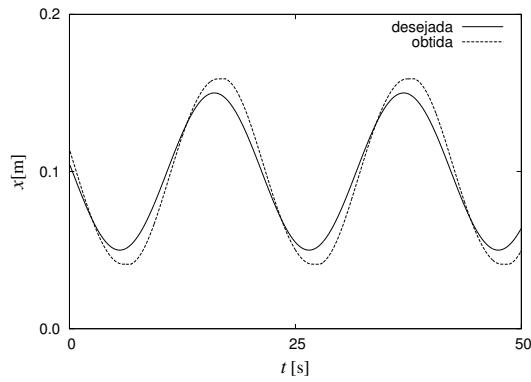


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

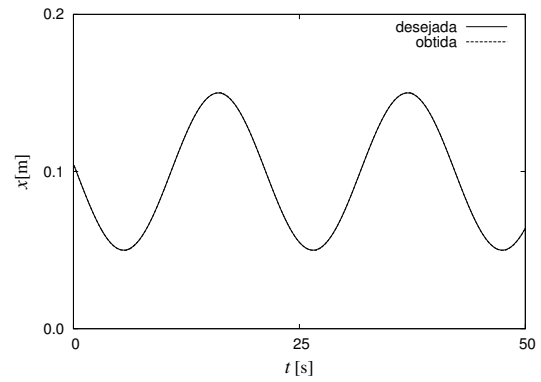


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

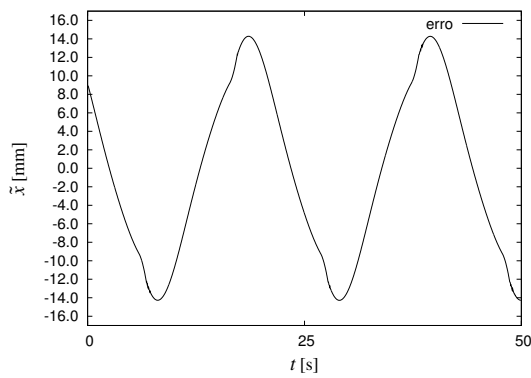
Figura 37 – Teste 5: modelo de atrito Coulomb + estático + viscoso, referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



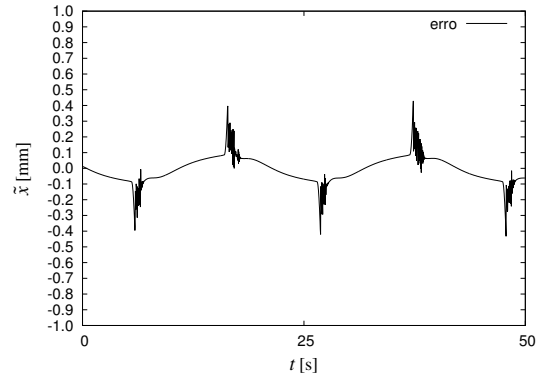
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste.



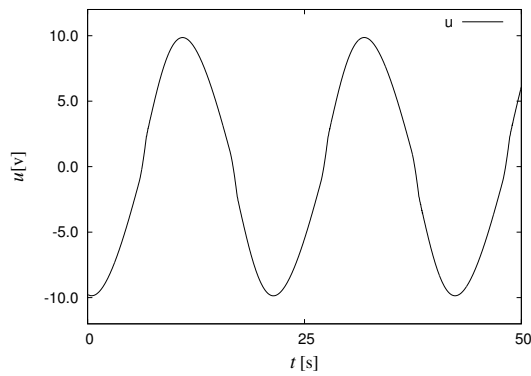
(b) Rastreamento da trajetória método proposto.



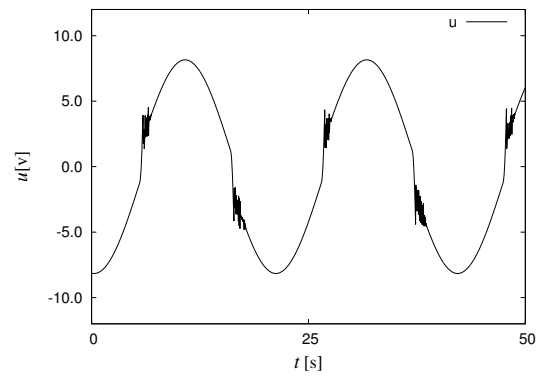
(c) Erro de rastreamento sem ajuste.



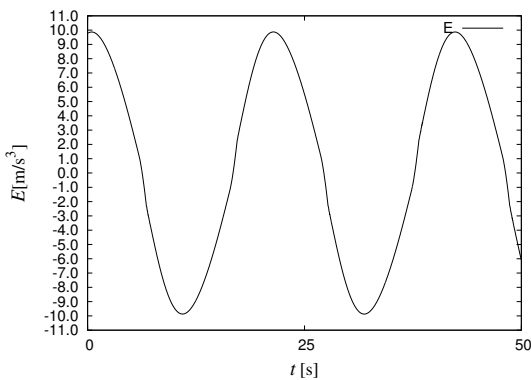
(d) Erro de rastreamento método proposto.



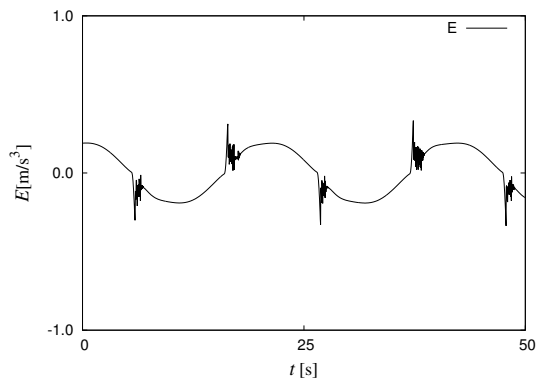
(e) Esforço de controle sem ajuste.



(f) Esforço de controle método proposto.



(g) Erro de aproximação sem ajuste.



(h) Erro de aproximação método proposto.

Figura 38 – Resultado obtido no teste 5.

7.1.6 Teste 6: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Coulomb+estático+viscoso.

Na tabela (7) é apresentado o desempenho das funções sinal e saturação para o rastreamento de uma trajetória triangular, no conjunto de figuras (39) são apresentados os resultados obtidos com o método do gradiente, tabela (54), e o método proposto, tabela (57), os demais resultados obtido neste teste estão apresentados no apêndice F.

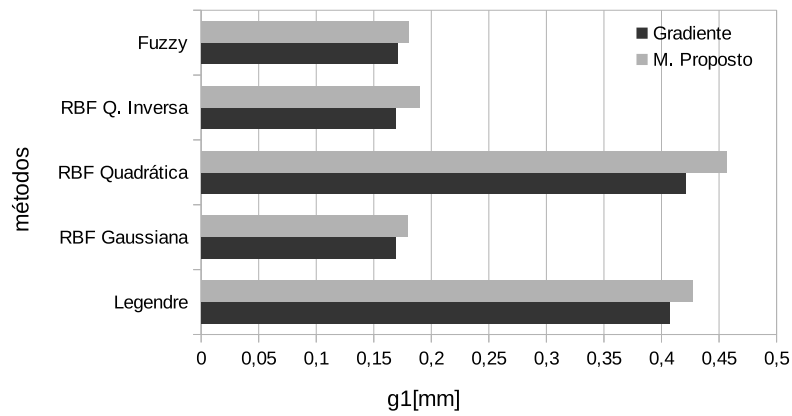
Tabela 7 – Teste 6: modelo de atrito Coulomb + estático +viscoso, referência triangular.

método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_2)$	0,3685	233,4161	9,6644	9,6626
$sat(\sigma_2)$	5,8879	1,5397	6,0091	6,0026

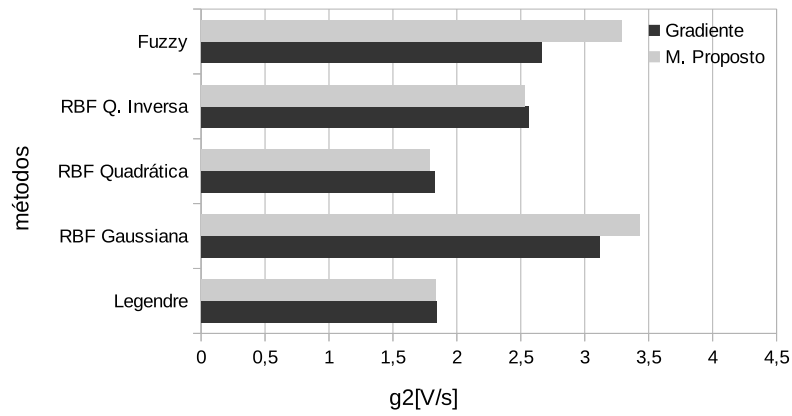
O valor de referência para g_2 neste teste foi de $11,6V/s$.

De forma semelhante que no teste 5, ocorreu uma pequena redução do erro residual em relação ao teste 3, comparando os testes 6 e 4, também se observa uma pequena redução no erro médio absoluto como pode ser observado comparando as figuras (35(a)) e (39(a)), a redução da taxa de variação do esforço de controle como se verifica na figura (39(b)), atende o valor de referência em todos os métodos de ajuste analisados. E através da avaliação do erro de aproximação do modelo, figura (39(c)), indica que não ocorreu variação significativa nesta média em relação ao teste 4, e os valores obtidos permanecem superior ao valores tolerado devido a trajetória desejada do tipo triangular.

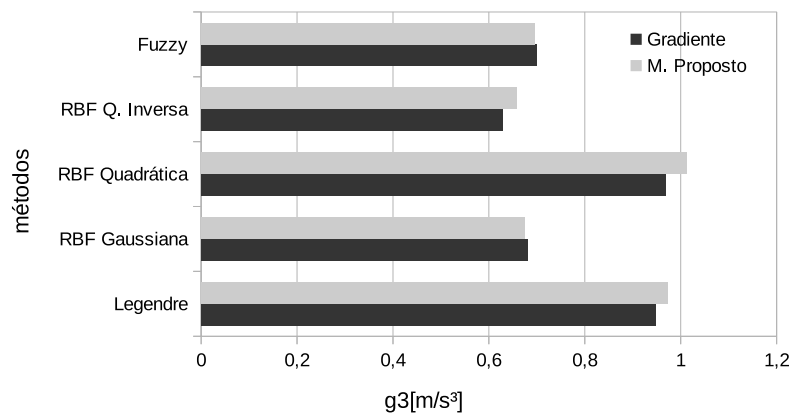
Comparando os conjuntos de figuras (36) e (40) se observa como principal diferença que a vibração causada pelo atrito seco, no teste 4, se restringe a uma pequena faixa na região da inversão do movimento, como pode ser observado na figura (40(d)). Indicando a correlação do aumento da taxa de variação do esforço de controle, causada pelo aumento da taxa de variação do modelo dinâmica aproximada, com a característica dinâmica não-linear produzida pelo atrito seco.



(a) Erro médio absoluto.

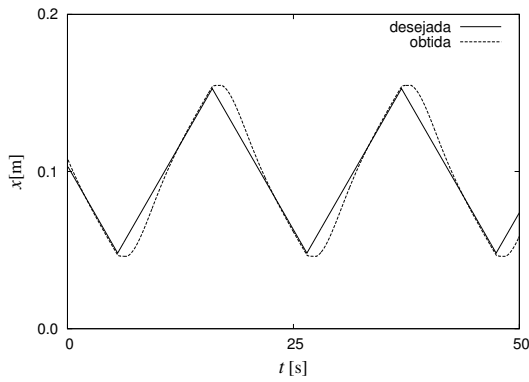


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

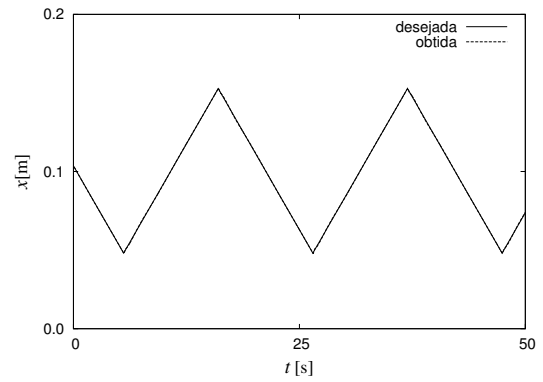


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

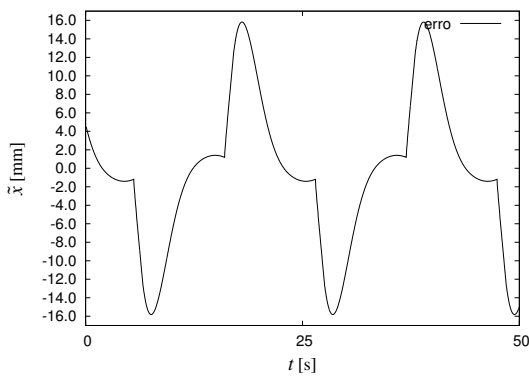
Figura 39 – Teste 6: modelo de atrito Coulomb + estático +viscoso, referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



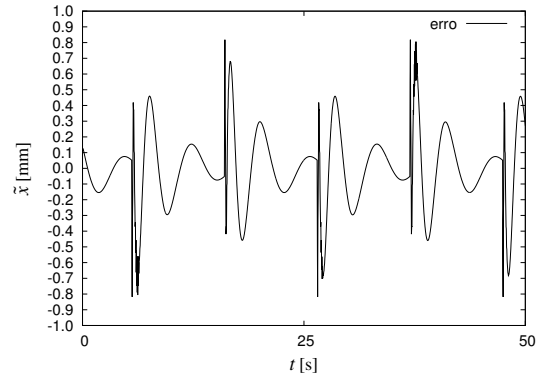
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste.



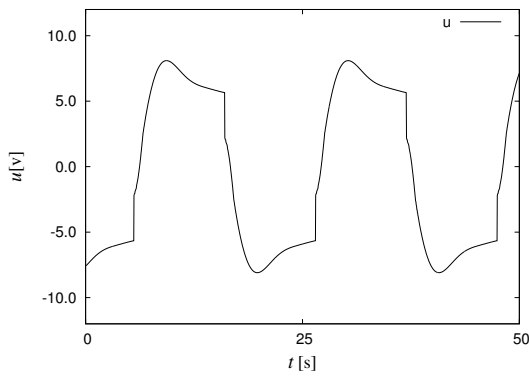
(b) Rastreamento da trajetória método proposto.



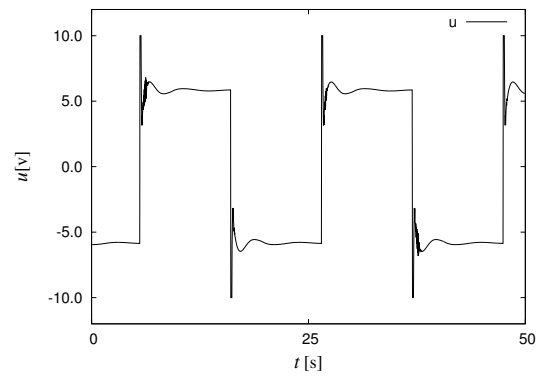
(c) Erro de rastreamento sem ajuste.



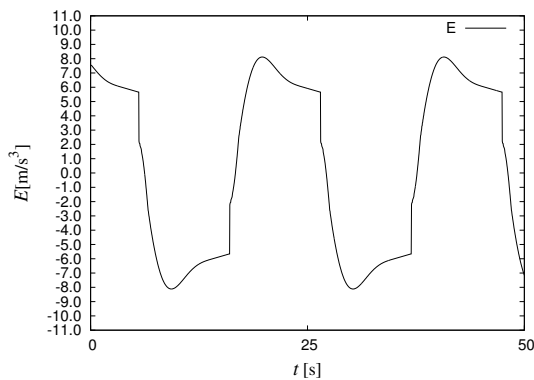
(d) Erro de rastreamento método proposto.



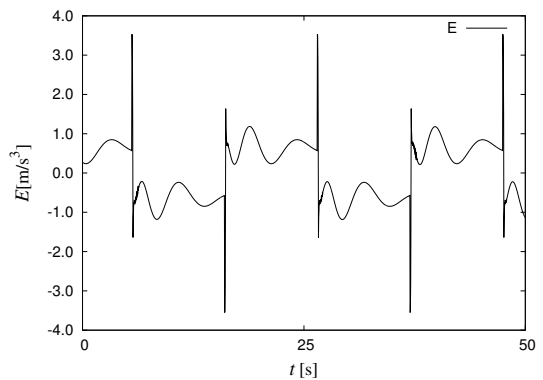
(e) Esforço de controle sem ajuste.



(f) Esforço de controle método proposto.



(g) Erro de aproximação sem ajuste.



(h) Erro de aproximação método proposto.

Figura 40 – Resultado obtido no teste 6.

7.1.7 Teste 7: rastreamento de trajetória senoidal, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Stribeck.

Nos testes 7 e 8 foram utilizados como modelo de atrito o modelo *Stribeck*. O teste 7 para o rastreamento de uma trajetória senoidal e o teste 8 para uma trajetória triangular, nas tabelas (8) e (9) são apresentados o desempenho destes testes utilizando as funções sinal e saturação sem o reconhecimento da incerteza. E nas figuras (41) e (43) os resultados mais relevantes, que podem ser visualizados de forma mais detalhada nas tabelas (60), (63), (66) e (69). Os demais resultados analisados nestes testes estão apresentados respectivamente nos apêndices G e H.

Tabela 8 – Teste 7: modelo de atrito *Stribeck*, referência senoidal.

método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_2)$	0,3084	189,7609	9,5354	9,5335
$sat(\sigma_2)$	8,3552	1,9065	6,5559	6,5521

Tabela 9 – Teste 8: modelo de atrito *Stribeck*, referência triangular.

método	$g_1[mm]$	$g_2[V/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[V]$
$sgn(\sigma_1)$	0,3903	204,2167	9,687	9,6854
$sat(\sigma_1)$	6,0593	1,5784	6,1509	6,1445

O valor de referência para o critério g_2 no teste 7 foi $9,49V/s$ e no teste 8 foi $10,21V/s$.

Comparando as figuras (29(a)), (31(a)), (33(a)), (35(a)), (37(a)), (39(a)), (41(a)) e (43(a)), que analisam o erro médio absoluto em todos os testes, pode-se afirmar que todos os testes conseguiram atingir o valor tolerado. Em todos os testes, as estruturas que apresentaram suporte local permitiram um melhor desempenho em relação as estruturas que apresentaram suporte global, por permitir melhor representar a dinâmica do sistema, das estruturas de aproximação testadas as mais bem sucedidas foram as RBF's gaussiana e quadrática inversa, e as funções de pertinência *fuzzy*. No que diz respeito ao método de ajuste dos parâmetros, não se verifica diferenças significativas entre o método proposto e o método do gradiente, por isso, na seção seguinte estes dois métodos serão comparados mediante a modificação do atrito em tempo real, com o intuito de avaliar qual método apresenta menor complexidade computacional e se estes conseguem manter a eficiência do sistema após a modificação do atrito.

Pelo critério da taxa de variação do esforço de controle, analisando as figuras (29(b)), (31(b)), (33(b)), (35(b)), (37(b)), (39(b)), (41(b)) e (43(b)), se observa que nos casos onde foi utilizado a trajetória senoidal a taxa de variação do esforço de controle foi menor do que nos casos em que utilizou-se a trajetória triangular. Outro ponto verificado foi a correlação do aumento da taxa de variação do esforço de controle, com o tipo de

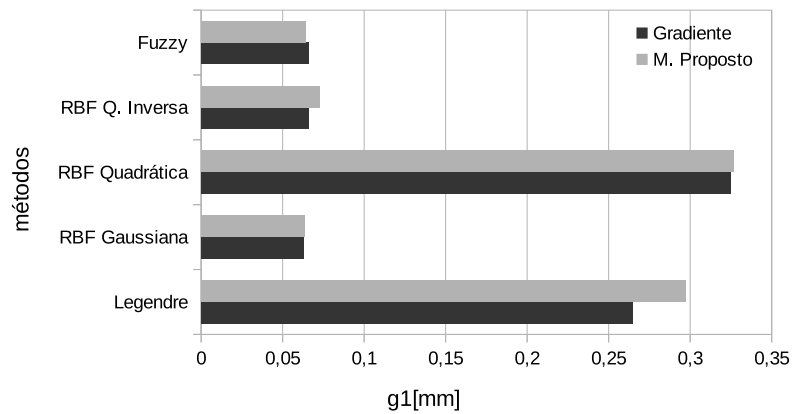
não-linearidade apresentada pelo atrito, nos testes 1, 2, 7 e 8, o atrito apresenta uma descontinuidade na inversão no movimento, mas não se observou a vibração, enquanto que nos testes 3, 4, 5 e 6 ocorre a vibração.

A principal diferença apresentada no teste 7 em relação ao teste 1, como se verifica pela comparação das figuras (29) e (41) e que devido a modificação do atrito, no teste 7 o pico de erro na inversão do movimento, é maior do que no teste 1. O mesmo pode ser afirmado para a comparação dos testes 2 e 8.

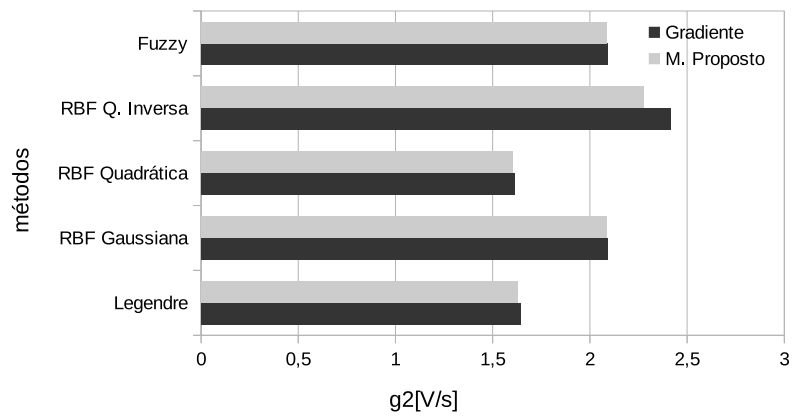
Através deste primeiro grupo de testes, se concluiu que a abordagem unificadora adotada neste trabalho permite atingir o erro tolerado independente da técnica de inteligência artificial escolhida, mesmo que esta técnica apresente suporte global, com a ressalva de que as técnicas que apresentam suporte local permitem um desempenho um pouco melhor.

Foi verificado que o método de ajuste proposto consegue desempenhar seu papel de forma satisfatória e semelhante aos métodos encontrados na literatura.

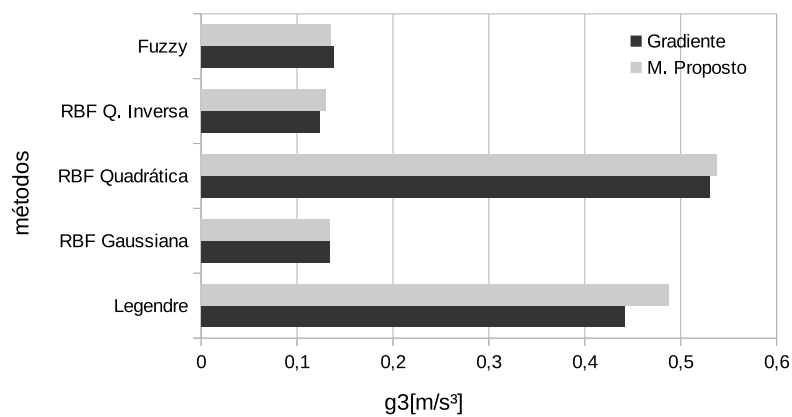
E por fim, constatou-se que o modelo da dinâmica aproximada consegue aprender como a dinâmica real do sistema se comporta, e como o atrito é uma das causas da vibração desse sistema, é possível correlacionar o aumento da taxa de variação do modelo aproximado com o tipo de atrito que o sistema está apresentando. Neste ponto, é necessário ressaltar que existe outras fontes de não-linearidades que um sistema mecânico pode apresentar, e que a técnica apresentada neste trabalho tem a capacidade de reconhecer a dinâmica do sistema como um todo, uma vez que dispensa o total conhecimento prévio desta dinâmica. Desta forma, cabe ao responsável pela utilização deste método associar a modificação da dinâmica do sistema com o tipo de fonte de não-linearidade que este sistema apresenta.



(a) Erro médio absoluto.

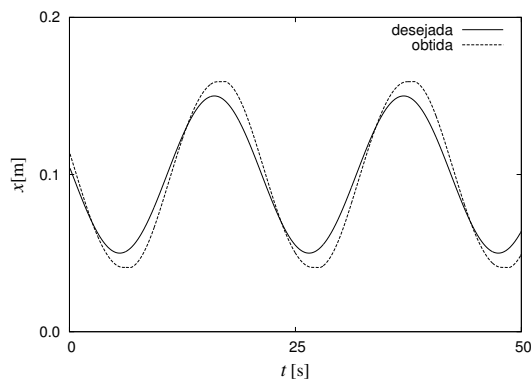


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

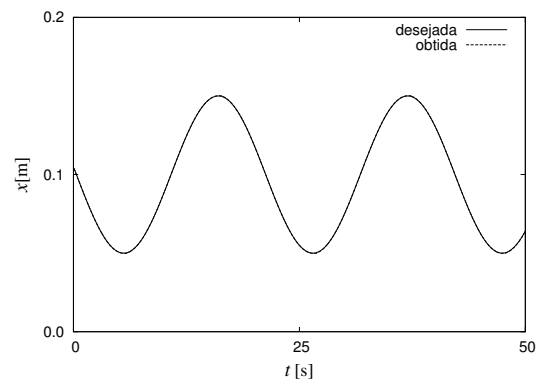


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

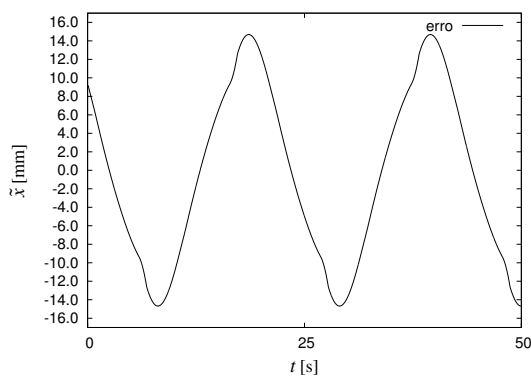
Figura 41 – Teste 7: modelo de atrito *Stribeck*, referência senoidal. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



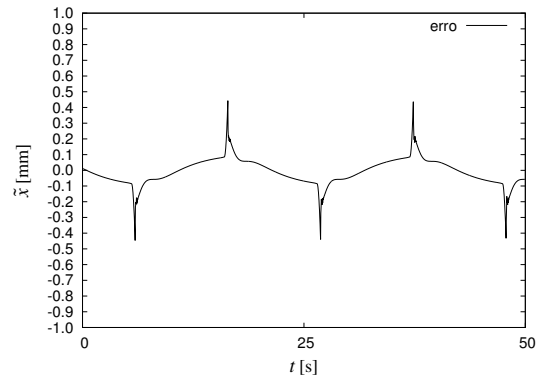
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste.



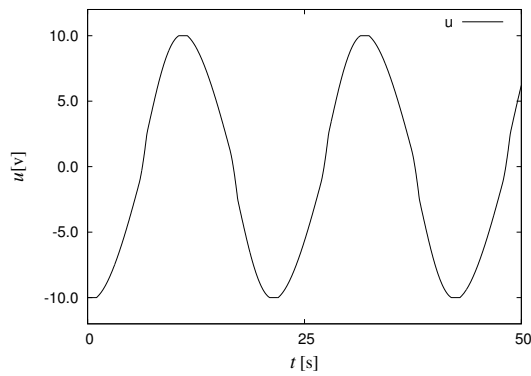
(b) Rastreamento da trajetória método proposto.



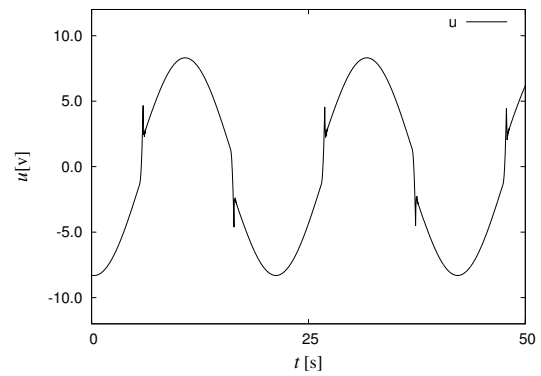
(c) Erro de rastreamento sem ajuste.



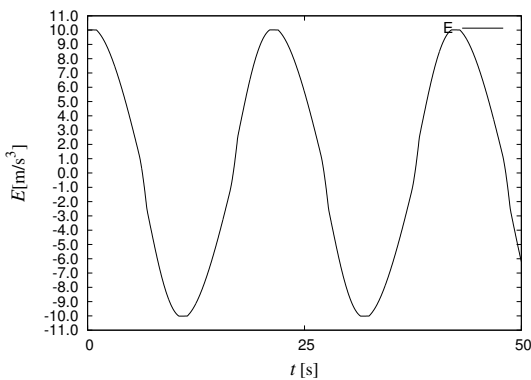
(d) Erro de rastreamento método proposto.



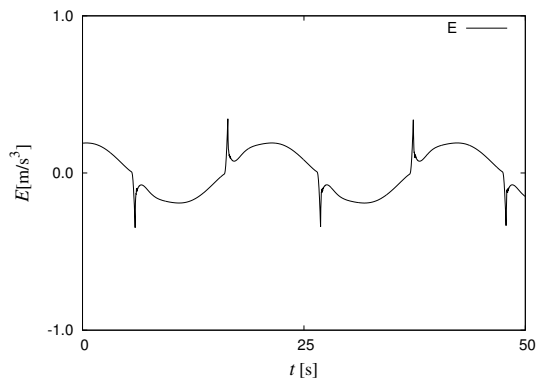
(e) Esforço de controle sem ajuste.



(f) Esforço de controle método proposto.



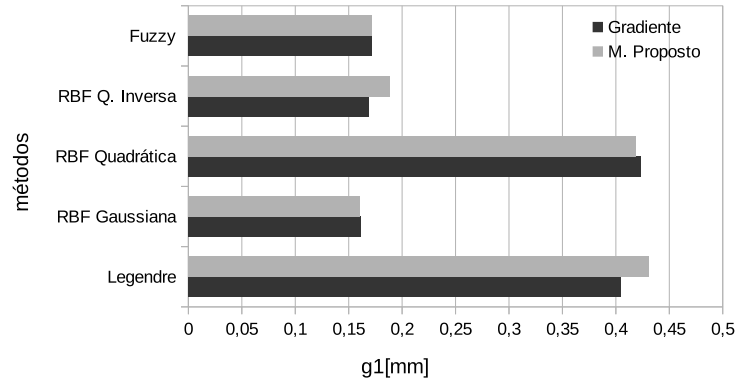
(g) Erro de aproximação sem ajuste.



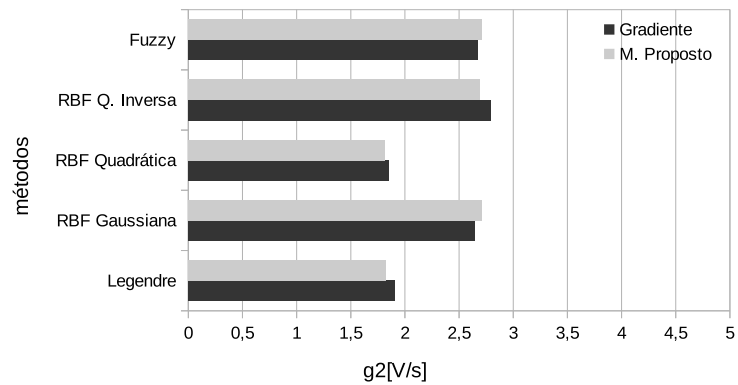
(h) Erro de aproximação método proposto.

Figura 42 – Resultado obtido no teste 7.

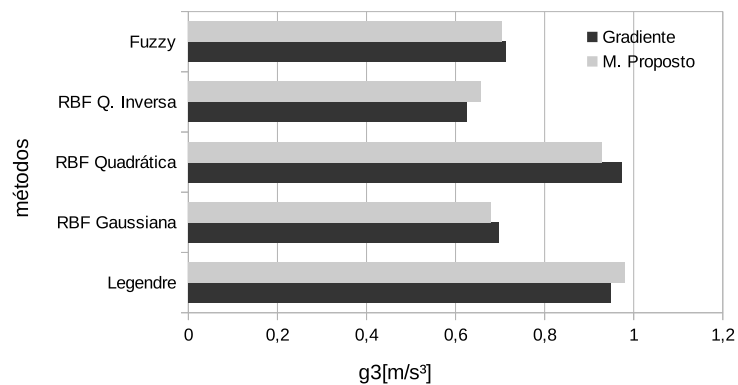
7.1.8 Teste 8: rastreamento de trajetória triangular, para um sistema eletro-hidráulico com o modelo de atrito Stribeck.



(a) Erro médio absoluto.

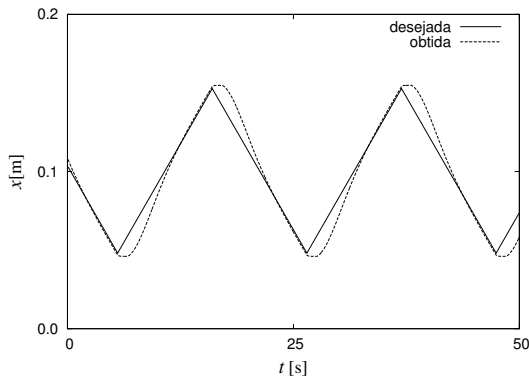


(b) média absoluta da taxa de variação do esforço de controle.

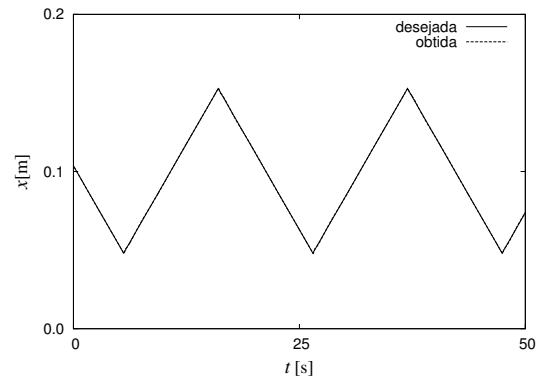


(c) média absoluta do erro de aproximação do modelo.

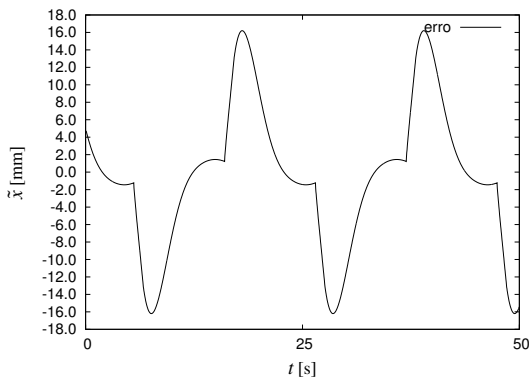
Figura 43 – Teste 8: modelo de atrito *Stribeck*, referência triangular. SMC $sat(\sigma_2)$ com modelo adaptativo.



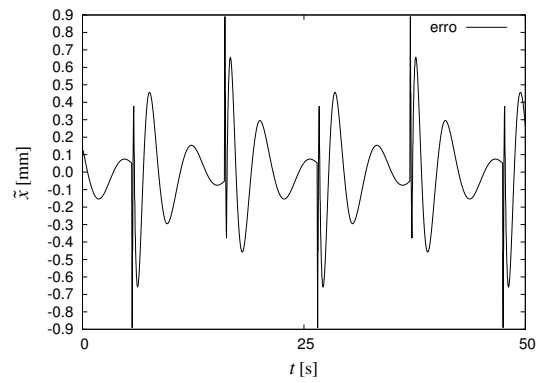
(a) Rastreamento da trajetória sem ajuste



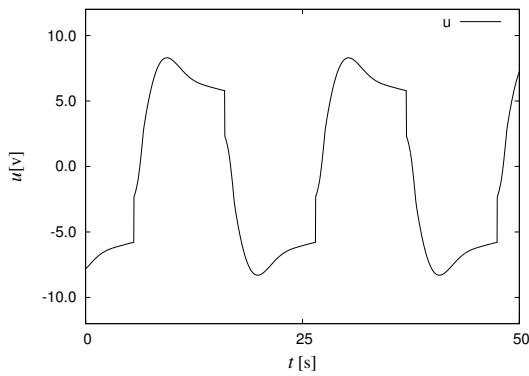
(b) Rastreamento da trajetória método proposto



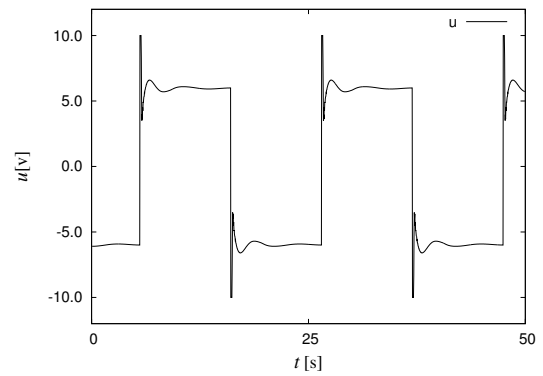
(c) Erro de rastreamento sem ajuste



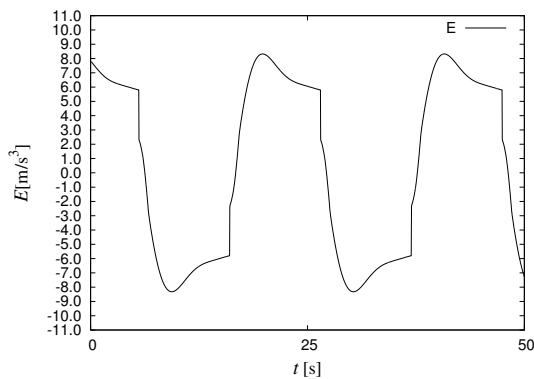
(d) Erro de rastreamento método proposto



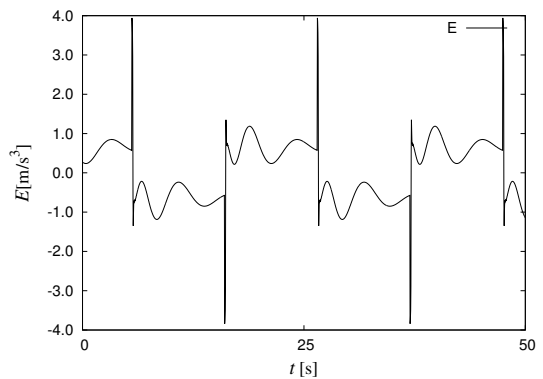
(e) Esforço de controle sem ajuste



(f) Esforço de controle método proposto



(g) Erro de aproximação sem ajuste



(h) Erro de aproximação método proposto

Figura 44 – Resultado obtido no teste 8

7.2 Segundo grupo de testes

Nesta seção é analisado o desempenho do método de monitoramento do erro apresentado na seção 5.3, em comparação ao critério convencional de parada do ajuste $|E| < \epsilon$. A comparação dos critérios de parada do ajuste foi realizada através do problema de controle e identificação de um sistema que apresenta a variação das características do atrito, partindo de um caso lubrificado para o caso com atrito seco.

As leis de controle avaliadas nesta seção utilizaram a superfície de deslizamento σ_2 , com a função saturação. E em virtude das estruturas de aproximação RBF gaussiana, quadrática inversa e funções de pertinência *fuzzy* terem apresentado desempenho semelhante no primeiro grupo de testes, para reduzir o número de testes a serem analisados nesta seção foi escolhido analisar apenas uma destas estruturas, e por isso se optou pela RBF gaussiana.

Foram comparadas três configurações dos métodos de ajuste, o primeiro, o método do gradiente com o critério de parada do ajuste $|E| < \epsilon$. O segundo método foi o método do gradiente com o critério do monitoramento apresentado na seção 5.3. E o método proposto neste trabalho que já inclui o critério de monitoramento do erro apresentado na seção 5.3, dentro de sua estrutura.

Para testar esses três métodos, foi utilizado uma trajetória desejada triangular, uma vez que este tipo de trajetória no primeiro grupo de simulações fez com que o erro de aproximação superasse o limite admissível, a simulação foi feita durante 900 segundos, e no instante 450 houve a mudança do tipo de atrito, a princípio se utilizou o modelo Coulomb+viscoso e a partir do instante 450 o modelo Coulomb+estático. Nas figuras a seguir são apresentados os 3 métodos, os resultados foram apresentados através das figuras: rastreamento da trajetória desejada (45), (46) e (47), esforço de controle (48), (49) e (50) e erro de aproximação do modelo (51), (52) e (53). Como no primeiro grupo de testes, o valor $\epsilon = 0,5$ não foi atingido para a trajetória triangular, se utilizou neste teste o valor de $\epsilon = 1,2$, $L_1 = 10$ e $L_2 = 40$.

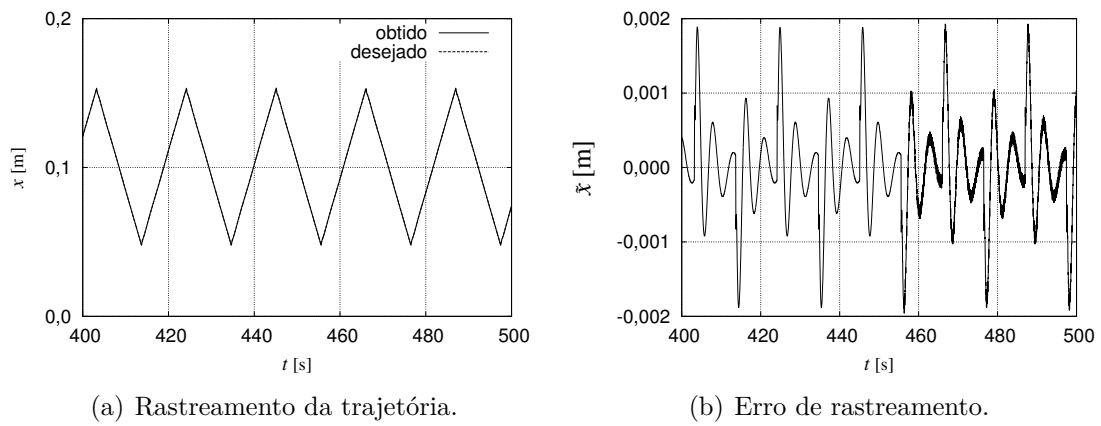


Figura 45 – Ajuste pelo método do gradiente.

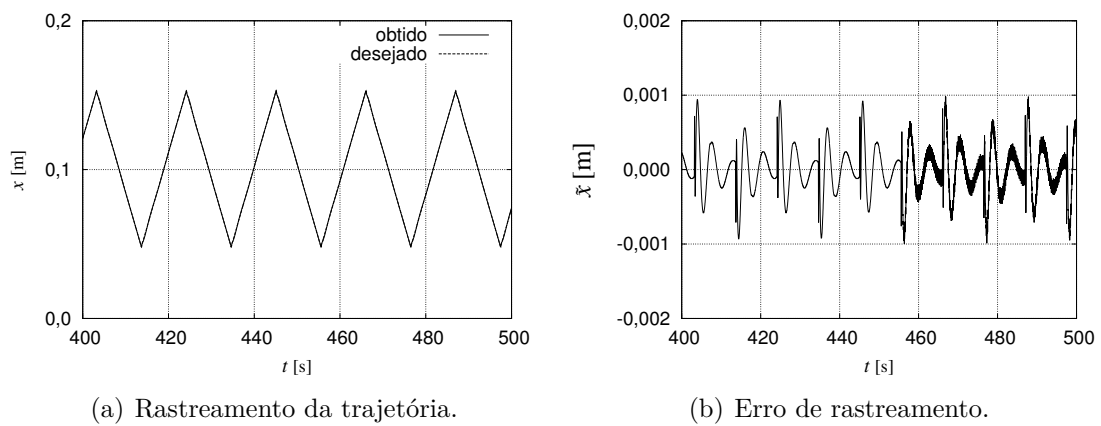


Figura 46 – Ajuste pelo método do gradiente com critério de monitoramento.

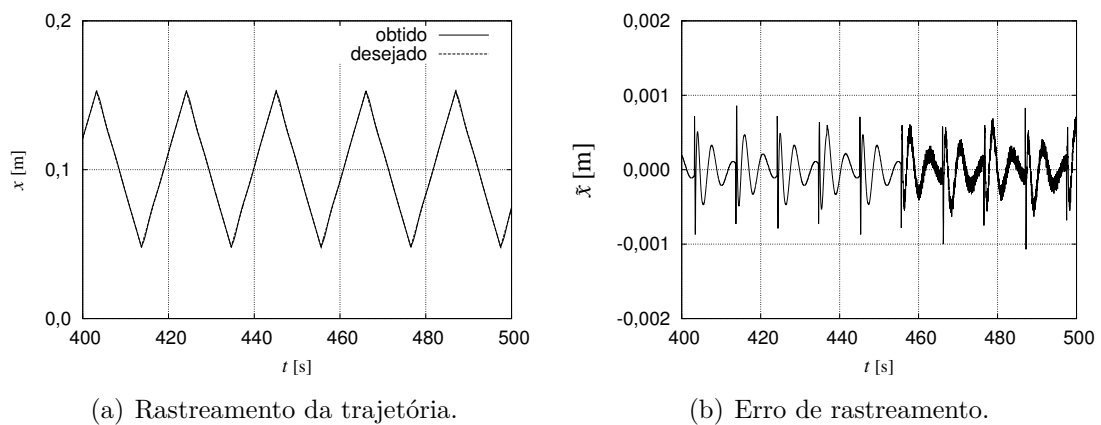


Figura 47 – Ajuste pelo método proposto.

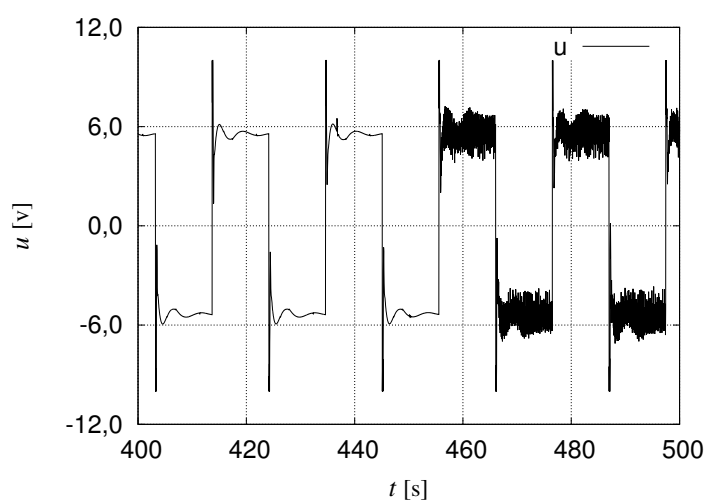


Figura 48 – Esforço de controle, método do gradiente.

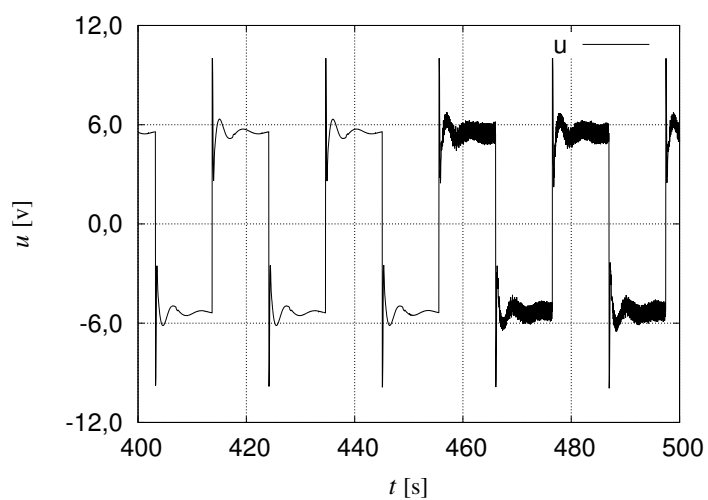


Figura 49 – Esforço de controle, método do gradiente com critério de monitoramento.

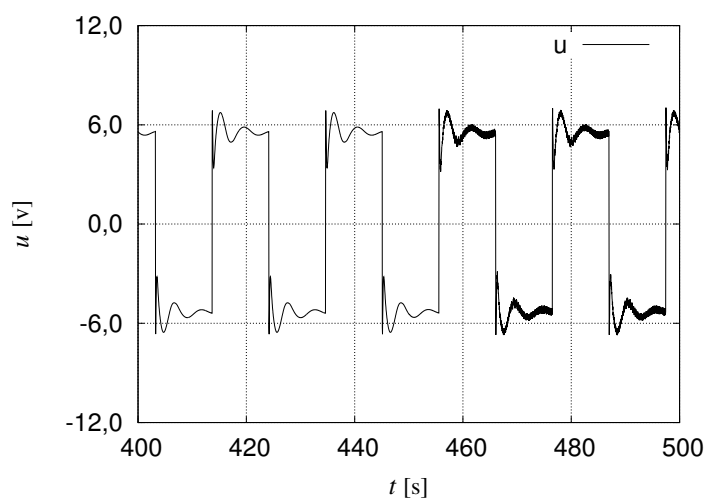


Figura 50 – Esforço de controle, método proposto.

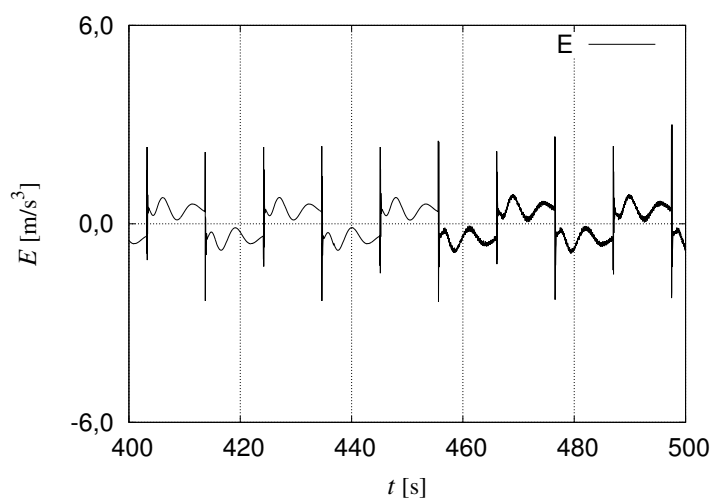


Figura 51 – Erro de aproximação, método do gradiente.

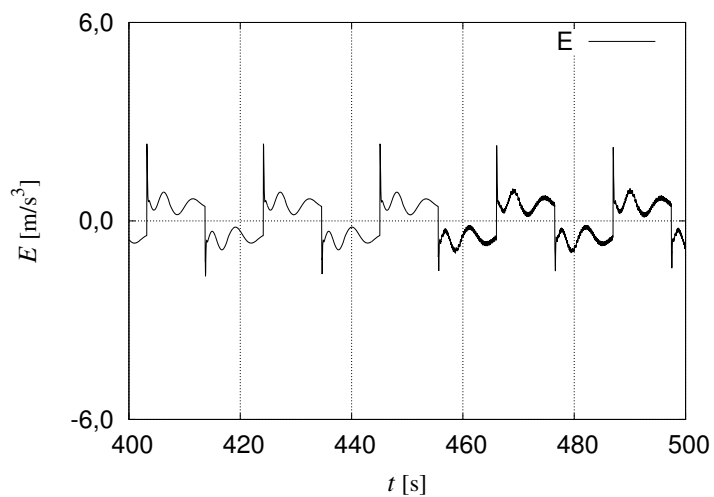


Figura 52 – Erro de aproximação, método do gradiente com critério de monitoramento.

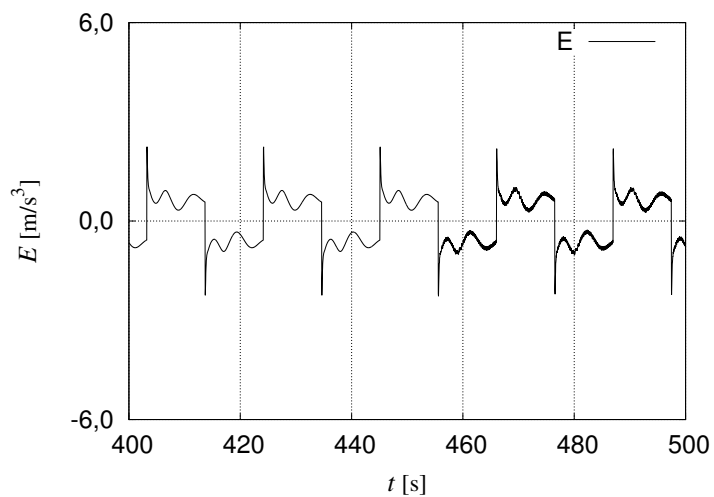


Figura 53 – Erro de aproximação, método proposto.

Nas figuras (45(b)), (46(b)) e (47(b)) é verificado que mesmo com a variação do atrito, os três métodos conseguem rastrear a trajetória desejada, mantendo a eficácia do método após a modificação do atrito. Comparando as figuras (48), (49) e (50), é observado que o método do gradiente com o critério parada convencional, apresenta um esforço de controle com maior oscilação após a mudança do atrito, do que os outros dois métodos. E analisando as figuras (51), (52) e (53), são observados picos de erro de aproximação durante a inversão do movimento, da mesma forma que foi observado no primeiro grupo de testes, sendo o valor destes picos atenuados, pela utilização do critério de monitoramento proposto na seção 5.3.

Na figura (54), é comparado o número de ajustes necessários, em cada método de ajuste discutidos nesta seção, para atingir o valor de erro tolerado.

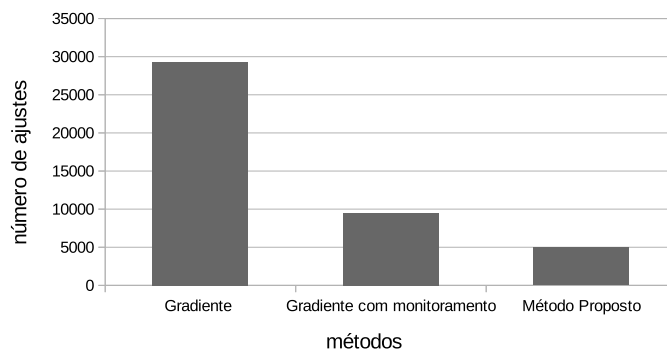


Figura 54 – Comparação dos critérios de parada

Na figura (54), se observa que a adoção do critério de parada proposto na seção 5.3 em conjunto com o método do gradiente permite uma redução no número de ajustes de 67%, enquanto que o método de ajuste proposto permite uma redução de 83%.

Com base no conhecimento adquirido pelo modelo aproximado, apresentado na figura (55), é possível observar que em poucos segundos após à modificação do atrito, esta variação é reconhecida pelo modelo aproximado, o que provoca o aumento da taxa de variação do esforço de controle.

Calculando a média absoluta da taxa de variação do modelo aproximado, em janelas periódicas que podem ter o mesmo período da trajetória desejada ou não, é possível determinar se houve o aumento da taxa de variação do modelo dentro desse período, e através de um valor limite determinar se o atrito é aceitável ou não. Possibilitando a utilização dessa informação como um indicativo para a manutenção do sistema, uma vez que este aumento da taxa de variação do modelo é causado pela modificação da dinâmica do sistema.

Em virtude dos sistemas mecânicos apresentarem outras fontes de não-linearidades, que também podem ocasionar vibração e também podem ser provenientes do desgaste dos

componentes, cabe ao responsável pela utilização deste método de indicação da modificação da dinâmica, delimitar quais alterações na dinâmica podem acontecer no sistema que está sendo avaliado, e com base no histórico do modelo aproximado diferenciar a causa da modificação da dinâmica e com isso utilizar esta informação como critério para manutenção.

Na figura (56) é apresentada a média da taxa de variação do modelo aproximado dentro de um período de um quarto do período da trajetória desejada, onde foi utilizado como método de ajuste o método proposto neste trabalho.

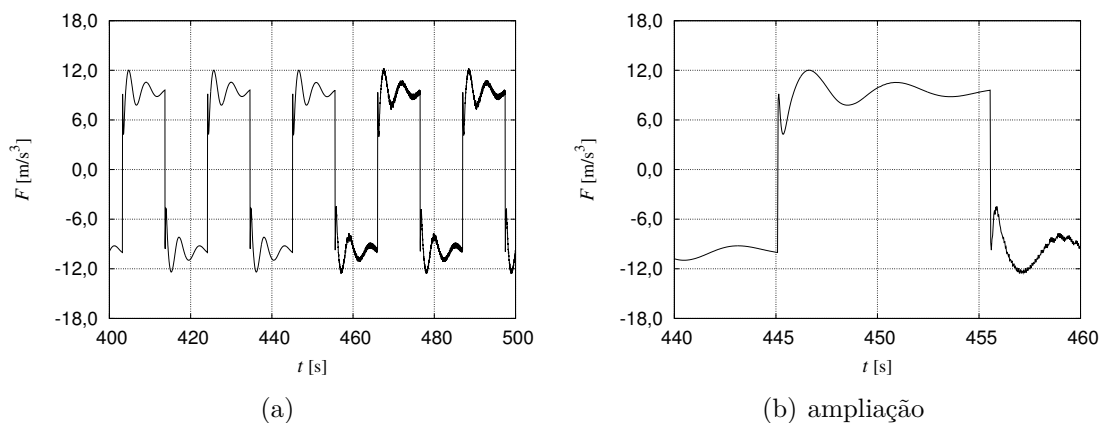


Figura 55 – Dinâmica aproximada

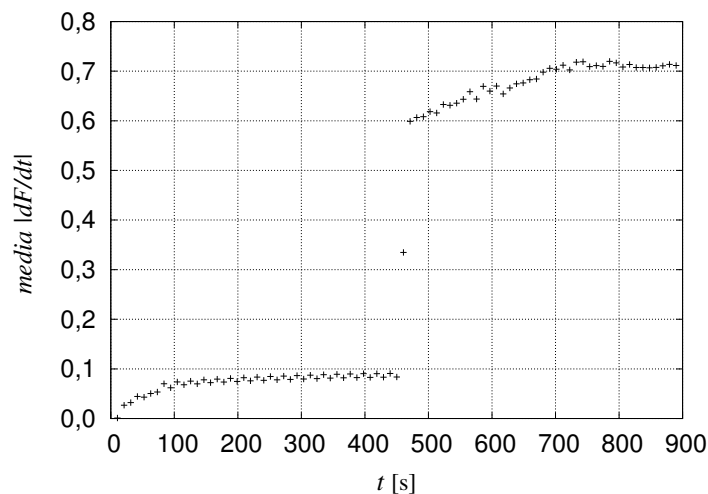


Figura 56 – Média absoluta da taxa de variação da dinâmica do modelo em janelas periódicas

Analisando a figura (55) é possível visualizar que após a modificação da dinâmica do sistema no instante 450, demora apenas 5 segundos para o modelo aproximado passar a representar esta alteração da dinâmica.

Na figura (56) entre os instantes 0 e 100, se verifica o crescimento gradual da taxa de variação do modelo aproximado, que ocorre em função do primeiro ajuste dos parâmetros

devido ao fato que foi considerado o total desconhecimento prévio da dinâmica do sistema, e por isso é necessário um período inicial de adaptação.

Após a adaptação dos parâmetros estes permanecem fixos e a média absoluta da taxa de variação do modelo aproximado permanece praticamente constante até o instante 450, 18s, quando há a variação da dinâmica que passa a ser percebida e ocorrendo o reajuste dos parâmetros do modelo aproximado, apresentando inicialmente um rápido aumento da taxa de variação do modelo.

Entre os instantes 471, 12s e 649, 11s ocorre o aumento gradual da taxa de variação, decorrente da fase de estabilização dos parâmetros do modelo. E após o instante 649, 11s até o fim da simulação, a taxa de variação do modelo permanece praticamente constante.

Logo após a modificação do atrito a taxa de variação do modelo aproximado é alterada para um patamar distinto, esta separação facilita a associação da modificação da dinâmica aproximada com a variação do atrito.

Utilizando um histórico da taxa de variação do modelo, e associando cada patamar dessa taxa de variação as condições de funcionamento do equipamento, é possível aplicar esta informação como um indicador da manutenção do equipamento.

Nesta última análise, foi observado que independente do método de ajuste utilizado, o controlador por modos deslizantes com modelo inteligente adaptativo, permite controlar o sistema de forma eficaz mesmo considerando total desconhecimento da dinâmica da planta antes do início de sua utilização, e até no caso que ocorre a modificação da dinâmica do sistema em tempo real.

Foi observado que a adoção do critério de monitoramento do erro de aproximação, proposto neste trabalho, permitiu reduzir a flutuação do modelo, quando não há variação do atrito, e no momento que ocorre a modificação da dinâmica, foi possível reconhecer esta variação rapidamente, permitindo obter um melhor desempenho do controlador, reduzindo o custo computacional consideravelmente, uma vez que será necessário um número menor de ajustes para obter o resultado desejado e minimizando as oscilações do esforço de controle após a modificação da dinâmica do sistema.

O método de identificação da dinâmica do sistema também permite indicar a variação do atrito através da associação das informações colhidas pelo reconhecimento da dinâmica, com conhecimento do que pode ocasionar a modificação da dinâmica do sistema. A sensibilidade do critério de identificação da variação da dinâmica está associada a frequência da verificação da média da taxa de variação do modelo, quanto maior esta frequência mais rápido se identificará a variação do atrito, no entanto, será necessário guardar mais informação a respeito deste monitoramento, ficando ao critério do projetista decidir se a aplicação exige uma verificação com maior ou menor frequência.

7.3 Validação experimental

A validação experimental das estratégias de controle e reconhecimento da dinâmica discutidos neste trabalho se concentrou em avaliar os métodos que obtiveram melhor desempenho nas simulações computacionais, desta forma foram avaliados como referência o método de controle SMC com função sinal, SMC suavizado através da função de saturação sem o ajuste do modelo e com o modelo inteligente.

Para representação do modelo aproximado da dinâmica, foram utilizadas a RBF gaussiana e as funções de pertinência *fuzzy* que seguiram a mesma disposição já utilizadas na simulação computacional.

E o ajuste dos parâmetros $\hat{\theta}$ foram realizados através do método do gradiente e do método proposto.

A bancada experimental utilizada neste trabalho apresentada na figura (57), da linha didática da FESTO, é composta por uma unidade hidráulica (1), servoválvula proporcional de quatro vias e três posições (2), cilindro hidráulico de dupla ação (3), cartão de amplificação de tensão (4), fonte de tensão 24V DC (5), transdutor de posição linear (6) e placa de aquisição de dados ADVANTECH modelo USV-4711A. A descrição detalhada dos componentes desta bancada pode ser encontrada em Azevedo (2016).

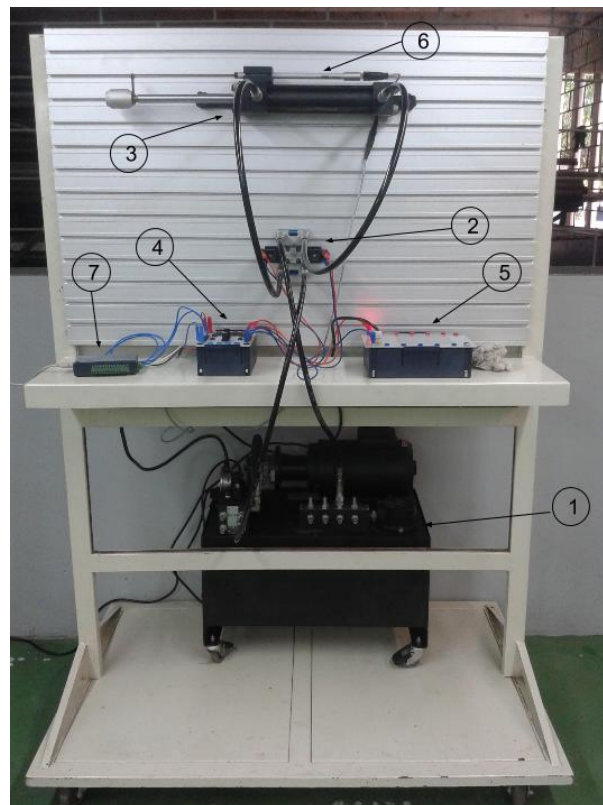


Figura 57 – Bancada experimental

Foram utilizados os seguintes parâmetros para a lei de controle e para a lei adap-

tativa: $\lambda = 8$, $\phi = 5$, $K = \eta + E_{max}$, $\eta = 0,1$ e $E_{max} = 9m/s^3$, $\epsilon = 0.9m/s^3$ e Γ como uma matriz diagonal principal onde os elementos não nulos são iguais a $\gamma = 5$.

Os experimentos utilizaram como trajetórias desejadas a função senoidal e triangular utilizando as mesmas amplitudes e frequências utilizadas nas simulações computacionais.

Os métodos de controle, aproximações de função e tratamentos de dados foram implementados na linguagem de programação C++. Utilizando como frequência de controle a mesma frequência de amostragem que foi de $145Hz$.

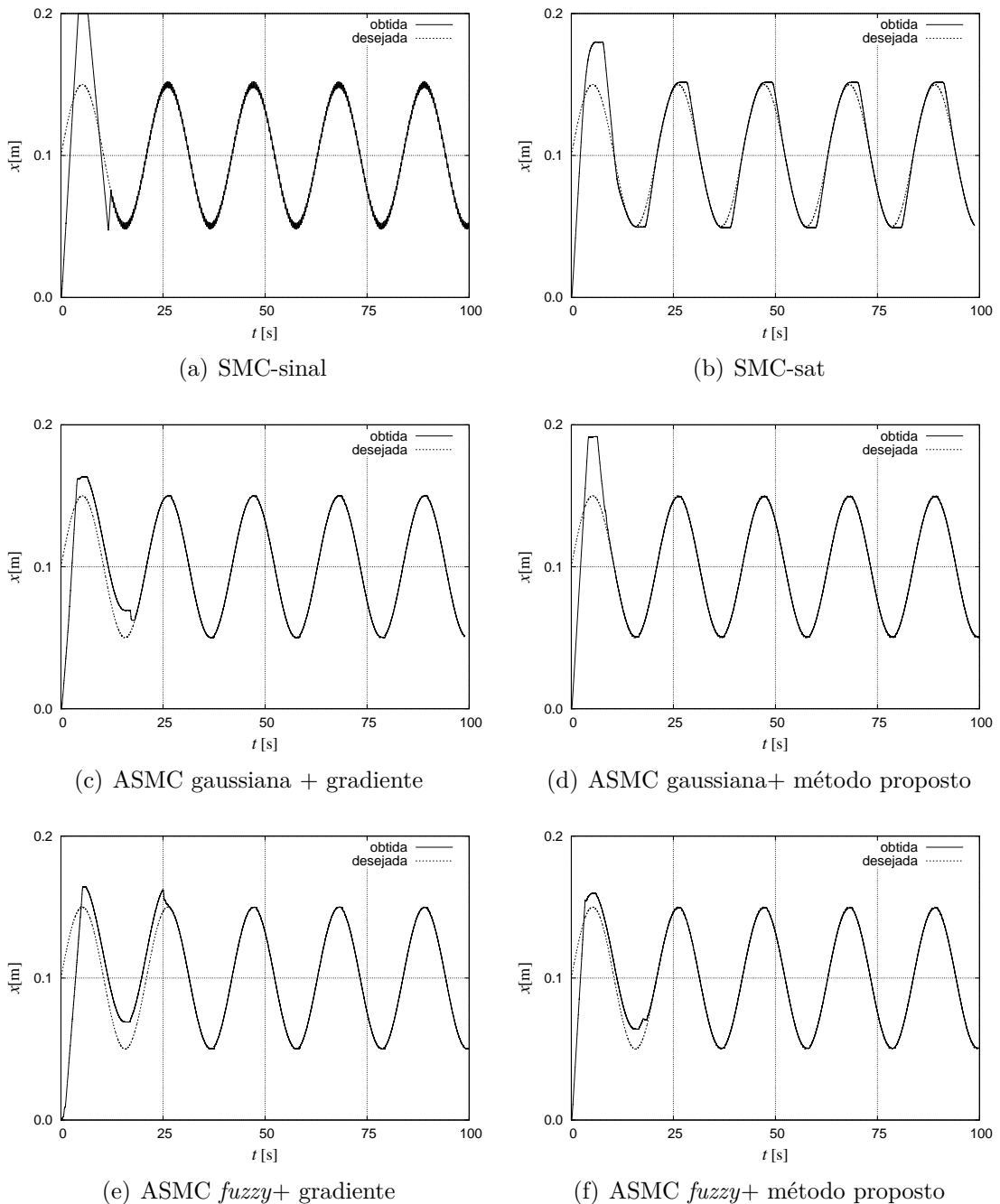
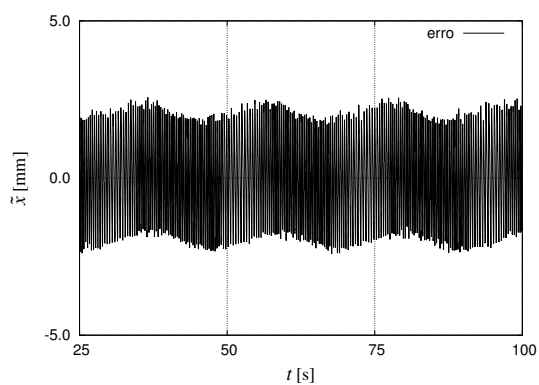
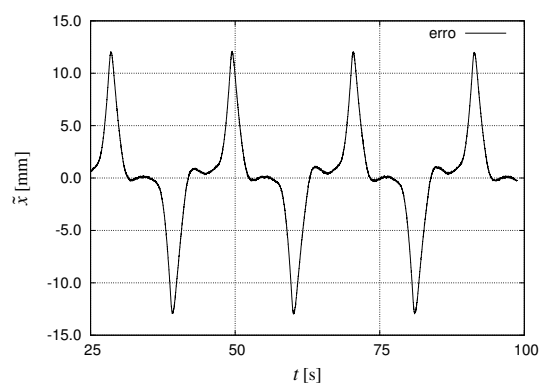


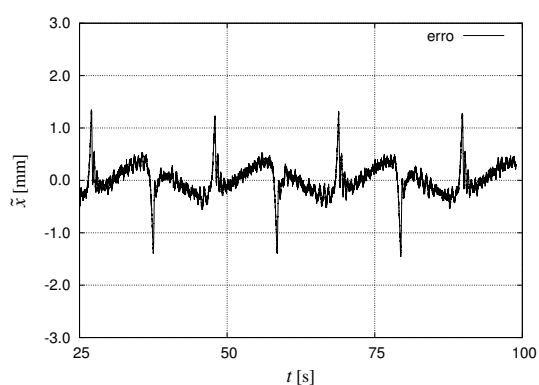
Figura 58 – Rastreamento da trajetória senoidal



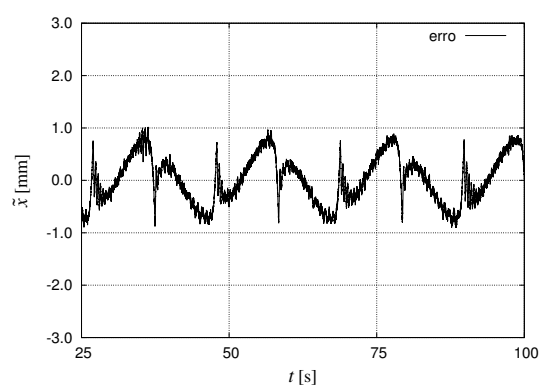
(a) SMC-sinal



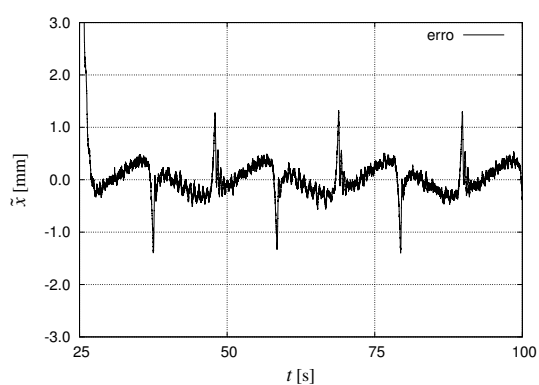
(b) SMC-sat



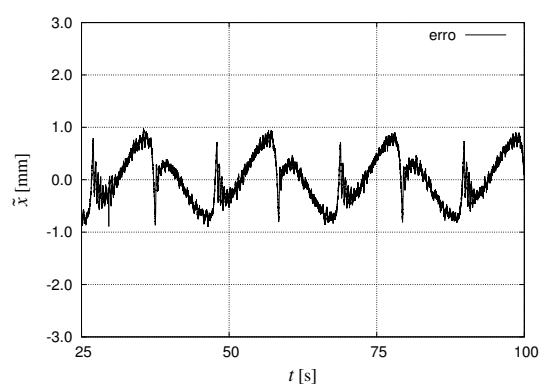
(c) ASMC gaussiana + gradiente



(d) ASMC gaussiana + método proposto



(e) ASMC fuzzy + gradiente



(f) ASMC fuzzy + método proposto

Figura 59 – Erro rastreamento da trajetória senoidal

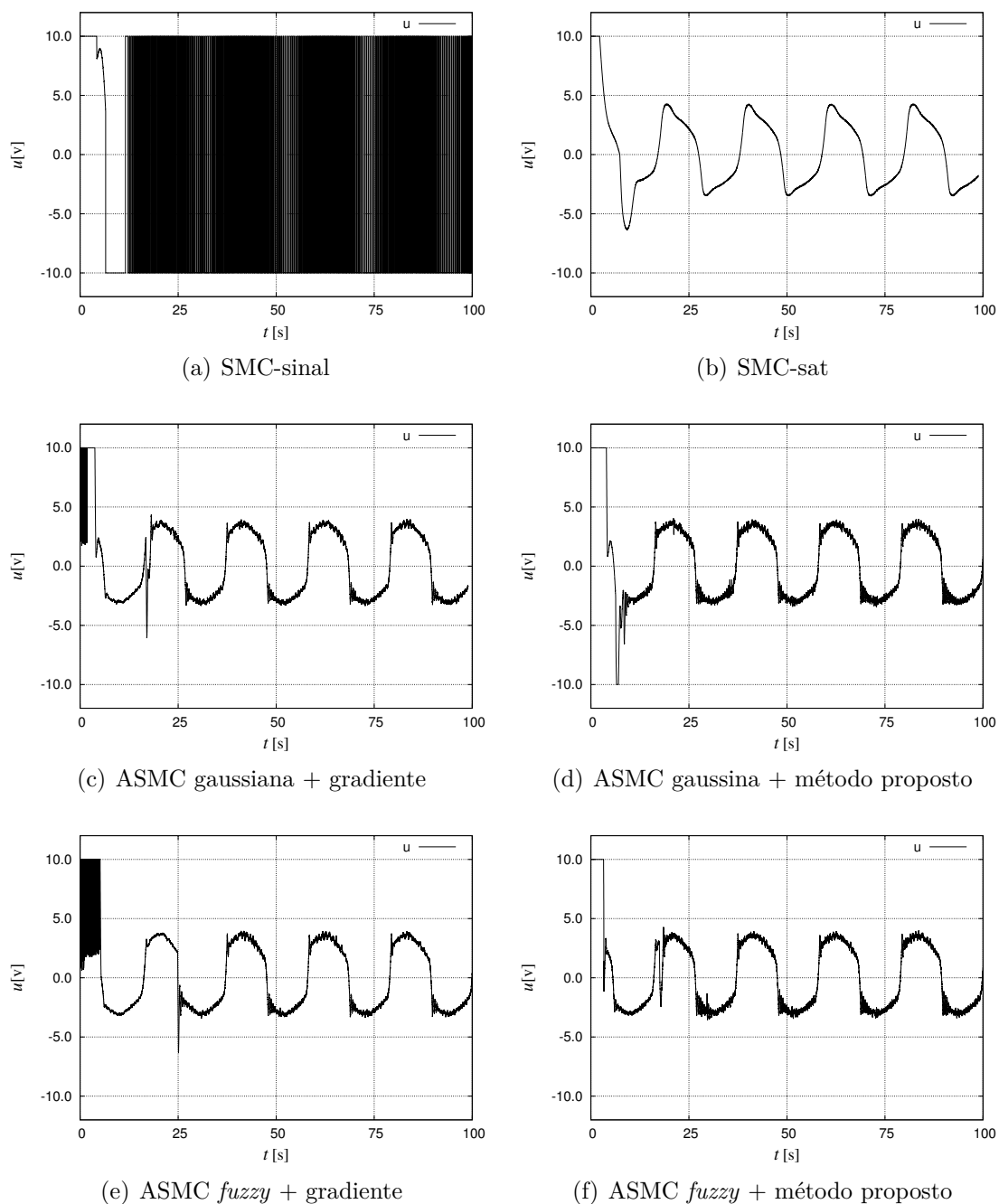
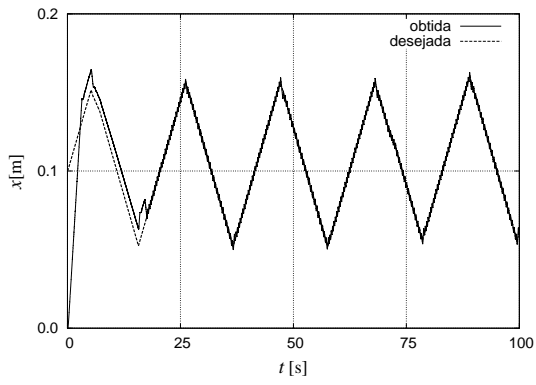
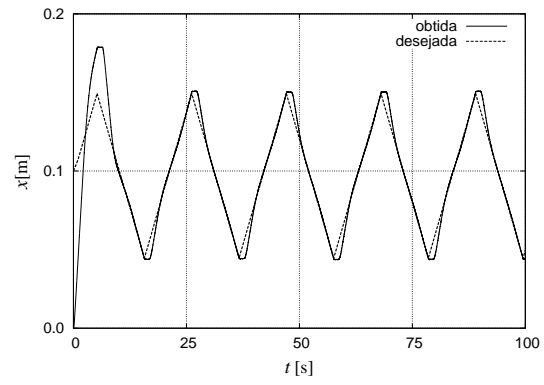


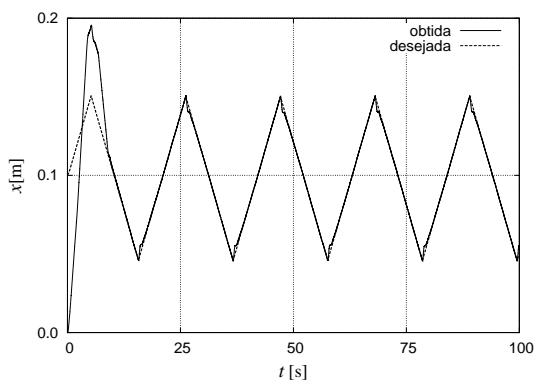
Figura 60 – Esforço de controle para trajetória senoidal



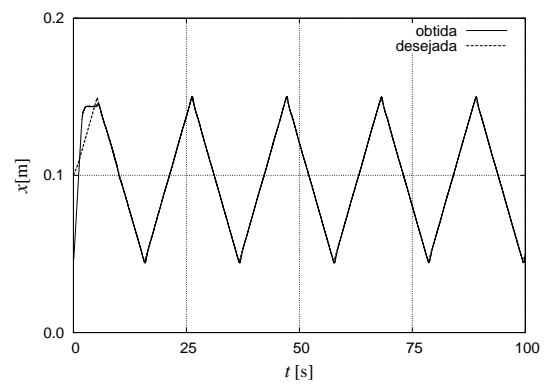
(a) SMC-sinal



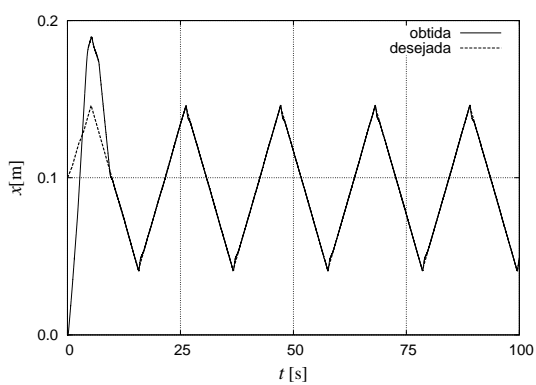
(b) SMC-sat



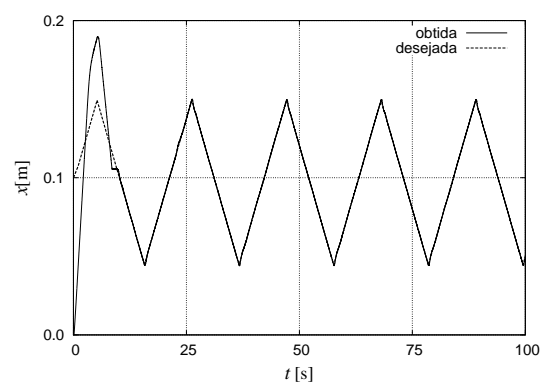
(c) ASMC gaussiana + gradiente



(d) ASMC gaussiana + método proposto

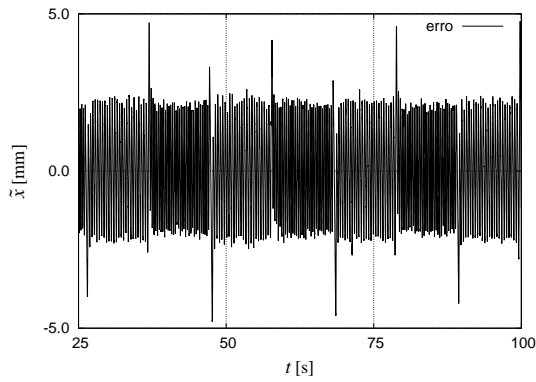


(e) ASMC *fuzzy* + gradiente

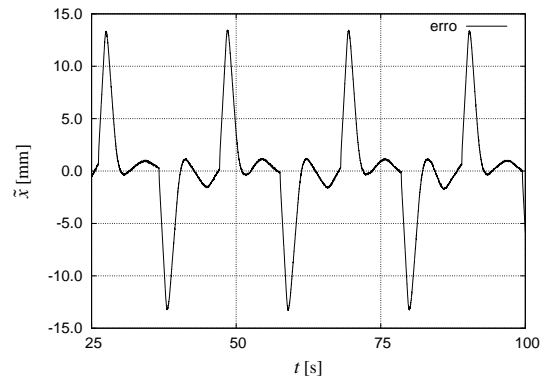


(f) ASMC *fuzzy* + método proposto

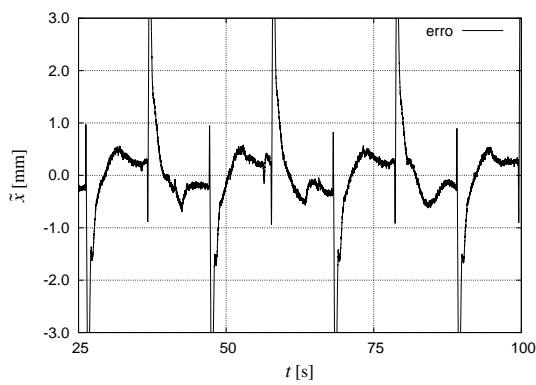
Figura 61 – Rastreamento da trajetória senoidal



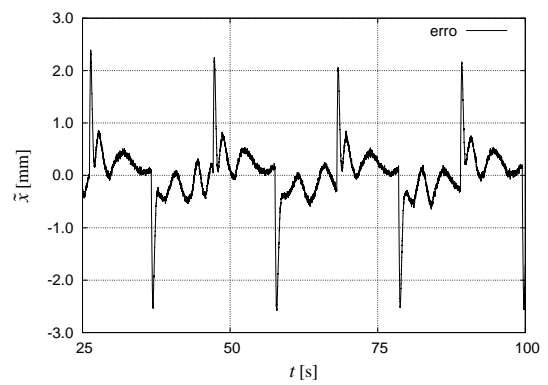
(a) SMC-sinal



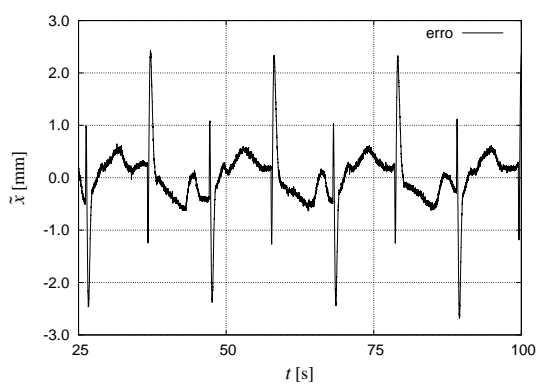
(b) SMC-sat



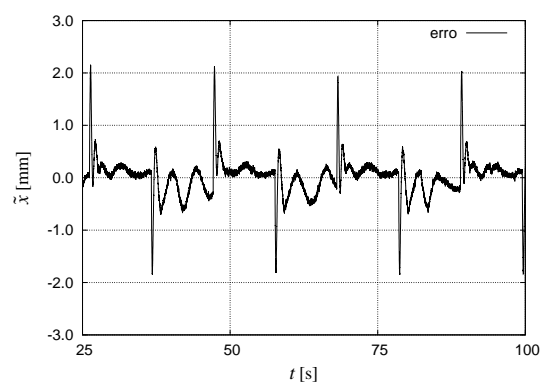
(c) ASMC gaussiana + gradiente



(d) ASMC gaussiana + método proposto

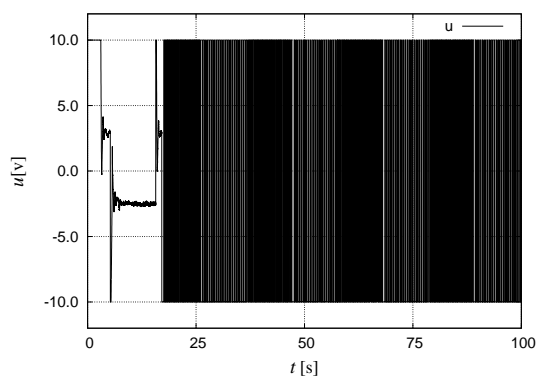


(e) ASMC *fuzzy* + gradiente

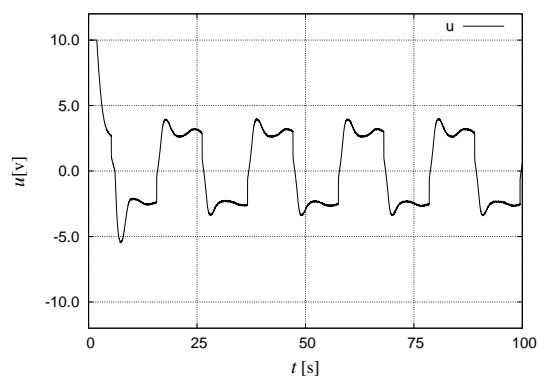


(f) ASMC *fuzzy* + método proposto

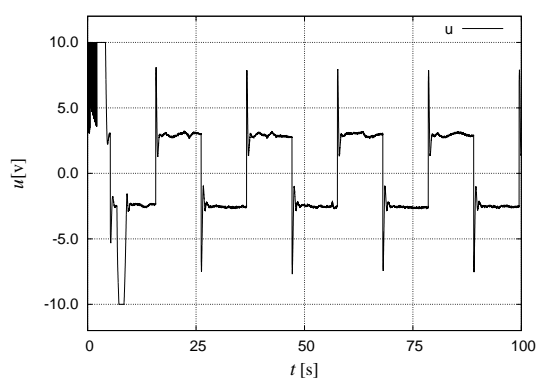
Figura 62 – Erro rastreamento da trajetória senoidal



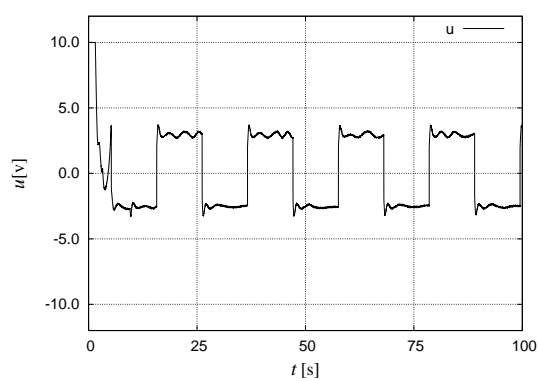
(a) SMC-sinal



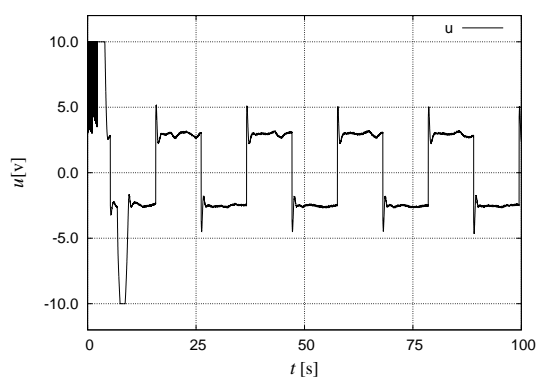
(b) SMC-sat



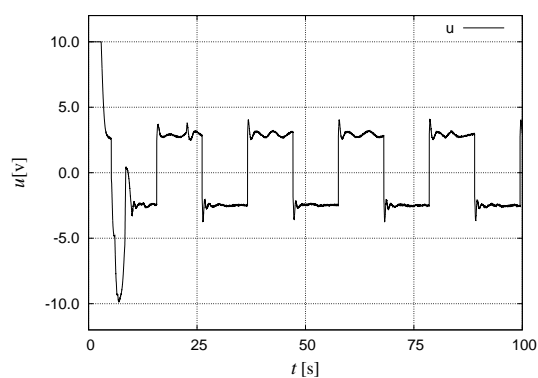
(c) ASMC gaussiana + gradiente



(d) ASMC gaussiana + método proposto



(e) ASMC fuzzy + gradiente



(f) ASMC fuzzy + método proposto

Figura 63 – Esforço de controle

No teste com rastreamento de uma trajetória senoidal, como se pode observar no conjunto de figuras (58), se observa que utilizando a lei de controle SMC – sinal figura (58(a)) a lei de controle descontínua produz a oscilação de alta frequência do esforço de controle, figura (60(a)), o que resulta na oscilação em torno da trajetória desejada como se pode ser observado na figura (59(a)).

Com a substituição da função sinal pela função saturação, figura (58(b)) se obtêm a redução da oscilação do esforço de controle, figura (60(b)), no entanto ocorre o aumento do erro residual logo após a inversão do movimento, figura (59(b)).

Utilizando a estratégia de reconhecimento da dinâmica tanto pelo método do gradiente, figuras (58(c)) e (58(e)), quanto pelo método proposto, figuras (58(d)) e (58(f)) , se observa o melhor rastreamento da trajetória desejada do que nos casos que não foi realizado o reconhecimento da dinâmica.

Analisando o erro residual se observa que o método do gradiente, figuras (59(c)) e (59(e)), não conseguiu reduzir o erro dentro do valor tolerado de $1mm$ ao passo que utilizando o método proposto, figuras (59(d)) e (59(f)), se observou a redução dentro do valor tolerado.

Analisando o esforço de controle é observado o aumento da oscilação do esforço de controle em virtude do reconhecimento da dinâmica não linear do sistema causada pelo atrito interno ao atuador hidráulico, figuras (60(c)), (60(e)), (60(d)) e (60(f)).

Analisando o teste que utilizou a trajetória desejada triangular apresentado nos conjuntos de figuras (61), (62) e (63) observam-se conclusões semelhantes as obtidas no teste com a trajetória senoidal. Apresentando como principal diferença o fato de que mesmo com o reconhecimento da dinâmica aproximada a o erro residual persiste acima do valor tolerado logo após a inversão do movimento como pode ser observado nas figuras (62(c)) , (62(e)), (62(d)) e (59(f)). Desta comparação também pode-se afirmar que o método proposto permitiu um menor oscilação do esforço de controle, figuras (63(d)) e (63(f)) do que o método do gradiente figuras (63(c)) e (63(e)).

Através validação experimental pode-se concluir que o método de ajuste proposto, obtém resultado semelhante ao método do gradiente no que diz respeito a redução do erro residual, com a vantagem de apresentar menor oscilação do esforço de controle durante a etapa de ajuste dos parâmetros do modelo, obtendo picos de erro após a inversão do movimento de menor intensidade que o método do gradiente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou o problema da identificação de dinâmicas não modeladas, e controle aplicado a sistemas mecânicos que apresentem atrito não-linear incerto. Foi escolhido como exemplo de estudo, o atuador eletro-hidráulico, por ser um sistema muito utilizado na indústria e apresentar a possibilidade de que ocorra o desgaste causado pelo aumento do atrito entre os componentes, além de ser um sistema com características não-lineares elevadas. Utilizando este sistema para movimentar um carregamento desconhecido, o qual apresenta um atrito não-linear.

Como em muitas situações, é difícil prever precisamente o carregamento ao qual equipamentos estarão sujeitos, e o desconhecimento desta informação causa a redução da eficiência da lei de controle. Foi analisado o desempenho de um controlador baseado no método de controle por modo deslizante adaptativo, ASMC, com a intenção de identificar toda a dinâmica do sistema e eventuais modificações que ocorram durante sua utilização. Podendo estas variações serem causadas por alterações nas características de lubrificação do sistema, ou mudanças na intensidade do carregamento.

No cotidiano da engenharia, o tipo de atrito analisado neste trabalho está presente quando, superfícies em contato que apresentam movimento relativo não estão adequadamente lubrificadas. O atrito seco é prejudicial para diversos equipamentos, por produzir ou acelerar o desgaste dos componentes. Identificá-lo permite projetar um plano de manutenção para corrigir o problema de lubrificação, antes que ocorra o desgaste excessivo. Assim, este trabalho buscou, além de melhorar o controle do sistema, permitir com base nas informações colhidas do sistema, verificar se ocorreu a modificação das características do atrito do sistema.

Devido ao total desconhecimento da dinâmica do sistema, não foi possível a utilização do próprio modelo físico do sistema como estrutura de aproximação para representar a dinâmica aproximada. Por isso, se optou por buscar na literatura, estruturas de aproximação que pudessem representar a dinâmica do sistema. Foram analisadas cinco estruturas de aproximação, sendo elas: os polinômios de Legendre, as RBF's gaussiana, quadrática e quadrática inversa, e as funções de pertinência *fuzzy*.

Aproveitando a característica do controlador por modo deslizante suavizado, que converte um problema de rastreamento de trajetória no R^n , num problema de estabilização em R , e devido a sua robustez, permite limitar o erro do sistema a uma região conhecida, combinando os elementos do vetor de erros em uma única função denominada superfície de deslizamento, representada neste trabalho por σ . Foi utilizado a função σ como entrada para as estruturas de aproximação, de forma a simplificá-las, descrevendo-as em apenas

um domínio. Reduzindo a complexidade da camada oculta. E através de uma abordagem unificadora, apresentada no capítulo 5, que estipula os termos da camada oculta de forma aleatória, permitindo assim descrever as estruturas de aproximação na mesma forma como um produto escalar, onde um dos vetores representa os parâmetros a serem ajustados, e o outro as funções provenientes das técnicas de inteligência artificial.

No capítulo 5, foi demonstrado que a alteração no método de controle por modos deslizantes adaptativo, removendo o modelo físico aproximado do sistema, substituindo-o, por uma estrutura de aproximação inteligente, apresenta menor complexidade computacional que o método de controle por modos deslizantes com compensação adaptativa normalmente adotado. Neste capítulo também foi proposto, uma modificação no método de ajuste dos parâmetros com a intenção de reduzir sua complexidade computacional, o qual utiliza um critério de parada que monitora o erro residual da aproximação e evita o ajuste quando este não é necessário.

Para analisar a eficiência dos métodos proposto neste trabalho, estes foram comparados, aos métodos de controle ASMC suavizado com compensação adaptativa, e ASMC suavizado com modelo adaptativo, os quais foram ajustados pelos métodos de mínimos quadrados, mínimos quadrados com fator de esquecimento e gradiente.

Através de simulações computacionais, foram utilizados os modelos de atrito de Coulomb + viscoso, Coulomb + estático, Coulomb + estático + viscoso e *Stribeck*, para representar a dinâmica não-linear resultante da força de atrito. Buscou-se controlar o sistema, a fim de rastrear dois tipos de trajetória desejadas, uma continuamente diferenciável do tipo senoidal, e uma diferenciável por partes do tipo triangular.

No primeiro grupo de testes foram comparados os desempenhos de dois tipos de controladores, o primeiro com a superfície de deslizamento σ_1 , na qual as variáveis são os erros dos estados do sistema e a superfície σ_2 , que inclui mais um termo referente a integral do erro da posição no tempo. Verificou-se que o desempenho de todos os controladores que utilizaram a superfície σ_2 foram superior aos que utilizaram σ_1 . Nestes testes, também foi observado que os métodos de suavização: função de saturação, função tangente hiperbólica e função sigmóide apresentaram desempenho semelhante, com um pequeno destaque para a função de saturação. Permitindo reduzir a oscilação de alta frequência do esforço de controle a valores tolerados, e que os métodos ASMC's analisados, mantêm esta redução com a exceção dos testes que utilizaram o atrito seco para o rastreamento da trajetória diferenciável por partes.

Na comparação do desempenho das estruturas de aproximação, foi observado que todas as estruturas testadas, atenderam os critérios estabelecidos de erro tolerado e de redução da oscilação de alta frequência do esforço de controle, demonstrando a viabilidade da abordagem unificadora apresentada neste trabalho.

No entanto, as funções de pertinência *fuzzy*, as RBF's gaussiana e quadrática inversa, apresentaram um menor erro de aproximação do modelo em virtude de serem funções com suporte local, o que permite melhor representar o tipo de não-linearidade apresentadas neste sistema, enquanto que os polinômio de Legendre e RBF quadrática, por apresentarem suporte global, apresentaram maior dificuldade de representar a inflexão que os modelos de atrito analisados apresentam na inversão do movimento. Se observou também que a medida que o erro de aproximação do modelo é reduzido a valores aceitáveis, a consequência direta disso é a redução do erro de rastreamento da trajetória desejada, e também se verifica a redução da amplitude do esforço de controle.

Nos resultados apresentados no apêndice deste trabalho, pode se observar que o controlador por modos deslizantes com compensação adaptativa, permite reduzir o erro do sistema a valores tolerados, no entanto, a redução do erro de aproximação da dinâmica usando este método é inferior aos demais métodos analisados, uma vez que a função aproximada não apresenta uma ligação direta com a dinâmica do sistema, se comportando como uma lei de controle adicional que possibilita a redução do valor da função associada dos erros, σ , e conseqüentemente redução do erro de rastreamento. É preciso destacar que este método não produziu a oscilação de alta frequência do esforço de controle, e sua utilização é útil para diversos casos, desde que, o critério de reconhecimento da dinâmica do sistema não seja um ponto crucial.

Pela comparação dos métodos de ajuste dos parâmetros, verificou-se que os métodos de mínimos quadrados e mínimos quadrados com fator de esquecimento, também apresentados no apêndice, mostram resultados próximos aos obtidos através do método do gradiente, mas esta diferença não justifica o aumento da complexidade computacional que estes métodos apresentam.

Desta forma, no capítulo 7, foi comparado apenas o desempenho dos métodos do gradiente e do método de ajuste proposto neste trabalho, no primeiro grupo de teste se observou que ambos os métodos apresentam resultados semelhantes. No segundo grupo, verificou-se que critério de parada do ajuste baseado monitoramento do erro residual, apresentando na seção 5.3 permitiu uma redução de 83% do número de ajustes necessários para reconhecer a dinâmica do sistema, em comparação ao critério de parada padrão, além de resultar em uma menor oscilação esforço de controle e menor erro de rastreamento da trajetória desejada.

Ao comparar o desempenho dos controladores, mediante o atrito com o modelo de Coulomb viscoso, e com modelo Coulomb estático, verificou-se que a função da dinâmica aproximada, passa a apresentar vibração devido ao reconhecimento do comportamento dinâmico do atrito seco. Sendo possível determinar quando o sistema apresenta o atrito seco, pela análise da taxa de variação do modelo aproximado.

Analisando o desempenho da média da taxa de variação do modelo em períodos

fixos, foi possível determinar a modificação das características do atrito em apenas 10 segundos, após ocorrer esta modificação. Sendo destacado que para cada aplicação, é necessário o projetista do controlador estipular quanto tempo é aceitável, a demora para perceber esta variação, tendo em vista que para perceber esta variação do atrito em um tempo menor, é necessário processar e arquivar mais informação.

Pela validação experimental apresentada na seção 7.2, foi possível verificar a viabilidade dos métodos discutidos neste trabalho para o controle de um sistema físico real onde se considerou total desconhecimento prévio de sua dinâmica, obtendo erro residual dentro do erro tolerado no caso da trajetória senoidal e próximo do erro tolerado no caso da trajetória triangular, com picos de erro após a inversão do movimento causados pela inércia do equipamento.

Desta forma, através deste trabalho foi demonstrado que é possível obter um controlador eficaz, com o método de controle por modo deslizante com modelo adaptativo, mesmo tendo total desconhecimento prévio da dinâmica do sistema, e até com a variação desta dinâmica durante o funcionamento do sistema. Sendo inclusive capaz de identificar o momento desta variação, dentro de um período aceitável.

O reconhecimento da dinâmica aproximada do sistema permite, além de melhorar o desempenho do controlador, criar um histórico da vida útil do equipamento, descrevendo o comportamento do sistema através de curvas de tendência, que ao serem associadas ao conhecimento dos responsáveis pela manutenção para determinar quais fatores físicos do equipamento podem se modificar causando alterações na dinâmica do sistema, é possível utilizar estas informações como um indicador da necessidade da manutenção.

O outro ponto a ser ressaltado neste trabalho, foi a busca por soluções que simplifiquem a obtenção do controle e da identificação do sistema, atendendo os critérios de eficiência da redução do erro, e do não aparecimento do *chattering*. Permitindo facilitar a escolha do método inteligente que representará a dinâmica do sistema, reduzindo a complexidade computacional do método de controle, do método de ajuste e da estrutura de aproximação. O que possibilita utilizar estas estratégias para uma gama maior de equipamentos onde estas técnicas podem melhorar seus desempenhos.

Esta tese deixa como sugestões para trabalhos futuros, estender os métodos aqui discutidos para os casos MIMO e subatuados. Analisar a viabilidade de outras estruturas de aproximação e a utilização de sensores do tipo acelerômetro em conjunto com o sensor de posição, para permitir a redução da complexidade do método de obtenção dos estados do modelo do sistema.

REFERÊNCIAS

- ACHILI, B. et al. Adaptive observer based on MLPNN and sliding mode for wearable robots: Application to an active joint orthosis. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 197, p. 69–77, 2015. ISSN 18728286. Citado na página 41.
- AHMADI, B.; NOURISOLA, H.; TAVAKOLI, S. Robust adaptive sliding mode control design for uncertain stochastic systems with time-varying delay. *International Journal of Dynamics and Control*, Springer Berlin Heidelberg, 2017. ISSN 2195-2698. Citado na página 41.
- ARMSTRONG-HÉLOUVRY, B. *Control of Machines with Friction*. [S.l.]: Springer US, 2012. (The Springer International Series in Engineering and Computer Science). ISBN 9781461539728. Citado na página 54.
- AYADI, A. et al. Experimental sensorless control for electropneumatic system based on high gain observer and adaptive sliding mode control. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017. Citado na página 35.
- AZEVEDO, G. O. d. A. *Controle de sistemas eletro-hidráulicos via linearização por realimentação com compensação inteligente de incertezas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande norte, 2016. Citado na página 110.
- BESSA, W. M. Some Remarks on the Boundedness and Convergence Properties of Smooth Sliding Mode Controllers. v. 6, n. May, p. 154–158, 2009. Citado na página 31.
- BESSA, W. M.; DUTRA, M. S.; KREUZER, E. Sliding mode control with adaptive fuzzy dead-zone compensation of an electro-hydraulic servo-system. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, v. 58, n. 1, p. 3–16, 2010. ISSN 1573-0409. Citado na página 34.
- BLAU, P. J. *Amontons' Laws of Friction*. Boston, MA: Springer US, 2013. 71–71 p. ISBN 978-0-387-92897-5. Citado na página 54.
- CHEN, S.-y.; GONG, S.-s. Speed tracking control of pneumatic motor servo systems using observation-based adaptive dynamic sliding-mode control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier Ltd, v. 94, n. 129, p. 111–128, 2017. ISSN 0888-3270. Citado na página 41.
- CHENG, K.-h. Adaptive B-spline-based fuzzy sliding-mode control for an auto-warehousing crane system. *Applied Soft Computing Journal*, Elsevier B.V., v. 48, p. 476–490, 2016. ISSN 1568-4946. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 41.
- CUI, P. et al. Friction Compensation Based on Time-Delay Control and Internal Model Control for a Gimbal System in Magnetically Suspended CMG. v. 64, n. 5, p. 3798–3807, 2017. Citado na página 20.
- FARRELL, J. A.; POLYCARPO, M. M. *Adaptive Approximation Based Control: Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2006. Citado 4 vezes nas páginas 41, 42, 43 e 68.

- GHODSIYEH, D. et al. Tribology International Diaphragm valve-controlled air thrust bearing. *Tribology International*, Elsevier Ltd, v. 109, n. October 2016, p. 328–335, 2017. ISSN 0301-679X. Citado na página 19.
- GUO, Q.; YU, T.; JIANG, D. High-gain observer-based output feedback control of single-rod electro-hydraulic actuator. *IET Control Theory Applications*, v. 9, n. 16, p. 2395–2404, Oct 2015. Citado na página 51.
- GUO, Q. et al. Backstepping Control of Electro-Hydraulic System Based on Extended-State-Observer With Plant Dynamics Largely Unknown. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 63, n. 11, p. 6909–6920, Nov 2016. Citado na página 51.
- HAN, B.; MA, J.; LI, H. Research on Nonlinear Friction Compensation of Harmonic Drive in Gimbal Servo-system of DGCMG. v. 14, n. 37, p. 779–786, 2016. Citado na página 20.
- HAYKIN, S. *Redes Neurais - 2ed.* [S.l.]: BOOKMAN COMPANHIA ED, 2001. ISBN 9788573077186. Citado na página 44.
- HIRATA, G.; ALVAREZ, J. Robust tracking control of a shaking table with dry friction. *Nonlinear Dynamics*, Springer Netherlands, v. 86, n. 3, p. 1535–1547, 2016. ISSN 1573-269X. Citado na página 20.
- HU, X. et al. Adaptive sliding mode control of non-linear non-minimum phase system with input delay. p. 1153–1161, 2016. Citado na página 35.
- HUTTERER, M.; KALTEIS, G.; SCHRÖDL, M. Redundant unbalance compensation of an active magnetic bearing system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 94, p. 267–278, 2017. ISSN 0888-3270. Citado na página 19.
- IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust adaptive control.* [S.l.]: PTR Prentice-Hall Upper Saddle River, NJ, 1996. Citado 4 vezes nas páginas 36, 47, 48 e 50.
- JANG, J.-S. R.; SUN, C.-T.; MIZUTANI, E. *Neural-fuzzy and soft computing.* [S.l.]: Prentice-Hall Englewood Cliffs, 1997. Citado na página 45.
- KONRATH, M. et al. Application of magnetic bearing technology in high-speed centrifugation. v. 147, p. 65–73, 2016. Citado na página 19.
- LANTOS, B.; MÁRTON, L. *Nonlinear Control of Vehicles and Robots.* New York: Springer London Dordrecht Heidelberg, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 52, 54 e 57.
- LEE, W. et al. International Journal of Machine Tools & Manufacture Friction compensation controller for load varying machine tool feed drive. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Elsevier, v. 96, p. 47–54, 2015. ISSN 0890-6955. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 41.
- LEVANT, A. Robust Exact Differentiation via Sliding Mode Technique. v. 34, n. 3, 1998. Citado na página 74.
- LI, F.-T. et al. Friction identification and compensation design for precision positioning. *Advances in Manufacturing*, v. 5, n. 2, p. 120–129, Jun 2017. ISSN 2195-3597. Citado na página 41.

- LI, H. et al. Adaptive Sliding Mode Control for Interval Type-2 Fuzzy Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, v. 46, n. 12, p. 1654–1663, Dec 2016. Citado na página 41.
- LI, X.; YAO, J.; ZHOU, C. Output feedback adaptive robust control of hydraulic actuator with friction and model uncertainty compensation. *Journal of the Franklin Institute*, Elsevier Ltd, v. 354, n. 13, p. 5328–5349, 2017. ISSN 0016-0032. Citado na página 20.
- MARQUES, F. et al. A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems. *Nonlinear Dynamics*, Springer Netherlands, v. 86, n. 3, p. 1407–1443, 2016. ISSN 1573-269X. Citado na página 54.
- MEDEIROS, P. E. d. *Controle ativo de vibração em estruturas inteligentes utilizando um controlador por modos deslizantes com compensação difusa*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande norte, 2016. Citado na página 34.
- MERRITT, H. E. *Hydraulic Control Systems*. New York: John Wiley & Sons, 1967. Citado na página 52.
- NAHIAN, S. A. et al. Modeling and Fault Tolerant Control of an Electro- Hydraulic Actuator. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, v. 17, n. 10, p. 1285–1297, Oct 2016. Citado na página 51.
- NAZARI, V.; SURGENOR, B. Improved Position Tracking Performance of a Pneumatic Actuator using a Fuzzy Logic Controller with Velocity , System Lag and Friction Compensation. v. 14, n. 5, p. 1376–1388, 2016. Citado na página 20.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. [S.l.]: Pearson, 5th Ed. 801p, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 70.
- PRÍĆ, S. L. et al. Quasi-Sliding Mode Control With Orthogonal Endocrine Neural Network-Based Estimator Applied in Anti-Lock Braking System. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 21, n. 2, p. 754–764, April 2016. Citado na página 41.
- ROSALES, A. et al. Chattering Analysis of HOSM Controlled Systems : Frequency Domain Approach. v. 62, n. 8, p. 4109–4115, 2017. Citado na página 31.
- SANTOS, J. D. B. d. *Controle por modos deslizantes com compensação difusa aplicado a sistemas com descontinuidade*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande norte, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 46.
- SHTESSEL, Y. et al. *Sliding Mode Control and Observation*. New York, NY: Springer New York, 2014. (Control Engineering). ISSN 15715078. ISBN 978-0-8176-4892-3. Citado na página 31.
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey: Prentice Hall, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 30.
- TANAKA, M. C. *Controle inteligente de vibrações utilizando amortecedor magneto reológico*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande norte, 2017. Citado na página 34.

- TRAN, M.-d.; KANG, H.-j. Neurocomputing Adaptive terminal sliding mode control of uncertain robotic manipulators based on local approximation of a dynamic system. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 228, n. October 2016, p. 231–240, 2017. ISSN 0925-2312. Citado na página 41.
- UTKIN, V.; GULDNER, J.; SHI, J. *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems, Second Edition*. [S.l.]: CRC Press, 2009. (Automation and Control Engineering). ISBN 9781420065619. Citado na página 29.
- WANG, J. et al. Sliding mode control for non-linear systems by Takagi-Sugeno fuzzy model and delta operator approaches. *IET Control Theory Applications*, v. 11, n. 8, p. 1205–1213, 2017. Citado na página 41.
- WANG, T.; FEI, J. Adaptive Neural Control of Active Power Filter Using Fuzzy Sliding Mode Controller. *IEEE Access*, v. 4, p. 6816–6822, 2016. Citado na página 41.
- WANG, X.; WANG, S. New approach of friction identification for electro-hydraulic servo system based on evolutionary algorithm and statistical logics with experiment. *Journal of Mechanical Science and Technology*, v. 30, n. 5, p. 2311–2317, 2016. Citado na página 51.
- YANG, G. et al. Asymptotic output tracking control of electro- hydraulic systems with unmatched disturbances. *IET Control Theory Applications*, v. 10, n. 18, p. 2543–2551, Dec 2016. Citado na página 51.
- YAO, J.; DENG, W.; JIAO, Z. Adaptive Control of Hydraulic Actuators With LuGre Model-Based Friction Compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 62, n. 10, p. 6469–6477, Oct 2015. Citado 3 vezes nas páginas 20, 35 e 41.
- YAO, J.; DENG, W.; SUN, W. Precision Motion Control for Electro-Hydraulic Servo Systems With Noise Alleviation: A Desired Compensation Adaptive Approach. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 22, n. 4, p. 1859–1868, Aug 2017. Citado na página 51.
- ZHAO, X.; YANG, H.; ZONG, G. Adaptive Neural Hierarchical Sliding Mode Control of Nonstrict-Feedback Nonlinear Systems and an Application to Electronic Circuits. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, v. 47, n. 7, p. 1394–1404, July 2017. Citado na página 41.
- ZHOU, H. et al. Discrete-time sliding mode control with an input filter for an electro-hydraulic actuator. *IET Control Theory Applications*, v. 11, n. 9, p. 1333–1340, may 2017. Citado na página 51.

Apêndices

APÊNDICE A – TESTE 1

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito viscoso e de Coulomb para uma função desejada tipo senoidal.

Tabela 10 – Teste 1, SMC σ_1

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_1)$	0,4760	214,6342	9,4532	9,4519
$tanh(\sigma_1)$	28,2967	0,5471	1,8510	1,8507
$sigm(\sigma_1)$	30,1318	0,3359	1,1183	1,1182
$sat(\sigma_1)$	28,2494	0,5541	1,8731	1,8728

Tabela 11 – Teste 1, SMC σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_2)$	0,2878	212,4351	9,5151	9,5139
$tanh(\sigma_2)$	9,8317	1,8701	6,5452	6,5405
$sigm(\sigma_2)$	14,5048	1,7512	5,7466	5,7438
$sat(\sigma_2)$	8,1617	1,8794	6,4096	6,4061

Tabela 12 – Teste 1, ASMC σ_1 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	2,8237	1,5564	5,5524	5,5497
RBF Gaussiana	0,8008	1,7078	5,6287	5,6262
RBF Quadrática	4,0136	1,5408	5,5025	5,4998
RBF Q.inversa	0,7557	1,7705	5,6343	5,6320
<i>Fuzzy</i>	0,8749	1,6839	5,6259	5,6233

Tabela 13 – Teste 1, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2483	1,5772	5,6669	5,6643
RBF Gaussiana	0,0630	1,8018	5,6571	5,6545
RBF Quadrática	0,3295	1,5687	5,6734	5,6708
RBF Q.inversa	0,0731	1,8743	5,6571	5,6546
<i>Fuzzy</i>	0,0697	1,7755	5,6572	5,6546

Tabela 14 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	3,0567	1,552	0,4034	5,5413
RBF Gaussiana	0,8003	1,7141	0,1296	5,6262
RBF Quadrática	3,9114	1,5424	0,5055	5,5049
RBF Q.inversa	0,7164	1,7941	0,1169	5,633
<i>Fuzzy</i>	0,8249	1,6904	0,1325	5,6253

Tabela 15 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2659	1,5725	0,4377	5,6654
RBF Gaussiana	0,063	1,7964	0,13	5,6545
RBF Quadrática	0,3234	1,5667	0,4641	5,6701
RBF Q.inversa	0,0657	1,9165	0,1201	5,6543
<i>Fuzzy</i>	0,0657	1,7766	0,1345	5,6545

Tabela 16 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	3,0537	1,551	0,4014	5,5413
RBF Gaussiana	0,8	1,7111	0,1276	5,6262
RBF Quadrática	3,9104	1,5414	0,5015	5,5049
RBF Q.inversa	0,7124	1,7911	0,1159	5,633
<i>Fuzzy</i>	0,8241	1,6914	0,1305	5,6253

Tabela 17 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2649	1,5722	0,4347	5,6654
RBF Gaussiana	0,0622	1,796	0,125	5,6545
RBF Quadrática	0,3234	1,5667	0,4637	5,6701
RBF Q.inversa	0,0653	1,916	0,12	5,6543
<i>Fuzzy</i>	0,0655	1,7768	0,134	5,6545

Tabela 18 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método mínimos quadrados fator de esquentamento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	3,6329	1,552	0,4556	5,5424
RBF Gaussiana	0,7999	1,7121	0,1295	5,6262
RBF Quadrática	2,3557	1,5669	0,3184	5,568
RBF Q.inversa	0,7014	1,8592	0,1156	5,6332
<i>Fuzzy</i>	0,8019	1,6961	0,1297	5,626

Tabela 19 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método mínimos quadrados fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2645	1,5721	0,5001	5,6653
RBF Gaussiana	0,062	1,8014	0,13	5,6545
RBF Quadrática	0,2469	1,803	0,4073	5,4874
RBF Q.inversa	0,0623	1,9949	0,1168	5,6541
<i>Fuzzy</i>	0,0629	1,7896	0,1302	5,6545

Tabela 20 – Teste 1, ASMC σ_1 com modelo adaptativo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	3,4346	1,5467	0,448	5,526
RBF Gaussiana	0,8051	1,6971	0,13	5,626
RBF Quadrática	3,9354	1,5295	0,7477	5,4088
RBF Q.inversa	0,7172	1,8152	0,1171	5,6329
<i>Fuzzy</i>	0,8092	1,7046	0,1306	5,6256

Tabela 21 – Teste 1, ASMC σ_2 com modelo adaptativo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2928	1,5688	0,4739	5,6675
RBF Gaussiana	0,0634	1,79	0,1306	5,6545
RBF Quadrática	0,3199	1,5737	0,4617	5,687
RBF Q.inversa	0,0704	1,9015	0,1244	5,6545
<i>Fuzzy</i>	0,0639	1,8055	0,1318	5,6545

APÊNDICE B – TESTE 2

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito viscoso e de Coulomb para uma função desejada tipo triangular.

Tabela 22 – Teste 2, SMC σ_1

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_1)$	0,573	266,9425	9,6311	9,6278
$tanh(\sigma_1)$	22,5633	0,7351	1,8244	1,8234
$sigm(\sigma_1)$	23,8859	0,4728	1,4698	1,4702
$sat(\sigma_1)$	22,524	0,7432	1,8381	1,8371

Tabela 23 – Teste 2, SMC σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_2)$	0,3413	246,1206	9,6612	9,659
$tanh(\sigma_2)$	6,6041	1,5441	6,0427	6,036
$sigm(\sigma_2)$	12,5573	1,3189	5,3606	5,3562
$sat(\sigma_2)$	5,8884	1,5403	6,0105	6,0042

Tabela 24 – Teste 2, ASMC σ_1 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	2,1684	1,8234	5,682	5,6785
RBF Gaussiana	0,3667	2,6467	5,8491	5,8456
RBF Quadrática	3,3361	1,423	5,5751	5,5715
RBF Q.inversa	0,3742	2,4785	5,8518	5,8483
<i>Fuzzy</i>	0,3951	2,601	5,844	5,8405

Tabela 25 – Teste 2, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4044	1,875	5,8751	5,8736
RBF Gaussiana	0,1736	2,6452	5,8792	5,8765
RBF Quadrática	0,5268	1,6968	5,8726	5,8714
RBF Q.inversa	0,186	2,5451	5,8787	5,8761
<i>Fuzzy</i>	0,179	2,6547	5,8791	5,8764

Tabela 26 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	2,3462	1,7326	0,9353	5,6697
RBF Gaussiana	0,3367	2,599	0,6917	5,8531
RBF Quadrática	2,4654	1,6426	0,9634	5,6519
RBF Q.inversa	0,3382	2,4961	0,6432	5,8612
<i>Fuzzy</i>	0,3521	2,6546	0,7085	5,8485

Tabela 27 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4075	1,8067	0,9485	5,8737
RBF Gaussiana	0,1643	2,6245	0,6857	5,8747
RBF Quadrática	0,4214	1,7883	0,9679	5,8735
RBF Q.inversa	0,1699	2,5591	0,6283	5,8764
<i>Fuzzy</i>	0,1709	2,6363	0,7005	5,8765

Tabela 28 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	2,3462	1,7326	0,9353	5,6697
RBF Gaussiana	0,3364	2,5987	0,6915	5,853
RBF Quadrática	2,4651	1,6422	0,9632	5,6513
RBF Q.inversa	0,3382	2,4961	0,6432	5,8612
<i>Fuzzy</i>	0,352	2,6545	0,7082	5,8485

Tabela 29 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4035	1,8137	0,9385	5,8735
RBF Gaussiana	0,1633	2,6215	0,6737	5,8727
RBF Quadrática	0,4213	1,788	0,9671	5,8736
RBF Q.inversa	0,1684	2,5791	0,6344	5,8644
<i>Fuzzy</i>	0,1695	2,6243	0,7202	5,8754

Tabela 30 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	2,4499	1,8719	0,9026	5,6919
RBF Gaussiana	0,3357	2,6214	0,7155	5,8512
RBF Quadrática	1,3965	2,3772	0,8201	5,749
RBF Q.inversa	0,3315	2,5163	0,6248	5,8693
<i>Fuzzy</i>	0,4177	2,5946	0,737	5,8374

Tabela 31 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4047	1,8194	0,9452	5,8738
RBF Gaussiana	0,264	1,6205	0,6345	5,8783
RBF Quadrática	0,29	2,4597	0,8176	5,8753
RBF Q.inversa	0,1622	2,5957	0,6125	5,8766
<i>Fuzzy</i>	0,2889	1,6443	0,7103	5,8763

Tabela 32 – Teste 2, ASMC σ_1 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	2,4872	1,6337	0,9661	5,6501
RBF Gaussiana	0,4209	2,5985	0,6841	5,8372
RBF Quadrática	4,9259	1,2234	1,2798	5,4112
RBF Q.inversa	0,3904	2,4605	0,6797	5,8449
<i>Fuzzy</i>	0,4211	2,5638	0,7016	5,837

Tabela 33 – Teste 2, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4274	1,7755	0,9731	5,8734
RBF Gaussiana	0,1793	2,6864	0,6759	5,8765
RBF Quadrática	0,4569	2,7728	1,0122	5,8652
RBF Q.inversa	0,1903	2,5272	0,6575	5,8761
<i>Fuzzy</i>	0,1803	2,656	0,6952	5,8765

APÊNDICE C – TESTE 3

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito estático e de Coulomb para uma função desejada tipo senoidal.

Tabela 34 – Teste 3, SMC σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_2)$	0,2588	300,6276	9,4892	9,4889
$sat(\sigma_2)$	7,8871	2,4059	6,2082	6,2041

Tabela 35 – Teste 3, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2529	8,0649	5,4847	5,4814
RBF Gaussiana	0,0644	7,983	5,4605	5,4575
RBF Quadrática	0,3296	6,5413	5,4939	5,4906
RBF Q.inversa	0,0748	10,3186	5,4513	5,4481
<i>Fuzzy</i>	0,0703	7,6119	5,463	5,46

Tabela 36 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2666	7,5276	0,4404	5,4818
RBF Gaussiana	0,0644	8,0007	0,1356	5,457
RBF Quadrática	0,3209	6,5298	0,4908	5,4872
RBF Q.inversa	0,0658	9,6641	0,1251	5,4467
<i>Fuzzy</i>	0,0664	7,959	0,1388	5,4583

Tabela 37 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2666	7,5276	0,4404	5,4818
RBF Gaussiana	0,0644	8,0007	0,1356	5,457
RBF Quadrática	0,3209	6,5298	0,4908	5,4872
RBF Q.inversa	0,0658	9,6641	0,1251	5,4467
<i>Fuzzy</i>	0,0664	7,959	0,1388	5,4583

Tabela 38 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2689	7,518	0,5114	5,4828
RBF Gaussiana	0,0644	8,1	0,136	5,4563
RBF Quadrática	0,1994	9,918	0,3358	5,4754
RBF Q.inversa	0,0634	9,0278	0,1221	5,4397
<i>Fuzzy</i>	0,0643	8,0183	0,136	5,4579

Tabela 39 – Teste 3, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2913	7,0118	0,4751	5,4843
RBF Gaussiana	0,065	8,192	0,1364	5,4585
RBF Quadrática	0,3189	6,5298	0,4898	5,5081
RBF Q.inversa	0,0695	8,8485	0,1285	5,4465
<i>Fuzzy</i>	0,0653	8,0592	0,1372	5,4575

APÊNDICE D – TESTE 4

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito estático e de Coulomb para uma função desejada tipo triangular.

Tabela 40 – Teste 4, SMC σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_2)$	0,2747	314,7631	9,6609	9,6603
$sat(\sigma_2)$	5,6436	2,5358	5,8194	5,8122

Tabela 41 – Teste 4, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4258	8,5988	5,6834	5,6813
RBF Gaussiana	0,2152	18,5624	5,6884	5,6853
RBF Quadrática	0,5286	7,166	5,6809	5,6791
RBF Q.inversa	0,2396	12,1788	5,6863	5,6832
<i>Fuzzy</i>	0,2182	19,3235	5,6891	5,6859

Tabela 42 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,449	7,9682	0,9927	5,681
RBF Gaussiana	0,1903	13,3261	0,6716	5,6829
RBF Quadrática	0,4229	7,8536	0,9685	5,6815
RBF Q.inversa	0,1972	18,0512	0,6615	5,6838
<i>Fuzzy</i>	0,206	19,1074	0,698	5,684

Tabela 43 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4491	7,9683	0,9925	5,681
RBF Gaussiana	0,1902	13,3263	0,6715	5,6829
RBF Quadrática	0,4224	7,8538	0,9683	5,6815
RBF Q.inversa	0,197	18,0515	0,6611	5,6838
<i>Fuzzy</i>	0,2052	19,1072	0,6972	5,684

Tabela 44 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4546	7,878	0,9985	5,6806
RBF Gaussiana	0,18	7,0963	0,6663	5,6823
RBF Quadrática	0,3207	11,2793	0,8511	5,6834
RBF Q.inversa	0,1829	17,9356	0,6422	5,6835
<i>Fuzzy</i>	0,195	15,0704	0,6903	5,6831

Tabela 45 – Teste 4, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4117	8,6126	0,9547	5,6819
RBF Gaussiana	0,1906	12,7731	0,6718	5,6831
RBF Quadrática	0,4393	6,4347	0,9954	5,6786
RBF Q.inversa	0,2124	14,5482	0,6793	5,6831
<i>Fuzzy</i>	0,1885	11,7378	0,6867	5,6824

APÊNDICE E – TESTE 5

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito estático, viscoso e de Coulomb para uma função desejada tipo senoidal.

Tabela 46 – Teste 5, SMC σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_2)$	0,2951	210,6905	9,5136	9,5126
$sat(\sigma_2)$	8,1555	1,8811	6,4083	6,4043

Tabela 47 – Teste 5, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2465	1,8759	5,6626	5,6596
RBF Gaussiana	0,0631	4,6386	5,6507	5,6476
RBF Quadrática	0,3296	1,7333	5,6696	5,6666
RBF Q.inversa	0,0733	4,6859	5,6494	5,6464
<i>Fuzzy</i>	0,0697	3,9316	5,6513	5,6482

Tabela 48 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2651	1,8035	0,4409	5,6609
RBF Gaussiana	0,0629	3,9787	0,1355	5,6476
RBF Quadrática	0,3225	1,7084	0,5235	5,6658
RBF Q.inversa	0,0657	4,7832	0,1256	5,6453
<i>Fuzzy</i>	0,0655	3,8694	0,1398	5,6478

Tabela 49 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2645	1,8033	0,4402	5,6605
RBF Gaussiana	0,0624	3,9782	0,1351	5,6475
RBF Quadrática	0,3215	1,7082	0,5234	5,6657
RBF Q.inversa	0,0654	4,7834	0,1253	5,6451
<i>Fuzzy</i>	0,0635	3,8684	0,1396	5,6475

Tabela 50 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2627	1,8398	0,5002	5,6607
RBF Gaussiana	0,0629	4,2863	0,1359	5,6477
RBF Quadrática	0,196	1,9971	0,3362	5,6557
RBF Q.inversa	0,0627	4,8789	0,1224	5,6443
<i>Fuzzy</i>	0,0629	4,0217	0,1357	5,6476

Tabela 51 – Teste 5, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,293	1,7806	0,4783	5,6631
RBF Gaussiana	0,0634	4,0273	0,1363	5,6477
RBF Quadrática	0,32	1,7097	0,5273	5,6836
RBF Q.inversa	0,071	4,8584	0,1306	5,6462
<i>Fuzzy</i>	0,0639	4,2499	0,1376	5,6478

APÊNDICE F – TESTE 6

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito estático, viscoso e de Coulomb para uma função desejada tipo triangular.

Tabela 52 – Teste 6, smc σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_1)$	0,3685	233,4161	9,6644	9,6626
$sat(\sigma_1)$	5,8879	1,5397	6,0091	6,0026

Tabela 53 – Teste 6, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4045	1,8843	5,8751	5,8736
RBF Gaussiana	0,1738	3,0616	5,8793	5,8766
RBF Quadrática	0,5269	1,6994	5,8726	5,8714
RBF Q.inversa	0,186	2,5444	5,8787	5,8761
<i>Fuzzy</i>	0,1789	2,8637	5,8792	5,8765

Tabela 54 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4074	1,8457	0,9486	5,8738
RBF Gaussiana	0,1687	3,1183	0,6801	5,8768
RBF Quadrática	0,4212	1,8264	0,9679	5,8736
RBF Q.inversa	0,1692	2,5609	0,6283	5,8765
<i>Fuzzy</i>	0,1708	2,6608	0,7005	5,8766

Tabela 55 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4042	1,8475	0,9485	5,8734
RBF Gaussiana	0,1685	3,1184	0,6805	5,8784
RBF Quadrática	0,4215	1,8254	0,9659	5,8746
RBF Q.inversa	0,1644	2,5639	0,6284	5,8763
<i>Fuzzy</i>	0,1703	2,6605	0,7015	5,8726

Tabela 56 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4044	1,8472	0,9452	5,8738
RBF Gaussiana	0,2663	3,0791	0,6449	5,3177
RBF Quadrática	0,29	2,4773	0,8177	5,8754
RBF Q.inversa	0,1622	2,5936	0,6127	5,8766
<i>Fuzzy</i>	0,2846	2,6409	0,9571	5,487

Tabela 57 – Teste 6, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4271	1,8305	0,9731	5,8736
RBF Gaussiana	0,1795	3,4325	0,675	5,8766
RBF Quadrática	0,4567	1,7862	1,0123	5,8656
RBF Q.inversa	0,1899	2,5269	0,6572	5,8761
<i>Fuzzy</i>	0,1806	3,2871	0,6947	5,8767

APÊNDICE G – TESTE 7

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito tipo *Stribeck* para uma função desejada tipo senoidal.

Tabela 58 – Teste 7, SMC σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_2)$	0,3084	189,7609	9,5354	9,5335
$sat(\sigma_2)$	8,3552	1,9065	6,5559	6,5521

Tabela 59 – Teste 7, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2527	1,6551	5,7992	5,7963
RBF Gaussiana	0,063	2,105	5,7892	5,7863
RBF Quadrática	0,3326	1,615	5,8056	5,8026
RBF Q.inversa	0,0746	2,2652	5,7894	5,7866
<i>Fuzzy</i>	0,0701	2,0604	5,7893	5,7864

Tabela 60 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2647	1,6417	0,442	5,797
RBF Gaussiana	0,0629	2,0913	0,1335	5,7863
RBF Quadrática	0,3249	1,6141	0,5298	5,8018
RBF Q.inversa	0,0658	2,4131	0,1239	5,7864
<i>Fuzzy</i>	0,0659	2,0919	0,1385	5,7863

Tabela 61 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2641	1,6412	0,4415	5,7966
RBF Gaussiana	0,0625	2,0911	0,1332	5,786
RBF Quadrática	0,324	1,6134	0,529	5,801
RBF Q.inversa	0,065	2,4125	0,123	5,7861
<i>Fuzzy</i>	0,0652	2,091	0,1383	5,786

Tabela 62 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2595	1,6451	0,4965	5,7965
RBF Gaussiana	0,062	2,0884	0,1332	5,785
RBF Quadrática	0,1974	1,7023	0,339	5,7923
RBF Q.inversa	0,0623	2,473	0,1202	5,7863
<i>Fuzzy</i>	0,0629	2,0933	0,1338	5,7863

Tabela 63 – Teste 7, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,2975	1,6266	0,4872	5,7994
RBF Gaussiana	0,0633	2,0882	0,134	5,7863
RBF Quadrática	0,3269	1,6034	0,5373	5,8194
RBF Q.inversa	0,0725	2,2783	0,1299	5,7866
<i>Fuzzy</i>	0,064	2,0848	0,1355	5,7863

APÊNDICE H – TESTE 8

Resultados obtidos para o controle de um sistema eletrohidráulico com atrito tipo *Stribeck* para uma função desejada tipo triangular.

Tabela 64 – Teste 8, SMC σ_2

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
$sgn(\sigma_1)$	0,3903	204,2167	9,687	9,6854
$sat(\sigma_1)$	6,0593	1,5784	6,1509	6,1445

Tabela 65 – Teste 8, ASMC σ_2 com compensação adaptativa

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4005	1,9812	6,0198	6,0183
RBF Gaussiana	0,1717	2,7472	6,024	6,0213
RBF Quadrática	0,5285	1,7481	6,0168	6,0156
RBF Q.inversa	0,1845	2,7223	6,0235	6,0209
<i>Fuzzy</i>	0,1771	2,6587	6,0238	6,0211

Tabela 66 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método do gradiente

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4049	1,9075	0,9488	6,0184
RBF Gaussiana	0,1611	2,6471	0,6981	6,0213
RBF Quadrática	0,4232	1,8508	0,973	6,018
RBF Q.inversa	0,1686	2,7949	0,6249	6,0212
<i>Fuzzy</i>	0,172	2,6776	0,7134	6,0212

Tabela 67 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4045	1,9073	0,9485	6,0181
RBF Gaussiana	0,161	2,6472	0,6978	6,0213
RBF Quadrática	0,4234	1,8502	0,973	6,018
RBF Q.inversa	0,1685	2,7929	0,6239	6,0211
<i>Fuzzy</i>	0,1718	2,6764	0,7132	6,021

Tabela 68 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método mínimos quadrados com fator de esquecimento

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4005	1,9156	0,9438	6,0184
RBF Gaussiana	0,1713	2,6559	0,7373	6,0894
RBF Quadrática	0,2893	1,892	0,8189	6,0201
RBF Q.inversa	0,1596	2,7556	0,6099	6,0213
<i>Fuzzy</i>	0,173	2,6536	0,8912	6,0581

Tabela 69 – Teste 8, ASMC σ_2 ajustado pelo método proposto

método	$g_1[mm]$	$g_2[v/s]$	$g_3[m/s^3]$	$g_4[v]$
Legendre	0,4305	1,8277	0,9797	6,0179
RBF Gaussiana	0,1606	2,7121	0,6801	6,0212
RBF Quadrática	0,4189	1,8128	0,9279	6,0179
RBF Q.inversa	0,1888	2,6893	0,6562	6,0209
<i>Fuzzy</i>	0,1717	2,7059	0,7038	6,0212