聖人の調和と囚人のジレンマ
―利他性を考慮したゲーム理論分析―

Prisoner's Dilemma and Saints' Harmony

河　合　　伸

【要　旨】

本論文は、ゲーム理論の代表的ゲームである「囚人のジレンマ」について、従来の研究ではほとんど考慮されてこなかった人間の「利他性」を導入することにより、「非協力」かつ「有限回」のゲームであっても囚人のジレンマ状態が解消されるケースがあることを示すことを主眼としている。囚人のジレンマ・ゲームの前提条件は、(i)非協力ゲームであること、(ii)自分の利得のみに関心があること、(iii)有限回のゲームであることである。このなかで、(i)および(ii)の条件が成立していても、(iii)の条件が成立していない場合、すなわち、無限回繰り返しゲームによって、囚人のジレンマが解消されることが知られているが、ここでは、(i)と(iii)の条件が成立していても、(ii)の条件を緩和し、自身の行動が自分の利得のみならず、他人の利得に及ぼす影響にも関心がある場合、その関心がある程度高ければ、囚人のジレンマは解消され、「聖人の調和」が達成されることを示す。また、孔子の教えに基づいて囚人のジレンマ・ゲームを解いた場合にも「聖人の調和」が達成されることを示す。

【キーワード】

囚人のジレンマ、利他性、贈り物ゲーム、孔子均衡

【Abstract】

This paper investigates the game of "Prisoner's Dilemma" with an altruistic utility function. I show that if each player considers not only his/her own payoff but also the other player's payoff then there are cases of the "Saints' Harmony" in which each player plays a cooperative strategy as an optimal strategy. Therefore, "Prisoner's Dilemma" disappears even at one time game. The condition of that is the level of a moral factor, which is supposed to be less than one, is relatively high. I also show that if each player applies "Confucius's Rule" then "Saints' harmony" appears in a Prisoner's Dilemma game.

【Keywords】
Prisoner's Dilemma, Altruism, Gift games, Confucius Equilibrium

Ⅰ．はじめに

本論文は、ゲーム理論の代表的ゲームである「囚人のジレンマ」について、従来の研究ではほとんど考慮されてこなかった人間の「利他性」を導入することにより、「非協力」かつ「有限回」のゲームであっても囚人のジレンマ状態が解消されるケースがあることを示すことを主眼としている。ゲーム理論はその形は単純ながら、そこから得られるメッセージや教訓が現実に対する示唆に富んでいるため、産業組織論、貿易論、公共経済学など経済学のあらゆる分野で応用されているだけではなく、政治学や心理学、生物学などその応用分野も広い[1]。中でも「囚人のジレンマ」は非協力ゲーム[2]の最も代表的なものとして知られている。非協力ゲームを最初に定義したのはジョン・ナッシュである。ナッシュ（Nash, 1951）は非協力ゲームを、（１）プレイヤーの間でコミュニケーションが可能でなく、さらに（２）拘束力のある合意が可能でない、ゲームとして定義した。「囚人のジレンマ」とは、互いに協調していれば、互いにとってより良い状態になるにも関わらず、どちらも相手が協調してくるならば自分は裏切った方が得をするという誘因（インセンティブ）があり、両者が裏切ると結局お互い協調していた場合よりも悪い状態に陥ってしまうことをいう。そこから、「個人の利己主義的な行動が社会的に望ましい状態をもたらさない」可能性を示すものとして、個人的合理性と社会的合理性のジレンマ、あるいは「社会的ジレンマ」とよばれる場合もある。その応用例として、環境問題や公共財の供給を挙げることができる。環境問題でよく用いられる格言、「総論賛成、各論反対」という状況は「社会的ジレンマ」をよく表しているといえよう。また、公共財の自発的供給ゲームでは、ナッシュ均衡において、公共財の供給量がパレート最適とならないことが知られている[3]。

囚人のジレンマにはもう一つの解釈がある。それは、囚人のジレンマにおいて想定されているストーリーの背後にいるもう一人のプレイヤーを意識したものである。それは検事の存在である。すなわち、検事が司法取引を持ち掛けることによって、囚人同士の協力関係を壊し、より重大な犯罪についての共犯を自白させせることに成功するわけである。よって、この場合の囚人どうしが協調して黙秘を貫くことは、あくまで囚人どうしにとって望ましい状態なのであって、その背後にある社会にとっては、むしろ望ましくないものである。その応用例として、寡占市場のカルテル分析がある。そこでは、プレイヤーである企業同士が放っておけば暗黙の協調（カルテル）を行うかもしれ

ないため、そこに課徴金制度（リーニエンシー）を設けることによって、カルテルに参加している企業に敢えてカルテル破りをするインセンティブを与えるのである[4]。

上の二つの類型を、一般化すると次のようになる。すなわち、一方は、放っておけば囚人のジレンマ状態になってしまい、かつそれが社会的に見ても望ましい状態ではない場合に、プレイヤー同士が協調するための方策を考えるというものである。もう一方は、放っておけばプレイヤー同士が協調する状態となり、それが社会的には望ましくない結果を生むために、プレイヤーの外側にいる当局が、故意に囚人のジレンマ状態にすることで、その解決を図るというものである。

本論文では、主に前者の立場から議論を進めていくこととする。そして、囚人のジレンマを解決する鍵として人間の利他性を考慮する[5]。現代の主流派経済学では、人間の利他性に信頼をおかず、利己心のみで行動する主体を前提として議論を進めることで、利他心に基づく行動までは考慮しないという慣習がある。しかし、現在行き詰まりつつあるグローバル資本主義経済において、新たな処方箋を見出すには人間の利他性に焦点を当て、それを信頼し、そこに訴えかける政策・方向性しかないと考えるものである。それが「人間主義経済」の考え方[6]である。ここで改めて囚人のジレンマ・ゲームの前提条件について考えてみよう。それは３つある。１つ目はプレイヤー同士が「非協力」であること、２つ目は個々のプレイヤーが自分の利得しか考えないこと、３つ目は一回限り、あるいはたかだか有限回繰り返しゲームであることである。ここで「非協力」という意味は、事前に話し合って協力することができない、そして得られる利得の配分について拘束力のある取り決めができない、ということである。したがって、通常、非協力であるから他人のことは一切考えないで行動するという具合に、非協力であることと個人の利得のみを考えて行動することは同じことであるかのように扱われているが、「非協力」であっても、他人の利得の変化を考慮して、それも含めて行動する他者への「思いやり」を行動仮説として議論することは可能である。

次に人間の利他性についての議論をみると、古くはアダム・スミスの『道徳感情論』に求めることができる。『道徳感情論』は次の一文からはじまる[7]。

> 人間というものをどれほど利己的とみなすとしても、なおその生まれ持った性質の中には他の人のことを心に懸けずにはいられない何らかの働きがあり、他人の幸福を目にする快さ以外に何も得るものがなくとも、その人たちの幸福を自分にとってなくてはならないと感じさせる。

周知のようにアダム・スミスといえばもう一つの大著『国富論』において、利己心に訴えかけることの重要性を説いている[8]。現代の主流派経済学においては、利己的動機のみを前提として議論・政策提言をしており、利他的行動さえもすべて利己心を前提として説明できる（Becker, 1974）とし、そうした考え方に基づいて分析をしている[9]が、アダム・スミスは決してどちらか一方のみを重視しているとか、矛盾した主張をしているという訳ではなく、どちらも重要であると認識している[10]

のであって、人間の行動前提に利己心のみならず利他心を共存させることはごく自然のことであるはずである。

また、同じ「利他性」を考慮するといっても、人間には他者のことを思い、他者と共感する特性が自然に備わっていると考えることができる一方で、人間は放っておけば自分のことしか考えなくなるから、他者のことも考えるようにするべきである、それが結果的に社会の安定をもたらす、という考え方もできる。それは、洋の東西を問わず古くから知られた倫理命題であり、一般に黄金律（Golden Rule）と称されるものである[11]。それは概して「自分にしてもらいたくないことは人に対してするな」（禁止型）と「自分にしてもらいたいように人に対してせよ」（積極型）の 2 タイプある。禁止型の代表例として古代中国において孔子（紀元前551－479年）が述べた黄金律「己の欲せざるところは、他に施すことなかれ」（『論語』巻第八衛霊公第十五23）[12]がある。

次に近代経済学における利他主義の研究について概観する[13]。その研究は1960年代にスタートした。そして、これまで個人間で独立したものとして考えてきた効用関数の中に他者の効用関数を考慮する。すると自分の持ち分だけでなく、他者の持ち分に対する他者の効用を自らの効用の中に包摂して考えることが利他性を示すことになる。しかし､他者の効用にも利他性があるとするならば、複雑な相互依存関係を持つことになる。そうした利他性に由来する効用関数の相互依存関係について研究することが利他性の研究の主眼となった。その結果、利他的行動も結局は他者の効用の増加が自らの効用を高めるという意味で個人の効用最大化問題として捉え直すことができるため、従来の理論の枠組みで説明できるとし家族内の贈与を説明したベッカー（Becker, 1974)、世代間の贈与を説明したバロー（Barrow, 1974）が一般的な見解となった。しかし、アマルティア・センなど一部の経済学者らによる反論もあり、さらに経済学以外の分野の研究者（とくに哲学者）も加わってより一般的な利他主義という観点から共同研究がなされた（エドムンド・フェルプス (Phelps, 1975))。

最後に利他性の研究におけるゲーム理論的分析の位置づけを述べよう。その嚆矢としてアロー（Arrow, 1981）が、利他性を考慮した効用関数を用いて、財が 1 種類の場合の自発的贈り物ゲームのナッシュ均衡の存在を証明し、それが 2 人ゲームにおいてのみパレート最適となることを確認している[14]。ただし､財が 1 種類である点や､利他性を考慮しない効用関数に置き換えた場合に囚人のジレンマが生まれるような構造になっていない点において本論文の主眼とは異なっている。一方、岡田 [岡田章, 1996]においては、財が 2 種類ある贈り物ゲームで一回限りの場合において囚人のジレンマが生じる場合でも、無限回繰り返しゲームにおけるしっぺ返し戦略を用いるとき、割引因子の値がある程度大きければお互いに無償贈与することが利己的動機に基づいて行われうることを示している。ただし、この場合、利他性を考慮した効用関数が用いられておらず、相手に贈り物をする根拠が不明確である。本論文では、岡田の贈り物ゲームにアローにおいて考察された利他性を考慮した効用関数を用いることで、徳因子の値がある程度大きければ、一回限りのゲームにおいても

囚人のジレンマが解消されることを示す[15]。

次節以降は、次のような構成で議論を進める。まず、議論の土台となる囚人のジレンマについて岡田を基に展開し[16]、標準型ゲームにおける囚人のジレンマを示した後、無限回繰り返しゲームによって利己的動機に基づく利他的行動の説明となる「贈り物ゲーム」を分析し、その問題点を洗い出す。次に、利他性を考慮した効用関数を用いた場合の囚人のジレンマを解き、利他性を示す「徳」の度合いに応じて、「協調の失敗」や「聖人の調和」など様々なナッシュ均衡が現出することを示し、それを岡田の「贈り物ゲーム」に応用する。最後に、孔子の黄金律を考慮した場合にやはり「聖人の調和」が得られることを示す。

Ⅱ．囚人のジレンマ

1．囚人のジレンマ・ゲーム[17]

ある重大事件（銀行強盗など）を共犯したと考えられる2人の容疑者が、銃刀法違反などの余罪で逮捕され検事の取調べを受けている。2人は別の取調室に移され相談できない状態にある。このとき、検事から「今、お前たちには銀行強盗の容疑がかかっている。お前たちの選択肢は2つに1つ、黙秘か自白かだ。もし、どちらも黙秘を続けたならば銃刀法違反の罪だけで、2人とも懲役1年の刑になる。逆に2人とも自白すれば、犯罪が確定し2人とも懲役5年となる。どちらか一方だけ自白した場合は、自白し共犯の証拠を提出したほうが司法取引により不起訴となり、銃刀法違反の罪も軽減され懲役3か月となる。黙秘を続けた方は最も重い刑として懲役8年になる」と告げられた。2人の共犯者の利得表は以下のようになる。

表1　囚人のジレンマ

1 ＼ 2	黙秘	自白
黙秘	1年、1年	8年、3か月
自白	3か月、8年	5年、5年

出典：岡田章『ゲーム理論』より筆者作成

ここでは黙秘と自白が2人の囚人の取りうる戦略となっている。そして2人がどちらか一方を選択することによる結果の組み合わせは表1のように4通りある。これらの実現しうる刑期に対する2人の利得をあらわすと、例えば次の表2のようになる。それぞれの戦略の組み合わせのマスの中の左側の値が囚人1の利得を、右側が囚人2の利得を表している。

表２　囚人のジレンマの利得行列

１　　　　　　２	黙秘	自白
黙秘	３、３	−６、５
自白	５、−６	−３、−３

出典：岡田章『ゲーム理論』より筆者作成

このゲームを解くには次のように考える。囚人１は囚人２が黙秘した場合、自分も黙秘すれば３の利得を得る。しかし自白をすれば司法取引により刑が軽くなるため５の利得を得る。そこで囚人１は囚人２の黙秘に対して自白することを選択する。次に、囚人２が自白した場合、黙秘することによって陥る最悪の事態を避けるため、自白することを選ぶ。すなわち、囚人１は囚人２の出方にかかわらず、自白を選択することが望ましいと考える。これを支配戦略という。一方、囚人２も同様に自白を選択することが望ましいと考え行動することから、お互いに自白を選択し、利得として２人とも－３を得ることがこのゲームの結果となる。このとき、お互いが相手の戦略に対して最適に反応し合っていることから､戦略を変更することはない。このような均衡をナッシュ均衡と呼ぶ。

この結果、２人の囚人は自白をし、銀行強盗の罪が確定し検事側の勝利となる。もし、お互いに黙秘を貫いていれば、お互いが自白するよりも望ましい結果が得られるにもかかわらず、そうはならない。これが囚人のジレンマ[18]である。この囚人のジレンマの例は、社会状況における個人合理性（自分の利得の追求）と全体合理性（全員の利得の追求）の本質的な対立を示している。

２．繰り返し囚人のジレンマ

ゲーム理論では、囚人のジレンマ・ゲームであっても、一回限りではなく無限回繰り返されるならば、協調的行動を採り続けることがナッシュ均衡として起こりうることを示すことができる。ここでは、2企業からなる市場を考え、ともにカルテルを守れば、ともに高い利潤が得られるが、相手がカルテルを守っているときに､自社がカルテル破りをすれば買い物客をより多く獲得できるため、自社はより高い利潤が得られる一方、相手の企業は大きな損失を被り、お互いカルテル破りをすれば、赤字となってしまう状態を考える[19]（表３）。

表３　カルテルゲーム

１　　　　　　２	カルテルを守る（C）	カルテル破り（D）
カルテルを守る（C）	450、450	375、500
カルテル破り（D）	500、375	400、400

出典：泉田成美・柳川隆『プラクティカル産業組織論』より筆者作成

ここで、各企業はトリガー戦略を採るものとしよう。トリガー戦略とは、相手が協調行動であるカルテルを守り続ける間は、こちらも協調行動を採るが、相手がひとたび裏切り行為であるカルテル破りをすれば､その次の期以降はこちらもカルテル破りを続けるという戦略である。企業1にとって、考えられる選択肢は、常にカルテルを守り続けるか、ある期でカルテル破りをして、それ以降はカルテル破りを続けるというものになる。今、時間に関する割引因子をβとおき、0から1までの値をとるものとする$(0<\beta<1)$。するとお互いカルテルを守り続けた場合の第0期から無限期までの利得の大きさは次のように示すことができる。

$$450+450\beta+450\beta^2+\cdots=\frac{450}{1-\beta} \quad (1)$$

次に企業1が第t期にカルテル破りをして500の利得を得るが、次の期からは相手もカルテル破りで対抗してくるため、第t＋1期以降はお互いに400となる場合の第t期以降の利得の大きさは次のように示すことができる。

$$500+400\beta+400\beta^2+\cdots=500+\frac{400\beta}{1-\beta} \quad (2)$$

第t期以降のお互いカルテルを守り続けた場合の利得は(1)式と変わらないため、(1)式と(2)式を比較して(1)式の方が大きければ、企業1は裏切ることなく協調行動を続けることが最適となる。これより、企業1がカルテル破りをするインセンティブを持たないための条件は次の式で表すことができる。

$$\frac{450}{1-\beta}\geq 500+\frac{400\beta}{1-\beta} \quad (3)$$

この条件をβについて解くと、

$$\beta\geq\frac{1}{2}$$

となる。

表4は、囚人のジレンマの一般的な利得行列である。ここで､$G>H>L>M$, $2H>(G+M)$である。

表4　囚人のジレンマの一般的な利得行列

1＼2	協調（C）	裏切り（D）
協調（C）	H、H	M、G
裏切り（D）	G、M	L、L

出典：岡田章『ゲーム理論』より筆者作成

ここで表3のゲームにおける利得を表4の記号に置き換え、(3)式に代入すると次の定理が成立する[20]。

定理1　繰り返し囚人のジレンマ・ゲームにおいて、プレイヤーの将来利得に対する割引因子βが、

$$\beta \geq \frac{G-H}{G-L} \quad (4)$$

であるならば、トリガー戦略の協調を取り続ける組は繰り返しゲームのナッシュ均衡点である。

次に、囚人のジレンマにおける協調の実現はしっぺ返し戦略によっても達成できることが知られている[21]。ここでしっぺ返し戦略とは、最初は協調行動をし、後はその期の相手の行動を次の期に行う戦略である。定理を述べる前に、囚人のジレンマの利得行列の条件$2H > (G+M)$が、しっぺ返し戦略の組が繰り返しゲームのナッシュ均衡点となるために必要であることをみておこう。もし、プレイヤー1が最初の行動を裏切り（D）とすると、（協調(C)、裏切り(D)）と（裏切り(D)、協調(C)）（以下では(C,D)と(D,C)のように表記する）が交互に繰り返される。そのため、もし$2H < (G+M)$ならば、割引因子βの値が1に十分近づくとき、プレイヤー1はしっぺ返し戦略を用いるよりも大きな割引利得和を得る。このときしっぺ返し戦略の組は繰り返し囚人のジレンマ・ゲームのナッシュ均衡点ではない。次の定理を証明なしで述べる。詳しくは岡田（1996）[22]を参照されたい。

定理2　繰り返し囚人のジレンマ・ゲームにおいて、プレイヤーの将来利得に対する割引因子βが、

$$\beta \geq \max\left\{\frac{G-H}{G-L}, \frac{G-H}{H-M}\right\} \quad (5)$$

ならば、しっぺ返し戦略の組は繰り返しゲームのナッシュ均衡点である。

(5)式の右辺は括弧内の値のうちどちらか大きい方の値を取ることを意味している。そして括弧内の左側の値は、定理1の条件と同じである。次に括弧内の右側の値は、次のようにして導出される。2期間分の比較で協調を続けた場合、すなわち(C,C)、(C,C)の利得の合計が、(D,C)、(C,D)の場合の利得の合計と同じかそれ以上であること、すなわち、

$$H + \beta H \geq G + \beta M \quad (6)$$

である。(6)式をβについて解くことによって所望の値が得られる。この(6)式およびそこから導出される(5)式の値は、次節の「聖人の調和」の条件と密接に関わってくることをあらかじめ指摘しておこう。

これを応用して利他的行動が利己的動機に基づいて説明できることが次の「贈り物ゲーム」[23]において示されている。

3．贈り物ゲーム

2人の個人1と2がお互いに財の贈り物をする状況を考えよう。財は2種類とし、財1と財2の消費量 x_1 と x_2 に対して、個人の効用関数を、

$$u(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

とする。個人1と2の財の初期保有ベクトルを、それぞれ(5,1)と(1,5)とする。個人の戦略は次の2通りとする。

C：自分の多く持っている方の財を1単位相手に贈る

D：贈らない

このゲームの利得表は次の表5で表される。

表5　贈り物ゲーム

1＼2	C	D
C	8、8	4、10
D	10、4	5、5

出典：岡田章『ゲーム理論』より筆者作成

この状況から、囚人のジレンマと同じ利得構造であることがわかる。つまり、贈り物をする機会が1度きり（もしくは有限回）である場合には、互いに贈り物をしないことがナッシュ均衡となる。

このような贈り物ゲームが繰り返しプレイされる場合を考えよう。繰り返しゲームのしっぺ返し戦略は、「最初に贈り物をし、その後は、前回の相手の行動に合わせる」というものである。定理2から、将来の財の消費による効用の割引因子 β が、

$$\beta \geq \max\left\{\frac{2}{5}, \frac{2}{4}\right\} = \frac{1}{2}$$

を満たすとき、しっぺ返し戦略は繰り返し贈り物ゲームのナッシュ均衡点になる。このように、相手に無償で贈り物をするという利他主義的行動も、無限回繰り返しゲームでは自己の利得最大化(利己主義的) 行動原理から説明できる。この結果のインプリケーションとして、各プレイヤーが近視眼的（刹那主義）ではなく、自分が裏切った後のことを十分に考えていること、すなわち「長いつきあい」を考えているならば「裏切り」はしないという点で、理性的な個人を想定しているともいえる。

しかし、このゲームが有限回である場合、つまり期限が切られている場合、最後に裏切ることが得となるため、双方ともに裏切りを選択する。すると最終期に囚人のジレンマになることが分かっているため、それより一期前のゲームでもやはり裏切ることを選択する。その結果、最初から裏切りを選択し続けることだけがナッシュ均衡となる。すなわち、いくら理性的といっても結局は自分

のことしか考えていないために、このような結果が生まれるのである。これが本当に贈り物をする主体の動機の全てなのであろうか。例えば、これが一回限りのゲームだったとしても、贈り物をもらって返さないでいることができるだろうか。この利得表によれば、相手からもらっておきながら、自分が返さないでいることが最も効用が高くなるわけであるが、普通そんなことは相手に対して失礼だし、のんきに喜んでいられないのではないだろうか。さらにいえば、逆に相手からの贈り物が何かの見返りを期待していることが透けて見えた場合、そのような相手とは縁を切りたいと思うのではないだろうか。

次節においては、自分の将来のことを考えることを表す割引因子βの替わりに、現在の他人の利得のことを考えて行動する徳因子αを使って分析をする。

Ⅲ. 聖人の調和

1. 囚人のジレンマから聖人の調和へ

本節では、一回限りの囚人のジレンマ・ゲームにおいて、利他性を考慮することで、囚人のジレンマが解決することを示す。ここでは非協力ゲームであることは維持しつつ､相手の戦略に対して、自身の戦略を選択する際に、自分の利得のみを比較するのではなく、相手の利得がどうなるのかについてある程度思いを馳せる個人を想定する。つまり相手の立場に立って考える「思いやり」を表す指標を考える。その思いやりの指標を「徳因子」と名付けαとおく。αは とする。やはり人間である以上、自分のことに一番関心があることを前提とし、αは限りなく1に近くはなるものの1とはならないものとする[24]。すると表4におけるプレイヤー1の行動を考えるとき、プレイヤー2が協調を選択している場合に、プレイヤー1が協調を選択するときに考慮する利得は次のように表される。

$$H + \alpha H \quad (7)$$

このように他者の利得（効用）を「徳因子」でウェイト付けして考える類似の手法は、アロー(Arrow, 1981)およびバットら (Bhatt, Ogaki, & Yaguchi, 2015)にあり、その簡略化版は利他主義の包摂の例として紹介している岡部 [岡部光明, 2017]にある。バットらは徳因子を自分がその対象となる相手に費やした時間の関数として内生的に捉えている点で興味深いが、ここでは徳因子の値はパラメター として外生的に与えることにする。また、(7)式の第1項を直接的利得、第2項を間接的利得と呼ぶことにする。このゲームにおいて注意しておきたいのは、相手の利得を考慮するにあたって、相手も自分のことを考慮してくれている場合、その相手の間接的利得も包含するべきかどうかの問題が生じるが、ここでは相手の直接的利得のみを考慮するものとする。

同様にして各利得のマスにおけるプレイヤー1の利得のみを表したのが次の表6である。ここ

で、

$$G > H > L > M, 2H > (G+M) > 2L \quad (8)$$

である。(8)式は先の一般的な囚人のジレンマの条件に $(G+M) > 2L$ を加えた形となっている。ここで改めて(8)式の意味について考えてみよう。(8)式の最初の不等式は各プレイヤーが直接的利得のみを比較したときに相手の出方に関係なく常に裏切ることが最適となっているための条件である。２番目の不等式は各戦略の組み合わせにおける両者の利得の合計についての条件となっている。お互いに協調しているときがその値が最も高く、そして互いに裏切っているときが最も低く、どちらか一方が裏切っているときの利得の合計がその中間に位置することを示している。

表６　徳因子を考慮した利得表

1 \ 2	協調（C）	裏切り（D）
協調（C）	$H+\alpha H, H+\alpha H$	$M+\alpha G, G+\alpha M$
裏切り（D）	$G+\alpha M, M+\alpha G$	$L+\alpha L, L+\alpha L$

出典：筆者作成

各プレイヤーは同質的としているため、この利得表は、プレイヤー２にとっても同様である。ここで次の定理が成立する。

定理３（聖人の調和）　利他性を考慮した囚人のジレンマ・ゲームにおいて、各プレイヤーの徳因子 α が、

$$\alpha \geq \max\left\{\frac{G-H}{H-M}, \frac{L-M}{G-L}\right\} \quad (9)$$

ならば、互いに協調することがナッシュ均衡点となる。

証明　まず、プレイヤー１の行動を考える。プレイヤー２が協調してきた場合にプレイヤー１が協調を選択するための条件は、

$$H + \alpha H \geq G + \alpha M \quad (10)$$

である。これを α について解くと(9)式右辺の左側の値を得る。 $2H > (G+M)$ であることからその値が１より小さいことが保証される。続いて、プレイヤー２が裏切りを選択した場合に、プレイヤー1がそれでも協調を選択するための条件は、

$$M + \alpha G \geq L + \alpha L \quad (11)$$

である。これを α について解くと(8)式右辺の右側の値を得る。$(G+M) > 2L$ であることから、その値が１より小さいことが保証される。よって、α の値がどちらか大きい方の値以上であれば、相手の出方に関係なく常に協調を選択することが最適となるため、お互いに協調する組み合わせが

ナッシュ均衡点となる。（証明了）

徳因子αが(9)式の条件を満たしているプレイヤーを「聖人」と呼び、そのナッシュ均衡を「聖人の調和」と呼ぶことにする。ここで、(5)式と(9)式を比較すると非常に似通っていることがわかる。実際、$(\mathrm{G}-\mathrm{H})/(\mathrm{H}-\mathrm{M})$ の値は同じである。これは(6)式と(10)式の導出の仕方を考えるとわかるが、しっぺ返し戦略の(6)式は 2 期間の比較において今期も来期も互いに協調することによって得られる自分の利得の割引現在価値と今期裏切るが来期には裏切られる場合の自分の利得の割引現在価値を比較しているのに対して、思いやりを考慮した場合は、それを今期において相手の立場を自分のことのように置き換えて比較しているという違いはあるものの、比較する値は同じとなっているためである。

定理 3 の結果の重要な含意は一回限り、あるいは有限回の囚人のジレンマ・ゲームであっても、相手への思いやりがある程度あれば、非協力の環境において、お互いに協調を選択することが合理的に説明できるということである。

ここで次の補題が導かれる。

補題 1　囚人のジレンマの利得が条件式(8)に加え、 $L+H>G+M$ ならば、このゲームのナッシュ均衡は、徳因子αの大きさに応じて次のように特徴付けられる。

表 7　徳因子の範囲と解の特徴 1

徳因子の範囲	$\alpha<\frac{G-H}{H-M}$	$\frac{G-H}{H-M}\leq\alpha<\frac{L-M}{G-L}$	$\alpha\geq\frac{L-M}{G-L}$
解の特徴	囚人のジレンマ	協調の失敗	聖人の調和

出典：筆者作成

証明　(9)式において、$L+H>G+M$ならば、右辺の右側の値が左側の値よりも大きくなる。すなわち、

$$\frac{G-H}{H-M}<\frac{L-M}{G-L}$$

である。よって、定理 3 より聖人の調和は、

$$\alpha\geq\frac{L-M}{G-L}$$

のときに達成される。次に、各プレイヤーにとって、相手が裏切りの選択をしたときに、それでも協調を選択するための条件式が(11)式であることから、αが(10)式を満たすが、(11)式を満たさない

場合、すなわち、

$$\frac{G-H}{H-M} \leq \alpha < \frac{L-M}{G-L}$$

のとき、ナッシュ均衡は｛協調、協調｝の組み合わせと｛裏切り、裏切り｝の組み合わせの二つ存在し、両者はパレート比較可能であることから、いわゆる「協調の失敗」(coordination failure)となっていることがわかる。最後に、αが(10)式をも満たさない場合、すなわち、

$$\alpha < \frac{G-H}{H-M}$$

ならば、相手のどの戦略に対しても、裏切りを選択することになるため、囚人のジレンマとなる。（証明了）

補題１における重要な含意は、徳因子αの値が協調の失敗の範囲にある場合においても、お互いに協調することはナッシュ均衡の一つとなっていることから、たとえ有限回であっても繰り返しゲームにおけるしっぺ返し戦略やトリガー戦略のナッシュ均衡点として協調解が現れることを説明することができる。そして、協調の失敗であるがゆえに、囚人のジレンマもナッシュ均衡として起こりうることもあわせて指摘しておきたい。これは囚人のジレンマの実験において有限回の試行においてすら、お互いに協調を選択するケースが有意に観察されることと整合的である。このような場合、これまでは個人はそこまで将来を見通すことはできないとする限定合理性や、無限回ではなく無期限でありさえすればよいという形で説明がなされてきたが、新たな根拠を提供するものである。

補題１で加えられた条件の下では、(9)式だけではなく(5)式の大小関係も明確となり、その結果、定理１と定理２の条件は一致することがわかる。そしてこれらの閾値の大小関係も明確になる。すなわち、

$$\frac{G-H}{H-M} < \frac{G-H}{G-L} < \frac{L-M}{G-L}$$

である。

補題２　囚人のジレンマの利得が条件式(8)に加え、$L+H<G+M$ならば、このゲームのナッシュ均衡は、徳因子αの大きさに応じて次のように特徴付けられる。

表 8　徳因子の範囲と解の特徴 2

徳因子の範囲	$\alpha < \frac{L-M}{G-L}$	$\frac{L-M}{G-L} \leq \alpha < \frac{G-H}{H-M}$	$\alpha \geq \frac{G-H}{H-M}$
解の特徴	囚人のジレンマ	チキンゲーム	聖人の調和

出典：筆者作成

証明　(9)式において、$L+H<G+M$ ならば、右辺の左側の値が右側の値よりも大きくなる。すなわち、

$$\frac{G-H}{H-M} > \frac{L-M}{G-L}$$

である。よって、定理 3 より聖人の調和は、

$$\alpha \geq \frac{G-H}{H-M}$$

のときに達成される。次に、αが(11)式を満たすが、(10)式を満たさない、

$$\frac{L-M}{G-L} \leq \alpha < \frac{G-H}{H-M}$$

のとき、ナッシュ均衡は {協調、裏切り} の組み合わせと {裏切り、協調} の組み合わせの二つ存在し、両者はパレート比較不可能であり、お互いにことなる戦略を選択していることから、いわゆる「チキンゲーム」の構造となっていることがわかる。最後に、αが(11)式をも満たさない場合、すなわち、

$$\alpha < \frac{L-M}{G-L}$$

ならば、相手のどの戦略に対しても、裏切りを選択することになるため、囚人のジレンマとなる。(証明了)

ここで、利得構造によってはαが中途半端に高いと「チキンゲーム」の状況が生じてしまうことがわかる。すなわち、相手のことを思っているがゆえに相手の裏切りに対して、自分は協調で協力するという選択をするが、その思いが足りないために、相手が協調してきた場合は、自分が裏切ることを選択するという状況である。

補題 2 で追加された条件の下では、補題 1 の場合と同様に(9)式だけではなく(5)式の大小関係も明確となり、その結果、今度は補題 1 の場合とは異なり、定理 2 と定理 3 の条件となるαとβの閾値が一致することがわかる。この場合、しっぺ返し戦略が成立するならば、そのときの割引因子βの値と同じくらいの徳因子αで相手のことを思うことができれば「聖人の調和」が実現することがわ

かる[25]。

２．贈り物ゲーム再考

ここでは、利他性を考慮した場合に、Ⅱ－３の贈り物ゲームがどのように修正されるのかを考察する。２人の個人１と２がお互いに財の贈り物をする状況を考えよう。財は２種類とし、財１と財２の消費量 x_1 と x_2 に対して、個人１の効用関数は徳因子 α の下、

$$U_1 = u_1(x_1, x_2) + \alpha u_2(x_1, x_2) = x_1^1 x_2^1 + \alpha x_1^2 x_2^2$$

とする。個人２の効用関数は、

$$U_2 = u_2(x_1, x_2) + \alpha u_1(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2 + \alpha x_1^1 x_2^1$$

とする。個人１と２の財の初期保有ベクトルを、それぞれ(5,1)と(1,5)とする。個人の戦略は次の２通りとする。

Ｃ：自分の多く持っている方の財を１単位相手に贈る

Ｄ：贈らない

このゲームの利得表は次の表９で表される。

表９　利他性を考慮した贈り物ゲーム

1＼2	C	D
C	8+8α、8+8α	4+10α、10+4α
D	10+4α、4+10α	5+5α、5+5α

出典：筆者作成

この状況から、修正された利得構造は補題２の条件を満たしているので、ナッシュ均衡は次のようになる。

表 10　利他性を考慮した贈り物ゲームの解の特徴

徳因子の範囲	$\alpha < \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} \leq \alpha < \frac{1}{2}$	$\alpha \geq \frac{1}{2}$
解の特徴	囚人のジレンマ	チキンゲーム	聖人の調和

出典：筆者作成

つまり、贈り物をする機会がたとえ１度きり（もしくは有限回）であっても徳因子の値が1/2以上、言い換えると、自分の直接利得に対する思いの半分くらいの思いやりで相手の気持ちを考えてあげられるのであれば、互いに贈り物をすることがナッシュ均衡となる。

3．孔子の教えと聖人の調和

前節までは、ナッシュの考え方に沿って、各プレイヤーは相手の利得を徳因子で割り引いた形で考慮した上で、相手の各戦略に対してより良くなる状態を選択することで囚人のジレンマが聖人の調和になることをみた。本節では、囚人のジレンマ・ゲームにおいて、仮に各プレイヤーが孔子の教え「己の欲せざるところは、他に施すことなかれ」に従って行動したとき、徳因子を考慮しなくてもやはり聖人の調和が達成されることを示す。

定義 1（孔子均衡）

互いに自分のしてほしくないことを、他人にしていない状態を「孔子均衡」とよぶ。

定理 4（孔子均衡と聖人の調和）

囚人のジレンマ・ゲームにおいて、各プレイヤーが孔子の教えを守るならば、「聖人の調和」が唯一の孔子均衡となる。

証明　まず、孔子の教えを現代語で述べると、「自分のしてほしくないことは、他人にしないようにせよ」である。そこで、表４の囚人のジレンマの利得表をみてほしい。ナッシュの場合は、相手の戦略を所与として自身の利得が大きくなる戦略を選択するが、孔子の場合は、自分の戦略を一つ選んだときに、相手の戦略のうち、自分の利得が低くなる方が、「自分のしてほしくないこと」である。すると、プレイヤー１が協調を選択したときには、 より、プレイヤー２の裏切りがそれにあたる。次に、プレイヤー１が裏切りを選択したときには、 より、やはりプレイヤー２の裏切りがそれにあたることがわかる。したがって、プレイヤー１がどちらの戦略を選んだとしても、「自分のしてほしくないこと」はプレイヤー２の「裏切り」であることがわかった。よって、「それを他人にしないようにせよ」という教えを守るのであれば、裏切りを選択するのではなく、プレイヤー１は協調を選択することがわかる。同様のことがプレイヤー２についてもいえるので、ナッシュ均衡ならぬ孔子均衡は、{協調、協調} の組み合わせとなり、「聖人の調和」が達成されることが示された。（証明了）

Ⅳ．おわりに

本論文では、従来の「囚人のジレンマ」に利他性を導入した場合に、１回限りのゲームにおいても囚人のジレンマが解消され、「聖人の調和」が達成されることを示すことができた。さらにそれを贈り物ゲームに応用して、無限回繰り返しゲームでなくても利他的動機さえあれば利他的行動が生まれうるとの結果を得た。相手から贈り物をされて、自分は嬉しいが、その分相手の持ち分が減っ

て効用が下がっている点を考慮して、こちらからもお返しに自分の持っているものを送ることが自分にとっても嬉しいことだという習慣的にも直観的にも正しいと思われる行為が理論的に説明できた。定理 2 と定理 3 の徳因子 α と割引因子 β の閾値が類似していることは決して偶然ではなく、しっぺ返し戦略で自分の将来の利得について考慮することと、現在の相手の利得について考慮することは本質的に近いことがわかった。これは利他的行動が利己的動機に基づくのか利他的動機に基づくのかという哲学的問いが論理的にはどちらでも説明可能であることを示したことになる。ただし、補題 1 、補題 2 で示したように、補題 2 の条件が満たされる場合は先の両者は全く同じと考えられるが、補題 1 の条件が満たされる場合は、徳因子の閾値が割引因子の閾値を上回っていることがわかった。そこで補題 1 の条件 を吟味してみよう。この条件は とできる。この解釈はいろいろできるが、その一つとして自分が協調を選択している場合に相手に裏切られたときのショックの大きさが、自分が裏切りを選択している場合に相手に裏切られたときのショックよりも大きい場合といえる。その場合に、相手が裏切りを選択しているとしても、あえて自分は協調を選択できるのか否か。それでも相手のことを想って協調を選択できるほど徳因子の値が高くなければならないことを意味している。

定理 4 は単純だが、孔子の教えが現代のゲーム論の枠組みにおいてもジレンマを解くカギとなっていることを示すことができた意義は大きいと考える。これはナッシュの発想とは対極にあるものといえよう。すなわち、ナッシュのように「相手の出方に応じて自分がより良くなるように振舞おう」とするのではなく、孔子は「自分がされていやなことは相手に対してもしないようにしよう」というのである。この教えさえ実践できれば、多くの社会的ジレンマは解消される可能性がある。ただし「言うは易く行うは難し」である。実際この教えを実践するには、囚人のジレンマの利得表をみてもわかるとおり、「仮に相手に裏切られたとしても、それでも自分から裏切るよりはまし」と考えていなければできないことであり、さらに、「たとえ、自分が裏切ることによって得をすることが分かっていても、相手にいやな思いをさせる以上裏切ることはしない」と考えていなければいけない。それらはまさに何なる誘惑にも負けず、ときには難を受ける覚悟を決めた「聖人君子」の振る舞いといえよう。しかし、少し角度を変えて考えるならば、「自分も欲し、相手も欲することであれば進んで行おう」ということにもなる。この考えを関数で示したのが、本論文の利他性を考慮した関数であり、定理 3 はどの程度まで相手を思いやる気持ちが必要となるのかを明らかにしたことになる。するとお互いにある程度の思いやりさえあれば、個人合理性と集団合理性のジレンマは解消される可能性を示すことができた。また、「自分も欲し、相手も欲することであれば進んで行おう」という基準は、経済学で広く受け入れられている「パレート基準」とも合致する。パレート基準の場合はお互いの交渉を前提としたものであるため非協力の想定とは異なる。しかし、各人がパレート基準に従って行動しさえすれば「聖人の調和」は達成されることがわかる。

今後の研究課題として、本論文での手法と結果を従来の囚人のジレンマを応用した公共財供給

ゲームをはじめ、地球温暖化問題や超高齢社会における空き家問題など様々な社会的ジレンマの課題に適用して考察することが重要である。また、理論的な課題としては本論文で考察した同質的な２人同時プレイのゲームをn人同時プレイへ一般化することや、異質的な個人が参加するゲームへの拡張、不完全情報の導入などにより、定理の普遍性を確認することが挙げられる。

参考文献

Arrow, K. (1981). "Optimal and Voluntary Income Distribution,". In Rosefielde(ed.), *Economic Welfare and the Economics of Soviet Socialism: Essays in Honor of Abram Bergson* (pp. 267-288). Cambridge University Press.

Barrow, R. (1974). "*Are Government Bonds Net Wealth?*". Journal of Political Economy, 82, pp. 1095-1117.

Becker, G. (1974). "*A Theory of Social Interactions,*". Journal of Political Economy, 82, pp.1063-1093.

Bhatt, V., Ogaki, M., & Yaguchi, Y. (2015). "*Normative Behavioral Economics Based on Unconditional Love and Moral Virtue*". Japanese Economic Review, 66(2), pp.226-246.

Nash, J. (1951). "*Non-Cooperative Games,*". Annals of Mathematics, Second Series, 54(2), pp. 286-295.

Phelps, E. (1975). *Altruism, Morality, and Economic Theory*. Russell Sage Foundation.

アダム・スミス　村井章子＋北川知子［訳］. (2014). 『道徳感情論』. 日経BP社.

アダム・スミス　大河内一男監訳. (1976). 『国富論I』. 中央公論社.

宇沢弘文・渡辺格. (2017). 『生命・人間・経済学－科学者の疑義』. 日本経済新聞社.

岡田章. (1996). 『ゲーム理論』. 有斐閣.

岡部光明. (2017). 『人間性と経済学』. 日本評論社.

後藤隆一. (2007). 『人間主義経済学序説』. 循環社会研究所.

松井彰彦・清水武治. (2006). 『ゲーム理論』. 三笠書房.

泉田成美・柳川隆. (2008). 『プラクティカル　産業組織論』. 有斐閣アルマ.

大西昭. (1979). 『人間主義経済学－世界経済の未来への指針』. 第三文明社.

土居丈朗. (2002). 『入門　公共経済学』. 日本評論社.

堀元. (2001). 「利他性と効用相互依存」. 著: 井堀利宏・岡田章・伴金美・福田慎一［編］, 『現代経済学の潮流2001』 (ページ: 51-69). 東洋経済新報社.

注

1　ゲーム理論の豊富な現実への応用例については [松井彰彦・清水武治, 2006]参照。

2　詳しい解説については [岡田章, 1996] 第 1 章参照。

3　[土居丈朗, 2002] 第 2 章参照。

4　ただし、放っておいてカルテルが起こるのは無限回もしくは無期限の繰り返し囚人のジレンマ・ゲームを想定している。 [泉田成美・柳川隆, 2008] 第 8 章参照。

5 本論文で得られた結論を後者の立場から解釈することも可能である。その場合は局所的にお互いのことを想って協調した結果、社会的には望ましくない状態を生み出す事例となる。

6 本論文は「人間主義経済の研究」の一環としての議論である。人間主義経済学については例えば [大西昭, 1979]、 [後藤隆一, 2007]を参照されたい。

7　[アダム・スミス　村井章子＋北川知子 [訳], 2014] 第 1 章、p.57

8　[アダム・スミス　大河内一男監訳, 1976]、第 1 篇、p.26.

9　詳しくは、 [岡部光明, 2017] 第 8 章、付論 1 参照

10　この点については『道徳感情論』 [アダム・スミス　村井章子＋北川知子 [訳], 2014]のアマルティア・センの序文を参照されたい。

11　[岡部光明, 2017] 第 9 章において一般的に整理されている。

12　[岡部光明, 2017] 第 9 章、pp.284-286.

13　[岡部光明, 2017] 第 8 章 付論 1 、p.276 、および [堀元, 2001] を基に再構成した。

14　この分析は堀（ [堀元, 2001]p.63）によるものを参照した。

15　なお、徳因子の値は 1 より小さいことを仮定するが、アローにおいてはそれが利他性を示す必要十分条件となっている。

16　[岡田章, 1996] 第2章、第6章参照。

17　本節では、 [岡田章, 1996]の例および解説をベースに、その標準的な考え方を確認する。

18　このような推論からすると、2 人の囚人は迷いなく自白を選択しているかのように思われるため個人的にはジレンマに陥っていないようにも受け取れる。しかし、なぜジレンマに陥るかといえば、囚人 1 は囚人 2 も同様に考え自白を選択するだろうと推論し、結局自白による旨みは得られないだろう、ならば黙秘を選択し、相手も黙秘を選択することにかけようか。しかし、相手がそれで黙秘するなら自分は自白したほうがいいし、そう考えるとやはり相手は自白してしまうだろう、だったら自分も自白するべきか。という黙秘か自白かの堂々巡りとなるためである。その上で支配戦略である自白を選択することが個人的には合理的な選択になる。同様にして、囚人 2 も黙秘か自白かのジレンマに陥りつつ、支配戦略である自白をすることになる。

19　[泉田成美・柳川隆, 2008]　第 8 章- 2 参照。

20　[岡田章, 1996]　定理6.1参照。

21　[岡田章, 1996]　定理6.2参照。

22　[岡田章, 1996]　第 6 章、pp.209-213.

23　[岡田章, 1996]　第 6 章、pp.236-237.

24　この仮定は [堀元, 2001]における線形の利他的効用関数の必要十分条件に一致している。その場合、自己消費増加の直接効果が負になる場合を排除している点で、本論文の仮定の趣旨と合致している点も指摘しておく。

25　ただし、αが正値の場合にはそれを前提とした利得表を基に繰り返しゲームを考察するため、βの閾値もそれに合わせて変化する。