

oPROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL
CENTRO TECNOLÓGICO – LABORATÓRIO DE SIMULAÇÃO DE
ESCOAMENTOS COM SUPERFÍCIE LIVRE - LABESUL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO – UFES
PROJETO DE PESQUISA



DANILO DE ALMEIDA BARBOSA

ESTUDO NUMÉRICO DO *SLOSHING* UTILIZANDO O MÉTODO SPH

Vitória, 2018

DANILO DE ALMEIDA BARBOSA

ESTUDO NUMÉRICO DO *SLOSHING* UTILIZANDO O MÉTODO SPH

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ciência..

Área de concentração: Recursos Hídricos

Linha de pesquisa: Gestão de águas interiores e costeiras

Orientador: Dr.Sc. Julio T. A. Chacaltana

Co-orientador: Dr.Sc. Fábio Pavan Piccoli

Vitória, 2018

DEDICATÓRIA

Aos poucos brasileiros honestos que ainda existe.

Aos meus pais que abdicaram da felicidade deles em
prol da minha.

À Maria Flor, minha dádiva, que me dá força o tempo
inteiro e consegue me erguer com apenas um sorriso.

Agradecimentos

Aos meus pais que financiaram a maior parte de meus estudos.

A minha esposa, que foi o meu “porto seguro” quando a bolsa me foi retirada.

A todos os meus professores.

Ao Doutor Julio Chacaltana por aceitar a proposta e acreditar. Obrigado “patrão”.

Ao Programa Institucional da Universidade Federal do Espírito Santo em Petróleo e Gás PRH-ANP 29 e **CAROLINE COUTO DOMINGUES** financiadores desta pesquisa.

Ao Doutor Fábio Pavan Picolli por prestar assessoria em vários momentos durante a pesquisa com contribuições fundamentais para o andamento do trabalho.

Ao Doutor Fabiano Petronetto por ajudar a compreender parte da estrutura matemática do método *SPH*.

Ao Doutor Juan Romero por fornecer assessoria quanto à linguagem de programação adotada – FORTRAN

Ao Doutor Antônio Frasson que contribuiu de forma direta na alteração do método de *simetrização* onde a busca é realizada por meio do maior comprimento de suavização – SMCS, além de atuar em outras frentes para melhoramento (ou aprimoramento) do método.

Ao Doutor Antonio Souto-Iglesias da Technical University of Madrid - ETSIN Naval Architecture Department que nos forneceu material sobre o tema, inclusive para validação do modelo.

Ao Doutor José Joaquim, que por meio da PRH- ANP 29 contribui para divulgação do trabalho durante o encontro anual dos PRHs. E a Meyre Marques, secretária do programa naquela ocasião.

A Iury Pessoa que contribuiu com a ideia inicial da “Teoria das Parcerias”.

A Franciane Entringer Curbani por ajudar nas questões administrativas.

A Eduardo Domingues e Rita Maria Domingues pelo aporte durante os últimos seis meses.

A Marina de Almeida Barbosa, que me ajudou no momento em que eu pensava em desistir:

“DEUS é louco por você! ELE te manda flores em toda a primavera, faz nascer o sol todas as manhãs e em qualquer momento que você quiser conversar com ELE, ELE te escuta. ELE bem pode morar em qualquer lugar do universo, mas escolheu o teu coração! Lembre-se: DEUS não prometeu dias sem dor, risos sem sofrimento, sol sem chuva, mas... força para o dia, conforto para as lágrimas e luz para o teu caminho. JESUS TE AMA!”

As agências de fomento FAPES e CAPES

*“O ato de sonhar dá direito ao Homem de
poder progredir”*
Danilo de Almeida Barbosa (2002)

LISTA DE SIGLAS

ETSIN	-	Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales
FPSO	-	Floating Production, Storage and Offloading
GNL	-	Gás Natural Liquefeito
IMO	-	International Maritime Organization
ISPH	-	Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics
L-J	-	LENNARD-JONES
NASA	-	National Aeronautics and Space Administration
SMCS	-	Simetrização pelo Maior Comprimento de Suavização
SPH	-	Smoothed Particle Hydrodynamics
TLD	-	Tuned Liquid Damper
UPM	-	Universidade Politécnica de Madrid

RESUMO

A crescente *exploração* de petróleo *offshore* e consequente aumento no número de plataformas FPSO e embarcações para o transporte deste fluido exige atenção cada vez maior aos efeitos produzidos pela oscilação da superfície livre em tanques de transporte e armazenamento de petróleo líquido e gás liquefeito. Nesta Tese, um estudo sobre os impactos nas paredes laterais de contêineres retangulares provocados pelo *sloshing* é proposto. Para esta tarefa recuperamos três testes experimentais realizados por autores distintos dos quais dois simularam em escala reduzida o comportamento de tanques sob a ação de forças horizontais e um terceiro o movimento de arfagem com o tanque sobre uma plataforma do tipo pêndulo invertido. Os dados quantitativos e qualitativos da pressão hidrodinâmica sobre as bordas foram coletadas a partir de transdutores instalados nas paredes dos recipientes. Estes dados foram aproveitados para validar o modelo proposto que reproduziu com boa qualidade o perfil do escoamento, bem como o carregamento hidrodinâmico em todos os cenários. Nosso modelo foi pautado no método lagrangiano de partículas livres (sem malha) conhecido como *SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMISC – SPH*, que em sua forma genuína para escoamento de fluidos incompressível faz uso da força oriunda do potencial de Lennard-Jones para manter as partículas no interior do domínio. Contribuições ao método também foram realizadas: como a alteração no sistema de busca de partículas vizinhas; propor uma relação entre o número de partículas virtuais e comprimento de suavização; e apontamento para um “número ótimo” de partículas de contorno. Porém a contribuição de maior relevância foi à criação de uma nova técnica de tratamento do contorno utilizando a FORÇA DE COULOMB, que se mostrou mais robusta do que a técnica clássica. A modelagem matemática passou pelas equações da conservação da massa e conservação de momento linear. Com isso, simulações com diferentes geometrias foram feitas e após a identificação das causas e efeitos produzidos pelo *sloshing*, mecanismos de supressão foram instalados no interior dos tanques. Os testes seguiram com defletores de duas alturas distintas e com defletores em forma de seta atuando como *aletas*. Todos os *baffles* se mostraram eficientes na redução das tensões normais, contudo aqueles na forma de seta se apresentaram superiores aos baffles verticais padrão, indicando que uma morfologia adequada pode reduzir os danos gerados pelo *sloshing*.

ABSTRACT

The increasing exploitation of offshore oil and consequent increase in the number of FPSO platforms and vessels to transport this fluid requires increasing attention to the effects produced by the free surface oscillation in transport tanks and storage of liquid petroleum and liquefied gas. In this thesis, a study on the impacts on the sidewalls of rectangular containers provoked by sloshing is proposed. For this task we recovered three experimental tests carried out by distinct authors of which two simulated in a reduced scale the behavior of tanks under the action of horizontal forces and a third the movement of pitch with the tank on an inverted pendulum type platform. The quantitative and qualitative data of the hydrodynamic pressure on the edges were collected from transducers installed on the walls of the containers. These data were used to validate the proposed model that reproduced with good quality the profile of the flow as well as the hydrodynamic loading in all the scenarios. Our model was based on the Lagrangian method of free particles (mesh free) known as SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMISC - SPH, which in its genuine form for incompressible fluid flow makes use of the force from the Lennard-Jones potential to keep the particles inside the domain. Contributions to the method were also made: as the alteration in the search system of neighboring particles; propose a relation between the numbers of virtual particles and smoothing length; and pointing to an "optimal number" of contour particles. However, the most relevant contribution was the creation of a new contour treatment technique using the COULOMB FORCE, which proved to be more robust than the classical technique. The mathematical modeling passed through the equations of mass conservation and conservation of linear momentum. With this, simulations with different geometries were made and after identification of the causes and effects produced by sloshing, suppression mechanisms were installed inside the tanks. The tests followed with baffles of two different heights and with arrow-shaped deflectors acting as fins. All the baffles were efficient in reducing the normal stresses, however, those in the arrow shape presented superior to the standard vertical baffles, indicating that a suitable morphology can reduce the damages generated by sloshing.

SUMÁRIO

1.0 INTRODUÇÃO	06
1.1 ASPECTOS RELEVANTES AO ESTUDO DO <i>SLOSHING</i>	09
2.0 OBJETIVOS	11
3.0 REVISÃO DE LITERATURAS	12
3.1. TEORIA ANALÍTICA E MÉTODOS EXPERIMENTAIS	12
3.2 TEORIA ANALÍTICA, MÉTODOS EXPERIMENTAIS E MÉTODOS NUMÉRICOS.	15
4.0 ASPECTOS METODOLÓGICOS	24
4.1 ANÁLISE DE UM TANQUE PARCIALMENTE CHEIO POR UM FLUIDO VISCOZO.	25
4.2 <i>SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS</i>	26
4.2.1. Um parêntese	29
4.2.2 Fatores de correção no método SPH: <i>XSPH</i> e Viscosidade Artificial	30
4.2.3 Sobre a busca pelas partículas vizinhas e o <i>XSPH</i>	36
4.3. COMPRESSIBILIDADE ARTIFICIAL	38
4.4. CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO	40
5.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES	42
5.1. COMPARAÇÃO ENTRE A FORÇA DEVIDO AO POTENCIAL DE LENNARD-JONES E A FORÇA DE COULOMB	42
5.2 CAVIDADE QUADRADA	44
5.1.1 Cavity Quadrada dimensional	44
5.1.2 Cavity Quadrada adimensional	47
5.2 QUEBRA DE BARRAGEM	48
5.3. PROBLEMA DO <i>SLOSHING</i>	55
5.4 COMPARAÇÃO COM OS TESTES EXPERIMENTAIS – BREDMOSE <i>et. al.</i> , 2003	57
5.4.1 Estudo qualitativo e quantitativo da pressão	63
5.4.2 Supressores de Pressão	67
5.5 COMPARAÇÃO COM OS TESTES EXPERIMENTAIS – KISHEV <i>et. al.</i> , 2006.	72
5.5.1 <i>Simetrização</i> da Interação Inter-Partículas	77
5.5.2- Quantificação da pressão por comparação dos fatores de correção	79

5.6 COMPARAÇÃO COM OS TESTES EXPERIMENTAIS – DELORME <i>et.al.</i> , 2009.	84
6.0 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES	90
6.1 EFEITOS DE BORDA	91
6.2 FATORES DE CORREÇÃO	92
6.3 ESCOAMENTO EM SUPERFÍCIES LIVRE	94
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
APÊNDICE A - Resultados para diferentes configurações. KISHEV <i>et.al.</i> , 2006.	106
APÊNDICE B - Resultados para diferentes configurações. DELORME <i>et.al.</i> 2009.	108
APÊNDICE C – Tanque prismático	111
APÊNDICE D – Table-top	114
ANEXO I	116

1.0 INTRODUÇÃO

Apesar da discussão sobre ondas de superfície ser antiga (Poisson 1829) (Rayleigh 1876) (Lamb 1932) (Chwang 2004), o tema *sloshing* como tratado atualmente – de acordo com Eswaran & Saha 2011 - é relativamente recente. Antes mesmo da aquisição daquele review (Eswaran & Saha 2011) que reza sobre a história da investigação experimental do *sloshing* já havíamos caminhado em direção semelhante. Nesta busca bibliográfica – que será detalhada mais tarde – vimos que a literatura aponta estudos envolvendo o *sloshing* desde a década de 50 e 60 do século passado (Graham & Rodriguez 1952) (Harold & Ellis 1951) (Abramson 1969). Abramson (1969) estudou o *sloshing* e mecanismos de supressão. Naquele trabalho são apresentados exemplos fatídicos onde veículos espaciais e satélites tiveram problemas durante o voo devido ao *sloshing*. Pretendia-se analisar os diversos tipos de mecanismos defletores de *sloshing* em tanques de armazenamento de combustíveis propulsores de satélites ou aeronaves, bem como encontrar as cargas hidrodinâmicas que atuam na estrutura do veículo ou sobre os dispositivos de supressão após o deslocamento do fluido. Para isso, testou geometrias cilíndricas e esféricas e cônicas com e sem defletores. Naquela ocasião, já se conheciam os efeitos produzidos pelo *sloshing*. Estes se manifestam como fadiga induzida por ressonância e instabilidade veicular (embarcação), causados pelo carregamento hidrodinâmico e pela oscilação do centro de massa da porção fluida, podendo gerar perdas estruturais e até acidentes.

Em situações mais “cotidianas” existem relatos sobre acidentes provocados pelo *sloshing* em embarcações marítimas. Filho (p.17 2006) cita acidentes envolvendo navios e barcos pesqueiros como o que aconteceu com o pesqueiro GAUL que afundou em fevereiro de 1974. O mesmo aconteceu com o pesqueiro *Artic Rose*, que afundou em 2 de abril de 2001, trazendo perdas de vidas e danos ao *meio ambiente* com derramamento do combustível. Segundo Filho (2006), estudos na época, sugeriam que as embarcações afundaram rapidamente devido ao efeito dinâmico da superfície livre da água associado ao alagamento no interior dos compartimentos já que o líquido passa a se movimentar livremente. Por isso, estudar o *sloshing* requer estimar como a pressão é distribuída e como controlar a forças externas envolvidas e as frequências naturais de superfície livre do líquido. E esta

pressão em líquidos confinados provocada pela transferência de quantidade de movimento do recipiente ao fluido é proporcional taxa de variação da velocidade do recipiente e ao movimento da superfície livre (IBRAHIM, 1940, 2005) (CARNEIRO JUNIOR 2009).

Outra abordagem aplica-se a crescente exploração e *exploração* de petróleo *offshore* e conseqüente aumento no número de plataformas *FPSO* e embarcações para o transporte deste fluido. Como já fora comentado, em condições padrão de transporte de massa fluida, o *sloshing* pode produzir um efeito negativo sobre as estruturas devido às cargas dinâmicas que são geradas, das quais podem provocar sérios danos a embarcações além de elevar a temperatura do LNG gerando, conseqüentemente, vaporização (Bai, 2015 apud Carneiro Luz 2016). Tsukamoto (2010), por exemplo, afirma que em Navios LNG do tipo *Technigas membrane* são mais suscetíveis às violentas pressões de impacto e as pressões hidrodinâmicas negativas ocorridas na separação brusca da massa líquida junto às paredes dos tanques. Estas pressões podem resultar no “arrancamento” da membrana de revestimento dos tanques. Para tentar reduzir o *efeito sloshing* em contêineres, tem-se proposto à instalação de dispositivos de atenuação como pás defletoras posicionadas nas paredes e no teto ou no fundo dos tanques, porém, de acordo com aquele autor, estes mecanismos se mostraram eficazes apenas para baixos níveis de preenchimento.

Investigar estes fenômenos muitas vezes pode se tornar custoso, principalmente ao elaborar experimentos físicos, por isso experimentos numéricos são alternativas mais baratas. Ocorre que existe uma dificuldade em realizar modelagens principalmente devido: (i) a não-linearidade do *sloshing*, (ii) o acoplamento dos efeitos da fase gasosa e (iii) a interação fluido estrutura, e por isso é comum adotar conceito de escoamento potencial, considerando o fluido incompressível não-viscoso, assumindo pequenos deslocamentos e campo de fluxo irrotacional. Estas questões são minuciosamente tratadas por IBRAHIM, 1940 (2005).

Por sorte, a teoria da dinâmica de *sloshing* em recipientes parcialmente cheios vem sendo conhecida. Ela é baseada nas deduções e aplicações de equações de campo vetoriais e de fluxo (ou pela derivada material das equações de governo), estimando o movimento da superfície livre e momentos resultantes das forças devido à pressão

e forças devido às tensões viscosas. A partir das informações supracitadas, juntamente com um levantamento bibliográfico construímos duas hipóteses: (1) As tensões normais sobre as paredes podem ser reduzidas não apenas com a inclusão de defletores verticais, mas também empregando defletores com outro tipo de morfologia na forma de *aletas* aerodinâmicas. Esta hipótese foi testada com comparações qualitativas e quantitativas entre as morfologias.

Para realizar esta tarefa recorreremos a um método lagrangiano sem malha conhecido como *SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS* para o computo das equações de balanço. Este método lança mão de uma função de aproximação sobre as equações diferenciais parciais para produzir um conjunto de equações diferenciais ordinárias. Neste método o nó é chamado de partícula e se move seguindo um referencial lagrangiano. Cada partícula carrega as propriedades físicas da matéria estudada. O tratamento do contorno é realizado com o uso de partículas fantasmas (Liu & Liu 2003) e diferentemente de todas as literaturas anteriores que usam a força oriunda do potencial de Lennard-Jones ou Colisões Geométricas, nesta TESE a força repulsiva utilizada para evitar a interpenetração é a força de *Coulomb*. Simulações envolvendo as duas forças foram realizadas e comparadas. E após centenas de simulações, percebemos que em *SPH* a variável fundamental é o comprimento de suavização h e a necessidade de controle desta variável numérica culminou no levante da segunda hipótese: (2) a aplicação correta e equilibrada dos parâmetros de correção do método *SPH* genuíno (que são dependentes de h) retira a necessidade de modificações ou hibridações para obtenção de boas aproximações.

Depois de ultrapassada esta etapa e com a clara intenção de validar o modelo utilizado, comparamos nossos resultados com os resultados experimentais obtidos por Bredmose *et al.*, (2003); Kishiev *et.al* (2006); Cruchaga *et al.*,(2007); Delorme *et al.*, (2009); Gotoh *et al.*, (2014). Em paralelo um estudo sobre os parâmetros de correção foi realizado aqui, podendo surgir como um ponto de partida para equacionar a relação entre o comprimento de suavização e os fatores de correção; e o número de partículas e a técnica utilizada ao tratamento do contorno. Dado que o comportamento das variáveis em *SPH* está intimamente ligado ao comprimento de suavização. O que responde à segunda hipótese.

Com estas considerações, o método *SPH* foi utilizado para realizar uma investigação sobre o problema do *SLOSHING*: causas e efeitos, aplicando condições de contorno adequadas, identificando as tensões viscosas e cargas hidrodinâmica sobre as paredes do tanque por intermédio da equação da conservação do momentum e suas respectivas componentes e da equação de estado para pressão. Assim se produziu dados de pressão em função do tempo e dados do campo de escoamento. De posse destas informações o perfil do escoamento e a pressão hidrodinâmica qualitativa e quantitativa foram conhecidos. Em seguida os *baffles* foram acrescentados e os resultados foram comparados.

1.1 ASPECTOS RELEVANTES AO ESTUDO DO *SLOSHING*

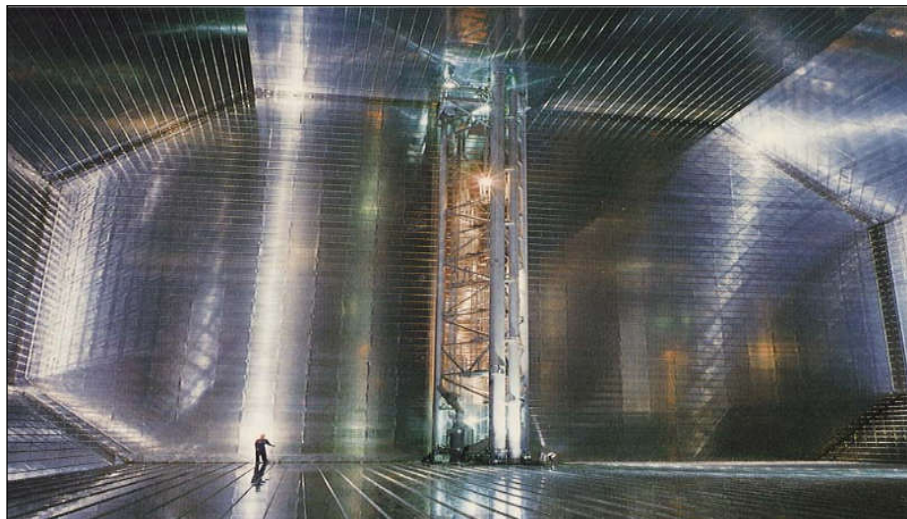
A demanda de *Gás Natural Liquefeito* aumenta ano a ano, e conseqüentemente, a elevação do tráfego náutico que envolve o transporte deste elemento em embarcações com capacidade de transporte de até 300.000 metros cúbicos de GNL (Thiagarajan *et. al.*, 2011). Segundo Kuo & Campbell (2009 p.241), a indústria do GNL de 1965 a 1975 elevou sua capacidade de transporte de aproximadamente 75.000 m³ para 130.000 m³. E em 2005 já conseguia produzir mais de 250.000 m³. O fato que com a elevação do fluxo de transporte marítimo automaticamente a ocorrência de acidentes também pode aumentar. Alguns destes acidentes podem estar ligados à instabilidade do meio de transporte, gerada por forças internas como resposta as forças externas.

Devido ao grande carregamento hidrodinâmico que é gerado nas paredes internas dos tanques este fenômeno passou a ter uma relevância considerável, sendo tema de diversas pesquisas voltadas para os projetos de contêineres de transportes de gás liquefeito (DELORME 2005) (SOUTO-IGLESIAS 2006) (GUILCHE *et. al.*, 2010) (RAFIEE & THIAGARAJAN 2009) (KUO & CAMPBELL 2009) (THIAGARAJAN *et. al.*, 2011).

Um sub-efeito do *sloshing* é a ressonância que pode produzir fissuras nas estruturas e conseqüentes vazamentos (Tsukamoto 2010 p.17). Segundo Tsukamoto (2010 p.18) a ideia de produzir ferramentas preditivas relacionadas ao *sloshing* e aos possíveis danos ambientais se intensificou após o acidente com o navio petroleiro

EXXON VALDEZ no Alasca em 1989, pois após o ocorrido, a legislação norte-americana sofreu alteração com exigência do casco duplo para navios-tanques. A exigência de casco duplo, fez com que houvesse mudanças estruturais nas embarcações. O caso é que se a estrutura é alterada, certamente o comportamento dos fluidos nos compartimentos de transporte também é alterado. Se ocorrer aumento da largura, por exemplo, a frequência natural do *sloshing* também é alterada. Outra colocação relevante ao escopo da engenharia ambiental, também citado por Tsukamoto (2010 p.18), é o fato de tanques de lastros dos navios por transportar organismos junto às águas de lastro. A *International Maritime Organization* – IMO – fomentou pesquisas as quais apoiavam a troca da água de lastro em alto mar para minimizar os impactos ambientais. Ocorre que as técnicas mais utilizadas implicam em tanques parcialmente cheios o que inevitavelmente produzem *sloshing*.

FIGURA 1. Exemplo de container prismático utilizado no transporte de GNL em um navio do tipo Qatar-Max (maiores transportadores de GNL do mundo).



2.0 OBJETIVOS

2.1 GERAL

- **Físico:** Analisar o problema do *sloshing*: causas e efeitos. Aplicando condições de contorno adequadas a fim de identificar o comportamento hidrodinâmico sobre as paredes do tanque.
- **Numérico:** Estudar o problema do escoamento em superfície livre utilizando método *Smoothed Particle Hydrodynamic* genuíno com o tratamento adequado das condições de contorno.

2.2 ESPECÍFICOS

- Realizar revisão da literatura sobre a interação fluido-estrutura em ordem cronológica, com ênfase no comportamento dinâmico da onda produzida pelo efeito *sloshing*.
- Realizar análise **qualitativa** do carregamento hidrodinâmico sobre as paredes dos contêineres.
- Aplicar o Método *SPH* para analisar **quantitativamente** a interação das ondas produzidas pelo *sloshing* com a estrutura do recipiente a partir do diagrama de pressão hidrodinâmica.
- Provar que *aletas* hidrodinâmicas são indicativos para redução da carga hidrodinâmica nas paredes do recipiente.
- Estudar os parâmetros de correção do *método SPH* e a possibilidade de melhoria ao tratamento do contorno.

3.0 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. TEORIA ANALÍTICA E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Lamb cap IX (1932) retrata duas pesquisas anteriores e independentes: de Poisson (1829) e Lord Rayleigh (1876) sobre oscilações de um líquido em bacias circulares a pequenas profundidades. Na ocasião da citação, Lamb p.426 (1932) mostrou um estudo sobre o comportamento de ondas em regiões finitas com profundidade uniforme, afirmando que o problema poderia ser “reduzido” à mesma forma analítica a empregada pelos autores supracitados. As equações de governo de movimento de um líquido em tanques retangulares e circulares com profundidade uniforme e com condições de contorno linearizada foram apresentadas por Rayleigh (1887) e por Steklov (1902) e Lamb (1945).

Mesmo não estando de forma explícita na obra de Lamb (1932) as implicações sobre o tema “*sloshing*” foram importantes, principalmente, quanto ao uso das aproximações para o tratamento analítico deste tipo escoamento. Um ano depois da publicação de Lamb, Westergaard (1933) estudando mecanismo de redução de impacto produzido por tremores de terra sobre uma barragem retangular, determinou as pressões sobre uma barreira vertical sujeita a uma aceleração horizontal. Em 1949, com o mesmo propósito Jacobsen resolveu o problema para um tanque cilíndrico contendo um fluido. Para aquele estudo algumas considerações foram feitas, tais como: (1) admitir que os tanques e cais experimentem deslocamentos translacionais, impulsivos (não especificados) apenas na direção horizontal; (2) os limites circulares, cilíndricos dos tanques e pilares não são deformados como consequência de seus movimentos; (3) o fluido é incompressível e não viscoso; (4) O deslocamento do fluido gerado pelo movimento impulsivo do contorno é tratado por simplificação das equações hidrodinâmicas desprezando os efeitos das ondas de gravidade. Naquele trabalho o conceito de velocidade potencial é aplicado. Por fim comparou as curvas teóricas com as experimentais de um tanque cilíndrico de raio igual a 11.56 in (0,293 m) sujeito a uma aceleração horizontal máxima de 46 in/s² (1,1684m/s²) – ver figura AN1 em Anexo 1. No entanto, alguns anos antes, Hoskins e Jacobsen (1934) já haviam determinado experimentalmente a pressão

impulsiva de um fluido. Jacobsen em 1951 ainda publicaria outro trabalho experimental semelhante ao de 1934 com a proposta de analisar o comportamento do fluido em um cilindro sujeito a movimentos transientes. No trabalho de 1951, quatro tanques com diâmetros que variavam entre 6, 12, 23 e 47 polegadas foram postos em movimento horizontal senoidal simultaneamente. O aparato experimental foi formado por uma plataforma sobre rodas conectadas em uma extremidade por molas ajustáveis a um cais fixo (ver figura AN2 em Anexo 1).

Na mesma época, com a corrida espacial em curso, a DOUGLAS AIRCRAFT COMPANY por meio de Graham (1951) passou a tentar resolver o problema da instabilidade das aeronaves produzida pelo movimento do tanque de combustível parcialmente cheio, com citações importantes (apud) aos trabalhos de Lorell (1951); Schy (1951); destaca-se a pesquisa de Luskin & Lapin, (1951) que traz uma definição para o *sloshing*, além de tratar as questões cinemáticas quanto à oscilação da superfície livre devido a uma força externa (dinâmica) e ao mesmo tempo relaciona o impacto do fluido sobre as paredes (carga dinâmica) com a energia de movimento. Naquele trabalho abordagens analíticas para dois problemas de dinâmica de aeronave foram discutidas. Um esquema para representar oscilações de combustível em um tanque foi desenvolvido e usado no estudo do movimento longitudinal de uma aeronave com um tanque de combustível parcialmente cheio. O movimento foi composto de três oscilações: o *phugoid*, o curto período do avião e o modo natural do combustível.

Ainda em 1951, Graham & Rodríguez (1951) formularam uma teoria linear especificamente para o *sloshing*. Aplicaram a transformada de Laplace sobre as funções potenciais com o intuito de obter equações lineares para o problema. Consideraram o fluido como incompressível e não viscoso. Todo o tanque restrito a pequenas acelerações e o momento angular a pequenos deslocamentos. Destaca-se que esta teoria é restrita a tanques retangulares com baixo nível de preenchimento. Mais tarde, Budiansky 1958, 1960, teorizou sobre os modos naturais e frequências de *sloshing* de líquidos com pequenas amplitudes em canais circulares e tanques esféricos parcialmente cheios. O referido autor encontrou as tendências estabelecidas para estimar frequências para a profundidade arbitrária do líquido em um tanque esférico. Uma análise dinâmica do sistema contêiner-fluido por

meio da abordagem modo-superposição foi discutida. O deslocamento potencial para o deslocamento do fluido em relação ao tanque foi definido, onde os potenciais foram associados com o modo natural de oscilação do líquido. As equações de Lagrange constituíram as bases para estabelecer as equações diferenciais relacionadas com as coordenadas generalizadas. O resultado foi usado então, para calcular o que ele chamou de “força de *sloshing*” sobre as paredes do tanque. Para isso, ele encontrou os termos da energia potencial e cinética. Além desta relação analítica, testes numéricos foram realizados e comparados com resultados experimentais. Esta ideia conduziu a boas aproximações, principalmente no trato das equações como equações lineares para um problema não-linear.

Chu 1962 elaborou um esquema numérico e aplicou o procedimento para avaliar as características e calcular a pressão devido ao *sloshing* nas paredes. Uma função *kernel* para *sloshing* líquido em um tanque esférico, dependendo de uma profundidade arbitrária, foi relacionada à função de *Green*. As frequências naturais foram então calculadas como autovalores de uma matriz e as autofunções obtidas para um número finito de pontos como autovetores sendo suficientes para encontrar um valor aproximado da força que atua no recipiente. Expressões da força e momento foram encontradas, tanto para o *pitching* quanto para a oscilação de translação sob um campo gravitacional fixo. Após esta etapa, uma rotina computacional foi organizada, um programa desenvolvido e comparações com dados experimentais realizados. Os testes ocorreram em tanques com 25% de preenchimento. As frequências naturais previstas e resposta de força com os experimentos também passaram a ser comparadas. Um ano depois, em 1963 ABRAMSON com a colaboração de CHU adicionaram defletores ao tanque esférico. Antes realizaram experimentos e comparam os dados obtidos com as previsões proposta por Budiansky 1958. Os resultados daquele estudo revelaram várias características importantes de *sloshing* em tanques esféricos. Por exemplo, embora as previsões básicas da teoria de Budiansky (1958) tenham sido confirmadas, particularmente para a frequência natural do fluido, a resposta da *força de sloshing* é bastante dependente da magnitude da amplitude de excitação. Assim, os movimentos de superfície livres de grandes amplitudes são excitados com mais facilidade e parecem ser mais significativas na modificação da resposta da força total em tanques esféricos do que nos tanques cilíndricos. Os defletores de anel

perfurados (ver figura AN3 no Anexo I) orientados horizontalmente mostraram ser bastante eficazes na supressão das cargas sobre as paredes, com redução significativa da frequência fundamental. Aqueles autores concluíram também que para níveis de preenchimento relativamente alto o uso de *baffles* é ineficiente.

3.2 TEORIA ANALÍTICA, MÉTODOS EXPERIMENTAIS E MÉTODOS NUMÉRICOS.

Vimos que as literaturas de 1950 a 1960 apontam para direção do uso de métodos numéricos em consonância com as teorias analíticas, como os trabalhos de Chu 1958 (por quadratura numérica para integração) e Abramson 1960 e Abramson *et. al.*, 1963. De acordo com Ibrahim 1940 pg 5, (2005), a descrição analítica das equações de campo de escoamento está documentada para diferentes casos de tanques com geometrias distintas, porém a maioria até aquela data estavam pautada nas hipóteses para escoamento potencial, o que tornou o método numérico mais viável (ou mais fácil de ser implementado) devido as considerações e consequentes simplificações que são assumidas em torno do escoamento. Em 1974 Faltinsen propôs o uso da teoria potencial não-linear, assumindo um fluido irrotacional. Estudou o movimento dentro do tanque quando a frequência de excitação é próxima da frequência natural mais baixa para a água dentro do tanque onde neste ponto a teoria linear (Graham & Rodríguez 1952) é ineficaz. Aquele modelo linear de Graham possuía (ou possui) algumas “desvantagens”, como por exemplo, está restrito a pequenos movimentos do tanque; limitado a poucas variações de preenchimento e até mesmo limitado à geometria do contêiner. Fato que não reduz a importância da aplicação, pois conduziu investigações em outras vertentes como, por exemplo, em estudos sísmicos, muitas vezes aplicados à construção civil em edificações “resistentes” a terremotos e em tanques de estocagem/armazenamento de Gás Natural Liquefeito (GNL) e óleo cru em regiões propensas a tremores de terra (JAISWAL 2003) (MIRZABOZORG *et. al.*, 2012) (CHEN 1996) (GRADINSCAK 2009) (CHANG-ZANG 2015) ou pela indústria do petróleo no que se refere à estabilidade de plataformas *offshore*.

Com o avanço nas máquinas de processamento de dados métodos numéricos foram surgindo e aplicados em vários campos da ciência, inclusive sobre o tema *sloshing*.

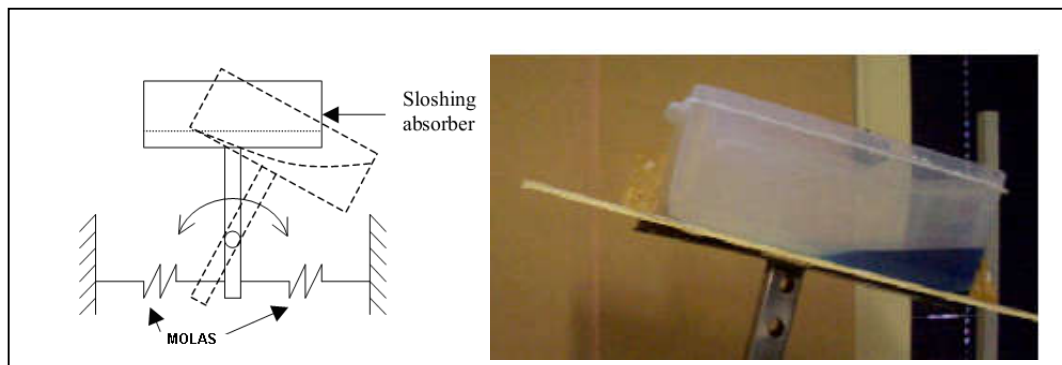
As equações de governo passaram a ser tratadas de acordo com a característica de cada método proposto, sendo ele *euleriano* (com malha) ou *lagrangiano* (com e/ou sem malha). Do ponto de vista dos métodos com malha as condições de contorno de superfície livre foi uma questão que impôs dificuldade a simulação. Esta dificuldade provém do alto grau de não linearidade dos diferentes modos. As aproximações para resolução desta demanda foi proposta por Ehrlich (1959) ao obter uma solução exata do problema do valor de contorno. Mais tarde surgiram técnicas para o tratamento da variação da amplitude da superfície livre em contêineres retangulares e cilíndricos MOISEEV (1958) HUTTON(1962) CHU(1968).

Na maioria dos casos encontrados na literatura, o problema do *sloshing* é estudado a partir de um referencial euleriano FALTINSEN (1974,1978) (NAKAYAMA & WASHIZU 1981) (CHO *et. al.*, 2000) (CHEN B, & NOKES, R. 2005) (AKYILDIZ & ERDEM 2005) (HOU *et. al.*, 2012) (BAUTISTA-JACOBO *et al.*, 2015), além disso, uma outra parte, considera o fluido incompressível e não-viscoso, de maneira que acabam por aplicar o conceito de potencial de velocidade (ARMÊNIO 1996 p.706) (MODI & SETO 1997) (WARNITCHAI & PIKAEW 1998) (FRANDSEN 2003) (LEE *et. al.*,2011) (THIAGARAJAN *et. al.*, 2011) (WANG & KHOO 2005) (KOLUKULA & CHELLAPANDI 2013). No entanto, desde 1994, trabalhos que passaram a usar técnicas lagrangianas sem malha, como o *Smoothed Particle Hydrodynamics*, começaram a tomar forma quando Monaghan naquela data realizou simulações de quebra de barragem, utilizando a força derivada do potencial de *Lennard-Jones* para manter as partículas no interior do domínio. O ponto alto está na assertiva de que as partículas do contorno devem entrar no computo das forças viscosas. Deve-se acentuar que o método *SPH* foi apresentando dezessete anos antes, com a finalidade de analisar fluidos compressíveis no âmbito da astrofísica - sem a preocupação com os limites. Atualmente uma gama de cenários envolvendo superfície livre estão sendo estudado com o método *SPH*.

Se tratando do *sloshing absorber*, por exemplo, citam-se os trabalhos de Marsh (2007, 2009, 2010, 2011), nos quais os estudos deste efeito foram entorno da condição dissipativa de energia do *sloshing*. Em várias situações, este efeito dissipador é utilizado como ferramenta de redução de danos provocados por tremores. Marsh *et. al.*, 2007 realizaram um experimento físico e um numérico. O

tanque físico consistia de um oscilador mecânico cuja estrutura era configurada como um pêndulo invertido com rigidez estrutural fornecida por molas anexas. Segundo os autores um pêndulo invertido pode elevar a dissipação de energia de um amortecedor líquido sintonizado (do acrônimo *Tuned Liquid Damper* - TLD) em até sete vezes quando comparada com TLD sobre ação puramente vertical ou horizontal (figura 2). As forças restauradoras se deram por molas acopladas na base do pêndulo - no eixo horizontal - e o amortecimento viscoso a cargo do líquido no interior do tanque (ver figura 2 ou figura AN4 no Anexo I). Os valores dos parâmetros físicos do experimento foram utilizados durante a modelagem numérica: profundidades de líquido de 5,5 mm e 22 mm. O recipiente rígido de 340 mm de largura e 142 mm de altura foi posicionado a 670 mm acima do ponto de articulação em uma posição central, replicando o braço da estrutura. O tanque foi preenchido com água. O recipiente cheio de líquido é girado para a posição inicial de 16° no sentido horário, com uma velocidade angular constante nos primeiros 3 segundos da simulação. O recipiente permaneceu estacionário neste ponto por 4 segundos para permitir que as partículas de fluido se assentassem. O objetivo do experimento era Investigar o efeito *sloshing* como um mecanismo de controle estrutural.

FIGURA 2. Configuração do *sloshing absorber*.



Fonte: MARSH *et al.*, 2007.

Marsh *et. al.*, (2010) utilizam em um estudo similar ao apresentado em 2007 (Marsh *et. al.*, 2007) um tanque físico e o método *SPH* na investigação do processo de dissipação de energia durante a ocorrência do *sloshing* em recipientes fechados. O objetivo daquele trabalho foi o de verificar os fenômenos de transferência e dissipação de energia cinética dentro de um tanque retangular com a variação da

profundidade e largura do recipiente por meio do monitoramento da variação da velocidade. O recipiente esteve sujeito a uma excitação senoidal. Desta forma uma análise quantitativa da variação da energia cinética específica em função do comprimento do tanque foi realizada. Aqueles autores concluíram que para aquela configuração existe uma condição de transferência de energia ideal quando se varia a largura do recipiente, para uma profundidade de líquido constante de 20 mm. Dos casos simulados por eles, esta condição ideal ocorre mais próxima da largura do recipiente de 125 mm. O modelo físico-matemático se deu por resolução das equações de conservação da massa e quantidade de movimento posteriormente aplicadas ao método numérico *SPH*.

Durante a modelagem numérica eles aplicaram um *kernel* cúbico, aproximando-se da forma de um perfil gaussiano com suporte compacto, de modo que $W(\vec{x} - \vec{x}', h)$ para $x - x' > h$. Ao passo que o cálculo da massa específica foi realizado a partir da *forma indireta* (explicaremos este termo no capítulo Aspectos Metodológicos) e a equação que representa a conservação da quantidade de movimento linear aplicada por eles foi:

$$\frac{Du_i}{Dt} = - \sum_{b=1}^n m_b \left[\left(\frac{P^a}{(\rho^a)^2} + \frac{P^b}{(\rho^b)^2} \right) - \frac{\Pi}{\rho_b \rho_a} \frac{4\mu_a \mu_b}{\mu_a + \mu_b} u_{ab} \frac{r_{ab}}{r_{ab}^2 + \eta^2} \right] \frac{\partial W^{ab}}{\partial x_i^a} + g_i \quad (1)$$

Onde Π corresponde a viscosidade artificial. De forma não muito clara, alguns autores atribuem um valor para este parâmetro (CLEARY 1998 apud MARSH p.155 2009). Nossos testes demonstraram que não há um valor específico ou genérico. Existe uma dependência muito forte do comprimento de suavização e do número total de partículas: contorno e domínio. Afirmar que há um valor específico é prematuro.

A equação de estado usada por aquele autor para determinar a incompressibilidade foi a equação de Tait (equação 2). Para tanto, seleciona-se uma velocidade do som que é muito maior do que a velocidade de escala esperada no escoamento. Esta equação governa a relação entre a massa específica do fluido e a pressão.

$$P = P_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right], \quad (2)$$

onde P_0 é dada como a magnitude da pressão e ρ_0 é a massa específica de referência;

Foi utilizado um passo de tempo explícito e limitado pela condição Courant modificada para a presença da viscosidade

$$\Delta t = \min_a \left[0.5h / \left(c_s + \frac{2\zeta\mu_a}{h\rho_a} \right) \right] \quad (3)$$

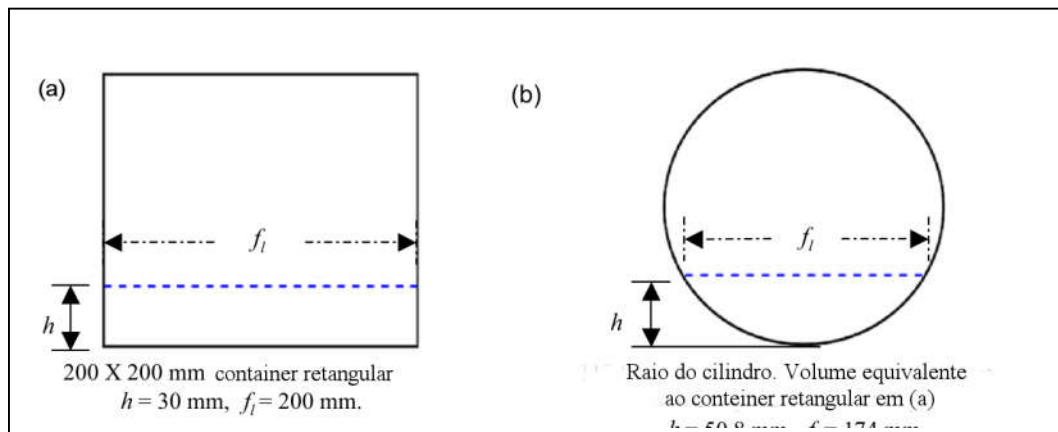
Mais uma vez, o trabalho de Marsh *et al.*, (2010), mostrou o *sloshing* como um fenômeno que também pode ser usado na construção de amortecedores – no caso em edificações ou até mesmo plataformas, no controle das vibrações naturais – também mostrou que a dissipação da energia aumenta a medida que o gradiente de velocidade cai, em que identificou que dois eventos são responsáveis por este efeito, sendo o primeiro a interação onda-onda e o segundo a interação onda-parede, sendo a primeira mais intensa.

Marsh *et al.*, (2011), novamente, aplicaram o método *SPH* para analisar o efeito *sloshing* em tanques com geometrias distintas, parcialmente cheios. Estes tanques foram utilizados para estudar a dissipação de energia (*sloshing absorber*) com o objetivo de verificar qual tipo de tanque se mostraria mais eficaz. O comprimento de superfície-livre f_l foi o mesmo em todos os casos estudados exceto para o cilindro. Naquele estudo o absorvedor retangular mostrou-se mais eficaz. O desempenho eficaz daquele tanque foi justificado pelo fato do comprimento da superfície livre f_l de 200 mm e a profundidade h de 30 mm estarem em sintonia com a frequência natural da estrutura. A figura 3 mostra duas das oito geometrias estudadas por Marsh *et al.*, (2011).

Outros autores estudaram o comportamento da superfície livre em contêineres de transporte de GNL. Perez *et al.*, (2005) e Delorme *et al.*, (2005; 2009) investigaram os efeitos dinâmicos analisando a interação fluido-estrutura. Delorme *et al.*, (2009)

realizaram um experimento físico onde a pressão durante o impacto foi aferida com a utilização de um sensor de pressão. Os dados obtidos foram utilizados na validação do modelo numérico que se baseou no método *SPH*.

FIGURA 3. Duas das oito geometrias de tanques investigadas por MARSH *et al.*, (2011) onde h é a profundidade.



Fonte: MARSH *et al.*, (2011)

Perez *et al.*, (2005), citaram algumas aproximações possíveis para simulação do efeito *sloshing* em tanques de GNL. Mostraram resultados de suas aplicações dentro do conceito do método *SPH* em comparação com um experimento físico usando um pêndulo invertido. Para tal efeito, consideraram necessárias algumas aproximações devido ao caráter não-linear do *sloshing*. A primeira destas se refere ao tratamento do efeito de ressonância, na qual se admite que o comprimento de onda λ das ondas superficiais no tanque será sempre igual ao dobro da dimensão da mesma onda inicial na direção do movimento. Afirmaram também, que a viscosidade pode ser desprezada em águas superficiais.

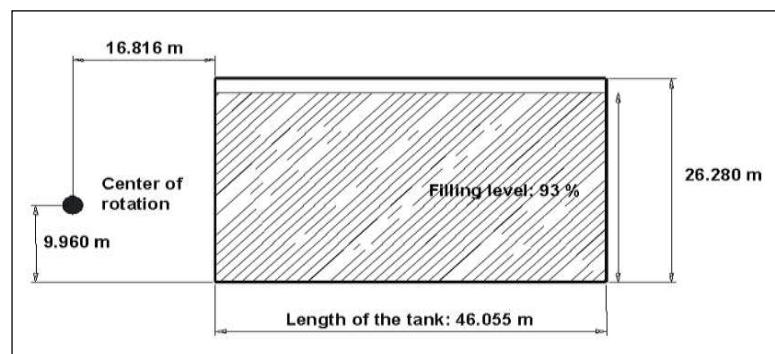
Delorme & Iglesias & Perez (2005) examinaram as ações das forças exercidas pelo líquido sobre as paredes de tanques. Diferentes aproximações para a predição das cargas (carregamentos) foram comentadas. Aplicou o método *SPH* e o kernel utilizado foi aquele baseado na função *spline* (MONAGHAN & LATTANZIO, 1985 apud MONAGHAN, 1992). Em relação às condições de contorno, considerou que se uma partícula fluida "a" estiver a uma distância r_{\perp} do contorno a força do contorno agindo sobre a partícula "a" será:

$$F_i^a = 0.01c_s^2 \frac{f_i(r_\perp)}{r_\perp}, \quad (4)$$

onde c_s é a velocidade do som e f_i é uma função similar ao gradiente do *kernel*, porém constante quando r_\perp tende a zero, existindo uma força singular quando uma partícula está muito próxima ao contorno. A razão para esta singularidade é para evitar partículas fora do domínio.

A formulação *SPH* em 2D naquele caso foi utilizada para calcular a pressão sobre as paredes de um tanque de transporte de gás natural liquefeito devido ao sloshing de um navio-tanque construído no Estaleiro de Puerto Real Shipyard de Navantia. As dimensões deste tanque são 26.280 m de altura e 46.055m de comprimento, contendo 93% do nível completo por fluido. O centro de rotação foi posicionado a uma altura de 9.960m e a uma distância de 18.816 metros a direita da parede esquerda do tanque (figura 4).

FIGURA 4 – configuração do tanque de GNL, na qual DELORME et.al., 2005 utilizou o *SPH* para realizar simulações. A figura 5 é a representação deste contêiner em escala de 1:50.



Fonte: DELORME et. al.,, 2005

Os parâmetros para o movimento (períodos e amplitudes), o nível de enchimento e a posição do centro de rotação foram selecionadas para produzir um dos casos a serem calculados.

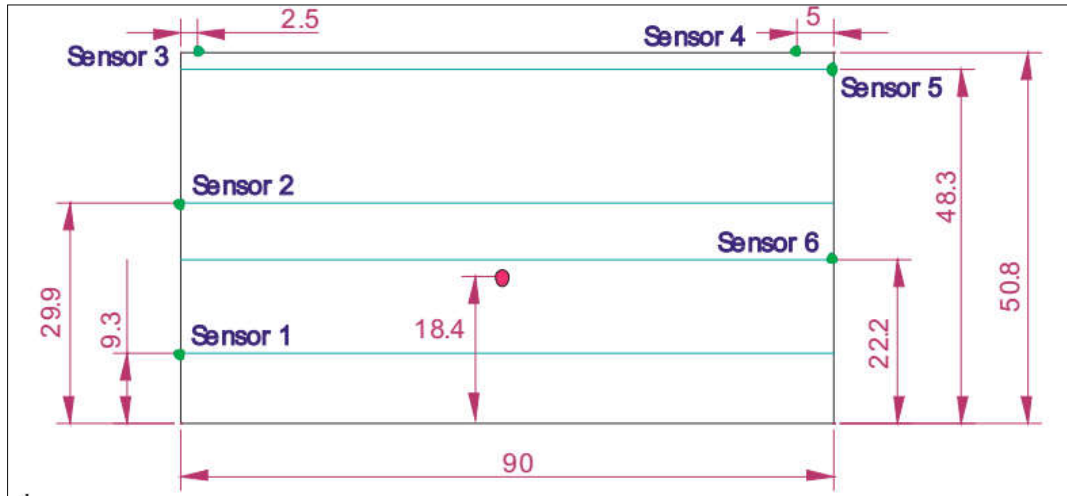
CAO et.al., (2014) Inquiriram a pressão (quantitativa) de impacto do tanque bidimensional sob rolamento forçado com diferentes frequências de excitação e ângulos de excitação. Em seguida, foram analisadas as influências de um defletor em um tanque bidimensional. O modelo de tanque foi o mesmo o modelo

experimental de Akyildiz *et al.*, (2005): tanque retangular com comprimento de $L = 0,92$ m; altura de $H = 0,62$ m e profundidade $D = 0,25 H$. A menor frequência natural sendo $\omega_1 = 4,025$ rad/s. A excitação externa dada por $A_0 \sin(\omega_r t)$, onde A_0 é o deslocamento angular e ω_r é a frequência angular do rolamento. O eixo de rolamento está localizado no eixo central do modelo. Verificou-se naquele trabalho que com o aumento da amplitude de excitação, a pressão de impacto no tanque é aumentada e o pico da pressão de impacto dobra quando a frequência de excitação é próxima da frequência natural mais baixa do tanque. Constataram que para o tanque em movimento ascendente o defletor pode efetivamente reduzir a altura da onda de *sloshing* em mais de 90% em tanques bidimensionais sob uma única excitação. Os autores também realizaram testes em tanques quadrados com e sem anteparos sob a ação de uma força vertical ascendente.

No mesmo ano, Gotoh *et al.*, (2014) realizaram testes utilizando o *SPH* para o *sloshing* em condições que reproduziram o trabalho experimental de Delorme *et al.*, (2009) e Kishiev *et al.*, (2006). Há de se comentar que Delorme e colaboradores (2009) também reproduziram o próprio experimento utilizando o método *SPH*. Provavelmente Gotoh *et al.*, (2014), assim como nós, validaram o seu modelo por meio da gravação do experimento físico encontrada no site do **Canal de Ensayos Hidrodinámicos - Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales de Madri*.

E nesta tese, conseguimos obter resultados semelhantes ao apresentado pelo pelos autores supracitados e reproduzimos com sucesso o trabalho experimental de Kishiev e colaboradores (2006), também citado por Gotoh *et al.*, (2014). Observou-se também que os trabalhos experimentais da equipe da *Naval Architecture Department da Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales (ETSIN), Technical of Universidade Politécnica de Madrid (UPM), Avda Arco de la Victoria, 28040 Madrid, Spain* tem sido utilizado para validação de vários modelos (DELORME *et al.*, 2009) (BRIZZOLARA *et al.*, 2009) (GOTOH *et al.*, 2014) (BULIAN *et al.*, 2014).

Figura 5. Representação geométrica do modelo físico do contêiner citado por Delorme et. al., 2005. Este modelo foi desenvolvido pelo departamento de Arquitetura Naval da Universidade Pontifícia de Madri – Espanha¹



Fonte: Canal de Ensayos Hidrodinámicos - Escuela Técnica Superior de Ingenieros Navales de Madri - <http://canal.etsin.upm.es/papers>.

¹ Link para os experimentos apresentado nos trabalhos de Delorme et. al., (2009); Gotoh et al., (2014) e nesta tese: <http://canal.etsin.upm.es/papers/SAOS2010/>

4.0 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Alguns cenários foram utilizados durante o estudo, nos quais o primeiro foi à análise do problema clássico da cavidade quadrada. A adimensionalização das equações da conservação da massa e de *Navier-Stokes* foi realizada para este problema e simulações foram realizadas para Reynolds igual a um. Em seguida, o problema da quebra de barragem foi testado e também o problema do *sloshing* para dimensões variadas da altura, comprimento e profundidade.

Uma contribuição importante remete-se ao tratamento do contorno. Originalmente este tratamento é feito utilizando partículas fantasmas onde uma força repulsiva oriunda do potencial de *Lennard-Jones* é aplicada a fim de evitar que as partículas atravessem o contorno. Durante a pesquisa no lugar da força de L-J, utilizamos a lei de Coulomb (equação 5) com a mesma finalidade. Os resultados corroboram com a técnica clássica.

$$F_i^{Coulomb} = \begin{cases} k \frac{|Q^a||Q^b|}{r^2} \hat{r}_i & , r^{ab} \leq r_o \\ 0 & , r^{ab} > r_o \end{cases} \quad (5a)$$

ou

$$F_i^{Coulomb} = \begin{cases} k \frac{|Q^a||Q^b|}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} (x^2 e_i + y^2 e_j + z^2 e_k) \\ 0 \end{cases} \quad (5b)$$

Onde $\hat{r}_i = \frac{r_i}{|r_i|}$ e $|r_i| = r$ e $r^{ab} = \|x_a^i - x_b^i\|$ e r_o é o raio de corte

Nos cenários envolvendo quebra de barragem e *sloshing* se atribuiu até duas camadas de partículas fantasma na construção do contorno.

Durante a formulação generalizada algumas hipóteses foram assumidas, tais como:

1. O Contêiner/tanque é rígido;
2. Fluido Newtoniano e viscoso

3. Movimento oscilatório horizontal da caixa para o caso do *sloshing* e nulo para a quebra de barragem e da cavidade;
4. O fluido é incompressível
5. Força de corpo nula para o caso da cavidade quadrada

4.1 ANÁLISE DE UM TANQUE PARCIALMENTE CHEIO POR UM FLUIDO VISCOSO.

A formulação matemática aplicada aos efeitos do *sloshing*, assim como a maior parte dos fenômenos naturais, se baseia em princípios fundamentais da física. Aplica-se aqui a leis da conservação da mecânica clássica. Felizmente as leis que regem fenômenos hidrodinâmicos podem ser expressas em termos de equações matemáticas, que, em suas formas mais gerais, são equações diferenciais parciais. Neste caso as equações que governam o fenômeno são as da conservação da massa e conservação do momento linear.

Equação da Conservação da massa:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (6)$$

Onde a derivada total do lado esquerdo da equação 6 representa a taxa de variação da massa específica de um volume que se move com um escoamento por unidade de volume; enquanto o termo após a igualdade é o fluxo de massa por unidade de volume. A expressão 6 possui uma incógnita: a massa específica ρ

Equação da Conservação do Momento Linear:

$$\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (7)$$

$$\text{Onde } \tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2\mu}{3} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \quad (8)$$

Onde P ($\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$) é a pressão; μ ($\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}$) a viscosidade cinemática; F_i forças externas; e o primeiro termo após igualdade é a força de superfície devido à pressão por unidade de massa e o segundo termo é a força de superfície devido à tensão cisalhante (ou devido à viscosidade) por unidade de massa; e finalmente, g_i é à força de corpo por unidade de massa.

A expressão 7 é constituída por 4 equações e duas incógnitas: três componentes da velocidade e a pressão. E, ainda uma equação de estado (equação 23, por exemplo) se faz necessária para determinar a pressão em função da massa específica.

4.2. SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS

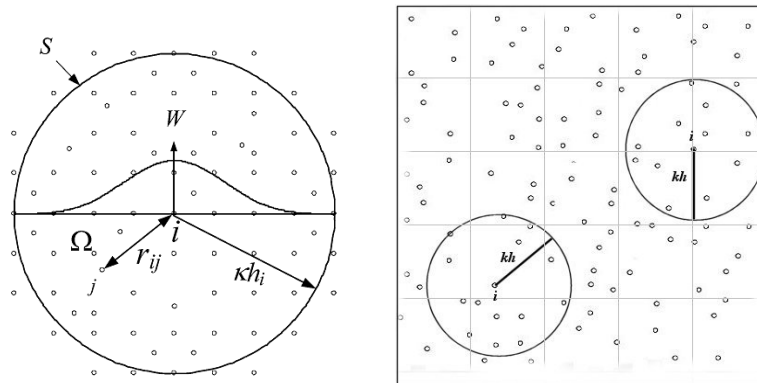
O *Smoothed Particle Hydrodynamics* – *SPH* – foi proposto por Lucy *et. al.*, (1977) e Gingold & Monaghan (1977), os quais apresentaram uma técnica baseada no conceito de núcleo reprodutor (*kernel*). Pretendia-se inicialmente modelar fenômenos astrofísicos e que posteriormente foi estendido a problemas diversos dentro do âmbito da mecânica do contínuo, sendo que preliminarmente o aplicava a fluidos compressíveis.

A filosofia do *SPH* está na interpolação integral onde do ponto de vista computacional representa-se o fluido como um conjunto de partículas evoluindo com a velocidade do escoamento. Sendo assim, o processo de descrição de um fenômeno através deste procedimento ocorrerá inicialmente com a escolha e discretização de um domínio, onde as equações diferenciais parciais (EDPs) são definidas. Em seguida é realizada uma aproximação através de uma função *kernel* W (ou função de suavização), representando um conjugado de pontos, a fim de gerar um conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDOs) numa forma discreta dependentes do tempo, onde as variáveis são atualizadas utilizando um algoritmo de integração explícita.

Agora, a resolução pelo método pode ser facilmente alcançada para variáveis como a massa específica. As referidas partículas têm uma distância espacial e a influência entre elas é limitada por uma propriedade geométrica conhecida como comprimento de suavização “ h ” - ver figura 6. As propriedades físicas de uma partícula fluidas

(velocidade, massa específica e pressão, por exemplo) podem ser calculadas por este método e "suavizadas" pelo kernel – supracitado. A aplicação fundamental da função núcleo no método *SPH* está em determinar como as grandezas físicas são avaliadas em uma posição genérica no espaço. Isto significa que qualquer quantidade física em qualquer posição pode ser obtida pela soma de todas as propriedades das partículas que se encontram dentro do domínio de influência do kernel (CHANLOTIS, 2000, p. 71).

Figura 6 – A circunferência representa o domínio de suporte da partícula i . Observa-se que r_{ij} é a distância entre a partícula i e uma partícula j , situadas numa região que compreende a superfície S , onde raio de suporte kh limita o domínio de suporte Ω . Fonte: Adaptado de Paiva Neto, 2003.



Em resumo, o *SPH* é um método numérico que utiliza ferramentas lagrangianas associadas à técnica de malhas livres, discretizando o domínio em um conjunto de partículas para descrever o estado de um fluido. Didaticamente falando, é como se inseríssemos traçadores em amostra de fluidos para definir a trajetória das partículas fluidas. A diferença é que agora podemos tentar prever a posição da partícula em qualquer instante ou intervalo de tempo.

E a elaboração da formulação matemática passa pelo método kernel em conformação com a distribuição delta de Dirac e suas propriedades.

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x') \delta(x - x', h) dx' \quad (10)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \int_{\Omega} W(x - x', h) dx' = \int_{\Omega} \delta(x - x') dx' \quad (11)$$

Como este método pode ser representado por um número finito de partículas que possuem massa e ocupam um volume no espaço, pode-se então buscar uma aproximação da integral:

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (12)$$

A partir daí, com as devidas manipulações algébricas, alcança-se a aproximação discretizada da formulação básica do método *SPH* (Liu e Liu, 2003 p.42) (Liu, 2010):

$$\langle f(x^a) \rangle = \sum_{b=1}^N \frac{m^b}{\rho^b} f(x^b) W(x^a - x^b, h) \quad (13)$$

Equação (13) afirma que o valor aproximado de uma função em a é encontrado utilizando a média ponderada dos valores da função em todas as partículas no domínio de suporte da partícula a . Essa tarefa é realizada por intermédio da função de suavização W . O domínio suporte é delimitado por uma variável chamada comprimento de suavização h . A variável h multiplicada por um fator de escala define quais partículas vizinhas b exercerão influência sobre as propriedades da partícula de referência a .

E a derivada espacial de um campo de função qualquer é dada por:

$$\left\langle \frac{\partial f(x^a)}{\partial x_i^a} \right\rangle = \sum_{b=1}^N \frac{m^b}{\rho^b} f(x^b) \frac{\partial W^{ab}}{\partial x_i^a} \quad (14)$$

onde

$W^{ab} = W(x_a - x_b, h)$ é a função peso de suavização ou *kernel* ou função núcleo e nesta tese foi utilizada a função *spline* cúbico (Monaghan 1992) (Liu & Liu, 2003 P. 64). A formulação *SPH* e suas variantes para o divergente e gradiente é amplamente difundida na literatura (LUCY, 1977) (MONAGHAN & KOCHARYAN, 1995) (LIU & LIU, 2003, 2009) (PAIVA NETO, 2007).

De modo que as equações de balanço aplicadas ao método *SPH*, são as equações 16 e 17, onde estas representam a forma compacta das equações da conservação da massa (eq. 06) e *Momentum* (eq.07).

$$\rho^a = \sum_{b=1}^n m^b W(x^a - x^b, h^b) \quad (15)$$

$$\frac{D\rho^a}{Dt} = \rho_a \sum_{b=1}^n \frac{m^b}{\rho^b} (u_i^b - u_i^a) \frac{\partial W^{ab}}{\partial x_i^a} \quad (16)$$

$$\frac{Du_i^a}{Dt} = - \sum_{b=1}^n m^b \left(\frac{P^a}{(\rho^a)^2} + \frac{P^b}{(\rho^b)^2} \right) \frac{\partial W^{ab}}{\partial x_i^a} + \sum_{b=1}^n m^b \left(\frac{\mu^a \varepsilon_{ij}^a}{(\rho^a)^2} + \frac{\mu^b \varepsilon_{ij}^b}{(\rho^b)^2} \right) \frac{\partial W^{ab}}{\partial x_j^a} + g_i \quad (17)$$

A equação 15 é a forma direta para o cálculo da massa específica ρ , ou seja, a aplicação da formulação básica do método *SPH*, e a equação 16 é a forma indireta, calculada a partir da equação da continuidade para massa. A equação 17 representa a conservação da quantidade de movimento linear. As variáveis μ e ε_{ij} são a viscosidade dinâmica e o tensor taxa de deformação e P a pressão e g_i a força externa. Outras variantes da derivada da função podem ser consultadas na literatura LIU & LIU (2003).

4.2.1. Um parêntese

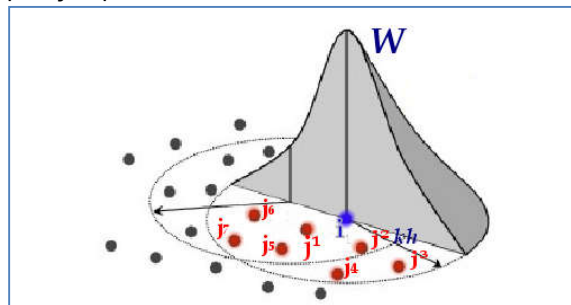
Uma das dificuldades de quem está iniciando o estudo em *Smoothed Particle Hydrodynamics* é relacionar a convolução geradora da função aplicada à distribuição delta de Dirac – equação 10 - com a uma função de suavização ou função peso, que é chamada de *Kernel* – equação 11 (para melhor compreensão consultar LIU & LIU 2003).

Como pré-requisito é preciso conhecer a papel do domínio de suporte e o que vem a ser uma função de suavização. Dito isso, vamos tratar o assunto de forma lúdica e aproveitaremos o ensejo para apresentar a fundamentação da *Teoria das Parcerias*.

Consideremos um conjunto de empresas que atuam no mesmo segmento – que chamaremos de partículas j . Estas empresas estão situadas em uma ilha chamada

domínio de suporte - que é vizinha de outras ilhas com características semelhantes; digamos que um cliente em potencial deseje comprar um produto fornecido por estas empresas, cujo estoque é limitado. No entanto, o cliente deseja adquirir um volume que elas não possuem individualmente e para suprir à demanda as empresas precisariam formar parcerias. Contudo, estas firmas, outrora se encontravam em constantes desacordos devido à competição de mercado. Por sorte na ilha havia um agente mediador chamado *Kernel*, que possui experiência em reduzir ou suavizar ruídos. Desta maneira, num curtíssimo espaço, o *Kernel* foi responsável por aproximar as empresas j do sucesso i . Onde j pode ser entendido, também, como o sucesso individual de cada empresa dentro do domínio de suporte. O que significa que o resultado obtido em i , ou seja, o sucesso dependerá das parcelas obtidas em j .

Figura 7 – Parcerias entre empresas j podem ser representadas pelo método *Smoothed Particle Hydrodynamics*, onde o sucesso i está na interpolação por meio de W .



Fonte: Adaptado de Raymond *et.al.*, 2013.

Sendo assim, para que todas as empresas alcance o sucesso i é necessário que o Kernel W (a função peso) junte os valores individuais de cada empresa j e realize uma média ponderada entre os participantes; e agora os valores encontrados i representam uma totalidade que depende da contribuição de cada empresa j .

4.2.2 Fatores de correção no método *SPH*: *XSPH* e Viscosidade Artificial

O processo de interação entre as partículas no método *SPH*, independentemente do algoritmo de busca utilizado, requer necessariamente o conhecimento do comprimento de suavização h . Em geral, o domínio de suporte circular, delimitado pelo comprimento de suavização, pode comportar até 21 partículas quando aplicada a duas dimensões. Em casos como o problema da cavidade quadrada, esta

propriedade é tratada como constante e a busca entre as partículas é realizada a partir da média entre o comprimento de suavização da partícula de referência e sua vizinha de maneira que os erros de precisão são menores e previsíveis. Contudo, quando se deseja simular deformações abruptas, necessariamente se precisa usar um comprimento de suavização variável e os erros de precisão passam a serem maiores e não previsíveis; além disso, o algoritmo de busca requer mudanças, pois, para que a terceira lei de Newton seja respeitada, ao passo que a partícula de referência exerça influência sobre a partícula vizinha, a partícula vizinha deve exercer a mesma influência sobre a partícula de referência.

A importância desta variável pode ser mais bem entendida quando passamos analisar a forma básica do método *SPH*. Se atentarmos para expressão 13 fica claro que quanto maior a quantidade de b , ou seja, quanto maior o número de partículas na região delimitada por h , mais próximo da solução analítica estará a função. Como dito anteriormente, para o caso em que o comprimento de suavização seja constante, pode-se prever o número máximo de partículas no interior do subdomínio, mas ainda assim, não se pode garantir que domínio de suporte terá sempre 21 partículas, e esta flutuação pode acarretar resultados incoerentes com a física do problema.

Toda via algumas oscilações, referente às respostas a pressão dinâmica e difusão numérica, podem ser corrigidas ao usar a viscosidade artificial - equação 18.

Uma vasta quantidade de autores ao replicarem Liu & Liu (2003), afirmam que este artifício numérico (a viscosidade artificial – equação 18) pode eliminar a interpenetração entre as partículas do domínio (Liu & Liu 2003 p. 126) (Paiva Neto, 2003) (Vaca, 2014 p.57) (Ahmed *et al.*, 2016). Apesar da existência do termo u_i^{ab} que relaciona as velocidades das partículas de referência e sua vizinha mais próxima em comparação com o comprimento de suavização, aquela assertiva requer cuidado. Por isso, para testar o comportamento do escoamento sob a interferência dos fatores *XSPH* e Viscosidade Artificial nós construímos um experimento numérico com 10 x 10 partículas em uma cavidade quadrada 0.001m². Mapeamos uma partícula arbitrariamente (**p20**) e da mesma forma demos a ela uma velocidade de 1m/s e as demais partículas do domínio *setamos* com velocidade nula. A figura 8

mostra o resultado parcial da configuração na qual *não* foi usado nenhum dos dois fatores. A figura 9 mostra o comportamento do escoamento onde foi usado o *XSPH* e negligenciado a viscosidade artificial. Na figura 10 usamos a viscosidade artificial de desprezamos o *XSPH*. E na figura 11, usamos os dois fatores.

Figura 8 – Teste **sem** os fatores de correção. Neste teste a partícula de número 20 (p20) atravessa o domínio na direção horizontal, no sentido da esquerda para direita sem sofrer interferência ou sem interferir nas partículas vizinhas.

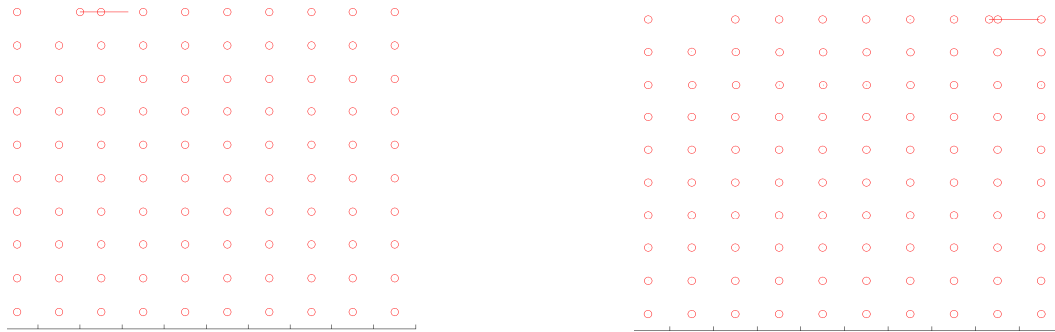


Figura 9 – Teste onde o *XSPH* foi usado, e a viscosidade artificial desprezada. As partículas vizinhas a p20 por meio de uma média ponderada ganham velocidades diferente de zero. Qualquer partícula sob o domínio de influência de p20 tem a sua velocidade somada e posteriormente atualizada por intermédio da equação 21. Este fator funciona como um “reagrupador” das partículas.

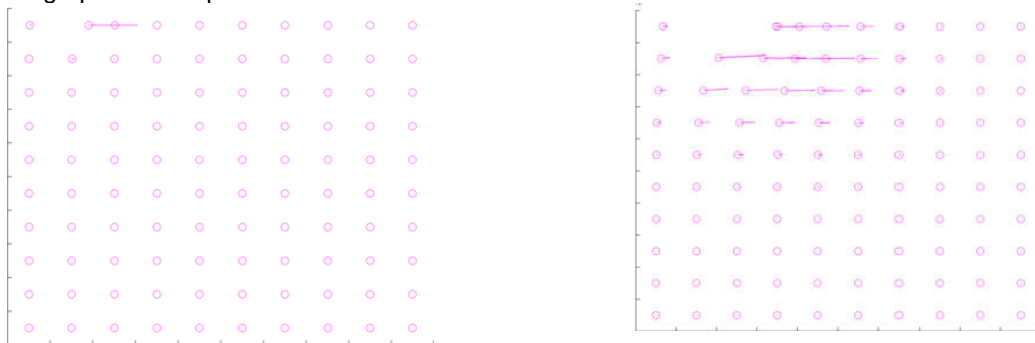
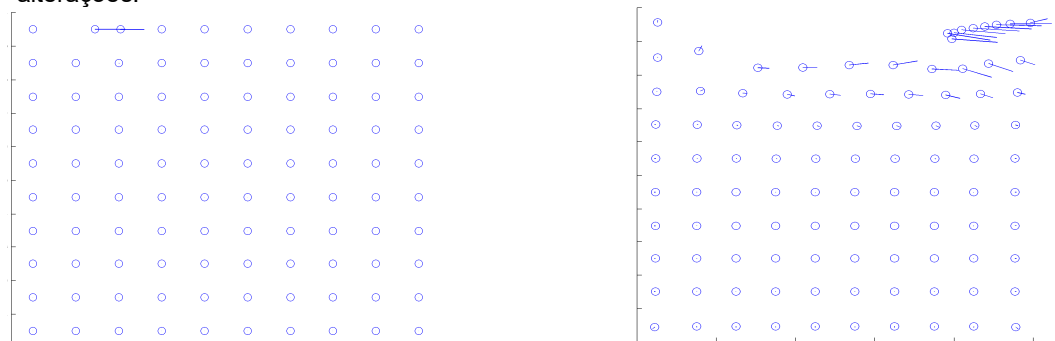
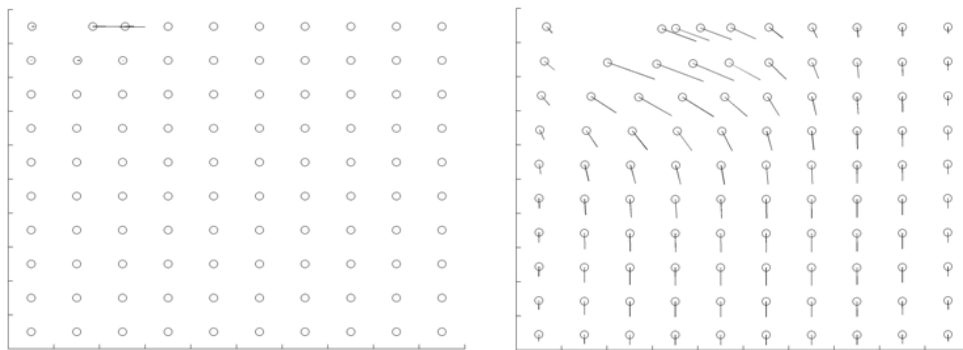


Figura 10 – Uso da viscosidade artificial e ausência do *XSPH*. Assim como no exemplo anterior, a interação entre as partículas ocorrem a uma distância h que atua como um campo de interações. Ao contrário da figura 11, aqui os sentidos das partículas sofrem alterações.



A figura 10 mostra o uso da viscosidade artificial e ausência do *XSPH*. Sempre que o produto escalar entre a velocidade relativa e a distância relativa for negativo ou nulo este fator é ativado. O termo expresso pela equação 19 possui unidade de velocidade e mostra a relação da velocidade relativa entre as partículas vizinhas com o comprimento de suavização. Isto implica em dizer que as partículas que permanecem no domínio de influência e estão sob a condição imposta pela equação 18 irão receber momentum por intermédio do balanço na qual estará inclusa a força devido à viscosidade artificial.

Figura 11 – Uso dos fatores de correção em conjugado. Ocorre uma redução mais significativa na energia cinética de p20 em comparação aos outros testes. Sempre controlada pelo comprimento de suavização as partículas sofrem alteração no sentido do movimento – determinado pelo deslocamento relativo x_i^{ab} .



Ainda sobre as “colisões” entre p20 e a suas vizinhas, é importante lembrar que em uma situação na qual fosse determinado um raio de corte para que uma partícula percebesse a presença da outra, a resposta à colisão deveria obedecer à lei de conservação da quantidade de movimento linear (ou momentum, se preferir). E como as partículas possuem massas iguais e o ângulo da primeira colisão foi 180 graus, a partícula p20 deveria tomar a posição inicial da partícula p30 que seguiria com a velocidade recebida durante a colisão e iria transferir para p40 e assim sucessivamente.

Sobre a interpenetração, a figura 9 do lado direito mostra duas partículas uma sobre a outra, onde os centros de massa estão muito próximos. Testes com 80x80 partículas mostram que em alguns momentos estes centros de massa podem coincidir. Deve-se salientar que Liu & Liu (2003) se basearam em Lattanzio *et. al.*, (1986); Monaghan (1989). No entanto, pode ter ocorrido um equívoco durante

interpretação já que Lattanzio *et. al.*, (1986), por exemplo, conclui (página 598) que “a viscosidade artificial REDUZ aproximadamente a penetração em um *comprimento de resolução*”. É provável que Liu & Liu (2003) tenham sido induzidos pelos testes com a microcavidade 40x40, onde ocorre sobreposição sem que os centros de massa coincidam (figura 12) ou pela afirmativa inicial de Monaghan (1989) que durante a introdução daquele trabalho assevera que “uma técnica para ELIMINAÇÃO da penetração e mistura em métodos de partícula como o *SPH* será PROPOSTA e estudada”. A técnica a qual ele se refere naquele momento era o *XSPH* que combinada à viscosidade artificial produziu os resultados publicados. Além disso, ao concluir (Monaghan 1989 p. 15), ele afirma que a técnica apresenta resultados relevantes quanto a PREVENÇÃO da interpenetração quando as duas técnicas são combinadas. Porém os resultados apresentados naquele trabalho são confusos, pois não fica claro se as partículas se sobrepõem ou se são borrões de impressão. O que é certo dizer é que há sim uma expressiva redução na interpenetração, mas não a eliminação total, mesmo porque, agora, estamos falando de um número pequeno de partículas. Para fechar, o trabalho de Nejad-Asghar *et. al.*, (2008) corroboram com a nossa tese. Naquela literatura os autores propõem uma modificação na viscosidade artificial, onde segundo eles, possui melhor efeito. No entanto, esta modificação não foi testada neste trabalho.

$$\Pi^{ab} = \begin{cases} \frac{\beta(\phi^{ab})^2 - 0.5\alpha(c_i + c_j)\phi^{ab}}{0.5(\rho_i + \rho_j)} & \text{se } u_i^{ab} \cdot x_i^{ab} < 0 \\ 0 & \text{se } u_i^{ab} \cdot x_i^{ab} > 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$\phi^{ab} = \frac{0.5(h^a + h^b)u_i^{ab} \cdot x_i^{ab}}{|x_i^{ab}|^2 + [0.1(h^a + h^b)]^2} \quad (19)$$

FIGURA 12 – Acumulo de partículas no canto superior esquerdo e sobreposição entre os raios no problema da microcavidade com 1600 partículas e Reynolds igual a um e uso da viscosidade artificial. Ressalta-se que os centros de massa não coincidiram, no entanto houve overlap entre as partículas.

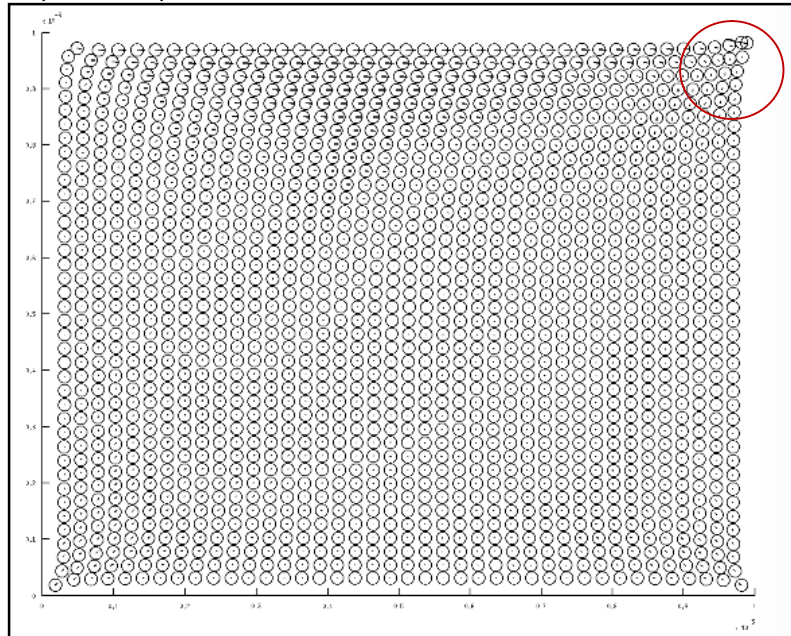
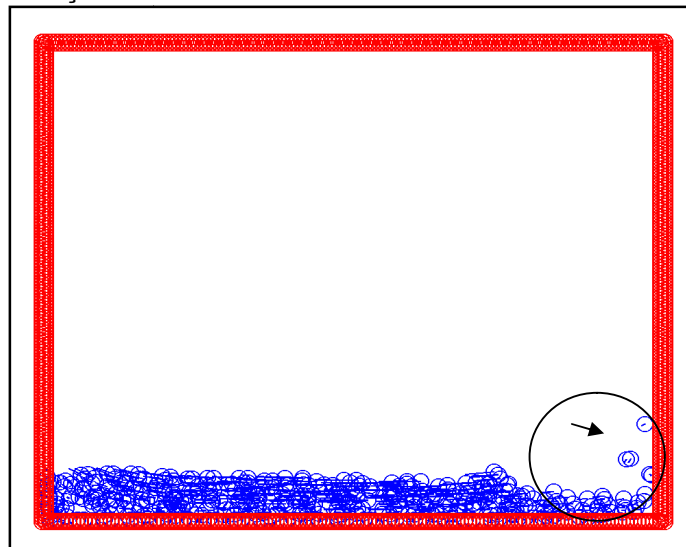


FIGURA 13 – Sobreposição das partículas na simulação do sloshing em dimensões macro com 1600 partículas e uso da viscosidade artificial o do XSPH. Ao contrário dos resultados da figura 12, neste experimento, surgiram resultados não físicos como a sobreposição dos centros de massas entre partículas mesmo com o uso dos fatores de correção. Neste teste foi usada a força de Lennard-Jones



A expressão 18 (que deve ser adicionada à equação 17) é influenciada pela celeridade do som c e pelo quadrado da distância relativa entre as partículas e

principalmente pelo comprimento de suavização h . Quanto maior a distância entre as partículas, mais próximo de zero estará à equação 19. E como h limita a região de interação, qualquer partícula que esteja a uma distância superior a h não produzirá efeitos sob p20. Esta é uma propriedade característica das funções de suavização (kernel) conhecida como “Suporte Compacto” e que também pode e deve ser aplicada a viscosidade artificial.

Sob o aspecto do balanço, sendo a viscosidade artificial um fator de correção, a flutuação deste valor ocorre no sentido inverso da flutuação da equação 17 e este balanço ocorre por intermédio das relações supracitadas.

Ainda de acordo com Vasco (2014) p.73, em escoamentos de fluidos incompressíveis o uso do termo $\beta(\phi^{ab})^2$ é desnecessário, já que foi adicionado à equação 18 com a finalidade de evitar a interpenetração das partículas em simulações com alto número de Mach e justifica a sua afirmação sob a leitura dos trabalhos de Monaghan & Kos, (1999). De maneira independente, realizamos testes a respeito. Os resultados estão expostos na seção 5 e 6 onde mostramos que o termo $\beta(\phi^{ab})^2$ pode melhorar a morfologia do perfil do escoamento (Quebra de barragem) e também reduzir a flutuação da pressão (*sloshing*) em escoamentos de fluidos incompressíveis.

Em consideração as dimensões do termo $u_i^{ab} \cdot x_i^{ab}$, este possui unidade de viscosidade dinâmica. Já o comprimento de suavização h inicial (nesta Tese) é dado pela razão $h = L / Np$, onde L é comprimento da cavidade ou da coluna de água ou do tanque e Np é o número de partículas na direção de L . E por isso, se h variar com Np ele será atualizado como função de ρ já que nos casos da quebra de barragem e *sloshing* aplicamos a equação da continuidade para o computo do comprimento de suavização (eq.20).

4.2.3 Sobre a busca pelas partículas vizinhas e o XSPH

Um pseudocódigo pautado no *SPH* (cujo domínio é limitado) deve além de definir as condições iniciais, estabelecer as partículas do contorno e realizar a busca das partículas vizinhas (nesta tese usamos o algoritmo de busca direta “*Aldair search*” –

ver Liu & Liu 2003 p. 143) e escrever a função de suavização (kernel) e calcular a sua derivada. O passo seguinte é calcular o comprimento de suavização. Durante a primeira iteração o comprimento de suavização recebe um valor arbitrário – já mencionado anteriormente, que em geral corresponde à distância inicial entre as partículas e isso é necessário para definir o comupto da massa específica ou pela equação 15 ou pela equação 16. Reiterando que neste instante ($t=0$) ainda é possível garantir 21 partículas no interior do subdomínio, o que permite prever o valor da massa específica ρ até o passo posterior $h = h(\rho(t))$.

$$\frac{dh^a}{dt} = - \left(\frac{h^a}{2\rho^a} \right) \frac{d\rho^a}{dt} \quad (20)$$

E neste caso, primeiro o valor da massa específica ρ é computado conhecendo os valores iniciais de h (equação 16) e o comprimento de suavização é atualizado pela equação 20 como última tarefa antes da próxima iteração.

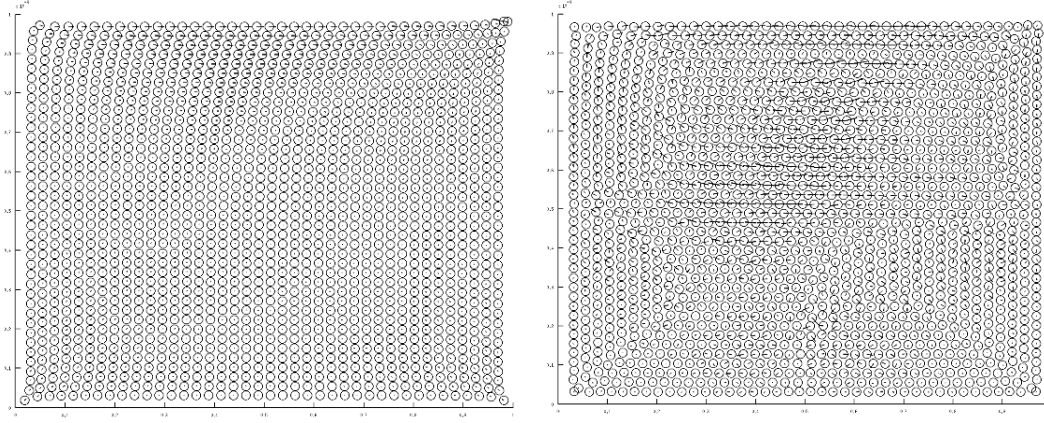
Ocorre que após algumas iterações as partículas seguem de forma desordenada, pois as velocidades das partículas fluidas (do fluido incompressível) da mesma camada passam a ter velocidades discrepantes e acabam por se sobrepor uma as outras ou se distanciam grotescamente (figura 14). Por esta razão que Monaghan (1987) propôs a correção *XSPH*, que recalcula a velocidade. Já exemplificamos (figuras 9 e 11) que a técnica *XSPH* inclui a contribuição de partículas vizinhas na média das celeridades, e, portanto, faz com que o movimento das partículas de referência esteja a uma velocidade próxima da média entre velocidade das partículas vizinhas, e com isso, quando aplicada aos escoamentos incompressíveis, pode manter as partículas mais ordenadas. Além disso, torna-se eficiente no tratamento de interfaces já que a velocidade média das partículas na fronteira é usada para controlar a velocidade local. No caso da superfície livre, por exemplo, a partícula da camada mais externa sofrerá e realizará influência nas/das partículas das camadas abaixo, que em geral possui velocidades menores. Em movimentos violentos, esta tarefa pode reduzir discontinuidades não físicas no perfil do escoamento.

$$\frac{dx_i^a}{dt} = u_i^a + \varepsilon \sum_b \frac{m^b}{\bar{\rho}^{ab}} (u_i^b - u_i^a) W^{ab} \quad (21)$$

$$\bar{\rho}^{ab} = 0.5(\rho^b + \rho^a) \quad (22)$$

Está claro que o *XSPH* sofre influência da função peso (kernel) W^{ab} e consequente, do comprimento de suavização. Além do mais, em uma fronteira com velocidade nula as condições de não deslizamento devem ser obedecidas de modo que naquela região $u_i^b = u_i^a = 0$ e a equação 21 toma valor nulo.

FIGURA 14 – Lado esquerdo, uso do *XSPH* enquanto lado direito a não aplicação do fator de correção *XSPH* para o problema da cavidade 40x40 partículas.



Da mesma forma que β e α da equação 18, ε também é um fator de correção pouco explorado. Para o problema da cavidade, por exemplo, usou-se $\varepsilon = 0.3$ e $\beta = 1.0$ e $\alpha = 0.01$; para o problema da quebra de barragem se usou $\varepsilon = 0.1$ e $\beta = 0.0$ e $\alpha = 0.3$ e para o *sloshing* $\varepsilon = (0.0);(0.1);(0,05)$ e $\beta = (0.0);(1.0)$ e $\alpha = (0.1);(0.01);(0.2)$. Alguns testes revelaram que estes fatores podem variar com o número de partículas e com a distância inicial entre elas e com a celeridade do som. Até o presente, não foram encontrados trabalhos conclusivos a este respeito e os valores utilizados durante a simulação foram obtidos por erro e tentativa.

4.3. COMPRESSIBILIDADE ARTIFICIAL

O método *SPH* genuíno foi desenvolvido para simular escoamentos de fluidos compressíveis. O movimento da partícula se dá por intermédio do gradiente de pressão, enquanto a pressão é uma função da massa específica da partícula e a energia interna é calculada com o uso da equação de estado para o gás. No entanto, aquela equação de estado produz resultados inconsistentes se aplicada a

fluidos incompressíveis, a não ser que o passo de tempo utilizado durante a simulação seja extremamente pequeno, o que tornaria o modelo computacionalmente caro.

Desta forma, somos obrigados, a lançar mão da técnica chamada “*weakly compressible SPH*”, que faz uso da equação de Tati (com exceção do *Incompressible SPH* – ver Cummins e Rudman 1999; Ellero et. al, 2007; Lind et. al, 2012) para tratar o fluido como quasi-incompressível, onde a pressão do fluido é uma função explícita da massa específica fazendo que o gradiente desta função exerça influência sobre o movimento da partícula (COLE 1948 p. 44; BATCHELOR 1967 p. 57).

$$P = \frac{c_o^2 \rho_o}{\gamma} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_o} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (23)$$

O termo $\frac{c_o^2 \rho_o}{\gamma}$ possui unidade de pressão e controla a flutuação da massa específica $\frac{|\nabla \rho|}{\rho_o}$, onde ρ_o é a massa específica de referência e γ é uma constante algébrica obtida a partir da função de Riemman (COLE 1948 p 43). O termo no interior dos colchetes é adimensional.

E ainda $\frac{|\nabla \rho|}{\rho_o}$ é proporcional ao quadrado do número de Mach (COLE 1948 p.44)

(BECKER & TESCHNER 2007 p.3):

$$\frac{|\nabla \rho|}{\rho_o} \sim \frac{u^2}{c_o^2} \quad (24)$$

Onde u é o módulo da velocidade do escoamento.

Para garantir o estado de quasi-incompressível a equação 24 deve possuir valor inferior a 0.01 (1% da massa específica), o que significa que a velocidade do som de referência c_o deverá ser muito maior que a velocidade do escoamento. E de acordo com Monaghan (1994), pode-se estimar a velocidade máxima do escoamento como $u = \sqrt{2gH}$, onde $g = |g_i|$ e H é a altura da coluna de fluido. Ou seja:

$$u^2 = 2gH \quad (25)$$

Se $\frac{|\nabla\rho|}{\rho_o} \approx 0.01$ e $\frac{|\nabla\rho|}{\rho_o} \sim \frac{u^2}{c_o^2}$, então

$$\frac{u^2}{0.01} \approx c_o^2 \quad (26)$$

Substituindo 25 em 26, tem-se:

$$c_o \approx \sqrt{\frac{2gH}{0.01}} \quad (27)$$

4.4. CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

As condições iniciais envolvem funções temporais e no trabalho em questão, a equação governante da conservação do movimento linear se aplica a velocidade da partícula fluida $u_i(x_1, x_2, x_3, t)$ e elevação da superfície livre $\eta(x_1, x_2, t)$ em $t = t_o$, onde t_o é o tempo inicial.

Para o caso do *sloshing*, considera-se inicialmente que o tanque está em repouso. A superfície do fluido está na horizontal e em relação às coordenadas O está em $x_2 = h$. Desta forma no instante de tempo $t = 0$, tem-se:

$$u_i(x_1, x_2, x_3, 0) = 0 \text{ e } \eta(x_1, x_2, 0) = 0 \quad (28)$$

A imposição das condições de contorno de superfície livre, incluindo a condição de fronteira cinemática e dinâmica diferem do tratamento dado a métodos eulerianos. Em métodos lagrangianos de partículas a condição cinemática é diretamente satisfeita, enquanto que a condição dinâmica é implementada através da regulação da pressão nula sobre as partículas da superfície livre (YANG *et. al.*, 2015).

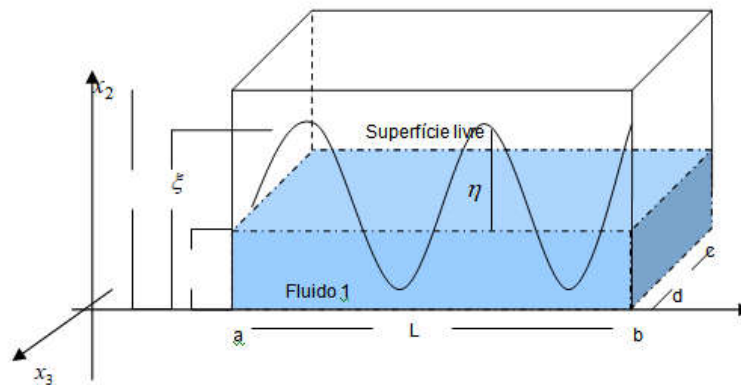
E se U_i corresponde à velocidade do contorno, então de acordo com equação da continuidade:

$$u_i(x_1, x_2, x_3, t) = U_i(x_1, x_2, x_3, t) \text{ sobre o contorno.} \quad (29).$$

A equação 29, expressa uma condição de contorno generalizada.

E no contorno fluido-sólido a continuidade da velocidade tangencial deve ser mantida e esta condição é conhecida como a de não-deslizamento. Neste caso, a tensão do fluido sobre o sólido pode ser desprezada (YEH 1994 p.13).

FIGURA 15. Comportamento da onda de sloshing se propagando no interior do tanque com velocidade u_i , onde L é a distância entre os pontos "a" e "b" e "d" a distância entre os pontos "b" e "c".



5.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 COMPARAÇÃO ENTRE A FORÇA DEVIDO AO POTENCIAL DE LENNARD-JONES E A FORÇA DE COULOMB

A maioria das literaturas em *SPH* – estudadas - costuma tratar o contorno com a utilização de partículas virtuais (partículas fantasmas). Estas partículas são “*setadas*” ao redor do domínio. Atribui-se a elas uma força repulsiva cuja finalidade é evitar a interpenetração. Classicamente a força repulsiva utilizada provém do potencial de *Lennard-Jones*, bastante empregado em dinâmica molecular.

É importante ressaltar que apesar do potencial de Lennard-Jones possuir, naturalmente, uma explicação física, durante o tratamento do contorno em *SPH* a natureza desta força é puramente numérica, pois o potencial L-J é um modelo matemático que representa a interação entre moléculas neutras que compõe a mesma substância (Chiquito *et. al* 1999) e em nosso caso, estamos falando de um líquido interagindo com um sólido, onde, obviamente em situações reais, as massas específicas e viscosidades e outras propriedades entre o contorno e fluido são distintas. Portanto as moléculas do sólido e do fluido não se correlacionam fisicamente com este tipo de energia.

$$Y_i = \begin{cases} D \left[\left(\frac{r_o}{r^{ab}} \right)^{p_1=12} - \left(\frac{r_o}{r^{ab}} \right)^{p_2=4} \right] \frac{x_i^{ab}}{(r^{ab})^2} & , r^{ab} \leq r_o \\ 0 & , r^{ab} > r_o \end{cases} \quad (30)$$

$$x_i^{ab} = x_i^a - x_i^b \quad (31)$$

$$r^{ab} = \|x_a^i - x_b^i\| \quad (32)$$

A equação 32 descreve a força derivada do potencial de L-J. o coeficiente D é o potencial de poço ou a profundidade do potencial de poço. r_o é a distância (finita) em que o potencial entre duas moléculas é zero. O potencial “onde $r^{ab} = r_{\min}^{ab}$ ” corresponde à posição de equilíbrio estável. E as energias negativas correspondem aos átomos ligados formando moléculas (energias discretas) enquanto que as energias positivas formam um contínuo e correspondem às moléculas dissociadas

(átomos separados)” (Chiquito *et. al.* 1999). E o termo onde $k=12$ representa o termo de repulsão, enquanto o termo negativo onde $k=4$ descreve a atração.

Visto isso, a dificuldade em implementar Lennard-Jones está em calibrar os parâmetros D e k . Apesar do Liu & Liu (2003) afirmarem que esta técnica é amplamente usada em Dinâmica Molecular, não foram encontrados, até o presente um estudo direcionado destas variáveis ao método *SPH*, muito embora Monaghan (1994) apresente a relação $D = gH/h$ em que H e h são a altura da coluna de fluido e o comprimento de suavização, respectivamente, não se pode utilizar esta expressão em configurações diferentes daquela apresentada em seu trabalho para o problema da quebra de barragens. Um teste simples para o problema da cavidade demonstra que esta relação é sem efeito.

Uma alternativa a força oriunda do potencial de Lennard-Jones, apresentada nesta Tese é a força de Coulomb - equação 5 - que assim como a técnica clássica L-J, tem a finalidade única e exclusiva de manter as partículas no interior do domínio delimitado pelas partículas fantasma. Semelhantemente ao caso anterior, a polarização (ou neutralização) possui a mesma natureza das partículas fantasma, ou seja, virtual e numérica, e por isso não permite discussão física. E a vantagem em relação a L-J está em quatro pontos:

(1) Fácil calibração e há relação física com o fluido de trabalho para o caso da constante elétrica (apesar da natureza numérica) e isto facilita a determinação deste parâmetro onde a variação do valor se mostrou independente da geometria do problema, o que não ocorre de forma direta para o caso de L-J que além do potencial de poço necessitar calibração em alguns problemas, os termos associativos são polinômios de ordem elevada;

(2) está no âmbito da mecânica clássica o que a torna a constante elétrica um parâmetro determinístico ao invés de probabilístico - que é o caso do poço de potencial;

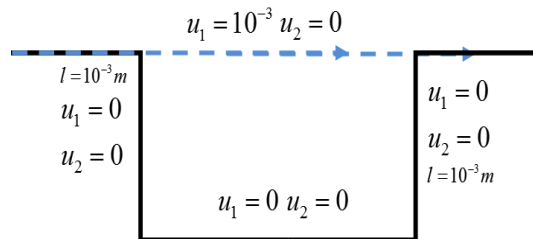
(3) possui equivalência com as forças de campo da mecânica clássica, podendo ser facilmente implementada;

5.1 CAVIDADE QUADRADA

A primeira configuração para resolução do problema da cavidade envolveu 1600 pontos (partículas) em uma distribuição inicial uniforme de 40×40 . A distância entre as partículas dx no tempo igual a zero é de $l/40 = 2.5 \times 10^{-5}$, onde $l = 10^{-3} m$. O Comprimento de suavização é $h = 1.2dx$. A viscosidade cinemática e a massa específica possui valores de $\nu = 10^{-6} m^2/s$ e $\rho = 10^3 kg/m^3$ respectivamente. Os contornos são definidos a partir da técnica de partículas virtuais, onde neste caso possuem velocidades nulas nas laterais e no fundo. A velocidade do contorno superior (placa se movendo) é de $U_{top} = 10^{-3} m/s$. A segunda configuração envolveu o mesmo número de partículas, porém, as equações de governo foram adimensionalizadas. A simulação obedecendo a adimensionalização considerou a cavidade sendo 1×1 e a massa específica típica $\rho_T = 10^3 kg/m^3$ e $\rho = 1$.

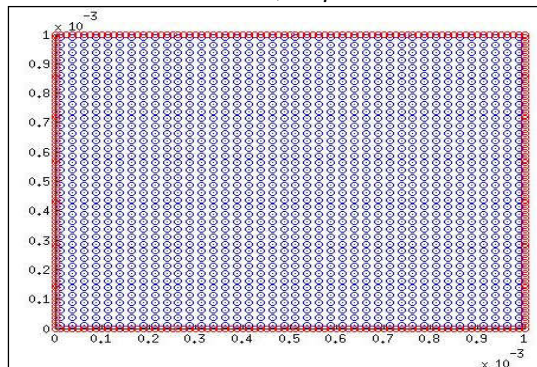
A figura 16 apresenta o modelo e as condições de contorno adotadas.

Figura 16 – Configuração do problema da cavidade quadrada com tampa deslizante. Pode ser comparada a uma cavidade em um leito de rio ou em um canal. A região superficial (linha descontínua) é representada por uma tampa deslizante que transfere quantidade de movimento para o fluido no interior da cavidade.



5.1.1 Cavidade Quadrada dimensional

Figura 17. Distribuição inicial da partícula cavidade dimensional. Em vermelho as partículas virtuais. Em azul, as partículas do domínio.



Figuras 18. Linhas de correntes. Em azul, força de Coulomb. Em vermelho, força L-J. Reynolds igual a 1. Vórtex centrado em $x=0.5$ e $y = 7,3$.

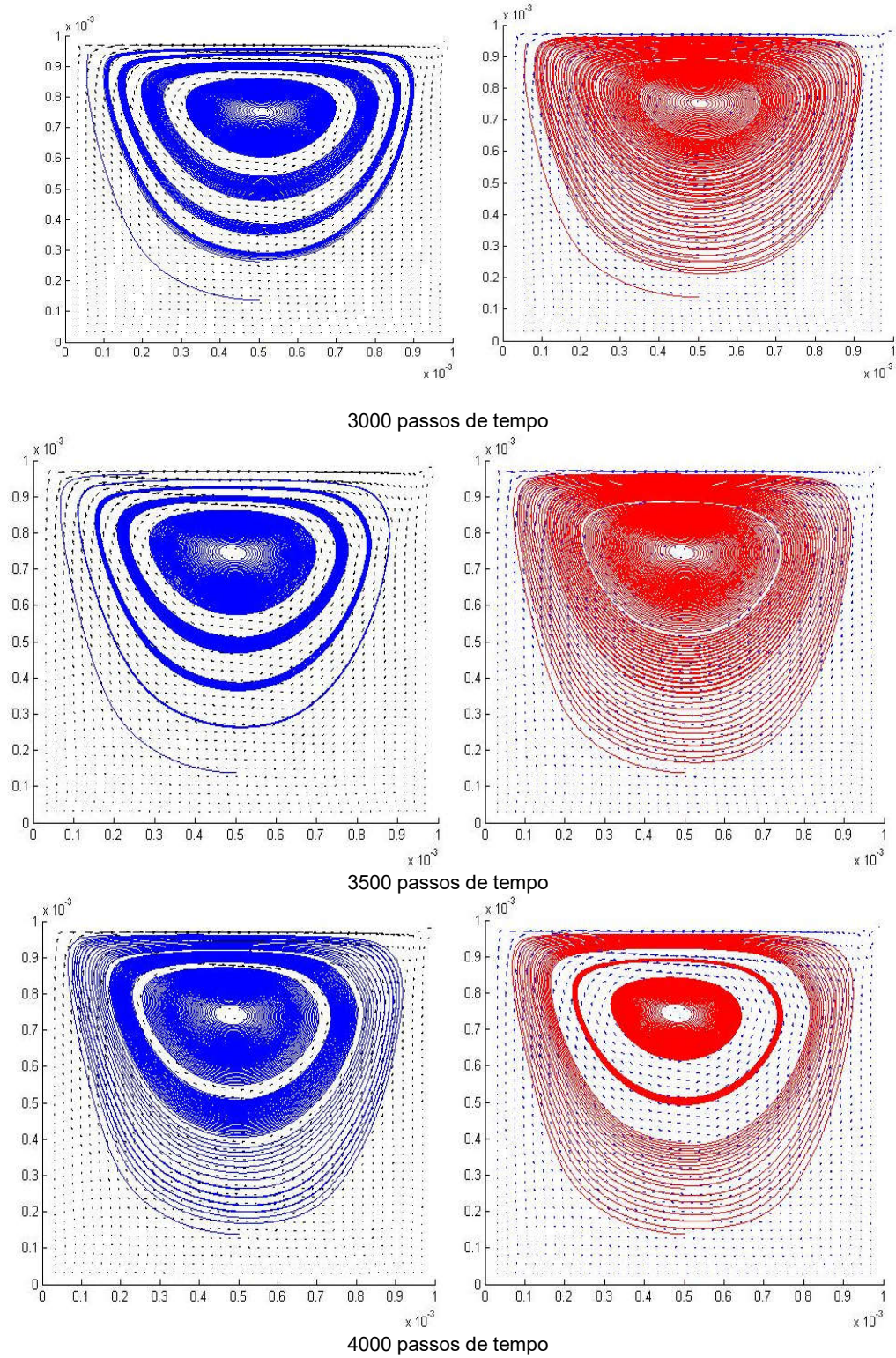
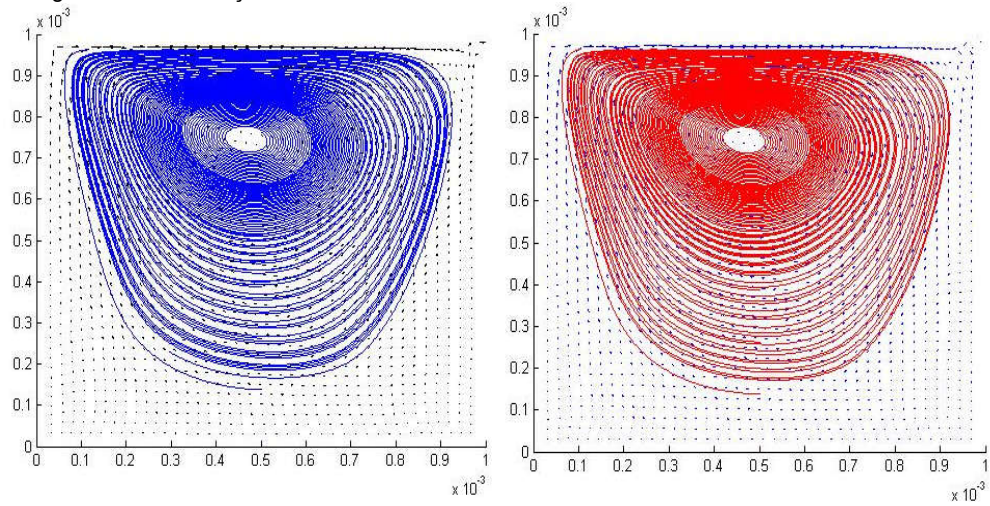
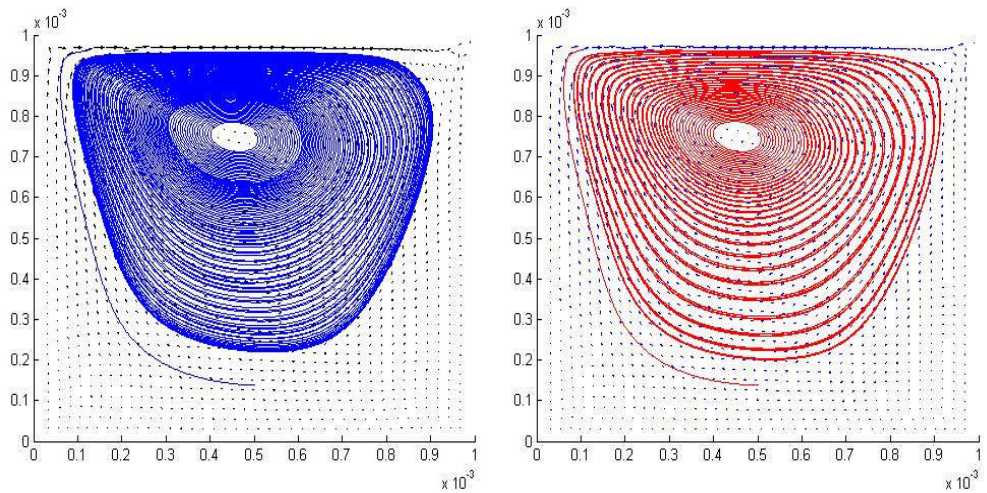


Figura 18 - continuação

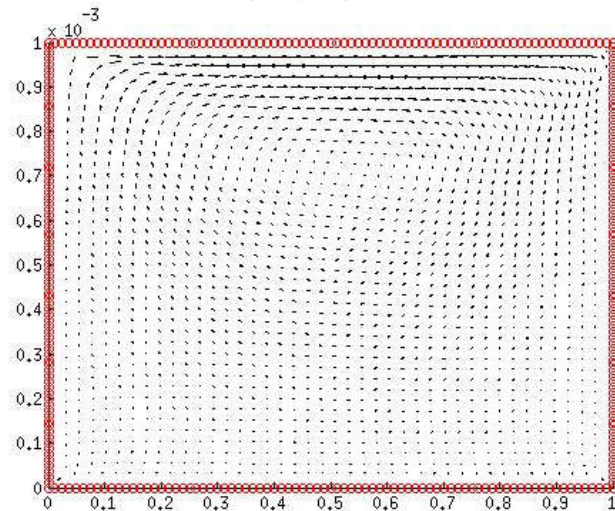


4500 passos de tempo



5000 passos de tempo

Figura 19. Representação vetorial. Relação entre os vetores velocidade e posição para Reynolds igual a 1.



5.1.2 Cavidade Quadrada adimensional

As equações de governo a na forma adimensional são:

$$\frac{D\rho^*}{Dt^*} = -\rho^* \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} \quad (33)$$

$$\frac{Du_i^*}{Dt^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial \tau_{ij}^*}{\partial x_j^*} \quad (34)$$

$$\frac{1}{\text{Re}} = \frac{\mu}{u_T L \rho_T} \quad (35)$$

$$P^* = \frac{P}{\rho_T u_T^2} \quad (36)$$

$$\tau_{ij}^* = \mu \frac{u_T}{\tau_T L_T} \left(\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} + \frac{\partial u_j^*}{\partial x_i^*} \right) \quad (37)$$

Cujos parâmetros primários de adimensionalização adotados são:

$$x_i^* = \frac{x_i}{L_T} \quad t_T = \frac{L_T}{u_T} \quad t^* = \frac{L_T}{t_T u_T} \quad u_i^* = \frac{t_T u_i}{L_T} \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_T}$$

Figura 20. Problema da cavidade. Reynolds 1. A paleta de cores descreve a magnitude do vetor velocidade. Em (a) sistema onde as equações foram adimensionalizada. Em (b) forma dimensional

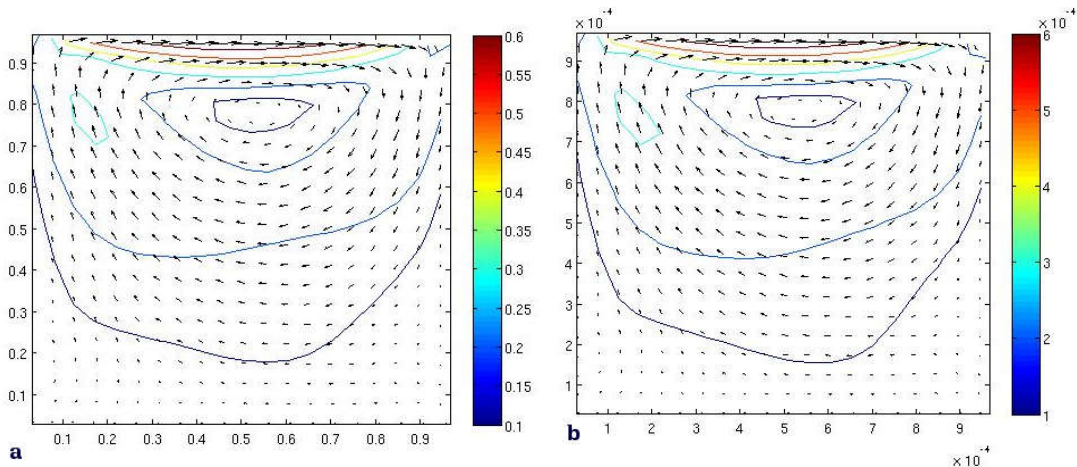
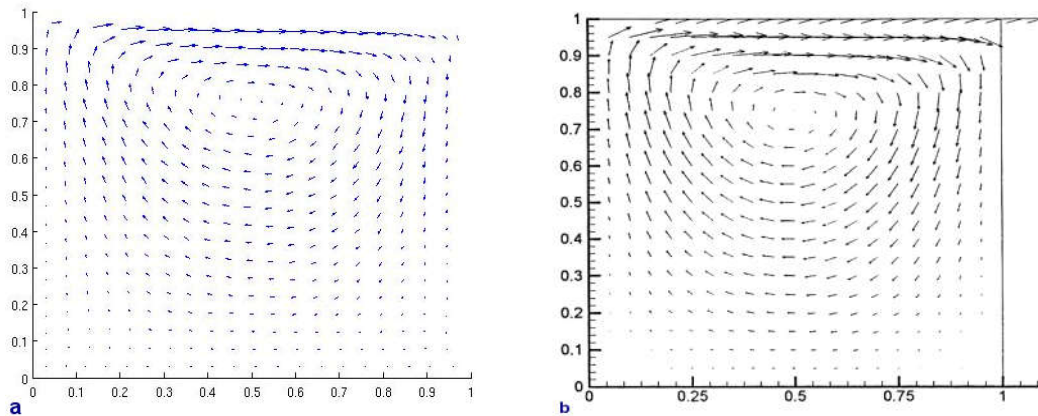


Figura 21. Problema da cavidade. Reynolds 1. Em a) caso estudo utilizando o método SPH desta tese. Em b) simulação do problema da cavidade utilizando elementos de contorno modificado - Dual reciprocity BEM (DRBEM) - (Eldho & Young 2001)



5.2 QUEBRA DE BARRAGEM

Uma revisão bibliográfica sobre o tema “quebra de barragem”, seria interessante e extremamente valiosa, porém, o objetivo desta Tese se concentra no *sloshing*, e por isso, a atenção ao problema da quebra de barragem se restringiu ao trabalho de Monaghan (1994) e ao trabalho experimental de Cruchaga *et. al.*, (2005) que na ocasião usaram água e shampoo durante os testes. Esta parte do trabalho foi utilizada como ferramenta de testes para determinar uma relação apropriada para as constantes de correção. Devido a isso, durante o tratamento do contorno percebemos que o número de partículas virtuais produzem alterações no perfil do “*splash*” que é produzido durante o impacto do fluido com a parede (figuras 22 e 23). A técnica usada foi a de partículas fantasma em duas camadas onde estas possuem velocidade nulas durante toda a simulação e as condições iniciais e condição de contorno adotada seguem as equações 28 e 29 e a interface fluido superfície-livre é tratada com o *XSPH*. Tanto as força de Lennard-Jones quanto a de Coulomb apresentaram ótimas conformidades com o perfil do escoamento.

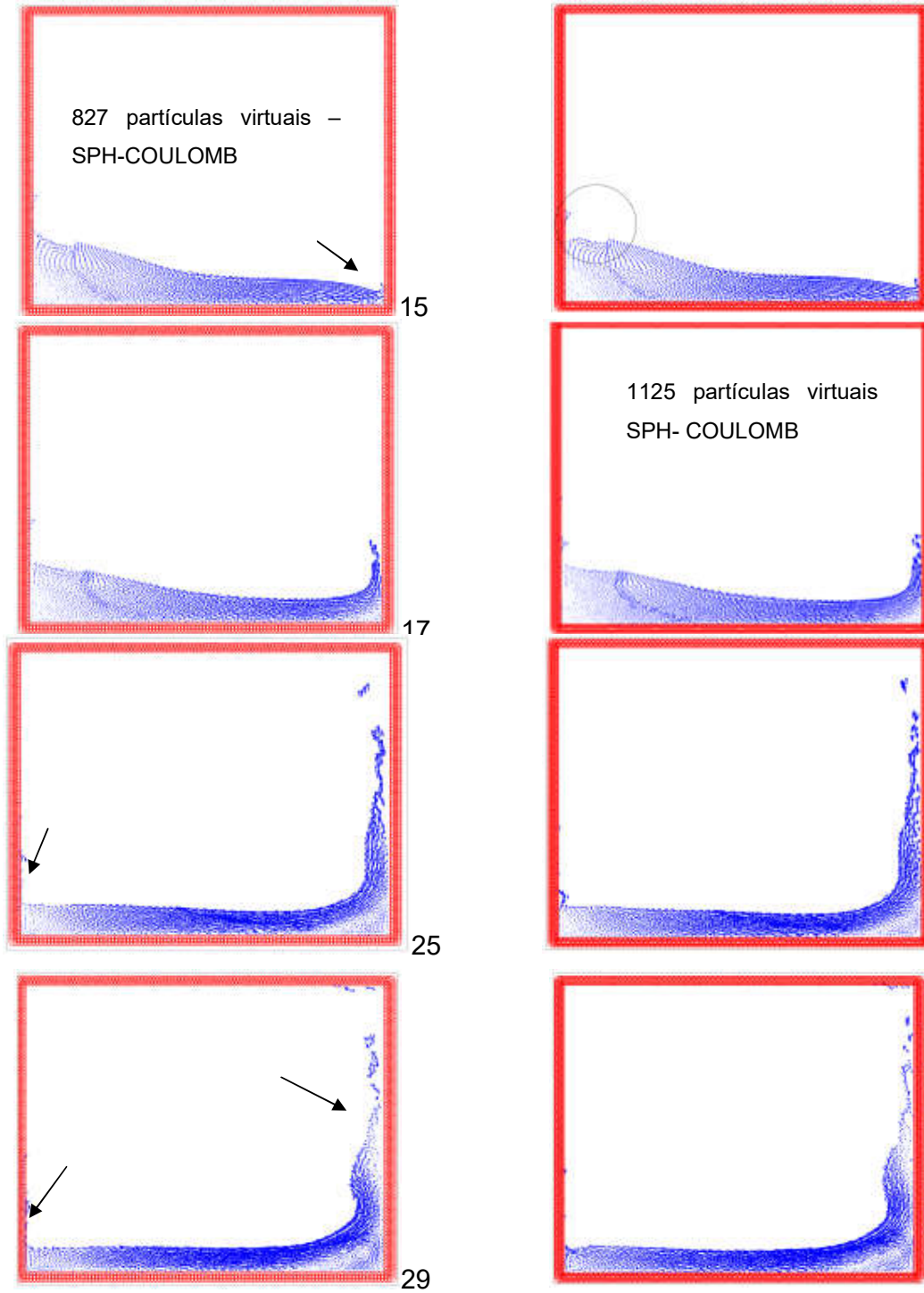
Durante a pesquisa bibliográfica, em sua totalidade, literaturas que usam o método SPH como ferramenta numérica tratam o contorno com partículas fantasmas. No entanto, não foi observado em nenhuma destas, a afirmação que a técnica de partículas virtuais (ou fantasmas, se preferir) possa também ser usada como um parâmetro de correção. Nesta Tese conseguimos observar esta “capacidade” ou

característica. Nas figuras que seguem (inclusive as dos próximos capítulos) será possível verificar a interferência na “qualidade” do perfil dos escoamentos apresentados. Existe uma faixa limiar que determina se os resultados podem estar ou não de acordo com a física do problema. Alterações no número de partículas do contorno fora desta faixa podem acarretar resultados não-físicos e até a não convergência extrema do modelo.

Veremos a partir das equações 38 e 39 que o comprimento de suavização h – nesta Tese – está condicionada a comparação entre o número de partículas com comprimento lateral do domínio. No caso específico do contorno, o comprimento de suavização h_{vp} será sempre constante e menor do que o comprimento de suavização das partículas do domínio h . Consequentemente se reduz a possibilidade de uma partícula do contorno Vp interferir em partículas que compõem a segunda camada mais próxima da borda. O que significa que quanto maior o número de partículas fantasmas menor será o h_{vp} . Então se o número de Vp_s for muito pequeno há o risco das Vp_s não influenciar ou pouco influenciar nas partículas da camada mais próxima as bordas, e se for muito grande irá conduzir efeitos em partículas mais distantes, o que prejudica sensivelmente as condições de contorno. Vale ressaltar que Condições de Contorno e Tratamento de Contorno são eventos distintos.

Até aqui, o Trabalho se concentrou em comparar duas técnicas para evitar que as partículas do domínio atravessassem o contorno e a interferência do número de partículas virtuais na descrição do fenômeno físico. A partir de agora serão realizadas comparações com trabalhos experimentais e numéricos já consolidados. Para o próximo teste, usou-se a força de Coulomb e 1125 partículas virtuais. O fator de correção *XSPH* foi de 0.01, enquanto o fator alpha da viscosidade artificial foi 0.2 e beta igual à zero; e a celeridade do som de 10 m/s. O fluido de trabalho possui as propriedades da água as quais foram descritas durante o problema da cavidade. O domínio se compõe por 35x70 partículas, com um comprimento de coluna d'água de 0.114 metros e altura de 0.228 metros. A primeira comparação é realizada com o trabalho experimental de Cruchaga et. al (2005) - figura 24.

Figuras 22. SPH-Coulomb. Lado direito, contorno tratado com 827 partículas virtuais e lado direito 1125. A numeração ao lado de cada figura corresponde ao passo de tempo corrente. O passo de tempo constante utilizado foi de $5 \cdot 10^{-4}$ s. Algumas diferenças foram destacadas.



Figuras 23. A Mesma comparação realizada nas figuras 22, porém agora o tratamento do contorno utilizado foi L-J. A resposta a variação ao número de partículas no contorno são mais discrepantes com esta força, em comparação à força de Coulomb

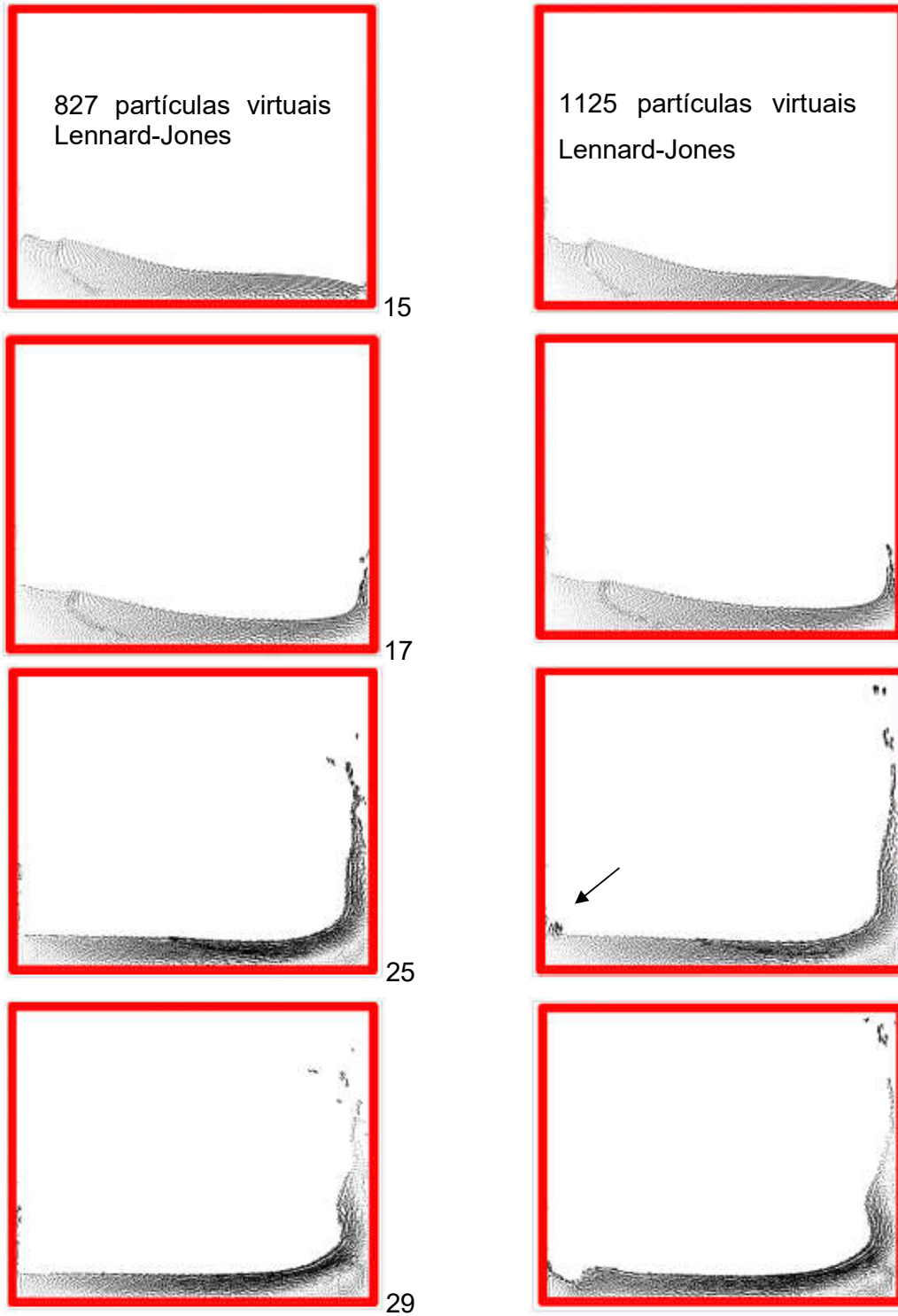
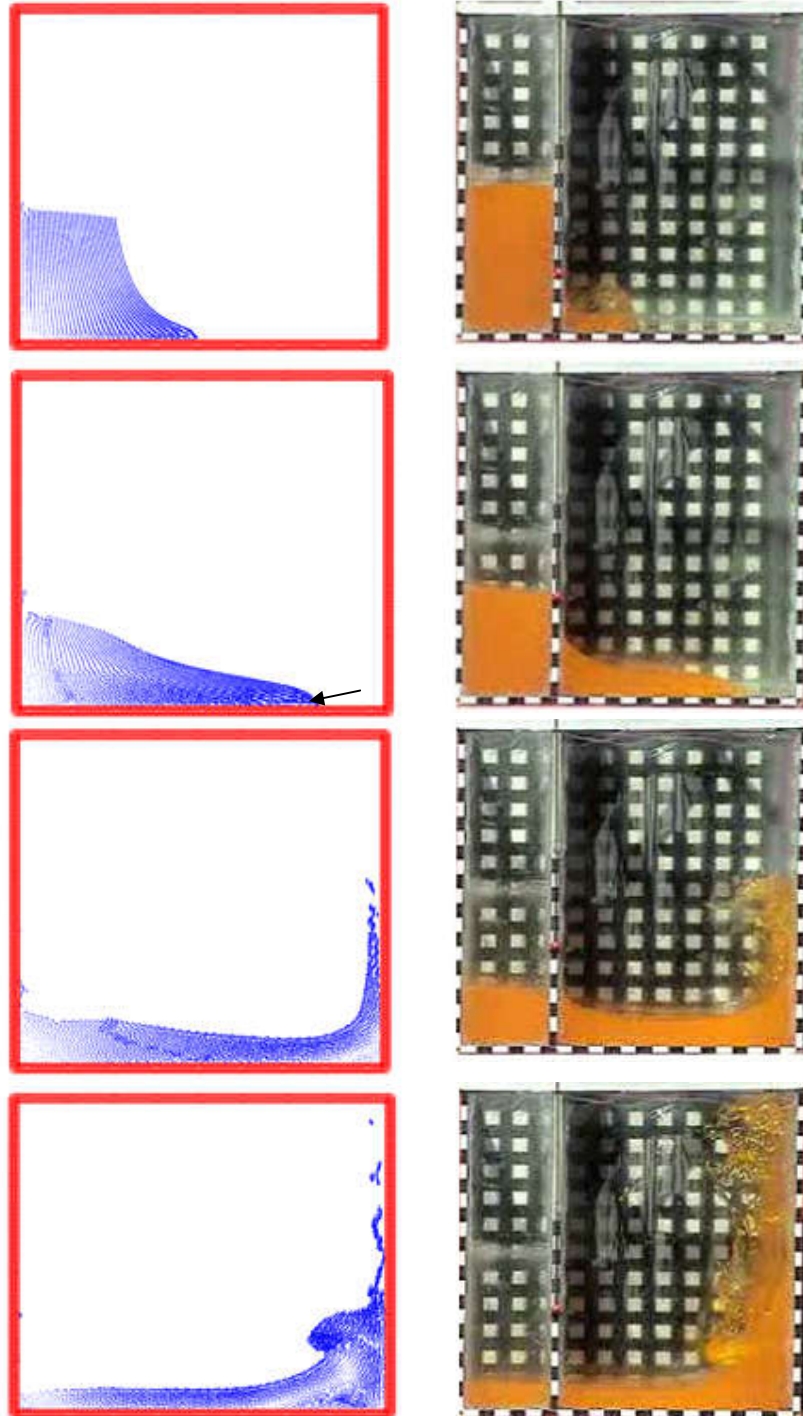


Figura 24. QUEBRA DE BARRAGEM. Lado esquerdo, experimento de Cruchaga et. al (2005). Lado direito, uso do método SPH com força repulsiva de Coulomb para o tratamento do contorno desenvolvida nesta Tese.



Como já fora previsto, observa-se que existe um ligeiro *erro* devido à influência da fronteira (mais evidente na figura 26). Comentamos que este erro tem relação com o comprimento de suavização e com o número de partículas do contorno. Isso porque as partículas podem ser de referência e vizinhas no mesmo passo de tempo, sendo assim, não apenas a ação repulsiva e atrativa é influenciada pela partícula do contorno, mas também outras propriedades. O fato é que ela também é partícula vizinha e deste modo a flutuação das suas propriedades irão afetar as partículas do domínio mais próxima a ela. Para reduzir este erro, o comprimento de suavização das partículas do contorno h_{vp} foi equacionado da seguinte forma:

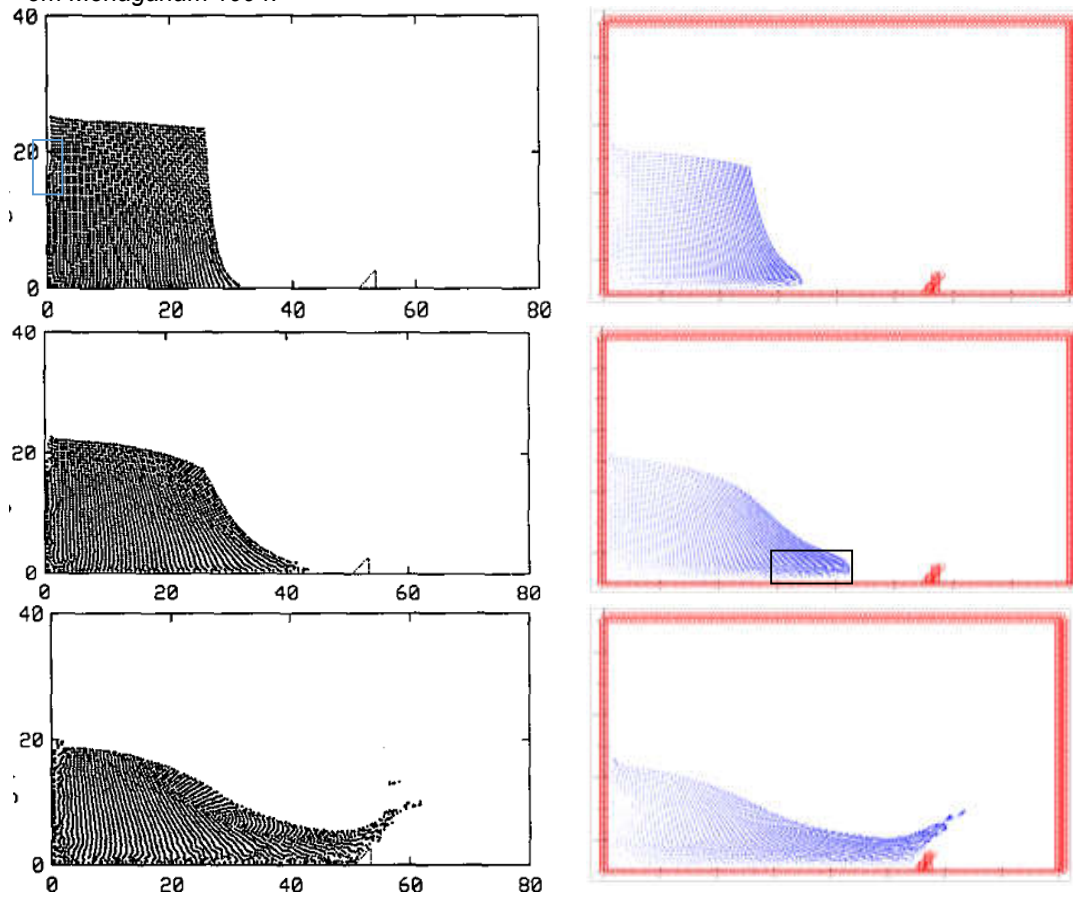
$$h = \kappa \Delta x \quad (38)$$

$$h_{vp} = \Delta x_{vp} / \kappa \quad (39)$$

Onde Δx é a distância inicial entre o centro de massa das partículas do domínio e Δx_{vp} é a distância inicial entre os centros de massa das partículas fantasmas. O fator κ foi arbitrado em 1.2 (para garantir 21 partículas no seu interior no instante inicial). Com isso o comprimento de suavização do contorno h_{vp} exerce influência sobre o domínio com menor flutuação sem ferir a terceira lei de Newton. No mais, a força de Coulomb respondeu a esta relação com melhor efeito, como pode ser observado ao comparar as figuras 22 e 23 com a 24.

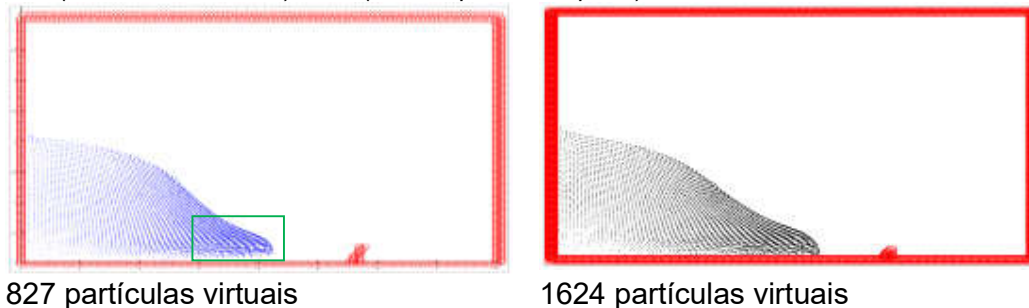
E o *erro* supracitado ficou mais evidente em comparação com Monaghan (1994). Neste teste a coluna d'água possui 0.25 x 0.25 metros e 50x50 partículas do domínio e o contorno foi estruturado com 827 partículas com velocidade nulas durante toda simulação. Inicialmente os parâmetros de correção foram os mesmo do teste anterior.

Figura 25 – Lado esquerdo tratamento do contorno com a força de Coulomb para o mesmo problema. A literatura (lado direito) apresenta flutuações semelhantes e pode ser verificada em Monaghan 1994.



Para reduzir o erro, paralelamente às equações 38 e 39, realizou-se alteração no parâmetro $XSPH$ de 0.01 para 0.05 e o número de partículas virtuais passou de 827 para 1624 (figura 26).

Figura 26. Redução do efeito de borda devido à elevação no número de partículas virtuais de 827 (lado direito em azul) 1624 (lado esquerdo em preto).



827 partículas virtuais

1624 partículas virtuais

Ficou claro durante as realizações dos testes que fatores como a geometria do domínio e número de partículas envolvidas na simulação contribui com a redução ou elevação do *erro*. Recuperando o estudo sobre a cavidade quadrada, explicou-se a relação entre o comprimento do domínio com o número de partículas para determinar a distância inicial entre os centros de massa das partículas. Esta relação, então, origina o comprimento de suavização que, como colocado acima, também pode alterar o resultado (equações 38 e 39).

Em caso onde o comprimento de suavização das partículas fantasmas se mantém sempre constante, a interferência destas, responsável pelo *erro*, ocorre com maior intensidade nas bordas (compare figura a 24 - 1125 partículas virtuais e coluna 1 x 2 – com as figuras 25, 26 onde a coluna é 2x2 e 827 ou 1624 partículas de contorno). Além disso, verificou-se que estas variantes são responsáveis por alterar o valor dos fatores de correção juntamente com a celeridade do som, ou seja, existe uma relação ainda não verificada cujo função é:

$$\text{fator de correção} = F(h(\Delta x_i, t), c, \mu) \quad (40)$$

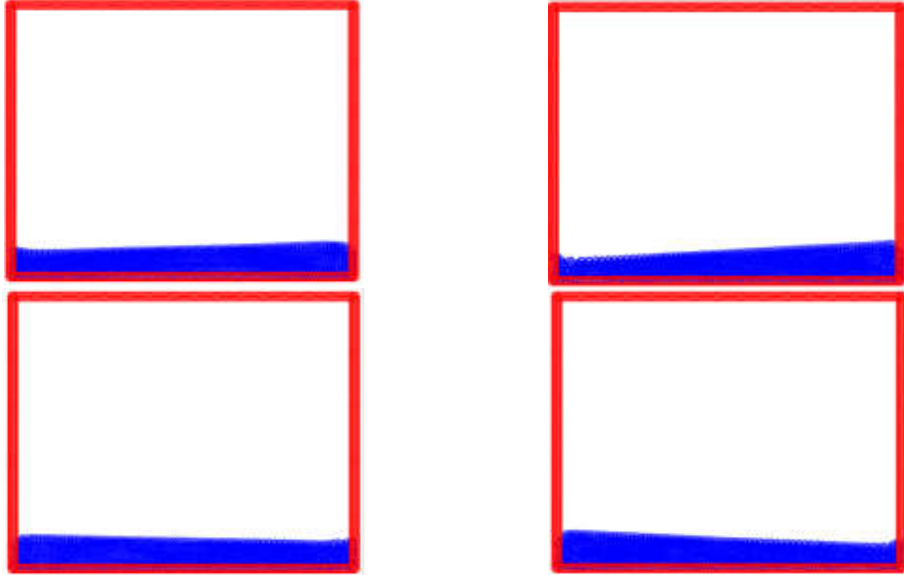
Onde $h(\Delta x_i, t)$ é o comprimento de suavização com dependência da distância entre os centros de massa e tempo; c é a velocidade do som e μ a viscosidade absoluta.

E ainda, se o comprimento de suavização for variável e obedecer a equação da continuidade se terá $h = h(\rho, t)$ após o primeiro passo de tempo.

5.3 PROBLEMA DO SLOSHING

Durante esta etapa, foram testadas geometrias retangulares e quadrada do tanque com número de partículas variadas. Os tanques foram preenchidos parcialmente com água. As condições iniciais implicam no fluido em repouso. O referencial adotado é solidário ao tanque e as partículas do domínio adjacentes ao contorno possuem a mesma velocidade imposta pelo movimento harmônico do tanque. No primeiro teste um tanque com 0,5 metros de comprimento e 1,0 metro de altura foi posto em movimento governado pela equação 41. A força repulsiva utilizada foi a de Lennard-Jones.

Figura 27. Problema do Sloshing. O comprimento de onda usado foi igual ao comprimento do tanque, ou seja, 0.5 metros.



A força externa induzida foi sinusoidal e expressa pela equação 41:

$$F_1^{slosh} = -\frac{1}{2} \omega^2 A_o \sin\left(\omega t - \frac{1}{2} \pi\right) \quad (41)$$

Onde a relação entre o comprimento de onda λ e a profundidade d é fornecida por:

$$\omega = \sqrt{k_n g_2 \tanh(k_n d)} \quad (42)$$

Onde k_n é o número de onda

$$k_n = 2\pi / \lambda \quad (43)$$

E para o harmônico fundamental temos que

$$\lambda_n = 2L \quad (44)$$

Onde L é o comprimento fundamental e $n = 1$

5.4 COMPARAÇÃO COM OS TESTES EXPERIMENTAIS – BREDMOSE *et. al.*, 2003

Bredmose e colaboradores 2003 realizaram um estudo experimental no qual um tanque de vidro de dimensões 1.480 x 0.400 x 7.50 m foi posto em movimento horizontal e vertical (separadamente). O fluido de trabalho utilizado foi a água, cujas propriedades já foram especificadas. Em um dos testes (H10) o tanque foi posto em movimento horizontal com a profundidade da água em de 0.155m.

Figura 28. CopyPrint parcial da tabela 1. do Bredmose et.al. 2003, onde são apontadas a profundidade e o período de oscilação para os experimentos. Aqui, estamos interessado no experimento H10.

Name	h (m)	T_{in} (s)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_3 (s)	t_{end} (s)	Δt	R_{fact}	Scale _x	Scale _z
H10	0.155	2.443	2.0	6.21	—	—	0.25	-6.0	2.0	—

A figura 29 expressa o deslocamento do tanque segundo aquela literatura.

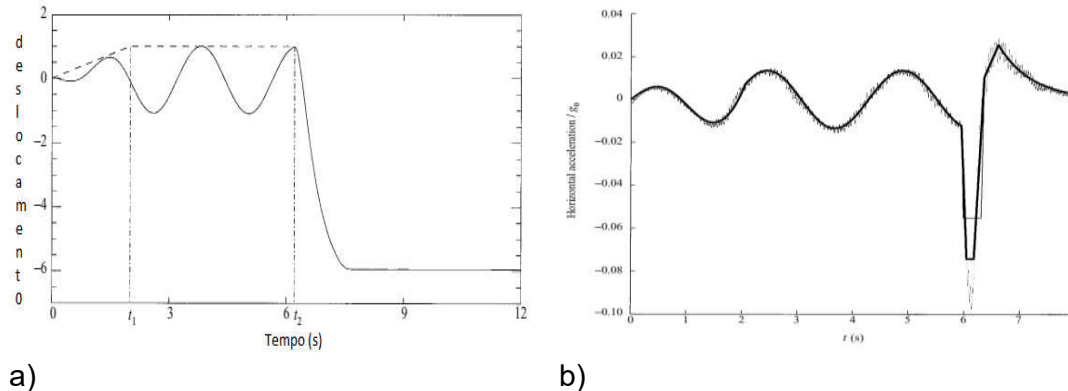
Inicia-se em zero, com amplitudes normalizadas e completado com os dados da figura 28. Bredmose e colaboradores 2003 assumem que o tanque ao atingir os dois primeiros segundos de trabalho passa a ter amplitude constante de aproximadamente 0.01 metros durante 4.21 segundos, quando em 6.21 segundos a amplitude decai exponencialmente de 0.01 metros para -0.06 metros negativos. Aquela informação indica um movimento oscilatório de características distintas que pode ser dividida em quase-periódico, periódico e não periódico criticamente amortecido forçado, nas quais a solução homogênea pode ser representada pela equação 45 e a não homogênea por 46, onde existe um fator de amortecimento crítico ξ .

$$x(t) = A_o \sin(\omega_n t + \phi) \quad (45)$$

$$x(t) = A_o e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (46)$$

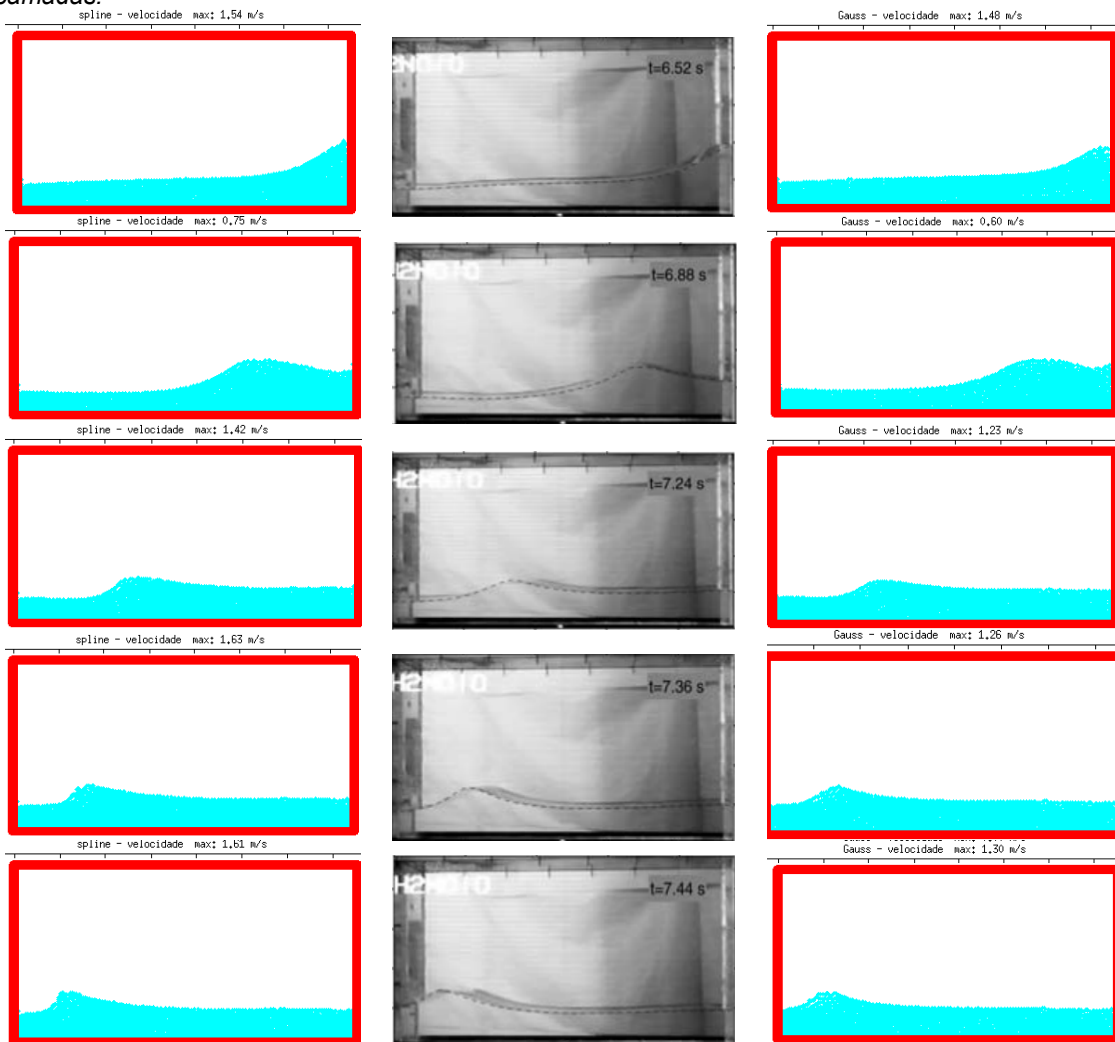
Onde ϕ é a fase da onda, que neste caso é zero.

Figura 29. Deslocamento em função do tempo (a) e aceleração em função do tempo (b) horizontais do tanque experimental de Bredmose et.al 2003.



Enquanto a amplitude do movimento se mantém constante o período desta oscilação é aproximadamente 2.443 segundos. Após a amplitude decair (em -0.06 m), o movimento oscilatório da caixa cessa. A onda gerada pela quantidade de movimento da caixa transferida ao fluido colide com a parede produzindo um jato vertical (*run up*) em aproximadamente 6.52 segundos e naturalmente refletida. Bredmose et.al 2003 ainda fazem uso do modelo de Boussinesq em comparação ao próprio experimento. Durante a análise daquele trabalho não se evidencia pelo modelo (de Boussinesq) os “splash” de colisão, bem como a precipitação das gotas produzidas com o impacto. O modelo utilizado nesta Tese – com 15x150 partículas de domínio - captou estes fenômenos. Para tanto, foram testados os *kernel* de *Gauss* e o *Spline* Cúbico, como mostra a figura 30. O fator de correção *XSPH* usado nos primeiros testes foi de 0.005 e a o parâmetro alfa da viscosidade artificial foi de 0.01. O número de partículas de contorno foi 807. Constatou-se que o *kernel Spline* Cúbico produziu um menor custo computacional, no que se refere ao tempo decorrido de simulação. O *Kernel Gauss*, apresentou uma diferença temporal de aproximadamente 12 minutos com um retardo de um passo de tempo maior em relação ao *Kernel Spline* Cúbico. Contudo, o efeito de suavização da superfície surgiu com menos ruídos quando *Gauss* foi usado. O tempo real de simulação numérica possui - em ambos os casos - um aumento de quase meio segundo até o primeiro impacto em comparação ao tempo real experimental. A primeira colisão com a parede a direita no experimento ocorre em 6.52 segundos e em nossa simulação ocorre em 7.01 segundos. O segundo impacto, já na parede esquerda, se dá em 7.52 segundos no experimento e em 8.15 segundos em nosso trabalho.

Figura 30a. Comparação com o experimento de Bredmose 2003 e colaboradores. Lado esquerdo, teste com o Kernel Spline Cúbico. No centro o experimento H10. E no lado direito teste com o Kernel Gauss. Durante este estudo 807 partículas virtuais (fantasmas) recobriram o contorno em duas camadas.

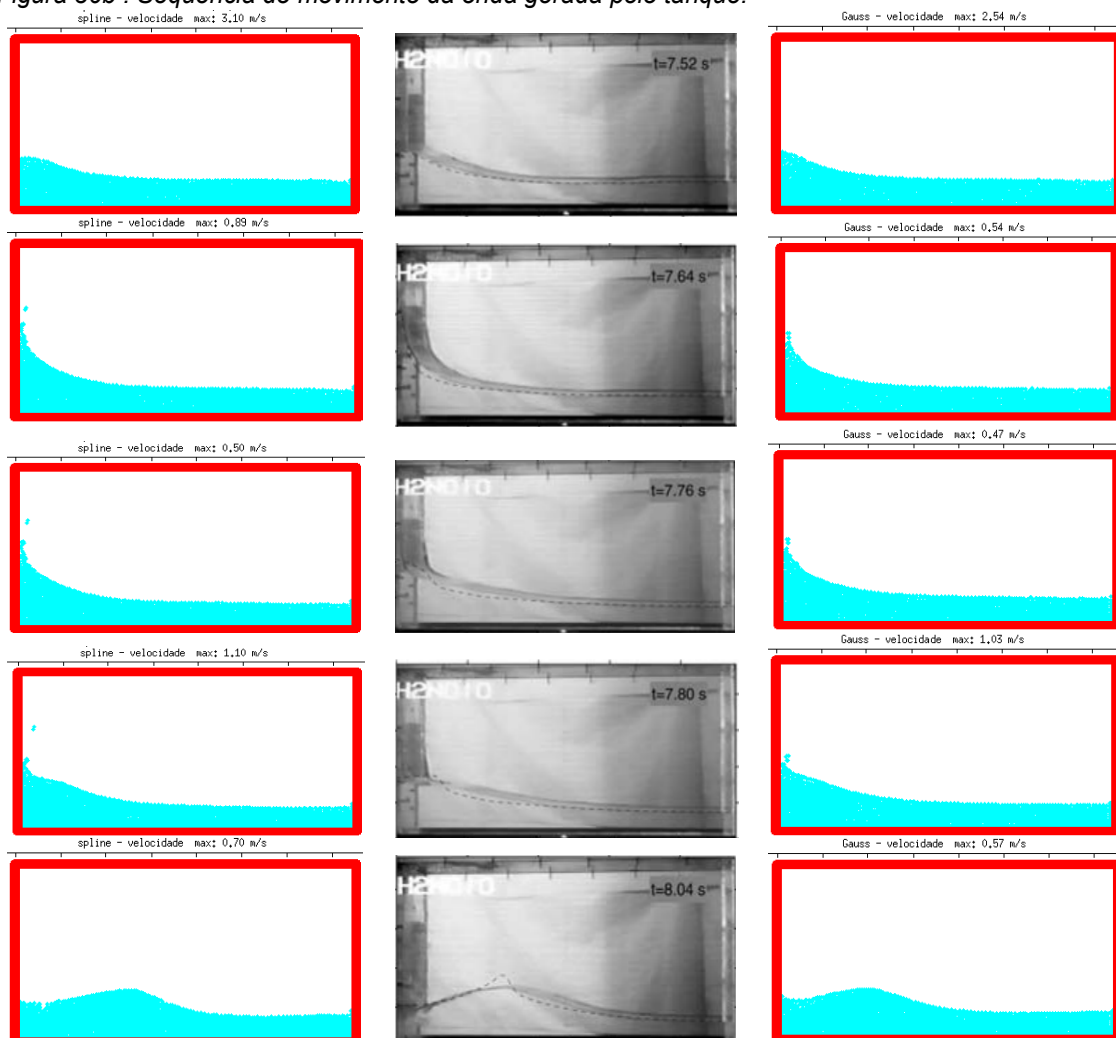


Esta discrepância pode ser atribuída a diversos fatores, tais como a diferença entre o tamanho da caixa experimental (1.48 m x 0.75 m) e caixa numérica (1.5 m x 0.75 m); lembrando que o delay da diferença de sinal (no caso experimental) não ocorre na simulação numérica; ao fator de amortecimento viscoso usado na equação que rege o movimento da caixa – foram testadas taxa de amortecimento entre 0.8 à 1.8; além disso, os passos de tempo (0.00005) somados não se igualam aos tempos reais, apesar de próximos dos valores experimentais; ao número de partículas fantasmas – que influenciam diretamente na transferência da quantidade de momentum; aos fatores de correção utilizados que interferem no perfil do escoamento e até na suavização dos contornos da superfície livre; ao tipo de *kernel* aplicado que altera o

custo computacional, mas que também reduz o ruído e tal como a viscosidade artificial pode suavizar o contorno ou não da superfície livre, apesar de que numericamente a viscosidade artificial ser um parâmetro controlador da pressão dinâmica.

Durante o processamento, os dados foram salvos a passos de tempo na casa do milhar e em alguns casos na centésima casa, devido a baixa capacidade de processamento da máquina, um Core i3, 1.2 Ghz com 4gb RAM. O compilador usado foi o *Gfortran* na plataforma UNIX *Ubuntu* 14. A figura 30 apresenta os resultados utilizando o método *SPH-COULOMB* em comparação ao experimental (no centro). O lado esquerdo da figura está a simulação onde o *kernel* aplicado foi o *Spline Cúbico*, enquanto no lado direito o *Kernel Gauss*.

Figura 30b . Sequência do movimento da onda gerada pelo tanque.



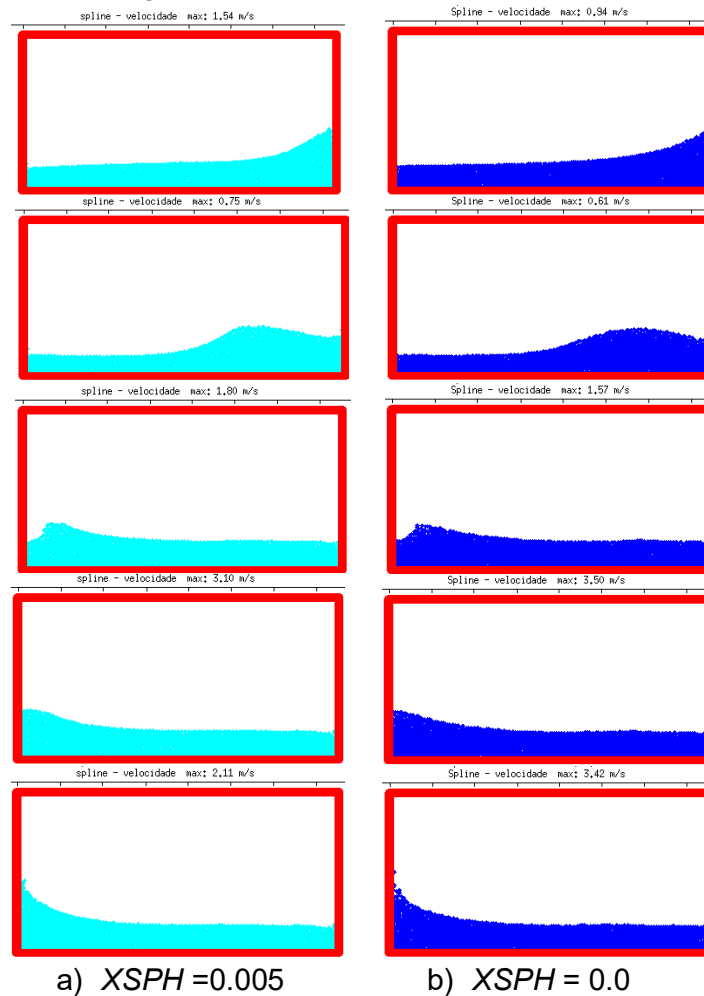
Como dito anteriormente o *kernel* também influencia no perfil do escoamento. As mesmas variantes foram aplicadas para dois tipos de *kernel* (figura 30). Observe que em todos os frames, as velocidades máximas da figura à esquerda são maiores do que as da direita.

Uma das dificuldades encontradas durante a pesquisa foi o controle dos parâmetros de correção *XSPH* e os da Viscosidade Artificial. A combinação dos valores destes parâmetros, juntamente com a adequação da técnica de partículas fantasma para o contorno podem produzir resposta não-físicas quando aplicados ao léu. E mesmo quando produzem resultados satisfatórios podem implicar em um custo computacional maior. Em nossas primeiras simulações tínhamos um consumo de um pouco mais de 12 horas de processamento. Ao final desta pesquisa, conseguimos reduzir este tempo para pouco mais de 90 minutos. Esta redução ocorreu a partir do momento que conseguimos relacionar o *XSPH* com a Viscosidade Artificial e com o número de partículas do contorno.

Ao contrário que dizem vários autores, o parâmetro do *XSPH* não possui uma faixa de valores definida e também não depende do problema (LIU & LIU 2003 pg 138) (MONGHAN 1992) (PAIVA NETO 2007), pois encontramos perfis semelhantes para fatores distintos quando comparados com o perfil do escoamento real. As figuras 31 e 32 mostram inclusive, que esta técnica pode ser extinta sem maiores prejuízos, para a cinemática da questão, desde que ocorra recalibração da viscosidade artificial em consonância com o tratamento do contorno.

Foi necessário também, readequar a busca direta pelas partículas vizinhas. Passamos a usar em alguns casos o maior comprimento de suavização entre duas partículas. Além disso, condicionou-se o comprimento de suavização das partículas do contorno menor que as do domínio – equação 39. Somado a isso, ao encontrarmos o valor apropriado para a Viscosidade Artificial conseguimos reduzir o número de partículas fantasmas, que inicialmente era de 2027 para 487 (figura 32).

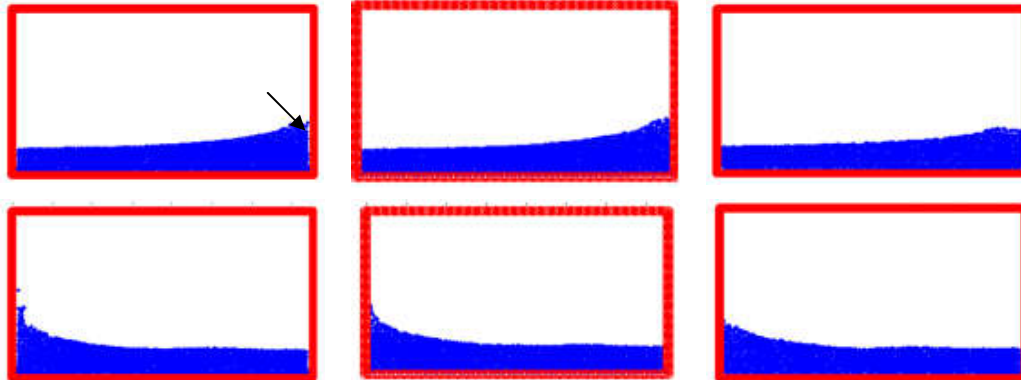
Figura 31. Uso do *Kernel Spline* Cúbico. 807 partículas de fronteira foram usadas neste teste. Em a) resultados com *XSPH* e em b) resultados onde não foi usado o *XSPH*.



Para alcançar os resultados da figura 31b, o fator alfa da viscosidade artificial foi alterado de 0.1 para 0.01 e o fator beta passou a ser nulo. Esta calibração permitiu reavaliar o número de partículas do contorno, como mostra a figura 32.

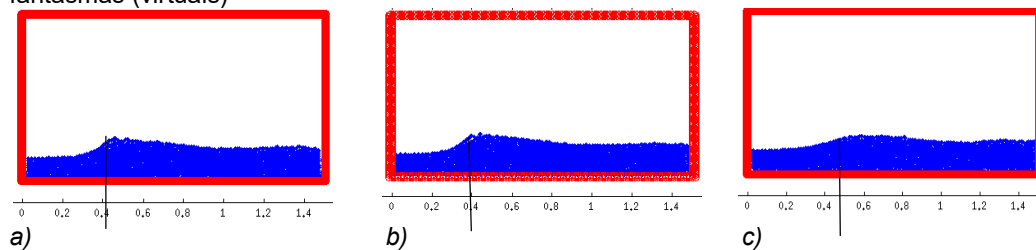
Um ponto a ser ressaltado está na diferença entre os tempos. Surgiu um *adiantamento* maior (em relação ao experimento) a medida que o número de partículas de fronteira foi alterado (figura 33).

Figura 32. Comparação entre os números de partículas do contorno. Da esquerda para direita segue a sequência: 487;807 e 1607 partículas. O Kernel utilizado foi Gauss. Os efeitos de bordas surgem com mais intensidade quando setado menor número de partículas virtuais, fato já estudado durante os testes com DAMBREAK.



A figura 33 mostra claramente a relação entre o tratamento do contorno e o perfil do escoamento para o mesmo passo de tempo. Em (a) com 487 partículas virtuais, a crista está no sentido da direita para a esquerda, correspondente a aproximadamente 0.42 metros. Em (b) com 807 partículas de contorno, a crista está próximo aos 0.39 metros. E em (c) com 1607 partículas fantasmas a posição da formação da crista está em torno dos 0.5 metros.

Figura 33 – Tratamento do contorno a) 487 partículas virtuais b) 807 e c) com 1607 partículas fantasmas (virtuais)

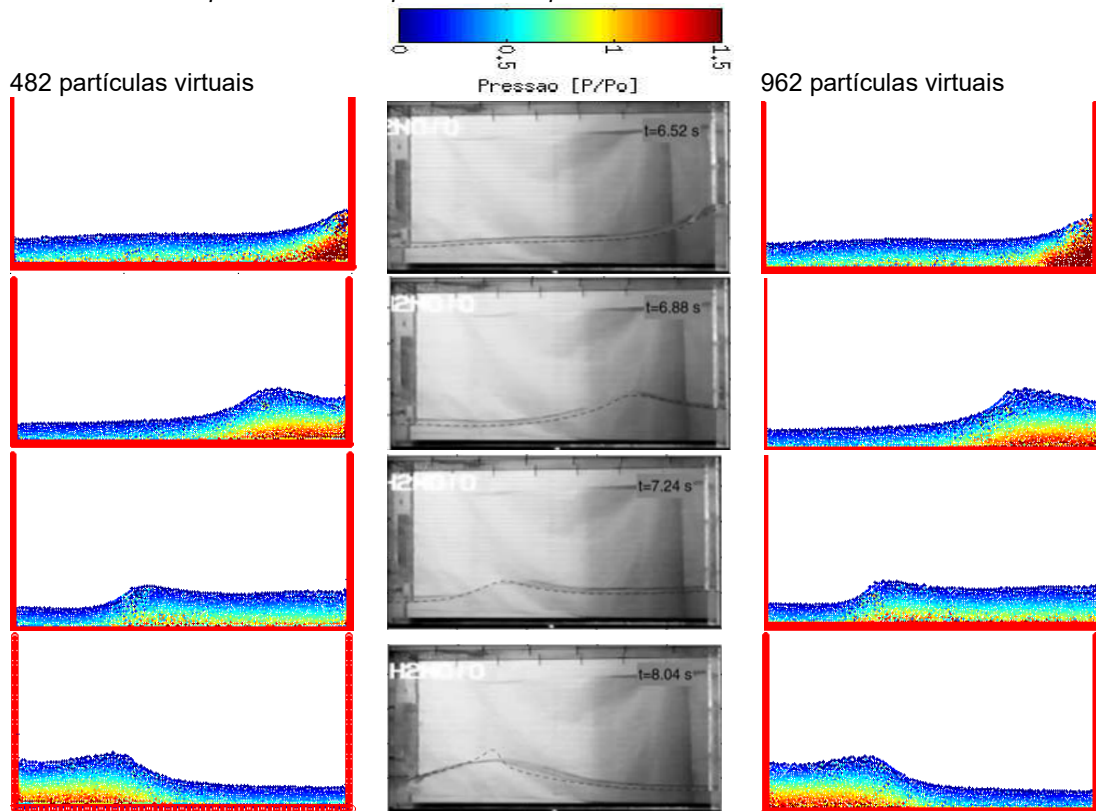


5.4.1 Estudo qualitativo e quantitativo da pressão

Em outro momento comparamos os valores de 0.0005 e 0.0008 para o fator $XSPH$ com beta igual a uma unidade e alfa 0.01. Para esta análise adimensionalizamos a pressão, comparando a pressão dinâmica com a pressão hidrostática. Para otimizar o tempo de processamento, a parte superior do tanque foi desprezada sem produzir prejuízos ao experimento. A figura 34 apresenta a comparação citada em termos do gradiente de pressão global para duas quantidades diferentes de partículas de contorno e ambas com $XSPH$ igual a 0.0008. O *kernel* utilizado foi o *Spline* Cúbico.

Além da pressão global, valores locais da pressão sob a parede esquerda foram captados. Para isso, a partir do mapeamento das partículas do contorno e do domínio se passou a computar a pressão a uma distância de aproximadamente 0.025 metros do fundo, cujas coordenadas foram $(x;y)=(0;0.025)$.

Figura 34 – Nova comparação entre os perfis experimental e numérico cujo fator XSPH foi 0.0008 e alfa 0.01 e beta 1.0 para diferentes quantidade de partículas do contorno.



E ao contrário do que sugerem os autores Peregrini (2003), Kisev *et. al.* (2006) e Delorme *et. al.* (2009), que determinaram a pressão nas paredes por meio da integração temporal da própria pressão – pressão impulso, aqui neste trabalho realizamos esta tarefa por meio dos máximos de pressão num determinado intervalo.

A figura 36 destaca o comportamento do escoamento durante os dois primeiros segundos para diferentes números de partículas de contorno mostrado separadamente na figura 35. Até 2.21 segundos amplitude oscilou entre 0.01 e 0.05. Após este intervalo a amplitude sofre um acréscimo de mais dez vezes o valor inicial (figura 29). À medida que a velocidade do escoamento vai crescendo a pressão hidrostática vai reduzindo e a hidrodinâmica crescendo.

Figura 35. Comportamento da pressão dinâmica adimensionalizada pela pressão hidrostática em função do tempo. Na figura primeira figura a quantificação por Bredmose et. al. 2003. A linha pontilhada se refere ao experimento H10 e a linha contínua ao teste com o modelo Boussinesq-type. Abaixo quantificações realizadas durante a elaboração desta Tese. A esquerda, 482 partículas e à direita 962 partículas virtuais. A proposital diferença entre as escalas verticais destaca a pressão hidrostática nos dois primeiros segundos.

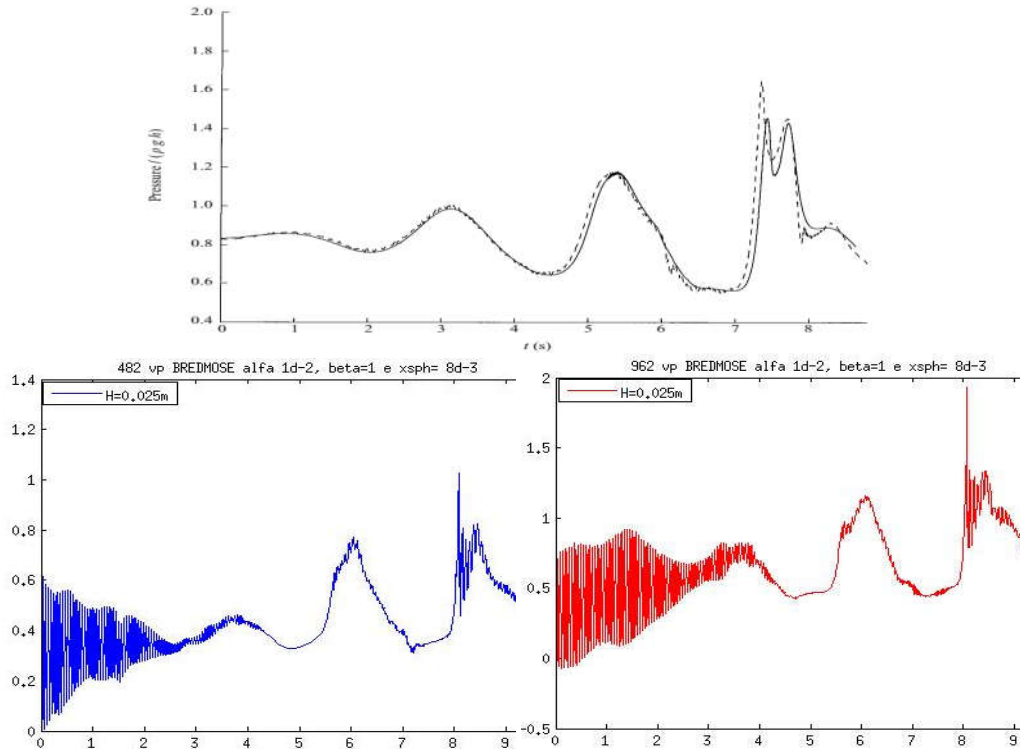
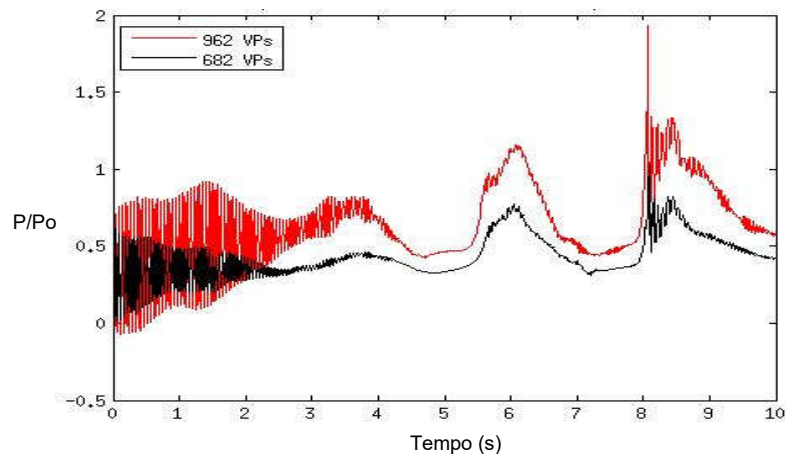


Figura 36 – Em vermelho comportamento da pressão para 962 partículas de contorno. Em preto, 682 partículas virtuais para as mesmas condições.



Um segundo ponto sob a parede também foi testado. Este ponto estava localizado em 0.02813 metros de altura a partir do fundo.

Figura 37 – Diagrama da pressão pontual de uma partícula fantasma localizada em (0; 0,02813) como transdutor de pressão virtual

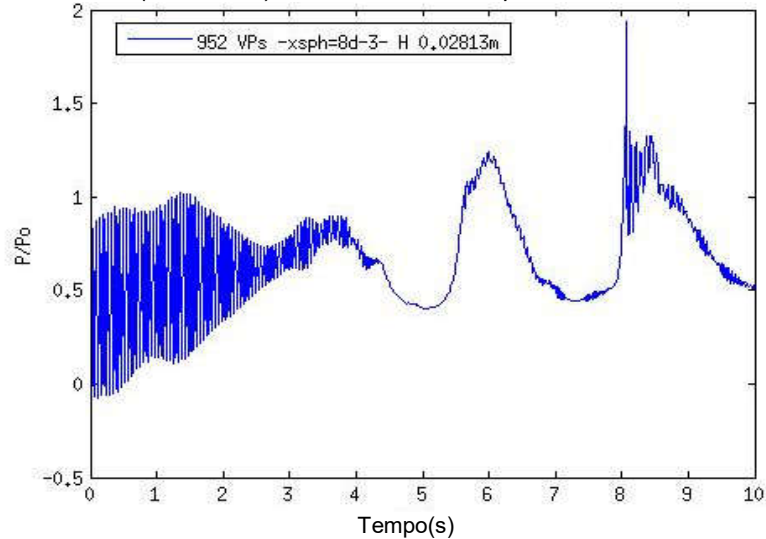
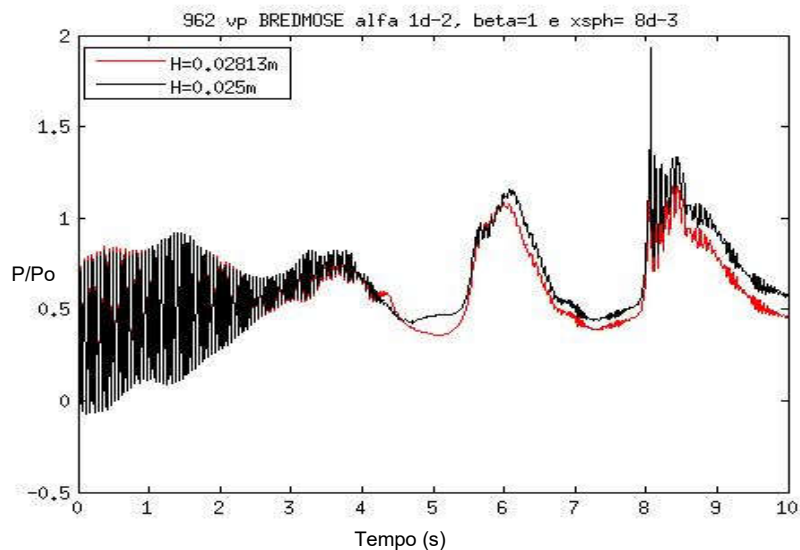


Figura 38. Dois pontos localizados na parede esquerda simulam transdutores de pressão. Curva vermelha um transdutor em (0; 0,02813) e (0; 0,025) em cor preta.



O pico duplo que ocorre no impacto com a parede é normal para impactos de ondas fortes, e representa a pressão necessária, primeiro para acelerar a água para cima da parede e, posteriormente, para abrandar a sua descida (BREDMOSE et al. 2003).

5.4.2 Supressores de Pressão

Realizado estes testes passamos a estudar métodos de supressão do *sloshing*. Para esta finalidade, um anteparo foi adicionado ao fundo do tanque e realizamos o mesmo movimento da bancada de Bredmose et.al 2003. Inicialmente usamos uma

escala de pressão dimensional em Pascal e “a Posteriori²” retornamos com a adimensionalização daquela variável.

Figura 39. Configuração inicial do problema apresentado nas figuras 31 à 32. Tanque retangular 1.5m x 0.75m. São partículas na vertical e 150 partículas na horizontal.

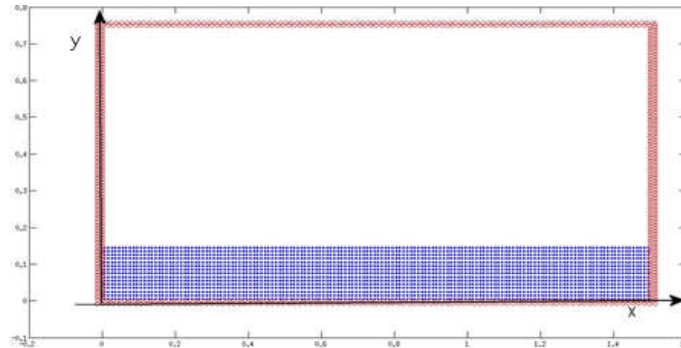
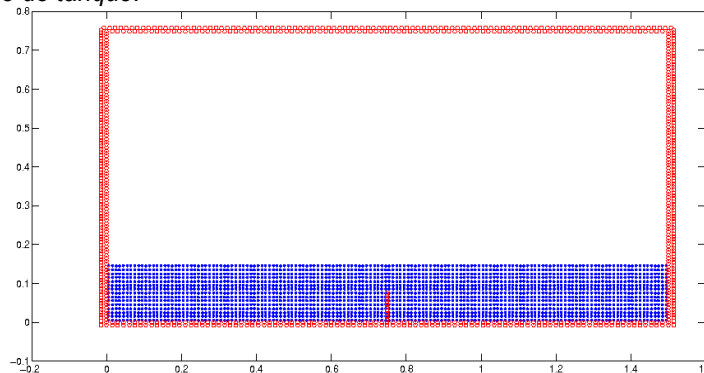


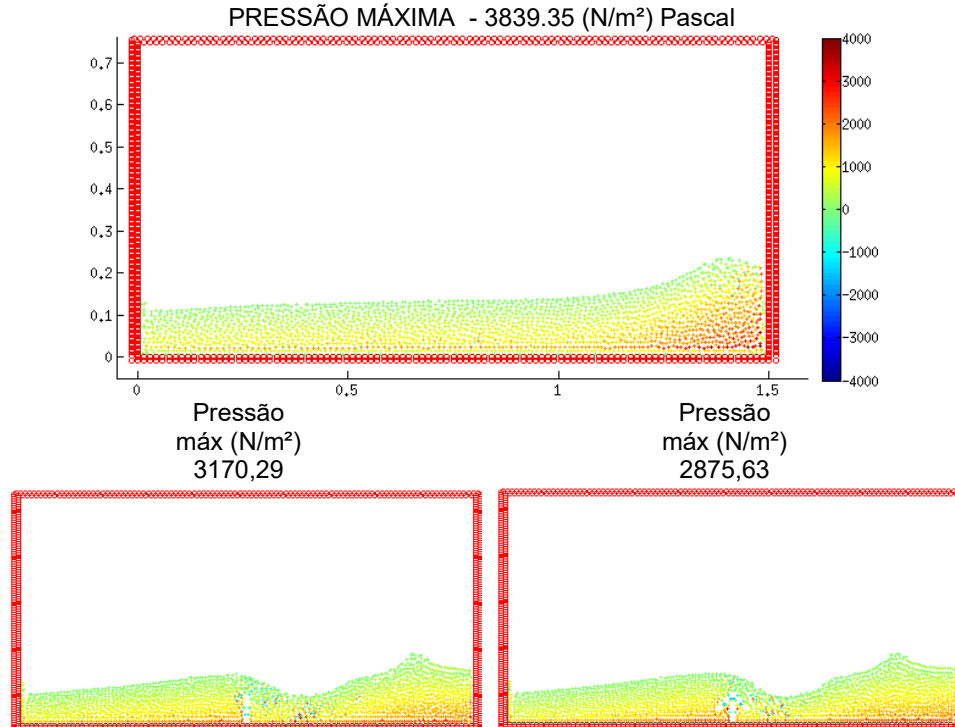
Figura 40. Configuração inicial do problema envolvendo a anteparo no fundo do tanque.



Sob as mesmas condições (do experimento), dois testes foram realizados, alterando a morfologia interna do tanque adicionando defletores. O primeiro (lado esquerdo), um anteparo vertical de aproximadamente 0.1 metros de altura foi introduzido. No segundo, à direita, um *baffle* em forma de seta também com 0.1 metros foi justaposta ao centro, em relação ao eixo horizontal e em zero em relação ao eixo vertical.

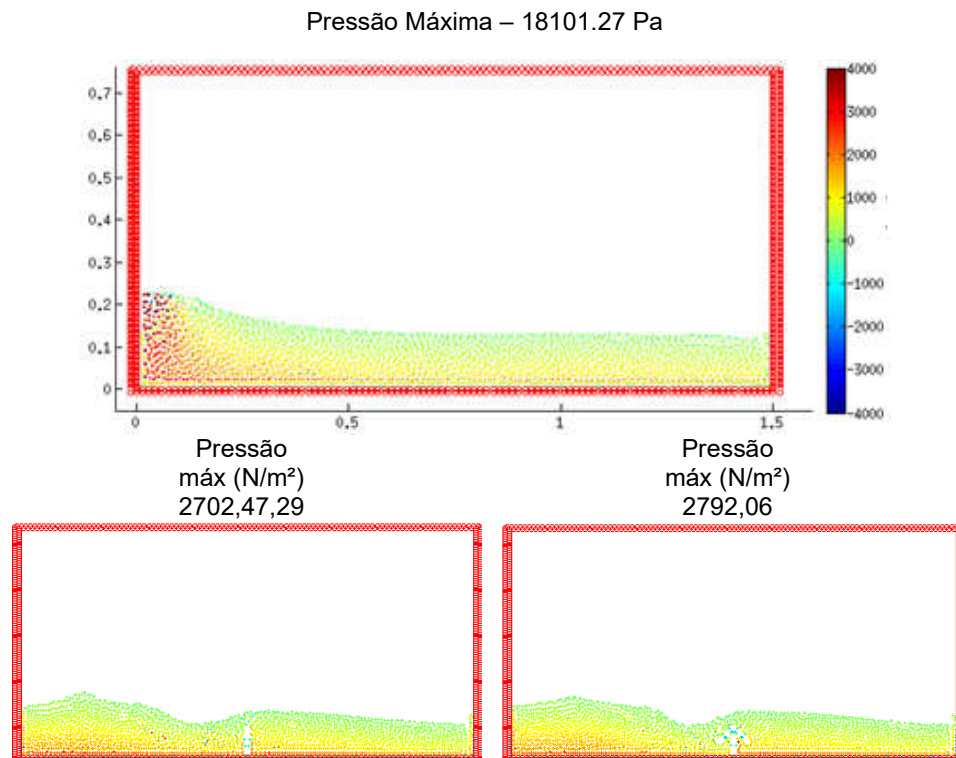
² “A posteriori” tendo em conta os precedentes ou a experiência (PRIBERAM)

Figura 41. Comportamento dinâmico para o mesmo passo de tempo. A figura central (maior) representa o escoamento na eminência do impacto da massa fluida com a parede em um tempo próximo a 7.04 segundos. Aos tanques representados pelas figuras menores foram adicionados defletores. A esquerda um defletor vertical de 0.0125m e a direita um defletor em forma de seta



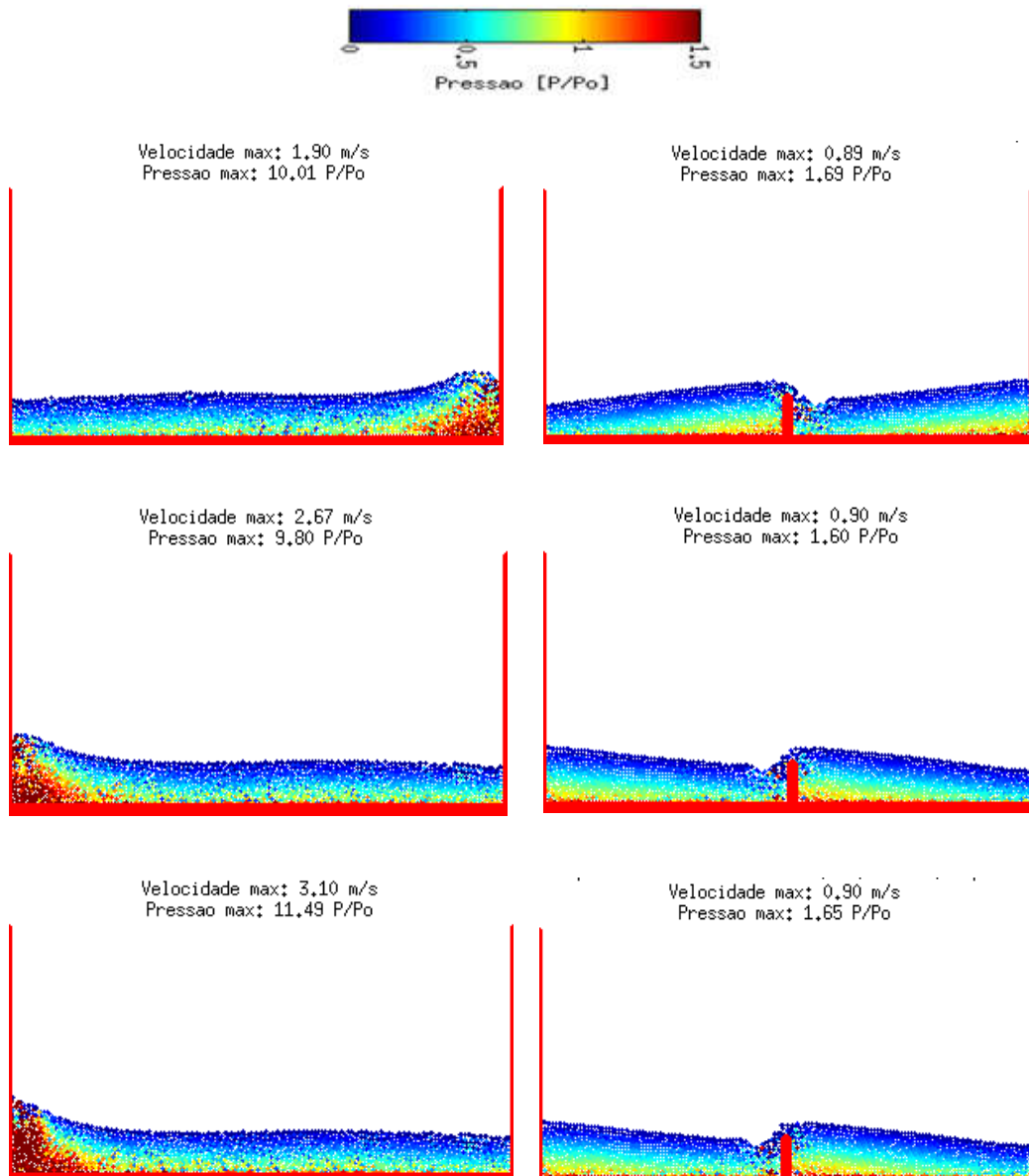
Em seguida com um *baffle* de 0.0125 metros a pressão foi adimensionalizada e realizado experimentos com 962 partículas virtuais. Os fatores de correção da viscosidade artificial foi 0.01 para o alfa e 1.0 para beta, e o fator *XSPH* utilizado foi 0.008 e os resultados qualitativos e quantitativos foram comparados com os das figuras 44 a 48.

Figura 42. Configuração semelhante ao da figura 41. A figura central descreve o retorno da massa fluida após o primeiro impacto na parede esquerda que ocorreu em aproximadamente 7.1 segundos. O segundo impacto ocorre em aproximadamente 8.15 segundos.



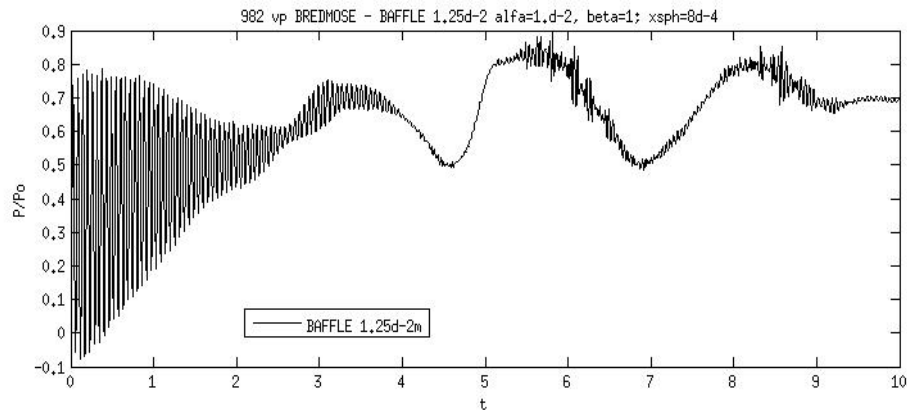
Torna-se evidente a redução da pressão dinâmica nas paredes do tanque durante a simulação ao ser inserido um anteparo. Os resultados quantitativos reforçam esta conclusão – figuras 44 e 45. Além da redução da pressão, observa-se uma diminuição na velocidade máxima do escoamento para os passos de tempo equivalentes. Apesar desta observação, não existe uma relação direta entre a velocidade da frente da massa fluida com a pressão, as figuras 43 (lado esquerdo) evidenciam esta afirmação, onde um escoamento com maior velocidade possui menor pressão hidrodinâmica para instantes equivalentes.

Figura 43 – Descrição Qualitativa de dois escoamentos para os mesmos instantes de tempo. A figura do lado direito detém um anteparo, cuja intenção é reduzir a pressão hidrodinâmica nas paredes.



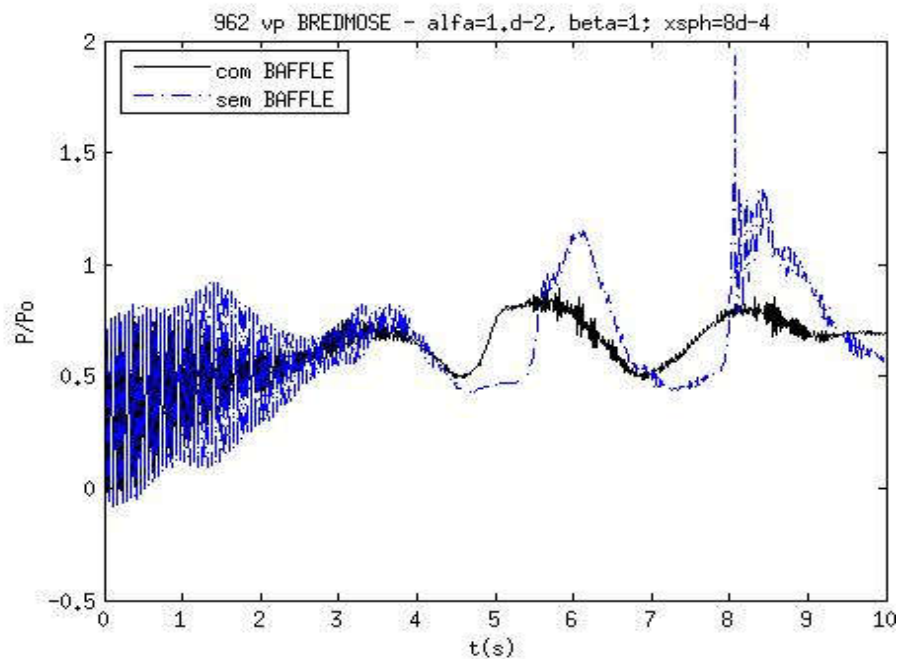
As figuras 41 e 42 mostram que a pressão máxima encontrada sem o anteparo foi 18101,27 N/m². Neste ponto os dois mecanismos de supressão de *sloshing* se mostrou eficiente. Ocorreu uma redistribuição da pressão sobre o domínio conduzindo uma diminuição da carga hidrodinâmica sobre as paredes já que os *baffles* produzem redução da energia cinética da frente de massa fluida.

Figura 44 – Análise quantitativa da pressão, considerando a adição do anteparo com 0.0125 metros.



Nossa predição numérica apresentou boas tendências qualitativas da pressão e morfológicas sobre o perfil do escoamento. As diferenças de fase mostradas não trazem prejuízos à natureza do problema. O pico de pressão de maior intensidade está mais próximo do valor real do que o encontrado por aquele autor quando aplicado o modelo de *Boussinesq*. O uso do defletor resultou em diminuição da carga hidrodinâmica e os duplos picos de pressão não surgem quando esta ferramenta é introduzida.

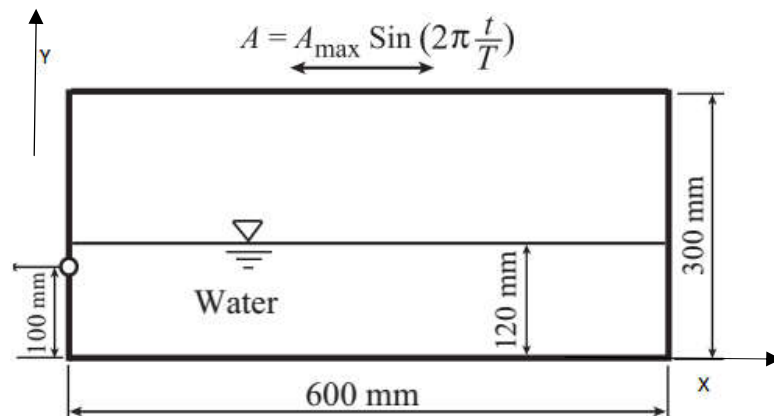
Figura 45 – Pressões para os dois cenários impostos pelas figuras 39.



5.5 COMPARAÇÃO COM OS TESTES EXPERIMENTAIS – KISHEV *et.al.*, (2006).

Kishev e colaboradores 2006 realizaram experimentos numéricos pautados no método euleriano *Constraint Interpolation Profile* (CIP) e suas variantes e comparam com seus próprios experimentos físicos. Aquele experimento consistiu de um tanque de 60 x 30 x 10 cm. Agora reproduzimos a apreciação cinemática e dinâmica com o *SPH-COULOMB*, aproveitando para testar valores distintos de beta e alfa da viscosidade artificial. Além de utilizar os resultados experimentais obtidos por Kishev *et. al.* 2006 para validar nosso modelo, também comparamos os resultados com os encontrados por Gotoh *et. al.*, 2014 para a mesma configuração.

Figura 46. Descrição Geométrica do experimento de Kishev *et. al.*, 2006.



Fonte: Gotoh *et. al.*, 2014.

Durante o experimento, o tanque foi preenchido parcialmente com água, em torno de 12 cm (ou 120 mm) de profundidade. A amplitude máxima do movimento foi de 5 cm, enquanto o período de excitação foi de 1.3 s. A nossa simulação se constitui em vários cenários. Foram testados tanques com 407 e 1405 partículas virtuais, e com *XSPH* nulo e não nulo. Além de valores nulos para o fator beta da viscosidade artificial e não nulo igual a uma unidade.

Iniciamos mostrando a primeira configuração com 405 partículas virtuais. Os valores dos parâmetros de correção estão expostos na legenda das figuras 46. Em seguida a diferença entre os perfis para os fatores alfa 0.1 e 0.2 é apresentada nas figuras 47.

Fig 47. Comparação entre o experimento (em a) e os modelos CCUP/CIP-CSL3 (em b) do Kisev et.al (2006) com o SPH desta Tese (em c), onde o fator XSPH usado foi de 0.005, alfa 0.1 e beta igual a 1.0. De cima para baixo os tempos correspondem a 0.1T, 0.2T, 0.3T e 0.4T, com $T=1.3s$. Foram usadas 407 partículas fantasmas.

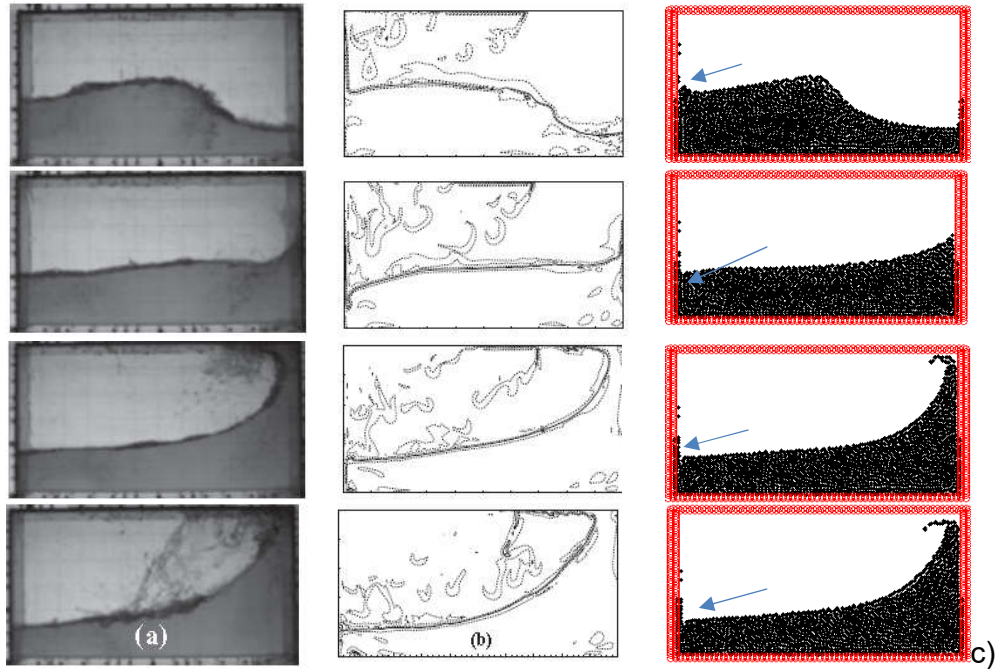
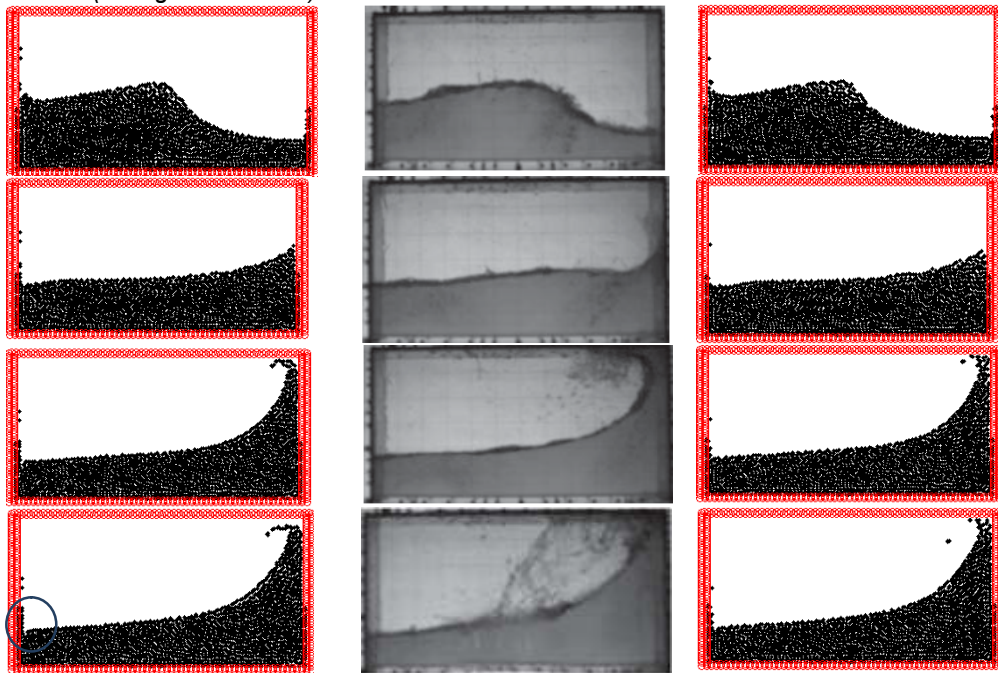


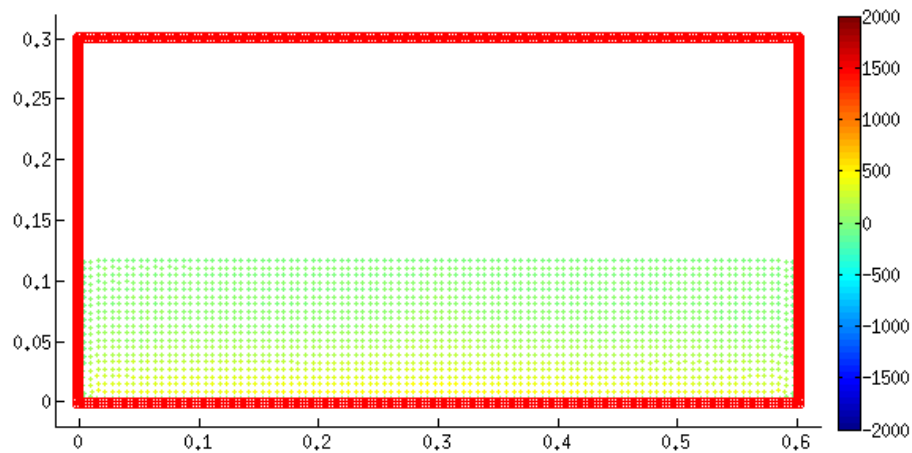
Figura 48. Uso do XSPH igual a 0.005 e parâmetro alfa da viscosidade artificial igual a 0.1. A esquerda do centro, parâmetro beta igual a 1.0, enquanto à direita, temos beta igual a zero, sempre com 487 partículas no contorno. O círculo na borda destaca uma pequena difusão numérica que pode ser corrigida elevando o número de partículas virtuais (ver figuras 49 à 54).



Em termos da cinemática do problema, o uso do fator beta igual a um demonstrou um perfil mais próximo do experimental. Nestes testes o número de partículas do domínio foi de 2.000 (duas mil).

Concluído esta etapa, passou-se a realizar uma comparação qualitativa da dinâmica do problema. Foram *setadas* 1405 partículas fantasmas, cuja configuração inicial é mostrada pela figura 49. O fator beta usado foi igual a zero. O campo de pressão correspondente é então apresentado (ou são apresentados) em três diferentes cenários pelas figuras 50 e 51.

Figura 49 Configuração no instante 0.05 segundos com o fator beta nulo. Pressão máxima de 480.18 N/m² (Pa).



Em ambas as figuras – 50 e 51 – a barreira de 0.05 metros se mostrou pouco eficiente. O anteparo de 0.1 metros apresentou uma maior atenuação da carga hidrodinâmica nas paredes. Outra configuração foi testada com alteração na morfologia do anteparo em forma de “seta”. Figura 52. Para o mesmo instante de tempo o anteparo em forma de *seta* se mostrou mais eficiente para supressão do *sloshing*, quando comparado com todos os outros cenários. Na região do anteparo a carga hidrodinâmica é maior, reduzindo o efeito da pressão sobre as paredes do tanque.

Figura 50. No topo, configuração sem o anteparo com o fator beta nulo. Abaixo e a esquerda, anteparo com 0.05 metros e a direita mesma configuração com anteparo de 0.1 metros. Todos para o mesmo instante de tempo.

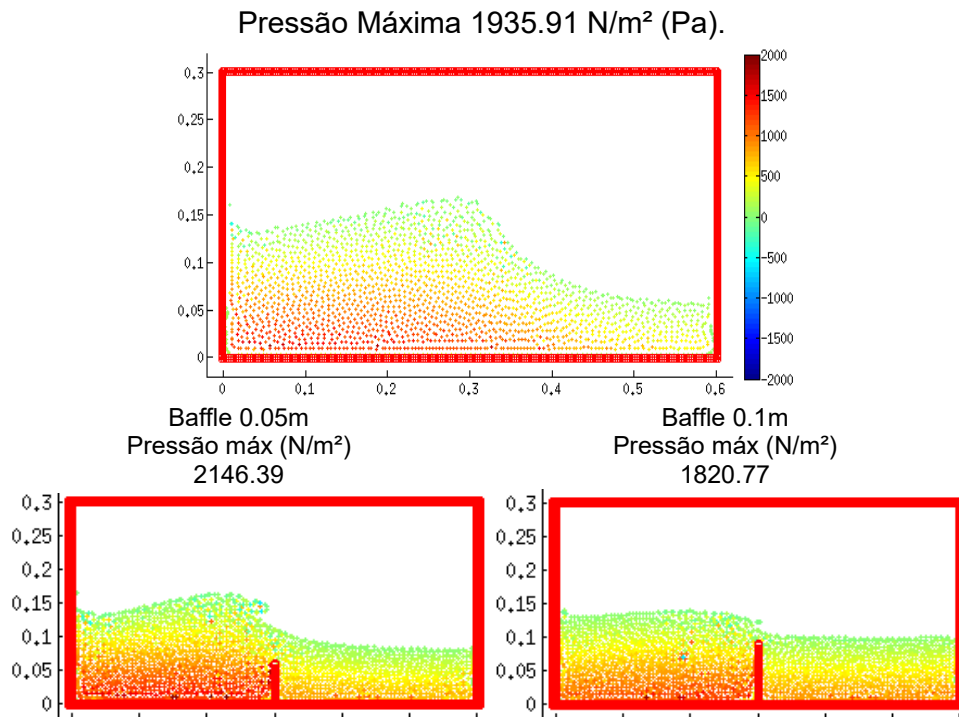


Figura 51. Novamente (com beta igual a zero) comparação entre cenários sem e com anteparos para o mesmo instante. Sempre a esquerda, Baffles de 0.05 metros e a direita Baffles de 0.1 metros. Em destaque pequenas flutuações não-físicas da pressão; aqui, 1405 partículas de contorno foram usadas.

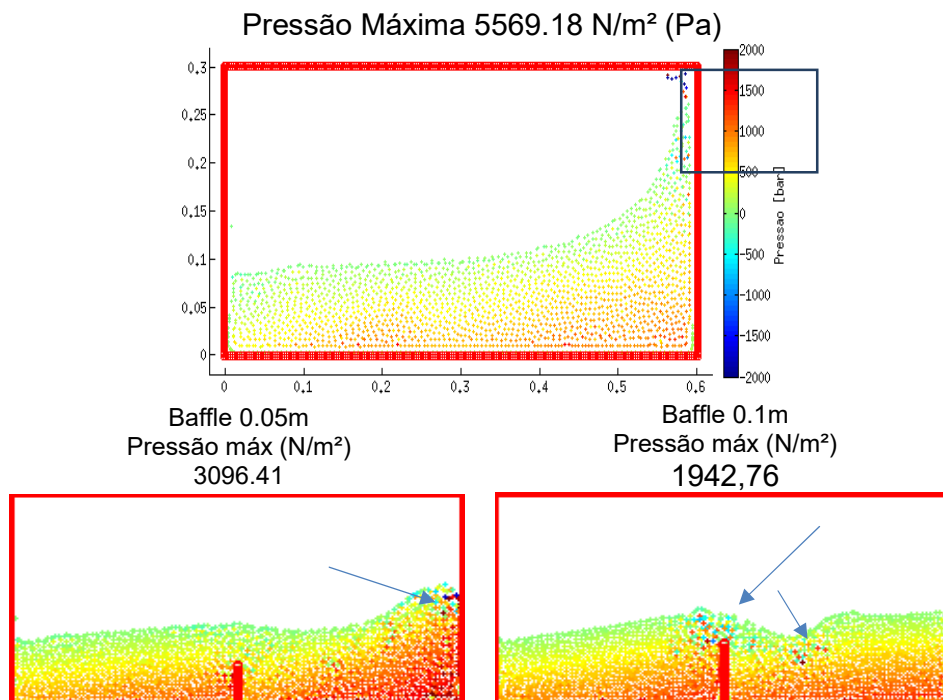
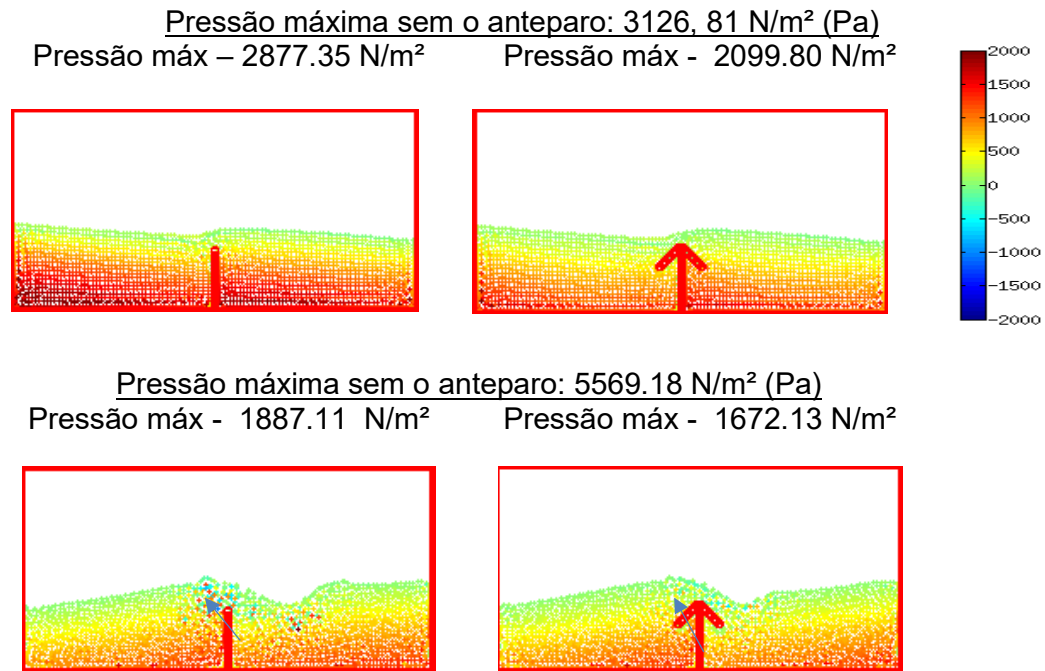


Figura 52 – Comparação do campo de pressão de escoamento com anteparos de morfologias diferentes.



5.5.1 Simetrização da Interação Inter-Partículas

Para realizar a busca direta entre as partículas vizinhas a rotina original realiza uma *simetrização da interação inter-partículas* por meio da média entre o comprimento de suavização da partícula de referência e sua vizinha (LIU & LIU 2006 pg 131). No entanto, alteramos a rotina original de modo que para a mesma finalidade passamos a usar o maior comprimento de suavização entre as duas.

A figura 53 mostra o campo de pressão do escoamento, na qual se elevou o número de partículas do contorno de 407 para 1405, mantendo o valor de beta igual a zero e a *simetrização* foi feita a partir o maior valor do comprimento de suavização (SMCS).

A figura 54 faz uma comparação entre as duas técnicas de simetrização, cujo fator beta da viscosidade artificial foi igual à zero. E a figura 55 compara o processo de *simetrização pela média* com dois valores diferentes para beta: 1 e 0 (zero).

Figura 53 – Campo de pressão. Durante este estudo 1405 partículas fantasmas foram utilizadas com o fator beta igual a zero e simetriação por SMCS.

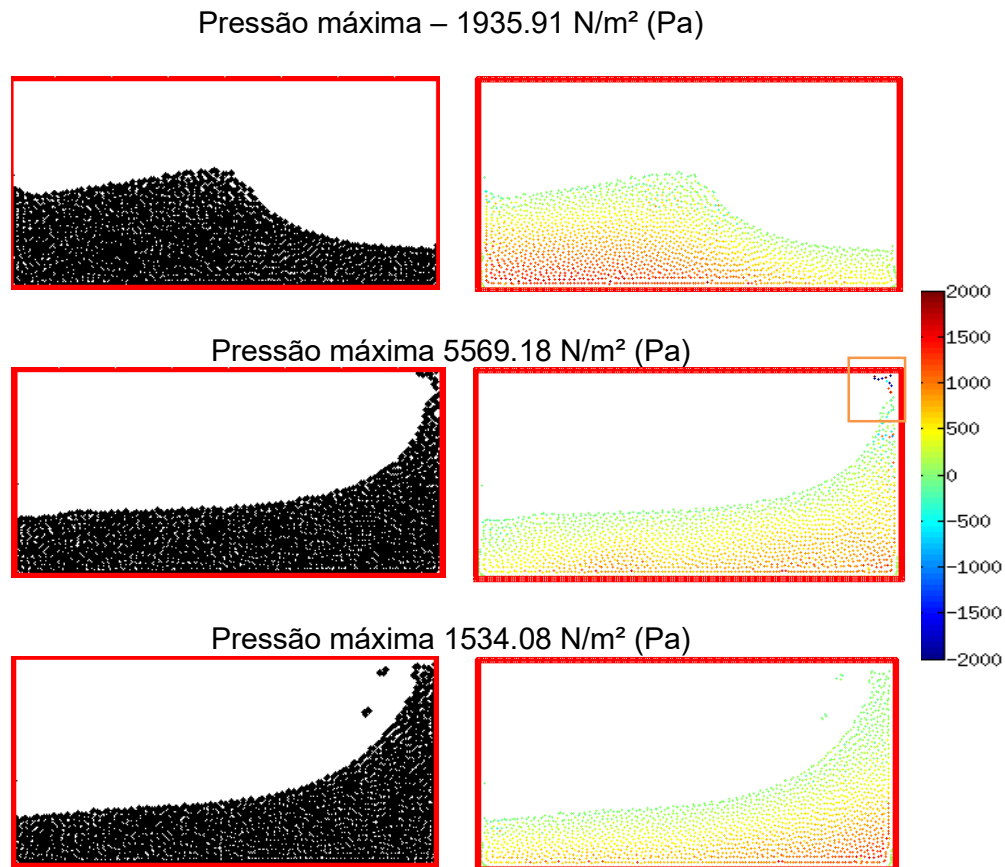


Figura 54. Lado esquerdo simetriação pelo maior comprimento de suavização-SMCS. A direita, simetriação pela média entre os comprimentos de suavização. O círculo destaca um efeito de borda.

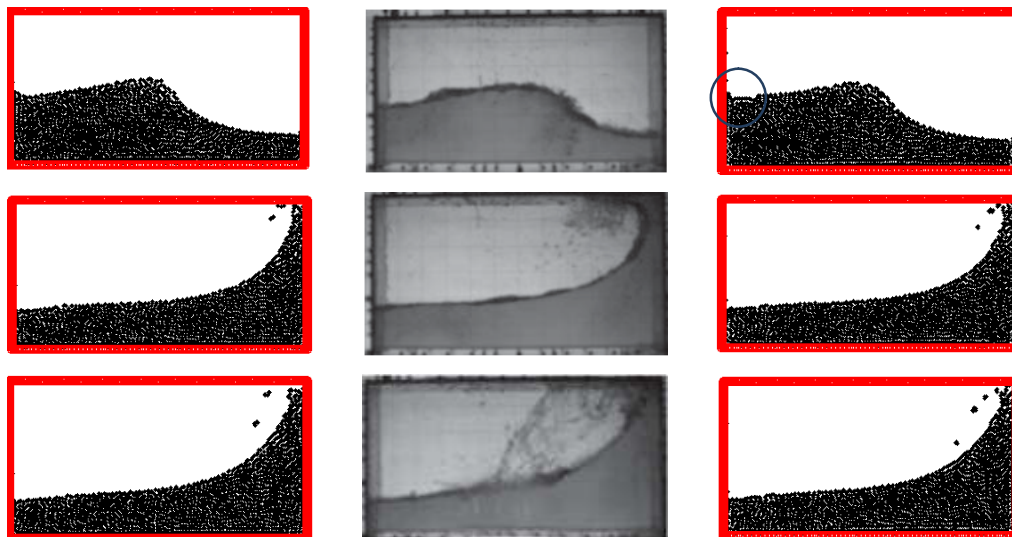
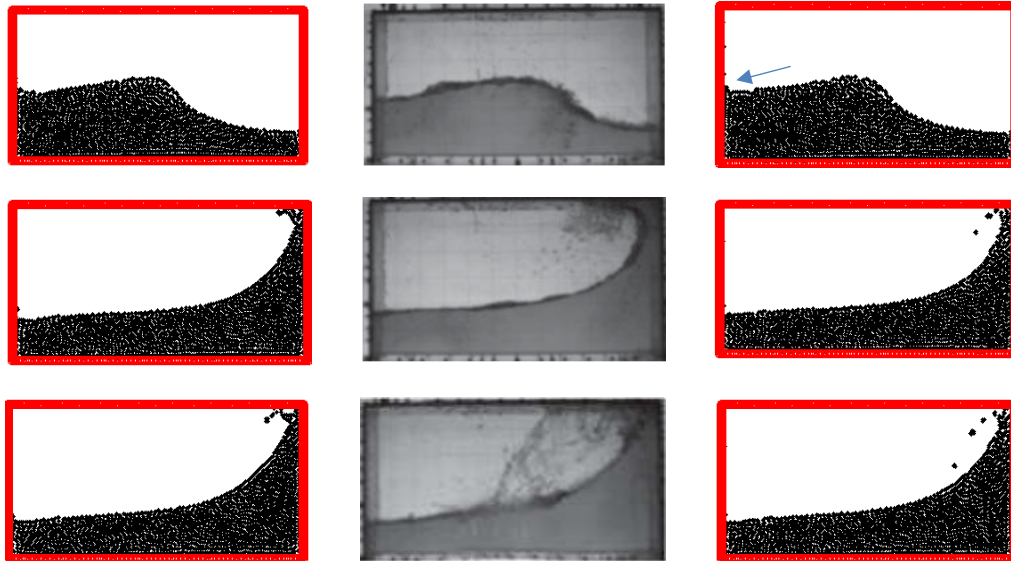


Figura 55. Processo de Simetrização pela Média com dois valores diferentes para beta: 1 e 0. Lado esquerdo beta igual a um. Na figura à direita do centro o fator beta foi nulo.

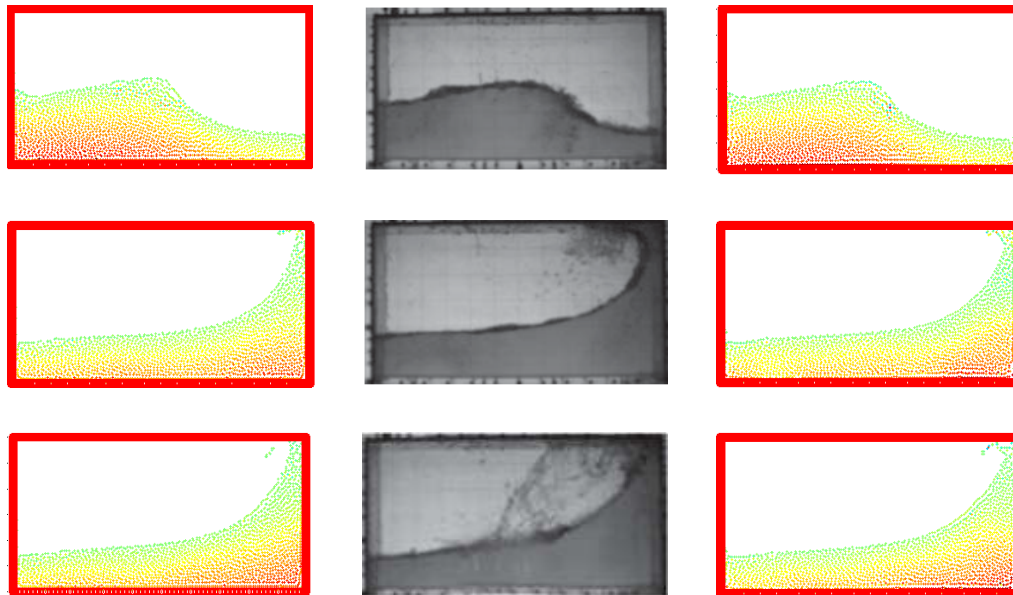


As figuras 54 e 55 comparam a forma de *simetrização* da busca pelas vizinhas. Apesar de computacionalmente mais caro e em termos cinemáticos apresentar menor conformidade com o perfil do escoamento do experimento, quando comparado com a *simetrização* pela média, a nossa contribuição (a SMCS) apresentou menos ruídos e menores efeitos de borda – ver destaque nas figuras acima.

Em relação aos fatores de correção, até aqui, o fator beta igual a um mostrou melhores resultados em comparação a valor zero para questão cinemática. Por isso passamos a testar os dois procedimentos de *simetrização* supracitados com beta igual um. Figuras 56.

As duas configurações corroboram (em termos aproximados) com o perfil do experimento. Os ruídos, principalmente das figuras a direita podem ser reduzidos com a utilização do *Kernel Gauss* e/ou se elevando o fator *XSPH*. Contudo, ambas as estratégias elevariam o tempo de processamento. Também por isso, passamos a usar a simetrização pela média por produzir menor custo.

Figura 56. Lado esquerdo uso da técnica “do maior” comprimento de suavização. À direita, uso da média entres os comprimentos de suavização. Ambos com beta igual a um e com 1405 partículas virtuais.

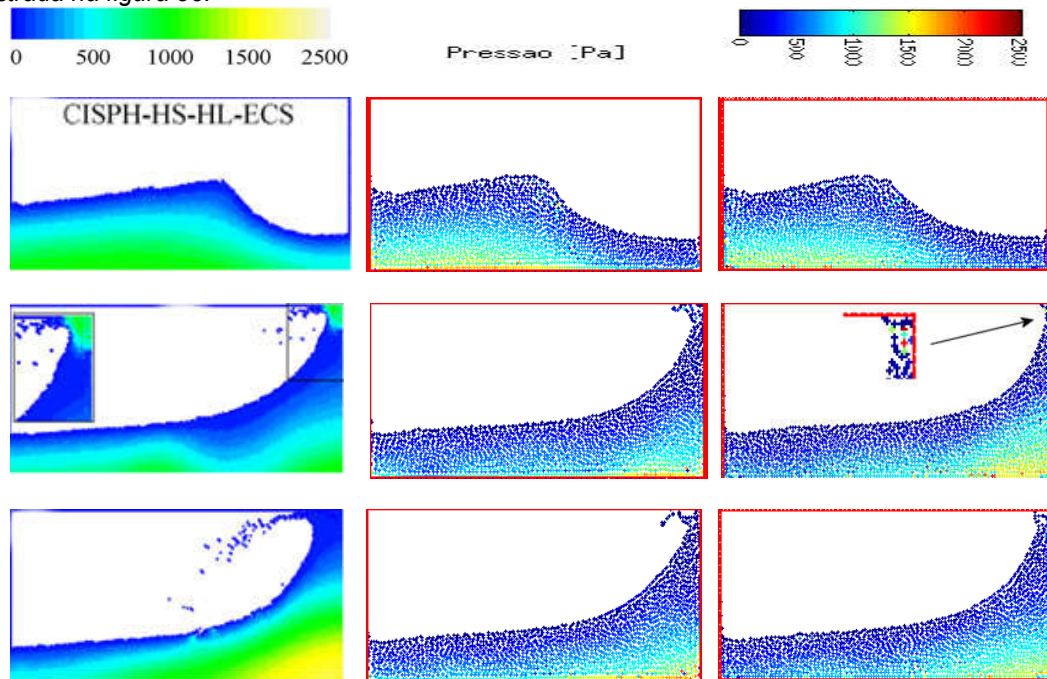


5.5.2- Quantificação da pressão por comparação dos fatores de correção

Antes de quantificar a pressão, uma comparação qualitativa com os resultados obtidos por Gotoh *et. al.*, (2014) foi realizada. Ao mesmo domínio aqueles autores aplicaram partículas com um diâmetro de 3 mm - entorno de 8000 partículas. Enquanto nesta Tese o diâmetro foi de 6 mm, correspondente a 2000 partículas de domínio. Nesta avaliação os fatores de correção aplicados foram *alfa* 0.2; *beta* nulo e *XSPH* também nulo. O contorno foi tratado com 705 partículas.

Eles testaram duas técnicas diferentes e uma pequena subestimação da pressão é destacada na figura 57. Para saber mais sobre as modificações no método consultar Gotoh *et. al.*, (2014).

Figura 57. A direita do centro, 705 partículas virtuais. A esquerda do centro, SPH modificado (ISPH) testado por Gotoh et. al, (2014). O Destaque retangular se refere a uma pequena “subestimação” da pressão, também encontrada nesta Tese e mostrada nas figuras 51 e 53. Ao centro, o escoamento com 1405 partículas de contorno já mostrada no lado esquerdo da figura 55. A relação quantitativa é mostrada na figura 58.



Apesar do aspecto morfológico da configuração onde o tratamento do contorno com 1405 partículas virtuais estar mais próximo do perfil do escoamento real, o uso de 705 partículas fantasmas apresentou melhores aproximações sob a estimativa para os valores da dinâmica do escoamento. As figuras 58 e 59, por exemplo, fazem um paralelo quantitativo entre as pressões encontradas durante o experimento de Kischev e colaboradores (2006), com a técnica numérica usada por ele e com a que nós usamos e modificamos (em referência a técnica de tratamento do contorno desenvolvida nesta Tese).

Figura 58 – No topo, correspondente dos valores coletados a partir do experimento físico de Kishev e colaboradores 2006. Abaixo no centro, SPH com 705 partículas e fator beta e XSPH igual a zero com alfa igual 0.2. A terceira figura (de cima para abaixo), SPH com 1405 partículas e fator beta 1.0 e XSPH 0.005 com alfa igual 0.1.

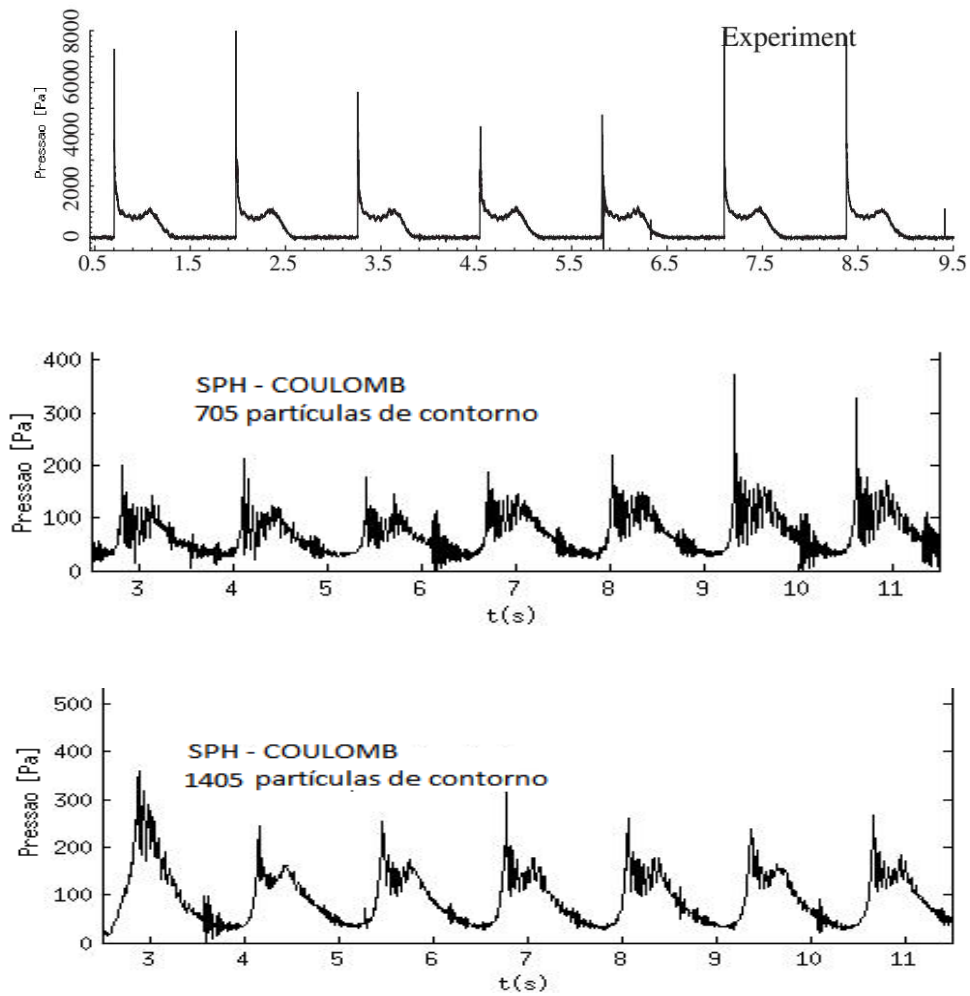
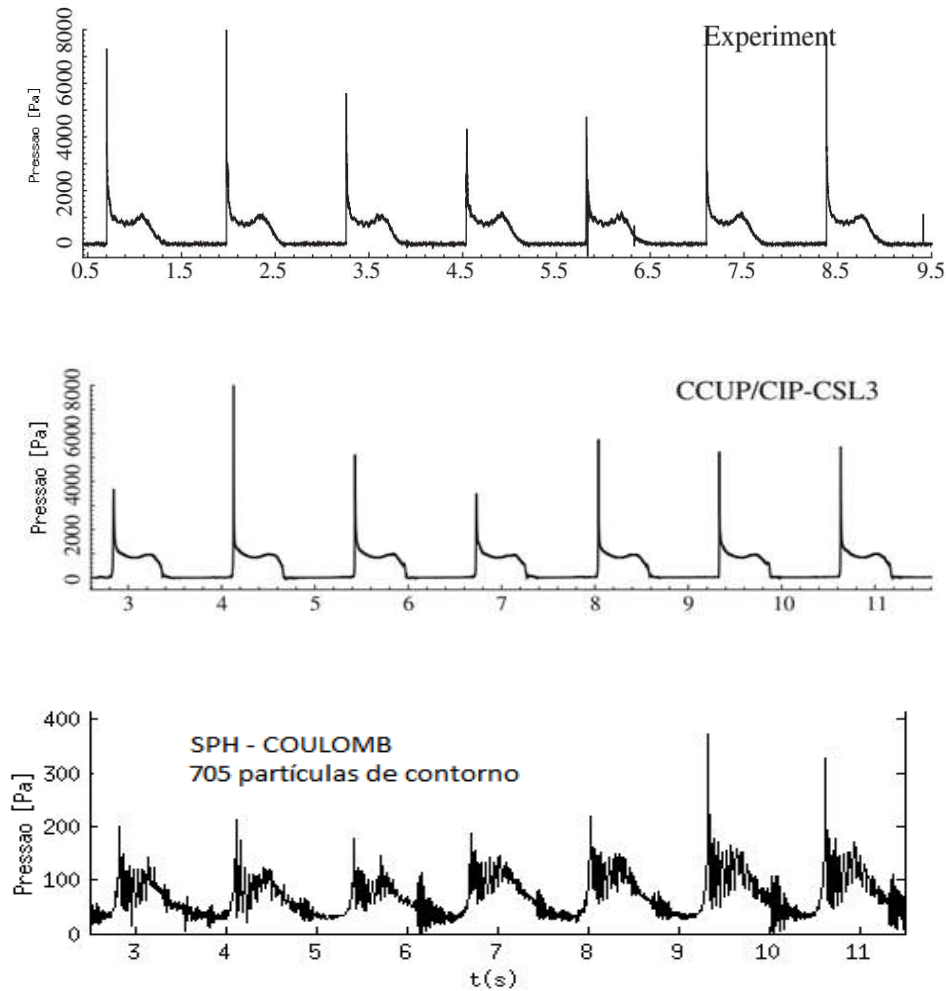


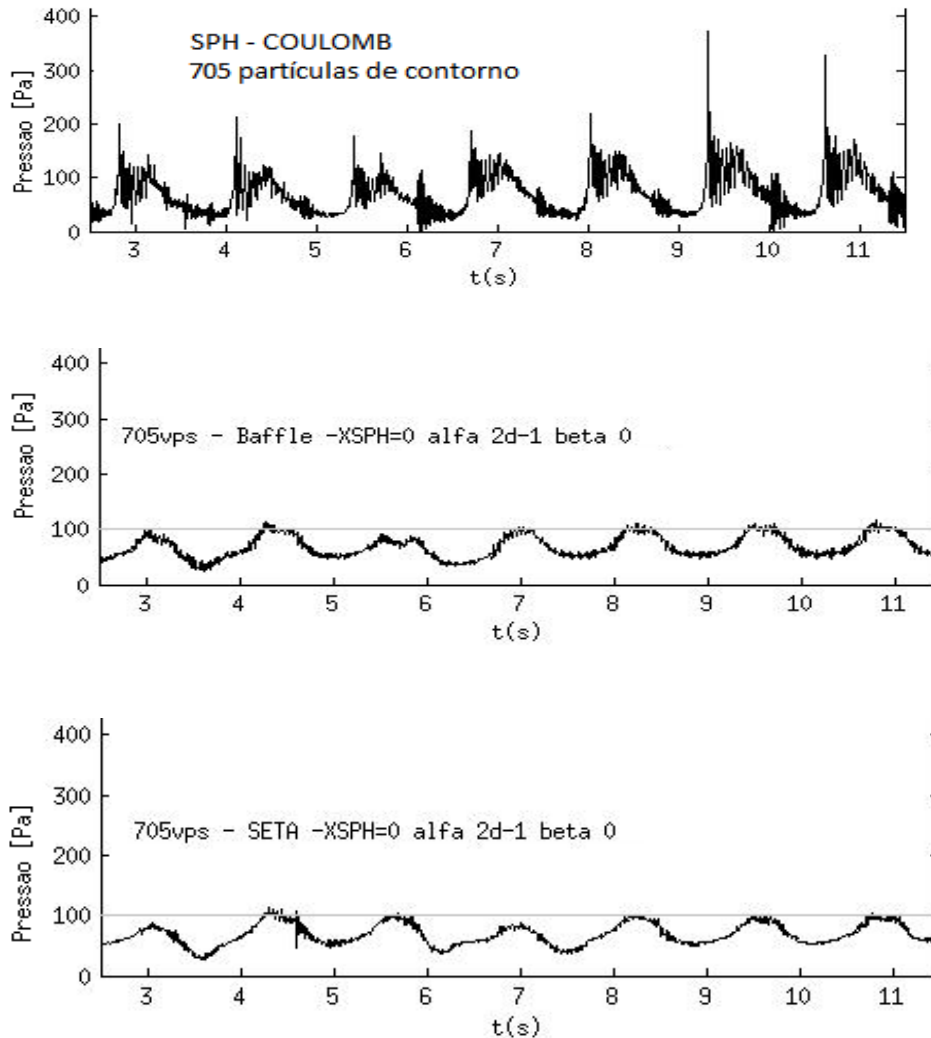
Figura 59. Paralelo entre o experimento físico com os experimentos numéricos para os dados da pressão. Quanto ao modelo aplicado ao método SPH, foram usadas 705 partículas virtuais, o fator de correção XSPH foi nulo, assim como o valor de beta. O valor de alfa para este caso foi 0.2.



Além desta configuração dezenas de cenários foram testados e alguns destes podem ser vistos no apêndice A. No entanto (entre todos), o teste que mais se aproximou do experimento físico foi o da configuração apontada na figura 59, que apesar dos picos de pressão possuírem valores não correspondentes a tendência deles se assemelha aos picos dos dados experimentais.

Em relação aos mecanismos de supressão foram utilizados *baffles* verticais e na forma de seta.

Figura 60 – Pressão em função do tempo para três cenários diferentes. O primeiro de cima para baixo já descrito anteriormente retrata o comportamento da pressão sob a parede esquerda do tanque num ponto localizado em $(x;y)=(0;0.1)$. Na sequência as figuras retratam o anteparo vertical e em forma de seta em dois tanques distintos com os seus respectivos mecanismos de supressão do sloshing.



A morfologia do perfil do escoamento apresentou poucas alterações para cada situação onde os anteparos não foram usados. Contudo, àquele que apresentou melhor resultado (estamos falando do perfil do escoamento) foi a que o fator beta se manteve diferente de zero e igual a um combinado com a *simetriação por meio* do maior comprimento de suavização, principalmente no que tange uma menor flutuação ou menor “subestimação” da pressão. No entanto, o mais recomendado para este caso é a *simetriação pela média* entre os comprimentos de suavização, pois é mais barata e apresentou uma boa aproximação. Quanto a avaliação quantitativa a configuração que apresentou resultados apures possui fator beta e

XSPH nulo e fator alfa igual a 0.2. Nesta conformação o número de partículas usada durante o tratamento do contorno foi de 705. Utilizando esta configuração os mecanismos de supressão, sob as mesmas condições de escoamento, foram testados. Verificou-se que a altura inadequada do *baffle* pode conduzir efeitos indesejáveis. Duas alturas foram testadas, onde o anteparo com altura igual a 0.1 apresentou boa redução na carga hidrodinâmica sobre as paredes.

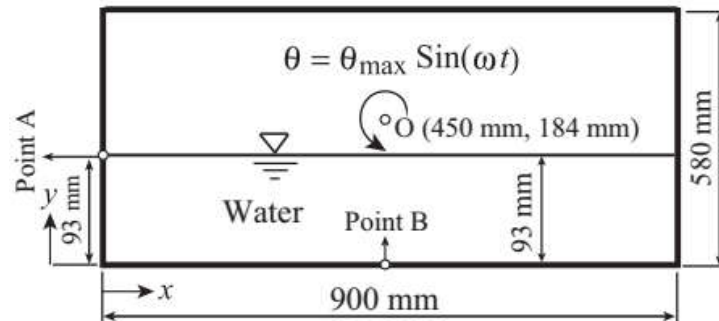
No outro cenário o anteparo tomou a forma de uma seta. Como pode ser observado pelas figuras 52 e 60. Tanto qualitativamente como quantitativamente, entre todos os *baffles* utilizados, este demonstrou ser mais eficiente como ferramenta de supressão. As linhas reta em $(x;y)=(0;100)$ e $(12;100)$ nas figuras 58 foram colocadas para melhor visualizar a variação entre o ponto mais altos de pressão.

Na maioria dos *plots* para o campo de pressão a escala da barra de cor foi de -2000 à +2000, com exceção dos resultados comparados ao Gotoh *et. al.*, pois aqueles autores usaram uma escala de cor de 0 a 2000. E nesta faixa (0 a 2000), as flutuações não físicas da pressão surgem com menos intensidade, ou seja, acabam por ocultar falhas residuais. Estas falhas podem ser decorrentes das características do método utilizado e/ou das condições de contorno e iniciais adotadas e também do número de partículas utilizadas no domínio e contorno. Além disso, mesmo que estas condições estejam perfeitamente aplicadas as diferentes formas de tratamento do contorno irão influenciar nestas flutuações. Em *SPH* o número de partículas do contorno e/ou do domínio afetam significativamente os resultados. Realizar este balanço é ainda um desafio.

5.6 COMPARAÇÃO COM OS TESTES EXPERIMENTAIS – Delorme *et.al.*, 2009.

Delorme e colaboradores 2009 realizaram um experimento físico para estudar um tanque de 138000 m³ de GÁS NATURAL LIQUEFEITO, construído no *Estaleiro de Navantia na Espanha*. Um protótipo em uma escala de 1:50 cujas dimensões são 90 x 58 x 5 cm foi preenchido por água a 9.3 cm de altura, sob uma excitação sujeita a um período de 1.92 s. Ao tanque é imposto um movimento oscilatório sinusoidal.

Figura 61. Descrição Geométrica do experimento de Delorme et. al., 2009, correspondente ao do tanque físico de sloshing da Naval Architecture Department (ETSIN). Technical University of Madrid (UPM).
Fonte: Gotoh et. al, 2014



Fonte: Gotoh et. al, 2014

Em nosso experimento numérico foram usadas 689 partículas virtuais durante os primeiros testes, onde o fator de correção *XSPH* foi nulo e a variável alfa foi 0.2 e beta 1 e 0. O domínio foi composto por 2225 partículas e o fluido de trabalho foi a água.

As figuras 62 são frames de instantes pós impacto contra a parede esquerda. A formação dos jatos d'água em nosso experimento numérico ocorrem quase que no mesmo instante dos frames expostos por Delorme et. al. 2009.

Pressões não-físicas surgem em nossa avaliação. No entanto não prejudicaram o resultado final.

Como já citado, Gotoh e colaboradores 2014 usaram o *Incompressível Smoothed Particle Hydrodynamics - (ISPH)* e suas variantes. E nós utilizamos o *SPH* com uma alteração no tratamento do contorno. As literaturas consultadas realizam este tratamento por meio da força oriunda do potencial de *Lennard-Jones*. A nossa colaboração, para este caso, foi a aplicação da força repulsiva de Coulomb no contorno. Além dessas, como nos capítulos anteriores, os parâmetros de correção foram novamente testados, ato pouco difundido na literatura. Os resultados quantitativos para a pressão estão no apêndice B. A figura 63, parametriza os testes numéricos com o experimento físico, nos quais os dois tratamentos de contorno supracitado são avaliados.

Figura 62. Instantes pós-impacto contra a parede esquerda. Os frames "E" correspondem ao experimento mostrado na literatura. A comparação entre os perfis de escoamento é realizada com dois valores diferentes para a constante beta

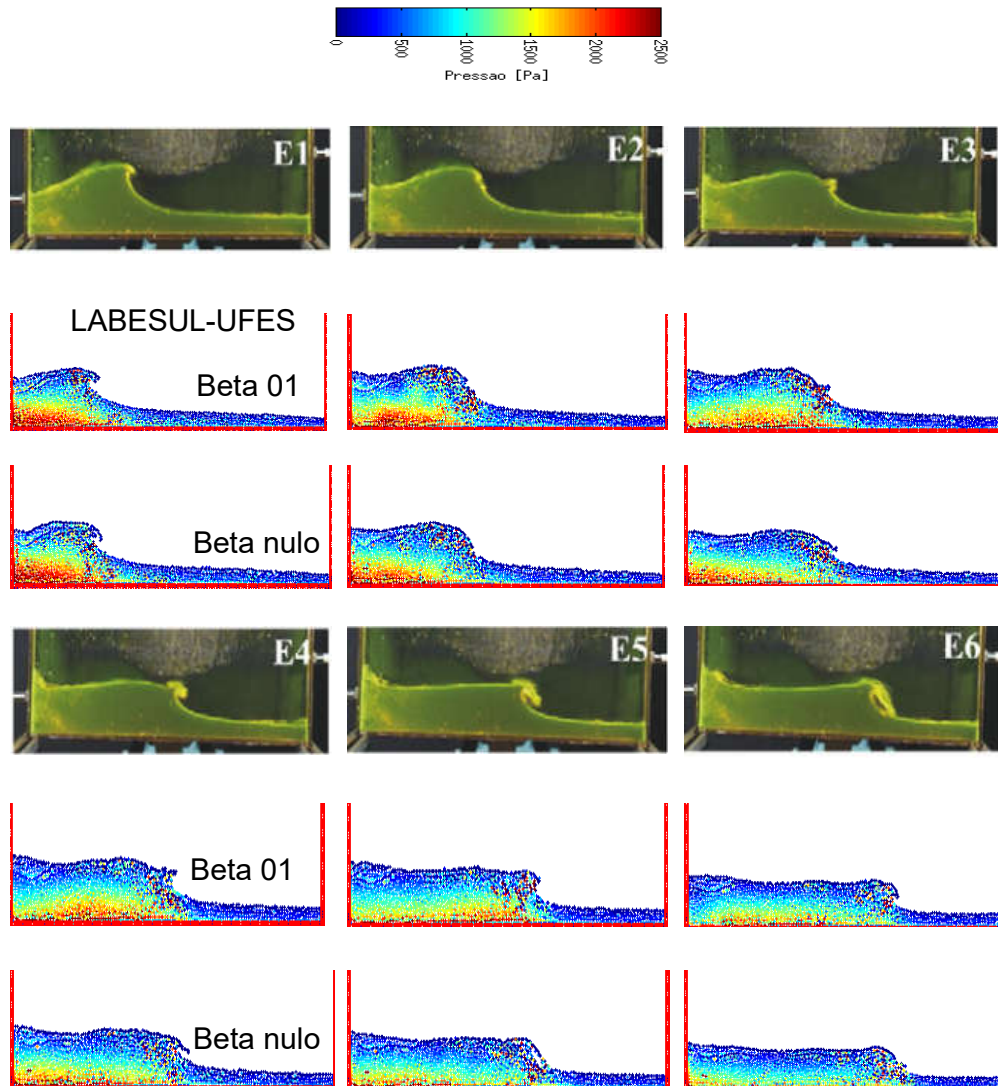


Figura 63. A primeira figura de cima para baixo corresponde a digitalização do diagrama da pressão encontrado em Delorme et. al 2009. Na sequência, os diagramas onde o tratamento do contorno foi COULOMB (centro) e LENNARD-JONES (extremidade inferior).

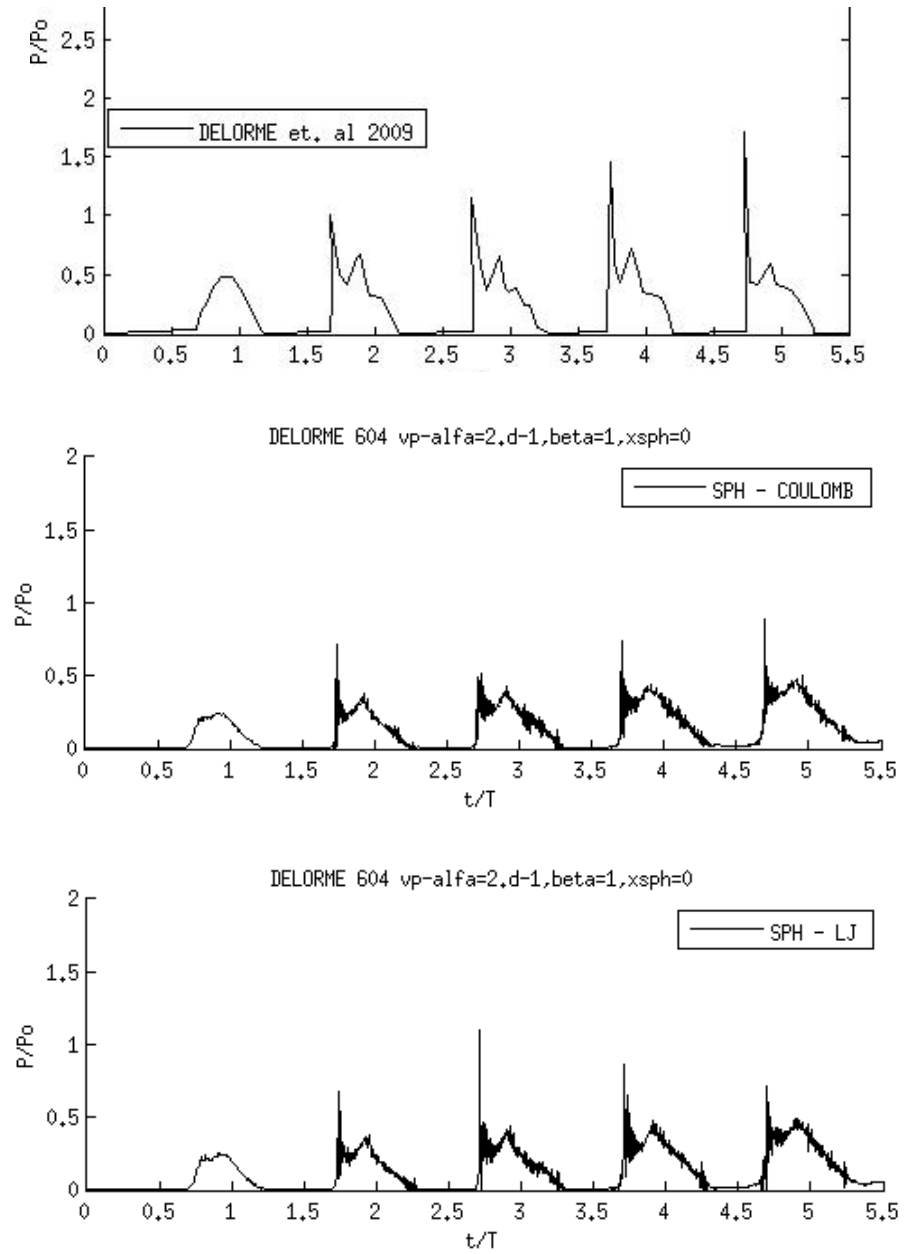
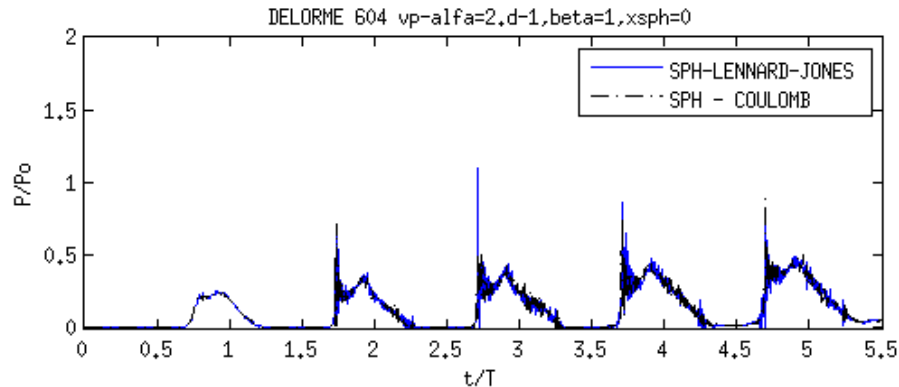


Figura 64- Em azul, diagrama de pressão quando o tratamento usado foi L-J. As linhas em cor preta correspondem ao tratamento com COULOMB.



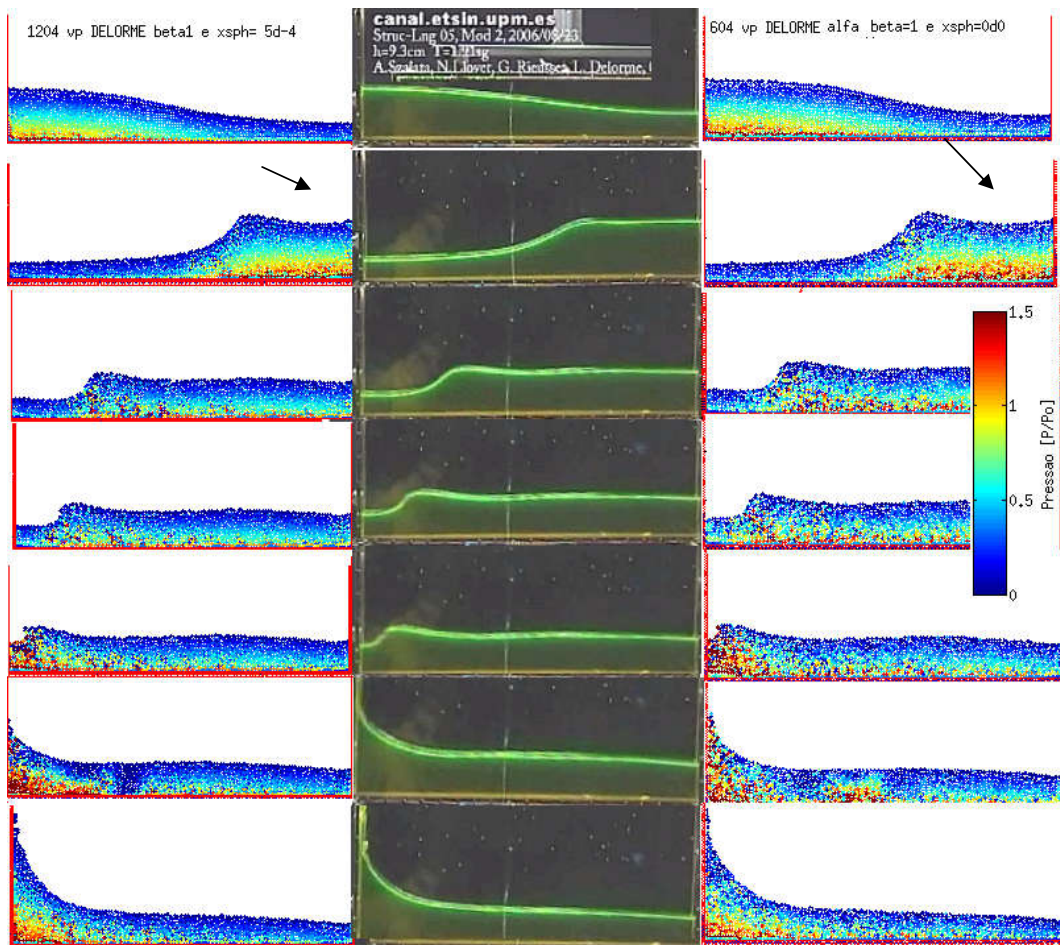
Ambos os tratamentos apresentaram boas aproximações quando comparados com os dados experimentais. Contudo, *SPH-COULOMB* mostrou mais coerência sob a tendência de elevação dos picos de pressão, com exceção do segundo ciclo.

O primeiro pico em cada ciclo resulta do impacto da onda – aceleração. E o comportamento aleatório pode ser interpretado como um efeito altamente não linear onde a duração do impacto é muito curta e a pressão acaba sendo definida pela forma da onda na eminência do choque e imediatamente após a colisão, que resulta no segundo pico – desaceleração (figuras 62).

Mais tarde, em outra avaliação qualitativa do perfil do escoamento e da pressão global, foram usadas 1204 partículas para o tratamento do contorno. Os fatores alfa e beta para esta configuração foram 0.2 e 1, com *XSPH* igual a 0.0005.

Em seguida apreciamos os instantes precedentes e posteriores ao primeiro impacto com a parede direita. O Primeiro frame da figura 64 surge em 0,001s e o último em 0,025s. A literatura de referência não é bem clara quanto a sincronização dos tempos. A gravação do experimento físico da figura central foi encontrada no site do *CANAL ESTIN*, da Universidade de Madri, Espanha. Por ocorrer algumas divergências entre a gravação e os frames da literatura passamos a realizar as analogias entre os instantes pré e pós-impactos.

Figura 65– Comportamento do escoamento durante os primeiros segundos.



Observou-se que o escoamento do experimento numérico possui mais energia cinética (não mensurada) do que o experimento físico durante os instantes que precedem o primeiro impacto, principalmente o da figura a esquerda do centro, produzindo uma pequena concavidade logo após a colisão. Tendo mais energia, espera-se que a frente de onda entre em contato com a parede em um menor tempo. No entanto, como artigo do Delorme e colaboradores 2009 possuem discordâncias entre os tempos apresentado por eles e a gravação do experimento físico, nós não pudemos mensurar o adiantamento dos passos de tempo.

Ainda que, passamos a dominar os parâmetros de correção seria necessário elevarmos o número de partículas do domínio. E estima-se que à medida que este aumento ocorra, ocorram também menos ruídos e uma maior aproximação dos valores experimentais.

6.0 CONCLUSÃO

O trabalho pode ser dividido em duas frentes: a primeira, Métodos de Partículas Suavizadas e a segunda, escoamento em Superfície Livre. Durante a primeira parte a preocupação se deu entorno do tratamento do contorno, o que classificamos como o “grande desafio” a aplicação do método *Smoothed Particle Hydrodynamics*. Contribuições de grande importância foram realizadas naquela direção, incluindo o estudo sobre os parâmetros de correção, seja o *XSPH*, seja a Viscosidade Artificial. Constatamos que classicamente se usa a força oriunda do potencial de *Lennard-Jones* para o tratamento do contorno. Aquela forma de tratamento apesar de eficiente é de difícil calibração e possui grande flutuação quando há alteração do problema ou mudança no número de partículas do domínio e/ou do contorno, como vimos na quebra de barragem, por exemplo. É necessário salientar que o uso daquela força possui apenas caráter numérico, com finalidade única e exclusiva de reter as partículas no interior do domínio. Nesta mesma linha, produzimos uma nova forma de tratamento de contorno por intermédio da força de *Coulomb*. Além de ter apresentado resultados que corroboram com outras literaturas, tanto quanto a morfologia do perfil do escoamento, quanto a dinâmica, o *SPH-COULOMB* é de fácil calibração. Neste novo tratamento utilizamos os mesmos valores para suas constantes em todos os casos estudados, não sendo necessário alterá-los quando modificarmos o número de partículas ou geometria do problema. Por fim como visto na subseção 5.6, além do perfil do escoamento se aproximar do escoamento físico, o *SPH-COULOMB*, quando testado para fins da dinâmica do escoamento, apresentou melhores aproximações em relação ao *SPH* com *LENNARD-JONES*. No entanto, acreditamos que com os valores adequados para o potencial de poço, poderíamos atingir resultados com menos ruídos ao utilizarmos L-J.

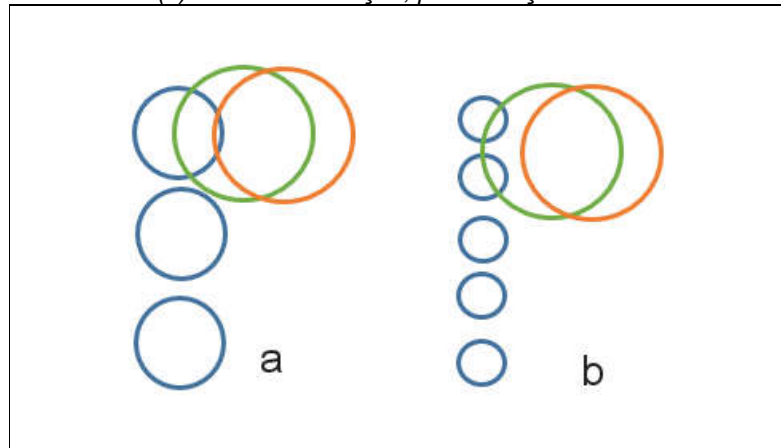
Sobre a Teoria das Parcerias, acredito que com uma fundamentação teórica adequada e com auxílio de teorias já consolidadas como a Teoria das Propriedades e Teoria da Firma, por exemplo, esta proposta virá a se tornar mais uma ferramenta no âmbito da Ciência da Administração de Empresas e Ciências Econômica Moderna. **Apesar de fugir um pouco do tema, segue este parágrafo como uma das recomendações para estudos futuros.**

6.1 EFEITOS DE BORDA

Como já fora dito, o método *SPH* originalmente foi desenvolvido para o tratamento de escoamentos de fluidos compressíveis. Posteriormente foi adaptado para fluidos incompressíveis na qual (a adaptação) segue a ideia de fluidos quase-compressíveis. Para realizar esta conformação se faz uso de uma equação de estado (sendo denominado *WCSPH - Weakly Compressible SPH*). Esta imposição acaba por criar a necessidade de se usar passos de tempo muito pequenos e também provoca o surgimento de pressões não físicas, como fora demonstrado em várias oportunidades aqui nesta Tese. Na necessidade de reduzir ou eliminar estes problemas em 1999 surge uma variante do método *SPH* chamada *Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics* (Cummins & Rudman 1999). A maioria das literaturas datadas de 2009 a 2015 aplicaram *ISPH* que elimina a necessidade da utilização da equação de estado, pois passa a calcular a pressão por meio da equação de *Possion*. No entanto, não resolve o problema do acúmulo de partículas nas bordas, principalmente nas quinas, que por sua vez conduz a lacunas ou espaçamentos não físicos nas proximidades do contorno, como vimos na figura 22, por exemplo. Na tentativa de reduzir estes efeitos Chaniotis *et. al.*, (2002) e Ozbulut *et. al.*, (2013) e Cordeiro *et. al.*, (2013) apresentaram outras novas “variantes” sobre a variante *ISPH*. Nesta Tese, utilizamos o *SPH* genuíno e a redução destes efeitos foi realizada por meio da calibração dos parâmetros de correção em combinação com o número adequado de partículas de contorno com a intensidade apropriada da força reativa de fronteira. Há de salientar que a escolha entre as forças repulsivas (ainda que tenhamos fornecido uma contribuição de grande significado) não implicam em modificação do método. Além desses artifícios, arbitramos a redução do comprimento de suavização das partículas fantasmas em mais de quatro vezes em relação ao comprimento de suavização das partículas do domínio. Ao fazermos isso reduzimos a interferência da partícula que está atrás da partícula vizinha ao contorno. A figura 58 mostra duas partículas do domínio verde e laranja. Em azul a partícula do contorno. O círculo representa o domínio de influência de cada partícula. Observe que na figura (a) as duas partículas do domínio exercem influência sobre a partícula do contorno. A interferência é reduzida em (b). Esta interpretação entra em conflito com a Simetriação por Meio do Maior Comprimento de Suavização apresentado na subseção 5.5.1, já que durante a interação da

partícula do domínio com partícula do contorno, o maior comprimento de suavização tende a ser o da partícula do domínio, retirando o efeito da redução em 4x o comprimento de suavização do contorno em relação ao comprimento de suavização das partículas do domínio. No entanto, se o comprimento de suavização for variável e atualizado pela equação da continuidade esta condição pode se inverter quando a colisão ocorrer. E independentemente podemos arbitrar o tamanho do comprimento de suavização do domínio. Toda via, esta discussão ainda precisa ser ampliada.

Figura 65 – Representação da interação entre as partículas do domínio (verde e laranja) com as partículas virtuais que formam o contorno (em azul). Em (a) tratamento genuíno onde o comprimento de suavização das partículas do contorno é um pouco maior que duas vezes as partículas do domínio. Em (b) nossa contribuição, para redução dos efeitos de borda.



6.2 FATORES DE CORREÇÃO

Os fatores de correção *XSPH* e Viscosidade Artificial foram utilizados em todas literaturas consultadas com o *SPH* genuíno. Porém, não se observou uma discussão sobre as causas, apenas sobre os efeitos. Mostramos aqui, que a combinação entre eles não extingue completamente a sobreposição entre as partículas. Vimos também que o *XSPH* não é apenas um corretor da velocidade ou “reagrupador” das partículas. Em alguns casos ele pode ser utilizado no tratamento das condições de contorno de superfície livre já que a média entre as velocidades das partículas na fronteira pode ser usada para controlar a velocidade local.

Este fator não possui uma faixa característica de valor, ou ao menos não foi determinado ainda. Nesta Tese, por exemplo a constante épsilon do *XSPH* variou

entre 0 a 0.5. Não se pode afirmar também, que ela depende do problema, pois para o mesmo problema utilizamos valores distintos com resultados próximos aos valores experimentais - e é claro que realizamos um filtro e passamos a trabalhar com o valor que julgamos mais acertado. Em problemas como o da cavidade quadrada a presença deste termo foi indispensável, mas para o experimento do Delorme et. al., (2009) o resultado mais refinado implicou na eliminação deste termo. Em resumo, nosso estudo não é conclusivo a respeito, todavia produziu um alicerce para uma consulta mais detalhada exclusivamente sobre este fator. **(UMA RECOMENDAÇÃO IMPLÍCITA PARA ESTUDOS FUTUROS).**

Quanto a Viscosidade Artificial as duas constantes que compõe este fator foram extensivamente verificadas. Os apêndices A e B trazem os diagramas de pressão para diferentes valores de alfa e beta, em combinação com diferentes valores do *XSPH*. Constatamos que os dois fatores de correção em conjunto REDUZEM significativamente a sobreposição das partículas e realizam um controle mais adequado da pressão. A ausência do *XSPH* com fator beta igual a uma unidade promoveu uma morfologia do escoamento em conformidade com o experimento e, com exceção do segundo ciclo, uma ótima tendência dos picos de pressão. Toda via, quando o valor do *XSPH* diferiu de zero, sob as mesmas condições, a tendência dos picos de pressão esteve muito próxima ao experimento físico, mas o perfil do escoamento sofreu alteração significativa, se afastando da formação real.

Conseguimos observar que estes fatores controlam a energia cinética e potencial do escoamento. Dentro de um limite que ainda não foi definido, se elevarmos o valor da constante épsilon, por exemplo, ocorrerá uma redução na energia cinética e conseqüentemente elevação da energia potencial. Como as próprias equações definem, elas possuem dependência do comprimento de suavização que é a variável primária do método *SPH*. A equação 40 tenta mostrar esta dependência como resultados dos estudos sobre quebra de barragem.

E qual a vantagem de deter o conhecimento sobre o controle destes parâmetros? Uma constatação sobre o estudo do *sloshing* com o *SPH* e suas variantes foi que em cem por cento das literaturas consultadas recorreram a um número de partículas que superam as quatro casas decimais. Em nosso Trabalho o valor máximo destas partículas não alcançou três mil. Esta redução em menos de dez vezes na

quantidade de nós se deu graças a calibração correta dos fatores épsilon, alfa e beta em combinação com o tamanho conveniente do comprimento de suavização do domínio e do contorno juntamente com o valor apropriado para o número de Mach sem esquecer as estimações para as constantes elétricas e cargas da lei de Coulomb. Por estas razões o controle destes parâmetros é essencial para qualidade dos resultados. As figuras 26 e 27 são exemplificam esta afirmação.

Ficou claro que a aplicação correta e equilibrada dos parâmetros de correção do método *SPH* genuíno (que são dependentes de h) retira a necessidade de modificações ou hibridações para obtenção de boas aproximações.

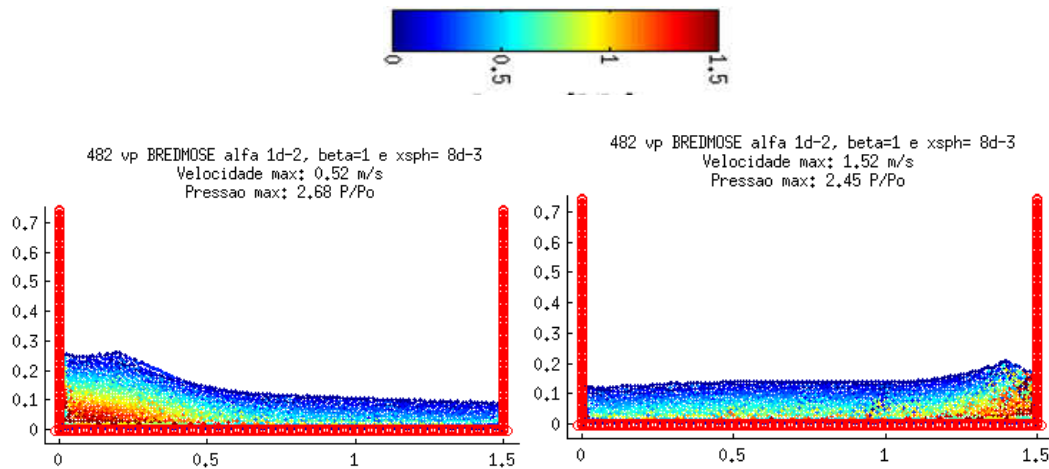
E como mais uma recomendação, sugere-se a parametrização entre os fatores de correção e o número de partículas virtuais onde estes possuem dependência direta do comprimento de suavização.

6.3 ESCOAMENTO EM SUPERFÍCIES LIVRES

Os resultados estão em concordância com os dados experimentais, principalmente no que se refere ao perfil do escoamento, tanto no caso da quebra de barragem como para o *sloshing*. Mesmo sem um tratamento especial, a interface fluido-superfície-livre apresentou um comportamento aceitável. Os efeitos de bordas que surgiram não trouxeram prejuízos ou alterações significativas no resultado. A figura 24, por exemplo, impressiona, pois usamos um número pequeno de partículas do domínio e conseguimos reproduzi com excelente aproximação o escoamento físico. Observamos que em todos os casos surgiram flutuações não físicas da pressão. Porém, estas subestimações não provocaram prejuízos aos resultados, com boas aproximações quando comparadas aos seus respectivos experimentos. Em nenhuma investigação surgiu (ou surgiram) descontinuidade nos perfis. Durante todos os testes os efeitos viscosos com a parede foram observados. Sobre a pressão dinâmica global do escoamento foi possível verificar que os valores máximos podem não possuir correspondência direta com as maiores velocidades para o mesmo instante – como mostra a figura 65. Muito embora durante o intervalo entre a colisão e a ascendência do jato com a estrutura esta relação é satisfeita –

figura 66, o que permite dizer que a pressão local pode variar com o momentum da onda que se aproxima ou jato ascendente em contato com a estrutura.

Figura 65 – Comparação entre a pressão global e a velocidade do escoamento



Isso nos permite concluir que se as pressões dinâmicas locais são causadas pela mudança do momentum do escoamento, não seria nenhum exagero associar as pressões dinâmicas de impacto nas paredes à cinemática provocada pelas tensões viscosas. E essa assertiva não muda, mesmo quando os mecanismos de supressão foram testados para o caso do Bredmose et. al., 2003.

Concordamos com Tsukamoto (2010), quando o mesmo afirma que os defletores são inúteis a altos níveis de preenchimento. Os anteparos provocaram interferência destrutiva no comportamento dinâmico apenas a alturas adequadas. As alturas e o melhor formato do *baffles* para esta finalidade foram mostrados nas sessões 5.4 a 5.6. Outras formas de afetar o comportamento dinâmico incluem (ou incluiriam) a altura da coluna de líquido em relação às dimensões do tanque, frequências da oscilação do tanque, massa específica e temperatura do fluido de trabalho. Essas relações não foram de interesse deste trabalho e, portanto, não tivemos a preocupação em destacá-las, **mas recomendamos para trabalhos futuros.**

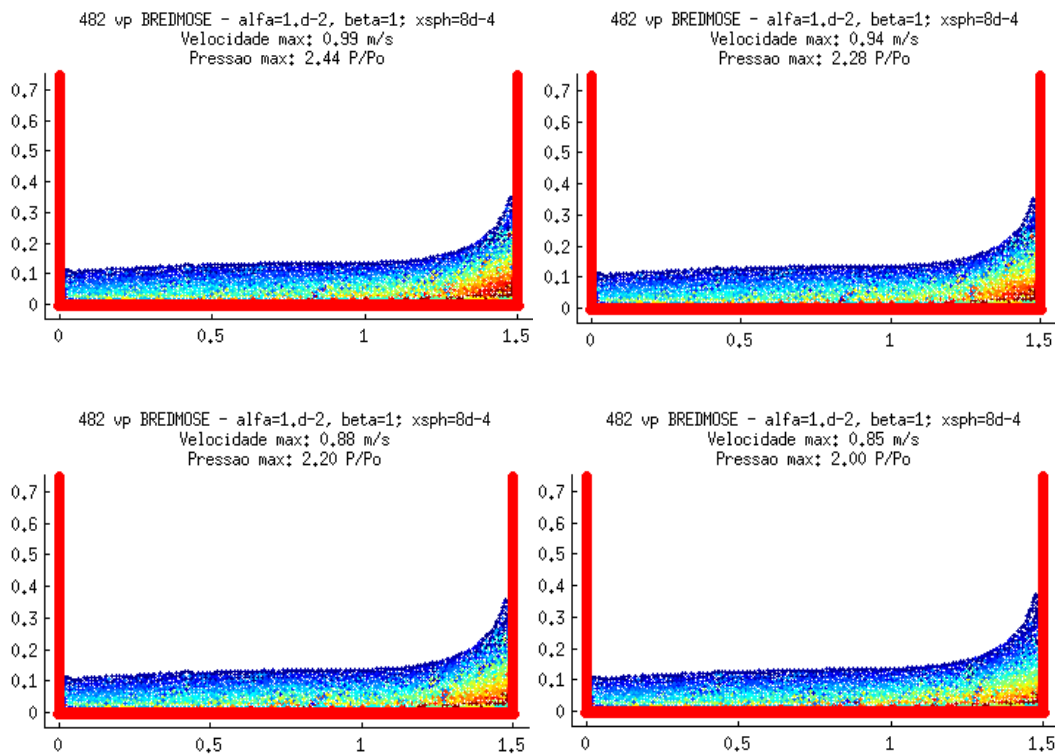
Recomendamos também, além do estudo da temperatura interna, alterações na viscosidade do fluido de trabalho.

Por fim, a primeira hipótese se confirmou quando realizamos testes com os anteparos em forma de seta, onde apesar da pequena diferença entre esta *aleta* e o

anteparo vertical, a tendência indica que se encontrarmos a morfologia adequada haverá uma supressão das cargas hidrodinâmicas sobre as paredes do recipiente.

(MAIS UMA RECOMENDAÇÃO IMPLÍCITA)

Figura 66 – Análise qualitativa das tensões viscosas sob o aspecto da pressão. À medida que a velocidade decai, devido ao atrito viscoso, ocorre a redução da pressão global naquela parede.



E como recomendação a trabalhos futuros, os apêndices C e D apresentam resultados ainda não explorados na literatura utilizando a metodologia aplicada nesta TESE:

- No Apêndice C, o tanque prismático da figura C1 foi posto em movimento sob as mesmas condições do experimento do Delorme et al., 2009. Contudo não estendemos a investigação. Realizamos apenas uma breve análise do perfil do escoamento.
- Bredmose et.al., 2009 trazem o experimento “TABLE TOP” e investigaram o comportamento do perfil e da pressão aplicando um modelo numérico euleriano. Reproduzimos o experimento, porém ainda necessita de ajustes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

1. AGERTZ, O.; MOORE, B.; STADEL, J.; POTTER, D.; MINIATI, F.; READ, J.; MAYER, L.; GAWRYSZCZAK, A.; KRAVTSOV, A.; NORDLUND, Å.; PEARCE, F.; QUILIS, V.; RUDD, D.; SPRINGEL, V.; STONE, J.; TASKER, E.; TEYSSIER, R.; WADSLEY, J.; WALDER, R. Fundamental differences between SPH and grid methods, *MNRAS* 380 200 p 963–978, 2007.
2. ABRAMSON H. N & CHU, W. & GARZA, L. R. "LIQUID SLOSHING IN SPHERICAL TANKS", *AIAA Journal*, Vol. 1, No. 2 , pp. 384-389, 1963
3. ABRAMSON H. N., *Slosh Suppression*, NASA SP-8031,1969
4. AKYILDIZ, H & ERDEM, Ü. Experimental investigation of pressure distribution on a rectangular tank due to the liquid sloshing. *Ocean Engineering*.; 32. 503–151, 2005.
5. ARMÊNIO, V. & LA ROCCA, M. On The Analysis Of Sloshing Of Water In Rectangular Containers: Numerical Study And Experimental Validation *Ocean Engineering*. Vol. 23, No. 8. 705-739, 1996
6. BAI, Yong; JIN, Wei-liang. *Marine Structural Design*. 2. ed. Oxford: Elsevier, 2015
7. BAUTISTA-JACOBO, J. L. & RODRÍGUEZ-MORALES E.& MONTES-RODRÍGUEZ, J. J.& AND GÁMEZ-CUATZÍN H. Effect of Baffles on the the Sloshing in Road Tankers Carrying LPG: A Comparative Numerical Study. *Mathematical Problems in Engineering* , 2015
8. BECKER, M. & M. TESCHNER, Weakly compressible SPH for free surface flows. *Eurographics/ ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation*, p. 1–8. 2007
9. BUDIANSKY, BERNARD. "Sloshing of Liquids in Circular Canals and Spherical Tanks", *Journal of the Aerospace Sciences*, Vol. 27, No. 3, pp. 161-173, 1958-1960
10. BREDMOSE, H. & BROCCINI, M. & PEREGRINE, D.H. & THAIS, L, "Experimental investigation and numerical modelling of steep forced water waves", *J. Fluid Mech.*, pp. 217-249., 2003
11. BRIZZOLARA, S. & SAVIO, L. & VIVIANI, M. Comparison of experimental and numerical sloshing loads in partially filled tanks. *Analysis and Design of Marine Structures* 2009
12. BULIAN, G. & BOTIA-VERA, E. & SOUTO-IGLESIA, A. Experimental sloshing pressure impacts in ensemble domain: Transient and stationary statistical characteristics. *Physics of Fluids* 26, 032102, 2014.
13. CAO, X.Y. & MING, F.R. & ZHANG, A.M. Sloshing in a rectangular tank based

- on SPH simulation, *In Applied Ocean Research*, Volume 47, 2014,
14. CARNEIRO JUNIOR, DELFIM PINTO. *Comportamento de líquidos no espaço-sloshing e amortecedores de natação viscosos*. Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) { Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2009.
 15. CHANG-FANG, Z.& ZHONG-HUA C. Effects of boundary layer and liquid viscosity and compressible air on sloshing characteristics. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering* Volume 7, Issue 4, p. 670–690, July 2015.
 16. CHANIOTIS, A. K. & POULIKAKOS, D. & KOUMOUTSAKOS, P. Remeshed Smoothed Particle Hydrodynamics for the Simulation of Viscous and Heat Conducting Flows. *Journal of Computational Physics* 182, 67–90 2002.
 17. CHEN, Bang-Fuh & NOKES, Roger. Time-independent finite difference analysis of fully non-linear and viscous fluid sloshing in a rectangular tank. *Journal of Computational Physics* 209 47–81, 2005.
 18. CHEN, W. & HAROUN, M.A & LIU, F. Large amplitude liquid sloshing in seismically excited tanks, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.* 25 653–669, 1996.
 19. CHIQUITO, A. J. & DE ALMEIDA, N. G. O Potencial de Lennard-Jones: Aplicação a Moléculas Diatômicas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 21, n. 2, 1999.
 20. CHO, Jin-Era & LEE, Jin-Kyu, SONG, Jeong-Mok, PARK, Suk-Ho & LEE, Joong-Nam. Free vibration analysis of aboveground LNG-storage tanks by the finite element method. *Journal of Mechanical Science and Technology*. Volume 14, Number 6. 2000.
 21. CHU, W.-H. Fuel sloshing in a spherical tank filled to an arbitrary depth. *NASA*, 1962.
 22. CHWANG, A. T. Effect of Hydrodynamic Interaction on the Motion of a Rotating Body. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.* October-December 2004, Vol. XXVI, No. 4 / 349. 2004
 23. CLEARY, P.W. Modelling confined multi-material heat & mass flows using SPH, *Appl. Math. Modell.* 22 981–993. 1998.
 24. COLAGROSSI, A. & LANDRINI, M. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics* 191,448–475, 2003.
 25. COLAGROSSI, A.& PALLADINO, F.& GRECO, M.& LUGNI, C.& FALTINSEN, O.M. Experimental & numerical investigation of 2D sloshing: scenarios near the critical filling depth, in: *Proc. 19th International Workshop on Water Waves & Floating Body*, Cortona, Italy, 2004.

26. COLAGROSSI, A. & PALLADINO, F. & GRECO, M. & LUGNI, C. & FALTINSEN, O.M. Experimental & numerical investigation of 2D sloshing with slamming, in: Proc. 21st International Workshop on Water Waves & Floating Body, Loughborough, Engl, 2006
27. COLE, R.H. Underwater explosions, Princeton University Press 1948, p.43 Acesso em novembro de 2013. Disponível em <https://archive.org/details/underwaterexplos00cole>
28. COLOMINAS, I. & CUETO-FELGUEROSO, L. & MOSQUEIRA, G. & NAVARRINA, F. & CASTELEIRO, M. A particle numerical approach based on the SPH method for Computational Fluid Mechanics. *Boundary Elements XXVI*. 2004.
29. CORDEIRO, D.F. et al. Uma técnica de correção de interface para o método "Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics". *TEMA (São Carlos)*, São Carlos, v. 14, n. 3, p. 347-358, Dec. 2013
30. CUMMINS, S.J & RUDMAN, M. An SPH Projection Method. *Journal of Computational Physics*, 152, 584-607, 1999.
31. CUNDALL, P. A. "of Rock & Soil Structure," in _____ *Analytical & Computational Methods in Engineering Rock Mechanics*, Cp. 4, p. 129-163. E. T. Brown, Ed. London: George Allen & Unwin, 1987
32. CRUCHAGA M.A., & CELENTANO D.J., & TEZDUYAR T.E. Collapse of a liquid column: numerical simulation and experimental validation. *Comput. Mech.*, 39, 453-476. 2007.
33. DAMATY, A. A. El. *Studies on the Application of Tuned Liquid Dampers (TLD) to Up-Grade the Seismic Resistance of Structures*. Department of Civil and environmental Engineering -The University of Western Ontario. 2002.
34. DAS, Raj & CLEARY, P. W- Investigation of Flow Dynamics & Plastic Deformation in Arc Welding Using SPH - *Seventh International Conference on CFD in the Minerals & Process Industries*. CSIRO, Melbourne, Australia. 9-11 December 2009.
35. DÁVALOS-OROZCO, L.A & VÁZQUEZ, E. LUIS. Natural convection of a viscoelastic fluid with deformable free surface. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 85 257- 271 1999.
36. DELORME, L. & IGLESIAS A. S & PEREZ S. A - Sloshing Loads Simulation In Lng Tankers With SPH - *International Conference on Computational Methods in Marine Engineering*. MARINE, Barcelona, 2005.
37. DELORME, L & COLAGROSSI, A. & SOUTO-IGLESIAS, A. & ZAMORA-RODRIGUEZ R. & BOTIA-VERA, E. A set of canonical problems in sloshing, Part I: Pressure field in forced roll-comparison between experimental results and SPH. *Ocean Engineering*; 36(2):168–78 2009.

38. DESBRUN, M. & CANI, M-P. Smoothed Particles: a new paradigm for animating highly deformable bodies. In Proceedings of Eurographics Workshop on *Computer Animation & Simulation* August, Poitiers, France. 1996.
39. DIDIER, E. Simulação Numérica de Escoamentos com Superfície Livre. *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*. Vol. 11, N.º 3, p. 03-18. 2007
40. ELDHO, T.I.& YOUNG, DER-LIANG. Solution Of Stokes Flow Problem using Dual Reciprocity Boundary Element Method. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol. 24, No. 2, p. 141-150; 2001.
41. ELLERO, M. & SERRANO, M.& Espanol P. Incompressible smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics* 226 1731–1752 2007
42. ESWARAN M. & SAHA, U. K. Sloshing of liquids in partially filled tanks – a review of experimental investigations. *Ocean Systems Engineering*, Vol. 1, No. 2 (2011) 131-155
43. EXXON MOBIL. *ExxonMobil Technology Yields World's Largest LNG Carrier*. Asseso: 08 de junho de 2012. Disponível em: <http://www.businesswire.com/multimedia/home/20081217005080/en/1735488/ExxonMobil-Technology-Yields-World%E2%80%99s-Largest-LNG-Carrier>
44. FALTISEN O. M. & ROGNEBAKKE, O.F & TIMOKHA, A.N. Classification of three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base tank with finite depth. *Journal of Fluids Structures* 2005.
45. FALTISEN, O. M. & TIMOKHA, A. N. Sloshing in Marine- and Land-Based Applications. *Cambridge University Press*. 978-0-521-88111-1 – Sloshing 2009.
46. FIROUZ-ABADI, R.D. & GHASEMI, M. & HADDADPOUR, H. A modal approach to second-order analysis of sloshing using boundary element method. *Ocean Engineering* 38 11–21 2011.
47. FILHO, Odilon R. *Estudo da influência do nível de alagamento sobre a estabilidade dinâmica de pesqueiros*. Dissertação – Mestrado em Engenharia Universidade de São Paulo 2006.
48. FOX, R.W.& MCDONALD, A.T& PRITCHARD, P.J. Introduction to Differential Analysis of Fluid Motion: Newtonian Fluid, Navier-Stokes Equations. In: _____ *Introduction fluids mechanic*. John Wiley & Sons. 6ª. p.213. 2004.
49. FRANSEN, J.B. Sloshing motions in excited tanks. *Journal of Computational Physics*. 2003.
50. GINGOLD, R. A. & MONAGHAN, J. J. Binary fission in damped rotating polytropes. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 184:481-499, 1978.
51. GINGOLD, R. A & MONAGHAN, J. J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Royal Astronomic Society*, Londres, v. 181, p. 375–389 1997.

52. GOTOH H., KHAYYER A., IKARI H., ARIKAWA T., & SHIMOSAKO K., "On enhancement of Incompressible SPH method for simulation of violent sloshing flows," *Applied Ocean Research*, vol. 46, p. 104–115 2014.
53. GUILCHER, P.M., & OGER, G., & BROSSET, L., JACQUIN, E., GRENIER, N. AND TOUZE, D.L., Simulation of liquid impacts with a two-phase parallel SPH model, *Proceedings of the 20th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Beijing, China 2010
54. GU Y. T. & LIU G. R. A coupled element free Galerkin/Boundary element method for stress analysis of two-dimensional solids. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(34): 4405-4419, 2001
55. GRADINSCAK 2009. Liquid Sloshing in Containers with Flexibility. *Thesis Doctor of Philosophy*. Faculty of Health, Engineering and Science. Victoria University. Melbourne, Australia, 2009.
56. GRAHAM ,E. W. The Forces Produced by Fuel Oscillation in a Rectangular Tank. Front Cover. *Douglas Aircraft Company*, Incorporated, 1950
57. GRAHAM, E. W., & RODRIGUEZ, A. M. The Characteristics of Fuel Motion Which Affect Airplane Dynamics. Rep. No. SM-14212, *Douglas Aircraft Company*, Incorporated, November 1951
58. HOSKINS, L. M. & JACOBSEN, L. S., "Water Pressure in a Tank Caused by a Simulated Earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, Voh 24, 1934.
59. HOU L. & L. FANGCHENG & WU, C. - A Numerical Study of Liquid Sloshing in a Two-dimensional Tank under External Excitations. *J. Marine Sci. Appl.* 11: 305-310, 2012.
60. IBRAHIM, R. A., 1940. *Liquid sloshing dynamics: theory and applications*. Cambridge University Press, 2005.
61. JACOBSEN, L. S. "Impulsive Hydrodynamics of Fluid Inside a Cylindrical Tank and of a Fluid Surrounding a Cylindrical Pier," *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol. 39, 1949.
62. JACOBSEN, L. S & AYRE, R. S. "Hydrodynamic Experiments with Rigid Cylindrical Tanks Subjected to Transient Motions," *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol 41, 1951.
63. JAISWAL, O. R. & RAI, D. C. & JAI, S. K. *Review of Code Provisions on Seismic Analysis of Liquid Storage Tanks*. IITK-GSDMA-EQ04-V1.0. IITK-GSDMA Project on Building Codes. 2003
64. KISHEV ZR, & HU C, & KASHIWAGI M. Numerical simulation of violent sloshing by a CIP-based method. *Journal of Marine Science and Technology* ;11: 111–22, 2006.
65. KUO, J.F. & R.B. CAMPBELL & DING, Z. & HOIE, S.M. & RINEHART, A.J. & SANDSTRÖM, R.E. & YUNG, T.W. & GREER, M.N. & DANACZKO, M.A.. LNG

- tank sloshing assessment methodology – the new generation *19th ISOPE Conference*, Osaka, Japan, pp. 1–12, 2009.
66. LAMB, H. *HYDRODYNAMICS*. Cambridge University Press, pg 371, 1932.
67. LEE, S.J. & KIM, M.H. & LEE, D.H. & KIM, J.W & KIM, Y.H. The effects of LNG-tank sloshing on the global motions of LNG carriers. *Ocean Engineering* 34, 2007.
68. LIND, S.J. & XU, R. & STANSBY, P.K. & Rogers, B.D. Incompressible smoothed particle hydrodynamics for free-surface flows: a generalised diffusion-based algorithm for stability and validations for impulsive flows and propagating waves. *J. Comput. Phys.*, 231 pp. 1499–1523, 2012.
69. LIU, G.R. & LIU, M.B. *Meshfree particle methods (MPMs)* - disponível em: <http://www.worldscibooks.com/engineering/5340.html> - The Word Science Books (2003) - acesso em 16 de agosto de 2011.
70. LORELL, J. Forces Produced by Fuel Oscillation. *Jet Propulsion Laboratory Progress Report 20-149, Pasaena, California 1951*
71. LUCY, L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astron. J.* 82:1013. 1977.
72. LUSKIN, H. & LAPIN, H, “An Analytical Approach to the Fuel Sloshing and Buffeting Problems of Aircraft,” *J. Aero. Sci.*, 19, No. 4, 217–228 1952
73. LUZ, LUCAS CARNEIRO. *Análise da movimentação da carga (sloshing) de GNL e modelagem de sua vaporização (boil-off) considerando composição e tipo de tanque de navios metaneiros (carrier)*. Projeto de Graduação. Programa de Graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio, 2016.
74. MARSH, A.P & MAHESH, P. & EREN, S. & ÖZDEN. Experimental Findings and Numerical Predictions of Shallow Depth Sloshing Absorber Behaviour. *16th Australasian Fluid Mechanics Conference*. Crown Plaza, Gold Coast, Australia. 2-7 December 2007
75. MARSH A.P., *Design of Effective Travelling-Wave Sloshing Absorbers for Structural Control*. PhD Thesis, Victoria University, Australia, 2009
76. MARSH, A.P & MAHESH, P. & EREN, S. & ÖZDEN, F. T. A numerical investigation of energy dissipation with a shallow depth sloshing absorber. *Applied Mathematical Modelling* 34 2941–2957. 2010
77. MARSH, A.P & MAHESH, P. & EREN, S. & ÖZDEN, F. T. A study of sloshing absorber geometry for structural control with SPH. *Journal of Fluids and Structures* 27 (2011) 1165–1181, 2011.
78. MODI, V. J. & SETO, M.L. Suppression of flow induced oscillations using sloshing liquid dampers analysis and experiments. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 67&68 611-625, 1997.

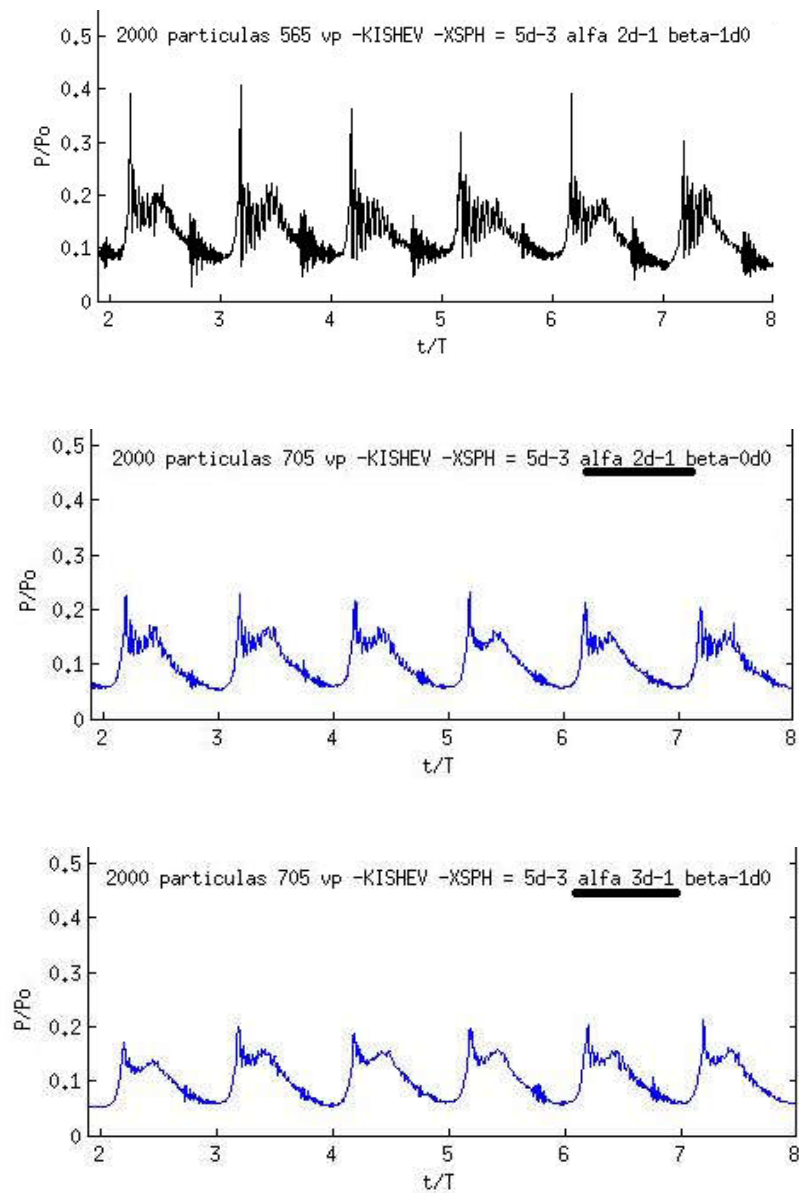
79. MIRZABOZORG, H. & HARIRI-ARDEBILI, M.A. & NATEGHI, R. A. Seismic behavior of three dimensional concrete rectangular containers including sloshing effects. *Coupled Systems Mechanics*, Vol. 1, No. 1 79-98, 2012.
80. MONAGHAN, J. J. & LATTANZIO, J. C. A refined particle method for astrophysical problems. *Astronomy and Astrophysics* (ISSN 0004-6361), vol. 149, no. 1, Aug. p. 135-143, 1985
81. MONAGHAN, J. J. On the Problem of Penetration in Particle Methods. *Journal of Computational Physics* 82, 1-15, 1989.
82. MONAGHAN, J. J. Smoothed Particle Hydrodynamics. *Astronomy and Astrophysics*. 30:543-74 1992.
83. MONAGHAN, J.J. & KOCHARYAN A. SPH simulation Free Surface Flows with SPH. ELSEVIER. *Computer Physics Communications* 110, 399-406, 1994.
84. MONAGHAN, J.J. & KOCHARYAN A. SPH simulation of multi-phase flow. ELSEVIER. *Computer Physics Communications* 87 225-235. 1995.
85. MONAGHAN, J.J. - Simulating free surface flows with SPH. - J. Comput. Phys. 110, 399 – 406 1999.
86. NAKAYAMA T. & WASHIZU K. The boundary element method applied to the analysis of two-dimensional nonlinear sloshing problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 17, p. 1631-1646 1981, 1981.
87. NASA, "Slosh Suppression", Space Vehicle Design Criteria (estructures), NASA/SP-8031, 36 (1969). Disponível em:
<http://www.dept.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4065/NASADesignSPs/sp8031.pdf>
f. Acessado em: 02-20-2015.
88. Naval Architecture Department (ETSIN). Technical University of Madrid (UPM).
<http://canal.etsin.upm.es/papers/SAOS2010/> Arco de la Victoria s/n. 28040 Madrid. Spain
89. NEJAD-ASGHAR, M & KHESALI, A.R.& SOLTANI J. Artificial viscosity in simulation of shock waves by smoothed particle hydrodynamics. *Astrophys.Space Sci.* 313:425-430. 2008.
90. ODD M. F. & ALEXANDER N. T. Sloshing in Marine- and Land-Based Applications. *Cambridge University Press*. 978-0-521-88111-1 – Sloshing.
91. "a posteriori", in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008-2013, <https://www.priberam.pt/dlpo/a+posteriori> [consultado em 25-03-2017].
92. PAIVA NETO, A. - Uma abordagem Lagrangiana para simulação de fluidos viscoplásticos e multifásicos – TESE – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática&| Rio de Janeiro: PUC-Rio 2007.
93. PAL, P. & BHATTACHARYYA, S.K. Sloshing in partially filled liquid containers — Numerical and experimental study for 2-D problems. *Journal of Sound and Vibration* 329 (2010)

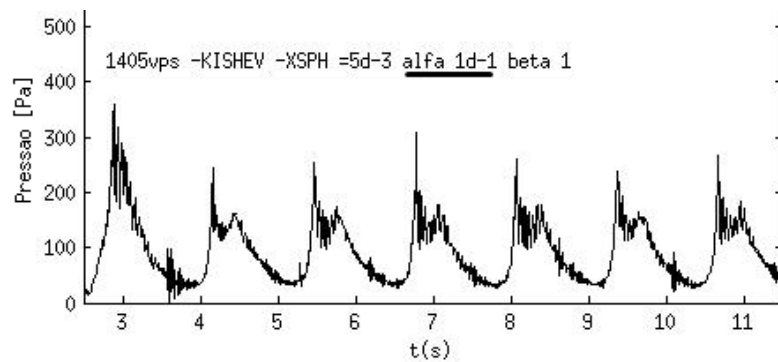
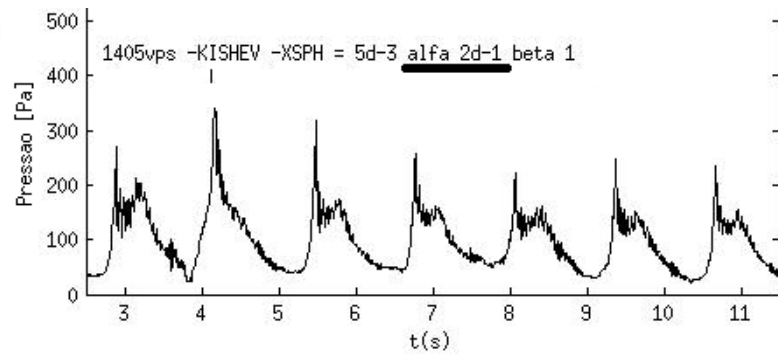
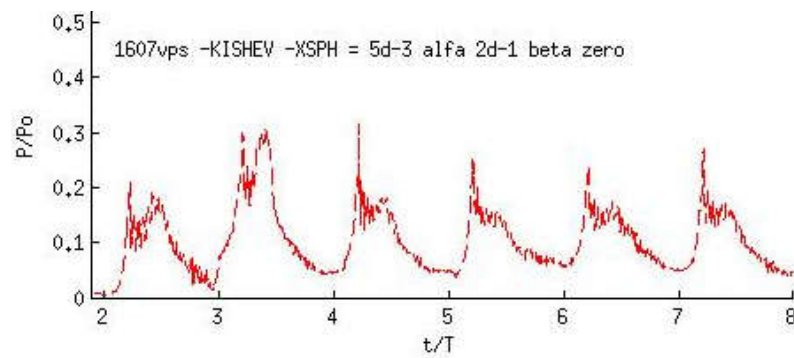
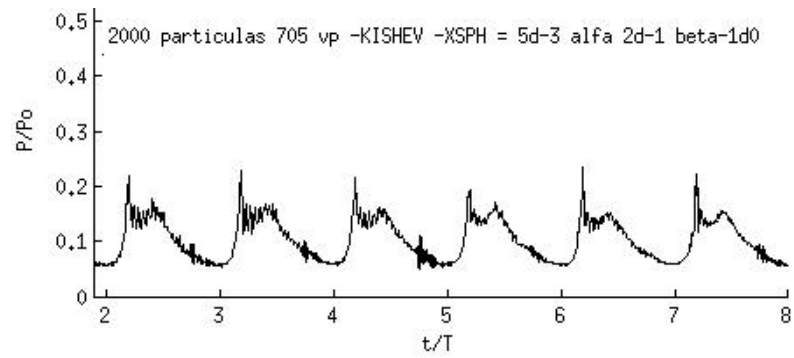
94. PEREGRINE, D.,. Water-wave impact on walls. *Annual Review of Fluid Mechanics* 35, 23–43.2003
95. PEREZ S. A & DELORME, L. & IGLESIAS A. S - Utilización del método SPH en la simulación del Sloshing - artículo técnico. *Ingeniería Naval*.ENERO 2005.
96. POISSON S. D. (1828–9), Sur les petites oscillations de l'eau contenue dans un cylindre, *Ann. De Gergonne* XIX, 2225.
97. PRICE D.J. Modelling discontinuities and Kelvin–Helmholtz instabilities in SPH. *Journal of Computational Physics* 227 10040–10057 2008.
98. RABCZUKT, T. & BELYTSCHKO, T. & XIAO, S.P. Stable particle methods based on Lagrangian kernels. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 193 2004
99. RAFIEE, A & THIAGARAJAN, K P. An SPH projection method for simulating fluidhypoelastic structure interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.Vol. 198, pp. 2785-2795, 2009.
100. RAYLEIGH J. W. S. (Lord). On the resistance of fluids, *Phil. Mag*, 5 (2): 430 - 441. Reprinted in: *Scientific Papers* 1:287–296. 1876.
101. RAYLEIGH J. W. S. (Lord). On the maintenance of vibrations by forces of double frequency and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure, *Phil. Mag.* 24, 145–159, 1887.
102. RAYMOND, S. & LEMIALE, V. & IBRAHIM, R. & LAU, R. A meshfree study of the Kalthoff-Winkler experiment in 3D at room and low temperatures under dynamic loading using a viscoplastic model. *Engineering Analysis with Boundary Elements* 42 · October 2013
103. SAKO, K. & BUI, Ha H. SPH-Based Numerical Simulations for Large Deformation of Geomaterial Considering Soil-Structure Interaction. *International Association for Computer Methods & Advances in Geomechanics (IACMAG)*. 1-6 October, 2008. Goa, India, 2008
104. SOUTO-IGELSIA, A. & DELORME L. & ROJAS, L. P & ABRIL-PÉREZ, S. Liquid moment amplitude assessment in sloshing type problems with smooth particle hydrodynamics. *Ocean Engineering* 33 1462–1484, 2006
105. SMITH, G. E. Newton's study of Fluid mechanics. *International Journal of Engineering Science*. Philosophy Department, Tufts University, Medford, MA 02155, USA. 36 p. 1377 1998
106. SHAO, S.D. & LO, E.Y.M. Incompressible SPH method for simulating Newtonian & non-Newtonian flows with a free surface. *Adv. Water Resour.* 26 (7), 787 – 800, 2003.
107. THIAGARAJAN, K P, RAKSHIT, D AND REPALLE, N, “The air-water sloshing problem: fundamental analysis and parametric studies on excitation and fill levels” *Ocean Engng.*, 38, 498 – 508. 2011

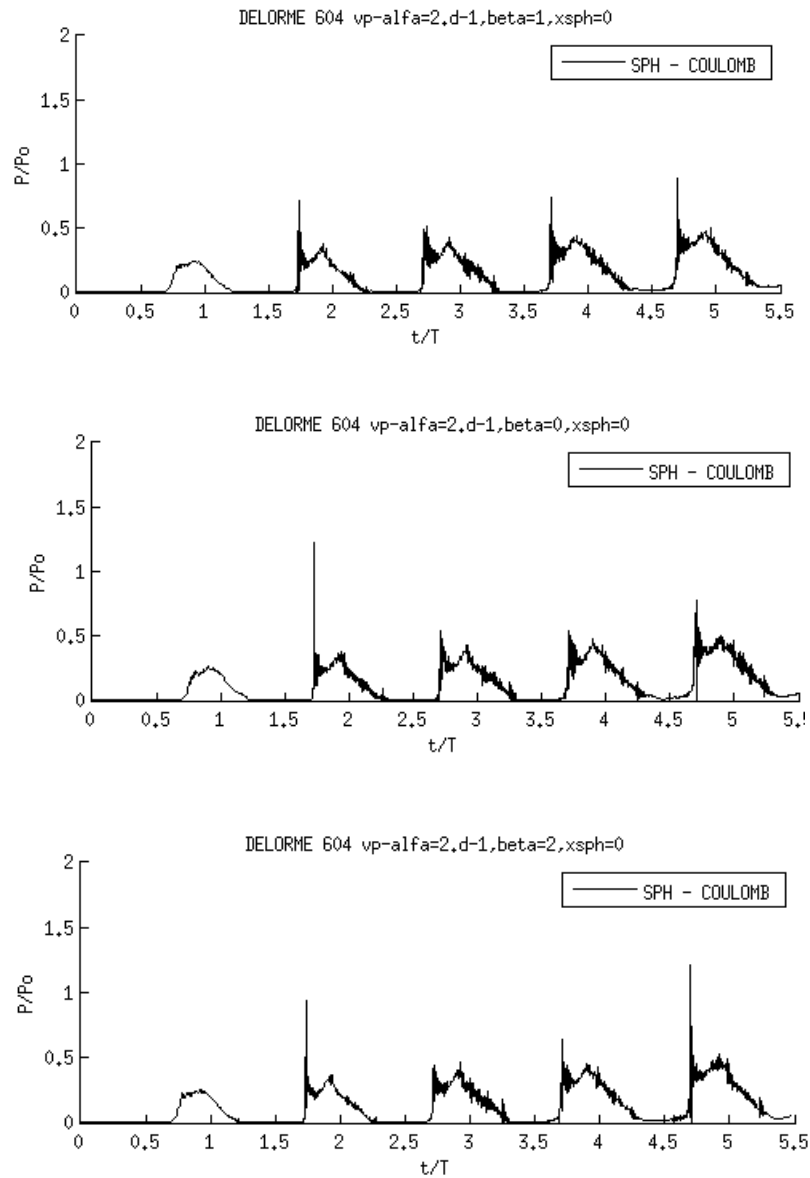
108. TSUBOTA, K.& WADA, S.& KAMADA, H.& KITAGAWA, Y. & LIMA, R. & YAMAGUCHI, T. A Particle Method for Blood Flow Simulation: Application to Flowing Red Blood Cells & Platelets. *J. Earth Sim.* Vol. 5, 2 – 7, 2006.
109. TSUKAMOTO, M.M. Modelagem Analítica e Simulação Numérica de um Sistema de Supressão de Sloshing. TESE. Universidade de São Paulo. Engenharia Naval e Oceânica. 2010
110. TANAKA, N. HAYAKAWA, Y. MASUZAWA, T. Three-dimensional simulations of microscopic blood flow using SPH method. *Journal of Biomechanics.* Vol. 39 p. 430, 2006.
111. THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE. Fluid structure interaction effects on and dynamic response of pressure vessels and tanks subjected to dynamic loading *Health and Safety Executive.* 2007
112. THIAGARAJAN, K.P. & RAKSHIT, D & REPALLE N. The air–water sloshing problem: Fundamental analysis and parametric studies on excitation and fill levels. *Ocean Engineering.* Volume 38, Issues 2–3, Pages 498–508, 2011.
113. VACA, A. O. *Estudo comparativo da influência do explosivo no colapso de um revestimento de carga oca Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia – Rio de Janeiro, p.57, 2015.*
114. VASCO, J. R. G. *Desenvolvimento de software utilizando a técnica sph (smoothed particle hydrodynamics) na geração de ondas de submersão. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação p.73. 2014.*
115. WESTERGAARD H. M. Water Pressures on Dams during Earthquakes, *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, Vol. 98, 1933
116. WU, CHIH-HUA & CHEN, BANG-FUH. Sloshing waves and resonance modes of fluid in a 3D tank by a time-independent finite difference method. *Ocean Engineering* 36 500–510, 2009
117. WU, Chih-Hua & FALTINSEN, Odd M. & CHEN, Bang-Fuh. Numerical study of sloshing liquid in tanks with baffles by time-independent finite difference and fictitious cell method. *Computers & Fluids* 63. 2012
118. YEH, H. “Free-Surface Dynamics,” in *Advances in Coastal and Ocean Engineering*, (P. L.-F. Liu, Ed.), Vol. 1, *World Scientific Publishing Co.* pp. 1-75, 1994.

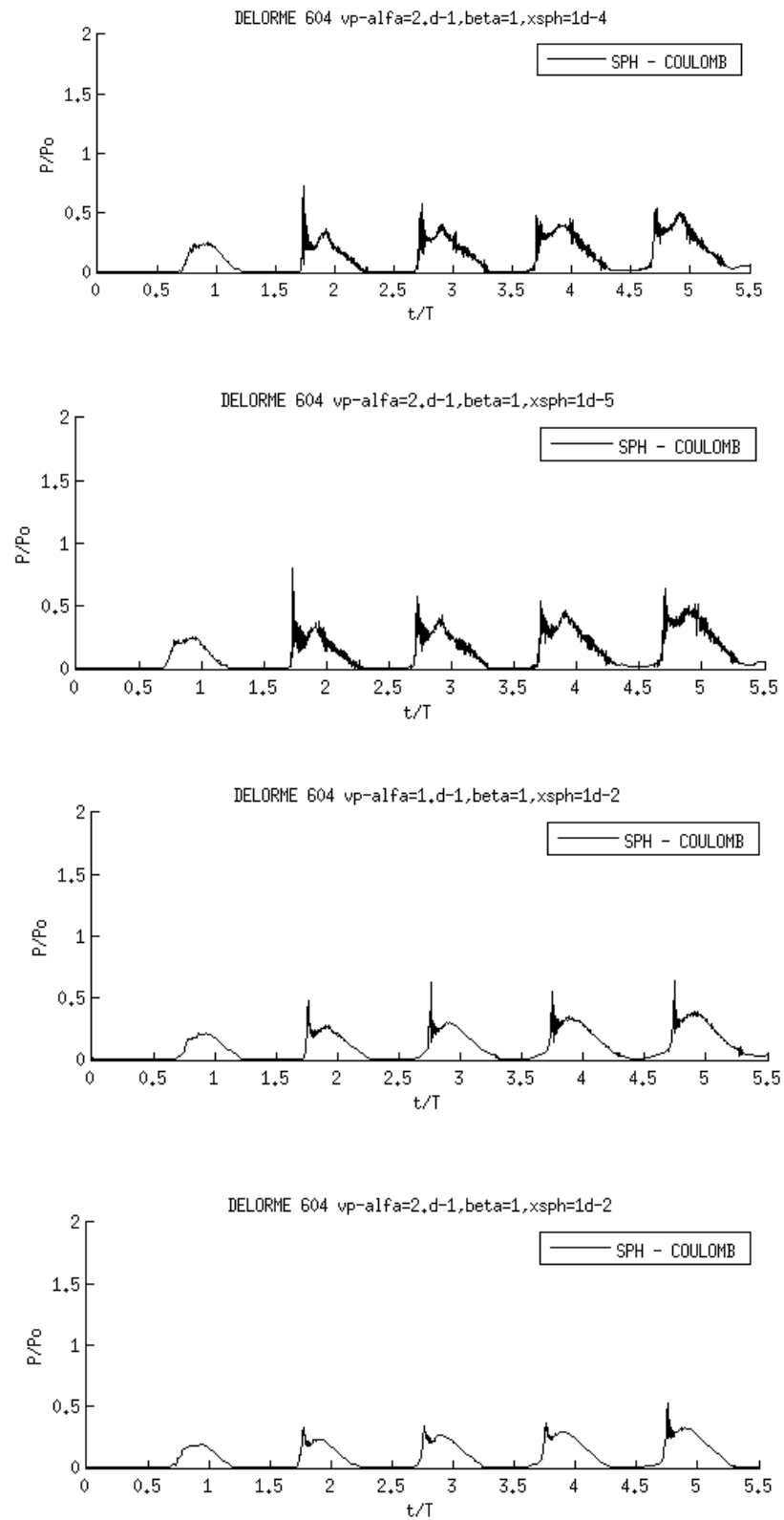
APÊNDICE A - Resultados para diferentes configurações. KISHEV *et.al.*, 2006.

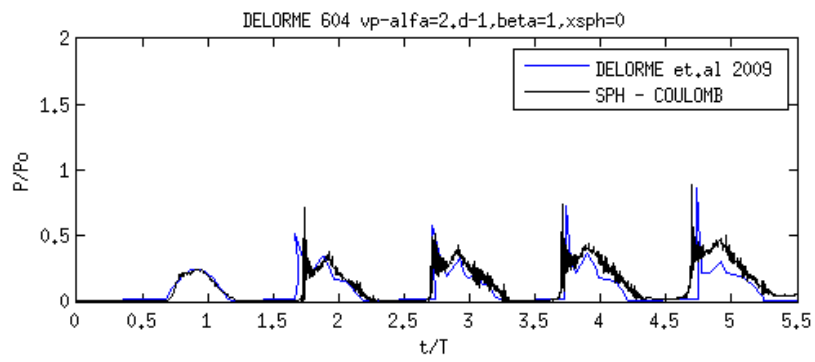
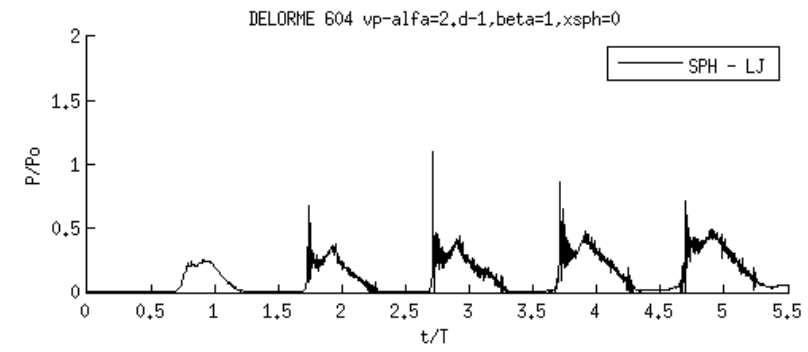
Figura A1 – Perfis de pressão para diferentes valores de alfa, beta e XSPH, e também para números distintos de partículas de contorno. As primeiras de cima para baixo foram adimensionalizadas: a pressão pela pressão hidrostática de referência e o tempo pelo período de 1.3s





APÊNDICE B - Resultados para diferentes configurações. DELORME *et.al.* 2009.*Figura B1 – Configurações com diversas combinações de parâmetros*

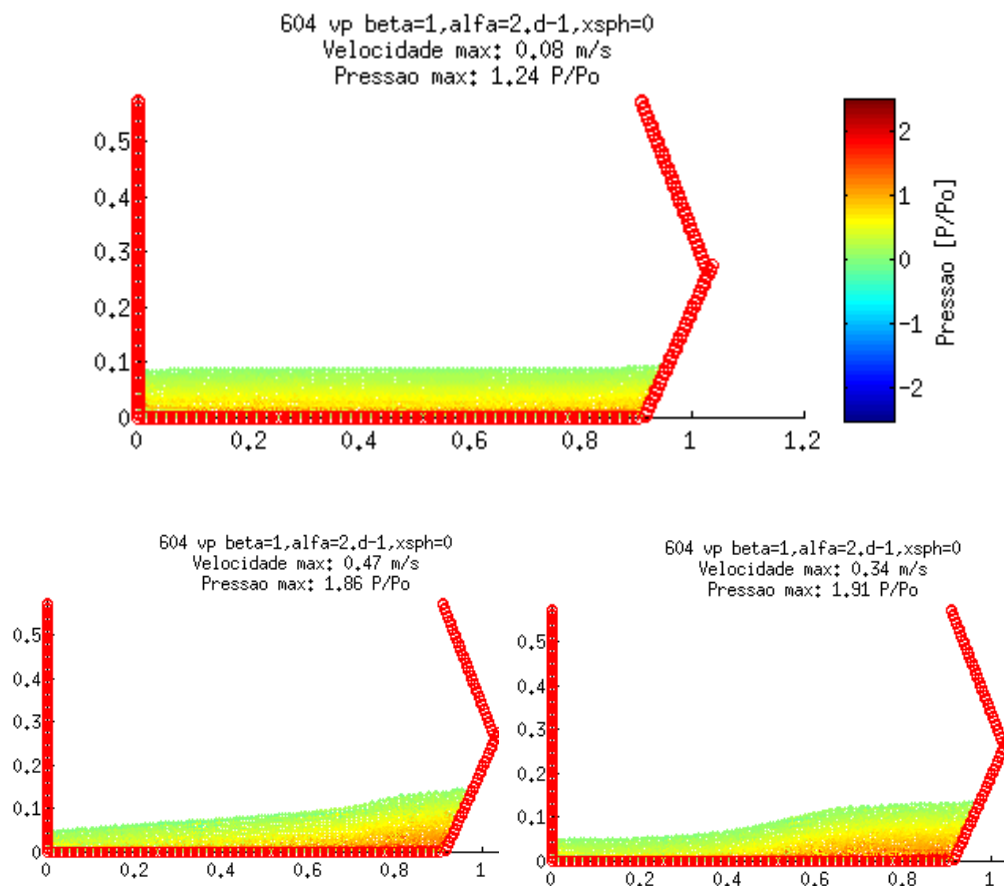


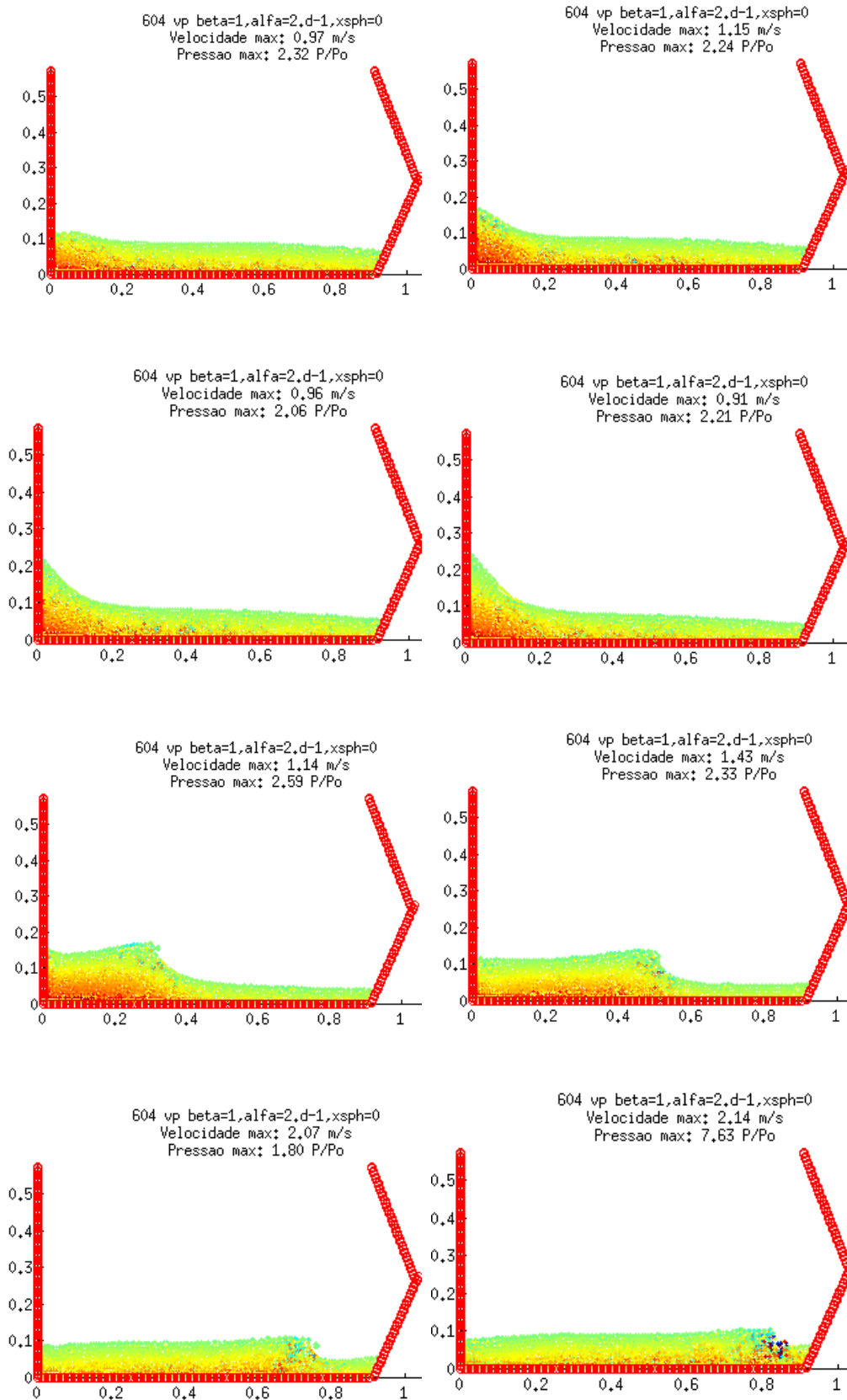


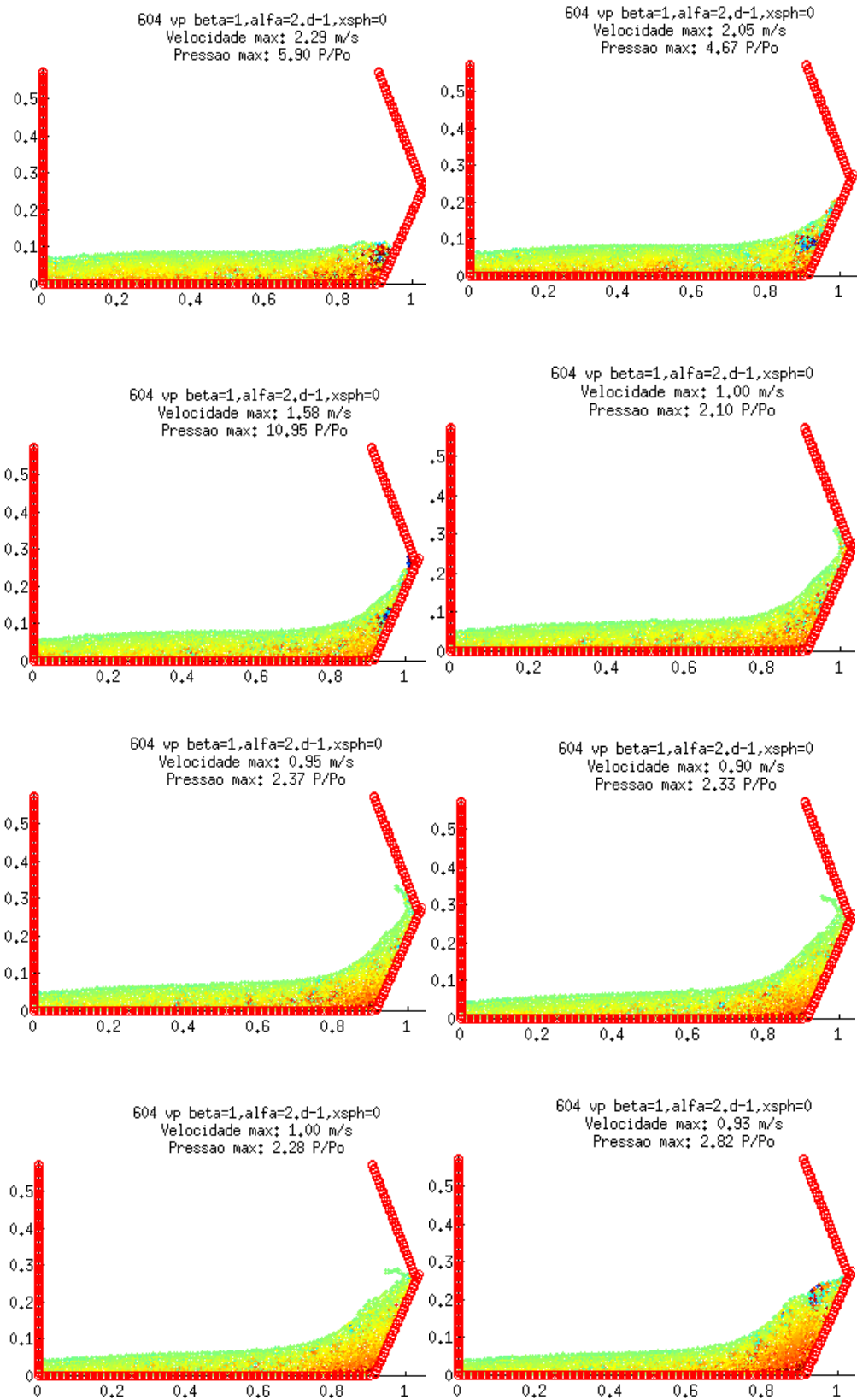
APÊNDICE C – Tanque prismático

Depois de validado o modelo cujas características físicas foram expostas na seção 6.3. Realizamos uma alteração na estrutura do contêiner com a simples intenção de testar a cinemática do escoamento. Antes, tínhamos um tanque retangular. Sob as mesmas condições o tanque prismático foi posto em movimento.

Figura C1 – Tanque prismático – sob as mesmas condições do experimento do Delorme et al., 2009



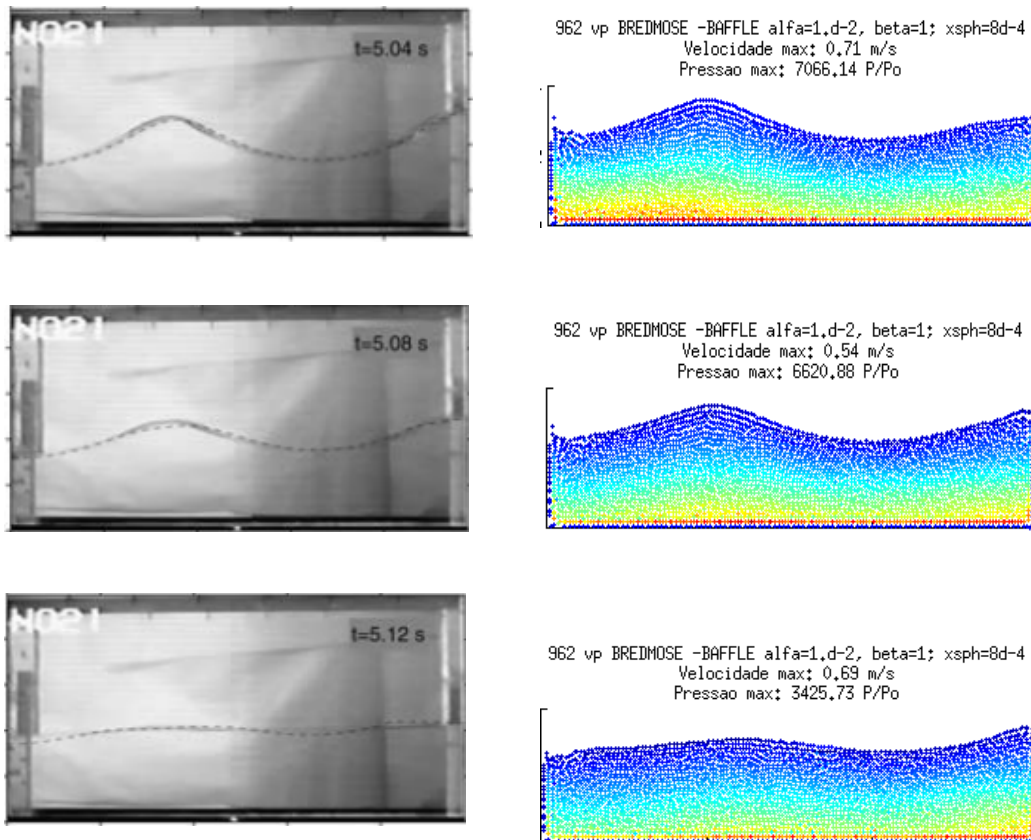


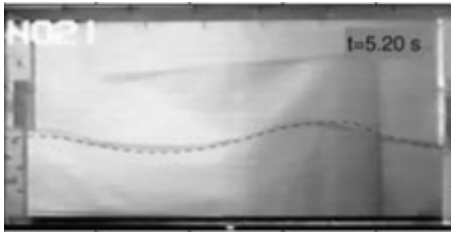


APÊNDICE D – Table-top

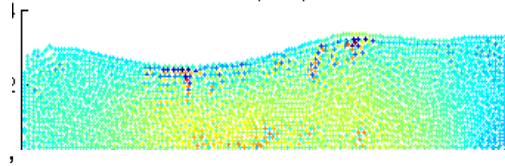
Provocamos alteração no movimento do contêiner. As dimensões são as mesmas do experimento do Bredmose *et. al.*, 2003. Reproduzimos o teste V21 o comparamos com as morfologias do perfil do escoamento obtidas por aqueles autores.

Figura D1- A esquerda experimento V21 do Bredmose et. al., 2003. A direita SPH-COULOMB desta Tese. Não houve preocupação com a sincronização dos tempos e nenhum outro estudo foi realizado além da análise morfológica do perfil do escoamento.

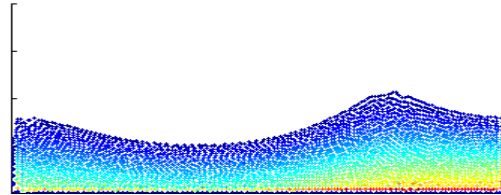




962 vp BREDMOSE -BAFFLE alfa=1,d-2, beta=1; xsph=8d-4
Velocidade max: 0,65 m/s
Pressao max: 613,57 P/Po



962 vp BREDMOSE -BAFFLE alfa=1,d-2, beta=1; xsph=8d-4
Velocidade max: 0,39 m/s
Pressao max: 6304,58 P/Po



ANEXO 1 – FIGURAS

FIGURA AN1 – MODELO TEÓRICO – JACOBSEN 1949 - tanque de raio a preenchido com fluido ao nível h e cercado por um fluido ao nível H . O fluido circundante se estende indefinidamente no plano horizontal.

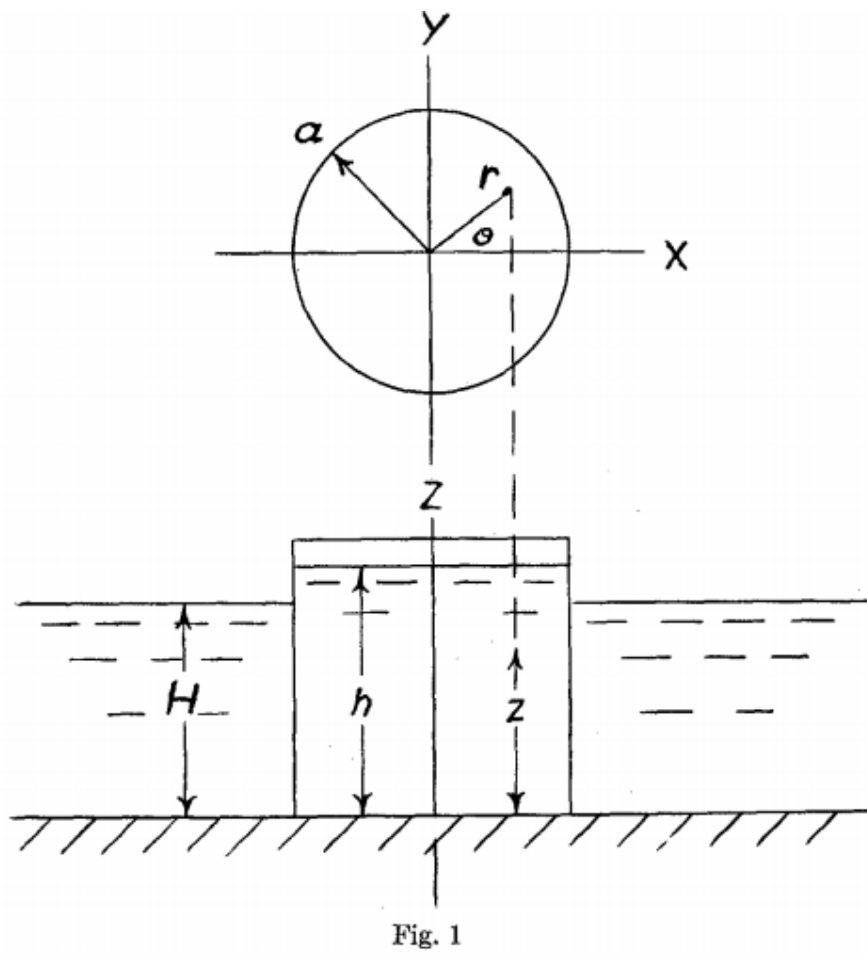


FIGURA AN2 – APARATO EXPERIMENTAL JACOBSEN 1951 - quatro tanques com diâmetros que variavam entre 6, 12, 23 e 47 polegadas foram postos em movimento horizontal senoidal simultaneamente.

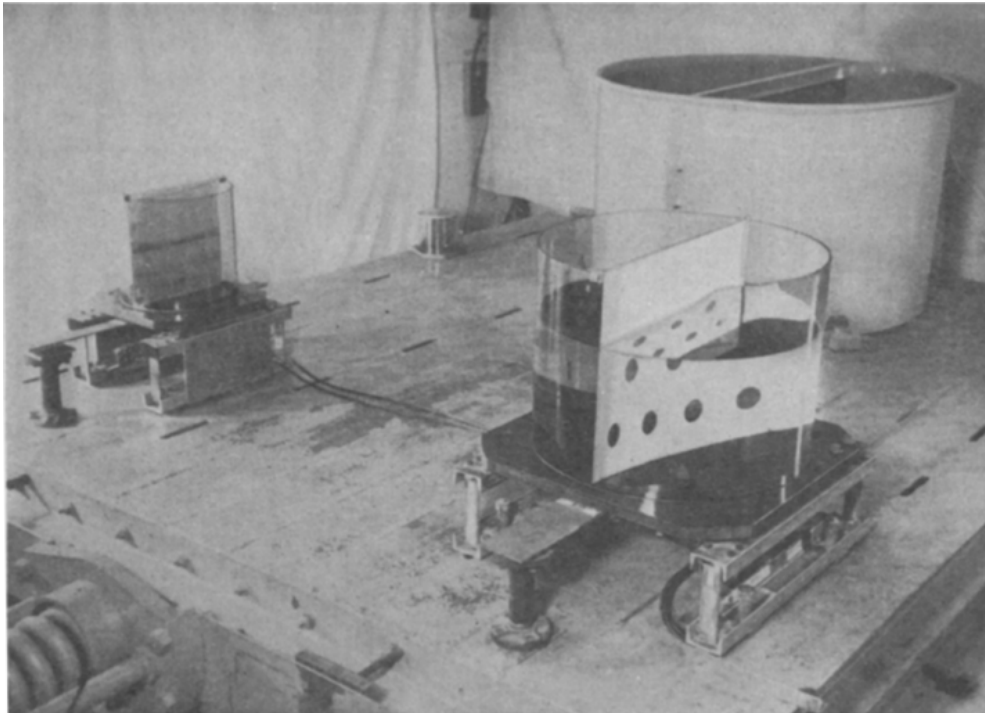


FIGURA AN3 – ABRAMSON - *Sloshing* em tanques esféricos. Os defletores de anel perfurados orientados horizontalmente.

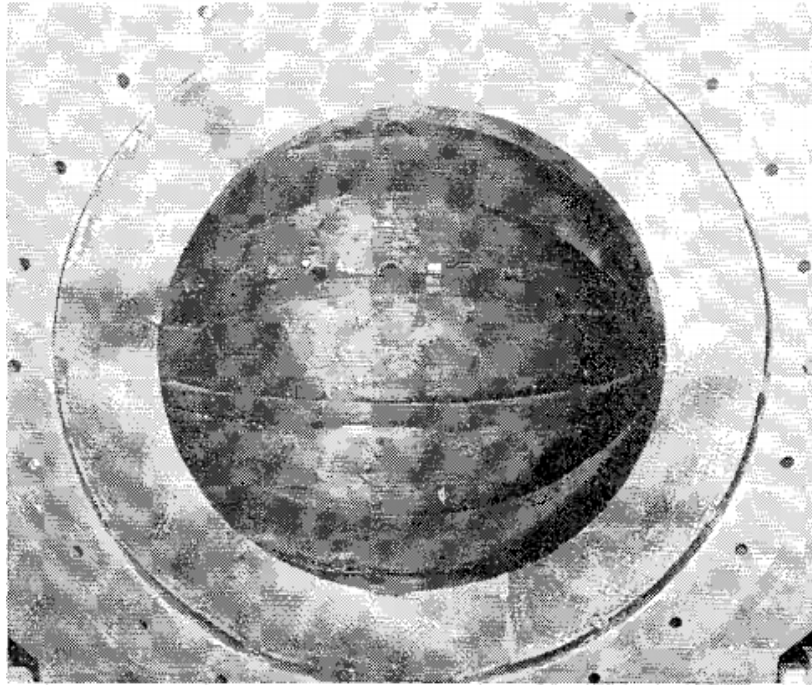


FIGURA AN4 – MARSH et.al 2007 – Configuração do Experimento

