

## Etude de la convection forcée d'un fluide non-Newtonien dans un espace annulaire tournant

Meriem AMOURA<sup>1\*</sup>, Noureddine ZERAIBI<sup>2</sup>, Mourad GARECHE<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene. Faculté de Physique. B.P. 32 El-Alia Alger, Algérie. Fax (021)247 344. e-mail [amlounidz@yahoo.fr](mailto:amlounidz@yahoo.fr)

<sup>2</sup> Université de Boumerdes. Faculté des hydrocarbures dépt. Transport et équipement. 35000 Avenue de l'indépendance, Boumerdes, Algérie.

\* (Meriem AMOURA : [am\\_louni@yahoo.fr](mailto:am_louni@yahoo.fr))

### Résumé :

*Nous proposons une étude numérique de la convection thermique des fluides non-newtoniens dans les espaces annulaires cylindriques tournants. Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle de Carreau. Les équations de conservation sont résolues par une méthode d'éléments finis mixtes. On étudie l'influence du nombre de Reynolds et de l'indice de l'écoulement, sur le transfert de chaleur et sur la structure de l'écoulement. Les résultats obtenus en convection forcée sont discutés.*

### Abstract :

*Laminar flow and heat transfer of non-Newtonian fluid is investigated numerically in the annular space between two coaxial rotating cylinders. The carreau stress-strain relation was adopted to model the rheological fluid behaviour. The governing equations are solved using mixed finite element method. The effects of the different parameters on the heat transfer and on the flow structure are examined. The results of the forced convection are presented and discussed.*

### Mots-clefs :

**Convection thermique ; Fluide de Carreau ; Éléments finis**

## 1 Introduction

De nombreux procédés industriels, en particulier dans les industries agro-alimentaires, chimiques et pétrochimiques, font intervenir la thermisation des fluides non-Newtoniens. Si les mécanismes de la convection thermique semble actuellement maîtrisés dans le cas des fluides newtoniens, peu de travaux ont porté sur la convection thermique de fluides non-newtoniens. La convection mixte entre deux cylindres coaxiaux horizontaux a été étudiée par Lawal (1989), Nieckele (1985), Nguyen (1983). L'écoulement d'un fluide de Casson et de Robertson-Stiff entre deux cylindres coaxiaux a été étudié par Eissa et al. (1999). Childs et al. (1996) ont étudié la convection forcée dans un espace annulaire.

La convection mixte d'un fluide de Carreau entre deux cylindres coaxiaux a été étudiée numériquement par Amoura et al. (2006). Dans ce travail, on s'intéresse à la convection forcée. Et pour déterminer la structure des champs dynamique et thermique pour un fluide non-Newtonien modèle (fluide de Carreau) en écoulement laminaire dans un espace annulaire tournant où les cylindres intérieur et extérieur sont chauffés différentiellement, il a été proposé d'élaborer un code de calcul où les équations de conservation de quantité de mouvement et d'énergie sont traitées par une méthode aux éléments finis mixte.

## 2 Formulation du problème

On considère l'écoulement laminaire d'un fluide non-newtonien incompressible confiné dans l'espace annulaire de deux cylindres coaxiaux de longueur finie  $H$ . Le cylindre intérieur, de rayon  $r_i$ , tourne à une vitesse angulaire constante  $\omega$  et est maintenu à une température uniforme  $T_h$ . Le cylindre extérieur de rayon  $r_c$  est immobile et isotherme à une température  $T_c < T_h$ . (Figure 1).

Le modèle rhéologique retenu dans cette étude est le modèle de Carreau (exemple de ces fluides : suspensions diluées de particules solides, peintures, pâte à papiers, boue de forage...): Midoux (1985) dont la relation constitutive est donnée sous forme adimensionnelle par :

$$\eta = \left( 1 + We^2 \dot{\gamma} \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (1)$$

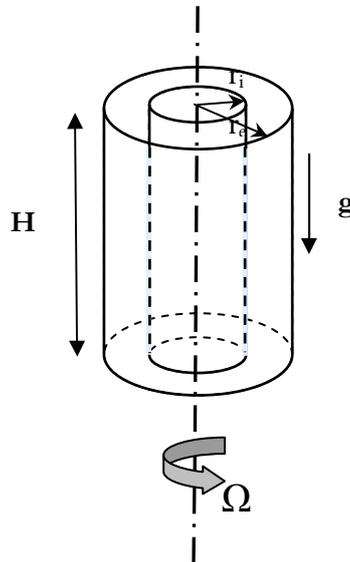


FIG. 1 - Schéma du système

Les équations de conservation adimensionnelles sont obtenues en utilisant les variables adimensionnelles définies comme suit :

$$Z = \frac{z}{r_e - r_i}, \quad R = \frac{r}{r_e - r_i}, \quad U = \frac{u}{\Omega r_i}, \quad V = \frac{v}{\Omega r_i}, \quad W = \frac{w}{\Omega r_i}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (2)$$

En se basant sur ces variables adimensionnelles et en s'intéressant seulement à la convection forcée, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial V}{\partial R} + \frac{V}{R} + \frac{\partial U}{\partial Z} = 0 \quad (3)$$

$$\left( V \frac{\partial V}{\partial R} + U \frac{\partial V}{\partial Z} - \frac{W^2}{R} \right) = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{Re} \left\{ \frac{1}{R} \left[ \frac{\partial \left( 2 R \eta \frac{\partial V}{\partial R} \right)}{\partial R} \right] - \frac{\eta V}{R^2} + \frac{\partial}{\partial Z} \left[ \eta \left( \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] \right\} \quad (4)$$

$$\left( V \frac{\partial U}{\partial R} + U \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{1}{Re} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[ R \eta \left( \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial Z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left( 2 \eta \frac{\partial U}{\partial Z} \right) \right\} \quad (5)$$

$$\left( V \frac{\partial W}{\partial R} + U \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{WV}{R} \right) = \frac{1}{Re} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \eta \frac{\partial W}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{\partial Z} \left( \eta \frac{\partial W}{\partial Z} \right) - \eta \frac{W}{R^2} \right\} \quad (6)$$

$$\left( V \frac{\partial \theta}{\partial R} + U \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) = \frac{1}{Re Pr} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right\} \quad (7)$$

Les conditions aux limites adimensionnelles dans le cas de la géométrie considérée sont :

$$W = 1, \quad U = V = 0, \quad \theta_1 \quad \text{cylindre intérieur}$$

$$W = 0, \quad U = V = 0, \quad \theta_2 \quad \text{cylindre extérieur}$$

$$W = U = V = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad \text{parois horizontales}$$

La formulation adimensionnelle de ces équations fait intervenir plusieurs paramètres qui sont les nombres de Reynolds  $Re = \frac{\Omega r_i (r_e - r_i) \rho}{\mu_0}$ , Weissenberg  $We = \frac{\Omega r_i}{r_e - r_i} \lambda$  et Prandtl  $Pr = \frac{\mu_0 c_p}{\lambda}$

### 3 Résolution numérique et validation du code de calcul

Pour la résolution des équations, nous avons utilisé une méthode aux éléments finis mixte qui utilise d'une part, une interpolation quadratique à neuf nœuds pour la vitesse et la température et d'autre part une interpolation bilinéaire pour la pression : M. Amoura et al (2006).

Le code de calcul a été validé sur un problème de convection naturelle de l'air confiné dans une cavité carrée à parois verticales chauffées différentiellement et à parois horizontales adiabatiques. Nos résultats ont été comparés avec ceux obtenus par De Vahl Davis (1983). Ce dernier a traité le même problème en adoptant la méthode des différences finies avec la formulation vorticité-fonction de courant (voir tableau ci-dessous).

	<b>Ra = 10<sup>3</sup></b>	<b>Ra = 10<sup>4</sup></b>	<b>Ra = 10<sup>5</sup></b>
<b>Nu<sub>moy</sub></b> (Paroi chaude)	Présente �tude : 1.11	Présente �tude : 2.248	Présente �tude : 4.55
	De Vahl Davis : 1.12	De Vahl Davis : 2.243	De Vahl Davis : 4.52

### 4 Résultats et discussion

La variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds et pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement est représentée sur la figure 2.

La figure montre que l'indice de comportement a peu d'effet sur le transfert de chaleur en convection forcée (Ra=0) pour un nombre de Reynolds variant entre 10 et 50, les variations du nombre de Nusselt restent faible pour  $0.6 < n < 1$ . En revanche, le nombre de Nusselt croît assez fortement lorsque le nombre de Reynolds dépasse une valeur critique, dépendant de n : le transfert de chaleur augmente donc avec la rotation.

Les figures 3, 4 et 5 montrent les isofonctions de courant et les isothermes pour différentes valeurs de l'indice de l'écoulement et du nombre de Reynolds. On observe qu'une faible vitesse de rotation génère un écoulement constitué de deux cellules de Taylor dont l'intensité diminue avec n. Le champ de température conductif, observé à petit nombre de Reynolds ( $Re < 40$ ), est peu perturbé dans ce cas.

Lorsque le nombre de Reynolds augmente, les structures d'écoulements ressemblent beaucoup à celles observées en convection naturelle avec un point hyperbolique au cœur de la cavité. Il persiste néanmoins une cellule, contrarotative à la cellule de convection naturelle, au voisinage du haut du cylindre intérieur dont l'intensité diminue avec n jusqu'à écrasement partiel ou total. Le champ de température est perturbé dans ce cas.

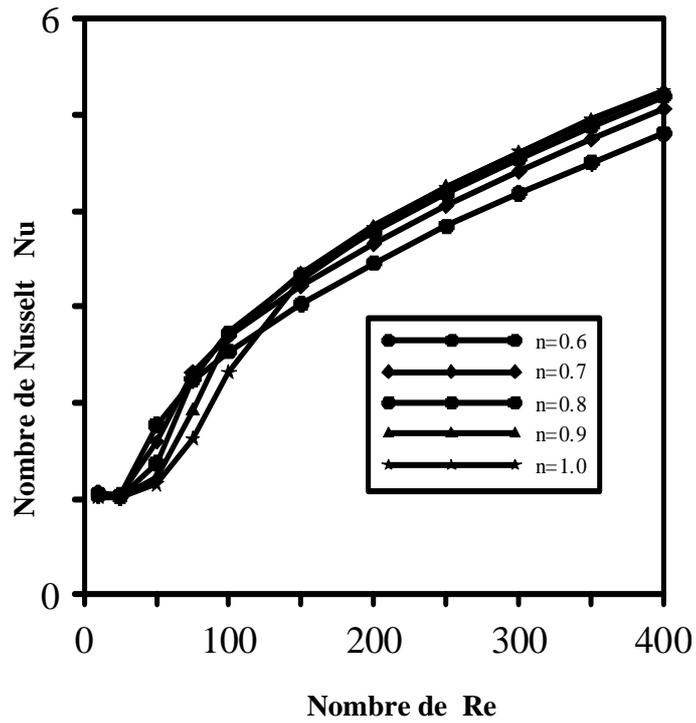


FIG. 2 - Evolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement à  $Ra = 0$

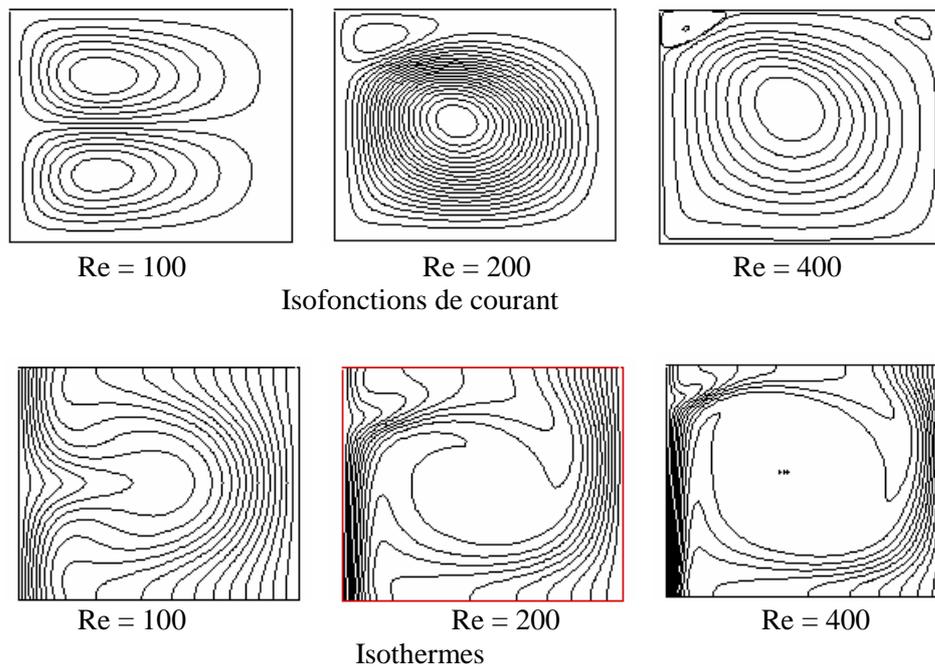


FIG. 3 - Isofonctions de courant et isothermes pour différentes valeurs du nombre de Reynolds  $Re$  à  $n = 1.0$  et  $Ra = 0$

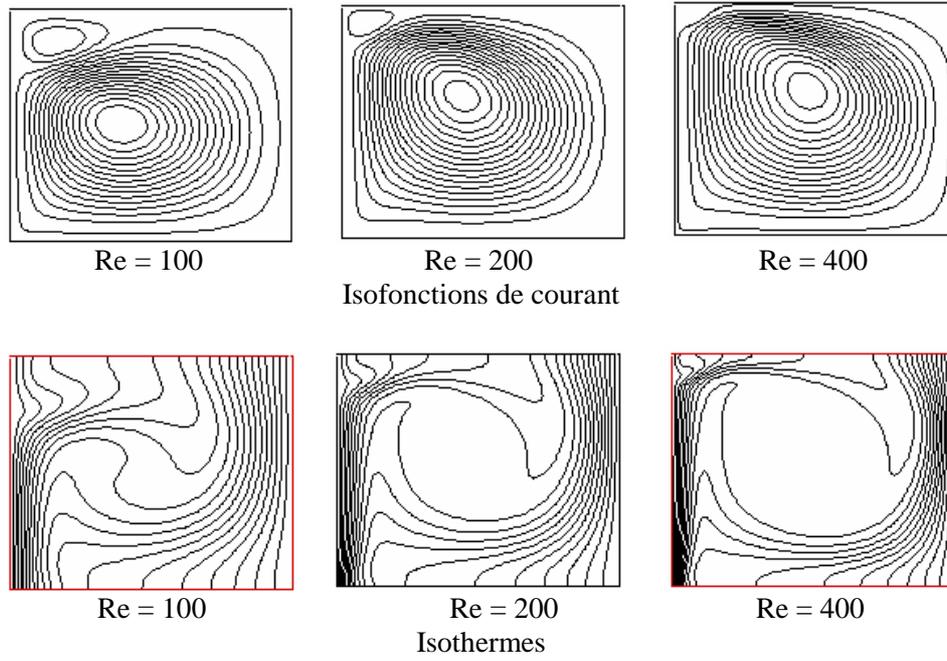


FIG. 4 - Isofonctions de courant et isothermes pour différentes valeurs du nombre de Reynolds  $Re$  à  $n = 0.8$  et  $Ra = 0$

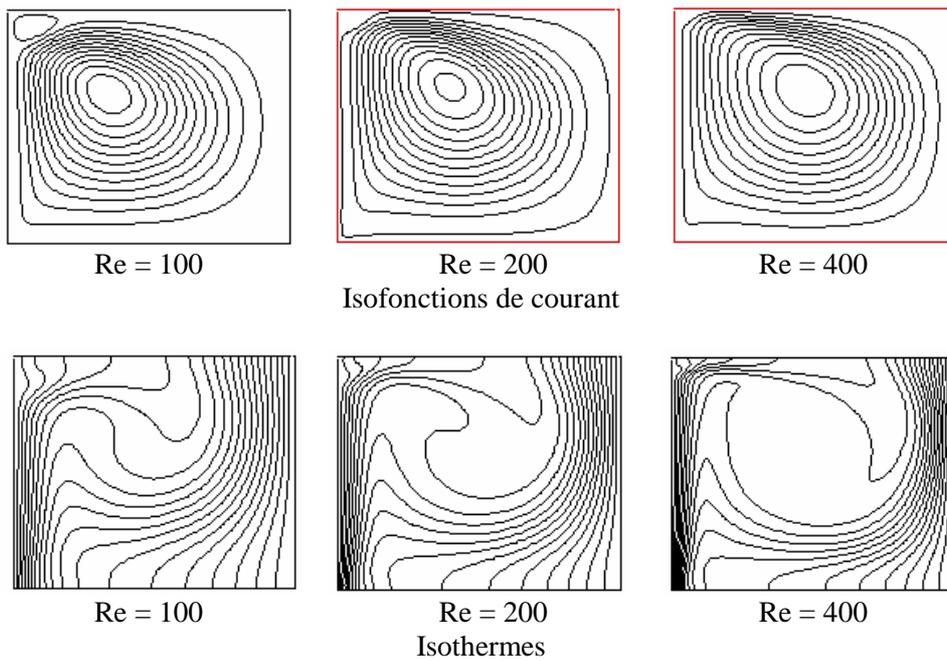


FIG. 4 - Isofonctions de courant et isothermes pour différentes valeurs du nombre de Reynolds  $Re$  à  $n = 0.6$  et  $Ra = 0$

## 5 Conclusion

Nous avons étudié l'écoulement d'un fluide non-newtonien confiné dans un espace annulaire. Le mouvement du fluide est généré par la mise en rotation du cylindre intérieur. Le modèle de Carreau a été utilisé comme modèle rhéologique. Nous avons pu mettre en évidence l'influence de l'indice de comportement et du nombre de Reynolds sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur caractérisé par le nombre de Nusselt.

## Références

- Amoura M. , Zeraibi N., Smati A., Gareche M. 2006 Finite element study of mixed convection for non-Newtonian fluid between two coaxial rotating cylinders. *International communication in heat and mass transfer* **33**, 780-789.
- Childs PRN, Long C.A. 1996 Review of forced convective heat transfer in stationary and rotating annuli. *J. Mech. Eng. Science*, **210: 22**, 123-134
- De Vahl Davis G. 1983 Natural convection of air in a square cavity. A bench mark numerical solution. *Int. J. Num. Methods in fluids*, **3**, 249-255
- Eissa M, Ahmad S. 1999 Forced convection heat transfer of Robertson-Stiff fluid between two coaxial rotating cylinders. *ICHMT*, **26**, 695-704
- Lawal A. 1989 Mixed convection heat transfer to power law fluids in arbitrary Cross-sectional ducts. *J. Heat Transfer*, **111**, 399- 406
- Midoux N. 1985 *Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique , technique et documentation*, Lavoisier
- Nguyen T. H. , Vasseur P. , Robillard L., Chandra Shekar B. 1983 Combined free and forced convection of water between horizontal concentric cylinders. *ASME Journal of heat transfer* **105** , 498-504.
- Nieckele A. O., Patankar S. V. 1985 Laminar mixed convection in a concentric annulus with horizontal axis. *ASME Journal of heat transfer* **107** , 902-909.