

Problème de Graetz généralisé pour un fluide à seuil de contrainte (Fluide plastique de Bingham)(b- Température imposée)

H. BOUALIT ⁽¹⁾, N. ZERAIBI ⁽²⁾, L. SERIR ⁽¹⁾

⁽¹⁾ Unité de recherche appliquée aux énergies renouvelables (U.R.A.E.R – Ghardaïa)

⁽²⁾ Université de Boumerdès, Faculté des Hydrocarbures et de la Chimie. Laboratoire de Génie Physique des Hydrocarbures.

Email : hamidboulalit@yahoo.fr

Résumé :

L'analyse numérique de l'établissement hydrodynamique et thermique de l'écoulement d'un fluide semi-solide de Bingham entre deux plaques planes maintenues à une température constante est réalisée en utilisant un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis. Cette étude a permis de déceler l'influence exercée par les caractéristiques rhéologiques du fluide sur la structure de l'écoulement et l'intensité de l'échange thermique fluide- paroi. L'effet de la dissipation visqueuse sur le champ thermique est également analysé.

Mots clés :

Viscoplastique ; température imposée ; dissipation visqueuse ; fluide de Bingham ; Nusselt.

1 Introduction :

Le transfert thermique lors de l'écoulement laminaire d'un fluide à travers des conduites a suscité l'intérêt de nombreux chercheurs, vu son importance dans l'industrie et précisément dans le dimensionnement des installations thermiques [1,3,5,6]. Suite à notre précédent travail [7] où nous avons considéré l'écoulement d'un fluide viscoplastique (fluide de Bingham) entre deux plaques planes soumises à un flux de chaleur constant, nous avons reconsidéré le même problème physique mais dans le cas d'une température constante imposée aux parois solides. Nous nous sommes donc intéressés à l'analyse de l'influence exercée par l'inertie et le comportement rhéologique du fluide sur la structure hydrodynamique et thermique de l'écoulement. L'effet de la dissipation visqueuse sur l'évolution du champ thermique est également étudié.

2 Equations gouvernant le problème :

L'écoulement stationnaire, incompressible et laminaire d'un fluide de Bingham entre deux plaques planes chauffées, est gouverné par l'ensemble des équations suivantes exprimées en variables adimensionnelles :

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad \dots\dots\dots 1$$

$$\text{Re} \left(u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \left(2\eta_{ap}^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(\eta_{ap}^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right) \quad \dots\dots\dots 2$$

$$\text{Re} \left(u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) = -\frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{\partial}{\partial x^*} \left(\eta_{ap}^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left(2\eta_{ap}^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) \quad \dots\dots\dots 3$$

$$\text{Pe} \left(u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right) = \left(\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) + \text{Br} \eta_{ap}^* \dot{\gamma}^{*2} \quad \dots\dots\dots 4$$

La viscosité apparente d'un fluide de Bingham qui est le rapport entre la viscosité effective du fluide (μ_{eff}) et sa viscosité plastique (μ_p), peut être approchée par la relation de Papanastasiou défini comme suit :

$$\eta_{ap}^* = 1 + \frac{Ye}{\dot{\gamma}^*} \left(1 - \exp \left(-m \dot{\gamma}^* \right) \right) \quad \dots\dots\dots 5$$

Nomenclature			
H	l'épaisseur entre les deux plaques	T_e	température d'entrée
x	coordonnée longitudinale	T_w	température de la paroi solide
y	coordonnée transversale	θ	température adimensionnelle $\theta = (T - T_e) / (T_w - T_e)$
U	vitesse longitudinale	θ_m	température du mélange $\theta_m = \int_0^1 u \theta dy / \int_0^1 u dy$
V	vitesse transversale	Br	nombre de Brinkman $Br = \mu_p U_m^2 / [k(T_w - T_e)]$
p	pression	Pr	nombre de Prandtl $Pr = \mu_p / \rho K$
x^*	coordonnée longitudinale adimensionnelle $x^* = x/H$	Re	nombre de Reynolds $Re = \rho U H / \mu_p$
y^*	coordonnée transversale adimensionnelle $y^* = y/H$	Pe	nombre de Peclet $Pe = U H / K$
u^*	vitesse longitudinale adimensionnelle $u^* = u/U$	Nu	nombre de Nusselt $Nu = 1 / \theta_m \partial \theta / \partial y _{y=1}$
v^*	vitesse transversale adimensionnelle $v^* = v/U$	$\dot{\gamma}$	vitesse déformation
p^*	pression adimensionnelle $p^* = p H / \mu_p U$	D_{II}	second invariant du tenseur déformation
τ_0	contrainte seuil		
Ye	nombre de Bingham $Ye = \tau_0 H / \mu_p U$		
ρ	densité du fluide		
K	diffusivité thermique du fluide		
T	température du fluide		

La figure 1 illustre le domaine physique de l'écoulement. Celui-ci présente un axe de symétrie le divisant en deux parties. Le domaine de calcul peut être ainsi réduit à l'un des sous-domaines.

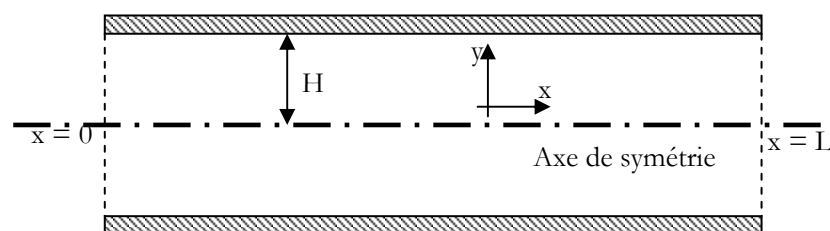


FIG.1 - Domaine physique de l'écoulement

Les conditions aux limites considérées pour l'analyse du développement hydrodynamique de l'écoulement sont : vitesse d'entrée uniforme, condition de non glissement aux parois ($u=v=0$), condition de symétrie ($\partial u / \partial y = v = 0$) sur l'axe de symétrie ($y=0$) et condition d'établissement à la sortie $\partial u / \partial x = v = 0$.

Pour le développement thermique de l'écoulement, nous avons considéré : température d'entrée uniforme ($\theta_e = 0 |_{x=0}$), température constante imposée aux parois solides $\theta_w = 1 |_{y=1}$, vitesses établies sur l'ensemble du domaine, condition de symétrie ($\partial \theta / \partial y = 0$) sur l'axe de symétrie ($y=0$) et condition d'établissement d'un régime thermique à la sortie ($\partial \theta / \partial x = 0$).

Le calcul a été effectué en utilisant un maillage non-uniforme avec une concentration plus importante au niveau de la zone d'entrée. Les éléments adoptés sont quadrilatéraux et biquadratiques (9 nœuds).

2 Résultats et interprétations :

2.1 Régime hydrodynamique :

En considérant un fluide viscoplastique dont les propriétés physiques sont indépendantes de la température, nous avons constaté que le champ de vitesse et de pression ne sont influencés que par l'inertie (Re) et la contrainte seuil (Ye). Cette influence étant bien exposée dans notre précédent travail [7], nous nous intéressons cette fois ci uniquement à l'évolution du champ thermique.

2.2 Régime thermique :

Dans ce paragraphe, nous analyserons l'influence de nombre de Peclet, de la contrainte seuil et de la dissipation visqueuse sur l'évolution du champ thermique, tout en tenant compte de la conduction axiale du fluide.

2.2.1 Influence de Peclet sur l'intensité de l'échange thermique :

L'évolution de la valeur de Nusselt à la paroi est représentée dans la figure [2] pour différentes valeurs de Pe. Les courbes présentent toutes le même aspect, une diminution aiguë localisée au niveau de la zone d'entrée, et une tendance vers une valeur limite qui traduit un établissement d'un régime thermique. Nous remarquons que l'influence de la valeur de Pe n'est ressentie qu'au niveau de la zone d'entrée, où l'accroissement de Pe provoque une intensification de l'échange thermique et un prolongement de la zone en question. La valeur de Nu établi reste par contre, insensible aux variations de Pe.

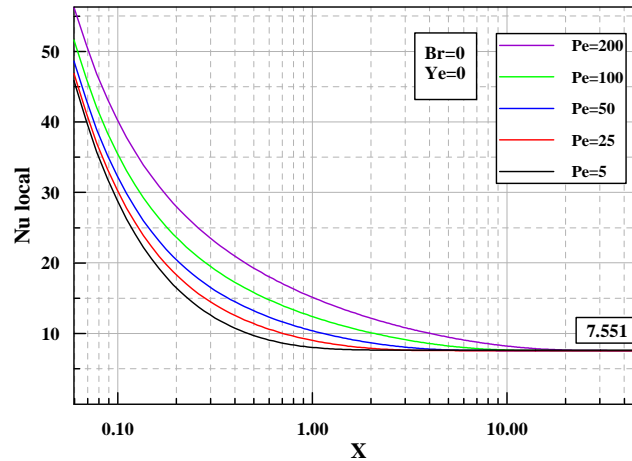


FIG 2- Evolution de Nusselt local pour différentes valeurs de Peclet (Br=0 , Ye=0).

2.2.2 Influence de la contrainte seuil sur l'intensité de l'échange thermique :

La contrainte seuil est à l'origine de la diminution de la vitesse de l'écoulement de la zone non cisailée. Cette diminution engendre en contre partie, du fait de la conservation de la masse, une augmentation de la vitesse de la couche fluide en contact avec la paroi, impliquant ainsi une intensification de l'échange de chaleur. Les tracés de l'évolution de Nusselt local pour différentes valeurs de Ye (figure [3]), montrent une légère augmentation localisée au niveau des deux zones, à savoir, la zone d'entrée et celle de l'établissement du régime thermique.

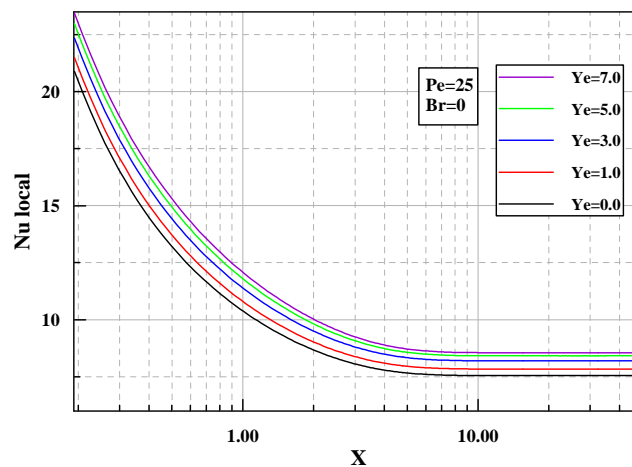


FIG 3 -Evolution de Nusselt local pour différentes valeurs de Ye (Br=0 , Pe=25).

Les valeurs de Nusselt établi pour différentes valeurs de la contrainte seuil sont représentées dans le tableau [1].

Ye	Nu _∞ [□]	Nu _∞ [*]	Erreur relative (%)
0	7,551	7,541	0,13
0,25	7,617	7,619	0,03
1,25	7,857	7,884	0,34
2,5	8,107	8,115	0,10
5	8,436	8,401	0,42

TAB 1 - Nusselt établi pour différentes valeurs de Ye .(□) présente étude, (*) Lin et Shah[3]

2.2.3 Influence de la dissipation visqueuse sur l'intensité de l'échange thermique :

Nous avons remarqué pour le cas d'un chauffage ($\theta_w > \theta_e$) l'existence d'une couche fluide en contact avec la paroi solide caractérisée par ces fortes valeurs de taux de cisaillement, donc d'un apport de chaleur important par frottement. Cette couche thermique constitue une contrainte freinant la pénétration du flux de chaleur vers les sous-couches fluides internes, d'où la diminution de l'intensité de l'échange thermique fluide-paroi. Lorsque la température de ce film dépasse celle de la paroi, le flux de chaleur change de direction et le fluide se met à réchauffer la paroi, d'où les valeurs négatives de Nusselt dans la figure [4]. Les courbes représentatives de l'évolution de Nusselt local présentent une discontinuité qui apparaisse lorsque la température moyenne du fluide égale celle de la paroi, causant ainsi un état d'indétermination dans l'expression du nombre de Nusselt. Lorsque le régime thermique s'établit, le Nu atteint sa valeur limite qui est de (-17.499).

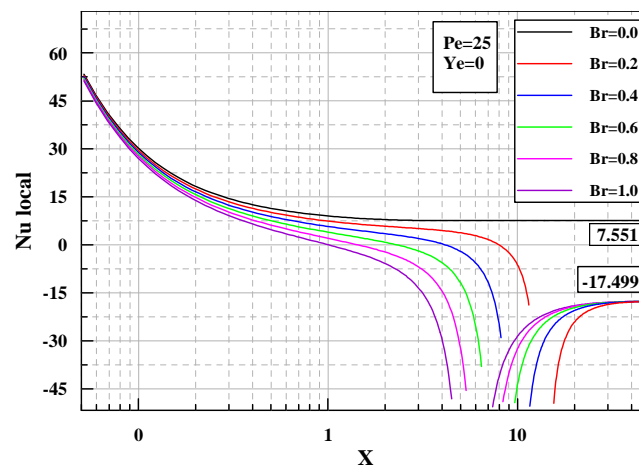


FIG [4] :Evolution de Nusselt local pour différentes valeurs de Br>0 (Ye=0 , Pe=25).

Dans le cas d'un refroidissement ($\theta_w < \theta_e$), l'échange de chaleur entre le fluide et la paroi devient plus intense, ce qui est une conséquence directe de l'accroissement de l'écart de température entre le fluide et la paroi (figure [5]).

2.2.4 Influence simultanée de la contrainte seuil et de la dissipation visqueuse sur l'intensité de l'échange thermique :

La contrainte seuil engendre des taux de déformation [$\dot{\gamma}$] très importants dans la zone cisillée qui se situe près de la paroi, et qui sont à l'origine de l'auto échauffement du fluide. Il est donc clair que ce dernier sera influencé par l'accroissement de Ye. Les courbes [6 et 7] peuvent être interprétées d'une façon similaire à celles obtenues en considérant le cas d'un fluide newtonien, tout en soulignant l'effet accentué de la dissipation visqueuse causé par la contrainte seuil.

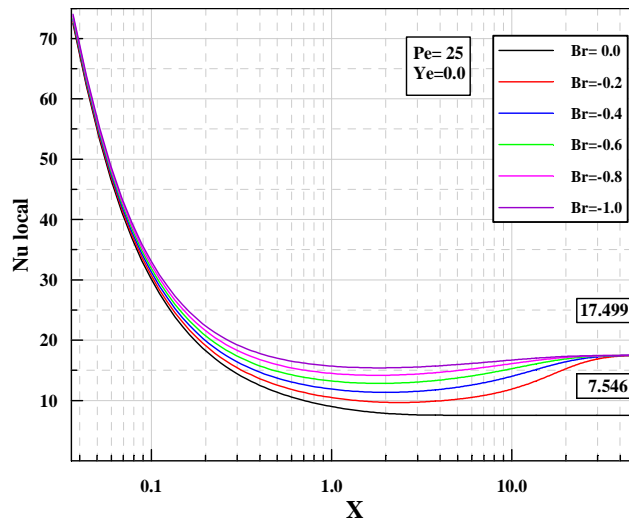


FIG [5] :Evolution de Nusselt local pour des valeurs de $Br < 0$ ($Ye=0$, $Pe=25$).

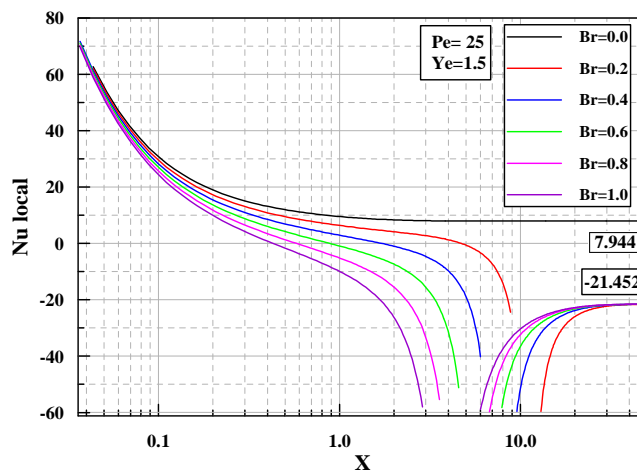


FIG [6] :Evolution de Nusselt local pour différentes valeurs de $Br > 0$, $Pe=25$ et $Ye=1.5$.

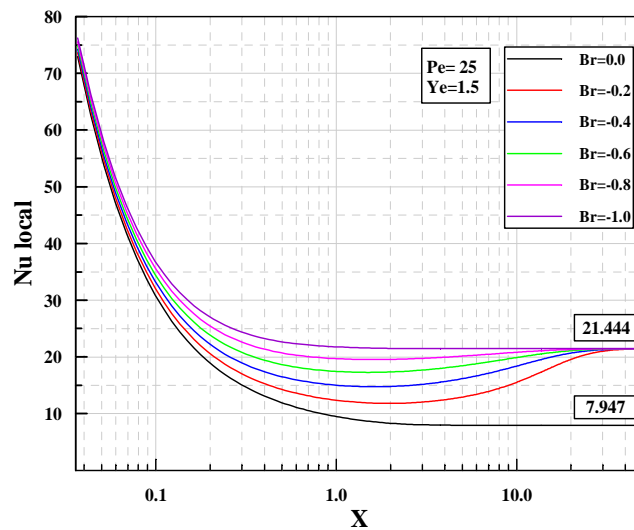


FIG [8] : Evolution de Nusselt local pour différentes valeurs de $Br < 0$, $Pe=25$ et $Ye=1.5$.

Des valeurs de Nusselt limite pour différents seuils de contrainte, dans le cas où l'on tient compte de l'effet de la dissipation visqueuse, sont présentées dans le tableau [2].

Ye	 Nu_∞
0.0	17.499
1.0	17.515
3.0	20.187
5.0	28.588
7.0	31.575

TAB [2] :Nusselt établi pour différentes valeurs de Ye et Br≠0

3. Conclusion :

Dans ce travail, nous avons procédé à l'analyse de la structure hydrodynamique et thermique d'un écoulement non-isotherme entre deux plaques planes d'un fluide viscoplastique idéal (fluide de Bingham). Cette analyse nous a permis de mettre en évidence l'influence exercée par les différents paramètres caractéristiques de l'écoulement et du fluide sur les champs de vitesses, de pression et de température. Les résultats obtenus nous ont permis, en particulier, de déceler l'importance de l'effet exercé par la contrainte seuil sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique, et de justifier la nécessité impérative de tenir compte de l'effet de la dissipation visqueuse lors des analyses thermiques associées à cette catégorie de fluides.

Références:

- [1] **Abdalis, S. S., Mitsoulis, E., et Markatos, N. C.**, Entry and exit flows of Bingham fluids. J. Rheol. , 1992, 36, 2, 389-407.
- [2] **Kays, W.M., et Grawford, M.E.**, Convective heat and masse transfer. 3rd Ed. McGraw-Hill, N-York.
- [3] **Lin, T., et Shah, V. L.**, Numerical solution of heat transfer to yield power-law fluids flowing in the entrance region. Proc. 6th International Heat Transfer Conference, 5, 317-322, Toronto 1978.
- [4] **Papanastasiou, T. C.**, Flows of materials with yield. Journal of Rheology, 1987, 31, 385-404.
- [5] **Quaresma, J. N. N., et Macêdo, E. N.**, Integral transform solution for the forced convection of Herschel-Bulkley fluids in circular tubes and parallel-plates ducts. Braz. J. Chem. Eng. , Vol. 15, n°1, 1998.
- [6] **Vradis, G. C., Dougher, J., et Kumar, S.**, Entrance pipe flow and heat transfer for a Bingham plastic., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 543-552.
- [7] **Boualil, H., et Zeraibi, N.**, problème de Graetz généralisé pour un fluide à seuil de contrainte (fluide plastique de Bingham) (a-flux impose), proceeding CFM2005, Article 989.