

Identification des paramètres inertiels du corps humain

Tony Monnet¹, Mickaël Begon² & Claude Vallée¹

¹Laboratoire de Mécanique des Solides
Université de Poitiers, UMR 6610 CNRS
Bvd Marie et Pierre Curie, 86962 CHASSENEUIL CEDEX
monnet@lms.univ-poitiers.fr

²School of Sports and Exercise Sciences
Loughborough University
Loughborough, Leics LE11 3TU, UK

Résumé :

Cet article présente une formulation matricielle des équations du mouvement d'un système composé de n corps. Les paramètres inertiels de tous les segments du système multi-corps sont contenus dans une matrice $(3n + 1) \times (3n + 1)$ symétrique et positive. Cette matrice est constante et apparaît linéairement dans les équations du mouvement. Ainsi, avec cette formulation nous pouvons utiliser une procédure d'optimisation pour identifier cette matrice. Cette approche est appliquée à un système composé de deux segments et permet d'identifier la matrice d'inertie du segment distal ainsi que la position du centre articulaire.

Abstract :

This article presents a matrix formulation of the motion equations of a multi-body system composed of n bodies. The inertia parameters of all the segments of the multi-body system are contained in a $(3n + 1) \times (3n + 1)$ symmetrical and positive matrix. This matrix is constant and appears linearly in the motion equation. Thus, with this formulation, we can use an optimization procedure for identifying this matrix. This approach is applied to a system made up of two segments and makes it possible to identify the inertia matrix of the distal segment as well as the position of the articular centre.

Mots-clefs :

paramètres inertiels ; identification ; gradient conjugué

1 Introduction

La connaissance des paramètres inertiels segmentaires (**PIS**) d'un système multi-corps est importante pour le contrôle précis du mouvement et pour les calculs en dynamique inverse. Pour les applications propres à l'homme, les **PIS** sont également importants pour la construction de prothèses et la position des centres articulaires est essentielle dans les calculs en dynamique inverse. La détermination de ces paramètres est très largement étudiée dans la littérature de la biomécanique. Pour les robots manipulateurs, ces paramètres ne sont pas toujours connus précisément et différentes techniques, appelées identification, sont utilisées pour déterminer les **PIS** (Chenut *et al.*, 2002; Raucent *et al.*, 1992). L'identification externe consiste à mettre en relation les 6 composantes des efforts entre le robot et l'extérieur avec la cinématique des segments. Cette technique a été initiée avec succès par Raucent *et al.* (1992) sur un robot composé de 3 segments (PUMA 562).

Certains auteurs ont introduit la formulation matricielle des équations du mouvement pour les analyses dynamiques. Legnani *et al.* (1996) utilisent des matrices 4×4 , Kozłowski (1993) propose des matrices 6×6 . Fayet *et al.* (1994, 2005) introduisent le tenseur d'inertie global.

Toutes ces méthodes sont des formalismes récursifs qui s'appliquent successivement aux différents segments. Dans cet article, la notion de tenseur d'inertie global défini par Fayet et al. est appliquée en regroupant l'ensemble des **PIS** dans une unique matrice.

Cet article présente une nouvelle méthode pour identifier simultanément les **PIS** et les caractéristiques géométriques d'un système multi-corps. Une application est présentée pour un système composé de deux segments à partir de mouvements obtenus numériquement à l'aide du logiciel *HuMANs* de l'INRIA (Wieber, 2000). Le papier est organisé comme suit : la formulation matricielle (matrice 7×7) des équations du mouvement d'un système composé de deux segments est développée dans la partie 2. La partie 3 présente la méthode d'identification, la simulation des mouvements est décrite en partie 4 et la partie 5 présente les résultats.

2 Méthode

Soient S_1 et S_2 deux corps rigides de masse m_1 et m_2 articulés en A_2 , articulation commune aux deux corps. Ces corps sont en mouvement dans un système Galiléen de repère $B_0(O, x_0, y_0, z_0)$. Les centres de masse segmentaires sont notés G_i et sont repérés par rapport à A_i par les vecteurs c_i . La relation entre les coordonnées d'un vecteur : $\mathbf{c}^{(0)} = [x^{(0)} \ y^{(0)} \ z^{(0)}]^T$ exprimé dans le repère de base B_0 et ses coordonnées locales $\mathbf{c}^{(i)} = [x^{(i)} \ y^{(i)} \ z^{(i)}]^T$ exprimées dans le repère lié au segment (i), est décrite par la matrice rotation $R^{(i)} : \mathbf{c}^{(0)} = R^{(i)}\mathbf{c}^{(i)}$ (Fig. 1). Les différents repères sont exprimés par un exposant entre parenthèse.

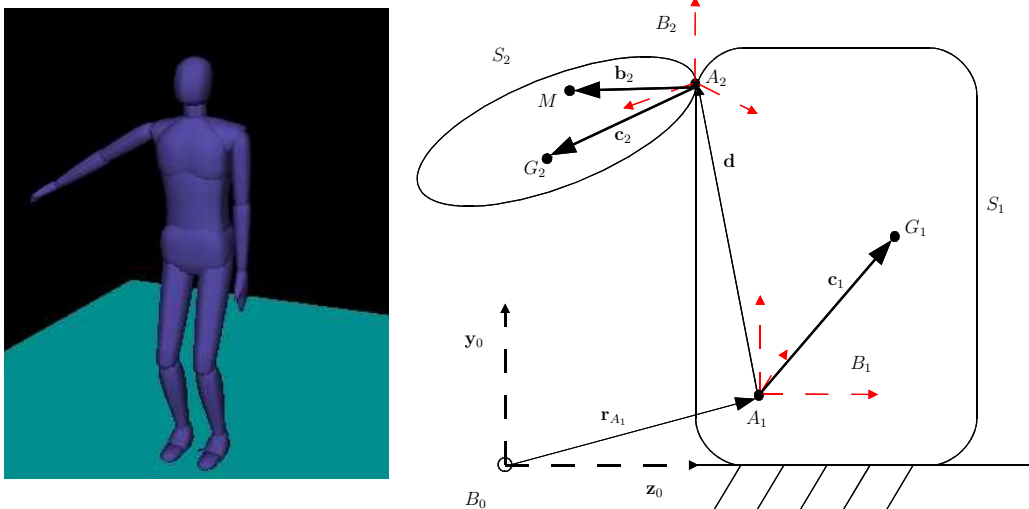


FIG. 1 – Schéma

2.1 translation

Soit A_1 un point de S_1 dont la position est décrite par le vecteur \mathbf{r}_{A_1} . La position d'un point M de S_i est repéré par rapport au point A_i par le vecteur \mathbf{b}_i . La position d'un point M de S_2 dans la base B_0 peut-être écrite avec la matrice rotation R de chaque segment (Vallée *et al.*, 1999) :

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{r}_{A_1} + R^{(1)}\mathbf{d}^{(1)} + R^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \quad (1)$$

Avec cette notation, l'accélération de M est :

$$\ddot{\mathbf{r}}_M = \ddot{\mathbf{r}}_{A_1} + \ddot{R}^{(1)}\mathbf{d}^{(1)} + \ddot{R}^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \quad (2)$$

Dans la base (B_0) , la seconde loi de Newton est appliquée successivement à S_1 et S_2 :

$$\mathbf{F}_1^{(0)} = \chi_2 - m_2\mathbf{g}^{(0)} = m_2 \left(\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)} + \ddot{R}^{(1)}\mathbf{d}^{(1)} + \ddot{R}^{(2)}\mathbf{c}_2^{(2)} \right) \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_0^{(0)} = \chi_1 - m_1\mathbf{g}^{(0)} + \mathbf{F}_1^{(0)}$$

$$\mathbf{F}_0^{(0)} = m_1 \left(\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)} + \ddot{R}^{(1)}\mathbf{c}_1^{(1)} \right) + m_2 \left(\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)} + \ddot{R}^{(1)}\mathbf{d}^{(1)} + \ddot{R}^{(2)}\mathbf{c}_2^{(2)} \right) \quad (4)$$

où \mathbf{F}_i est la force de S_i sur S_{i+1} , χ_i est la résultante dynamique de S_i et $\mathbf{g}^{(0)}$ est le vecteur gravité : $\mathbf{g}^{(0)} = [0 \quad -9.81 \quad 0]^T m.s^2$.

2.2 Rotation

Les moments sont représentés par des matrices 3×3 anti-symétriques. Ainsi, le moment dynamique de S_2 par rapport à A_2 est :

$$\begin{aligned} \delta(A_2) &= \text{skew} \left[\int_{S_2} \left(R^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \wedge \ddot{\mathbf{r}}_{A_1} \right) dm \right] \\ &= \int_{S_2} \left[\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} \left(R^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \right)^T - R^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \ddot{\mathbf{r}}_{A_1}^T \right] dm \end{aligned} \quad (5)$$

L'opérateur "skew" associe à chaque vecteur une matrice 3×3 anti-symétrique :

$$\text{skew} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Z & Y \\ Z & 0 & -X \\ -Y & X & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

En introduisant l'équation (2) dans l'équation (5), celle-ci devient après simplification :

$$\begin{aligned} \delta(A_2) &= \ddot{\mathbf{r}}_{A_1} \left(m_2 R^{(2)}\mathbf{c}_2^{(2)} \right)^T + \ddot{R}^{(1)}\mathbf{d}^{(1)} \left(m_2 R^{(2)}\mathbf{c}_2^{(2)} \right)^T + \\ &\quad \left[\int_{S_2} \ddot{R}^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \left(R^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \right)^T dm \right] - m_2 R^{(2)}\mathbf{c}_2^{(2)} \ddot{\mathbf{r}}_{A_1}^T - \\ &\quad m_2 R^{(2)}\mathbf{c}_2^{(2)} \left(\ddot{R}^{(1)}\mathbf{d}^{(1)} \right)^T - \left[\int_{S_2} R^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \left(\ddot{R}^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)} \right)^T dm \right] \end{aligned} \quad (7)$$

En utilisant la notion de transposition et en notant K_2 l'intégrale : $K_2^{(2)} = \int_{S_2} \left(\mathbf{b}_2^{(2)}\mathbf{b}_2^{(2)T} \right) dm$, le moment en A_2 de S_1 sur S_2 ($\mathcal{M}(A_2)$) s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(A_2) &= \left[\left(\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)} \right) m_2 \mathbf{c}_2^{(2)T} \right] R^{(2)T} + \ddot{R}^{(1)} \left(\mathbf{d}^{(1)} m_2 \mathbf{c}_2^{(2)T} \right) R^{(2)T} + \\ &\quad \ddot{R}^{(2)} K_2^{(2)} R^{(2)T} - R^{(2)} \left[\left(m_2 \mathbf{c}_2^{(2)} \left(\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)} \right)^T \right) \right] - \\ &\quad R^{(2)} \left(m_2 \mathbf{c}_2^{(2)} \mathbf{d}^{(1)T} \right) \ddot{R}^{(1)T} - R^{(2)} K_2^{(2)} \ddot{R}^{(2)T} \end{aligned} \quad (8)$$

Par dynamique inverse, le moment au point A_1 de S_0 sur S_1 est :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(A_1) &= \left[\left(\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)} \right) m_1 \mathbf{c}_1^{(1)T} \right] R^{(1)T} + \ddot{R}^{(1)} K_1^{(1)} R^{(1)T} - \\ &\quad R^{(1)} \left[m_1 \mathbf{c}_1^{(1)} \left(\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)} \right)^T \right] - R^{(1)} K_1^{(1)} \ddot{R}^{(1)T} + \mathcal{M}(A_2) + \\ &\quad \mathbf{F}_1^{(0)} \mathbf{d}^{(1)T} R^{(1)T} - R^{(1)} \mathbf{d}^{(1)} \mathbf{F}_1^{(0)T} \end{aligned} \quad (9)$$

2.3 Formulation matricielle

Les équations de translation (4) et de rotation (9) peuvent être écrites sous forme matricielle. Introduisons les matrices (4×7) A et B et la matrice (4×4) C :

$$A = \begin{bmatrix} \ddot{R}^{(2)} & \ddot{R}^{(1)} & (\ddot{\mathbf{r}}_{A_1} - \mathbf{g}^{(0)}) \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} R^{(2)} & R^{(1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \mathcal{M}(A_1)(t) & \mathbf{F}_0^{(0)}(t) \\ -\mathbf{F}_0^{(0)T}(t) & 0 \end{bmatrix}$$

Les paramètres inertiels des corps S_1 et S_2 sont rassemblés dans la matrice H (7×7) :

$$H = \begin{bmatrix} K_2^{(2)} & m_2 \mathbf{c}_2^{(2)} \mathbf{d}^{(1)T} & m_2 \mathbf{c}_2^{(2)} \\ \mathbf{d}^{(1)} m_2 \mathbf{c}_2^{(2)T} & K_1^{(1)} + m_2 \mathbf{d}^{(1)} \mathbf{d}^{(1)T} & m_1 \mathbf{c}_1^{(1)} + m_2 \mathbf{d}^{(1)} \\ m_2 \mathbf{c}_2^{(2)T} & (m_1 \mathbf{c}_1^{(1)} + m_2 \mathbf{d}^{(1)})^T & m_1 + m_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Par construction la matrice H est positive, elle est la somme de deux matrices positives :

$$H = \int_{S_2} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_2^{(2)} \\ \mathbf{d}^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_2^{(2)} \\ \mathbf{d}^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix}^T dm + \int_{S_1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{b}_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{b}_1^{(1)} \\ 1 \end{bmatrix}^T dm \quad (11)$$

Les équations de translation et de rotation à un instant t s'écrivent ainsi :

$$A(t)HB^T(t) - B(t)HA^T(t) = C(t) \quad (12)$$

Les matrices A , B et C dépendent du temps. La matrice H est constante car tous les paramètres inertiels sont exprimés dans les repères liés aux solides. Les équations du mouvement sont écrites sous forme matricielle et les paramètres inertiels de S_1 et S_2 apparaissent linéairement. La matrice C peut-être facilement obtenue à l'aide d'une plate-forme de forces et les matrices A et B sont obtenues par un système d'analyses d'images. Ainsi, la matrice H peut-être estimée par une procédure de minimisation.

3 Identification

Le problème à résoudre est le suivant : A partir des matrices $A(t)$ et $B(t)$ issues de l'enregistrement du mouvement du système multi-corps, et de la matrice anti-symétrique $C(t)$ composée des forces et moments externes, trouvons la matrice 7×7 symétrique et positive H telle que :

$$A(t)HB^T(t) - B(t)HA^T(t) = C(t) \quad (13)$$

L'équation 13 nous donne six conditions pour déterminer 28 paramètres. Or ces six conditions sont différentes à chaque instant. Cette équation doit au minimum être traitée pour 5 configurations différentes cependant plus de configurations sont souhaitables à cause du bruit. Nous faisons n expériences où t_n est la durée de la $n^{\text{ème}}$ expérience. En appliquant une méthode de moindres carrés, la fonction $J(H)$ est définie par :

$$J(H) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \int_0^{t_n} \|A(t)HB^T(t) - B(t)HA^T(t) - C(t)\|^2 dt \quad (14)$$

Notre problème devient :

$$\min \{J(H) | H \in E\} \quad (15)$$

E représente l'espace des matrices symétriques positives. Pour résoudre ce problème, nous utilisons un algorithme de gradient conjugué.

4 Simulation

HuMANs (Wieber, 2000) est un simulateur par gestion d'événements. Dans notre application, seule l'articulation de l'épaule droite a été sollicitée autour des 3 axes de rotation (flexion/extension, abduction/adduction et rotation). Le système est en position debout, seuls les pieds sont en contact avec le sol. Cette cinématique de référence est introduite dans le simulateur. Les efforts généralisés de contact sont simulés à partir du modèle anthropométrique et géométrique *Human36*. Le moment externe a été calculé par rapport au processus xyphoïde. Ainsi le vecteur $\mathbf{d}^{(0)}$ est le suivant : $[-0,121 \ 0,184 \ 0,220]^T m$. Le moment du premier ordre de S_2 calculé dans le repère défini dans Humans (axe y longitudinal) est le suivant : $m_2 \mathbf{c}_2^{(2)} = [0 \ -0,9297 \ 0]^T mkg$. La matrice d'inertie calculée par rapport au centre articulaire de l'épaule dans le même repère est : $I = \begin{bmatrix} 0,3785 & 0 & 0 \\ 0 & 0,005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3765 \end{bmatrix} m^2kg$.

5 Resultats

Seul les paramètres stimulés par le mouvement de S_2 sont identifiés. La partie associée à l'inertie du solide S_1 n'est pas identifiable, nous l'avons marquée par des croix dans la matrice H dont nous avons gardé la structure complète. La procédure itérative du gradient conjugué a été initiée par une matrice identité ; aucune contrainte n'a été spécifiée.

$$H = \begin{bmatrix} 0,3733 & -0,0279 & 0,0007 & 0,1970 & 0,0693 & -0,2109 & 0,9272 \\ -0,0279 & 0,0058 & 0,0016 & -0,0136 & -0,0064 & 0,0154 & -0,0743 \\ 0,0007 & 0,0016 & 0,0013 & -0,0000 & 0,0016 & -0,0016 & 0,0000 \\ \hline 0,1970 & -0,0136 & -0,0000 & \times & \times & \times & 5,8991 \\ 0,0693 & -0,0064 & 0,0016 & \times & \times & \times & -4,5982 \\ -0,2109 & 0,0154 & -0,0016 & \times & \times & \times & 0,0002 \\ \hline 0,9272 & -0,0743 & 0,0000 & 5,8991 & -4,5982 & 0,0002 & 63,0000 \end{bmatrix}$$

La position du centre articulaire (le vecteur $\mathbf{d}^{(1)}$) apparaît dans la matrice H multiplié par le moment du premier ordre du segment 2 (équation 10). Après les calculs effectués, on trouve : $\mathbf{d}^{(1)} = [-0,212 \ 0,075 \ 0,227]^T m$. Dans le repère B_0 , les coordonnées de ce vecteur sont :

$$\mathbf{d}^{(0)T} = [-0,118 \ 0,188 \ 0,226]^T m.$$

Le moment du premier ordre du segment 2 est obtenu directement. Cependant, concernant S_2 , les paramètres sont identifiés dans un repère technique B_t . Pour les comparer aux valeurs du modèle données dans la section précédente, on construit un nouveau repère « anatomique » (B_a) dont l'axe y est orienté vers le centre articulaire précédemment calculé (Fig. 2). Dans le repère B_a , ce vecteur est :

$$m_2 \mathbf{c}_2^{(2)} = [0,0007 \ -0,9302 \ 0,0005]^T mkg.$$

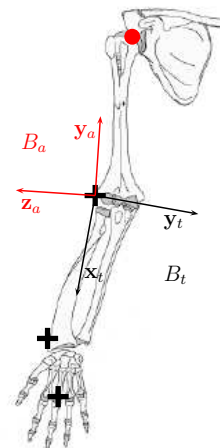


FIG. 2 – repères du bras

La matrice d'inertie identifiée est la matrice d'inertie de Poinsot ($K_2^{(2)} = \int_{S_2} (\mathbf{b}_2^{(2)} \mathbf{b}_2^{(2)T}) dm$). Pour la comparer à la matrice d'inertie classique ($I_2^{(2)} = - \int_{S_2} [\text{skew}(\mathbf{b}_2^{(2)})]^2 dm$), on effectue le calcul suivant :

$$I_2^{(2)} = \text{trace} (K_2^{(2)}) \mathbf{1} - K_2^{(2)} = \begin{bmatrix} 0,0071 & 0,0279 & -0,0007 \\ 0,0279 & 0,3746 & -0,0016 \\ -0,0007 & -0,0016 & 0,3791 \end{bmatrix} m^2 kg$$

où $\mathbf{1}$ est la matrice identité. Dans le repère B_a , on obtient l'inertie suivante :

$$I_2^{(2)} = \begin{bmatrix} 0,3791 & 0,0008 & 0,0017 \\ 0,0008 & 0,0050 & -0,0014 \\ 0,0014 & -0,0014 & 0,3767 \end{bmatrix} m^2 kg.$$

6 Conclusion

La méthode d'identification présentée permet d'obtenir avec une bonne approximation les paramètres inertiels du membre supérieur. Cette méthode a déjà été utilisée *in vivo* et permet d'obtenir l'inertie personnalisée de ce segment. Les équations du mouvement d'un corps composé de trois segments peuvent s'écrire sous la même forme matricielle pour ainsi obtenir séparément les paramètres inertiels du bras et de l'ensemble {main+avant bras}.

Références

- Chenut, X., Fiset, P., Samin, J.C. 2002 Recursive formalism with a minimal dynamic parameterization for the identification and simulation of multibody systems. Application to the human body. *Multibody System Dynamics* **8(2)** 117-140
- Fayet, M., Pfister, F. 1994 Analysis of multibody systems with indirect coordinates and global inertia tensors. *European Journal of Mechanics - A/Solids* **13** 431-457
- Fayet, M., Sandel, A., Maiffredy, L. 2005 Utilisation des tenseurs d'inertie globaux dans le cas de systèmes à liaisons complexes et pseudo-paramètres. *17th congrès français de mécanique, Troyes*
- Kozłowski, K. 1993 Computational requirements for a discrete kalman filter in robot dynamics algorithms *Robotica* **11** 27-36
- Legnani, G., Casolo, F., Righettini, P., Zappa, B. 1996 A homogeneous matrix approach to 3d kinematics and dynamics – i. Theory. *Mechanism and Machine Theory* **31(5)** 573-587
- Raucant, B., Champion, G., Bastin, G., Samin, J.C., Willems, P.Y. 1992 Identification of the barycentric parameters of robot manipulators from external measurements. *Automatica* **28(5)** 1011-1016
- Vallée, C., Hamdouni, A., Isnard, F., Fortuné, D. 1999 The equations of motion of a rigid body without parametrization of rotations. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics* **63(1)** 25-30
- Wieber, P.B. 2000 Modélisation et commande d'un robot marcheur anthropomorphe. *Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris*.