

## Objectivité de la solution d'un problème d'excavation d'une cavité

Sieffert Yannick<sup>1</sup>, Collin Frédéric<sup>2</sup> & Chambon René<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire S-R, Grenoble Université, Domaine universitaire B.P. n°53 38041 Grenoble, FRANCE

<sup>2</sup>Laboratoire ArGEnCO, Université de Liège, 1 chemin des chevreuils, 4000 Liège 1, BELGIQUE

[yannick.sieffert@hmg.inpg.fr](mailto:yannick.sieffert@hmg.inpg.fr), [f.collin@ulg.ac.be](mailto:f.collin@ulg.ac.be), [rene.chambon@hmg.inpg.fr](mailto:rene.chambon@hmg.inpg.fr)

### Résumé :

*Cette étude a pour but d'illustrer, en utilisant un problème d'ingénierie pris dans le domaine de la géotechnique (l'excavation d'une cavité), les problèmes d'objectivité et de perte d'unicité des solutions numériques obtenues après la phase post-localisée.*

*Une solution envisagée pour remédier au problème d'objectivité est de considérer les phénomènes de couplage entre la partie hydraulique et mécanique du milieu poreux. Cependant, nous montrons dans ce travail que l'influence de l'écoulement de l'eau dans le milieu poreux ne permet absolument pas de restaurer l'objectivité de la solution (Collin et al.)*

*L'utilisation d'un milieu enrichi est alors nécessaire pour restaurer cette objectivité. Notre travail utilise une modélisation de type second gradient « local » (Takashi et al. (2002)), qui permet clairement de supprimer l'influence du maillage.*

*Cependant, l'unicité de la solution n'est pas restaurée et cela doit être rapproché de la non reproductibilité probable des observations expérimentales (Van den Hoek (2001), Chen (1998)).*

### Abstract :

*This paper presents a study of mesh dependence and loss of the uniqueness solution in numerical computations after the post-localisation regime. In this objective, a classical geotechnical problem (excavation of a cavity) is analysed.*

*Different numerical techniques can be applied for obtain a model with mesh insensitivity of the results. In the first part, we considered the material as porous with interactions between the porous skeleton and the fluid phases. However, the results show the mesh dependence (Collin et al.). In the second part, we used a « local » second- gradient elastoplastic model which clearly allows mesh-independent (Takashi et al. (2002)).*

*Nevertheless uniqueness solution isn't obtained. It's seem identical in the experimental study (Van den Hoek (2001), Chen (1998)).*

### localisation ; hydromécanique ; second gradient

#### 1 Introduction

Dans le domaine de la géomécanique, les ingénieurs doivent connaître de façon précise les effets de la réalisation d'une excavation dans un sol. En effet, ces excavations conduisent à un déconfinement rapide du sol, pouvant entraîner un écoulement et une perte de stabilité de la cavité. Il est donc important de qualifier et de quantifier l'endommagement du milieu naturel.

De plus, dans le cadre du stockage des déchets radioactifs en grande profondeur, le déconfinement de la cavité produit par l'excavation conduit nécessairement à une variation de perméabilité du milieu et donc à une modification de l'écoulement du fluide interstitiel. Il est donc primordial que les ingénieurs puissent avoir les outils permettant de connaître les échanges entre les produits déposés dans la cavité et le milieu naturel et cela sur une durée relativement longue.

Dans ce cadre, notre étude concerne la modélisation numérique d'une excavation. Notre démarche n'est pas d'utiliser des modèles de comportement du sol compliqués comportant plusieurs paramètres et bien souvent difficile à appréhender scientifiquement. Nous cherchons à analyser si, déjà, les méthodes numériques traditionnellement utilisées sont pertinentes. En effet, il nous paraît primordial d'étudier d'abord l'objectivité des solutions et ensuite les problèmes

d'unicité des solutions avant de pouvoir aborder des modélisations plus sophistiquées. Dans cette optique, les problèmes que nous traitons par la suite sont tous des problèmes où l'homogénéité des sols est postulée ainsi que l'état isotrope du confinement naturel. Les modélisations axisymétriques de type 1D d'une cavité sont écartées car elles ne permettent pas, par leur nature, de développer des zones localisées. De plus, les solutions obtenues en 1D ne sont pas reproductibles en 2D.

Le problème traité nécessite l'utilisation de lois adoucissantes et souvent non associées pour décrire le comportement mécanique du matériau. L'utilisation de ces lois conduit à un problème numérique bien connu aujourd'hui car l'objectivité des résultats par rapport au maillage n'est pas conservée. Ce qui est parfaitement logique puisque le problème mathématique inhérent au problème numérique est lui-même mal posé et admet de multiples solutions (Chambon *et al.* (2001)). Cependant, si ceci est bien connu concernant une modélisation mécanique pure (Varas *et al.* (2005)), qu'en est-il d'une modélisation couplée? Dans cette optique, nous utiliserons dans un premier temps, une modélisation hydromécanique pour analyser l'endommagement d'une cavité. Nous étudierons spécifiquement l'impact du maillage sur les solutions obtenues. Finalement, nous montrerons que le couplage ne permet pas de résoudre les problèmes d'objectivité.

Pour remédier à ces problèmes d'objectivité de la solution par rapport au maillage, l'utilisation d'un milieu enrichi comportant une longueur interne est nécessaire. Dans ce cadre, nous utiliserons une modélisation de type second gradient dont la loi second gradient permet de prendre en compte cette longueur interne. L'objectivité de la réponse est assurée par rapport au maillage, cependant le problème mathématique n'assure pas l'unicité de la solution. Il n'est donc pas certain que la solution numérique convergée soit la seule. En effet, l'unicité de la solution n'est pas garantie par l'utilisation d'un modèle enrichi.

## 2 Objectivité et modélisation couplée hydromécanique

Nous définissons le milieu poreux comme la superposition dans le temps et l'espace de deux milieux continus (le squelette et le fluide), respectant d'une part, la conservation de la quantité de mouvement du milieu poreux et d'autre part, la conservation de la masse d'eau dans les pores.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} - \rho g_i = 0 \quad \frac{\partial(\rho_w \varphi)}{\partial t} + \frac{\partial M_{w,i}}{\partial x_i} = 0$$

Avec  $g_i$  l'accélérateur de la pesanteur,  $\rho$  la masse volumique du milieu poreux,  $\sigma_{ij}$  la contrainte totale s'appliquant au milieu,  $\rho_w$  la masse volumique de l'eau,  $\varphi$  le rapport entre le volume d'eau sur le volume total et  $M_{w,i}$  le flux massique conformément à la loi de Darcy.

Les détails de cette formulation sont présentés par Collin (2003).

### 2.1 Modèle mécanique

Le cadre de ce travail se situe dans la continuité du benchmark GDR Momas (2005) qui consistait à réaliser des modélisations mathématiques et des simulations numériques liées aux problèmes de gestion des déchets nucléaires. Nous rappelons ci-dessous les équations concernant la phase solide.

La loi de comportement mécanique est élasto-plastique, avec un modèle de Drucker Prager formulé en contraintes effectives. Les déformations plastiques sont calculées à partir de la règle de normalité (écoulement associé), le critère présente un écrouissage de type radoucissant.

$$F \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} II_{\hat{\sigma}} + \frac{2 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \left( I_{\sigma} - \frac{3c_0 f(\gamma^p)}{\tan \phi} \right) = 0$$

où  $II_{\hat{\sigma}}, \hat{\sigma}_{ij}, I_{\sigma}$  sont respectivement le deuxième invariant des contraintes déviatoriques, le tenseur des contraintes déviatoriques et le premier invariant des contraintes.

$\phi$  est l'angle de frottement et  $c_0$  est la cohésion initiale,

$$f(\gamma^p) = \begin{cases} \left( 1 - (1 - \alpha) \frac{\gamma^p}{\gamma_R^p} \right)^2 & \text{si } 0 < \gamma^p < \gamma_R^p \\ \alpha^2 & \text{si } \gamma^p \geq \gamma_R^p \end{cases}$$

$\gamma^p, \hat{\epsilon}_{ij}$  sont respectivement la déformation déviatorique plastique équivalente et le tenseur des déformations déviatoriques.

$\alpha, \gamma_R^p$  sont deux paramètres du modèle.

## 2.2 Modèle d'écoulement

Dans ce modèle d'écoulement en milieu poreux, nous considérons l'eau comme un fluide compressible. La variation de perméabilité du milieu sera aussi prise en compte en fonction de la porosité et donc des variations de volume du milieu.

$$dn = (b - n) \left( d\varepsilon_v + \frac{dp_w}{K_s} \right) \text{ avec } n \text{ la porosité, } b \text{ le coefficient de Biot, } \varepsilon_v \text{ les}$$

déformations volumiques et  $K_s$  le module d'incompressibilité des grains.

Enfin une condition de suintement sera utilisée pour exprimer les conditions limites au bord de la cavité.

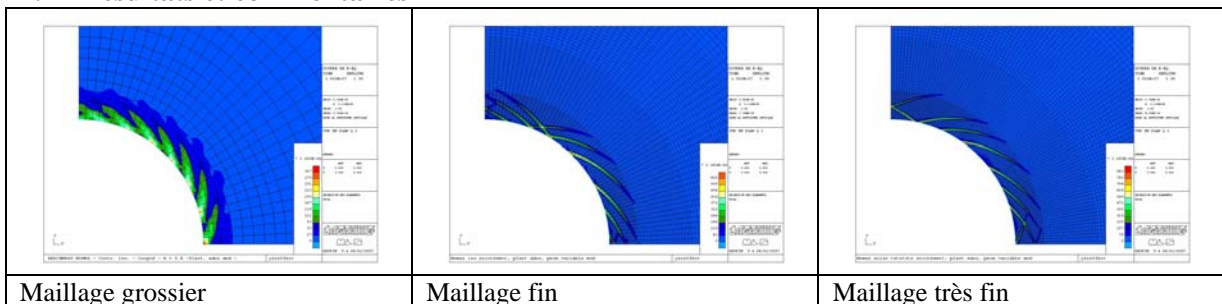
## 2.3 Conditions limites et maillage

Le benchmark consiste à ne modéliser que le quart de la cavité, comme cela se pratique communément dans la littérature (Varas *et al.* (2005), Zervos *et al.* (2001)). Ces conditions de symétrie sont assorties à un état de contrainte de confinement initial isotrope. Le rayon de la cavité est de 3 m et le bord limite se situe à 60 m du centre.

L'opération d'excavation est supposée durer 17 jours et se traduit par une diminution linéaire en fonction du temps de la pression de confinement au bord de la paroi. Puis, nous laissons le temps agir pendant une demi-année afin de stabiliser les flux de la phase liquide.

Trois types de maillage ont été testés. Le premier maillage comporte trente éléments sur le quart de cavité, le second en compte 60 et le dernier 90.

## 2.4 Résultats et commentaires



Les figures ci-dessus représentent les déformations plastiques déviatoriques obtenues au bout d'une demi-année après la réalisation du creusement. Clairement, les résultats dépendent fortement du maillage utilisé puisque le nombre de bandes de localisation ainsi que leur taille ne sont pas identiques dans les trois cas étudiés.

Nous constatons donc que le couplage hydromécanique ne permet pas de surmonter le problème d'une description objective de la phase post localisée. L'introduction d'une longueur interne dans la modélisation est donc nécessaire.

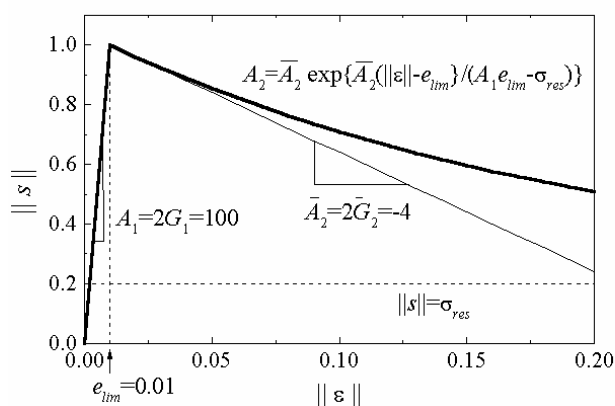
### 3 Modélisation second gradient

Afin de surmonter ces difficultés, nous avons développé depuis une dizaine d'années une théorie de milieux de second gradient « locaux » appliquée dans un premier temps dans le cadre élastoplastique avec adoucissement et loi associée. Les équations développées pour introduire un milieu enrichi de type second gradient que nous utilisons par la suite sont disponibles dans Chambon *et al.* (2001).

Les résultats que nous avons obtenus sur un biaxial montrent que l'influence du maillage est alors bien supprimée même dans la phase post-localisée (Bésuelle (2006)).

#### 3.1 Le modèle du 1<sup>er</sup> gradient

En ce qui concerne la modélisation de la partie premier gradient, le modèle utilisé dans cette étude a un comportement élasto-plastique de type Prandtl-Reuss. Les détails du modèle utilisé sont décrits dans Takashi *et al.* (2002). Ce modèle a été choisi pour sa simplicité.



avec  $S_{ij}$  les contraintes déviatoriques  
et  $\varepsilon_{ij}$  le second invariant des  
déformations.

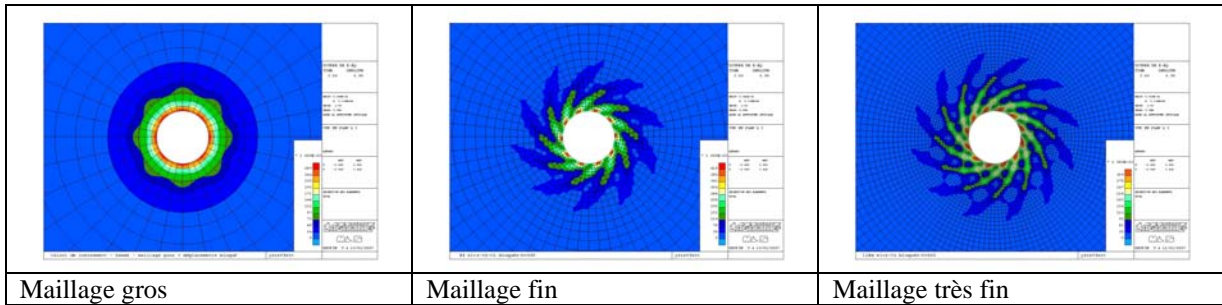
La partie second gradient est choisie comme la plus simple possible et ne comporte qu'un seul paramètre D reliant les doubles contraintes au gradient des vitesses des déformations (Collin *et al.* (2006)). Ce paramètre est pris égal à 500 N dans cette étude

#### 3.3 Conditions limites et maillage

Pour ne pas perturber les résultats par l'utilisation de symétrie dans le maillage, nous avons considéré cette fois-ci une cavité entière, formée d'un rayon interne de 0,5m et d'un rayon externe de 5m. Les conditions limites sont identiques au cas précédent, l'excavation étant modélisée par une diminution de pression de confinement. De plus, l'état initial du milieu est toujours considéré comme homogène et isotrope.

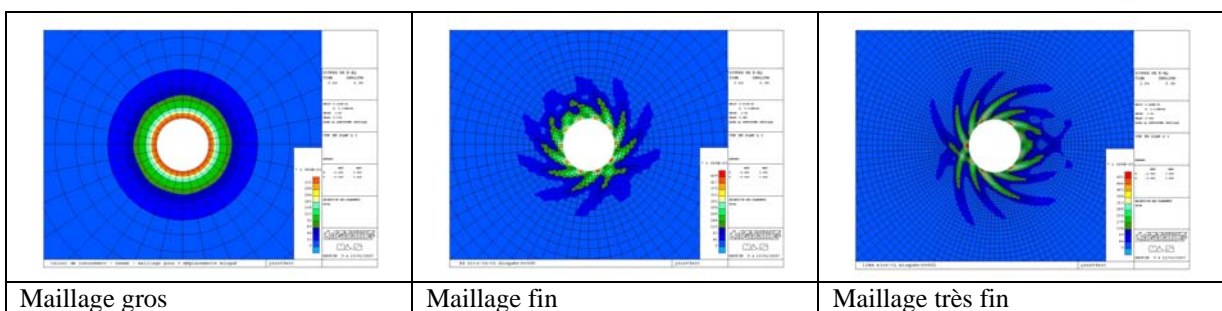
Trois types de maillage ont été testés. Le premier comporte 32 éléments sur la cavité, le second en compte 64 et le dernier 128.

### 3.4 Résultats



Comme nous nous y attendions, l'utilisation d'un modèle enrichi permet bien de diminuer de façon efficace l'influence du maillage, cependant ce dernier ne doit pas être trop grossier afin de permettre la diffusion de zone en charge plastique adjacente à des zones en charge élastique. Ceci est parfaitement illustré pour notre maillage gros. En ce qui concerne les deux maillages plus fins, l'objectivité de la solution peut sembler atteinte. Cependant, nous pouvons noter que le nombre de bandes de localisation ainsi que leur largeur est différente. Pourtant, l'utilisation d'un modèle de type second gradient nous assure cette objectivité. Cependant, elle ne nous permet pas de restaurer l'unicité de la solution. En réalité, les deux solutions obtenues avec les deux maillages fins sont différentes et la taille des mailles intervient dans le guidage numérique d'une solution parmi toutes les autres. Une infinité de solution peut être construite en réalisant une rotation des solutions autour de la cavité.

Pour obtenir d'autres solutions différentes, Chambon *et al.* (2001) ont montré qu'au lieu d'imposer des valeurs connues à la première itération du pas post pic, il suffisait d'imposer des valeurs aléatoires pour les variables nodales. Une autre méthode consiste aussi à modifier le pas de chargement et donc le chemin de chargement (Al Holo-Al Radi (2005)). En utilisant ces méthodes, nous avons obtenu pour chaque maillage une autre solution présentée ci-dessous :



## 4 Conclusions

Dans cette étude, nous avons clairement montré que l'utilisation d'un modèle couplé hydromécanique ne permet pas de restaurer l'objectivité de la solution numérique par rapport au maillage. L'utilisation d'un modèle enrichi, comme celui du second gradient, permet d'assurer l'objectivité. Cependant ces modèles ne restaurent pas l'unicité des solutions. Ceci est aussi observé expérimentalement. Des études statistiques seront à l'avenir réalisées afin de déterminer la probabilité d'obtenir une solution et son niveau d'endommagement correspondant.

**Références**

- Chambon, R., Crochepeyre, S. & Charlier, R., 2001 An algorithm and a method to search bifurcation points in non-linear problems. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, **51**, 315-332.
- Chambon, R., Caillerie, D. & El Hassan, N., 1998 One-dimensional localisation studied with a second grade model. *Eur. J. Mech. A/Solids*, **17**, n°4, 637-656.
- GDR Momas, 2005, <http://www.gdrmomas.org/>
- Collin, F., Chambon, R., Charlier, R., 2006 A finite element method for poro mechanical modelling of geotechnical problems using local second gradient models. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, **65**, 1749-1772.
- Collin, F., Chambon, R., Charlier, R., Sieffert, Y. Hydromechanical computations of the borehole stability problem, localization studies and related numerical problems" en cours de redaction.
- Collin, F., 2003 Couplages thermo-hydro-mécaniques dans les sols et les roches tenders partiellement saturés, thèse de doctorat Université de Liège, 300p
- Van den , P.J., 2001 Prediction of different type of cavity failure using bifurcation theory. *Tinucci, J.P., Heasley, K.A. (Eds), Rock Mechanics in the National Interest. Swets and Zeitlinger, Lisse*, 45-52 .
- Zervos, A., Papanastasiou, P., Vardoulakis, I., 2001 Modelling of localisation and scale effect in thick-walled cylinders with gradient elastoplasticity. *Int. J. Solids and Structures*, **38**, 5081-5095
- Varas, F., Alonso E., Alejano L.R., Fdez.-Manin, G., 2005 Study of bifurcation in the problem of unloading a circular excavation in a strain-softening material. *Tunnelling and Underground Space Technologie*, **20**, 311-322.
- Al Holo-Al Radi, S., 2005 Etude numérique de la localisation à l'aide de modèles de second gradient : Perte d'unicité et évolution de la taille de la zone localisée, *thèse de doctorat UJF*, 173p
- Moulet, J.-C., 2003 Etude numérique de la bifurcation et de la localisation à l'aide de modèles de second gradient, *thèse de doctorat UJF*, 211p.
- Bésuelle, P., Chambon, R., Collin, F., 2006 Switching deformation modes in post-localization solutions with a quasibrittle material, *J. Mech. Mat. Str.*, **1**, n°7, 1115-1134.
- Takashi, M., Chambon, R., Caillerie, D., 2002 Large strain finite element analysis of a local second gradient model : application to localization, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, **54**, 499-521.
- Chen, X., Tan, C.P., Haberfield, C.M., 1998 Modelling of the undrained behaviour of wellbores, *The Geotechnics of Hard Soils-Soft Rocks*, 483p.