

Instabilités hydro-thermiques dans un anneau cylindrique vertical soumis à un fort gradient radial de température

Valérie Lepiller, Raphaël Guillerm, Arnaud Prigent & Innocent Mutabazi

Université du Havre
LMPG
25 Rue Philippe Lebon
76 058 Le Havre cedex
arnaud.prigent@univ-lehavre.fr

Résumé :

Cette étude s'intéresse au couplage des instabilités hydrodynamiques et thermiques dans un système de Couette-Taylor soumis à un fort gradient radial de température. Un liquide est confiné dans l'espace annulaire situé entre deux cylindres coaxiaux verticaux maintenus à des températures différentes dont le cylindre intérieur est mis en rotation. Le rapport d'aspect et le rapport des rayons valent 114 et 0,8. Le nombre de Grashof Gr , lié à l'écart de température entre les cylindres, est fixé et le nombre de Taylor Ta , lié à la vitesse de rotation du cylindre intérieur, est augmenté. Au dessus d'une valeur critique de Ta , l'écoulement de base bifurque vers un écoulement de vortex spiralé. Pour $Gr < 965$, le motif est régulier et apparaît près du bord inférieur des cylindres, sa taille augmentant avec Ta . Pour $Gr > 965$, le motif apparaît au centre, remplit le système et présente une modulation basse fréquence dès le seuil.

Abstract :

We investigate experimentally the influence of a radial temperature gradient in a vertical annulus. The geometrical parameters are fixed with aspect ratio and radius ratio respectively equal to 114 and 0.8. After imposing a Grashof number Gr , related to the radial temperature gradient, the convection cell is destabilized by inertial forces due to the increasing of the rotation of the inner cylinder. Above a critical value of the Taylor number Ta , related to the velocity of the inner cylinder, a spiral pattern occurs giving rise to a finite extent propagating pattern. For $Gr < 965$, the pattern is regular. It appears near the bottom of the system and progressively fill in the system as Ta increases. For $Gr > 965$, the spiral pattern is modulated. It appears around mid-height and nearly fills the system at threshold.

Key-words :

Mots-clefs :

Couette-Taylor ; Instabilité thermo-centrifuge ; spirale

1 Introduction

Nous considérons l'effet d'un gradient radial de température sur les instabilités centrifuges de l'écoulement de Couette-Taylor, l'écoulement entre deux cylindres coaxiaux dont le cylindre intérieur est mis en rotation. L'écoulement non isotherme d'un fluide au sein d'un dispositif cylindrique tournant apparaît dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans le refroidissement de machines tournantes, comme les moteurs électriques et les turbines (Kreith (1968)). Des échangeurs thermiques cylindriques et tournants ont également été introduits dans les industries chimique, automobile et nucléaire. Ce type d'écoulement est également présent dans des modèles géophysiques et astrophysiques expliquant la circulation de fluides dans le manteau supérieur, dans l'océan ou dans l'atmosphère (Kreith (1968)) et la formation des étoiles.

L'étude de la convection mixte a commencé avec les travaux théoriques de Becker *et al.* (1962) qui négligeaient l'effet de la gravité et considéraient seulement des perturbations axisymétriques. L'effet de la gravité a ensuite été pris en compte dans le cadre de l'approximation de Boussinesq par Roesner (1978) pour des perturbations axisymétriques et par Weidman *et al.* (1990) pour des perturbations quelconques. En 1990, Chen *et al.* (1990) ont étudié l'effet d'un faible gradient radial de température sur la stabilité linéaire de l'écoulement de Couette circulaire et ont observé que le nombre de Taylor critique dépend du fluide et de la différence de température. L'effet de la nature du fluide a aussi été étudié numériquement par Kuo *et al.* (1997). En 1964, Snyder *et al.* (1964) ont étudié expérimentalement l'effet d'un gradient radial de température sur la stabilité de l'écoulement de Couette. Ball *et al.* (1988, 1989) ont étudié les différentes transitions de l'écoulement en fonction des paramètres de contrôle dans un système de faible rapport d'aspect. Leurs expériences ont permis de mesurer l'importance relative de la rotation et des effets thermiques. Ainsi ils ont observés que ceux-ci deviennent prédominants et les vortex similaires à ceux observés en convection naturelle, lorsqu'on augmente le gradient radial de température. De notre point de vue peu de données quantitatives sur les propriétés de l'écoulement en fonction des paramètres de contrôle ont été fournies. Dans ce qui suit nous tentons de combler ce manque. Le papier est organisé de la manière suivante. Le dispositif expérimental est décrit dans la partie suivante puis les résultats et le protocole suivi sont présentés dans la troisième partie avant de conclure.

2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué de trois cylindres coaxiaux verticaux de longueur $H = 57$ cm : un cylindre intérieur en aluminium anodisé noir de rayon $a = 2$ cm, un cylindre extérieur en verre transparent de rayon $b = 2,5$ cm et un cylindre d'isolation en verre transparent de rayon $c = 5$ cm (Fig. 1).

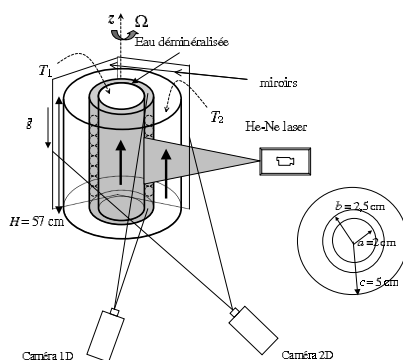


Figure 1: Dispositif expérimental.

Le liquide utilisé, de l'eau déminéralisée, est confiné dans l'espace annulaire entre les deux premiers cylindres dont la distance $d = b - a = 0,5$ cm. Ainsi le rapport d'aspect est $\Gamma = H/d = 114$ et le rapport des rayons est $\eta = a/b = 0,8$. Le gradient radial de température est créé en maintenant les cylindres intérieur et extérieur à des températures différentes grâce à deux circulations d'eau provenant de deux bains thermostatés dont la température est fixée à T_1 pour le cylindre intérieur et à T_2 pour le cylindre extérieur. Le gradient radial effectif ainsi réalisé dans l'entrefer s'écrit $\delta T = \mu(T_1 - T_2)$ où le coefficient $\mu = 0,54$ dépend de la conductivité des cylindres et de l'eau, ainsi que de la convection dans le cylindre intérieur et l'espace compris entre les cylindres extérieur et d'isolation (Lepiller *et al.* (2007)). Afin de visualiser l'écoulement, on ajoute 2% de Kalliroscope AQ-1000 (Matisse *et al.* (1984)), une suspension de paillettes microscopiques anisotropes. Une nappe laser plane parallèle à l'axe des cylindres éclaire une section droite verticale de l'écoulement et une caméra CCD linéaire enregistre à in-

tervalles de temps réguliers l'intensité lumineuse réfléchiée par le Kalliroscope. Les lignes ainsi enregistrées forment un diagramme spatiotemporel. Deux miroirs plans, entourant le dispositif, permettent une visualisation complète de l'écoulement dont nous enregistrons une hauteur de 32 cm à l'aide d'une caméra CCD (Litschke (1998); Prigent *et al.* (2000)).

3 Résultats

3.1 Protocole

Nous étudions la déstabilisation de l'écoulement de base dû à la stratification radiale de la densité par la force centrifuge. Les paramètres de contrôle physiques du système sont le nombre de Grashof Gr relié au gradient radial de température et le nombre de Taylor Ta relié à la vitesse de rotation du cylindre intérieur. Le nombre de Grashof s'écrit $Gr = g\alpha T d^3/\nu^2$ où α est le coefficient d'expansion thermique, g l'accélération de la pesanteur et ν la viscosité cinématique. Le nombre de Taylor s'écrit $Ta = a\Omega d/\nu\sqrt{a/d}$ où Ω est la vitesse angulaire du cylindre intérieur. Dans cette étude l'espace des paramètres de contrôle est exploré en augmentant le nombre de Taylor pour différentes valeurs du nombre de Grashof obtenues pour une température du cylindre extérieur fixée à $T_2 = 30^\circ\text{C}$. Près du seuil de l'instabilité, la vitesse angulaire est augmentée de façon quasi-statique par pas de 1 mHz.

3.2 Observations

Dès qu'un faible écart de température est imposé, deux écoulements axiaux apparaissent : ascendant près de la paroi chauffée et descendant près de la paroi refroidie. Au dessus d'une valeur critique du nombre de Taylor Ta_c , cet écoulement se déstabilise et un motif spiralé propagatif d'extension verticale finie apparaît. Son hélicité dépend du signe du produit $GrTa$. Elle est gauche (resp. droite) si $GrTa > 0$ (resp. $GrTa < 0$) confirmant l'étude théorique de Weidman *et al.* (1990). Deux motifs différents sont observés selon la valeur du Gr .

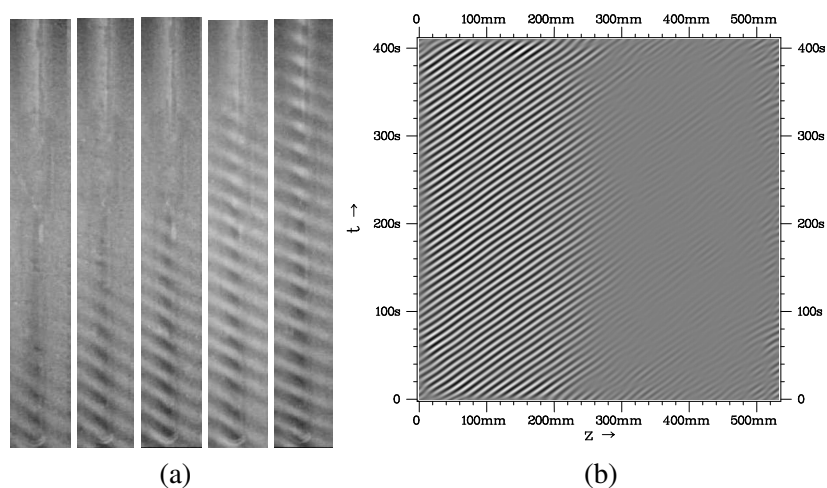


Figure 2: (a) Photographies du motif pour $Gr = -600$ et $Ta = 16.5, 17, 18, 20, 20.8$. (b) Diagramme spatiotemporel du même motif pour $Ta = 16.5$.

Pour $Gr < 965$, le motif spiralé est régulier. Il apparaît près du bord inférieur du système et envahit progressivement le système lorsque Ta est augmenté. Aucune hystérésis n'est observée. Un exemple de ce motif est donné par les photographies de la figure 2(a), présentant un quart du système et le diagramme spatiotemporel de la figure 2(b).

Pour $Gr > 965$, le motif apparaît à mi-hauteur en remplissant presque le système qu'il envahit totalement dès que Ta est augmenté. Contrairement au cas précédent, cette transition s'accompagne d'une hystérésis. La différence avec le motif précédent apparaît aussi sur les photographies de la figure 3(a). Les vortex sont plus larges pour les grands nombres de Grashof. De plus comme on peut le constater sur les diagrammes spatiotemporels des figures 3(b) et (c), le motif est modulé pour les grands écarts de températures. Pour les plus grands écarts de température, cette modulation apparaît dès le seuil d'apparition du motif qui se présente alors sous la forme de paquets de vortex propagatifs dans le diagramme spatiotemporel de la figure 3(c).

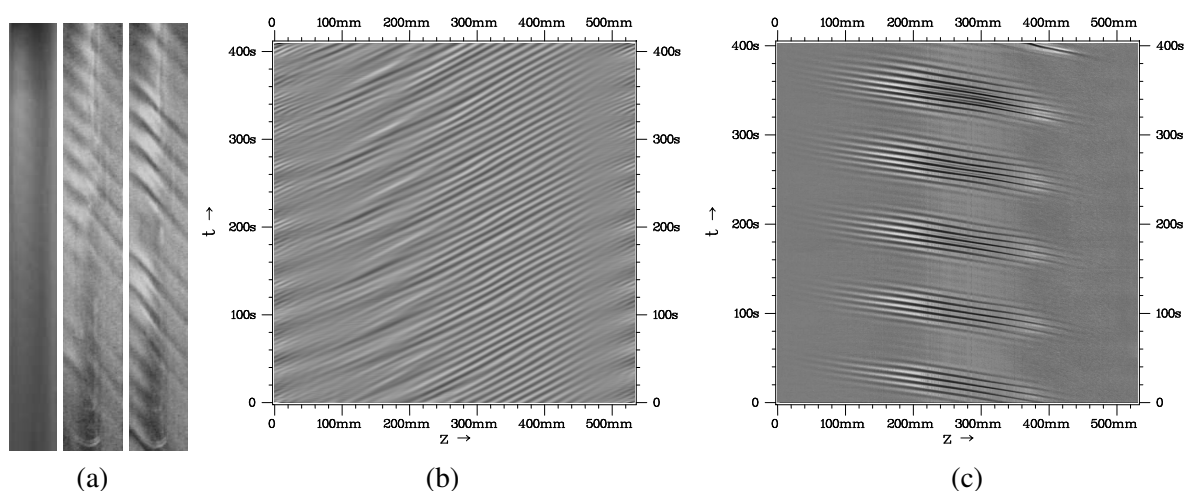


Figure 3: (a) Photographies du motif pour $Gr = -1330$ et $Ta = 12, 12.5, 13.5$. (b) Diagramme spatiotemporel du même motif pour $Ta = 12.5$. (c) Diagramme spatiotemporel du motif au seuil pour $Gr = 4175$ et $Ta = 12.5$.

3.3 Caractéristiques des motifs

Pour $Gr < 965$, le motif apparaît via une bifurcation supercritique. Aucune hystérésis n'est observée et, pour un Gr donné, le carré du maximum d'amplitude du motif, obtenu par démodulation complexe, varie linéairement avec Ta . De plus le motif apparaît avec une fréquence finie au seuil, il s'agit donc d'une bifurcation de Hopf supercritique. Ce n'est pas le cas pour $Gr > 965$ où le motif apparaît via une bifurcation sous-critique caractérisée par une faible hystérésis. La

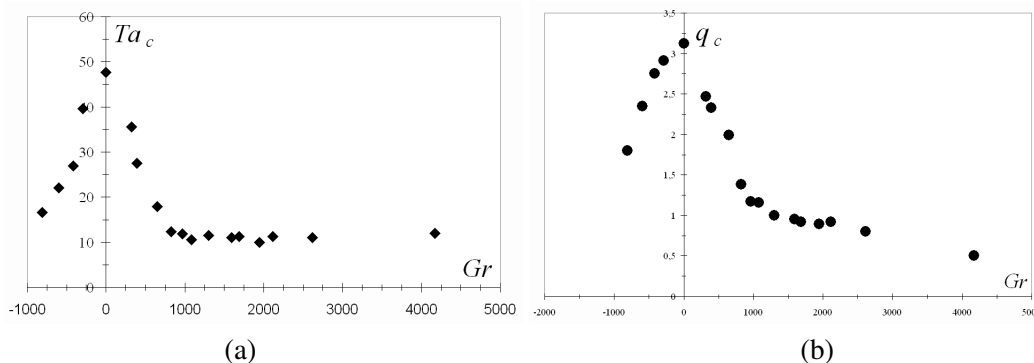


Figure 4: (a) Seuil d'apparition du motif spiralé Ta_c en fonction du nombre de Grashof. (b) Nombre d'onde critique q_c en fonction du nombre de Grashof.

figure 4(a) présente Ta_c en fonction de Gr . Ta_c diminue à partir de la valeur obtenue dans

le cas isotherme puis tend vers une valeur constante pour les grands nombres de Grashof. De même le nombre d'onde critique q_c présenté sur la figure 4(a) diminue avec Gr . On retrouve la différence de comportement correspondant aux deux motifs rencontrés au seuil et celle-ci se retrouve aussi dans les spectres temporels qui présentent une basse fréquence correspondant à la modulation en plus de la fréquence du motif pour les grands nombres de Grashof.

L'évolution du nombre d'onde axial q , du nombre d'onde azimutal m , de la vitesse angulaire du motif et de la modulation avec Ta pour différents Gr sont présentées dans les figures 5(a-c). q augmente avec Ta (Fig 5(a)) tandis que m diminue (5(b)). La figure 5(c) présente le rapport ω/m en fonction de $\langle \omega \rangle$, la vitesse angulaire moyenne de l'écoulement c'est-à-dire la moyenne du profil de vitesse angulaire de l'écoulement de Couette circulaire $\langle \omega \rangle = \eta\Omega/(1 + \eta)$. ω est la vitesse angulaire mesurée sur les diagrammes spatiotemporels et ω/m correspond à la vitesse angulaire du motif dans son ensemble. L'ajustement linéaire de ω/m donne $\omega/m = 1,07 \langle \omega \rangle - 1,06$. En première approximation, le motif de spirale tourne à la vitesse angulaire moyenne de l'écoulement. La constante à l'origine dans l'ajustement correspond à une précession rétrograde du motif dans le référentiel tournant à la vitesse angulaire moyenne de l'écoulement. Une précession similaire a été observée par Caton *et al.* (2000) dans l'écoulement de Couette-Taylor stratifié et s'explique par le caractère non-axisymétrique du motif. En effet un motif non-axisymétrique ne peut être stationnaire dans un système ayant la symétrie de rotation (SO2) (Knobloch (1997)). La figure 5(d) présente la vitesse angulaire de la modulation ω_{mod} en fonction de la vitesse angulaire moyenne de l'écoulement. Un ajustement linéaire de ces données donne $\omega_{mod} = 1,0 \langle \omega \rangle$. D'après ces résultats, la spirale apparaît comme un motif tournant en bloc à une vitesse angulaire proche de la vitesse angulaire moyenne de l'écoulement et pouvant présenter une modulation spatiale de son amplitude dont la fréquence coïncide avec celle de l'écoulement moyen. Dans le cas des très grands écarts de température, comme sur la figure 3(c), le motif peut être décrit comme un groupe de vortex isolé tournant en bloc.

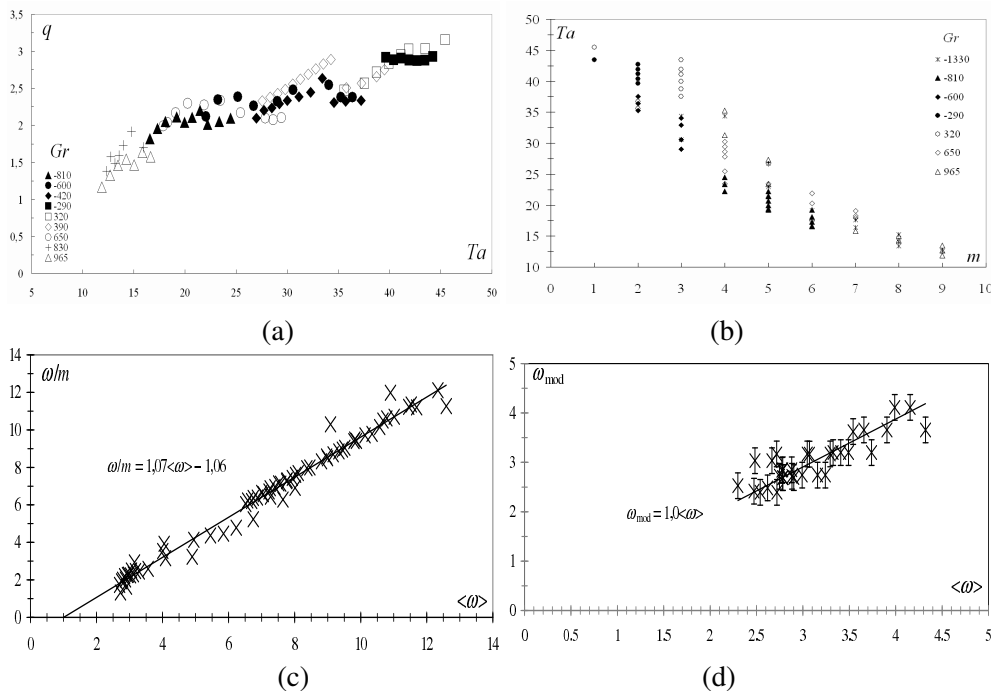


Figure 5: (a) Nombre d'onde axial en fonction du nombre de Taylor. (b) Nombre de Taylor en fonction du nombre d'onde azimutal. (c) ω/m en fonction de $\langle \omega \rangle$ et ajustement linéaire d'équation : $\omega/m = 1,07 \langle \omega \rangle - 1,06$. (d) f_{mod} en fonction de $\omega/2\pi$ et ajustement linéaire d'équation $f_{mod} = 1,0 \langle \omega \rangle / 2\pi$.

4 Conclusions

Nous avons montré que lorsqu'un gradient radial de température est appliqué à l'écoulement circulaire de Couette, l'écoulement de base est déstabilisé. Des vortex spiralés apparaissent près du bord inférieur du dispositif via une bifurcation supercritique pour $Gr < 965$. Ce type de comportement est analogue au système de Couette-Taylor avec un écoulement axial. Pour $Gr > 965$, des vortex apparaissent dans presque tout le dispositif via une bifurcation sous-critique. Le motif apparaissant au seuil présente une modulation de fréquence égale à la fréquence moyenne de l'écoulement.

References

- Ball, K. S., Farouk, B. 1988 Bifurcation phenomena in Taylor–Couette flow with buoyancy effects. *J. Fluid Mech.* **197** 479-501
- Ball, K. S., Farouk, B., Dixit, V. C. 1989 An experimental study of heat transfer in a vertical annulus with a rotating inner cylinder. *J. Heat mass Transfer* **32** 1517-1526
- Becker, K. M., Kaye, J. 1962 Measurements of diabatic flow in an annulus with an inner cylinder rotating. *Trans. ASME-J. Heat Transfer* **84** 97-105
- Caton, F., Janiaud, B., Hopfinger, E. 2000 Stability and bifurcations in stratified Taylor–Couette flow. *J. Fluid Mech.* **419** 93-124
- Chen, J. C., Kuo, J. Y. 1990 The linear stability of steady circular Couette flow with a small radial temperature *Phys. Fluids A* **2** 1585-1591
- Knobloch, E. 1997 Symmetry and instability in rotating hydrodynamic and magnetohydrodynamic flows. *Phys. Fluids* **8** 1446-1454
- Kreith, F. 1968 Convection Heat Transfer in Rotating Systems. *In Advances in Heat Transfer* 5 pp. 129-251, Academic Press, New York.
- Kuo, J. Y., Ball, K. S. 1997 Taylor- Couette flow with buoyancy: Onset of spiral flow. *Phys. Fluids* **9** 2872-2884
- Lepiller, V., Prigent, A. Dumouchel, F., Mutabazi, I. 2007 Transition in a tall annulus submitted to a radial temperature gradient. *accepted in Phys. Fluids*
- Litschke, H., Roesner, K. G. 1998 New experimental methods for turbulent spots and turbulent spirals in the Taylor–Couette flow., *Exp. Fluids* **24** 201-209
- Matisse, P., Gorman, M. 1984 Neutrally buoyant anisotropic particles for flow visualization. *Phys. Fluids* **27** 759-760
- Prigent, A., Dauchot, O. 2000 Visualization of a Taylor–Couette flow avoiding parasitic reflexions. *Phys. Fluids* **12** 2688-2690
- Roesner, K. G. 1978 Hydrodynamic stability of cylindrical Couette flow. *Arch. Mech.* **30** 619
- Snyder, H. A., Karlsson S. K. F. 1964 Experiments on the stability of Couette motion with a radial thermal gradient. *Phys. Fluids* **7** 1696-1706
- Weidman, P. D., Ali, M. E. 1990 On the stability of circular Couette flow with radial heating. *J. Fluid Mech.* **220** 53