

Caractérisation statistique de la transition vers la turbulence viscoélastique dans le système de Couette-Taylor

Noureddine Latrache¹, Nizar Abcha², Olivier Crumeyrolle² & Innocent Mutabazi²

1: LIME de l'IUT de Brest, Rue Kergoat, BP 93169, 29231 Brest Cedex

2: LMPG de l'université du Havre, 25 Rue Philippe Lebon 76600 Le Havre
noureddine.latrache@univ-brest.fr

Résumé :

Nous étudions la transition vers la turbulence de solutions viscoélastiques de polyoxyéthylène (POE), de 0,08% et de 0,09% en concentration, confinées entre deux cylindres coaxiaux lorsque seul le cylindre intérieur tourne. Lorsque la vitesse de rotation du cylindre intérieur atteint une valeur critique, l'écoulement de Couette circulaire bifurque vers un écoulement formé de spirales (SPI) qui ont pour origine une instabilité inertio-élastique. Le deuxième mode d'instabilité est caractérisé par de larges domaines quasi-stationnaires de tailles différentes séparés par des parois et contenant des spirales. La durée de vie des parois des domaines diminue avec le paramètre de contrôle selon une loi puissance. Le nombre de parois augmente en fonction du paramètre de contrôle, ce qui explique la multiplication des sous-domaines dépourvus de spirales, ce régime transite ensuite vers un régime turbulent. La caractérisation de la transition vers la turbulence a été complétée à l'aide d'une analyse statistique des zones laminaires des spirales.

Abstract :

We study the transition to turbulence of viscoelastic solutions of polyoxyethylene (PEO), with 0.08% and 0.09% in concentration, enclosed between two coaxial cylinders when only the inner cylinder turns. When the speed rotation of the inner cylinder reaches a critical value, the circular Couette flow bifurcates to spirals flow (SPI) which is result of inertioelastic instability. The second instability mode is characterized by large and quasi-stationary domains containing spirals with different size separated by walls. The lifetime of the walls of domains decreases with the control parameter according to power law. The number of the walls increases according to the control parameter, that is explains by the multiplication of the sub-domains deprived spirals; this regime transits then to turbulent regime. The characterization of the transition to turbulence has been completed by statistical analysis of the laminar spirals zones.

Mots-clefs :

Transition ; turbulence viscoélastique

1 Introduction

Depuis la découverte de A.B. Tom en 1949 de la réduction de traînée dans les écoulements turbulents par l'addition de très faible quantité du polymère de forte masse molaire, plusieurs applications ont été réalisées comme celle de l'augmentation du débit du pétrole dans les pipelines intercontinentale (Alaska-USA). Lorsque la quantité du polymère ajoutée est supérieure à une valeur critique, et contrairement aux liquides Newtoniens, la contrainte élastique peut déstabiliser l'écoulement de façon non-linéaire même à très faible Reynolds. Les effets élastiques ont été étudiés dans des écoulements modèles en hydrodynamique comme le système de Couette-Taylor qui présente plusieurs routes de la transition vers la turbulence identifiées pour des liquides Newtoniens par Andereck *et al* (1986). L'écoulement de Couette-Taylor composé de deux cylindres coaxiaux joue un rôle important dans plusieurs applications industrielles comme le refroidissement des machines électriques tournantes, la filtration dynamique, les réacteurs chimiques catalytiques, la viscosimétrie, les bioréacteurs pour la culture des cellules animales (Rudman (1998), Haut et al (2003)) . La compréhension des mécanismes de transition est donc un enjeu de recherche fondamentale et appliquée. Lorsque le

liquide confiné entre les deux cylindres est viscoélastique, la viscosité et l'élasticité se couplent pour générer des régimes d'écoulement inattendus. Ainsi en faisant tourner uniquement le cylindre intérieur du système de Couette-Taylor, on a observé des motifs d'ondes stationnaires non-axisymétriques là où l'on observerait des rouleaux stationnaires pour un liquide newtonien. L'un des paramètres qui caractérisent l'écoulement d'un liquide viscoélastique est le nombre élastique E , qui est le rapport entre le temps de relaxation élastique et le temps de diffusion par la viscosité. Pour de faibles valeurs de $E < E_{c1}$, les effets élastiques sont faibles devant les effets inertiels et les deux premiers modes d'instabilités sont les mêmes que pour un liquide newtonien (Denn et Roisman (1969)). Pour des valeurs intermédiaires du nombre élastique $E_{c1} < E < E_{c2}$ (Groisman et Steinberg (1998)), les effets élastiques et inertiels sont comparables et peuvent donner lieu à des modes inertioélastiques qui se manifestent sous forme de spirales ou de rubans (Crumeyrole *et al* (2002)). Pour de forte valeur de $E > E_{c2}$, les effets élastiques peuvent dominer les effets inertiels et qui se manifestent par l'apparition d'un nouveau mode d'instabilité dite *élastique* sous forme de large rouleaux irréguliers à très faible nombre de Taylor ($Ta=10^{-6}$). Ce mode a été observé par Larson *et al* (1990) pour des solutions de Polyisobutylène de forte masse molaire avec une concentration de 1000 ppm dissoute dans des solvants très visqueux qui correspond à des $E \in [0,5 ; 2,5]$. Groisman et Steinberg (1998) ont réalisé des expériences avec des solutions de polymère de PAAm dans un solvant de (58% saccharose/ 42% d'eau) où la viscosité du solvant a été variée en contrôlant sa température, cela permet de varier le nombre élastique. Pour de fortes valeurs du nombre élastique $E > E_{c2}=0,22$, la première instabilité est sous forme d'onde radiale (RW). La deuxième instabilité est apparue brutalement sous forme d'oscillations désordonnées. La diminution de la vitesse de rotation du cylindre intérieur, provoque une séparation des oscillations qui donne par la suite des vortex stationnaires appelés *diwhirls*. Dans notre étude, nous employons des solutions viscoélastiques de Polyoxyéthylène (POE) de concentrations $c \in [800, 900]$ ppm qui correspond à $0,1 < E < 0,5$, l'écoulement de Couette circulaire bifurque vers un écoulement formé de deux spirales droite et gauche (SPI). Pour une augmentation de 1,02 % de la vitesse de rotation du cylindre intérieur, le motif des SPI bifurque de façon brutale vers un écoulement formé de domaines contenant des zones de spirales et séparés par des parois. La multiplication de ces domaines en fonction du paramètre de contrôle mène l'écoulement vers un régime turbulent. Dans ce travail, nous caractérisons cette transition vers la turbulence en mesurant le nombre, la taille et la durée de vie des parois des domaines en fonction du paramètre de contrôle. Cette caractérisation a été complétée par des statistiques en espace des zones laminaires représentées par les spirales en fonction du paramètre de contrôle Ta .

2 Dispositif expérimental

Le système de Couette-Taylor employé dans nos expériences est constitué de deux cylindres coaxiaux horizontaux. Le cylindre intérieur, de rayon $a = 4,46$ cm est en Delrin noir. Le cylindre extérieur est en Plexiglas et a pour rayon $b = 5,05$ cm. L'entrefer est large de $d = b - a = 0,59$ cm et s'étend sur une longueur totale de $L = 27,5$ cm. Le rapport des rayons vaut $a / b = 0,883$ tandis que le rapport d'aspect vaut $L / d = 46,5$. Le cylindre extérieur est maintenu fixe tandis que la rotation du cylindre intérieur est assurée par un servomoteur avec des pas de 1 mHz. Les solutions de polymère sont préparées en dispersant dans l'eau un pré-mélange de POE en poudre (Aldrich, $8 \cdot 10^6$ g/mol) et d'alcool isopropylique. Les rapports des solvants en volume sont de 95% d'eau et 5% d'alcool isopropylique. Les mesures rhéologiques (rhéomètre AR2000) montrent que les solutions de POE de concentrations entre 800 à 900 ppm présentent un comportement rhéofluidifiant : la viscosité diminue quand le taux de cisaillement croît. Ce comportement est décrit par la loi de Carreau $\eta = \eta_0(1+(\tau\dot{\gamma})^2)^{-n/2}$ où η_0 est la viscosité au plateau newtonien à faible taux de cisaillement, $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement, τ un temps caractéristique de

la transition vers le régime de rhéofluidification et n la pente de ce régime. Les valeurs des paramètres d'ajustement sont présentées tableau 1.

c (ppm)	η_0 (mPa.s)	τ (s)	n
800	15,03	0,47	0,2316
900	20,50	0,77	0,2527

Tableau 1 : Paramètres d'ajustement pour la viscosité de cisaillement des solutions de POE à l'aide de la loi de Carreau.

Les paramètres de contrôle de l'inertie et de la viscoélasticité sont respectivement le nombre de Taylor ($T_a = \Omega a d / \nu$, avec ν est la viscosité cinématique du polymère), et le nombre élastique $E = \tau \nu / \lambda$ avec $\tau \nu = \nu / d$ le temps de diffusion et λ le temps de relaxation de la solution. Pour visualiser les écoulements dans le système de Couette-Taylor, on ajoute aux solutions de POE 2% en volume de Kalliroscope AQ1000. Le Kalliroscope AQ1000 est une suspension diluée de fines plaquettes réfléchissantes anisotropes dont les dimensions sont d'environ $30 \mu m \times 6 \mu m \times 0,07 \mu m$. Elles s'orientent avec la direction de plus fort cisaillement dans l'écoulement et leur orientation révèle les structures dans l'écoulement sans modifier significativement la viscosité. Une caméra CCD linéaire enregistre une ligne parallèle à l'axe des cylindres. La superposition chronologique des lignes enregistrées à intervalles de temps égaux fournit un diagramme spatio-temporel (DST) $I(x,t)$ à partir duquel les propriétés spatiales et temporelles des structures présentent dans l'écoulement sont extraites par traitement du signal : transformée de Fourier rapide, démodulation complexe (Bot *et al* (1997)).

3 Résultats

3.1 Modes au seuil de l'instabilité viscoélastique

Pour une solution de POE de 800 et 900 ppm ($0,1 < E < 0,5$), et lorsque la vitesse de rotation du cylindre intérieur atteint une valeur critique ($T_{ac1} = 16,42$ pour $c = 900$ ppm, $E = 0,42$), le premier mode d'instabilité observé se manifeste sous forme de spirales droite et gauche contrapropagatives (SPI) (fig. 1-a). Les SPI possèdent une fréquence très faible de l'ordre de $f_1 = 0,03$ Hz et un nombre d'onde axial $k_1 = 0,1$ mm⁻¹. La pulsation adimensionnelle de ces spirales est de l'ordre de $\omega = 0,15 \times \lambda$. En comparant cette valeur avec celle obtenue numériquement et expérimentalement par Larson *et al* (1990) dans le cas de l'instabilité purement élastique, nous constatons que le mode des spirales observé dans notre expérience est de nature inertio-élastique. Pour une augmentation de 1,02 % de la vitesse de rotation du cylindre intérieur ($T_{ac2} = 16,6$), le motif des spirales contrapropagatives bifurque de façon brutale vers un écoulement formé de domaines séparants des zones de spirales (Fig. 1-b). Les domaines sont de tailles différentes et ils sont limités par des parois principales quasi-stationnaires (Fig. 1-a). Des parois secondaires sont observées à l'intérieur d'un domaine (Fig. 1-b). Ces parois secondaires possèdent des durées de vie limitée et peuvent diviser le domaine principal en deux sous-domaines (Fig. 2-b). Elles se propagent dans le temps dans une seule direction, droite ou gauche, et elles finissent par fusionner avec une paroi principale pour former un sous-domaine (Fig. 2-a). Les sous-domaines sont assez étroits et ils ne sont pas assez larges pour contenir des ondes spirales (Fig. 2-b). Les domaines principaux dépourvus de parois secondaires sont plus larges et ils possèdent deux spirales droite et gauche séparées ou superposées (Fig. 2-c-d). Le nombre d'onde des spirales à l'intérieur des domaines est du même ordre que celui des spirales du premier mode alors que la fréquence $f_2 = 0,176$ Hz $\approx 6 \cdot f_1$ est six fois plus grande celle du premier mode. La pulsation adimensionnelle des spirales à l'intérieur des domaines est de l'ordre de $\omega \approx \lambda$. Ces valeurs sont proches de celles obtenus dans les prédictions théoriques de Joo et Shaqfeh (1992) et dans les travaux expérimentaux de Groisman et Steinberg (1998) sur l'instabilité purement élastique. Par conséquent, le régime des domaines en coexistence avec les spirales près et loin de son seuil pour des nombres élastique $0,1 < E < 0,5$ (concentration entre 800 à 900 ppm) est de nature élastique.

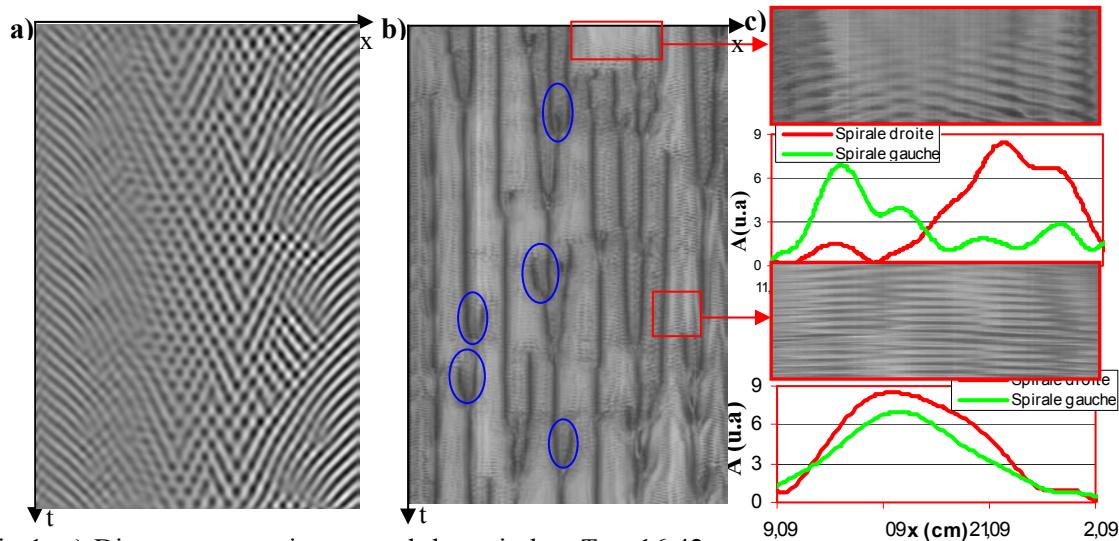


Fig 1 -a) Diagramme spatiotemporel des spirales, $T_{ac1}=16,42$; b) Diagramme spatiotemporel au seuil de la deuxième instabilité, $T_{ac2}=16,6$; carré rouge : exemple de domaine large, ellipse bleu : exemple de sous-domaines; c) Domaine contenant deux spirales droite et gauche séparées avec les amplitudes correspondantes ; Domaine contenant deux spirales droite et gauche superposées avec les amplitudes correspondantes.

3.2 Caractérisation des domaines en fonction du paramètre de contrôle.

Pour caractériser les motifs des domaines contenant les spirales (Fig. 2), un traitement d'image a été adapté, basé sur la démodulation complexe avec filtrage autour des basses fréquences pour séparer les parois aux zones de spirales (Fig. 2). Sur les digrammes filtrés, nous avons effectué une binarisation pour discriminer les zones laminaires des spirales (zones blanches) des zones de parois des domaines (zones noires) (Fig. 2). Le nombre des parois a été mesuré dans un diagramme spatiotemporel (DST : *i.e* 393,22 *m.s*) en fonction du paramètre (Fig. 3-a). Pour des valeurs du nombre de Taylor entre 16,60 et 17,65; le nombre des parois augmente linéairement en fonction du Ta : $N = 226 \times (Ta - T_{ac2})$ avec $T_{ac2}=16,6$. Pour des valeurs du nombre de Taylor supérieur à 17,6; le nombre des parois se sature autour de 266 par 393,22 *m.s* (Fig. 3-a). Le rapport de l'aire spatiotemporel occupé par les parois sur l'air totale augmente linéairement en fonction du Ta (Fig. 3-b).

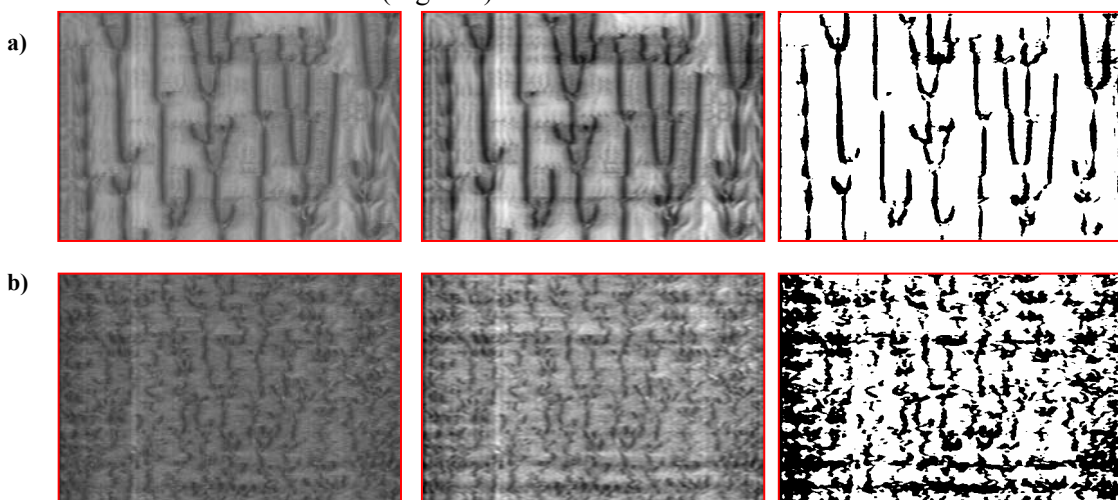


FIG 3 Diagramme spatiotemporel des domaines (à gauche) avec son filtre basse fréquence (au milieu) et son diagramme binarisé (à droite) pour : a) $Ta= 16,88$; b) $Ta=18,7$.

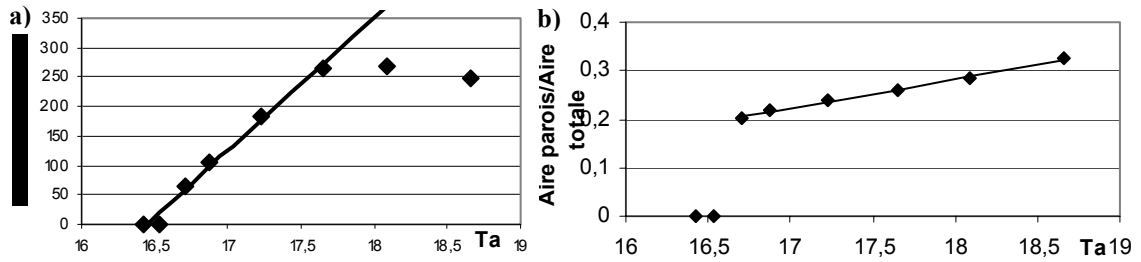


Fig 3 -(a) Evolution du nombre des parois, (b) rapport de l'air des parois sur l'aire totale en fonction du nombre de Ta .

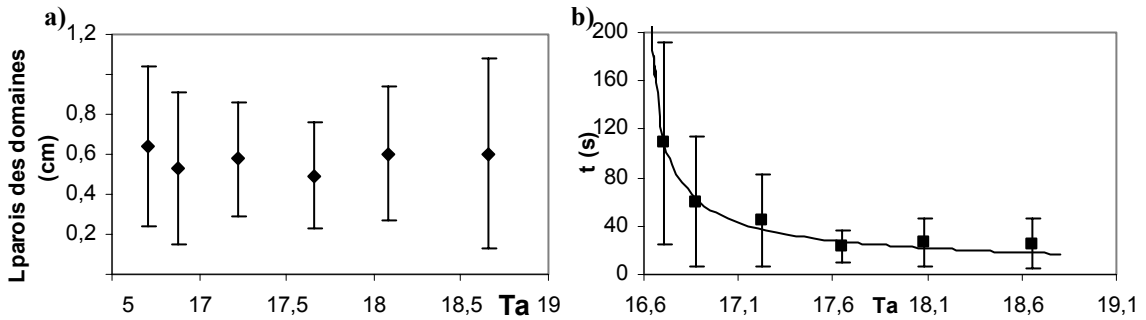


Fig. 4 -a) Largeur moyenne des parois séparant les domaines en fonction du paramètre de contrôle. b) Durée de vie moyenne des parois dans un DST en fonction du paramètre de contrôle. Les barres représentent l'écart type de L dans a) et t dans b).

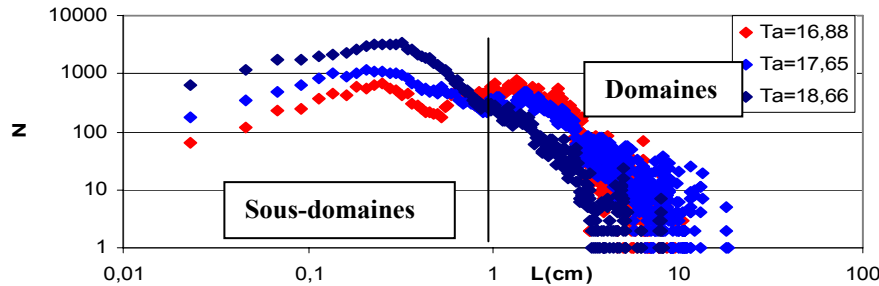


Fig. 5- Histogrammes des domaines et des sous-domaines pour différent nombre de Taylor.

La taille et la durée de vie moyennes des parois séparants les domaines ont été mesurées dans un DST en fonction du paramètre de contrôle Ta (Fig. 4). La taille moyenne des parois des domaines reste presque constante en fonction du paramètre de contrôle Ta (Fig. 4-a). La durée de vie moyenne des parois diminue en fonction du paramètre de contrôle selon une loi de puissance : $t = 27,7 (Ta - Ta_{c2})^{-0,62}$ (Fig. 4-b). Les statistiques (en espace) du nombre de domaines ou des sous-domaines présentent une décroissance en loi de puissance (régime algébrique) avec deux maxima et deux pentes différentes (Fig. 5). Pour de faibles longueurs : $0,1cm < L < L_{c1} = 1cm$, les zones comptées représentent les sous-domaines : $N(L < L_{c1}) = N_a L^{-a}$ et pour de larges longueurs $L > L_{c2} = 2,5cm$, les zones comptées représentent les domaines qui peuvent contenir des spirales : $N = N(L > L_{c2}) = N_b L^{-b}$. Les exposants de décroissances a et b diffèrent pour de faible paramètre de contrôle ce qui explique la coexistence de deux dynamiques (grande échelle : domaines et petite échelle : sous-domaines). Pour de grande valeurs du paramètre de contrôle, les exposants a, b se rejoignent ce qui explique la disparition des domaines et l'existence des sous-domaines qui mène l'écoulement vers la turbulence viscoélastique. La présence des sous-domaines turbulents (petites longueurs) pour de grande paramètre de contrôle est attribuée à l'effet stabilisant de la viscoélasticité sur les très petites échelles de désordre. Le nombre

maximum des sous-domaines N_a augmente avec T_a alors que le nombre maximum du nombre des domaines diminue avec T_a ce qui nous permet de conclure que la transition vers la turbulence se fait via un scénario de multiplication de sous-domaines (petite structure) et disparition des domaines (grandes échelles) contenant les spirales.

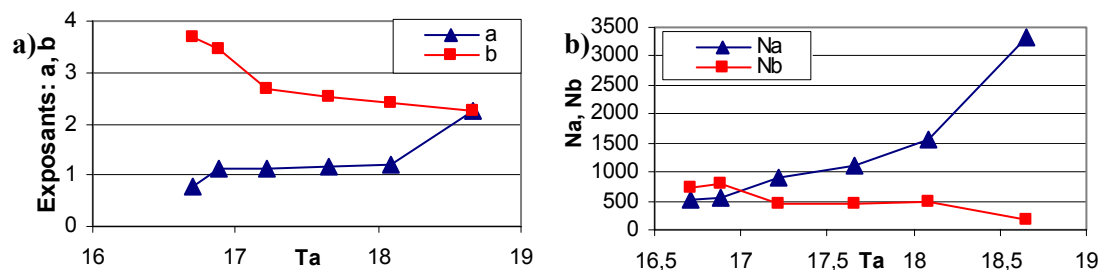


Fig. 6 : a) Variation des exposants a , b en fonction de T_a , b) variation des nombres maximum en fonction de T_a .

4 Conclusions

Dans ce travail, nous avons étudié la transition vers la turbulence dans le système de Couette-Taylor viscoélastique (POE à 900 ppm). Le premier mode observé est sous forme d'ondes spirales contrapropagatives (SPI). Les SPI bifurquent ensuite vers un écoulement formé de domaines contenant des spirales séparées par des parois. Les domaines sont le résultat d'une instabilité élastique. La taille des parois des domaines reste presque constante tandis que la durée de vie décroît selon une loi de puissance avec le nombre de Taylor. Les statistiques des domaines laminaires montrent que le régime observé est algébrique avec deux exposants différents (a , b). L'exposant a diminue en fonction de T_a ce qui explique la disparition des grandes échelles (domaine avec spirales) par la viscoélasticité et b augmente en fonction de T_a ce qui explique la stabilisation de la turbulence en petites échelles (sous-domaines) par la viscoélasticité. Les exposants a et b représentent un paramètre d'ordre pertinent pour comprendre la transition vers la turbulence viscoélastique via la multiplication des sous-domaines.

Références

- Andereck, C. D., Liu H, S. S., Swinney, L., 1986, *J. Fluid Mech.* **164**, 155.
 Bot, P. & Mutabazi, I., 2000, *Eur. Phys. J. B13*, 141.
 Crumeyrolle, O., Grisel, M., Mutabazi, I., 2002, *Phys. Fluids* **14**(5), 1681-1688.
 Denn, M. M., Roisman, J. J., *AIChE J.*, 1969, **15**(3) 454-459.
 Groisman, A., Steinberg, V., *Phys. Fluids*, 1998, **10** (10), 2451.
 Haut, B., Ben Amor, H., Coulon, L., Jacquet, A., Halloin, V., 2003, *Chem. Eng. Sci.* **58**, 777-784.
 Joo Y.L., and Shaqfeh, E.S., 1992, *Phys. Fluids*, A **4**, 2415.
 Larson R. G., G. Shaqfeh, E. S, Muller, S. J., 1990, *J. Fluid Mech.*, **218**, 573.
 Rudman, M., 1998, *AIChE J.*, **44**, 1015-1026.