

Forces et couple sur une bulle ellipsoïdale plongée dans un écoulement cisailé

Richard Adoua, Dominique Legendre & Jacques Magnaudet

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse
UMR CNRS 5502
Allées du Professeur Camille Soula, 31400 Toulouse, France
adoua@imft.fr

Résumé :

Le comportement hydrodynamique d'une bulle ellipsoïdale de forme fixe est étudié en présence d'un écoulement cisailé. Les résultats numériques montrent qu'à partir d'un aplatissement suffisant de la bulle, le sens de sa migration latérale et celui de sa rotation sont inversés par rapport au comportement d'une bulle sphérique. Cet effet résulte du signe de la vorticité axiale présente dans le sillage de la bulle qui est inversé lorsque cette vorticité n'est plus contrôlée par celle de l'écoulement de base, mais par celle produite à la surface de la bulle.

Abstract :

We consider the hydrodynamic behavior of an oblate spheroidal bubble of prescribed shape in a linear shear flow. The numerical results reveal a reversal of the lift force and torque acting on the bubble when its oblateness is large enough. This effect is due to the change of sign of the streamwise vorticity in the wake of the bubble which occurs when this vorticity is not controlled by that of the upstream flow any more but rather by that produced at the bubble surface.

Mots-clefs :

Bulle ellipsoïdale ; Ecoulement cisailé ; Sillage

1 Introduction

La distribution des bulles dans un écoulement diphasique dispersé ainsi que la manière dont elles modifient l'écoulement porteur est un élément clef de la modélisation de ces écoulements. En fonction de la formation de zones d'accumulation des bulles loin ou près des parois, les transferts associés (frottement, flux de chaleur) peuvent se trouver fortement modifiés. Il en est ainsi dans de nombreuses applications industrielles, que les bulles soient utilisées pour réagir avec le fluide et/ou pour le mélanger. La compréhension du comportement de bulles d'air dans de telles situations est cependant loin d'être satisfaisante. Par exemple, il a été observé que le sens de migration des bulles dans les parties de l'écoulement présentant des gradients de vitesse dépend de leur taille. En effet, dans certaines situations, une bulle de forme ellipsoïdale migre dans la direction opposée à celle d'une bulle sphérique (Kariyasaki (1987), Tomiyama *et al.* (1992)).

L'objectif de ce travail est de comprendre ce dernier comportement en étudiant par simulation numérique directe le comportement hydrodynamique d'une bulle ellipsoïdale dans un écoulement cisailé. Nous nous intéressons tout particulièrement à la force de portance exercée sur la bulle, qui est responsable de sa migration, ainsi qu'au couple exercé par l'écoulement. Nous considérons une bulle ellipsoïdale de forme fixe, caractérisée par un rapport de forme $\chi = b/a$ (b est le demi grand axe et a le demi petit axe), maintenue immobile dans un écoulement cisailé dont la vitesse dans le référentiel cartésien centré sur la bulle est $U = (U_0 + \alpha y)e_x$

(figure 1). Le problème est décrit par trois nombres adimensionnels : le nombre de Reynolds $Re = \rho b U_0 / \mu$, le cisaillement adimensionnel $Sr = \alpha b / U_0$ et le rapport de forme $\chi = b/a$, où ρ et μ sont respectivement la masse volumique et la viscosité du fluide. On note également $R_{eq} = (ab^2)^{1/3}$ le rayon équivalent. Nous avons fait varier ces trois paramètres sur une large gamme, i.e. $Re \in [50, 2000]$, $Sr \in [0, 1.2]$ et $\chi \in [1.0, 2.7]$. La force totale F exercée sur la bulle est décomposée de manière classique en une traînée $F_D = F.e_x = C_D \pi b^2 \rho U_0^2 / 2$ et une portance $F_L = F.e_y = 4C_L \pi a b^2 \rho \alpha U_0 / 3$, où C_D et C_L sont respectivement le coefficient de traînée et celui de portance. Le couple exercé sur la bulle est dirigé suivant e_z et se met sous la forme $\Gamma.e_z = C_T \pi b^4 \rho \alpha U_0 / 2$, où C_T est le couple adimensionnel.

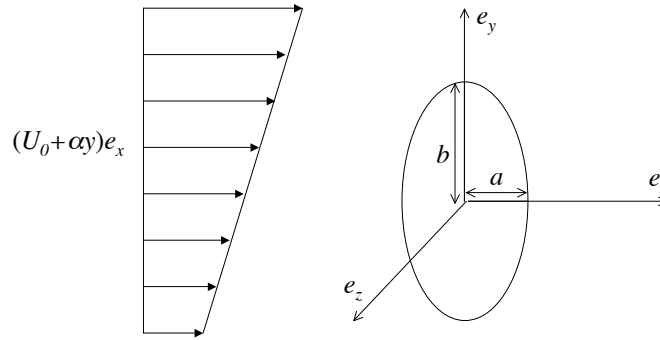


FIG. 1 – Configuration de l'écoulement étudié et notations.

2 Outil numérique et validation

Le code JADIM a été présenté, validé et utilisé à de nombreuses reprises pour l'étude des écoulements tridimensionnels autour de bulles sphériques ou ellipsoïdales. On renvoie par exemple à Legendre & Magnaudet (1998) où ce code est utilisé pour l'étude de la force de portance sur une bulle sphérique en écoulement cisailé. JADIM est un code permettant la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles, instationnaires et tridimensionnelles sur un maillage curviligne orthogonal. Les équations sont écrites en variables primitives vitesse-pression et sont intégrées à l'aide de la méthode des volumes finis. Les schémas utilisés confèrent au code une précision d'ordre 2 en temps et en espace grâce à un avancement en temps de type Runge-Kutta à l'ordre 3 et à une résolution semi-implicite des termes diffusifs de type Crank-Nicolson. Le maillage utilisé est obtenu à partir de la solution de l'écoulement potentiel autour d'un cylindre de section elliptique qui offre l'intérêt de suivre de manière naturelle l'écoulement autour de la bulle. La propriété d'orthogonalité des lignes de courant et des équipotentielles est ici utilisée pour générer un maillage orthogonal. Nous avons réalisé un test de validation supplémentaire consistant à calculer la force de portance qui s'exerce juste après le démarrage de l'écoulement sur une bulle ellipsoïdale instantanément plongée dans un écoulement faiblement cisailé de fluide parfait et à comparer ce résultat avec la solution analytique correspondante (Miloh (2003)). Ce test de validation a été réalisé pour $\chi \in [1.0, 2.7]$ et pour deux cisaillements $Sr = 0.02$ et $Sr = 0.2$. Il a permis de comparer les résultats correspondants à un écoulement cisailé parallèle au petit axe de la bulle ($U = (U_0 + \alpha y)e_x$) pour lequel la portance est dirigée suivant e_y mais aussi à un écoulement suivant son plan diamétral ($U = (U_0 + \alpha x)e_y$) pour lequel la portance est dirigée suivant e_x . Les résultats numériques (non reportés ici) sont en très bon accord avec les résultats théoriques de Miloh (2003), la différence relative étant inférieure à 2%.

3 Force de portance

La figure 2 montre la variation du coefficient de portance C_L avec le rapport de forme χ pour $Re = 400$, $Re = 1000$ et $Re = 1500$. Sur cette figure les valeurs numériques sont comparées aux valeurs analytiques obtenues en fluide parfait faiblement cisailé par Naciri (1992) que nous proposons de décrire à l'aide de la relation simple $C_{L\infty} = 0.5 + 0.612(\chi - 1)$. La figure 2 met clairement en évidence deux comportements très différents de la force de portance. Pour les déformations modérées ($\chi \leq 2.2$), le coefficient de portance suit le comportement "fluide parfait", c'est à dire que la force de portance est dirigée suivant e_y comme pour une bulle sphérique. Le coefficient de portance augmente alors avec la déformation et tend de manière asymptotique vers la solution de Naciri (1992) lorsque le nombre de Reynolds augmente. Une corrélation très simple permet d'en décrire les variations :

$$C_L = C_{L\infty} - \frac{3160(\chi - 1)^{2.75}}{Re^{3/2}} \quad (1)$$

On retrouve dans cette évolution une correction en $Re^{-3/2}$ caractéristique de l'effet de la couche limite à la surface d'une bulle soumise à une contrainte tangentielle nulle (Moore (1965)).

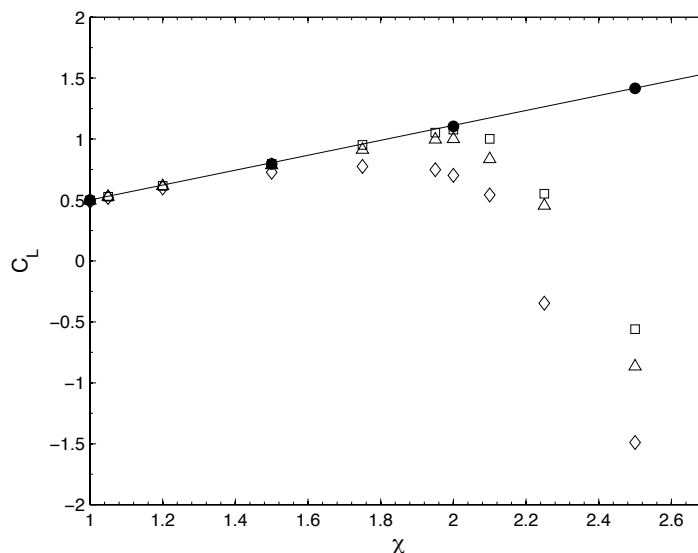


FIG. 2 – Evolution du coefficient de portance C_L en fonction du rapport de forme χ pour $Re = 400$ (\diamond), $Re = 1000$ (\triangle) et $Re = 1500$ (\square) pour $Sr = 0.02$. \bullet Naciri (1992), — $C_{L\infty} = 0.5 + 0.612(\chi - 1)$.

Pour les déformations plus importantes ($\chi \geq 2.2$), on observe un changement de comportement très net et le coefficient de portance change de signe et tend vers des valeurs qui sont alors fortement dépendantes du nombre de Reynolds. Ce changement de signe se traduit pour une bulle libre par une migration dans le sens opposé à celui suivi par une bulle sphérique. Le diagramme (Re, χ) reporté sur la figure 3 permet de visualiser les conditions d'écoulement et de déformation pour lesquelles la migration est inversée. On retrouve ainsi le fait que pour $\chi \leq 2.2$, la portance est suivant e_y quelque soit le nombre de Reynolds. Lorsque la déformation augmente, on constate qu'il existe une gamme finie de nombres de Reynolds $[Re_1(\chi), Re_2(\chi)]$ pour laquelle le sens de la migration s'inverse. Au delà de Re_2 , la migration redevient positive et nous avons pu constater que le coefficient de portance tend alors vers la solution analytique de Naciri (1992). Par ailleurs si le nombre de Reynolds n'est pas suffisant ($Re \leq Re_1(\chi)$), le sens de migration est celui d'une bulle sphérique quel que soit le rapport de forme de la bulle.

De plus la zone de changement de signe tend à se réduire si le cisaillement de l'écoulement augmente. On observe par exemple que pour $Re = 400$ et $\chi = 2.25$, le sens de migration est celui d'une bulle sphérique à $Sr = 0.2$ alors qu'il est inversé à $Sr = 0.02$.

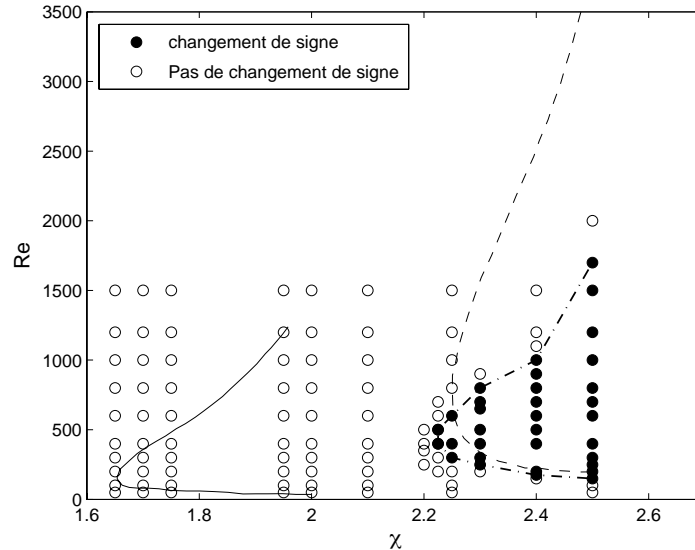


FIG. 3 – Diagramme (Re, χ) indiquant le signe de la force de portance pour $Sr = 0.02$.

4 Couple

A la différence d'une bulle sphérique, une bulle ellipsoïdale subit au sein d'un écoulement cisailé un couple non-nul. En effet, si la bulle est propre, le cisaillement à sa surface est nul et toutes les contraintes y sont normales et sont par conséquent dirigées vers le centre d'inertie de la bulle si celle-ci est sphérique. La mise en rotation d'une bulle propre ne peut donc avoir lieu que si celle-ci est déformée et que l'écoulement dans lequel elle est plongée est non-uniforme. Nous avons repris les calculs analytiques de Naciri (1992) pour les étendre au calcul du couple exercé sur une bulle ellipsoïdale plongée dans un fluide parfait faiblement cisailé. Les résultats obtenus sous forme d'intégrales peuvent être lissés avec une erreur relative inférieure à 1% par la relation $C_{\Gamma\infty} = -0.27(\chi - 1)^{0.7}$. Ce résultat montre que le couple est négatif (il est orienté suivant $-e_z$), résultat intuitif car la bulle tourne alors dans le sens imposé par la vorticité de l'écoulement non-perturbé. On constate également que, tout comme la portance, le couple adimensionnel C_{Γ} est indépendant du cisaillement c'est à dire que, compte tenu de son adimensionnalisation, il évolue linéairement avec le cisaillement de l'écoulement amont.

Les variations du couple adimensionnel C_{Γ} avec le rapport de forme χ sont représentées sur la figure 4. Comme pour la force de portance, on observe deux comportements différents. Le premier pour $\chi \leq 2.2$ correspond à une évolution croissante du couple donnée par la solution "fluide parfait", avec un sens de rotation imposé par la vorticité de l'écoulement de base. Un changement de comportement très net est observé pour $\chi \geq 2.2$. Le couple subit une brusque décroissance pour changer de signe et tendre vers une valeur quasi-constante $C_{\Gamma} = -0.20$. On observe ainsi que la bulle subit un couple qui l'oblige à tourner dans le sens opposé à celui de la vorticité de l'écoulement de base. La représentation (non reportée ici) dans le diagramme (Re, χ) du domaine correspondant au changement de sens de rotation de la bulle montre que ce domaine est très proche de celui où le changement de sens de la force de portance est observé, suggérant ainsi un mécanisme identique pour ces deux effets singuliers.

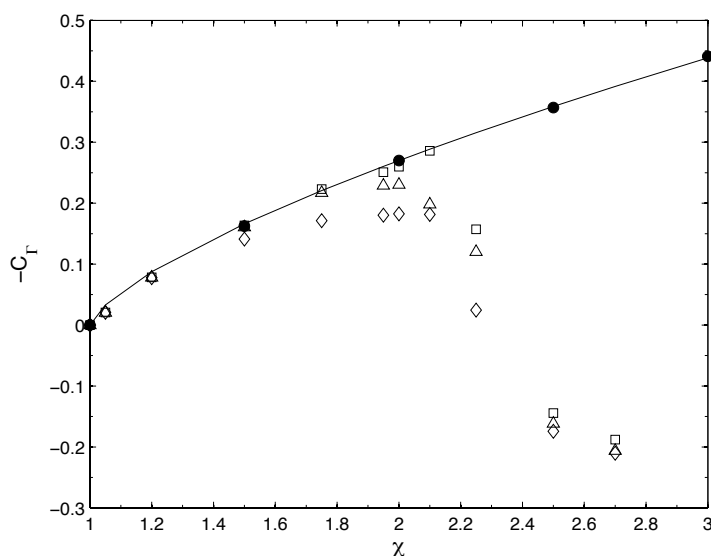


FIG. 4 – Evolution de $-C_L$ avec χ pour $Sr = 0.02$. — $C_{L\infty} = -0.27(\chi - 1)^{0.7}$; • solution analytique ; simulations numériques : $\square Re = 1500$, $\triangle Re = 1000$, $\diamond Re = 400$.

5 Discussion

Afin de comprendre les raisons de ce changement de sens de la portance et de la rotation de la bulle, nous avons analysé le comportement du sillage proche. Cette analyse révèle que la principale cause de ce changement est liée au comportement de la vorticité axiale ω_x dirigée suivant e_x . Cette composante de la vorticité est nulle en écoulement uniforme et résulte de l'interaction entre l'obstacle que constitue la bulle et la vorticité de l'écoulement amont. La figure 5 reporte les isocontours de ω_x dans les deux situations décrites ci-dessus.

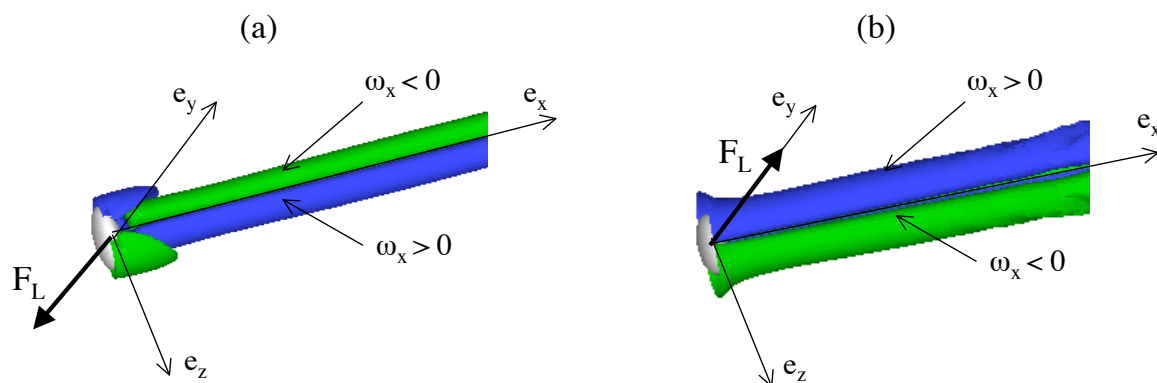


FIG. 5 – Iso-surface de la vorticité adimensionnelle $\omega_x Re_{eq}/U_0 = \pm 0.11$ pour $Re = 400$ et $\chi = 2.25$. a) $Sr = 0.02$, b) $Sr = 0.2$.

On constate que ω_x est concentré dans deux tubes de vorticité anti-symétriques par rapport au plan (x, y) . Le changement de comportement observé est directement lié au signe de la vorticité dans ces deux tubes. Lorsque ω_x est positif dans le demi-espace $z > 0$ (figure 5a), le mouvement de rotation imposé par ces deux tubes génère un flux de fluide ascendant et par réaction la bulle est attirée vers la région $y < 0$. On observe évidemment l'effet inverse lorsque ω_x est négatif dans le demi-espace $z > 0$. Pour une sphère plongée dans un écoulement cisailé de fluide parfait, cette structure de la vorticité axiale dans le sillage a été mise en évidence

analytiquement par Lighthill (1956) et retrouvée numériquement par Legendre & Magnaudet (1998) en écoulement visqueux à grand nombre de Reynolds. Elle résulte du basculement de la vorticité de l'écoulement de base lors du contournement de la bulle et se traduit par l'organisation illustrée par la figure 5b, à savoir $\omega_x < 0$ pour $z > 0$. Au contraire, le changement de direction de ω_x est induit par la vorticité produite à la surface même de la bulle par la condition de cisaillement nul. Cette vorticité est directement proportionnelle à la courbure de la surface et augmente donc avec le rapport de forme. Elle est ensuite bascul e dans le sillage sous l'effet du gradient de vitesse.   la surface de la bulle, la vorticité azimutale ω_ϕ est négative. Si l'on considère la moitié de la bulle correspondant à $z > 0$, le terme de basculement $\omega_\phi \partial V_x / \partial \phi$ induit par le gradient de vitesse positif $\partial V_x / \partial \phi$ se traduit par la présence d'une composante ω_x positive dans la région $z > 0$ (figure 5a), ce qui entre en compétition avec le résultat du mécanisme étudié par Lighthill (1956). Cet effet est donc dominant dans les situations où l'intensité de la vorticité interfaciale est dominante (fort aplatissement) devant celle de la vorticité de l'écoulement de base (faible cisaillement).

6 Conclusions

Le comportement hydrodynamique d'une bulle ellipsoïdale plongée dans un écoulement cisailé a été étudié numériquement. Les résultats obtenus confirment un résultat déjà observé dans certaines études expérimentales :   partir d'une déformation suffisante, le sens de migration et le sens de rotation de la bulle sont inversés par rapport à ceux observés pour une bulle sphérique. L'analyse de la structure de l'écoulement dans le sillage proche nous a permis de montrer que cet effet résulte du signe de la vorticité axiale présente dans cette région de l'écoulement. Ce signe est en effet inversé lorsque la génération de cette composante n'est plus contrôlée par la vorticité de l'écoulement de base, mais par celle produite à la surface de la bulle. On observe par conséquent ce comportement en présence d'un faible cisaillement de l'écoulement de base et pour un aplatissement suffisant de la bulle.

Références

- Kariyasaki A. 1987 Behavior of a single gas bubble in a liquid flow with a linear velocity profile. *Proc. ASME-JSME Thermal Engng. Joint Conf., Honolulu Hawaii* 261-267
- Legendre D., Magnaudet J. 1998 The lift force on a spherical bubble in a viscous linear shear flow. *J. Fluid Mech.* **368** 81-126
- Lighthill J. 1956 Drift *J. Fluid Mech.* **1** 31-53
- Miloh T. 2003 The motion of solids in inviscid uniform vortical fields *J. Fluid Mech.* **479** 287-385
- Moore D. W. 1965 The velocity of rise of distorted gas bubble in a liquid of small viscosity *J. Fluid Mech.* **23** 749-766
- Naciri A. 1992 Contribution à l'étude des forces exerc es par un liquide sur une bulle de gaz : portance, masse ajout e et interactions hydrodynamiques. *Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, France.*
- Tomiyama A., Tamai H., Zun I., Hosokawa S. 1992 Transverse migration of single bubbles in simple shear flows *Chem. Engng. Sci.* **57** 1849-1859