

## Influence des fortes contraintes hydrostatiques sur la résistance en fatigue multiaxiale

Daniel BELLETT<sup>1</sup>, Franck MOREL<sup>1</sup> et Pierre BURRY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>LPMI / EPPM- EA 1427. Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers - 2, Bd du Ronceray -BP 93525, 49035 Angers Cedex 01, France

<sup>2</sup>PSA Peugeot Citroën - Direction de la Recherche pour l'Innovation Automobile  
Mécanique Appliquée des Solides et Structures, Route de Gisy, 78943 Vélizy Villacoublay

Email: daniel.bellett@angers.ensam.fr

### Résumé :

*L'objectif de ce travail est de mieux comprendre l'influence de fortes contraintes hydrostatiques sur le comportement en fatigue multiaxiale à grand nombre de cycles. La démarche est analogue à celle traditionnellement mentionnée dans la littérature : analyse dissociée de l'effet de la contrainte moyenne (au moins pour la fatigue uniaxiale) et de l'effet du taux de biaxialité. Des données issues de la littérature sont utilisées afin de découpler ces deux effets et de déterminer comment les critères multiaxiaux classiques de fatigue en tiennent compte. L'attention est plus précisément portée sur les critères de Dang Van (1973) et de Papadopoulos (1999). Il apparaît que ces critères ne peuvent pas tenir compte de ces deux paramètres de chargement simultanément. Une modification du critère de Papadopoulos permettant de mieux prendre en compte l'effet de contraintes hydrostatiques élevées est donc proposée. Cette construction requiert l'utilisation d'un critère de fatigue multiaxiale et d'un critère de rupture ductile (Gurson)*

### Abstract :

*The aim of this paper is to investigate the effect of high hydrostatic stress from a multiaxial, high cycle fatigue (HCF), point of view. This includes what is traditionally referred to in the literature as the mean stress effect (at least for uniaxial fatigue) and the effect of a biaxial cyclic stress state. Selected fatigue data from the literature are used in an attempt to decouple these two effects and to determine how typical multiaxial fatigue criteria take them into account for loading conditions characterised by high hydrostatic stress. Attention is focused upon the Dang Van (1973) and Papadopoulos (1999) criteria. It is shown that these criteria are unable to predict these two effects at the same time. A modification to the Papadopoulos criterion is proposed, to better account for the effect of high hydrostatic stress. involves combining both a multiaxial fatigue criterion and a criterion for ductile rupture. The Gurson (1977) rupture criterion is used to define an upper limit to the hydrostatic stress that can be supported for a given biaxiality*

**Mots-clefs : fatigue multiaxiale, effet contrainte moyenne, forte contrainte hydrostatique**

### 1 Introduction

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec la société PSA dont l'objectif est d'améliorer la prédiction de la tenue en fatigue à grand nombre de cycles de culasses en alliage d'aluminium. Ces dernières subissent, en certains points critiques, des chargements très particuliers où des cycles de très faible amplitude viennent se superposer à des contraintes hydrostatiques moyennes très élevées (Comte *et al*, 2005). L'objectif de ce travail est de mieux comprendre la manière dont la limite de fatigue est affectée d'une part par de fortes contraintes statiques et d'autre part par des taux de biaxialité importants. Il s'agit en particulier de préciser

en quoi les critères d'endurance multiaxiaux classiques peinent à rendre compte de ces modes de chargement « extrêmes ».

L'analyse porte, dans un premier temps, sur l'effet des fortes contraintes moyennes en fatigue uniaxiale. A partir d'une campagne expérimentale conduite sur un alliage d'aluminium de fonderie et des données de la littérature, il apparaît clairement que les critères d'endurance multiaxiaux deviennent non conservatifs dès que le niveau statique appliqué dépasse le seuil d'écoulement plastique.

La deuxième partie de l'étude est consacrée à la mise en place, sur la base des critères d'endurance classiques, d'une nouvelle approche à même de prévoir à la fois le rôle des fortes contraintes moyennes et l'influence des forts taux de biaxialité. Cette construction requiert l'utilisation d'un critère de fatigue multiaxiale, le critère de Papadopoulos (1999), et d'un critère de rupture ductile, le modèle de Gurson (1977). L'outil de dimensionnement ainsi proposé est très simple d'emploi et ne requiert que des données de référence couramment employées.

Les chargements de traction-torsion ne permettant pas d'atteindre des contraintes hydrostatiques élevées, ils seront délaissés dans ce travail et le terme biaxial concernera uniquement les composantes normales du tenseur des contraintes.

### 1.1 Les mécanismes de fatigue sous chargement à rapport de charge élevé

Des données d'essais en fatigue uniaxiale sous chargement avec contrainte moyenne élevée permettent de mettre en évidence certaines particularités. Tout d'abord, les courbes de Wöhler sont en général plus plates ou plus horizontales comparées aux données avec moyenne nulle. Ceci apparaît clairement sur la figure 1 pour la fonte d'aluminium AlSi7Cu05Mg03-T7.

De plus, les phénomènes de rochet deviennent plus importants avec l'augmentation du rapport de charge (Figure 2). Si la rupture ne se produit pas (Figure 2(a)) il y a très peu de déformation plastique accumulée et le matériau s'adapte élastiquement. Ce type de comportement a été également rapporté, sur différents matériaux métalliques, par d'autres auteurs (Karadag et Stephens, 2003 ; Bellows *et al*, 1999 ; Pals et Stephens, 2006)

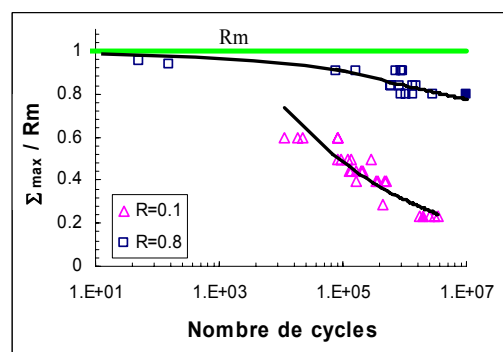


FIG. 1 – Courbes de Wöhler d'AlSi7Cu05Mg03 – T7

## 2 Critères d'endurance et fortes contraintes hydrostatiques

Les données issues de la littérature sont utilisées dans cette partie pour porter l'accent sur certaines imperfections des critères de fatigue multiaxiale classiques dans le régime caractérisé par les fortes contraintes hydrostatiques. Deux types de données sont considérés : (a) les données de fatigue uniaxiales avec une contrainte moyenne élevée et (b) les données de fatigue biaxiales qui sont limitées aux chargements synchrones, en-phase, affines typiquement obtenus par l'intermédiaire d'essais de traction / pression interne (voir Tab. 1).

Pour les chargements biaxiaux et affines, le critère de Dang Van (1973) peut s'écrire:

$$T_a + \alpha \Sigma_{Hmax} \leq \beta \quad \text{ou} \quad \frac{T_a}{\beta} + \frac{\alpha \Sigma_{Hmax}}{\beta} \leq 1 \quad (1)$$

où  $\Sigma_{Hmax}$  est la contrainte hydrostatique maximum atteinte pendant le cycle et  $T_a$  est l'amplitude de cission sur le plan critique (défini comme le plan de  $T_a$  maximum).

Le critère de fatigue multiaxial de Papadopoulos (1999) utilisé dans ce travail est un critère basé sur une intégration des amplitudes de cisssion sur un volume élémentaire :

$$\sqrt{\langle T_a^2 \rangle} + \alpha \Sigma_{Hmax} \leq \beta \quad \text{ou} \quad \frac{\sqrt{\langle T_a^2 \rangle}}{\beta} + \frac{\alpha \Sigma_{Hmax}}{\beta} \leq 1 \quad (2)$$

où  $\sqrt{\langle T_a^2 \rangle}$  est une moyenne des amplitudes de cisssion résolue agissant sur tous les plans matériels.

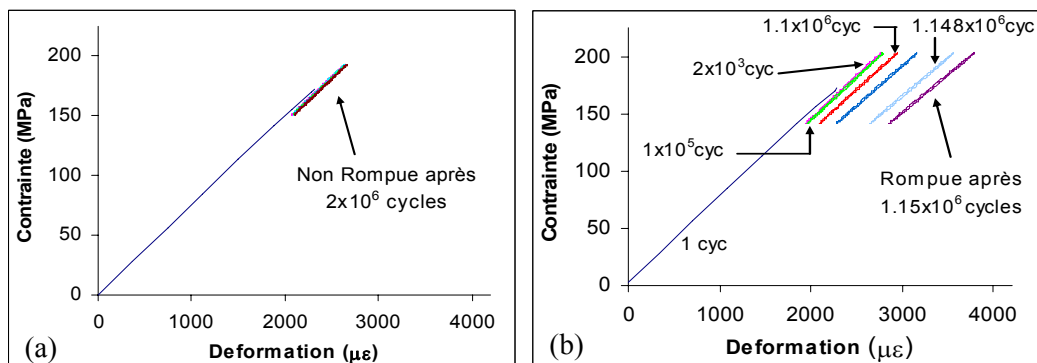


FIG. 2 – Courbes de contrainte-déformation pour la fonte d'aluminium (AlSi7Cu05Mg03-T7)

TAB. 1 – Données de fatigue uniaxiales et biaxiales issues de la littérature

No	Material	Ref	Rm [MPa]	Re [MPa]	N <sub>f</sub>	s <sub>-1</sub> [MPa]	t-1 [MPa]
1	1045 (Rc37)	Karadag & Stephens, 2003	1220	1130	5x10 <sup>6</sup>	567	- <sup>(3)</sup>
2	Ti-6Al-4V	Bellows <i>et al</i> , 1999	978	930	1x10 <sup>7</sup>	404.5	- <sup>(3)</sup>
3	Mag Alloy <sup>(1)</sup>	Frost <i>et al</i> , 1974	355	-	5x10 <sup>7</sup>	151	- <sup>(3)</sup>
4	Al Alloy <sup>(2)</sup>	Frost <i>et al</i> , 1974	465	-	5x10 <sup>7</sup>	173	- <sup>(3)</sup>
5	St35	Issler, 1973	403	250	2x10 <sup>6</sup>	220	122
6	25CrMo4	Mielke, 1980	780	660	2x10 <sup>6</sup>	361	228
7	34 Cr 4	Heidenreich <i>et al</i> , 1984	710	550	-	343	204
8	CK45	Simbürger, 1975	850	812	1x10 <sup>5</sup>	432	287

<sup>(1)</sup> 5.6% Zn 0.66% Zr Magnesium Alloy <sup>(2)</sup> 24S-T4 Aluminium Alloy <sup>(3)</sup> la limite de fatigue en torsion purement alternée a été estimée par: t<sub>1</sub> = 0.6 s<sub>-1</sub>

En considérant uniquement des chargements uniaxiaux, il est possible de tracer la droite de Goodman et la parabole de Gerber dans les plans de Dang Van et de Papadopoulos (Figures 3 et 5). Les résultats de l'application de ces critères sont confrontés aux données issues de la littérature sur les Figures 4 et 6, dans des diagrammes normalisés.

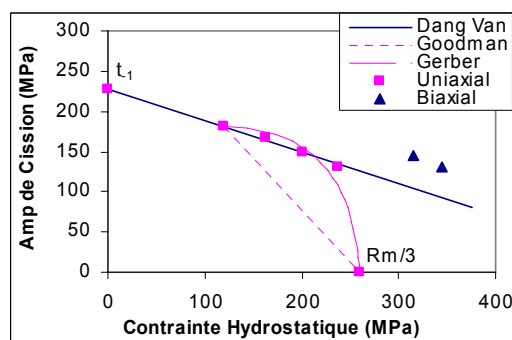


FIG. 3 – Goodman et Gerber tracés dans l'espace de Dang Van pour 25CrMo4

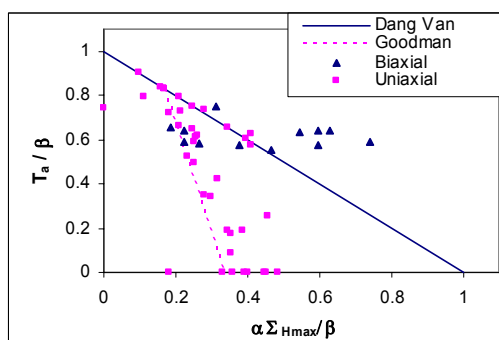


FIG. 4 – Données de la littérature sur un diagramme de Dang Van normalisé

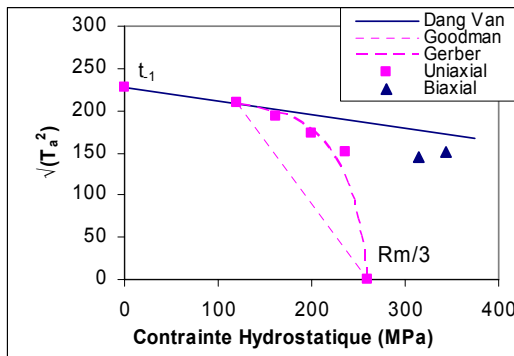


FIG. 5 - Goodman et Gerber tracés dans l'espace de Papadopoulos pour 25CrMo4

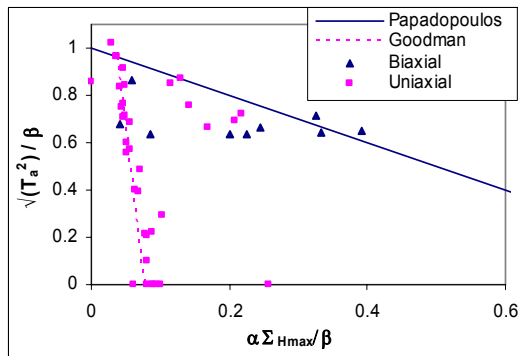


FIG. 6 - Données de la littérature sur un diagramme de Papadopoulos normalisé

Deux tendances apparaissent clairement. Si la droite de Goodman coïncide bien avec les données sous chargement uniaxial, il apparaît que les critères de fatigue multiaxiaux semblent mieux adaptés à des chargements biaxiaux. Ces figures montrent également que les critères de Dang Van et de Papadopoulos ne peuvent pas tenir compte simultanément de l'effet de la contrainte moyenne et de l'effet de la biaxialité, et ceci pour des chargements caractérisés par une contrainte hydrostatique élevée.

### 3 Vers une approche unifiée de l'effet des fortes contraintes hydrostatiques

Une modification du critère de Papadopoulos est donc proposée afin de mieux prendre en compte les chargements multiaxiaux caractérisés par de fortes contraintes hydrostatiques. Cette modification est basée sur les deux hypothèses suivantes.

1. La rupture ductile donne une limite de la contrainte hydrostatique admissible,  $\Sigma_{H,UTS}$  atteinte lorsque la valeur moyenne du chargement cyclique est très élevée et que l'amplitude de ce même chargement tend vers zéro. Pour un chargement uniaxial, la limite de fatigue tend alors vers la valeur de  $R_m$  (Figure 1).
2. Les critères de fatigue multiaxiaux classiques restent applicables tant que la limite d'écoulement plastique n'a pas été atteinte. Au dessus de cette limite (point A, Figure 8), la limite de fatigue, représentée dans le plan du critère, est supposée chuter linéairement jusqu'à  $\Sigma_{H,UTS}$ .

#### 3.1 Le modèle de Gurson pour la rupture ductile

Dans un premier temps la contrainte hydrostatique admissible ( $\Sigma_{H,UTS}$ ) est estimée en utilisant une forme simplifiée du modèle de rupture ductile de Gurson (1977). Dans ce critère le seuil d'écoulement plastique (exprimée en termes de contrainte équivalente de Von Mises) est une fonction de la contrainte hydrostatique,  $\Sigma_H$ , de la fraction volumique de porosité,  $f$ , et d'un paramètre associé à la résistance du matériau avec une porosité nulle.

$$\frac{\Sigma_{eq}^2}{\Sigma_o^2} + 2f \cosh\left(\frac{3\Sigma_H}{2\Sigma_o}\right) - (1 + f^2) = 0 \quad (3)$$

Ce critère n'est appliqué qu'à la partie moyenne du chargement cyclique et pour des raisons de simplicité, le seuil de porosité critique  $f_c$  correspond à la coalescence des microcavités. La valeur admissible de la contrainte hydrostatique est donc une fonction de l'état de contrainte (uniaxial, biaxial...) du chargement statique et est indépendante des caractéristiques du chargement alterné appliqué.

### 3.2. Modification du critère de Papadopoulos

Le critère de fatigue de Papadopoulos (relation 2) fait intervenir deux paramètres mécaniques dont un proche du cisaillement équivalent de Von Mises,  $\tau_{eq}$ . Pour les fortes contraintes hydrostatiques, deux points dans le plan de Papadopoulos doivent être déterminés en plus des coefficients de la droite du critère. Le premier est la contrainte hydrostatique maximale limite  $\Sigma_{H,UTS}$ , le second définit la limite du domaine d'application du critère de Papadopoulos (début de plasticité noté *Point A*).

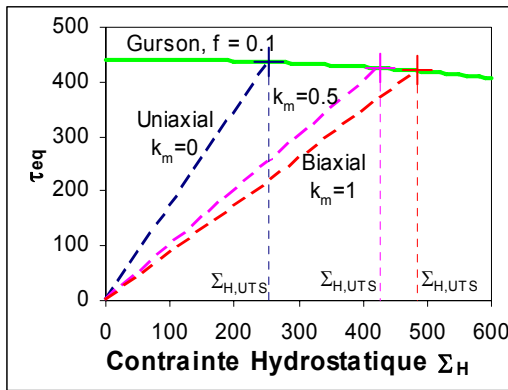


Fig. 7 – Contrainte hydrostatique maximale  $\Sigma_{H,UTS}$  ( $k_m = \Sigma_{22,m} / \Sigma_{11,m}$ )

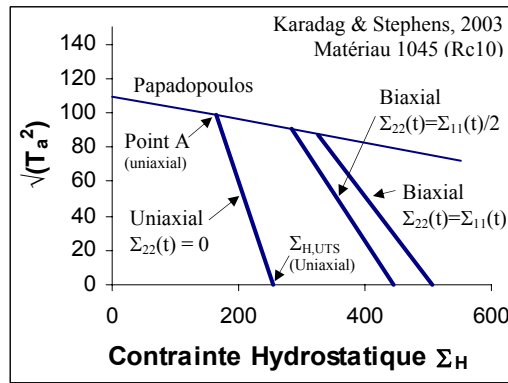


Fig. 8 – Application aux plusieurs cas de chargement

### 3.3. Confrontation aux données issues de la littérature

L'approche proposée est maintenant appliquée aux deux cas de la Figure 9. Figure 9a montre que pour le matériau 1045 (Rc10) (Karadag & Stephens, 2003), les prévisions de la nouvelle approche, sous chargements uniaxiaux à forte contrainte moyenne, sont plus précises que celles du critère de Papadopoulos seul. Au contraire, pour les chargements biaxiaux, à faible contrainte moyenne, le critère de Papadopoulos donne de bons résultats.

Il convient de noter que l'identification de  $\Sigma_{H,UTS}$  et du point A, ne dépend pas uniquement des propriétés matériaux, mais également du type de chargement et de l'état de contrainte. Par conséquent, un diagramme unique dans le plan de Papadopoulos ne peut être suffisant pour représenter le critère.

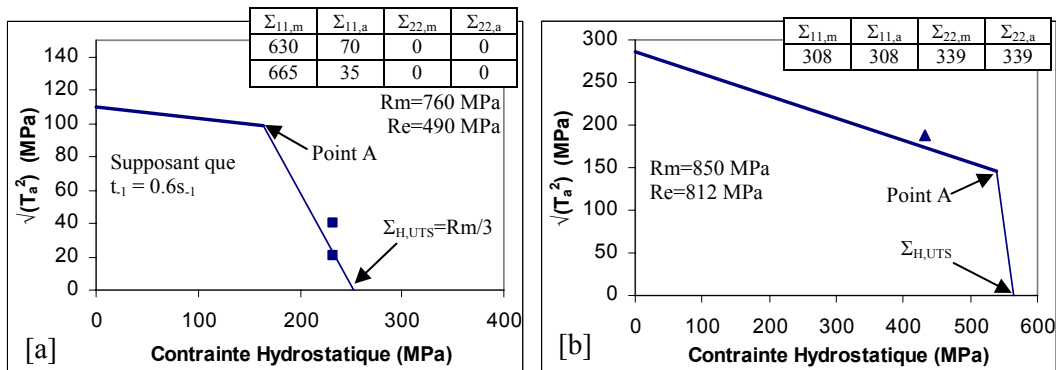


FIG. 9 - Application du [a] matériau 1045 (Rc10) pour les chargements uniaxiaux à fortes moyennes (Karadag & Stephens) et [b] matériau CK45 pour un chargement biaxial  $\Sigma_{22}(t)=\Sigma_{11}(t)$  (Simbürger, 1975)

## Conclusions

Les principales conclusions de ce travail portant sur l'influence des fortes contraintes hydrostatiques sont les suivantes :

1. Les critères couramment employés en fatigue multiaxiale et basés sur la combinaison linéaire de deux paramètres adaptés au cas des chargements cycliques ne permettent pas de tenir compte simultanément des effets de biaxialité et de niveau moyen qui conduisent à des contraintes hydrostatiques élevées.
2. Le modèle de fatigue proposé, de formulation simple, permet d'allier les prédictions d'un critère de rupture ductile à celles d'un critère bien connu en fatigue. La confrontation de son application à des données issues de la littérature permet de confirmer sa validité. Il permet de considérer à la fois les effets des fortes valeurs moyennes et du taux de biaxialité. Sur la base de l'approche proposée ici et conformément aux hypothèses utilisées par Monchiet *et al* (2006), un modèle unifié est en cours de développement.

## Références

- Bellows, R.S., Muju, S. and Nicholas, T., 1999, *Int. J. Fatigue*, Vol. 21, pp.687-697
- Comte, F., Maclan, N., Morin, N., Maitournam, H., et Moumni Z., (2005), *Proceedings of 17eme Congrès Français de Mécanique*, Troyes, France, Vol. 6, No 3, pp.343-348
- Dang Van, K., 1973, *Sur la résistance à la fatigue des métaux*, Sciences et Techniques de l'Armement, Mémorial de l'artillerie française 3eme fascicule.
- Frost, N.E., Marsh, K.J. and Pook, L.P., 1974, *Metal Fatigue*, Oxford University Press, London
- Gurson, A.L., 1977, *ASME J. Engrg. Materials Technol.*, pp.99 2–15.
- Heidenreich, R., Richter, I. and Zenner, H., 1984, *Konstruktion*, Vol 36, H.3, S.99 – 104
- Issler, L., 1973, PhD thesis, Universitat Stuttgart, Germany
- Karadag, M. and Stephens, R. I., 2003, *Int. J. Fatigue*, Vol. 25, pp191-200
- Mielke, S., 1980, PhD thesis, Germany
- Monchiet, V., Charkaluk, E. & Kondo, D., 2006, *Plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue*, *Comptes Rendus Mecanique*, Vol. 334, Issue 2, pp129-136
- Pals, T.G. and Stephens, R.I., 2006, *Int. J. Fatigue*, Vol. 26, pp. 651-661
- Papadopoulos, I.V. 1999, *Multiaxial fatigue limit criterion of metals: a mesoscopic scale approach*, In: *High-cycle metal fatigue: From theory to applications*, Edited by: Dang Van, & Papadopoulos, CISM Courses and Lectures No. 392, Springer-Verlag, Wien New York
- Simbürger, A., 1975, *LBF Bericht*, Nr. FB-121, 1975, Darmstadt Germany