

Rôle des paramètres locaux de cohésion dans la résistance mécanique d'un milieu granulaire cohésif

Nicolas Estrada¹, Alfredo Taboada¹ & Farhang Radjai²

¹ Géosciences Montpellier, Université de Montpellier II

² Laboratoire de Mécanique et Génie Civil, CNRS - Université de Montpellier II
Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5
estrada@gm.univ-montp2.fr

Résumé :

Nous présentons une étude paramétrique de la résistance au cisaillement d'un milieu granulaire cohésif simulé par la méthode de dynamique des contacts. Cette étude est basée sur un modèle de cohésion qui tient compte de la résistance à la traction, au glissement, et au roulement dans les contacts entre les particules. La résistance macroscopique est évaluée par la compression biaxiale des échantillons numériques comportant plusieurs milliers de particules en deux dimensions. Nos résultats suggèrent que : 1) l'angle de frottement interne peut être vu comme la somme de trois contributions : une géométrique, une frictionnelle, et une associée à la dilataance ; 2) les coefficients de frottement sont les seuls paramètres de résistance microscopiques à l'origine de l'angle de frottement interne et de l'angle de dilataance ; et 3) l'adhésion entre particules est le seul paramètre de résistance microscopique à l'origine de la résistance à la traction.

Abstract :

We perform a parametric analysis of the shear strength of cohesive granular media by means of contact dynamics simulations based on a model of cohesion that includes tensile, shear and rolling resistance at the contacts between particles. The macroscopic strength is estimated by subjecting numerical samples to biaxial compression test. Our data show that: 1) the macroscopic friction angle may be expressed as the sum of three terms of geometric, frictional, and dilatancy origins, respectively; 2) the microscopic friction coefficients are at the origin of the internal friction angle and dilatancy angle; and 3) Adhesion between particles is the only microscopic parameter at the origin of the macroscopic tensile strength.

Mots-clefs :

milieux granulaires cohesifs ; frottement de glissement ; frottement de roulement

1 Introduction

Les milieux granulaires cohésifs intéressent plusieurs disciplines scientifiques et de nombreuses applications industrielles et processus géologiques. Les sols partiellement saturés, les sols cimentés, et les poudres fines sont quelques exemples de matériaux granulaires cohésifs. Le terme "matériaux granulaires cohésifs" englobe une grande diversité de tailles de grains ainsi que d'interactions aux contacts [9]. Dans tous ces matériaux, l'effet de la cohésion est de contraindre les degrés de liberté relatifs entre particules : la traction, le glissement, et le roulement.

La description de ces milieux peut être réalisée à deux échelles : celle des grains (*micro*), et celle du système composé des grains (*macro*). Le passage entre ces deux échelles est complexe ; il fait intervenir non seulement les propriétés des grains mais aussi celles de l'ensemble comme la compacité, la structure et le désordre du milieu. Une question fondamentale et largement ouverte est : comment les propriétés *micro* affectent-elles les propriétés *macro* ?

Plusieurs alternatives existent pour étudier le passage *micro* - *macro*. Une première est de l'étudier expérimentalement. Mais la mise en œuvre de l'étude expérimentale n'est pas simple ; les propriétés *micro* dépendent du matériau et ne peuvent pas être modifiées facilement. Deux exemples remarquables où l'on peut modifier un paramètre *micro* sont la cohésion capillaire [6, 7] et l'adhésion induite par un champ électromagnétique [5]. Une deuxième alternative est d'utiliser des simulations numériques. Cette approche est très bien adaptée pour réaliser des analyses paramétriques, car elle permet de modifier les propriétés *micro* de manière systématique [4, 8, 11].

Dans cet article, nous proposons un modèle simple de cohésion entre particules qui assimile bien la cohésion par cimentation dans des matériaux tels que les sols ou les roches. Ce modèle est prescrit dans un code de calcul par dynamique des contacts [3, 2], et utilisé pour étudier la sensibilité des propriétés de résistance d'un échantillon de grains, telles que l'angle de frottement, l'angle de dilatance, et la cohésion vis-à-vis des paramètres liés à la loi de cohésion locale.

2 Modèle de cimentation

Le modèle de cohésion que nous avons mis en place dans le cadre de la méthode de dynamique des contacts peut être brièvement décrit comme une superposition de trois lois de contact qui contraignent les trois degrés de liberté relatifs entre les particules : l'écartement, le glissement, et le roulement [11]. Dans un espace bidimensionnel, ces trois lois sont les suivantes :

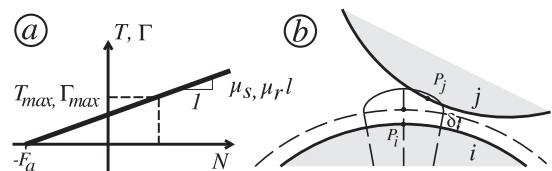


FIG. 1 – (a) Force cisailante maximale T_{max} et moment maximal Γ_{max} ; (b) Contact cohésif.

- la résistance à la traction, déterminée par la force maximale qu'un contact peut supporter en traction pure $F_a = \sigma_a \ell$, où la contrainte σ_a est le seuil de résistance en traction et ℓ est le diamètre moyen des grains en contact ;
- la résistance au cisaillement, déterminée par la force cisailante maximale T_{max} . Nous calculons cette force à l'aide de la loi de Coulomb : $T_{max} = \mu_s (N + F_a)$, où μ_s est le coefficient de frottement de glissement et N est la force normale au contact (Figure 1.a) ;
- la résistance au roulement, déterminée par le moment maximal Γ_{max} . Ce moment est calculé de manière analogue à la force de cisaillement : $\Gamma_{max} = \mu_r \ell (N + F_a)$, où μ_r est le coefficient de frottement de roulement (Figure 1.a).

Dans notre modèle, ces trois interactions persistent, entre deux particules, à l'intérieur d'une petite zone elliptique définie au voisinage de chaque contact. Les contacts cohésifs sont créés au début de la simulation entre les paires de particules dont la distance de séparation est inférieure à une distance seuil δ . La rupture du pont cohésif se produit lorsque, suite à la déformation, un des points initiaux de contact sort de cette zone (voir Figure 1.b). Ce modèle de cimentation comporte ainsi 3 éléments :

1. La rupture d'un contact cohésif est gouvernée par trois valeurs seuils qui déterminent la résistance à la traction, la résistance au cisaillement, et la résistance au roulement dans un contact cohésif ;

2. Le comportement cohésif persiste à l'intérieur d'une petite zone représentant l'espace occupé par le ciment ;

3. La rupture d'un contact entraîne une perte irréversible de la résistance à la traction.

3 Etude paramétrique

Pour mesurer la résistance *macro*, nous avons préparé des échantillons polydispersés composés de 5000 disques. Le diamètre des particules varie entre 1 m et 4 m avec une distribution uniforme par fraction volumique.

Initialement, nous avons placé les particules dans une boîte rectangulaire à l'aide d'une procédure géométrique simple [10]. Puis, l'échantillon a été soumis à une compaction uniaxiale avec des particules sans frottement. Ce protocole produit un échantillon très dense (fraction volumique $\nu = 0.84$ et nombre de coordination $Z = 3.9$). Cet échantillon est ensuite cisailé à l'aide d'un essai biaxial numérique ; ceci est fait en deux étapes :

Premièrement, les murs latéraux sont remplacés par des membranes de particules. Sur ces membranes s'applique la pression de confinement σ_3 . Deuxièmement, le mur supérieur est déplacé vers le bas ; le raccourcissement vertical de l'échantillon provoque l'apparition de deux bandes de cisailement conjuguées.

On peut distinguer deux états classiquement bien identifiés en mécanique des sols : l'état pic et l'état résiduel. La contrainte verticale σ_1 et la déformation volumique ϵ_p sont représentées sur la figure 2. $\epsilon_p \equiv \epsilon_1 + \epsilon_3$ et $\epsilon_q \equiv \epsilon_1 - \epsilon_3$, où ϵ_1 et ϵ_3 sont les déformations principales majeure et mineure. Nous observons de l'adoucissement ainsi que de la dilatance, associés à la formation des bandes de cisailement. Ces résultats sont compatibles avec l'état initial très dense.

La surface limite de charge est de type Mohr-Coulomb ; donc, nous avons caractérisé la résistance *macro* avec un angle de frottement interne, un angle de dilatance, et une cohésion. Pour chaque jeu de paramètres *micro* nous avons déterminé un angle de frottement pic ϕ_P , un angle de frottement résiduel ϕ_R , un angle de dilatance ψ , et une cohésion pic C_P . Les plages de paramètres *micro* utilisées sont : $\sigma_a \in [0, 1, 2, 4, 10, 20]$ MPa, $\mu_s \in [0.01, 0.1, \dots, 0.6]$, et $\mu_r \in [0, 0.1, 0.25]$.

4 Les angles de frottement interne ϕ_P et ϕ_R

La relation entre les paramètres *micro* et les angles de frottement *macro* est représentée sur la figure 3. $\phi_s = \tan^{-1}(\mu_s)$ est l'angle de frottement *micro*. Nous remarquons que

- toutes les courbes convergent vers le même point lorsque l'angle de frottement de glissement ϕ_s tend vers zéro ; nous appellerons cette valeur ϕ_0 . Ceci montre que le frottement *micro* n'est pas le seul paramètre à contrôler le frottement *macro*. Cette contribution "géométrique" est due à la forme rugueuse de la surface de glissement, qui apparaît à l'échelle *macro* comme un angle de frottement ;

- l'angle de frottement *macro* est indépendant de la résistance à la traction σ_a . Chaque point

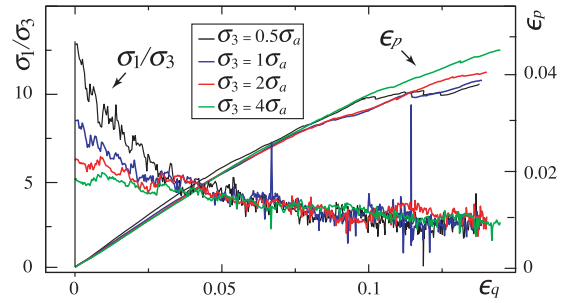


FIG. 2 – (a) Contraintes σ_1/σ_3 , et déformation volumique ϵ_p pour 4 pressions σ_3 de confinement.

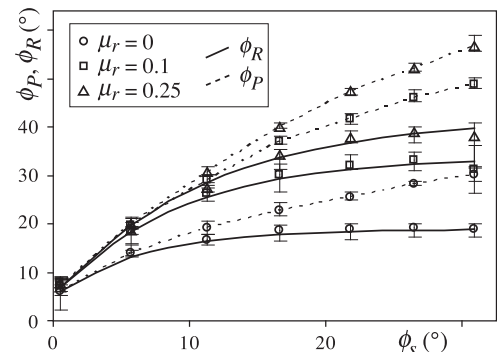


FIG. 3 – Angles de frottement interne pic et résiduel (ϕ_P et ϕ_R) en fonction des paramètres *micro* ϕ_s et μ_r .

sur la figure 3 représente la moyenne et les valeurs extrêmes pour six différentes valeurs de σ_a . Cette observation suggère que les coefficients de frottement *micro* μ_s et μ_r sont les seuls paramètres de résistance *micro* à l'origine du frottement *macro* ;

- l'angle de frottement résiduel ϕ_R (traits continus dans la Figure 3) tend asymptotiquement vers une valeur seuil ϕ_∞ qui dépend uniquement du paramètre *micro* μ_r . Le seuil est atteint lorsque ϕ_s est égal à $\sim 20^\circ$. Cette relation est bien approximée par une forme exponentielle :

$$\phi_R = \phi_0 + (\phi_\infty - \phi_0) (1 - e^{-\alpha\phi_s}), \quad (1)$$

où $\alpha \simeq 0.1$;

- l'angle de frottement à l'état pic ϕ_P est toujours supérieur à l'angle de frottement résiduelle ϕ_R . Nous parlerons de cette différence dans la section suivante.

5 La dilatance ψ et les angles de frottement interne ϕ_P et ϕ_R

Pour expliquer la différence entre ϕ_P et ϕ_R , nous devons analyser la déformation volumique de l'échantillon. L'angle de dilatance $\psi \equiv \sin^{-1}(-\delta\epsilon_p/\delta\epsilon_q)$ décrit la tendance du milieu à se dilater ou se contracter par cisaillement, et il joue un rôle majeur par rapport à l'angle de frottement *macro*.

En 1948 Taylor constata que lorsqu'un sol est cisailé, il arrive à un état dans lequel ψ est nul et l'angle de frottement est constant [12]. Ceci est dû au fait que la compacité des bandes de cisaillement est constante. Cet état, dénommé "état critique", est indépendant de l'état initial de l'échantillon ; il est donc caractérisé par les propriétés intrinsèques du matériau. Taylor montra que l'angle ϕ_P , qui reflète la compacité initiale de l'échantillon, est égal à la somme de l'angle de frottement à l'état critique et de l'angle de dilatance.

Nous avons voulu vérifier si dans nos milieux cohésifs, comme dans les sols non cohésifs, la dilatance ψ explique aussi la différence entre les angles ϕ_P et ϕ_R . Pour ce faire, nous avons supposé que ϕ_R est proche de l'angle de frottement à l'état critique. Si ceci est vrai, la différence entre les angles de frottement *macro* $\Delta\phi = \phi_P - \phi_R$ doit être corrélée avec ψ .

La relation entre $\Delta\phi$ et ψ est représentée sur la Figure 4. Nous remarquons que

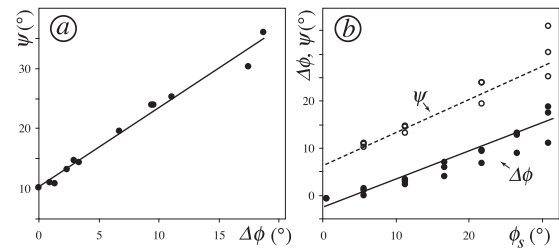


FIG. 4 – (a) Angle de dilatance ψ en fonction de $\Delta\phi$; (b) ψ et $\Delta\phi$ en fonction de l'angle de frottement *micro* ϕ_s .

- si nous comparons $\Delta\phi$ avec ψ (Figure 4.a), les points s'alignent avec une très bonne précision sur une droite de pente égale à ~ 1 . Ceci montre que dans les milieux cohésifs $\Delta\phi$ et ψ sont aussi corrélés, et que ψ explique la différence entre les angles de frottement *macro* ϕ_P et ϕ_R ;

- si nous traçons ψ et $\Delta\phi$ en fonction de l'angle de frottement au glissement ϕ_s (Figure 4.b), les deux courbes sont presque parallèles mais décalées de $\sim 7^\circ$. Ce décalage est à nouveau ϕ_0 , l'angle de frottement dans la limite des particules "sans frottement" ou, ce qui revient au même, l'angle de dilatance dans la limite des particules "sans frottement" ;

- ψ est, comme l'angle de frottement interne, indépendant de la résistance à la traction σ_a . Sur la Figure 4.b, nous voyons également que le principal paramètre de résistance *micro* à l'origine de l'angle de dilatance est ϕ_s .

Nous pouvons donc exprimer l'angle de dilatance ψ comme

$$\psi \cong \phi_0 + \Delta\phi \cong \phi_0 + k\phi_s, \quad (2)$$

ou $k \simeq 0.5$.

Ces relations entre les paramètres *micro* et les angles de frottement *macro* constituent un premier résultat important de cette étude. Les équations (1) et (2) suggèrent une décomposition additive de ϕ_P . Cet angle de frottement *macro* peut être vu comme la somme de trois contributions (voir Figure 5) :

$$\phi_P = \phi_0 + \phi_\mu + \Delta\phi \cong \phi_\mu + \psi, \quad (3)$$

1. une contribution géométrique ϕ_0 ;
2. une contribution frictionnelle $\phi_\mu = \phi_R - \phi_0$;
3. une contribution associée à la dilatance $\Delta\phi = \psi - \phi_0$.

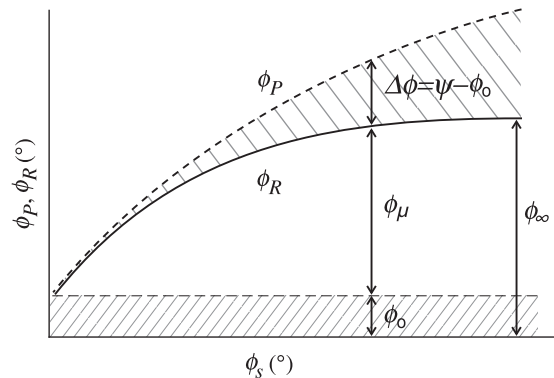


FIG. 5 – Représentation schématique de la partition des angles de frottement ϕ_P et ϕ_R .

6 La cohésion C_P (l'adhésion théorique A^*)

Nous avons plusieurs choix pour étudier l'effet de σ_a sur la résistance au cisaillement *macro*. Nous pouvons nous intéresser à la cohésion C_P ou à une valeur que nous appellerons l'adhésion théorique A^* , définie comme l'intersection de la surface limite de charge avec l'axe des contraintes normales (voir Figure 6) [1]. Cette adhésion est "théorique" car elle n'est pas mesurée dans un essai en traction.

La relation entre σ_a et A^* est représentée sur la figure 6. Nous remarquons que

- A^* est une fonction linéaire de σ_a ;
- A^* est indépendante des coefficients de frottement *micro* μ_s et μ_r .

Nous pouvons calculer A^* à l'aide de l'expression :

$$A^* \simeq \beta\sigma_a, \quad (4)$$

ou $\beta \simeq 1.4$.

Le rôle de σ_a par rapport à la résistance macroscopique constitue le deuxième résultat important de cette étude : σ_a est donc le seul paramètre de résistance *micro* à l'origine de l'adhésion *macro* A^* .

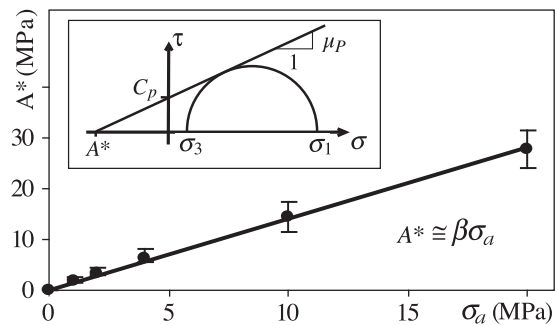


FIG. 6 – Adhésion théorique A^* en fonction de σ_a pour l'ensemble des valeurs de μ_s et de μ_r .

La cohésion pic C_P peut être calculée à l'aide des équations 3 et 4 comme : $C_P \cong \beta\sigma_a \tan(\phi_P)$.

7 Conclusion

Une étude paramétrique nous a permis de montrer qu'il existe une relation simple entre les paramètres de résistance *micro* et les propriétés de résistance à l'échelle *macro* (les angles de frottement internes, l'angle de dilatance, et la cohésion). En résumé,

- 1) les coefficients de frottement de glissement et de roulement sont à l'origine des angles de frottement *macro* ;
- 2) le coefficient de frottement de glissement est à l'origine de la dilatance ;

3) la résistance à la traction est à l'origine de l'adhésion théorique *macro*.

Les différentes origines *micro* des propriétés de résistance au cisaillement *macro*, et la décomposition additive des angles de frottement internes (ϕ_P et ϕ_R), sont les résultats intéressants de ce travail. Pour donner une portée plus ample à ces résultats, il serait nécessaire d'étudier l'influence de la compacité et de la micro-structure dans les relations proposées.

Il est évident que certaines des corrélations quantitatives proposées ici peuvent varier avec le modèle de cohésion utilisé. Cependant, la réponse macroscopique du milieu granulaire ressemble à celle que nous observons dans des milieux réels tels que les roches ; l'enveloppe de rupture est de type Mohr-Coulomb et la déformation est localisée dans des bandes de cisaillement. Ce constat nous mène à supposer que les rôles ici proposés pour les paramètres *micro* restent valables au-delà du modèle de cohésion et du type d'expérience utilisés.

Références

- [1] M. S. El Youssoufi, J. Y. Delenne, and F. Radjaï. Self-stresses and crack formation by particle swelling in cohesive granular media. *Phys. Rev. E*, 71, 2005.
- [2] M. Jean. *Mechanics of Geometrical Interfaces*, pages 463–486. Elsevier, New York, 1995.
- [3] J. J. Moreau. Some numerical methods in multibody dynamics : Application to granular materials. *Eur. J. Mech., A/Solids*, 13 (Suppl.) (4) :93–114, 1994.
- [4] L. Oger, S. B. Savage, D. Corriveau, and M. Sayed. Yield and deformation of an assembly of disks subjected to a deviatoric stress loading. *Mech. Mater.*, 27 :189–210, 1998.
- [5] F. Peters and E. Lemaire. Cohesion induced by a rotating magnetic field in a granular material. *Phys. Rev. E*, 69(6), 2004.
- [6] P. Pierrat and H. S. Caram. Tensile strength of wet granular materials. *Powder Technology*, 91 :83–93, 1997.
- [7] V. Richefeu, M. S. El Youssoufi, and F. Radjaï. Shear strength properties of wet granular materials. *Phys. Rev. E*, 73, 2006.
- [8] P. G. Rognon, J. N. Roux, D. Wolf, M. Naaim, and F. Chevoir. Rheophysics of cohesive granular materials. *Europhys. Lett.*, 74(4) :644–650, 2006.
- [9] J. C. Santamarina. Soil behavior at the microscale : particle forces. In *Soil Behavior and Soil Ground Construction, A symposium in honor of Charles C. Ladd Ladd Symposium, MIT, Boston*, 2001.
- [10] A. Taboada, K-J. Chang, F. Radjaï, and F. Bouchette. Rheology, force transmission, and shear instabilities in frictional granular media from biaxial numerical tests using the contact dynamics method. *J. Geophys. Res.*, 110(9), 2005.
- [11] A. Taboada, N. Estrada, and F. Radjai. Additive decomposition of shear strength in cohesive granular media from grain-scale interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 97(9), 2006.
- [12] D. M. Wood. *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge, England, 1990.