

Modélisation Dynamique d'un Engin Volant : Cas d'un Quadri rotor Flexible.

MOUHINGOU Alexis, AZOUZ Naoufel
 Laboratoire IBISC
 Université d'Evry Val d'Essonne
 40, rue de Pelvoux, 91020 Evry cedex, France
 E-mail : alexis.mouhingou, azouz @iup.univ-evry.fr

Résumé :

Ce travail présente le modèle dynamique complet d'un Hélicoptère flexible à quatre rotors ou drone Hélicoptère. On établit la dynamique du système mécanique en utilisant une approche Lagrangienne du mouvement basée sur la méthode des coordonnées généralisées relatives. Une analyse du comportement vibratoire des hélices est faite en considérant le phénomène de couplage aéroélastique. Enfin, des résultats de simulation numérique permettent de valider le modèle avec les résultats expérimentaux du drone XSF du Laboratoire IBISC de l'Université d'Evry.

Abstract :

This work presents the complete dynamic model of a flexible Helicopter at four rotors or Hélicoptère drone. One establishes the dynamics of the mechanical system by using a Lagrangian approach of the motion based on the method of the relative generalized co-ordinates. An analysis of the vibratory behavior of the propellers is made by considering the aeroelastic phenomenon of coupling. Lastly, of the results of digital simulation allow to validate the model with the experimental results of drone XSF of Laboratory IBISC of the University of Evry.

Mots clés : Modélisation Dynamique, Systèmes flexibles, aéroélasticité.

1. Introduction :

La modélisation dynamique des engins volants connaît ces dernières décennies un essor particulier avec l'introduction des composants flexibles. Plusieurs approches sont utilisées dans l'analyse dynamique de ces systèmes permettant d'obtenir des modèles qui prennent en compte l'ensemble du système mécanique en vue de la construction des codes de calculs numériques. Ainsi, de nombreux chercheurs ont axés leurs travaux dans ce sens. Nous citerons l'exemple des travaux de Meirovitch et Ilan [5] qui ont mené une étude sur la modélisation d'un avion flexible. A partir de l'approche Lagrangienne du mouvement, l'auteur a établi le modèle dynamique d'un avion flexible en s'appuyant sur une technique de sous-structuration qui utilise les coordonnées relatives du mouvement de l'engin.

Dans ce travail, nous adaptons cette méthode pour le cas d'un Hélicoptère flexible à quatre rotors. L'étude dynamique s'appuie sur une description Lagrangienne du mouvement. En utilisant la méthode énergétique on établit les équations du mouvement tout en prenant en compte les effets gyroscopiques et la flexibilité de chaque composant. On étend cette étude en considérant l'effet du couplage entre le fluide et la structure : l'aéroélasticité des pales de chaque rotor.

2.1. Système de repérage :

On considère le Quadrirotor (FIG.1) comme un système multicorps étoilé constitué de :

- un corps central (B_c) sous la forme d'un cylindre rigide dont le repère local qui lui est associé est $(\mathcal{R}_c) = \{O_c, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c\}$. Sachant que O_c est le centre de masse du corps central \vec{z}_c est l'axe longitudinal de celui-ci, \vec{x}_c et \vec{y}_c sont les axes principaux d'inertie.
- quatre bras flexibles (B_{f_j}) connectés au corps central en O_{f_j} qui est l'origine du repère local $(\mathcal{R}_{f_j}) = \{O_{f_j}, \vec{x}_{f_j}, \vec{y}_{f_j}, \vec{z}_{f_j}\}$ lié à chaque bras. On assimile chaque bras à une poutre tubulaire. Sachant que \vec{x}_{f_j} est tangent à l'axe moyenne de la poutre dans sa configuration non déformée, \vec{y}_{f_j} et \vec{z}_{f_j} sont les axes principaux d'inertie.

- quatre rotors (B_{r_j}) bipales représentés chacun par un petit cylindre connecté au bout de chaque bras flexible. Chaque pale ($B_{h_{j_b}}$) est représentée par une poutre mince rectangulaire flexible dont le repère local qui lui est associé est $(\mathfrak{R}_{h_j}) = \{O_{h_j}, \vec{x}_{h_j}, \vec{y}_{h_j}, \vec{z}_{h_j}\}$. O_{h_j} est le point de connection entre la pale et le rotor, \vec{x}_{h_j} désigne l'axe tangent à l'axe longitudinal de la pale avant la déformation, \vec{y}_{h_j} et \vec{z}_{h_j} sont les axes principaux d'inertie.

Pour étudier le mouvement du système, on considère le repère absolu ou Galiléen lié à la terre représenté par : $(\mathfrak{R}_g) = \{T, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g\}$

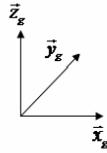
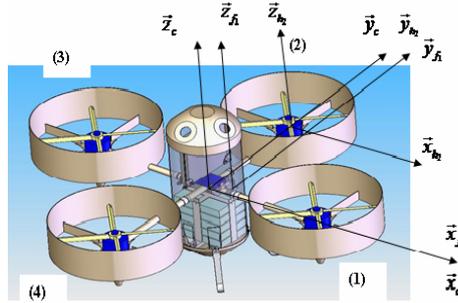


FIG.1 Représentation du drone XSF

Dans la suite, on négligera la sous-structure (B_{r_j}) compte tenu des petites dimensions de celui-ci devant celles de la pale et du bras auquel il est attaché.

2.2. Cinématique du système :

On considère un point $P_{i_j} \in (B_{i_j})$, le vecteur position de ce point s'écrit comme suit:

$$\underline{\mathbf{Y}}_c = \underline{\mathbf{R}}_{O_c} + A_c \underline{\mathbf{X}}_c \quad (1.1)$$

$$\underline{\mathbf{Y}}_{f_j} = \underline{\mathbf{R}}_{O_c} + A_c (\underline{\mathbf{X}}_{f_j} + \underline{\mathbf{u}}_{f_j}) \quad (1.2)$$

$$\underline{\mathbf{Y}}_{h_{j_b}} = \underline{\mathbf{R}}_{O_c} + A_c (\underline{\mathbf{X}}_{f_{h_j}} + \underline{\mathbf{u}}_{f_{h_j}}) + A_c A_{h_j} (\underline{\mathbf{X}}_{h_{j_b}} + \underline{\mathbf{u}}_{h_{j_b}}) \quad (1.3)$$

Où

$\underline{\mathbf{R}}_{O_c}$ est la matrice colonne des composantes du vecteur de translation du point O_c par rapport au repère Galiléen, A_c est la matrice d'orientation du repère local (\mathfrak{R}_c) par rapport au repère inertiel (\mathfrak{R}_g). L'expression de la vitesse d'un point appartenant à chaque élément du Quadrirotor est donnée par :

$$\underline{\mathbf{V}}_c = \underline{\mathbf{V}}_{O_c} + A_c \tilde{\mathbf{X}}_c^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_c \quad (2.1)$$

$$\underline{\mathbf{V}}_{f_j} = \underline{\mathbf{V}}_{O_c} + A_c (\tilde{\mathbf{X}}_{f_j} + \tilde{\mathbf{u}}_{f_j})^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_c + A_c \dot{\underline{\mathbf{u}}}_{f_j} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned}
\underline{\mathbf{V}}_{f_j} = & \underline{\mathbf{V}}_{O_c} + A_c (\tilde{\mathbf{X}}_{fh_j} + \tilde{\mathbf{u}}_{fh_j})^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_c + A_c \dot{\mathbf{u}}_{fh_j} \\
& + A_c \left[A_{h_j} (\mathbf{X}_{h_{j_b}} + \mathbf{u}_{h_{j_b}}) \right]^T \underline{\boldsymbol{\Omega}}_c + A_c A_{h_j} \dot{\mathbf{u}}_{h_{j_b}} \\
& + A_c A_{h_j} \tilde{\omega}_{h_j} (\mathbf{X}_{h_{j_b}} + \mathbf{u}_{h_{j_b}})
\end{aligned} \quad (2.3)$$

tel que:

$\underline{\boldsymbol{\Omega}}_c = G_c \dot{\boldsymbol{\Theta}}_c$ représente le vecteur rotation angulaire local du repère (\mathfrak{R}_c) par rapport au repère inertiel (\mathfrak{R}_g). La matrice G_c est une matrice de transformation de la vitesse de rotation angulaire $\underline{\boldsymbol{\Omega}}_c$ au vecteur dérivée des angles d'Euler $\boldsymbol{\Theta}_c$ [7,8].

2.3 Modèle Dynamique :

Pour établir le modèle dynamique du Quadrirotor, on considère l'approche variationnelle de Lagrange telle que :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \ell}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \right) - \left(\frac{\partial \ell}{\partial \mathbf{r}} \right) = \mathbf{Q}^{ex} \quad (3)$$

Où ℓ est le Lagrangien du système mécanique définit par:

$$\ell = T - U$$

T : est l'énergie cinétique de l'ensemble du Quadrirotor

U : est l'énergie élastique emmagasinée par les composants flexible du Quadrirotor.

\mathbf{Q}^{ex} : est le vecteur colonne représentant le vecteur force extérieure généralisée.

\mathbf{r} : est le vecteur colonne représentant les coordonnées généralisées du mouvement de l'ensemble du Quadrirotor définit par :

$$\mathbf{r} = \left[\underline{\mathbf{R}}_{O_c} \quad \boldsymbol{\Theta}_c \quad \mathbf{q}_{f_j} \quad \mathbf{q}_{h_{j_b}} \right]^T \quad (4)$$

En écrivant l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique de l'ensemble, nous déduisons le modèle dynamique de l'ensemble du Quadrirotor qui s'écrit comme suit :

$$M\ddot{\mathbf{r}} + C(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})\dot{\mathbf{r}} + K\mathbf{r} = \mathbf{Q}^{ex} \quad (5)$$

Pour définir les forces d'inertie de chaque élément, nous avons discrétisé chaque sous-structure flexible en utilisant la méthode de Ritz-Galerkin qui permet d'écrire les déplacements flexible comme étant la combinaison d'une fonction spatiale et d'une fonction temporelle [4] définit comme suit :

$$\mathbf{u}_{i_j} = \Phi_{i_j}(x_{i_j}) \mathbf{q}_{i_j}(t) \quad (6)$$

où

$\mathbf{q}_{i_j}(t)$ représente les coordonnées généralisées de flexibilité.

Cette approche basée sur l'analyse modale permet de réduire le nombre de degrés de liberté comparativement à celle qui utilise les éléments finis. En effet, la méthode des éléments finis consiste à subdiviser la structure en petits éléments dont la géométrie permet de définir les fonctions propres de déformations par des fonctions d'interpolation au niveau de chaque nœud significatif ce qui augmente le nombre de degrés de liberté pour une structure. La méthode de Ritz-Galerkin quant à elle considère la structure comme un domaine continu dont les déformées modales sont définis par des fonctions spatiales cosinus hyperboliques continues dont les constantes d'intégration sont explicitées en appliquant les conditions aux limites pour chaque sous-structure.

Pour expliciter les fonctions des déformées modales, nous considérons que chaque bras est modélisé comme une poutre tubulaire flexible assimilable à une poutre encastree chargée au bout. Chaque pale d'hélice est considérée comme une poutre mince rectangulaire encastree libre. Nous ne considérons qu'un seul mode de vibration pour chaque sous-structure [4].

Pour définir les composantes du vecteur effort extérieur généralisé \mathbf{Q}^{ex} qui agit sur le Quadrirotor, on utilise le principe des travaux virtuel. Dans cette étude, on ne considère que l'action de la force de gravité et de l'aérodynamique de l'air sur le système mécanique.

Soit $\delta \underline{\mathbf{Y}}_j$ le déplacement virtuel d'un point $P_{ij} \in (\mathcal{B}_{ij})$, on définit alors pour le Quadrirotor, les composantes du vecteur \mathbf{Q}^{ex} défini tel que:

$$\mathbf{Q}^{ex} = \left[\underline{\mathbf{F}}^{ex} \quad \mathbf{M} \quad \mathbf{Q}_{u_{fj}} \quad \mathbf{Q}_{u_{hjb}} \right]^T \quad (7)$$

$\underline{\mathbf{F}}^{ex}$: représente le vecteur colonne des forces extérieures qui agissent sur l'ensemble du Quadrirotor

\mathbf{M} : est le vecteur colonne des moments générés par les forces extérieures.

$\mathbf{Q}_{u_{fj}}$ est le vecteur colonne de la force générée par la flexibilité de chaque bras.

$\mathbf{Q}_{u_{hjb}}$ est le vecteur colonne de la force générée par la flexibilité de chaque pale d'hélice.

La double symétrie que présente le système pour les plans $(x_c O_c y_c)$ et $(y_c O_c z_c)$, permet d'appliquer la résultante de l'ensemble des forces de gravité qui agit sur chaque élément du Quadrirotor au point O_c . En utilisant la définition, le travail virtuel exercé par la résultante de la force de gravité est donné par :

$$\delta W_c = \underline{\mathbf{f}}_c^T \delta \underline{\mathbf{Y}}_c \quad (8.1)$$

Soit $\underline{\mathbf{f}}_{a_{jb}}$ la résultante de l'ensemble des forces aérodynamiques réparties sur toute la pale d'une hélice du Quadrirotor. Le travail virtuel exercé par cette force s'écrit :

$$\delta W_{h_{jb}} = \underline{\mathbf{f}}_{a_{jb}}^T \delta \underline{\mathbf{Y}}_{h_{jb}} \quad (8.2)$$

Pour définir la force aérodynamique $\underline{\mathbf{f}}_{a_{jb}}$, on utilise une théorie très simplifiée qui consiste à sectionner une pale d'hélice d'hélicoptère en petites tranches [1]. On considère une tranche de pale en mouvement. D'après la théorie aérodynamique, le profil de chaque tranche de pale est soumis à une pression élémentaire exercée par le vent relatif. Cette pression élémentaire est définie comme une densité de force de résistance par unité de surface d'un élément de la pale. De manière conventionnelle, le vecteur résultant de la force aérodynamique sur un profil de pale est constitué de deux composantes :

- une composante dite de traînée qui est dirigée suivant l'axe de la corde du profil,
- une composante dite de portance dirigée perpendiculairement à l'axe de la corde dans le plan de la section de la pale.

On écrit pour une tranche de pale, l'expression de la densité de force de traînée ou de portance est définie par :

$$df_{a_{jb}} = \frac{1}{2} \rho_a V_a^2 C_a dx_{h_{jb}} \quad (9)$$

Où

ρ_a est la masse volumique de l'air.

C_a est le coefficient aérodynamique de traînée ou de portance selon le cas de la force considérée.

V_a est le module de la vitesse de la tranche considérée par rapport au vent relatif.

$x_{h_{jb}}$ est la position locale de la tranche de pale par rapport au centre de rotation de l'hélice.

D'où pour calculer les composantes de $\underline{\mathbf{f}}_a$, on intègre sur toute la pale.

On écrit alors les composantes de l'ensemble des forces extérieures qui s'appliquent sur le système mécanique.

Soit $\underline{\mathbf{F}}$ la colonne des composantes du vecteur forces extérieures telle que:

4 Résultats numériques :

On considère :

$f_{a_{h_{jb}}} = 3.88N$ le module de la force aérodynamique qui agit sur chaque pale d'hélice,

$f_c = 25N$ la force de gravité de l'ensemble du Quadrirotor,

$l_{f_j} = 0.23m$: la longueur de chaque bras,

$E_{f_j} = 1.9 \times 10^{11} Pa$: le module d'Young de chaque bras conçu en fibre de carbone,

$E_{h_{jb}} = 1.3 \times 10^9 Pa$: le module d'Young de chaque pale conçu en matière plastique,

$r_{ex} = 0.008m$: le rayon extérieur et $r_{in} = 0.005m$ le rayon intérieur de chaque bras,

$l_{h_{jb}} = 0.10m$: la longueur, $la_{h_{jb}} = 0.010m$ la largeur de chaque et $e_{h_{jb}} = 0.001m$ l'épaisseur de chaque pale d'hélice.

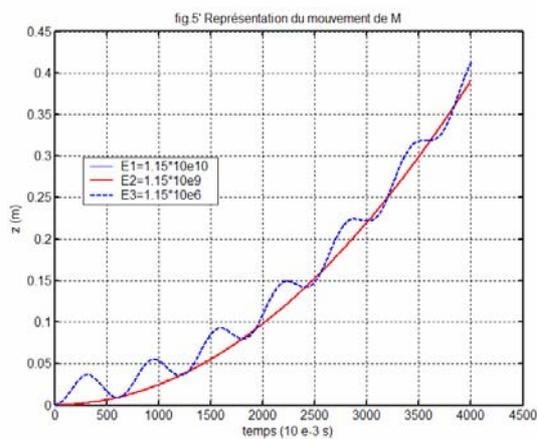


FIG. 2 - Représentation de la trajectoire en z du point O_c

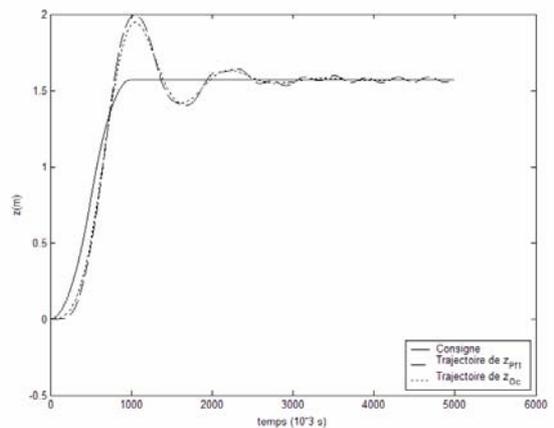


FIG. 3 - Comparaison de trajectoires en z des points O_c et P_{f1}

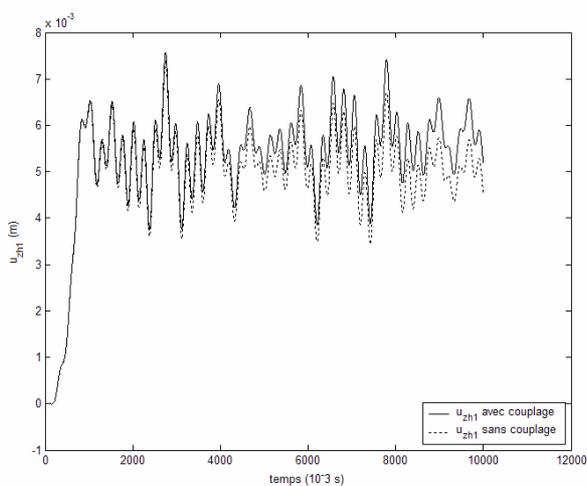


FIG. 4 - Représentation des déformations d'une pale d'hélice

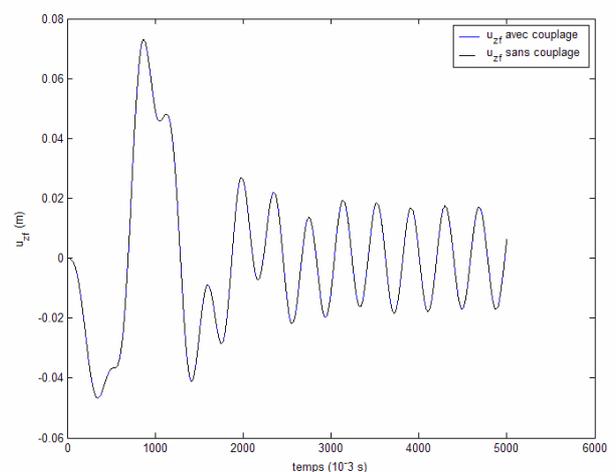


FIG. 5 - Représentation des déformations d'un bras

Dans un premier temps on simule le mouvement vertical du Quadrirotor dans le cas d'un modèle rigide et d'un modèle flexible sous l'action des forces aérodynamiques de portance agissant sur chaque pale d'hélice. FIG.2, représente le mouvement du centre de masse dans le cas des deux modèles telle que la courbe en pointillée est celle du modèle flexible et la courbe en trait continue celle du modèle rigide.

Dans un deuxième temps, on applique une loi de commande proportionnelle dérivée telle que :

$$f_d = k_p(z_d - z_{O_c}) + k_v(\dot{z}_d - \dot{z}_{O_c})$$

$k_p = 50$ la valeur du gain en position, $k_v = 5$ la valeur du gain en vitesse, z_d la position désirée et z_{O_c} la position réelle du point O_c . On obtient les résultats des figures 3,4,5 dans le cas d'un modèle flexible d'une part et du modèle flexible couplé avec l'air environnant : couplage aéroélastique.

5 Conclusion :

Dans cette étude, nous avons élaboré un modèle dynamique complet du Quadrirotor prenant en compte tous les composants de celui-ci. Nous avons aussi démontré à travers les résultats de simulation qu'il est important de prendre en considération la présence de la souplesse des composants. La flexibilité des bras et des pales entraîne une perturbation du comportement de l'ensemble du système ce qui ne permet pas d'avoir une commande semblable entre le modèle rigide et le modèle flexible. Le couplage aéroélastique modifie les vibrations propres des pales en affectant le mouvement de déformation de celles-ci.

Références

- [1] Martin, R., David, K., 1988 "Flight Dynamics of Aeroelastic Vehicles", J. aircraft Vol. **25** No. 6 June.
- [2] Shabana, A., A., 1988 "Dynamics of Multibody Systems", Ed. Wiley, New York.
- [3] Pascal, M., Gagarina, T., 1999 "A Pseudo-rigid Model for the Dynamical Simulation of Flexible Mechanisms", Multibody Systems Dynamics **3**, pp. 303-331.
- [4] Geradin, M., Cardona, A., 2001 "Flexible Multibody Dynamics: A finite Element Approach", New York USA.
- [5] Meirovitch, L., Ilan, T., 2001 "Multidisciplinary Approach to the Modeling of Flexible aircraft", International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Madrid, Spain, June 5-7, pp. 435-448.
- [6] Castillo, P., Dzul, A. et Lozano, R., 2004 "Real-time stabilization and tracking of a four rotor Mini-Rotorcraft". IEEE Transaction on Control Systems Technology, Regular paper, Vol.12, Issue 4, pp. 510-516
- [7] Mouhinguou, A., Azouz, N., 2006 "Dynamical Analysis of Flexible Multibody Systems: Lagrangian Approach. Proceedings of ESDA2006 8th Biennial ASME Conference on Engineering Systems Design and Analysis July 4-7, Torino, Italy.
- [8] Mouhinguou, A., Azouz, N., 2006 "Modeling of the Quadrirotor Helicopter". Proceedings of IDETC2006 30th ASME International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information, September 10-13, Philadelphia, USA.
- [9] Azouz, N., Bestaoui, Y. "Modeling and Simulation of a mini Quadrirotor Helicopter" Submitted to Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication.