Grenoble, 27-31 août 2007

# Simulation d'un impact localisé sur un ouvrage en béton armé par une approche couplée continue/discontinue

Jessica ROUSSEAU, Emmanuel FRANGIN, Philippe MARIN & Laurent DAUDEVILLE

Laboratoire Sols, Solides, Structures -Risques (3S-R), DU BP53, 38041 Grenoble Cedex 9 France jessica.rousseau@hmg.inpg.fr

## Résumé :

La simulation des structures par éléments discrets est bien adaptée aux problèmes dynamiques mettant en jeu de la fragmentation mais elle est difficile à mettre en œuvre sur des structures de grande taille. Couplées à une méthode aux éléments finis, cette méthode devient performante pour simuler des ouvrages en béton armé soumis à des impacts autant à l'échelle locale de l'impact qu'au niveau global de la structure. Les méthodes de couplage proposées permettent de supprimer les réflexions d'onde dues aux variations de taille de la discrétisation. Le caractère prédictif du modèle est obtenu par une démarche d'identification des paramètres du modèle discret. La méthode couplée est utilisée en 3D sur l'impact rocheux d'une dalle en béton.

# Abstract :

The discrete element methods efficient in non-linear dynamic with fragmentation problems, are not adapted to large structure scale. A combined finite/discrete element approach makes possible such simulation with efficient results at both discrete scale and structure scale. The proposed coupling method reduces the spurious reflection due to the variation of discretization size. The predictive behaviour is obtained by an identification of discrete parameters. The combined method is used on a 3D simulation of a rock impact on a concrete slab

# Mots-clefs : impact ; éléments discrets ; couplage éléments finis/éléments discrets

### 1 Introduction

L'étude présentée concerne la modélisation de l'impact d'un projectile sur un ouvrage en béton armé. Le caractère fortement non-linéaire au niveau de l'impact conduit à l'utilisation de la méthode aux éléments discrets qui a su prouver son efficacité dans des problèmes nécessitant la représentation de discontinuités (Cundall *et al* (1979), Camborde (1999)). Toutefois cette approche est difficile à mettre en œuvre à l'échelle de la structure (Hentz *et al* (2004)). Afin d'être en mesure de décrire à la fois la pénétration du projectile et la réponse globale de l'ouvrage, une approche multi-domaines est proposée. La zone proche de l'impact est modélisée par Eléments Discrets (ED) tandis que des Eléments Finis (EF) sont utilisés pour le reste de l'ouvrage, suffisamment loin de la zone impactée pour garder un comportement élastique.

Dans un premier temps, on s'intéressera à l'identification des paramètres d'un modèle ED pour la description du comportement du béton. Les ED sont des sphères rigides de taille variable interagissant entre elles par des liaisons cohésives ou de contact.

La deuxième partie concerne le couplage éléments discrets/éléments finis, nous étudierons plusieurs méthodes d'atténuation des ondes parasites à l'interface ED/EF provenant de la variation de taille de discrétisation. Une application 3D de la simulation de l'impact d'une dalle en béton est proposée.

# 2 Identification du modèle éléments discrets.

Dans le modèle aux éléments discrets utilisé (Hentz *et al* (2004)), les interactions entre les sphères sont définies par une raideur normale  $K_n$  et une raideur tangentielle  $K_s$ . Ces valeurs doivent représenter au mieux le comportement élastique du béton. Il s'agit d'identifier les relations les reliant aux paramètres macroscopiques E et v.

Le comportement non-linéaire du béton est ensuite défini localement par deux critères de rupture:

$$\begin{cases} f_1(F_n, F_s) = F_s - \tan(\Phi_i)F_n - S_{int}C_o & (Critère de glissement) \\ f_2(F_n, F_s) = S_{int}T - F_n & (Critère de rupture en traction) \end{cases}$$
(1)

et les relations de comportement :

$$\begin{cases} si \ f_2(F_s, F_n) \le 0 & la \ liaison \ est \ cohésive \ et \ élastique \\ si \ f_1(F_s, F_n) \ge 0 \ et \ f_2(F_s, F_n) < 0 & F_s = \tan(\Phi_i) F_n - S_{int} C_0 \\ si \ f_2(F_s, F_n) < 0 & la \ liaison \ est \ rompue \ (F_s = F_n = 0) \end{cases}$$
(2)

avec Co la cohésion,  $\Phi_i$  l'angle de frottement interne et T la résistance locale à la traction. F<sub>n</sub> et F<sub>s</sub> sont les efforts d'interaction normaux et tangentiels. Notons qu'un adoucissement  $\zeta$  est introduit en traction permettant de faire tendre progressivement la force normale vers 0.

A ces liaisons cohésives initiales, des liaisons de type contact peuvent se rajouter durant la simulation, y compris entre des ED dont la liaison cohésive initiale a été rompue. Pour une liaison de type contact frottant, une loi de type (1) est utilisée avec  $C_0=T=0$  et un angle de friction  $\Phi_c$ .



FIG. 1 – Lois d'interaction entre ED

Les raideurs  $K_s$  et  $K_n$  des interactions entre éléments discrets sont calculées à partir d'une relation « micro-macro » (3) fonction des paramètres macroscopiques E et v. Ces relations proviennent des modèles d'homogénéisation de Voigt et de Liao (Liao *et al.* (1997)) utilisés pour des assemblages réguliers. Elles ont été adaptées à un assemblage désordonné d'éléments de tailles différentes en utilisant une surface d'interaction S<sub>int</sub> et des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  à déterminer.

$$\begin{cases} K_n = E \frac{S_{int}}{D_{init}^{a,b}} \frac{1+\alpha}{\beta (1+\nu) + \gamma (1-\alpha \nu)} \\ K_s = K_n \frac{1-\alpha \nu}{1+\nu} \end{cases}$$
(3)

Les trois paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  sont identifiés à partir d'essais de compression élastique quasi-statique uni-axiale réalisés sur un Volume Elémentaire Représentatif du béton. L'échantillon utilisé est prismatique et supposé isotrope.

Pour différentes valeurs de K<sub>s</sub>/K<sub>n</sub>, le rapport E/E0 (E0 est obtenu pour K<sub>s</sub>/K<sub>n</sub>=1) et le coefficient de Poisson sont reportés sur une courbe. L'identification de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  approchant au mieux la courbe (FIG. 2) donne les valeurs suivantes :  $\alpha = 3.7$ ,  $\beta = 2.198$  et  $\gamma = 3.79$ 



FIG. 2 – Comparaison des modules d'Young et coefficients de Poisson obtenus par l'approximation et les points obtenus numériquement.

Avec ces valeurs de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , nous avons vérifié les résultats obtenus pour des éprouvettes de dimensions différentes, et pour des désordres différents (mêmes paramètres de désordre mais organisations des billes différentes). Les valeurs mesurées du module d'Young et du coefficient de Poisson sont très correctes. Des simulations sur 15 différentes éprouvettes donnent une erreur moyenne de 2,2% (erreur maximale 7%) sur le module d'Young et de 3,2% (erreur maximale de 6%) sur le coefficient de Poisson.

Pour modéliser correctement le comportement non-linéaire du béton, il faut identifier les paramètres locaux T, Co,  $\Phi_i$ ,  $\Phi_c$  et  $\zeta$  à partir des valeurs macroscopiques de  $\sigma_c$ ,  $\sigma_t$  et  $G_f$ .

Sur des essais quasi-statiques de compression ou traction uniaxiale, pour un même jeu de paramètres et sur les éprouvettes précédentes, la reproductibilité de la limite en compression  $\sigma_c$  est assez bonne. On obtient un écart maximal de 6% par rapport à la moyenne. La reproductibilité de la limite en traction est très correcte avec un écart maximal de 5,8%.

Il est intéressant de noter que Hentz *et al* (2004) n'obtient pas le rapport caractéristique du béton  $\frac{\sigma_c}{\sigma}$  de l'ordre de 10 sans bloquer les rotations des éléments discrets. Avec les nouvelles

valeurs de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , nous obtenons des rapports corrects sans bloquer les rotations (FIG. 3). Cependant, « la marge de manœuvre » sur ce rapport est dépendante du coefficient de Poisson.

Plus v est grand, moins le rapport maximal sera élevé (pour v = 0,25,  $\frac{\sigma_c}{\sigma_t}$  = 7, pour v = 0,2,

 $\frac{\sigma_c}{\sigma_{t_{\text{max}i}}} = 12$ ). Les résultats montrent aussi une saturation de la contrainte limite en compression à

partir d'une certaine valeur de la cohésion.

Ces résultats tendent à montrer qu'il est possible d'identifier de façon fiable et reproductible le comportement du béton d'un modèle important (une dalle par exemple) sur un échantillon plus petit, extrait de ce modèle.



FIG. 3 – Courbe de compression et de traction avec v = 0,25

# 3 Méthode de couplage et atténuation des ondes parasites réfléchies par l'interface

La structure est divisée en deux sous-domaines, EF et ED, et une zone de transition dans laquelle il y a recouvrement des deux domaines. La solution est obtenue en minimisant le Hamiltonien (Xiao S. *et al* (2004), BenDhia H. (1998)) avec introduction des relations cinématiques entre les degrés de liberté EF et ED sur la zone de recouvrement par multiplicateur de Lagrange. Dans la zone de recouvrement, le Hamiltonien est calculé comme combinaison linéaire de la partie continue et de la partie discrète en utilisant un paramètre de pondération linéaire sur la zone de recouvrement. La méthode est détaillée dans Frangin (2006).

La discrétisation fine de la zone discrète permet de représenter des ondes de fréquences plus élevées que la fréquence de coupure de la zone EF dont la discrétisation est plus grossière. Il est important que ces ondes ne soient pas réfléchies par l'interface sur la zone ED ce qui pourrait contribuer par superposition à augmenter l'endommagement de cette zone. Nous proposons donc plusieurs méthodes atténuation des ondes réfléchies à l'interface.

## 3.1 Atténuation par relaxation

Le couplage complet avec multiplicateur de Lagrange conduit à une réflexion totale des faibles longueurs d'onde. Belytschko (Xiao S *et al* (2004)) propose une diagonalisation de la matrice des multiplicateurs atténuant les réflexions. Quelle que soit la taille de la zone de transition, cette méthode nous conduit à environ 30 % d'atténuation. Pour améliorer cette atténuation, nous proposons également de relâcher la prise en compte dans le temps des conditions de couplage en introduisant un facteur de relaxation sur les corrections en déplacements dues aux multiplicateurs (Frangin, 2006). Les relations de couplage ne sont donc pas vérifiées strictement à chaque itération mais globalement on tend à les vérifier. Avec cette méthode, le pourcentage d'atténuation de l'énergie contenue dans les ondes réfléchies peut atteindre 99% tout en modifiant de moins de 1% l'énergie transmise à la zone EF.

## 3.2 Atténuation par amortissement

Une autre approche consiste à introduire de l'amortissement proportionnel à la masse pour atténuer plus fortement les hautes fréquences que les basses fréquences. Le meilleur compromis consiste à placer une couche d'amortissement de la taille des EF avant la zone de transition. Dans cette couche, le coefficient d'amortissement suit une progression linéaire jusqu'à atteindre 1% de l'amortissement critique. Cette méthode permet d'atteindre 99 % d'atténuation de l'énergie contenue dans les ondes réfléchies avec simplement une couche EF de recouvrement.



FIG. 4- Atténuation des ondes fréquences : relaxation (gauche), amortissement (droite)

L'amortissement permet une atténuation plus efficace avec une zone perturbée (recouvrement et/ou amortissement) plus petite. Cependant, elle présente deux inconvénients. Avec le schéma explicite aux différences centrées que nous utilisons, elle conduit à un pas de temps critique décroissant avec l'amortissement. Par ailleurs le choix de la valeur de l'amortissement (% de l'amortissement critique) est difficile pour une discrétisation ED désordonnée. La méthode de relaxation permet d'obtenir une atténuation suffisante même si la zone d'efficacité est plus restreinte que pour la méthode avec amortissement. Toutefois, le schéma explicité aux différences centrées que nous avons utilisé conduit à un pas de temps critique décroissant avec l'amortissement, ainsi chacune des deux méthodes a ses propres avantages et inconvénients.

#### 4 Impact sur dalle en béton armé

La méthode de couplage est mise en œuvre avec une méthode de couplage avec relaxation sur une dalle en béton impactée par un bloc rocheux. Les résultats, déplacement et endommagement, sont comparés avec ceux obtenus pour un modèle uniquement discret.



FIG. 5 – Zoom sur la partie discrète de la discrétisation



FIG. 6 – Réponse en déplacement entre le modèle discret (rouge) et le couplé (bleu)

La réponse en déplacement (FIG.6) compare le déplacement d'un nœud discret du modèle de référence avec celui d'un nœud EF du modèle couplé voisin de ce nœud discret. De même en terme d'endommagement (FIG. 7), les réponses sont également similaires.

Pour cette application, le gain en temps de calcul pour la méthode couplée est d'un facteur 10. Ce gain permet de réaliser des simulations jusqu'alors impossibles par éléments discrets seuls. En fonction de l'étude, suivant le rapport entre la taille de la structure et celle de la zone ED conservée, ce gain peut être encore plus avantageux.



FIG. 7 – Réponse en endommagement entre le modèle discret (gauche) et celui couplé (droite)

#### 5 Conclusions

L'identification des paramètres du modèle discret donne des résultats satisfaisants, notamment pour le comportement élastique. Les tests effectués sur le comportement en compression simple et traction simple indiquent une reproductibilité correcte des résultats. Le modèle discret est prédictif.

La méthode de coupage proposée tient compte des éventuelles réflexions d'ondes parasites provenant du changement de taille de la discrétisation entre les deux domaines. Les deux approches d'atténuation proposées permettent de réduire quasi-totalement les ondes réfléchies.

Les résultats obtenus pour la simulation d'un impact sur dalle en béton montrent la faisabilité de l'approche couplée présentée. La simulation à l'échelle d'un ouvrage complet est réalisable.

#### Remerciements

Cette étude a été réalisée avec le soutien EDF R&D. Nous tenons également à remercier Sergueï Potapov pour ses conseils et commentaires.

# Références

- BenDhia H., 1998, Problèmes mécaniques multi-échelles : la Méthode Arlequin, *C. R. Acad. Sci. Paris, T.* 326, Série II b, p. 899-904
- Camborde F, 1999, Modélisation du comportement dynamique du béton. Application aux problèmes d'impacts et d'explosions, *Thèse de l'Ecole Centrale de Nantes*.
- Cundall, P.A. & Strack, O.D.L. 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. Géotechnique 29(1): 47-65.
- Frangin E., Marin P., Daudeville L., 2006, On the use of combined finite/discrete element method for impacted concrete structures, *Journal of Physics IV*, 164, 461-466.
- Hentz S., Daudeville L., Donze F. V. 2004, Identification and Validation of a Discrete Element Model for Concrete, *Journal of engineering mechanics*, vol. 130, p. 709-719.
- Liao C.-L., Chang T.-P, Young D.-H., Chang C.S., 1997, Sress-strain relationship for granular materials based on the hypothesis of best fit, *Int. j. Solids Structures*, 34, 4087-4100.

Xiao S., Belytschko T. 2004. A bridging domain method for coupling continua with molecular dynamics, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 193, p. 1645-1669.