

# Simulation multi-domaines et calcul parallèle pour l'aéroacoustique en écoulement confiné

**Thomas Emmert, Philippe Lafon**

*Laboratoire de Mécanique des Structures Industrielles Durables, UMR EDF/CNRS 2832  
1, avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex  
philippe.lafon@edf.fr*

**Fabien Crouzet**

*EDF R&D, Département Analyses Mécaniques et Acoustique  
1, avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex*

**Christophe Bailly**

*Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509  
Ecole Centrale de Lyon, 69134 Ecully*

## Résumé :

*Un outil numérique de simulations aéroacoustiques est proposé pour des applications à des géométries complexes. La résolution est basée sur des schémas aux différences finies d'ordre élevé, ce qui impose l'utilisation de maillages structurés. Pour traiter des géométries complexes, le domaine de calcul est subdivisé en maillages partiellement recouvrants. La communication entre les différents maillages est réalisée par interpolations. L'utilisation de polynômes de Lagrange d'ordre élevé permet de maintenir l'ordre global de la solution. Le code est entièrement parallélisé à l'aide de la librairie MPI. La diffraction d'un pulse acoustique par un cylindre ainsi que l'écoulement transsonique dans un tube circulaire en 3-D sont présentés. Les deux simulations se comparent très bien avec les solutions analytiques.*

## Abstract :

*A numerical tool is presented for Computational AeroAcoustics (CAA) problems in complex geometries using the overset-grid approach. For that the computational domain is subdivided into overlapping structured-grid components. The solver is based on high-order finite-difference schemes and the communication between the different grids is realized using high-order Lagrangian interpolation in order to preserve the global accuracy of the solution. The code is parallelized using the MPI library. Two validation test cases are presented: the diffraction of a single pressure pulse by a cylinder and the simulation of a transonic flow in a circular 3-D tube. The computed solutions compare very well with the appropriate analytical solutions.*

## Mots-clefs :

**géométries complexes, maillages recouvrants, aéroacoustique numérique**

## 1 Introduction

Les tuyauteries vapeur des centrales nucléaires peuvent être le lieu de phénomènes de couplage aéroacoustique, en particulier au niveau des organes de régulation de type vannes ou soupapes. Ces phénomènes qui se manifestent par des niveaux très élevés de fluctuations de pression dans le fluide et de vibrations sur les structures mettent en jeu des rétroactions acoustiques sur l'écoulement. La prise en compte de l'acoustique ne peut donc être découplée de celle de l'écoulement lui-même. La simulation de ces phénomènes s'appuie alors sur la résolution des équations d'Euler non linéaires ou de Navier-Stokes quand la viscosité joue un rôle

important, au niveau des parois notamment. Pour prendre en compte correctement les fluctuations acoustiques au sein de l'écoulement, il faut mettre en oeuvre des méthodes numériques à faible dissipation et faible dispersion. Cela implique d'utiliser des schémas numériques aux différences finies d'ordre élevé de type DRP (Dispersion Relation Preserving) [1]. Ces schémas développés sur des grilles structurées curvilignes s'adaptent difficilement aux géométries complexes. Une des solutions consiste à utiliser une configuration multi-domaines recouvrants avec communications entre domaines par interpolations. Cette approche est souvent associée dans la littérature à la méthode *Chimère*, très bien adaptée à la simulation d'écoulements autour d'objets en mouvement [2]. Traditionnellement, cette méthode est d'ordre deux. Mais pour des simulations acoustiques, l'ordre d'interpolation doit être suffisamment élevé pour être compatible avec la précision des schémas numériques [3].

Dans ce travail, on s'appuie sur la bibliothèque OVERTURE développée au Lawrence Livermore National Laboratory [4]. Disponible librement, cet outil permet de générer un maillage multi-domaines ainsi que les structures de données repérant les zones de recouvrement et les molécules d'interpolation. Cette bibliothèque est interfacée avec le module de résolution SAFARI (Simulation Aéroacoustique des Fluides Avec Résonance et Interaction), qui fonctionne en parallèle sur les différents domaines, via la librairie MPI. De plus, SAFARI est parallélisé par décomposition des domaines en blocs ; ce qui permet d'améliorer la granulométrie du calcul.

Deux cas-tests sont présentés. Tout d'abord un cas-test purement acoustique (sans écoulement) : la diffraction d'un pulse par un cylindre. Ce cas-test, qui dispose d'une solution analytique, permet de juger de la qualité de l'interpolation entre domaines pour les ondes acoustiques. Ensuite la simulation d'un écoulement transsonique dans une tuyère circulaire à section variable est présentée. Ce cas-test montre que la méthode des maillages recouvrants est une solution élégante pour éviter le problème de la singularité (à  $r = 0$ ) pour des géométries cylindriques.

## 2 Algorithme numérique

On résout les équations d'Euler qui, après transformation en coordonnées curvilignes  $(x, y, z) \rightarrow (\xi, \eta, \zeta)$ , sont données en 3-D par [5, 6] :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\mathbf{U}}{J} \right) = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\mathbf{E}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{\mathbf{F}}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\mathbf{G}}{J} \right), \quad (1)$$

où le vecteur  $\mathbf{U}$  contient les variables conservatives et  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{G}$  représentent les flux non-visqueux :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (\rho e_t + p)U \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho V u + \eta_x p \\ \rho V v + \eta_y p \\ \rho V w + \eta_z p \\ (\rho e_t + p)V \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho W \\ \rho W u + \zeta_x p \\ \rho W v + \zeta_y p \\ \rho W w + \zeta_z p \\ (\rho e_t + p)W \end{pmatrix}.$$

La quantité  $\rho$  représente la densité,  $p$  la pression et l'énergie totale  $e_t$  est donnée par  $e_t = p/[(\gamma - 1)\rho] + (u^2 + v^2 + w^2)/2$  conformément à l'hypothèse de gaz parfait. Les grandeurs  $u, v, w$  désignent les vitesses selon les directions  $x, y, z$  et  $U, V, W$  représentent les vitesses contravariantes :  $U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w$ ,  $V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w$  et  $W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w$ .  $J$  est le jacobien de la transformation. Les dérivées spatiales sont calculées avec des schémas aux différences finies sur onze points optimisés dans l'espace des nombres d'onde. Pour enlever les oscillations maille-à-maille, un filtre sélectif est utilisé, dont le nombre d'onde de coupure

correspond à la limite de résolution des schémas aux différences finies, qui est de quatre points par longueur d'onde [7]. Pour l'intégration en temps, un schéma de Runge Kutta à l'ordre quatre est utilisé.

Pour les points aux frontières du domaine de calcul, les schémas centrés sur onze points ne peuvent plus être appliqués. Deux stratégies sont alors mises en oeuvre. Dans la première approche, les schémas décentrés proposés par Berland *et al.* [8] sont utilisés. Ces schémas sont très précis mais assez peu robustes et ne sont applicables qu'à des cas purement acoustiques comme le premier cas-test présenté ici, ou pour des écoulements à faible nombre de Mach. La deuxième approche consiste à réduire la taille des molécules à proximité des bords afin de pouvoir utiliser des schémas centrés. Ce traitement est très robuste mais moins précis et est utilisé pour le deuxième cas-test transsonique. Les conditions aux limites non-refléchissantes de Bogy et Bailly [9] sont implémentées aux bords du domaine.

Au niveau des zones de recouvrement, les interpolations entre domaines sont effectuées suivant la méthode des polynômes de Lagrange. En un point  $P$ , la valeur  $\phi_P$  d'une fonction  $\phi$ , dont les valeurs  $\phi_{\xi,\eta}$  sont connues en différents points de coordonnées curviligne  $(\xi, \eta)$  est donnée en 2-D par [10] :

$$\phi_P = \sum_{i=0}^{N_\xi-1} \sum_{j=0}^{N_\eta-1} R_i^\xi R_j^\eta \phi_{I_P+i, J_P+j} \quad \text{avec} \quad R_i^\xi = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq i}}^{N_\xi} \frac{(\delta_\xi - m)}{(i - m)} \quad \text{et} \quad R_j^\eta = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq j}}^{N_\eta} \frac{(\delta_\eta - m)}{(j - m)},$$

où  $N_\xi$  et  $N_\eta$  désignent le nombre de points d'interpolation respectivement dans les directions  $\xi$  et  $\eta$ . Le point  $(I_P, J_P)$  est le premier point en bas à gauche de la molécule d'interpolation.  $\delta_\xi$  et  $\delta_\eta$  sont les coordonnées curvilignes du point  $P$  à interpoler, relativement au point  $(I_P, J_P)$ . Une molécule d'interpolation est présentée sur la Figure 1 (a) en 2-D. Toutes les données nécessaires pour le calcul des coefficients d'interpolation sont précalculées par OVERTURE et peuvent être exploitées directement par SAFARI. Les coefficients de Lagrange sont calculés avant la boucle temporelle et stockés dans des vecteurs de taille  $N_\xi + N_\eta$ . L'interpolation est effectuée par le bloc de maillage "donneur" afin de minimiser le volume d'échange de données par MPI. Il est à noter que pour l'interpolation monodimensionnelle de Lagrange, l'ordre formel au sens de Taylor est égal à  $N_\xi$ . Une analyse pour les cas multidimensionnels est donnée par Tam and Hu [11].

### 3 Diffraction d'un pulse acoustique par un cylindre

Le premier cas-test présenté est issu du deuxième workshop d'aéroacoustique numérique [12]. Il s'agit de la diffraction d'un pulse de pression par un cylindre, conformément à la configuration présentée sur la Figure 1 (b). Le pulse de pression est de forme gaussienne. Il est utilisé comme condition initiale du calcul. Bien que le cas-test soit formulé avec une approche linéarisée, les équations d'Euler non-linéaires sont utilisées pour le calcul ; ce qui implique que l'amplitude du pulse soit suffisamment petite pour rester dans le domaine linéaire.

Le domaine de calcul est discrétisé à l'aide de deux maillages : un maillage de fond cartésien régulier, partiellement recouvert par un maillage en O autour du cylindre, comme représenté sur la Figure 2 (a). Chaque maillage comporte  $101 \times 101$  points et est associé à un processeur différent. La Figure 2 (b) compare l'évolution temporelle des signaux de pression analytique et calculée au point A. Le premier pic correspond au front d'onde provenant directement du pulse initial et le deuxième à la partie diffractée par le cylindre. Les deux courbes sont en très bon accord.

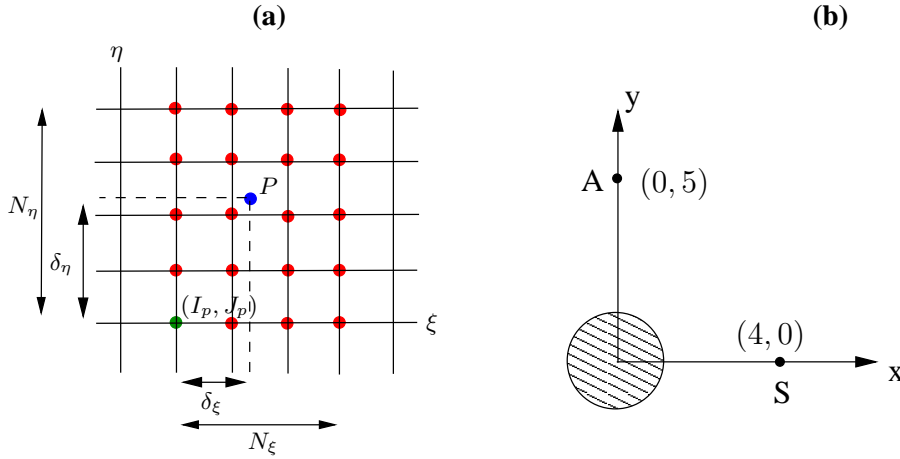


FIG. 1 – (a) Molécule d’interpolation 2-D pour  $N_\xi = 4$ ,  $N_\eta = 5$ ; (b) Configuration du cas-test de la diffraction d’un pulse par un cylindre. Le pulse de pression, de forme gaussienne  $p(\mathbf{x}) = \epsilon \exp\{-\ln(2)[(x-4.)^2 + y^2]/0.2^2\}$ , est centré en  $S$ . Les longueurs sont adimensionnalisées par le diamètre du cylindre.

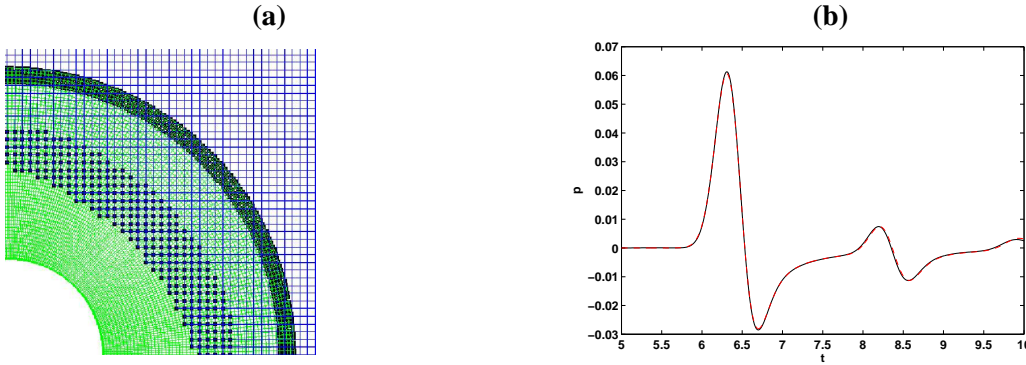


FIG. 2 – (a) Zoom sur la zone de recouvrement entre le maillage de fond cartésien et le maillage cylindrique, pour une interpolation d’ordre 8; (b) Signal de pression calculé (en rouge) et analytique (en noir) au point  $A$ , en fonction du temps adimensionnalisé.

#### 4 Choc droit dans une tuyère 3-D

L’écoulement transsonique dans une tuyère convergente-divergente est simulé. Ce cas-test est issu du troisième workshop d’aéroacoustique numérique [13]. Il est basé sur la résolution des équations d’Euler 1-D à section variable, qui s’écrivent sous forme adimensionnalisée :

$$\frac{\partial A\mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial A\mathbf{E}}{\partial x} + \mathbf{H} = 0, \quad (2)$$

où  $\mathbf{Q} = [\rho, \rho u, \rho e]^T$  est le vecteur des variables conservatives,  $\mathbf{E} = [\rho u, \rho u^2 + p, (\rho e + p)u]^T$  le vecteur des flux non visqueux et  $\mathbf{H} = dA/dx [0, p, 0]^T$  le vecteur source prenant en compte la variation de géométrie. La section  $A(x)$  est définie par :

$$A(x) = \begin{cases} 1.0 - 0.661514 \exp[-(\ln 2)(x/0.6)^2], & x < 0 \\ 0.536572 - 0.198086 \exp[-(\ln 2)(x/0.6)^2], & x \geq 0. \end{cases}$$

On impose le nombre de Mach à l’entrée du domaine ( $M_e = 0.2006533$ ) et la pression à l’aval ( $p_s = 0.6071752$ ). Ces conditions aux limites conduisent à la formation d’un choc droit

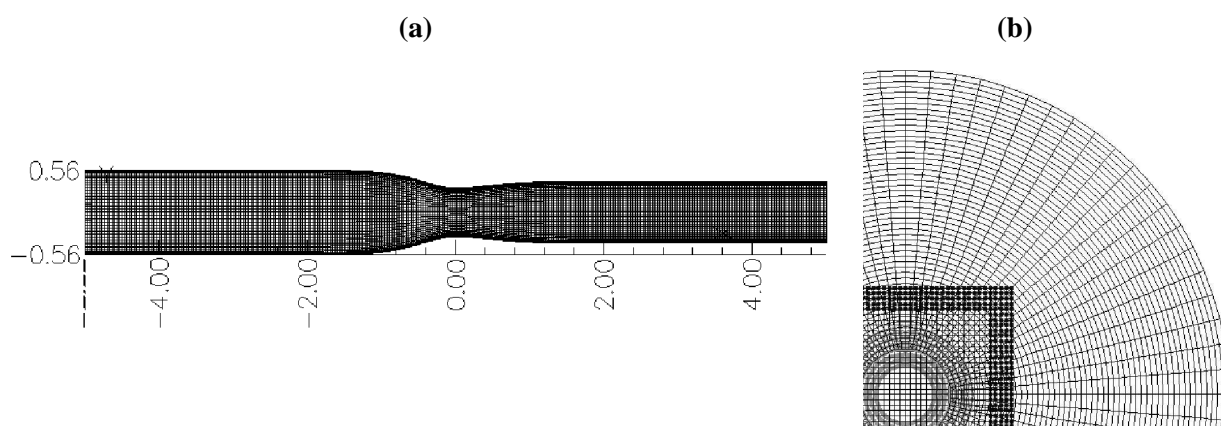


FIG. 3 – Maillage de la tuyère : **(a)** Vue longitudinale ; **(b)** Vue en coupe à  $x = -5$  : les carrés noirs indiquent les points d'interpolation du maillage cartésien ; les carrés gris les points d'interpolation du maillage cylindrique. Le rayon extérieur est donné par  $r_{ex}(x) = \sqrt{A(x)/\pi}$ .

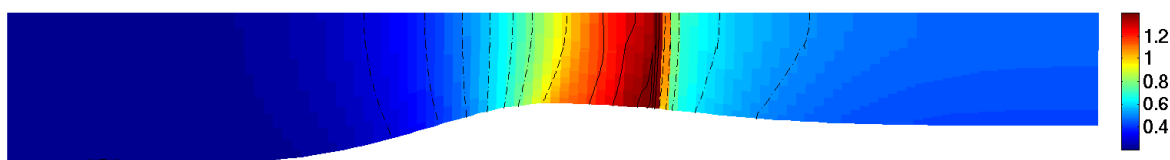


FIG. 4 – Nombre de Mach moyen dans le tube à choc dans le plan  $xy$  pour  $-2 \leq x \leq 2$ . Iso-contours du nombre de Mach ———  $M > 1$ , - - - -  $M = 1$ , - · - · -  $M < 1$ .

dans la partie divergente de la tuyère. Afin d'améliorer la capture du choc et de stabiliser le calcul, un filtre adaptatif de type Jameson proposé par Kim and Lee [14] est appliqué. Ce filtre d'ordre deux ne s'active que dans la zone du choc et ne dégrade pas les solutions acoustiques quand elles sont présentes.

La tuyère 3-D de longueur 10 est représentée sur la Figure 3 **(a)**. Pour éviter la singularité en  $r = 0$ , le domaine de calcul est décomposé en deux maillages : un maillage axisymétrique qui comprend l'intégralité de la tuyère, à l'exception de la zone proche de l'axe, et un maillage cartésien de section carrée, qui vient combler le volume vacant au niveau de l'axe (voir Figure 3 **(b)**). L'ordre d'interpolation est fixé à 6. Le maillage cylindrique contient  $301 \times 50 \times 80 \approx 1.2 \times 10^6$  points et le maillage cartésien  $301 \times 31 \times 31 \approx 0.3 \times 10^6$  points.

La Figure 4 présente le nombre de Mach sur une coupe  $\theta$  constant, calculé après  $10^5$  itérations temporelles. La zone de communication entre les deux maillages ne crée pas d'oscillations significatives, même au niveau du choc. Les profils moyens présentés sur la Figure 5 **(a)** sont tout à fait comparables avec la solution analytique du problème 1-D. La localisation du choc est bien capturée ; ce qui témoigne de la conservativité des schémas numériques utilisés.

## 5 Conclusions

L'utilisation des schémas aux différences finies d'ordre élevé a longtemps été limitée à des géométries très simples, discrétisées avec des maillages cartésiens. Les méthodes de type multi-domaines avec maillages recouvrants développées dans le code SAFARI rendent possible des simulations de grande précision sur des géométries complexes. La parallélisation permet en outre de traiter des problèmes comportant un très grand nombre de points. Les cas-tests réalisés démontrent la capacité de ce type de méthodes à traiter des problèmes purement acoustiques

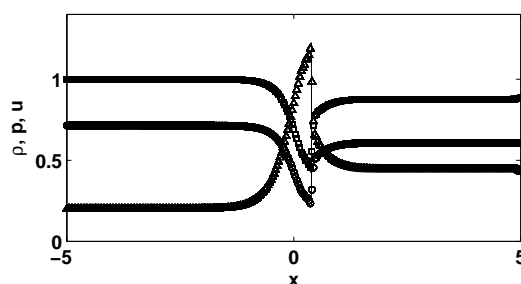


FIG. 5 – Profils des quantités moyennes selon l'axe  $x$  (de haut en bas :  $u$ ,  $p$ ,  $\rho$ ). Les symboles représentent la solution numérique, la ligne continue la solution analytique.

ainsi que des cas non-linéaires comme celui de l'écoulement transsonique sur des géométries 3-D complexes.

## Références

- [1] TAM C.K.W., WEBB J.C. *Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for Computational Acoustics*. Journal of Computational Physics, **107** (1993), 262 - 281.
- [2] BENEK J.A., STEGER J.L. and DOUGHERTY F.C. *A flexible grid embedding technique with applications to the Euler equations*. AIAA Paper, 83-1944 (1983).
- [3] DELFS J.W. *An overlapped grid technique for high resolution CAA schemes for complex geometries*. AIAA Paper, 2001-2199.
- [4] CHESSIRRE G. and HENSHAW W. D. *Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations*. Journal of Computational Physics, **90** (1990), 1-64.
- [5] VISBAL M.R., GAITONDE D.V. *On the use of higher-order finite-difference schemes on curvilinear and deforming meshes*. Journal of Computational Physics, **181** (2002), 155-185.
- [6] MARSDEN O., BOGEY C. and BAILLY C. *High-order curvilinear simulations of flows around non-cartesian bodies*. Journal of Computational Acoustics, **13**(4) (2005), 732-748.
- [7] BOGEY C., BAILLY C. and JUVÉ D. *A family of low dispersive and low dissipative schemes for Large Eddy simulations and for sound propagation*. Journal of Computational Physics, **194** (2004), 194-214.
- [8] BERLAND J., BOGEY C., MARSDEN O. and BAILLY C. *High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems*. Journal of Computational Physics, (2007), doi :10.1016/j.jcp.2006.10.0017.
- [9] BOGEY C., BAILLY C. *Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulation : far field formulation and validation test cases*. Acta Acustica United With Acustica, **88** (2002), 463-471.
- [10] SHERER S.E., SCOTT J.N. *High-order compact finite-difference methods on general overset grids*. Journal of Computational Physics, **210** (2005), 459 - 496.
- [11] TAM, C.K.W. and HU, F.Q. *An optimized multi-dimensional interpolation scheme for Computational Aeroacoustics applications using overset grids*. AIAA Paper, AIAA 2004-2812.
- [12] *Second Computational AeroAcoustics (CAA) workshop on benchmark problems*. (1997) NASA CP 3352.
- [13] *Third Computational AeroAcoustics (CAA) workshop on benchmark problems*. (2000) NASA/CP-2000-209790.
- [14] KIM J.W., LEE D.J. *Adaptive non-linear artificial dissipation model for Computational Aeroacoustics*. AIAA Journal, **39** (2001), 810-818.