

## Simulation numérique et expérimentale de la propagation non linéaire des ondes acoustiques en milieu hétérogène

Lili Ganjehi<sup>(1),(2)</sup>, Régis Marchiano<sup>(1)</sup>, François Coulouvrat<sup>(1)</sup> & Jean-Louis Thomas<sup>(2)</sup>

Université Pierre et Marie Curie - 4, place Jussieu – 75252 Paris Cedex 05, France

(1) Institut Jean Le Rond d'Alembert – UMR CNRS 7190

(2) Institut des Nanosciences de Paris – UMR CNRS 7588

ganjehi@lmm.jussieu.fr

### Résumé :

La propagation à grande distance du bang sonique est sensible aux caractéristiques de l'atmosphère terrestre, notamment dans la couche turbulente située entre 0 et environ 1 km d'altitude. Nous avons réalisé des expériences à l'échelle 1 : 100 000 dans l'eau ainsi que des simulations numériques pour étudier l'interaction entre une onde de choc et un milieu hétérogène. Les expériences nous permettent de comprendre le lien entre le repliement du front d'onde (« wave front folding ») et l'augmentation du temps de montée ainsi que la distorsion des formes d'ondes. L'influence de la taille des hétérogénéités est aussi étudiée expérimentalement. Ensuite, un modèle théorique et numérique est validé grâce au caractère déterministe de nos expériences. Les simulations numériques démontrent l'influence de la propagation non-linéaire et son effet sur la perception auditive du bang sonique.

### Abstract :

The influence of the planetary boundary layer on the sonic boom received at the ground level is known since the 60s to be of major importance, with an increase of the mean rise time and a huge variability. An experiment conducted at a 1 : 100 000 scale for ultrasonic shock waves in a water tank and a numerical study are proposed to study the interaction between shock waves and heterogeneous media. By using a deterministic experiment, we analyse the wave front folding and its link with the increase of the rise time and the waveform distortion. This experiments identifies also the role played by the heterogeneity size. Then, a theoretical and numerical model is validated with this deterministic experiment and demonstrates the influence of nonlinear propagation and its effect on the perception of sonic boom.

### Mots-clefs :

Acoustique ; Non-linéaire ; hétérogénéité

## 1 Dispositif expérimental

Pour examiner l'influence des hétérogénéités sur le bang sonique, des expériences ont été conduites à une échelle 1 : 100 000 dans une cuve remplie d'eau ( $c_0 = 1470 \text{ m/s}$ ), contenant des hétérogénéités semi-cylindriques en silicone. Leur diamètre, connu avec précision, est inférieur ou de l'ordre de la longueur d'onde acoustique. La vitesse du son et le coefficient d'atténuation dans le silicone ont été mesurés :  $c_h = 1083 \text{ m/s}$  et  $\alpha = 49 \times 10^{-6} \text{ f m}^{-1}$  (la fréquence  $f$  étant en Hz).

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 1. Un réseau bidimensionnel de 128 transducteurs piézo-électriques émet un train d'ondes acoustiques de fréquence 1 MHz. Chaque transducteur est excité par un canal électronique entièrement programmable et peut émettre une pression acoustique de 0.5 MPa. La distance de choc vaut alors  $L_c = \frac{1}{k\beta M} \approx 30 \text{ cm}$

avec  $\beta = 3.5$  dans l'eau,  $M = \frac{P_0}{\rho_0 c_0^2}$  le nombre de Mach acoustique avec  $P_0$  l'amplitude caractéristique en pression et  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  le nombre d'onde. L'hétérogénéité est positionnée à deux fois la distance de choc, soit à environ 60 cm de la source. Pour créer une onde la plus plane possible devant l'hétérogénéité, nous utilisons la technique du filtre inverse amplement décrite par-ailleurs (Tanter *et al.*, 2000). Le champ de pression est mesurée à l'aide d'un hydrophone membrane de 40 MHz de bande passante, ayant une résolution latérale de 0,2 mm. Pour limiter le rebond (ou « overshoot »), lié à la conception de l'hydrophone, survenant juste derrière le choc, ce dernier a été calibré à l'aide d'un interféromètre optique. L'hydrophone peut être déplacé à l'aide de moteurs micrométriques, suivant les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  pour cartographier le champ acoustique.

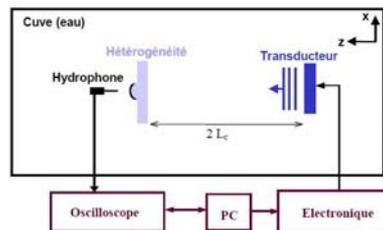


FIG. 1 – Dispositif expérimental.

## 2 Résultats expérimentaux

### 2.1 Effet de focalisation

L'onde de choc incidente a été mesurée à 3 mm devant l'hétérogénéité. Comme le montre la figure 2, l'amplitude de l'onde incidente atteint 0,43 MPa et le temps de montée moyen du choc est de 24 ns.

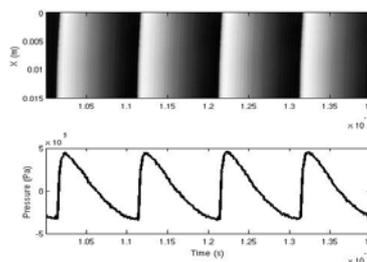


FIG. 2 – Représentation spatio-temporelle du champ de pression mesurée à 3 mm devant l'hétérogénéité.

Pour observer la focalisation de l'onde de choc induite par l'effet de lentille acoustique créée par l'hétérogénéité, nous avons mesuré le champ de pression derrière une hétérogénéité de diamètre 3 mm.

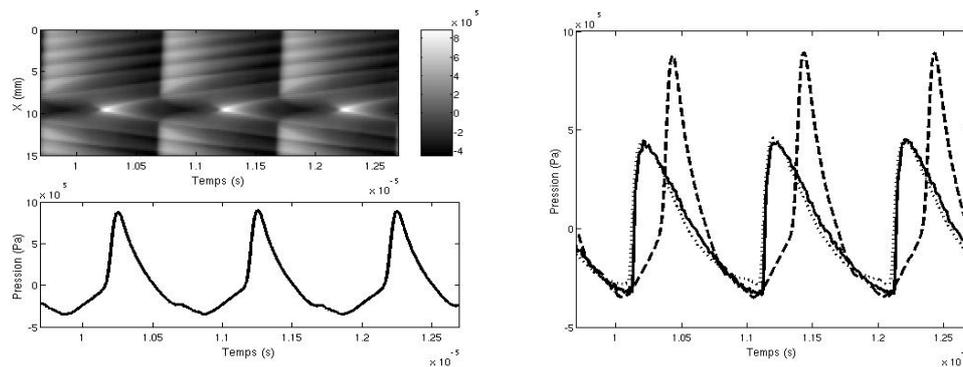


FIG. 3 – A gauche : Représentation spatio-temporelle (haut) du champ de pression mesuré à  $z = 2\text{ mm}$  derrière l'hétérogénéité de diamètre 3 mm et au centre de la focale (bas). A droite : Pression acoustique mesurée devant l'hétérogénéité (continu), derrière une plaque plane (tiret) et derrière l'hétérogénéité de forme semi-cylindrique de diamètre 3 mm (point)

La focalisation est nettement visible bien que l'hétérogénéité ait un rayon seulement égal à la longueur d'onde acoustique initialement émise par le réseau. Les signaux sont nettement amplifiés (d'un facteur deux environ) et ils ont une forme d'onde en «U» caractéristique des effets de focalisation. Une autre observation importante est l'augmentation du temps de montée à la focale. La figure 3 (droite) montre 1) l'onde incidente (continu) 2) les pressions acoustiques mesurée derrière une plaque plane en silicone (point) et 3) au centre de la focale de l'hétérogénéité semi-cylindrique de diamètre  $d = 3\text{ mm}$  (tiret). Les temps de montée des deux premiers signaux sont pratiquement égaux ( $\tau \approx 24\text{ ns}$ ) malgré l'absorption du silicone mais le temps de montée augmente d'un ordre de grandeur lors de l'apparition de la focalisation ( $\tau \approx 230\text{ ns}$ ). Ainsi, cette expérience prouve qu'une hétérogénéité de diamètre égal à la longueur d'onde suffit pour i) augmenter significativement l'amplitude de l'onde de choc ii) modifier la forme d'onde et iii) augmenter le temps de montée.

## 2.2 Repliement du front d'onde

La figure 4 montre l'évolution de l'onde de choc incidente après passage à travers l'hétérogénéité de rayon égal à la longueur d'onde. Le champ de pression est focalisé à  $z = 2\text{ mm}$  (Fig 4 b) puis la forme en « queue d'aronde » des champ de pression mesurés en  $z = z_{foc} + 5\text{ mm}$  et en  $z = z_{foc} + 8\text{ mm}$  illustre bien le phénomène de repliement du front d'onde (« wave front folding »). Les signaux temporels (Fig. 4 e)-h)) mesurés sur l'axe de propagation pour chaque distance montrent l'évolution de la dent de scie (e) en « U » (f) jusqu'à une forme d'onde contenant deux chocs suffisamment loin de la focale (g) et (h), chaque choc étant associé à un pli du front d'onde.

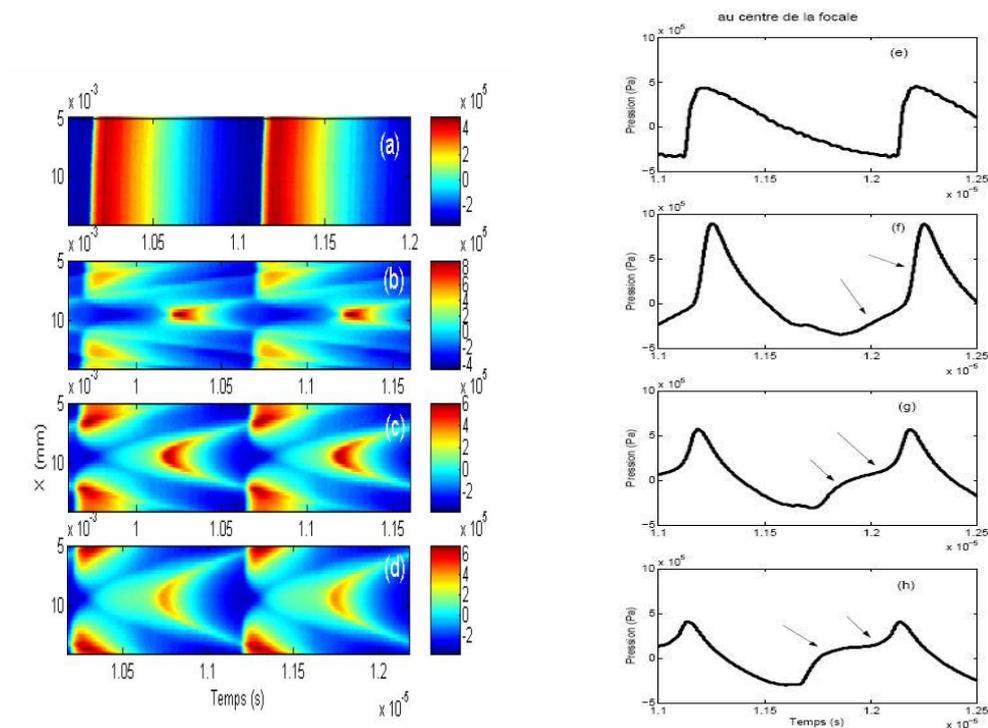


FIG. 4 – Champ de pression mesuré devant l’hétérogénéité (a) et évolution du champ de pression mesuré derrière l’hétérogénéité de 3 mm à (b)  $z = z_{foc}$  (c)  $z = z_{foc} + 5$  mm (d)  $z = z_{foc} + 8$  mm et sur l’axe de propagation pour chaque distance (e –h).

Le repliement du front d’onde explique deux phénomènes observés lors des mesures du bang sonique au sol ainsi que lors de nos expériences.

(a) L’augmentation du temps de montée. En effet, le temps de montée augmente à partir de l’apparition de la focale (cf. 2.1). La question est maintenant de savoir comment évolue le temps de montée après la focale dans un milieu homogène. La figure 5 (gauche) compare les pressions acoustiques mesurées sur l’axe de propagation derrière trois hétérogénéités de diamètre  $d = 2\lambda$ ,  $d = 0,7\lambda$  et  $d \approx 0,3\lambda$  à la même distance  $z \approx 14$ mm soit à environ  $10 \lambda$  (qui est à peu près l’épaisseur de la couche turbulente).

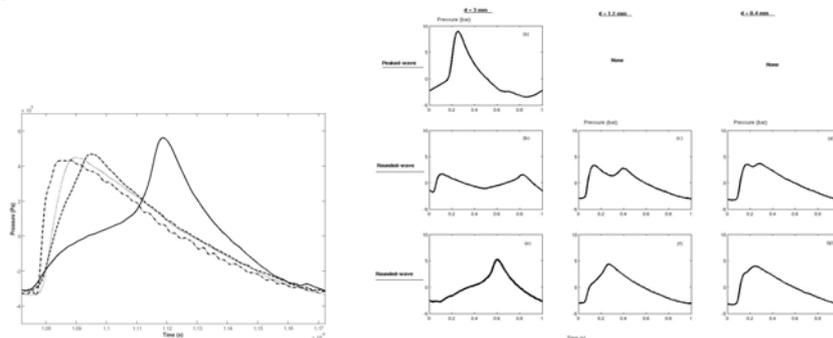


FIG. 5 – A gauche : Pressions acoustiques mesurées derrière les hétérogénéités de diamètre  $d = 3$  mm (continu),  $d = 1.1$  mm (trait),  $d = 0.4$  mm (pointillé) et devant l’hétérogénéité (trait et pointillé). A droite : Formes d’ondes pour différentes tailles d’hétérogénéités

Le temps de montée du signal mesuré derrière l'hétérogénéité de diamètre  $d = 2\lambda$  à  $z \approx 14\text{mm}$  vaut 380 ns alors qu'il vaut 230 ns à la focale. On peut en conclure que l'augmentation du temps de montée est liée, après la focalisation, à la brisure de l'onde de choc incidente en 2 chocs, chacun étant associé à un pli du front d'onde. Ce phénomène dépend bien entendu de la taille des hétérogénéités. En effet, plus le diamètre est petit, moins les deux chocs sont séparés dans le temps. Le temps de montée sera donc d'autant plus petit (Fig. 5). Cette étude est en accord avec le modèle de P'iece et Maglieri (1971).

b) La distorsion du front d'onde. La figure 5 (droite) montre différentes formes d'ondes mesurées derrière une seule hétérogénéité de différentes tailles ( $d = 2\lambda$  - première colonne -  $d = 0,7\lambda$  - seconde colonne -  $d = 0,3\lambda$  - troisième colonne -) sur l'axe et à la focale de la plus grosse hétérogénéité (première colonne), 5 mm derrière la focale, respectivement à 1.8 mm, 2 mm, 1.6 mm de l'axe (deuxième colonne) et 15 mm derrière la focale, respectivement à 0.4 mm, 0.9 mm, 1.2 mm de l'axe (troisième colonne). La forme piquée en « U » est observée seulement derrière la plus grosse hétérogénéité. Les formes d'ondes arrondies sont observées dans nos expériences pour chaque taille. Chacune de ces formes est retrouvée parmi les différents enregistrements du bang sonique au sol. Cette comparaison n'est bien entendu pas quantitative seulement elle permet de comprendre l'interaction entre une onde de choc et un milieu hétérogène et de dégager les phénomènes physiques qui sont à l'origine de l'augmentation du temps de montée ainsi que de la distorsion des formes d'onde. L'aspect déterministe de ces expériences permet aussi de valider notre modèle théorique et numérique grâce à des comparaisons forme d'onde à forme d'onde.

### 3 Modèle physique

Nous avons établi une généralisation de l'équation KZ (Zabolotskaya and Khokhlov, 1969) pour modéliser la propagation du bang sonique à travers un milieu hétérogène. En coordonnées Cartésiennes  $(x, y, z)$ , nous considérons une onde se propageant suivant  $z$ . Les équations de conservation ainsi que l'équation d'état conduisent à l'équation adimensionnée suivante :

$$\frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \tau \partial \sigma} - \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \bar{P} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \tau} \right) - \frac{\eta^2}{2\beta M} \Delta_{\perp} \bar{P} = \frac{\varepsilon c_h}{\beta M} \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial \tau^2} + O(\varepsilon)$$

Les variables sans dimension sont la pression  $\bar{P}(X, Y, \sigma, \tau) = \frac{P}{P_0}$ , le temps retardé  $\tau = \omega t - kx$ ,

la variable longitudinale  $\sigma = z/L_s$  et les variables transverses  $X = \frac{x}{a}$ ,  $Y = \frac{y}{a}$  avec  $\omega$  la pulsation fondamentale,  $k = \omega/c_0$  le nombre d'onde et  $a$  la taille caractéristique de la source.

Le coefficient  $\frac{\eta^2}{2\beta M}$  compare les effets de diffraction aux effets non linéaires avec  $\eta = \frac{1}{ka}$ ,

le paramètre suppose petit associé à la diffraction (approximation parabolique). Le coefficient à droite de l'équation compare l'hétérogénéité aux effets non linéaires. Les hétérogénéités sont de l'ordre  $\varepsilon = \max(|c_h - c_0|)/c_0$ , et les non linéarités sont mesurées par le nombre de Mach acoustique  $M$ . Les paramètres  $\eta^2$ ,  $\varepsilon$  et  $M$  sont supposée être du même ordre de grandeur.

Cette équation est résolue numériquement avec un schéma aux différences finies à pas fractionné dans le cas d'un milieu hétérogène. Un module a été implémenté pour prendre en compte l'atténuation de l'onde dans le domaine fréquentiel.

#### 4 Résultats numériques

La figure 6 montre la représentation spatio-temporelle du champ de pression mesuré (haut) et simulé (bas) à la focale de l'hétérogénéité de diamètre 3 mm. L'accord est très bon sur l'axe de propagation mais à mesure que l'on s'éloigne de la tache focale, la simulation numérique diffère du champ mesuré expérimentalement. En effet, l'équation établie est valable uniquement dans un cône de 15° (approximation parabolique).

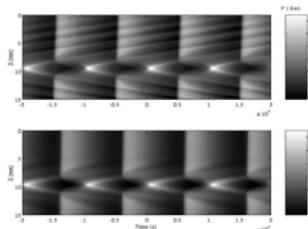


FIG. 6 – Champ de pression mesuré (haut) et simulé (bas) à la focale  $d = 3$  mm

La simulation numérique permet d'étudier le rôle des effets non linéaires. La figure 7 montre la différence entre la pression mesurée à la focale de l'hétérogénéité de diamètre  $d = 3$  mm (normalisée par la pression incidente) en régime linéaire et non linéaire de 1 MHz à 8 MHz. L'amplitude à 1 MHz est légèrement plus faible en non linéaire qu'en linéaire alors qu'à plus hautes fréquences, l'effet s'inverse. En effet, en régime non linéaire l'énergie est pompée de la fondamentale aux harmoniques. Ainsi, les effets non linéaires influencent les hautes harmoniques. Par conséquent, même si la distance de propagation est courte, il est important de prendre en compte les effets non linéaires. La perception auditive du bang sonique étant très sensible aux hautes harmoniques jusqu'à 100 fois la fréquence fondamentale, les effets non linéaires peuvent devenir importants.

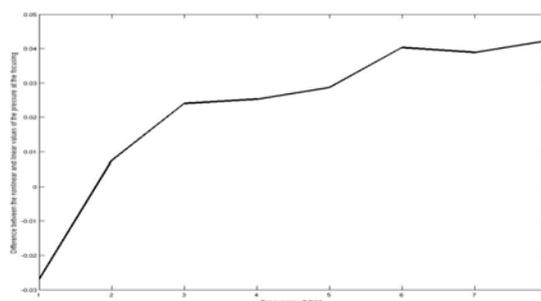


FIG 7. Effets non linéaires locaux

#### Références

- Tanter M, Thomas J.L., Fink M. (2000). "Time reversal and the inverse filter," J. Acoust. Soc. Am. 108 (1), 223-234.
- Pierce A.D., Maglieri D.J. (1971). "Effects of atmospheric irregularities on sonic boom propagation," J. Acoust. Soc. Am. 51 (3), 702-721.
- Zabolotskaya E.A., Khokhlov R.V. (1969). "Quasi-plane waves in the nonlinear acoustics of confined beams," sov. Phys. Acoust., 15, 35-40
- Lee, R.A., Downing J.M. (1991) "Sonic booms produced by United States Air Force and United States Navy Aircraft: measured data," Armonstrong Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, AL-TR-1991-009