

Caractérisation numérique d'une loi stochastique d'impact d'un bloc rocheux sur un éboulis

Franck Bourrier (1), François Nicot (1) & Félix Darve (2)

(1) Cemagref - UR ETNA - 2, rue de la Papeterie - BP 76 - 38 402 Saint Martin d'Hères Cedex - France

(2) L3SR - INPG, UJF, CNRS - Domaine Universitaire - BP 53 - 38 041 Grenoble Cedex 9 - France

E-mail : franck.bourrier@cemagref.fr

Résumé :

Les logiciels de trajectographie constituent un outil indispensable pour la détermination des zones soumises à un risque de chute de bloc en zones montagneuses. Une amélioration fondamentale à apporter à ces codes de calcul est la caractérisation fine du rebond du bloc sur le sol.

Dans cette optique, une modélisation numérique de l'interaction entre le bloc et le sol par la Méthode des Elements Discrets est développée de façon à étudier l'impact d'un bloc rocheux sur un éboulis.

Le traitement statistique des résultats issus des simulations numériques permet de définir une loi d'impact stochastique valable quels que soient le point d'impact et les conditions cinématiques initiales du bloc.

Abstract :

Trajectory analysis softwares are essential for rockfall hazard zoning in mountainous areas. A refined modelling of boulder bouncing constitutes a real improvement of these codes.

For this purpose, a numerical model of soil/boulder interaction using the Discrete Element Method is held so as to study the impact of the boulder on a slope.

Statistical treatment of the results of numerical simulations leads to the definition of a stochastic impact law valid whatever the impact point and the incident kinematics conditions are.

Mots-clefs :

Chute de blocs, Impact, Méthode des Eléments Discrets

1 Introduction

La protection par rapport à l'aléa chute de blocs en zones montagneuses conduit à l'utilisation de logiciels de trajectographie pour la prédiction des zones à risque.

Les utilisateurs de ce type d'outil s'accordent à dire qu'une des principales améliorations à apporter est la mise en place d'une modélisation fine de l'interaction entre le sol et le bloc tenant compte de la variabilité des configurations réelles.

En réponse à cette demande, l'objectif principal de ce travail est l'étude numérique de l'impact d'un bloc rocheux sur un terrain naturel de façon à définir une loi stochastique d'impact.

Il est envisagé de se limiter au cas très fréquent où le sol est un éboulis. Dans ce cas, il a été montré que le phénomène d'interaction entre le milieu et l'impactant est fortement lié au rapport entre le diamètre R_b du bloc et le diamètre moyen R_m des éléments composant le sol.

Si $R_m/R_b \ll 1$, le sol peut être considéré comme un milieu continu (Calvetti 1998). Par contre, lorsque $R_m/R_b \gg 1$, l'étude de l'impact est similaire à celle de l'interaction d'un bloc avec une dalle (Berthet-Rambaud 2004). Ces deux configurations semblent bien maîtrisées et des outils permettant de caractériser correctement l'impact dans ces cas de figure existent déjà.

Par contre, le cas où $R_m/R_b \sim 1$ n'a encore été que très peu étudié (Laouafa & Nicot 2004).

De façon à traiter ce cas de figure, l'impact du bloc sur l'éboulis est modélisé par la Méthode des Eléments Discrets. Les résultats obtenus sont traités statistiquement de façon à construire une loi d'impact stochastique.

2 Modélisation numérique du milieu

2.1 Méthode des Eléments discrets (M.E.D.)

L'éboulis étant un milieu granulaire non cohésif, la modélisation numérique de l'impact a été développée en utilisant la Méthode des Eléments Discrets (logiciel : PFC2D – Itasca 1999).

La M.E.D. (Cundall & Strack 1979) permet de décrire de manière aisée la cinématique d'une collection d'objets, pouvant interagir les uns avec les autres au droit des zones de contact.

Les interactions entre particules sont régies par une loi de contact non linéaire et hypo-élastique de Hertz-Mindlin (Mindlin & Deresiewicz 1953). Et, une loi de frottement de Coulomb est également implémentée de façon à prendre en compte les dissipations frictionnelles selon la direction tangentielle des contacts.

Par conséquent, les équations régissant les contacts (FIG. 1) sont :

$$F_n = K_n U_n^{3/2} \quad \text{avec} \quad K_n = K_n(G, \nu, R_1, R_2) \quad (1)$$

$$F_t = -\frac{\Delta U_t}{|\Delta U_t|} \min(|F_{t,el}|, |F_n \tan(\varphi)|) \quad \text{avec} \quad F_{t,el} \leftarrow F_{t,el} - K_t(G, \nu, R_1, R_2) \Delta U_t \quad (2)$$

Avec F_n = force normale de contact ; $K_n = K_n(G, \nu, R_m)$ = raideur normale de contact ; F_t = force tangentielle de contact ; $K_t = K_t(G, \nu, R_m, F_n)$ = raideur tangentielle de contact ; G = module de cisaillement ; ν = coefficient de Poisson ; R_m = diamètre moyen ; U_n = interpénétration normale ; ΔU_t = déplacement dans la direction tangentielle au contact entre les temps t et $t-\Delta t$.

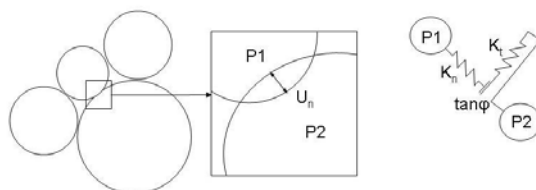


FIG. 1 – Loi de contact

A chaque pas de temps, les forces de contact sont calculées à partir de la position des particules. Puis, le déplacement de chaque particule est déterminé par résolution de la seconde loi de Newton par l'intermédiaire d'un algorithme explicite. Enfin, le déplacement calculé est appliqué à chaque particule de façon à définir leurs positions au pas de temps suivant.

2.2 Génération du milieu

Le diamètre moyen des particules du milieu est de l'ordre du diamètre R_b du bloc. Ce paramètre est fixé à $R_b = 0.40$ m. Cela correspond à la taille moyenne des blocs relevée lors d'événements réels (Azzoni et al. 1991). Par ailleurs, pour tenir compte de la poly-dispersité des éboulis naturels, la répartition volumique des particules suit une loi Normale centrée sur la valeur moyenne définie précédemment et bornée de façon à ce que le rapport entre le volume de la plus grosse particule et celui de la plus petite soit de 10 (Kirkby & Statham 1975).

La forme des particules est vraisemblablement un paramètre important. Toutefois, en première approximation, le sol est modélisé comme un assemblage de particules sphériques de façon à limiter le nombre de paramètres de l'étude.

Les paramètres locaux de la loi de Hertz-Mindlin sont définis à partir de données issues de la littérature existante (Goodman 1980) :

- module de cisaillement : $G = 40 \text{ GPa}$
- coefficient de Poisson : $\nu = 0.25$
- angle de frottement local : $\varphi = 30^\circ$

L'échantillon est construit par génération aléatoire de particules puis par dépôt sous gravité des particules jusqu'à atteindre d'un état d'équilibre.

2.3 Simulation d'un impact

La simulation d'un impact débute par la génération du milieu décrit précédemment. Puis, l'impactant est placé en contact avec l'échantillon de manière à définir précisément le point d'impact initial. Enfin, les conditions cinématiques initiales (vitesse V_i , vitesse de rotation α_i et angle d'incidence ω_i) sont appliquées au bloc.

Le début de l'impact est défini comme étant l'instant de la première interaction entre le milieu et le projectile. Et, la fin de l'impact est le moment où la composante normale de la vitesse du bloc atteint sa valeur maximale. Cet instant correspond dans la majorité des cas à la dernière interaction entre le milieu et l'impactant. Les vitesses incidentes et restituées du bloc sont relevées au début et à la fin de l'impact.

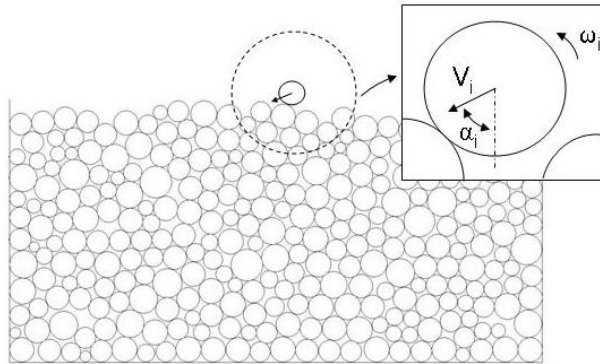


FIG. 2 – conditions initiales d'impact du bloc

2.4 Campagne d'essais numériques

La définition d'une loi statistique d'impact pour un type de bloc et un milieu donnés nécessite la réalisation de nombreuses simulations d'impact.

Une série de simulations est réalisée pour un type de bloc et un milieu donnés en faisant varier les conditions initiales cinématiques du bloc ainsi que le point d'impact. Les conditions initiales cinématiques sont totalement définies par la vitesse incidente, l'angle incident et la vitesse de rotation incidente. L'analyse de cas réels de chutes de blocs permet de définir le domaine de variation de chacune de ces grandeurs :

- $5 \text{ m/s} < V_i < 30 \text{ m/s}$
- $0^\circ < \alpha_i < 90^\circ$
- $-6 \text{ rad/s} < \omega_i < 6 \text{ rad/s}$

Une campagne d'essais numériques d'impact a été menée sur divers milieux types composés de particules sphériques. La variabilité du phénomène d'impact augmente significativement le nombre de simulations nécessaires : pour chaque milieu, 100 points d'impact et, en chaque point, 150 conditions cinématiques initiales différentes (5 vitesses, 5 vitesses de rotation et 6 angles incidents différents) sont considérées.

3 Définition d'une loi d'impact stochastique

3.1 Formulation de la loi d'impact

Les résultats des simulations sont traités de façon à définir une loi d'impact stochastique entre les vitesses incidentes et restituées du bloc. La formulation générale de cette loi est :

$$\begin{pmatrix} V_{xr} \\ V_{yr} \\ \Omega_r \end{pmatrix} = f \left(\begin{pmatrix} V_{xi} \\ V_{yi} \\ \Omega_i \end{pmatrix} \right) \quad (3)$$

Avec f = opérateur stochastique; V_{xr} = vitesse tangentielle réfléchie; V_{yr} = vitesse normale réfléchie; Ω_r = vitesse de rotation réfléchie; V_{xi} = vitesse tangentielle incidente; V_{yi} = vitesse normale incidente; Ω_i = vitesse de rotation incidente.

En admettant que l'opérateur stochastique est suffisamment régulier, il peut être approximé par son développement en série entière. Par ailleurs, comme les phénomènes en jeu sont en moyenne les mêmes en chaque point d'impact, un modèle statistique hiérarchique est développé. Cela permet de déterminer les coefficients du développement en série de f en chacun des M points d'impact et de définir une loi statistique reliant ces coefficients.

Des algorithmes de simulation basés sur l'inférence bayésienne (Gilks and al. 2001) sont utilisés pour caractériser ce modèle. Dans ce cadre, l'expression du modèle statistique hiérarchique est :

$$Re_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}(p) In_j + e_i \quad i \in [1,3] \quad p \in [1,M] \quad (4)$$

Avec $Re_i = i^{\text{ème}}$ composante du vecteur des quantités réfléchies; $In_j = j^{\text{ème}}$ composante du vecteur des quantités incidentes; e_i = différence entre les valeurs simulées et les valeurs estimées.

Les coefficients $a_{ij}(p)$ sont constants pour un point d'impact p donné et leur variabilité d'un point à un autre est décrite par une loi normale $N(m_{ij}, \sigma_{ij})$ de moyenne m_{ij} et d'écart type σ_{ij} .

Ces paramètres sont déterminés en utilisant le logiciel de traitement de données statistiques Winbugs® (Spiegelhalter and al. 2000).

La qualité des différents modèles stochastiques est évaluée par le rapport entre la variabilité expliquée par le modèle et la variabilité totale des résultats issus des simulations.

Plusieurs modèles statistiques d'impact sont comparés afin de déterminer le nombre minimal de termes du développement en série de l'opérateur f nécessaires pour définir une loi satisfaisante.

Les résultats montrent que le modèle d'impact stochastique correspondant à un développement limité d'ordre 1 fournit des résultats satisfaisants (84% de variabilité expliquée en moyenne) pour un nombre de paramètres réduit.

Cela conduit à la définition de la loi d'impact stochastique suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{xr} \\ V_{yr} \\ R_b \Omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{xi} \\ V_{yi} \\ R_b \Omega_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

Les paramètres de cette loi d'impact sont calculés pour 4 milieux différents (sol 1, sol 2, sol 3 et sol 4). Ces milieux vérifient l'ensemble des caractéristiques mécaniques et géométriques décrites précédemment. La seule différence entre eux est l'arrangement spatial des particules.

Les résultats de ce calcul montrent une faible variabilité des paramètres due à divers phénomènes locaux comme, par exemple, la ségrégation locale de particules de petite taille au dessus d'un lit de particules de grosse taille. Ces effets locaux sont identifiés et les simulations correspondantes sont écartées lors de la définition des coefficients de la loi stochastique.

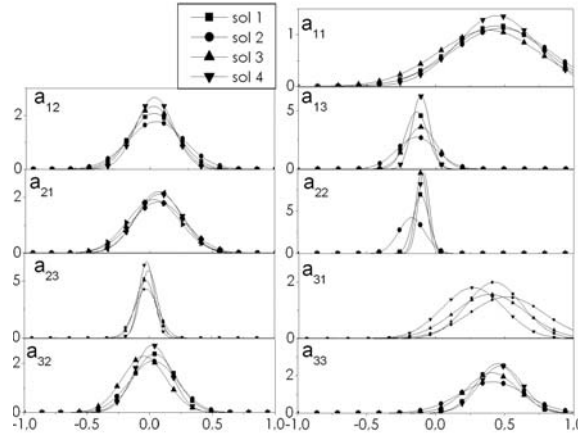


FIG. 3 – Fonction de répartition des paramètres de la loi d'impact d'ordre 1

3.2 Discussion

L'analyse de la loi d'impact obtenue dans des configurations simples permet d'étudier l'accord de celle-ci avec les résultats classiques observés.

Tout d'abord, dans le cas d'un impact normal ($V_{xi}=0$ and $\omega_i=0$), la moyenne de la vitesse tangentielle restituée est nulle. Cela signifie que l'impact d'un bloc à incidence normale est en moyenne réfléchi normalement au sol conformément aux résultats classiques.

En outre, la vitesse tangentielle restituée est, en grande partie, due à la vitesse tangentielle incidente ainsi qu'à la vitesse de rotation incidente car $m_{11} > m_{12}$ et $m_{13} > m_{12}$. Et, les valeurs élevées des coefficients m_{13} et m_{31} mettent en évidence les échanges entre énergie cinétique de rotation et énergie cinétique de translation au cours de l'impact. Cela correspond là aussi aux résultats classiques obtenus lors d'essais de terrain (Pfeiffer & Bowen 1989).

Le modèle construit peut également être comparé aux modèles issus de travaux antérieurs. La plupart des modèles utilisés dans les logiciels de trajectographie utilisent un ou deux coefficients pour traduire le phénomène d'impact. Dans ces modèles, la vitesse de rotation est généralement calculée à partir de la vitesse réfléchie. Comme les modèles classiques sont définis pour une gamme de sol très vaste, les coefficients de restitution sont constants quels que soient la granulométrie et la profondeur du milieu. Et, une pondération aléatoire est également apportée pour traduire le caractère stochastique du phénomène d'impact (Azimi et al. 1982).

Contrairement aux modèles classiques, la loi d'impact stochastique prend directement en compte le caractère statistique du phénomène d'impact ainsi que l'influence du type de sol et de la vitesse incidente du bloc durant le calcul des coefficients a_{ij} .

Néanmoins, on peut comparer les coefficients classiques à ceux de la loi stochastique.

Les coefficients utilisés usuellement sont (Guzzetti and al. 2002) :

$$R_x^{\text{det}} = \frac{V_{xr}}{V_{xi}} \text{ et } R_y^{\text{det}} = \frac{V_{yr}}{V_{yi}} \quad (6)$$

Des coefficients similaires peuvent être définis dans le cadre de la loi d'impact stochastique :

$$\mathbf{R}^{\text{st}} = \begin{bmatrix} R_x^{\text{st}} \\ R_y^{\text{st}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{12} \frac{V_{yi}}{V_{xi}} + a_{13} \frac{R_b \Omega_i}{V_{xi}} \\ a_{21} \frac{V_{xi}}{V_{yi}} + a_{23} \frac{R_b \Omega_i}{V_{yi}} \end{bmatrix} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \quad (7)$$

\mathbf{R}^{st} se compose de deux termes :

- un terme principal \mathbf{A} comparable aux coefficients classiques et fournissant une information statistique supplémentaire par rapport à eux.
- un terme \mathbf{B} prenant en compte la nature stochastique du couplage entre les différentes composantes de la vitesse généralisée.

4 Conclusion

L'utilisation de la Méthode des Eléments Discrets a permis une compréhension satisfaisante des phénomènes en jeu lors de l'impact d'un bloc sur un éboulis. L'étude statistique complète des résultats a par ailleurs permis la définition d'une loi d'impact stochastique.

La comparaison des résultats issus de cette loi avec les données provenant de la littérature montre son adéquation avec la réalité dans le cadre de l'étude. Par ailleurs, l'étude comparative de la loi obtenue avec les lois classiques utilisées en trajectographie met en évidence les relations directes entre les coefficients de restitution classiques et ceux de la loi. Contrairement aux modèles classiques, la loi définie inclut directement les effets simples et couplés des divers paramètres. De plus, la nature stochastique de l'impact est directement prise en compte.

La possibilité de construction d'une loi d'impact stochastique dans ce cadre ayant été démontrée, une phase de simulation numérique intensive peut être amorcée de façon à étudier l'influence de paramètres identifiés lors d'essais préliminaires (taille relative du bloc par rapport aux pierres de l'éboulis, forme des particules, profondeur du sol...) sur la loi d'impact.

5 Références

- Azimi, C.; Desvareux, P.; Giraud, A. ; Martin-Cochet J.; Rochet, L. 1982. Méthode de calcul de la dynamique des chutes de blocs, application à l'étude du versant de la montagne de la Pale (Vercors). *Bull. Liaison de Ponts-et-Chaussées* 122: 93-102.
- Azzoni, A.; Rossi P.P.; Drigo E. ; Giani G.P.; Zaninetti A. 1991. In situ observations of rockfalls analysis parameters. In Bell (ed.), *Landslides*: 307-314. Rotterdam: Balkema.
- Berthet-Rambaud, P. 2004. Structures rigides soumises aux avalanches et chutes de blocs: modélisation du comportement mécanique et caractérisation de l'interaction « phénomène-ouvrage », *Thèse de Doctorat, Cemagref – Groupement de Grenoble* :
- Cundall, P.A. & Strack, O.D.L. 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique* 29: 47-65.
- Calveti, F. 1998. Distinct Element evaluation of the rock-fall design load for shelters. *Rivista Italiana di geotecnica* 32-3: 63-83.
- Gilks, W.R.; Richardson, S.; Spiegelhalter, D.J. 2001. Markov Chain Monte Carlo in Practice. New-York: Chapman & Hall.
- Goodman, R.E. 1980. *Introduction to rocks mechanics*. Boston: PWS Publishing Company.
- Guzzetti, F.; Crosta, G.; Detti, R.; Agliardi F. 2002. STONE: a computer program for the three dimensional simulation of rock-falls. *Computer & Geosciences* 28: 1079-1093.
- Itasca Consulting Group. 1999. PFC2D User's manual. Minneapolis: 1999
- Kirkby, M.J. & Statham I. 1975. Surface movement and scree formation. *Journal of geology* 83: 349-362.
- Laouafa, S. & Nicot, F. 2003. Modélisation numérique de l'impact d'un bloc rocheux sur un sol composé d'éboulis. *Revue Française de Géotechnique* 109: 87-97.
- Mindlin, R.D. & Deresiewicz, H. 1953. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *Journal of Applied Mechanics* 20: 327-344.
- Pfeiffer, T.J. & Bowen, T.D. 1989. Computer simulations of rockfalls. *Bulletin of the Association of Engineering Geologists* 26: 135-146.
- Spiegelhalter, D.J.; Thomas, A.; Best, N. 2000. WinBUGS Version 1.3 User Manual.