

Modélisation Numérique de l'écoulement océanique dans la région du Golfe du Mexique

Clemente RODRIGUEZ, Eric SERRE & Claude REY

*Modélisation et Simulation Numérique en Mécanique & Génie des Procédés
MSNM-GP (L3M) UMR 6181
CNRS/Universités Aix-Marseille I, II & III
IMT La Jette - Technopôle de Château-Gombert
38, rue Frédéric Joliot Curie 13451 Marseille Cedex 20 FRANCE
cuevas@L3m.univ-mrs.fr*

Résumé :

L'étude de la circulation océanique dans le Golfe du Mexique est motivée par des raisons économiques et environnementales au travers de l'activité pétrolière et de son rôle dans le processus de formation du Gulf-Stream. Dans ce travail, une modélisation numérique de cet écoulement est proposée au moyen d'un code de calcul parallélisé (YXMP-3D) pour la résolution des équations en eau peu profonde. L'approximation spatiale est assurée par une méthode aux différences finies avec une formulation semi-implicite, et un traitement des termes d'advection au moyen d'une méthode des caractéristiques avec une interpolation au second ordre. La dynamique du phénomène de « Loop Current » est étudiée au moyen de différentes simulations numériques et un bon accord est obtenu avec les résultats de la littérature.

Abstract :

The study of ocean circulation in the Gulf of Mexico is important for a number of economic and environmental reasons including the presence of oil exploitation and also its role in the formation of the Gulf Stream. A numerical model, using a parallel code (YXMP-3D) to solve the shallow water equations, is presented and discussed. A finite difference method is used to obtain spatial approximation with a semi-implicit formulation. The characteristics method with interpolation of the second order is used to solution the convective terms. Various numerical simulations were completed to study "The Loop Current" dynamic and the results obtained are in agreement with the literature.

Mots-clefs : loop current; surface libre ; Golfe du Mexique

1 Introduction

Les écoulements à surface libre correspondent à un des axes de recherche en développement constant depuis de nombreuses années. Il s'agit de toujours mieux prendre en compte la complexité de ces écoulements réels que l'on rencontre dans de nombreuses applications industrielles ou environnementales. Ainsi cette thématique est d'un intérêt stratégique : les barrages hydrauliques, les centrales thermiques (énergie fossile ou nucléaire), les bords de mer ou de rivière, les plateformes pétrolières sont autant d'ouvrages qui interagissent avec un environnement aquatique qu'il faut protéger et dont il faut se protéger. La qualité de l'eau, les courants marins sont autant de questions cruciales à appréhender. Pour tous ces domaines d'application une maîtrise de la mécanique des fluides à surface libre avec interaction des champs scalaires (salinité, température) et des frontières (rivages, atmosphère) est indispensable (Hervouet 2003).

L'objectif ici est de modéliser et comprendre la dynamique de l'écoulement dans la région du golfe du Mexique, remarquable de part la variabilité et l'intensité de ses courants provoqués par l'interaction entre les eaux chaudes remontantes le long de l'Amérique du Sud et les eaux froides de l'Atlantique Nord. On s'intéresse en particulier au phénomène du *Loop*

Current, caractérisé par un détachement une ou deux fois par an en moyenne d'un tourbillon anticyclonique de grande taille, 300 à 400 km (Hulburt *et al.* 1980, Leiper 1970, Behringer *et al.* 1977), et jusqu'à 800 m de profondeur environ (Elliot 1982, Vidal *et al.* 1992). Ce tourbillon d'eau chaude apparaît lorsque le courant du Yucatan orienté Sud/Nord-Est atteint son maximum de pénétration dans le golfe du Mexique. Lorsque la pénétration devient maximale, la structure se déstabilise, entraînant le détachement d'une partie des eaux chaudes vers le nord et l'est. Le tourbillon entame une migration vers l'ouest à faible vitesse, de l'ordre de 3 km par jour. Sa vitesse de rotation est de l'ordre du mètre par seconde. Lors de sa course dans le Golfe du Mexique, il va s'affaiblir en approchant les côtes mexicaines. La périodicité de ce phénomène de détachement est de l'ordre de 7 à 20 mois (Molinari *et al.* 1978), avec une prédominance pour les périodes inférieures à une année. Si sa dynamique est observable à partir des images satellitaires, son mécanisme de formation demeure une question relativement ouverte.

Dans ce travail, la dynamique grande échelle est étudiée au moyen d'un code numérique différence-finie au second-ordre pour la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées avec surface libre. Dans ce code parallélisé sur un cluster de PC, deux modèles ont été considérés : un modèle simplifié dit à gravité réduite dans lequel il n'y a qu'une seule couche active, et un modèle baroclinique multi-couches, dans lequel les flux de quantité de mouvement entre les couches sont autorisés.

Les résultats obtenus dans cette étude montrent un accord raisonnable avec les observations satellitaire, aussi bien dans les dimensions du tourbillon que dans sa trajectoire. Les effets de stratification thermique et/ou saline, entraînant une stratification verticale de la densité, sont montrés nécessaires à l'apparition de ce phénomène

2 Modélisation mathématique

Les équations tridimensionnelles considérées se dérivent des équations de Navier-Stokes pour des variables moyennées (au sens de la turbulence) et avec une hypothèse de pression hydrostatique (Cassulli *et al.* 1992, Hervouet 2003) :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \left(1 - \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} \right) \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} - g \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_z^h \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} dz' \right) + (f_{cor})_v \quad (1)$$

$$+ 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mathbf{n}_r^H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mathbf{n}_r^H \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mathbf{n}_r^V \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -g \left(1 - \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} \right) \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial y} - g \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_z^h \frac{\Delta \mathbf{r}}{\mathbf{r}_0} dz' \right) - (f_{cor})_u + \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\mathbf{n}_r^H \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mathbf{n}_r^H \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mathbf{n}_r^V \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Où $u(x,y,z,t)$, $v(x,y,z,t)$ et $w(x,y,z,t)$ sont les composantes de la vitesse moyennée. Les directions horizontales et verticale sont notées (x, y) , (z) respectivement. t est le temps, $\mathbf{h}(x,y,t)$ est l'élévation de la surface de l'eau à mesurer à partir de la surface de l'eau non perturbée. g est l'accélération de la pesanteur, f_{cor} est le paramètre de Coriolis ($f_{cor} = f_0 + \mathbf{b}(y - y_0)$), $\mathbf{r}(x,y,z,t)$ est la densité et $\mathbf{r}_0(x,y,z)$ est la densité initiale $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$. \mathbf{n}_r^H , \mathbf{n}_r^V sont les coefficients de friction horizontale et verticale, respectivement. $\mathbf{n}_r^H = 1000$, (Roache 1972) et pour \mathbf{n}_r^V on utilise l'équation donné par Stansby (2003).

Les conditions de frontière sur la surface libre sont données par les contraintes dues au vent :

$$\mathbf{n}_T^v \frac{\partial u}{\partial z} = \mathbf{t}_x^w \quad \mathbf{n}_T^v \frac{\partial v}{\partial z} = \mathbf{t}_y^w \quad (4)$$

Les conditions de frontière sur le fond sont données par l'équation de Manning-Chezy qui permet de prendre en compte le frottement au travers du coefficient de Chézy Cz :

$$\mathbf{n}_T^v \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{g\sqrt{u^2 + v^2}}{Cz^2} u \quad \mathbf{n}_T^v \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{g\sqrt{u^2 + v^2}}{Cz^2} v \quad (5)$$

3 Modélisation numérique

La modélisation numérique est basée sur une méthode aux différences finies avec une formulation semi-implicite.

Pour le calcul des variables vitesse et pression, des maillages décalés sont utilisés (Arakawa C, Arakawa, *et al.* 1977) tant sur les plans horizontaux que sur les plans verticaux (figure 1).

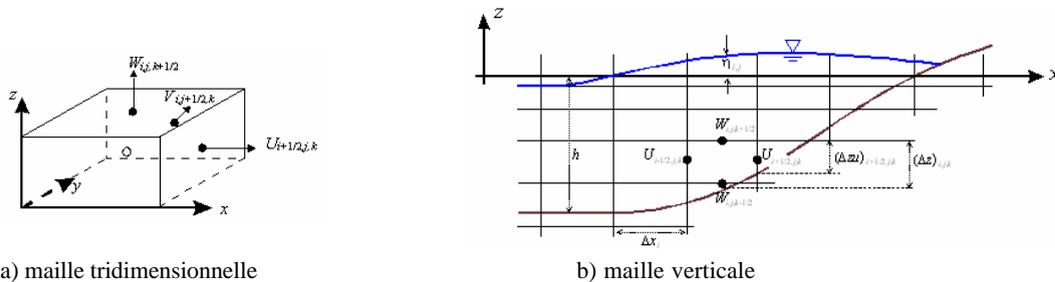


FIG. 1 – Maillage dans la méthode de différence finie.

Où les symboles \circ représentent les scalaires et les symboles $\bullet \rightarrow$ représentent les composants du vecteur vitesse.

Pour l'advection on utilise la méthode des caractéristiques avec une interpolation au deuxième ordre qui a l'avantage d'être beaucoup moins diffusive que l'interpolation au premier ordre considérée initialement. Des résultats obtenus dans le cas de la modélisation du sillage derrière un modèle d'île conique ont parfaitement illustré cela en permettant de retrouver les amplitudes de vitesse mesurées en expérience (Rodriguez *et al.* 2005).

Une discrétisation en deuxième ordre, explicite, lagrangienne est ainsi utilisée pour résoudre la diffusion horizontale (Rodriguez *et al.* 2005). Les échanges d'informations entre les couches verticales sont exprimés en un système tridiagonal d'équations reliant les vitesses horizontales de chaque niveau vertical, au gradient horizontal de l'élévation de la surface libre de l'eau (gradient de pression barotropique) (eq : 6-7). Une expression pour la solution de ce système peut alors s'écrire en termes du gradient de pression barotropique (Casulli *et al.* 1992).

Substituant les solutions dans l'équation de continuité intégrée sur la verticale, on obtient un système penta diagonal dont la seule inconnue est l'élévation de la surface de l'eau (eq : 8). Un tel système est défini symétrique et positif et peut être résolu efficacement et parallèlement en employant la méthode de Gauss- Seidel parallèle. Par substitution directe du gradient de pression barotropique connu, la vitesse horizontale pour chaque couche verticale peut être calculée. Finalement, la composante verticale de la vitesse peut être calculée par intégration de l'équation de continuité. On note que si on utilise une seule couche verticale dans la formulation, le système à résoudre sera un système bidimensionnel ce qui correspond à un cas particulier d'application. Si on introduit un couplage avec une équation de transport, on peut

s'orienter vers l'étude de nouveaux modèles de type Saint-Venant multicouche ainsi que de type Saint-Venant baroclinique.

$$\mathbf{A}_{i+1/2,j}^n \mathbf{U}_{i+1/2,j}^{n+1} = \mathbf{G}_{i+1/2,j}^n - g \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{h}_{i+1,j}^{n+1} - \mathbf{h}_{i,j}^{n+1}) \Delta \mathbf{Z} \mathbf{h}_{i+1/2,j}^n \quad (6)$$

$$\mathbf{A}_{i,j+1/2}^n \mathbf{V}_{i,j+1/2}^{n+1} = \mathbf{G}_{i,j+1/2}^n - g \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{h}_{i,j+1}^{n+1} - \mathbf{h}_{i,j}^{n+1}) \Delta \mathbf{Z} \mathbf{h}_{i,j+1/2}^n \quad (7)$$

$$\mathbf{h}_{i,j}^{n+1} = \mathbf{h}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [(\Delta \mathbf{Z}_{i+1/2,j})^T \mathbf{U}_{i+1/2,j}^{n+1} - (\Delta \mathbf{Z}_{i-1/2,j})^T \mathbf{U}_{i-1/2,j}^{n+1}] - \frac{\Delta t}{\Delta y} [(\Delta \mathbf{Z}_{i,j+1/2})^T \mathbf{V}_{i,j+1/2}^{n+1} - (\Delta \mathbf{Z}_{i,j-1/2})^T \mathbf{V}_{i,j-1/2}^{n+1}] \quad (8)$$

Ensuite on calcule la composante verticale de la vitesse en utilisant l'équation de continuité (Casulli *et al.* 1992). Etant donné le nombre de points des maillages, la résolution des équations demande des ressources informatiques importantes, aussi les calculs sont effectués sur PC Cluster parallèle.

Nous donnons pour information, les caractéristiques du cluster utilisé dans le cadre de notre simulation. Le cluster est une machine scalaire appelée CHŒUR avec 27 nœuds biprocesseur AMD Athlon MP2000 / 1666 MHz (2 Go RAM, 4 disques SCSI de 890 Go en RAID5) et 25 nœuds MP1800+/1525MHz. On a fait des tests pour connaître le Speed Up du code. On peut observer dans la figure 2 que jusqu'à 5 processeur la pente est égale à la pente optimale et que jusqu'à 12 processeur la pente commence à décroître.

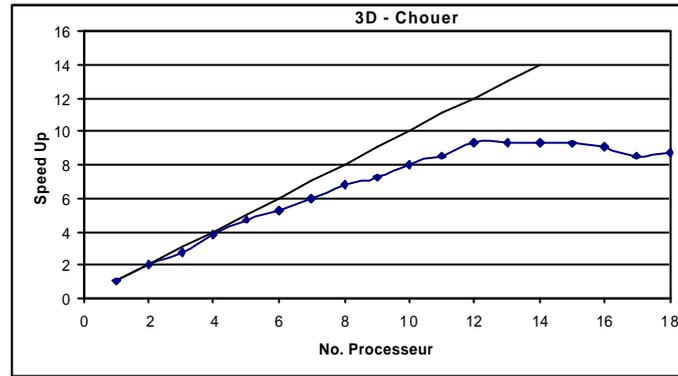


FIG. 2 – Speed Up.

4 Modélisation du phénomène du « Loop Current »

Le maillage est composé de 77 616 éléments rectangulaires ($84 \times 66 \times 14$) avec une taille de maille de $20 \text{ km} \times 20 \text{ km} \times 57 \text{ m}$. L'entrée a une largeur de 140 km et la sortie de 120 km (figure 3). Pour les simulations numériques, 6 processeurs ont été utilisés.

Pour cette configuration, on a considéré que la profondeur maximale était de 800m, c'est-à-dire que toutes les profondeurs supérieures sont ramenées à cette valeur. Cette hypothèse est basée sur la hauteur caractéristique du tourbillon anticyclonique qui est voisine de 800m (Elliot 1982 et Vidal *et al.* 1992) et permet une réduction du coût de calcul (discrétisation verticale) en simulation 3D. D'autre part cette hypothèse est raisonnable parce que elle crée une thermocline qui bloque tout mouvement en dessous de 800m ce qui correspond à une stratification réaliste de l'écoulement dans cette région. Pour les conditions de frontière, on a considéré que le courant de Yucatan entre dans le golfe du Mexique avec un débit constant de 30 Sv ($30 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$) (Hulburt *et al.* 1980), et une température de 30°C . Pour la condition de sortie une condition d'Orlansky pour les vitesses et la température a été utilisée (Treguier *et al.* 2001).

La condition initiale est le repos c'est-à-dire avec une élévation de la surface de l'eau non perturbée, vitesse zéro et un température de 20 °C.

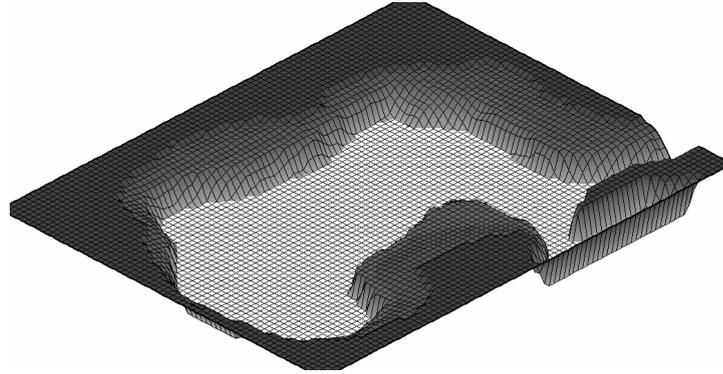


FIG. 3 – Maillage utilisé taille de maille 20 km × 20 km × 57 m.

Les caractéristiques physiques et dynamiques du tourbillon sont en bon accord avec les observations satellitaires (Figures 4 et 5). La taille du tourbillon obtenu de 350 km (voisine des mesures qui l'estiment entre 300 et 500km), sa vitesse de migration vers l'ouest est de l'ordre de 4,3 km par jour et sa vitesse de rotation est de 0,69 m s⁻¹ (Leiper 1970, Behringer *et al.* 1977).

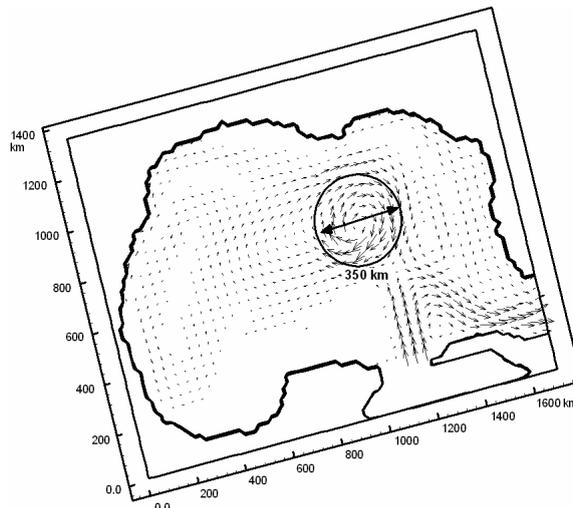


FIG. 4 – Taille du tourbillon.

Avec cette vitesse de translation la période de détachement tourbillonnaire est de 6 mois en bon accord aussi avec la littérature (Molinari *et al.* 1978). Lors de son déplacement dans le Golfe du Mexique, le tourbillon s'affaiblit en approchant les côtes mexicaines et se désagrège en tourbillons plus petits au contact du plateau continental mexicain (figure 5).

5 Conclusions

Bien qu'il existe un certain nombre de codes dans la littérature aptes à résoudre le système de Saint-Venant, notre principal objectif a été de développer un code "ouvert" simple, facile d'accès et facilement adaptable ayant de plus la capacité d'être mise en œuvre sur la plupart des machines. Un code parallèle (YXMP-3D) basée sur une méthode aux différences finies du second-ordre a été présenté.

Ce travail met en évidence la capacité du code YXMP-3D à étudier avec précision des écoulements en eau peu profonde prenant en compte des obstacles et des zones sèches.

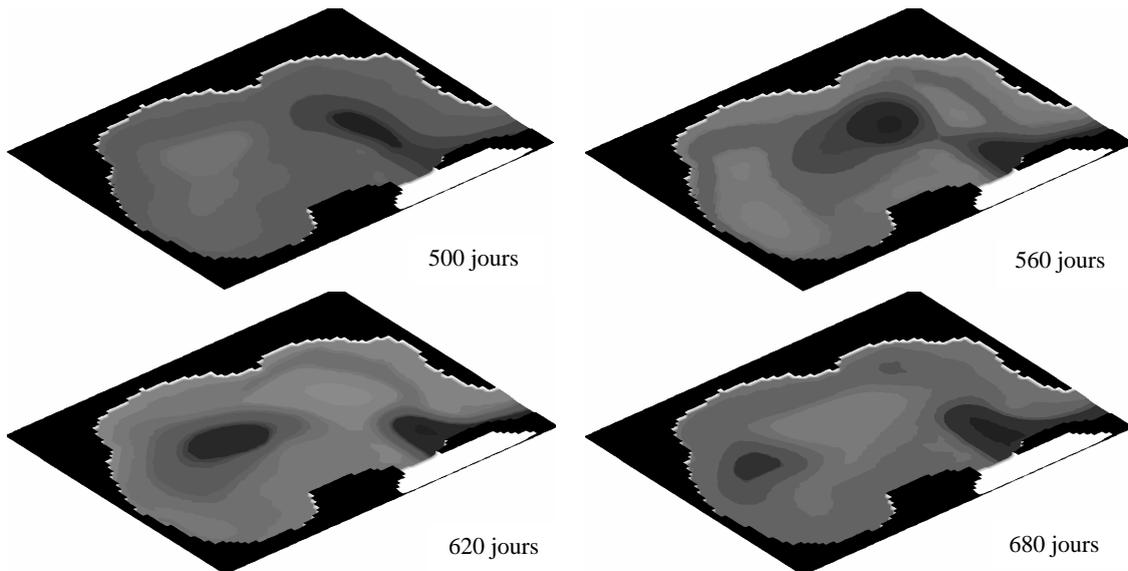


FIG. 5 – Détachement tourbillonnaire.

Références

- Arakawa, A. & Lamb, V.R. 1977 Computational design of the basic processes of the UCLA general circulation model. *Meth. Comp. Phys.* **17**, 174-265
- Behringer, D.W., Molinari R.L. & Festa, J.F. 1977 The variability of the anticyclonic current patterns in the Gulf of Mexico. *J. Geophys. Res.* **83**, 6163-6172.
- Casulli, V. & Cheng, R.T. 1992 Semi-implicit finite difference methods for three-dimensional shallow water flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids.* **15**, 629-648
- Elliot, B.A. 1982 Anticyclonic rings in the Gulf of Mexico. *J. Phys. Oceanogr.* **12**, 1292-1309.
- Hervouet, J.M. 2003 Hydrodynamique des écoulements à surface libre. *Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, ISBN-10 :2859783792
- Hulburt, H.E. & Thompson, J.D. 1980 A numerical study of Loop Current intrusions and eddy shedding. *J. Phys. Oceanogr.* **10**, 1611-1651.
- Leiper, D. F. 1970 A sequence of currents patterns in the Gulf of Mexico. *J. Geophys. Res.* **75**, 8607-8620.
- Molinari, R.L., Festa, J.F. & Behringer, D.W. 1978 The circulation in the Gulf of Mexico derived from estimated dynamic height fields. *J. Phys. Oceanogr.* **8**, 987-996
- Rodriguez C., Serre, E., Rey, C., & Ramirez, H. 2005 A numerical model for shallow water flows: dynamics of the eddy shedding. *WSEAS Transactions on environment and development* **1**, 280-287
- Roache, P.J. (1972) *Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers Albuquerque N.M.
- Stansby, P. K. (2003) A mixing-length model for shallow turbulent wakes. *J. Fluid Mech.* **495**, 369-384
- Tréguier, A.M., Barnier, B., De Miranda, A., Molines, J.M., Grima, N., Imbard, M., Madec, G., Messenger, C., Raynaud, T. & Michel, S. (2001) An eddy permitting model of the Atlantic circulation: evaluating open boundary. *J. Geophys. Res.* **106**, 22115-22114.
- Vidal, V.M., Vidal, F.V. & Perez-Molero, J.M. 1992 Collision of a Loop Current anticyclonic ring against the continental shelf slope of the western Gulf of Mexico. *J. Geophys. Res.* **99**, 2155-2172.