

Modélisation et analyse d'un chariot mobile du Radiotélescope de Nançay

David DELOUCHE^{1,2}, Frédéric KRATZ¹ & François TATAT²

¹Laboratoire de Vision et Robotique

ENSI de Bourges, 88 boulevard Lahitolle - 18020 BOURGES cedex

²Station de Radioastronomie de Nançay / Observatoire de Paris

Route de Souemes - 18330 NANÇAY

david.delouche@ensi-bourges.fr

Résumé :

Le but de cette étude est de modéliser le déplacement du chariot mobile du Radiotélescope de Nançay afin de pouvoir mettre en place une méthode de diagnostic. Le principe de cette méthode est de transformer les équations du modèle de manière à obtenir des relations particulières appelées RRA : Relations de Redondance Analytiques qui ne lient que des grandeurs connues. Elles permettent de détecter et de localiser les défauts grâce à la table de signatures des défauts. Des simulations illustrent cette méthode.

Abstract :

The goal of this study is to model the moving of the mobile cart of the Radiotelescope of Nançay in order to be able, to set up a method of diagnosis. The principle of this method is to transform the equations of the model so as to obtain called particular relations ARR: Analytical Redundancy Relations which bind only known variables. They make it possible to detect and locate the faults thanks to the table of signatures of the faults. Simulations illustrate this method.

Mots-clefs :

Modélisation ; Diagnostic ; Système non-linéaire.

1 Introduction

L'étude développée dans cet article porte sur le foyer mobile du Radiotélescope de Nançay. En effet, en dehors des interventions techniques programmées, le Radiotélescope doit fonctionner 24 heures sur 24, 7 jours sur 7, bien que la surveillance humaine soit limitée à 16 heures par jour, en raison de la diminution des effectifs. Afin de pérenniser le Radiotélescope à l'échelle de 10 à 15 ans, mais aussi pour répondre à l'accroissement des demandes de temps d'observation, le personnel en charge de l'instrument a pour priorité de faire progresser le niveau de la fiabilité. Dans ce contexte, la mise en place d'un outil de diagnostic apte à détecter tout incident de fonctionnement susceptible de perturber les observations faites avec le radiotélescope, est une solution applicable à l'ensemble des éléments mis en mouvement.

Dans ce cadre, nous nous intéressons dans un premier temps à la modélisation du déplacement longitudinal du chariot qui compense la rotation de la Terre. Les équations d'états non linéaires de ce modèle vont nous permettre de développer une méthode de diagnostic basée sur les Relations de Redondance Analytiques (RRA). Ces relations comparables à des relations Entrées/Sorties ne doivent faire apparaître que des grandeurs connues. Les performances de la méthode proposée sont illustrées à travers des simulations numériques.

Ce projet, mis en place grâce au Pôle Capteurs Automatismes de Bourges, est réalisé grâce à la coopération de fonds européens (FEDER, FSE), de fond de l'état français (FRED), de fonds de la Région Centre et du département du Cher.

2 Modélisation du déplacement longitudinal du chariot mobile

Le déplacement longitudinal du chariot est le mouvement principal et a pour objet de compenser la rotation de la Terre. Ce mouvement est réalisé à l'aide d'organes hydrauliques (servovalves, moteurs à pistons radiaux) de manière à minimiser les problèmes de compatibilité électromagnétique qui peuvent perturber les observations radioélectriques.

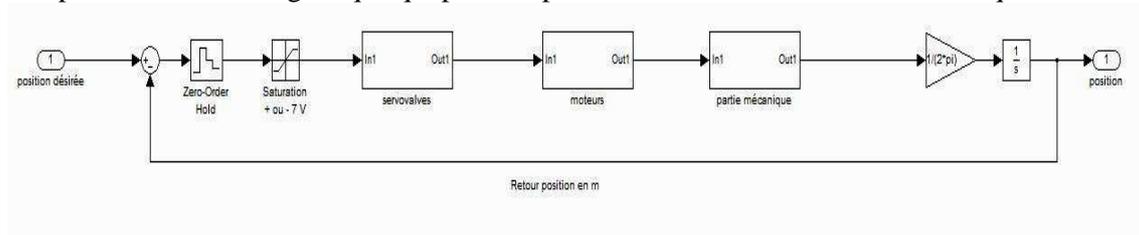


FIG. 1 – Schéma Simulink® du mouvement longitudinal.

2.1 Les servovalves

La servovalve peut être assimilée à un filtre passe bas du 2^{ème} ordre (Fréquence de coupure : $F_c = 50 \text{ Hz}$, facteur d'amortissement : $\zeta = 0,7$), alors l'équation physique du débit $Q(t)$ de sortie de la servovalve s'écrit :

$$S_3 * \frac{d^2 Q}{dt^2}(t) + S_2 * \frac{dQ}{dt}(t) + S_1 * Q(t) = K_S * U_1(t) \quad (1)$$

avec $Q(t)$ le débit de sortie (m^3/s) de la servovalve et $U_1(t)$ la commande électrique (V).

Les deux servovalves (notées Ouest et Est) sont identiques, nous trouvons alors les coefficients notés (S_{1i} , K_{SO}) et (S_{2i} , K_{SE}) qui désignent respectivement ceux de la servovalve Ouest et ceux de la servovalve Est. Ces différences sont là pour bien tenir compte que les organes sont rigoureusement identiques bien qu'ils soient du même type et de la même marque mais également pour tenir compte de leur vieillissement.

2.2 Les moteurs hydrauliques

L'équation régissant la relation entre les différents débits et la pression est :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP}{dt}(t) = \frac{2\beta}{V_0} (Q(t) - Q_t(t) - Q_f(t) - Q_{lin}(t)) \\ Q_f(t) = K_f \cdot P(t) \\ Q_{lin}(t) = K_{pq} \cdot P(t) \\ Q_t(t) = \frac{\text{Cylindrée}}{2\pi} \cdot \frac{d\theta}{dt}(t) \\ C_m(t) = K_{mot} \cdot P(t) \end{array} \right. \quad (2)$$

avec P : pression (Pa)

Q_c : débit de consigne issu de la servovalve (m^3/s)

Q_f : débit de fuite (m^3/s)

Q_{lin} : terme de linéarisation assimilable à de l'amortissement (m^3/s)

C_m : couple moteur (N.m)

θ : position angulaire du chariot (rad)

L'équation (2) peut s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt}(t) = A * (Q(t) - \frac{\text{Cylindrée}}{2\pi} \cdot \frac{d\theta}{dt}(t) - (Kf + Kpq) * P(t)) \\ Cm(t) = Kmot * P(t) \end{cases} \quad (3)$$

Le chariot présente également deux moteurs qui pour les mêmes raisons que celles des servovalves, seront désignés par Ouest et Est.

2.3 Équations de la mécanique

Les équations de la mécanique représentant la dynamique d'ensemble du chariot mobile ainsi que la prise en compte des frottements secs (loi de coulomb, Canudas de wit (1999)) entre la roue d'entraînement et le rail de guidage s'écrivent :

$$\begin{cases} J \frac{d^2\theta}{dt^2}(t) + f \frac{d\theta}{dt}(t) = Cm(t) - Cr(t) \\ Cr(t) = Kfro * \arctan(\alpha * \frac{d\theta}{dt}(t)) \end{cases} \quad (4)$$

avec :

- J : inertie (kg/m^2)
- θ : position angulaire (rad)
- f : frottement visqueux ($Nm/rad.s^{-1}$)
- Cm : couple moteur ($N.m$)
- Cr : frottements secs ($N.m$)

2.4 Représentation d'état

Les équations (1 à 4) décrivant les phénomènes physiques mis en jeu lors du mouvement longitudinal peuvent s'écrire sous la forme d'équation d'états en posant :

- x_1 : débit de sortie de la servovalve Ouest (m^3/s)
- x_2 : dérivée du débit de sortie de la servovalve Ouest (m^3/s^2)
- x_3 : débit de sortie de la servovalve Est (m^3/s)
- x_4 : dérivée du débit de sortie de la servovalve Est (m^3/s^2)
- x_5 : variation de pression aux bornes du moteur Ouest (Pa)
- x_6 : variation de pression aux bornes du moteur Est (Pa)
- x_7 : vitesse angulaire du chariot (rad/s)
- x_8 : position du chariot (m)
- u_1 : commande de la servovalve Ouest (V)
- u_2 : commande de la servovalve Est (V)

Le chariot mobile est instrumenté de cinq capteurs (débits, différences de pression et position) qui mesurent les états x_1 , x_3 , x_5 , x_6 et x_8 . L'outil de diagnostic développé, sera intégré dans le contrôle-commande du chariot. Pour cela, nous devons discrétiser notre modèle afin de pouvoir l'implémenter. L'approximation d'Euler $\frac{dx}{dt}(t) = \frac{x(k+1) - x(k)}{Te}$ (Te : période d'échantillonnage) permet d'obtenir de bons résultats sur notre modèle. De plus, nous avons un problème de conditionnement des valeurs des états, en effet nous avons un rapport maximal de

l'ordre de 10^{24} entre le coefficient A (10^{12}) et les coefficients Kf et Kpq (10^{12}). La normalisation implique que le vecteur d'états est exprimé en pourcentage. On obtient alors le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1n}(k+1) = x_{1n}(k) + Te \cdot x_{2n}(k) \\ x_{2n}(k+1) = -\frac{S_{11}}{S_{13}} Te \cdot x_{1n}(k) - \frac{S_{12}}{S_{13}} Te \cdot x_{2n}(k) + \frac{K_{SO}}{S_{13} \cdot \alpha_2} Te \cdot u_1(k) \\ x_{3n}(k+1) = x_{3n}(k) + Te \cdot x_{4n}(k) \\ x_{4n}(k+1) = -\frac{S_{21}}{S_{23}} Te \cdot x_{3n}(k) - \frac{S_{22}}{S_{23}} Te \cdot x_{4n}(k) + \frac{K_{SE}}{S_{13} \cdot \alpha_4} Te \cdot u_2(k) \\ x_{5n}(k+1) = \frac{A \cdot \alpha_1}{2 \cdot \alpha_5} Te \cdot (x_{1n}(k) + x_{3n}(k)) + (1 - A \cdot Te \cdot (Kfo + Kpqo)) \cdot x_{5n}(k) - A \cdot cyl \frac{\alpha_7}{\alpha_5} Te \cdot x_{7n}(k) \\ x_{6n}(k+1) = \frac{A \cdot \alpha_1}{2 \cdot \alpha_6} Te \cdot (x_{1n}(k) + x_{3n}(k)) + (1 - A \cdot Te \cdot (Kfe + Kpqe)) \cdot x_{6n}(k) - A \cdot cyl \frac{\alpha_7}{\alpha_6} Te \cdot x_{7n}(k) \\ x_{7n}(k+1) = \frac{Kmoto \cdot Kred \cdot \alpha_5}{J \cdot \alpha_7} Te \cdot x_{5n}(k) + \frac{Kmote \cdot Kred \cdot \alpha_6}{J \cdot \alpha_7} Te \cdot x_{6n}(k) + (1 - \frac{f}{J} Te) \cdot x_{7n}(k) \\ \quad - \frac{Kfro}{J \cdot \alpha_7} Te \cdot \arctan(\alpha \cdot \alpha_7 \cdot x_{7n}(k)) \\ x_{8n}(k+1) = x_{8n}(k) + \frac{\alpha_7}{2 \cdot \pi \cdot \alpha_8} Te \cdot x_{7n}(k) \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(k) = \alpha_1 \cdot x_1(k) \\ y_2(k) = \alpha_3 \cdot x_3(k) \\ y_3(k) = \alpha_5 \cdot x_5(k) \\ y_4(k) = \alpha_6 \cdot x_6(k) \\ y_5(k) = \alpha_8 \cdot x_8(k) \end{array} \right.$$

avec y_i les mesures des capteurs, $K_{SO} = K_{SE} = 0.05/600 \text{ m}^3/s/V$; $S_{11} = S_{21} = 1$; $S_{12} = S_{22} = 4.45 \cdot 10^{-3}$; $S_{13} = S_{23} = 10^{-5}$; $Kfo = Kfe = 3 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/s$; $Kpqo = Kpqe = 9,9 \cdot 10^{-12} \text{ m}^3/s$; $cyl = 33 \cdot 10^{-6} / (2 \cdot \pi \cdot 45) \text{ m}^3/s$; $f = 400 \text{ Nm/rad.s}^{-1}$; $J = 1400 \text{ kg/m}^2$; $Kfro = 1600$; $A = 2 \cdot \beta / V_0 = 1,4 \cdot 10^{12} \text{ N/m}^2/\text{m}^3$; $Kmoto = Kmote = 0,48 \cdot 10^{-5} \text{ N/Pa}$; $Kred = 45$ et $\alpha = 300$. $Te = 0,004 \text{ s}$; $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.1/60 \text{ m}^3/s$; $\alpha_2 = \alpha_4 = 0.1/60 \text{ m}^3/s^2$; $\alpha_5 = \alpha_6 = 200 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $\alpha_7 = 2 \cdot \pi$ et $\alpha_8 = 80 \text{ m}$. Tous les coefficients sont donnés dans le système international.

3 Relations de Redondance Analytiques (RRA)

3.1 Écriture des équations RRA

Le principe de cette méthode est de transformer, voire de réécrire les équations du modèle de manière à obtenir des relations particulières appelées RRA : Relations de Redondance Analytiques : Cocquempot *et al* (2004). Ces relations ont pour propriété de ne lier que des grandeurs connues. On appelle résidu, le résultat de la substitution des grandeurs connues par leurs mesures. Pour notre système étudié, nous pouvons écrire cinq relations dans lesquelles nous ne faisons apparaître que les mesures. Nous éliminons ainsi les variables non mesurées (x_2 , x_4 et x_7). On obtient alors :

$$r_1(k) = y_1(k) - (2 - Te \frac{S_{12}}{S_{13}}) \cdot y_1(k-1) + (1 - Te \frac{S_{12}}{S_{13}} + \frac{S_{11}}{S_{13}} Te^2) \cdot y_1(k-2) - \frac{K_{SO}}{S_{13} \cdot \alpha_2} Te^2 \cdot u_1(k-2)$$

$$r_2(k) = y_2(k) - (2 - Te \frac{S_{22}}{S_{23}}) \cdot y_2(k-1) + (1 - Te \frac{S_{22}}{S_{23}} + \frac{S_{21}}{S_{23}} Te^2) \cdot y_2(k-2) - \frac{K_{SE}}{S_{13} \cdot \alpha_4} Te^2 \cdot u_2(k-2)$$

$$\begin{aligned}
r_3(k) &= y_3(k) - \frac{A \cdot \alpha_1}{2 \cdot \alpha_5} Te \cdot y_1(k-1) - \frac{A \cdot \alpha_3}{2 \cdot \alpha_5} Te \cdot y_2(k-1) - (1 - A \cdot Te \cdot (Kfo + Kpqo)) \cdot y_3(k-1) \\
&\quad + A \cdot cyl \frac{2\pi \cdot \alpha_8}{\alpha_5} (y_5(k) - y_5(k-1)) \\
r_4(k) &= y_4(k) - \frac{A \cdot \alpha_1}{2 \cdot \alpha_6} Te \cdot y_1(k-1) - \frac{A \cdot \alpha_3}{2 \cdot \alpha_6} Te \cdot y_2(k-1) - (1 - A \cdot Te \cdot (Kfe + Kpqe)) \cdot y_3(k-1) \\
&\quad + A \cdot cyl \frac{2\pi \cdot \alpha_8}{\alpha_6} (y_5(k) - y_5(k-1)) \\
r_5(k) &= \frac{2\pi \cdot \alpha_8}{\alpha_7 \cdot Te} (y_5(k) - y_5(k-1)) - \frac{Kmoto \cdot Kred \cdot \alpha_5}{J \cdot \alpha_7} Te \cdot y_3(k-2) \\
&\quad - \frac{Kmote \cdot Kred \cdot \alpha_6}{J \cdot \alpha_7} Te \cdot y_4(k-2) - \frac{2\pi \cdot \alpha_8}{\alpha_7 \cdot te} \left(1 - \frac{f}{J} Te\right) \cdot (y_5(k-1) - y_5(k-2)) \\
&\quad + \frac{kfro}{J \cdot \alpha_7} Te \cdot \arctan(\alpha \cdot \alpha_7 \cdot \frac{2\pi \cdot \alpha_8}{\alpha_7 \cdot Te} (y_5(k-1) - y_5(k-2)))
\end{aligned}$$

En l'absence de défaut, nous vérifions que les résidus sont nuls. La table 1 regroupe les valeurs numériques des moyennes et écarts-types de nos cinq résidus. Nous pouvons voir que cette propriété est bien vérifiée.

	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
Moyenne	$-1.6 \cdot 10^{-18}$	$-1.6 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$1.2 \cdot 10^{-18}$	$1.3 \cdot 10^{-15}$
Ecart-type	$9.3 \cdot 10^{-18}$	$9.3 \cdot 10^{-18}$	$6 \cdot 10^{-17}$	$6 \cdot 10^{-17}$	$3 \cdot 10^{-13}$

TAB. 1 – Premier et second moments statistiques des résidus en l'absence de défaut

3.2 Détections de défauts

On s'intéresse maintenant, à la détection et à la localisation des défauts. La phase de détection est réalisée par le fait que certains résidus diffèrent de zéro en présence de défauts. La phase de localisation quant à elle sera menée grâce à la signature des défauts. Pour cela, écrivons la table théorique de signature des défauts. Cette table permet de synthétiser à quels défauts sont sensibles les résidus. Ainsi l'écriture du résidu 1, par exemple, montre qu'il dépend de la mesure y_1 et de la commande u_1 . Dans la ligne de r_1 nous indiquons par une croix cette relation de dépendance entre r_1 , y_1 et u_1 . Cette réflexion conduite sur les autres résidus nous permet de dresser l'ensemble de la table des défauts.

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	u_1	u_2
r_1	X					X	
r_2		X					X
r_3	X	X	X		X		
r_4	X	X		X	X		
r_5			X	X	X		

TAB. 2 – Table de signature des résidus

Nous constatons que les colonnes de la table 2 sont rigoureusement différentes entre elles. Nous sommes donc capable de localiser le défaut : capteur ou actionneur. Prenons le cas d'un biais de mesure affectant la sortie y_1 de la forme : $y_1 = \alpha_1 \cdot x_1 + \delta$ (où δ représente le biais).

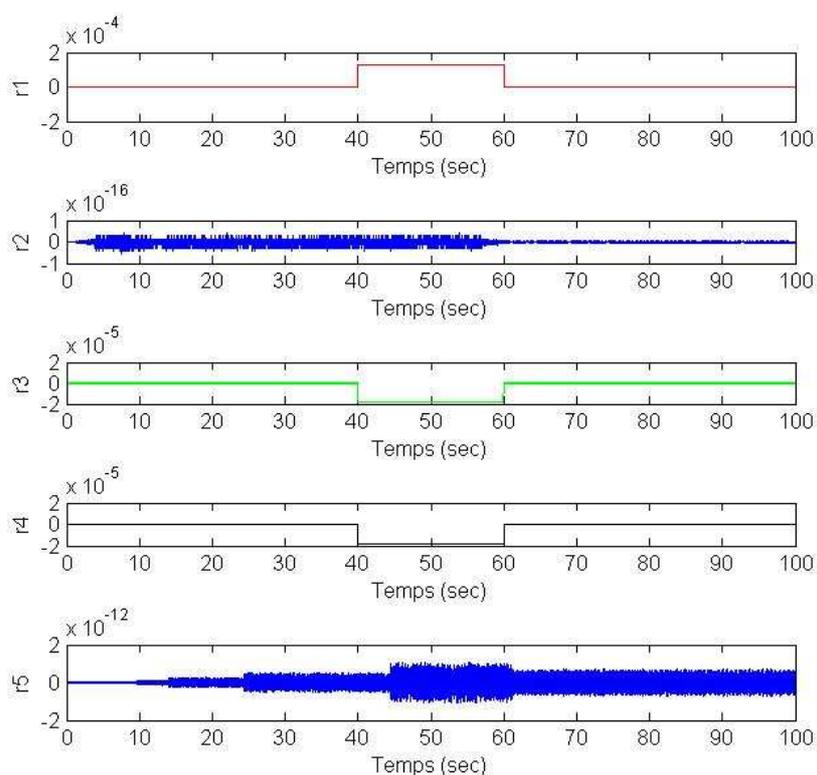


FIG. 2 – Résidus en présence de défaut

On constate sur la figure 3 que les résidus 1,3 et 4 ne sont pas nuls entre les instants 40 et 60 secondes. Le vecteur signature pratique est donc $[X, 0, X, X, 0]^T$. d'après la table 2 de signatures des défauts, nous concluons que la mesure du débit de sortie de la servovalve Ouest (y_1) présente un défaut.

4 Conclusions et perspectives

Dans cet article, nous avons traité de manière théorique la modélisation du déplacement longitudinal du chariot mobile. Les résultats de simulations nous permettent d'affirmer que le comportement obtenu est physiquement correct et proche de la réalité. Une campagne de mesure est en cours pour valider le modèle. Pour poursuivre le travail portant sur la détection des défauts, il nous faut étudier la sensibilité des résidus en fonction de l'amplitude des défauts. Il faudra également étudier le comportement des résidus vis-à-vis des bruits de mesures. La dernière étape de ces travaux est la généralisation de cette méthode de diagnostic à l'ensemble des mouvements du chariot mobile.

Références

- Canudas de Wit, 1999 Control of friction-driven systems, ECC'99 European Control Conference, Karlsruhe (Allemagne).
- Cocquempot V., El Meznyani T. & Staroswiecki M., 2004 Surveillance des systèmes hybrides non-linéaires à l'aide de relations de redondance analytiques, IEEE-CIFA 04 Conférence Internationale Francophone d'automatique, Douz (Tunisie)