

Analyse du Facteur de Crête dans le contexte Radio Logicielle.

Sidkiéta ZABRÉ, Jacques PALICOT

IETR/Supelec, Equipe SCEE
Avenue de la Boulaie BP 81127 35511 Cesson-Sévigné Cedex, France
sidkieta.zabre@supélec.fr, jacques.palicot@supélec.fr

Résumé – Dans le nouveau contexte de la Radio Logicielle, les signaux traités correspondent à une somme de porteuses modulées dans une large bande. Par conséquent, ils auront de grandes variations de puissance. C’est précisément ce phénomène que nous étudions dans cet article. Dans un premier temps, nous proposons une borne supérieure du facteur de crête. Ensuite, grâce à une analogie forte entre les signaux OFDM et Radio Logicielle, nous proposons une vision porteuse par porteuse de ce facteur de crête. Cette nouvelle vision, permettra d’aborder avec une nouvelle approche les techniques de réduction du facteur de crête.

Abstract – In this paper, in the new context of Software Radio, we propose an upper bound of the crest factor. Furthermore, thanks to an analogy with OFDM signals we propose a carrier by carrier interpretation of the crest factor. This new vision opens a new way of crest factor reduction methods.

1 Introduction

Nous avons assisté au cours des deux dernières décennies, à une prolifération de standards de radio communications aux spécifications différentes. De fait, la plupart des systèmes sont actuellement incompatibles entre eux. Les systèmes de télécommunications devront donc faire l’objet à l’avenir de développements importants pour aboutir à des terminaux universels capables de communiquer dans tout environnement. Ceci implique les notions d’interopérabilité et de re-configurabilité. La Radio Logicielle (RL) qui inclut ces notions pourrait donc être une solution [1].

Il est clair dans ce contexte multi-standards, que les signaux résultants seront très large bande et présenteront une grande variation d’amplitude. Or cette caractéristique les rend très sensibles aux non-linéarités des composants analogiques, en particulier celles de l’amplificateur de puissance.

Le problème d’amplification des signaux à enveloppes non constantes à forte dynamique est un problème récurrent. Il s’est posé dans les années 80 avec le satellite et dans les années 90 avec l’OFDM, et se posera à nouveau pour les futures modulations BFDM, IOTA, MC-CDMA. Cependant il sera encore plus complexe dans le contexte Radio Logicielle car les signaux à amplifier seront à très large bande et à très grande dynamique. Bien entendu, trouver des techniques efficaces et bien adaptées au problème posé requiert à la fois une compréhension très fine des phénomènes mis en jeu et des outils pour les caractériser. C’est précisément l’objet de cet article.

Nous allons dans un premier temps définir et modéliser les différentes sortes de signaux susceptibles d’être rencontrés en Radio Logicielle. Nous caractériserons la notion de dynamique dans le nouveau contexte Radio Logicielle, en partant des résultats connus pour les modulations OFDM. Dans une étude précédente [6] nous avons constaté que la définition du facteur de crête est sujette à de multiples interprétations. En effet, nous trouvons, par exemple, les appellations PMEPR (Peak to

Mean Envelop Power Ratio), PAPR (Peak to Average Power Ratio), CF (Crest Factor), PF (Peak Factor)[3], [5], [4]. Dans cette étude [6] nous avons proposé une appellation qui permet d’homogénéiser toutes ces différentes notations. C’est cette appellation que nous utiliserons tout au long de cet article: il s’agit du Power Ratio (PR). Dans la section 3, nous proposons une borne supérieure du PR. De cette borne, nous retrouvons les bornes déjà connues comme dans le cas de l’OFDM. En rompant avec la démarche jusque là adoptée pour l’analyse du Power Ratio de l’OFDM, nous proposons une vision porteuse par porteuse du calcul de ce paramètre, dans la section 4. Cette nouvelle vision nous permet d’envisager de nouvelles techniques du traitement des non-linéarités.

2 Modélisation des signaux "Radio Logicielle"

De par le concept de la RL, il est à prévoir différentes sortes de signaux : signaux mono-canal, signaux mono-standard, signaux multi-standards etc. Il est donc primordial d’être très clair sur ces différents types de signaux, car l’objectif étant de trouver des techniques pour réduire le PR, on comprend que si certaines techniques s’avéreraient très efficaces pour certains signaux, il n’en sera plus de même pour d’autres. Pour ce faire, nous proposons des définitions avec une description analytique de ces différents signaux.

- Multiplex de porteuses modulées: Cette expression sera utilisée pour un signal contenant un certain nombre N de porteuses modulées. L’expression analytique d’un tel signal s’écrit :

$$x(t) = \sum_{k=1}^N (fem_k(t) * m_k(c(t))) e^{2i\pi f_k t} \quad (1)$$

où $fem_k(t)$ est le filtre de mise en forme relative à la fréquence porteuse f_k et $m_k(t)$ la modulation correspon-

dante. Notons que le signal transmis n'est autre que la partie réelle du signal $x(t)$.

- **Signal Multiporteuses** : C'est un Multiplex de porteuses modulées dont l'écart entre les différentes porteuses est constant.

$$x(t) = \sum_{k=1}^N (fem_k(t) * m_k(c(t))) e^{2i\pi(f_0 + (k-1)\delta)t} \quad (2)$$

- **Signal Composite ou Signal Multi-standards** : C'est un signal (très) large bande comprenant plus d'un standard de télécommunication. Bien entendu, un signal composite est un multiplex de porteuses modulées, mais n'est généralement pas un signal multiporteuses.

$$x(t) = \sum_{k=1}^S S_k(t) \quad (3)$$

avec S le nombre de standards et $S_k(t)$ est l'équation du standards k donné par l'équation (1).

On a donc:

$$x(t) = \sum_{k=1}^S \sum_{p=1}^{P_k} (fem_{k,p}(t) * m_{k,p}(c(t))) e^{2i\pi f_{k,p}t} \quad (4)$$

où P_k est le nombre de porteuses dans le standard k.

- **Signal Monostandard** : Il s'agit d'un cas particulier d'un signal composite.
- **Signal OFDM** : C'est un cas particulier d'un signal multiporteuses.

3 Calcul d'une borne supérieure du Power Ratio d'un signal multi-standards

Comme déjà mentionné, le signal multi-standard est un signal très large bande contenant au moins un standard. Il peut contenir un ou plusieurs canaux de un ou plusieurs standards. C'est donc un signal très complexe. Il est donné par la relation (4), que nous rappelons ci-dessous:

$$x(t) = \sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} r_{i,p}(t) e^{2i\pi f_{i,p}t} \quad (5)$$

La puissance instantanée du signal $P(t) = |x(t)|^2$ s'écrit alors:

$$\begin{aligned} |x(t)|^2 &= \left(\sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} r_{i,p}(t) e^{2i\pi f_{i,p}t} \right) \left(\sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} r_{i,p}^*(t) e^{-2i\pi f_{i,p}t} \right) \\ &= \sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} |r_{i,p}(t)|^2 + \\ &\quad \sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} \sum_{p' \neq p} r_{i,p}(t) r_{i,p'}^*(t) e^{2i\pi(f_{i,p} - f_{i,p'})t} + \\ &\quad \sum_{i=1}^S \sum_{i' \neq i} \sum_{p=1}^{P_i} \sum_{p' \neq p} r_{i,p}(t) r_{i',p'}^*(t) e^{2i\pi(f_{i,p} - f_{i',p'})t} \end{aligned} \quad (6)$$

Ainsi, on a:

$$\begin{aligned} \max_t |x(t)|^2 &\leq \max_t \left(\sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} |r_{i,p}(t)|^2 \right) + \\ &\quad + \max_t \left(\sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} \sum_{p' \neq p} r_{i,p}(t) r_{i,p'}^*(t) e^{2i\pi(f_{i,p} - f_{i,p'})t} \right) \\ &\quad + \max_t \left(\sum_{i=1}^S \sum_{i' \neq i} \sum_{p=1}^{P_i} \sum_{p' \neq p} r_{i,p}(t) r_{i',p'}^*(t) e^{2i\pi(f_{i,p} - f_{i',p'})t} \right) \end{aligned}$$

En majorant les différents termes, on montre que:

$$\max_t (|x(t)|^2) \leq \left(\sum_{i=1}^S P_i^2 + \sum_{i=1}^S \sum_{i' \neq i} P_i P_{i'} \right) \max_t (|r_{i,p}(t)|^2) \quad (7)$$

La puissance moyenne de l'enveloppe du signal multi-standard s'écrit alors:

$$\begin{aligned} E(|x(t)|^2) &\geq E \left(\sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} |r_{i,p}(t)|^2 \right) \\ &\geq \sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} E(|r_{i,p}(t)|^2) \end{aligned} \quad (8)$$

On déduit ainsi des relations précédentes une limite supérieure du PR d'un signal multi-standard.

$$PR \leq \left(\sum_{i=1}^S P_i^2 + \sum_{i=1}^S \sum_{i' \neq i} P_i P_{i'} \right) \frac{\max_t (|r_{i,p}(t)|^2)}{\sum_{i=1}^S \sum_{p=1}^{P_i} E(|r_{i,p}(t)|^2)} \quad (9)$$

3.1 Cas particulier du DVB-T

Nous dérivons, dans ce qui suit, cette borne dans le cas particulier du signal mono-standard DVB-T.

L'expression du signal analytique est donnée par la relation (pour un symbole OFDM par canal):

$$S(t) = \sum_{p=1}^P \sum_{k=0}^{N-1} C_{k,p} e^{2i\pi f_{k,p}t} \quad (10)$$

où P désigne le nombre de canaux, N le nombre de sous-porteuses par canal et $C_{k,p}$ les symboles numériques issus d'une modulation numérique.

Par identification avec la relation donnée par (5) et pour $S = 1$, la relation (10) s'écrit:

$$S(t) = \sum_{p=1}^P r_p(t) e^{2i\pi f_p t} \quad (11)$$

avec $r_p(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_{k,p} e^{2i\pi(f_{k,p} - f_p)t}$

On déduit de la relation (9), la borne du PR d'un signal mono-standard DVB-T:

$$PR \leq P^2 \frac{\max_t (|r_p(t)|^2)}{\sum_{p=1}^P E(|r_p(t)|^2)} \quad (12)$$

En majorant le numérateur de la borne ci-dessus, on trouve l'inégalité suivante:

$$PR \leq NP \frac{\max_{k,p} |C_{k,p}|^2}{E_{k,p} (|C_{k,p}|^2)} \quad (13)$$

Lorsque P=1, on retrouve la borne déjà connue dans le cas particulier du signal OFDM pour un symbole:

$$PR \leq N \frac{\max_k |C_k|^2}{E(|C_k|^2)} \quad (14)$$

$$|S(t)|^2 = \sum_{j=1}^{N_s} |S_j(t)|^2 \quad (19)$$

Autrement dit (9) \leq (14) donc la borne trouvée par (9) sera plus fine que celle donnée classiquement par (13).

Nous illustrons les bornes obtenues dans les relations (12) et (13) à travers la figure (1). Le PR du signal est donné en trait continu, la borne donnée par (12) est en (*) et celle donnée par (13) en o. Dans cette simulation, chaque canal DVB comprend 2048 sous-porteuses, chacune étant modulée par une MAQ16.

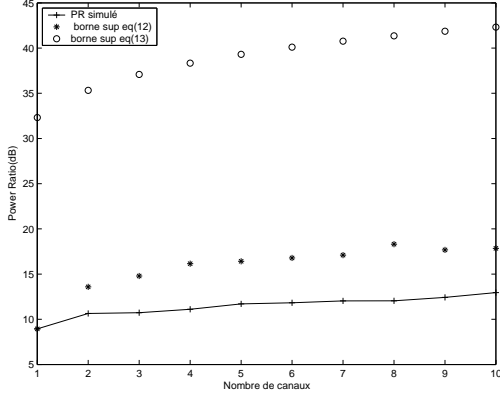


Figure 1: Borne supérieure du PR:cas DVB, pour un symbole par canal.

4 Analyse du PR

La différence entre le PR théorique donné par la borne classique pour un symbole et le PR simulé est très grande. Pour diminuer cette différence nous proposons une nouvelle approche, à savoir l'analyse du PR sur un grand nombre de symboles.

4.1 Nouvelle approche du PR de l'OFDM: Calcul sur plusieurs symboles

Soit le signal complexe bande de base OFDM :

$$S(t) = \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{k=0}^{N-1} C_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \quad (15)$$

ou encore

$$S(t) = \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{k=0}^{N-1} C_{j,k} e^{2i\pi f_k(t-jT_s)} g(t-jT_s) \quad (16)$$

On peut écrire le signal $S(t)$ comme somme de signaux sur le nombre de symboles considérés, comme ceci:

$$S(t) = \sum_{j=1}^{N_s} S_j(t) \quad (17)$$

avec

$$S_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_{j,k} e^{2i\pi f_k(t-jT_s)} g(t-jT_s) \quad (18)$$

Les signaux $S_j(t)$ étant à support disjoint, on montre aisément que:

En considérant un grand nombre de symboles et de par la définition du PR [6], nous pouvons écrire que le PR du signal OFDM est:

$$PR_{N_s} = \frac{\max_{t \in [0, N_s T_s]} |S(t)|^2}{\frac{1}{N_s T_s} \int_0^{N_s T_s} |S(t)|^2 dt} \quad (20)$$

Nous pouvons écrire que:

$$\int_0^{N_s T_s} |S(t)|^2 dt = \sum_{j=1}^{N_s} \int_{(j-1)T_s}^{jT_s} |S_j(t)|^2 dt \quad (21)$$

Comme,

$$\max_t |S(t)|^2 = \max_t \left(\sum_{j=1}^{N_s} |S_j(t)|^2 \right) = \max_j (\max_t (|S_j(t)|^2))$$

et

$$\frac{1}{T_s} \int_{(j-1)T_s}^{jT_s} |S_j(t)|^2 dt = E(|S_j(t)|^2) \quad (22)$$

Nous pouvons donc établir:

$$PR_{N_s} = \frac{\max_j (\max_t |S_j(t)|^2)}{\frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} E(|S_j(t)|^2)} \quad (23)$$

D'après [3], $\max_t |S_j(t)|^2 = \max_n |c_{j,n}|^2$ où $c_{j,n} = \sum_{k=0}^{N-1} C_{j,k} e^{2i\pi k \frac{n}{N}}$. On en déduit:

$$PR_{N_s} = \frac{\max_j (\max_k |c_{j,k}|^2)}{\frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} E(|c_{j,k}|^2)} \quad (24)$$

Alors, avec les notations de [6] la borne du PR échantillonné à T_s :

$$PR_{N_s} \leq N \frac{\max_j (\max_k |C_{j,k}|^2)}{\frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} E(|C_{j,k}|^2)} \quad (25)$$

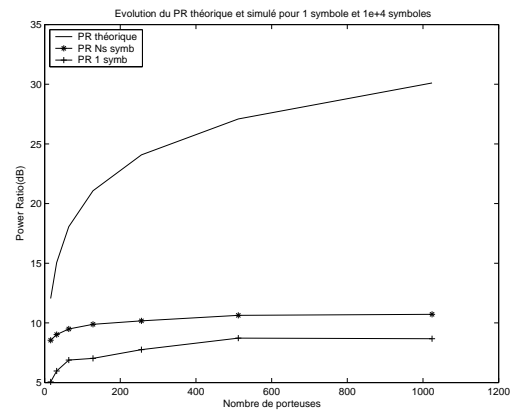


Figure 2: Évolution du PR simulé pour 1 et 10000 symboles.

La figure 2 montre bien l'intérêt de calculer ce PR sur plusieurs symboles. En effet, sur celle-ci, le PR pour un symbole OFDM de 128 porteuses croît de environ 7 dB à environ 10 dB, quand le nombre de symboles passe de 1 à 10000, même si l'on reste encore loin de la borne qui, rappelons le, est une borne très grossière.

4.2 Nouvelle approche du PR de l'OFDM: Vision porteuse par porteuse

Nous restons dans le contexte où le PR est calculé sur un grand nombre de symboles.

Cette vision du signal OFDM sur un grand nombre de symboles nous a amenée à proposer la Fig3, sur laquelle il est facile de constater que chaque sous porteuse transporte N_s symboles numériques étalés sur N_s temps symboles OFDM: $N_s T_s$.

Le signal sur la porteuse f_k peut donc s'écrire comme:

$$P_k(t) = \sum_{j=1}^{N_s} C_{j,k} e^{2i\pi f_k(t-jT_s)} g(t-jT_s) \quad (26)$$

De même, le j^{ime} symbole OFDM peut s'écrire comme:

$$S_j(t) = \sum_{k=0}^{N-1} C_{j,k} e^{2i\pi f_k(t-jT_s)} g(t-jT_s) \quad (27)$$

En faisant la somme des N signaux vus porteuse par porteuse on obtient le signal:

$$P(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{j=1}^{N_s} C_{j,k} e^{2i\pi f_k(t-jT_s)} g(t-jT_s) \quad (28)$$

Ce signal n'est rien d'autre que le signal obtenu en sommant les N_s symboles $S_j(t)$ et qui est donné par la relation:

$$S(t) = \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{k=0}^{N-1} C_{j,k} e^{2i\pi f_k(t-jT_s)} g(t-jT_s) \quad (29)$$

Par conséquent, le PR obtenu par "vision" porteuse par porteuse est exactement le même que le PR obtenu symbole par symbole (donné par (25)). Il va s'en dire qu'on a aussi la même borne du PR échantillonné à T_s :

$$PR_{N_s} \leq N \frac{\text{Max}_k (\text{max}_j |C_{j,k}|^2)}{\frac{1}{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} E(|C_{j,k}|^2)} \quad (30)$$

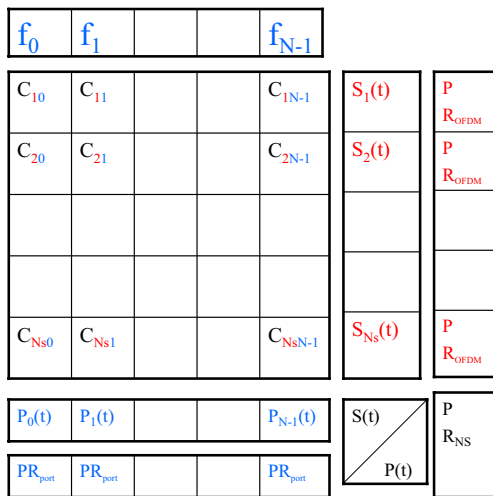


Figure 3: Représentation symbole-porteuse d'un signal OFDM.

4.3 Vision porteuse par porteuse du PR en RL

Par analogie avec ce qui vient d'être vu pour l'OFDM et sous les hypothèses d'espacement régulier entre les porteuses et d'orthogonalité temporelle (à T_s) et fréquentielle (à $1/T_s$) alors nous pouvons mettre le signal monostandard GSM sous la forme de la figure 3 vérifiant les équations 28 et 29. Les visions classique et porteuse du PR seront donc identiques. C'est exactement ce que prouve le résultat de la figure 4. Ceci corrobore les travaux de [2] montrant que l'on peut créer et démoduler les signaux GSM dans le domaine fréquentiel.

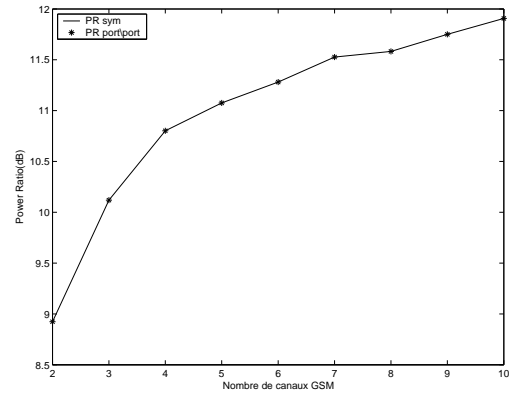


Figure 4: Calcul du PR d'un signal monostandard GSM: vision port /port et par symbole .

5 Conclusion

Partant du constat qu'un signal Radio Logicielle n'est rien d'autre qu'un signal multiporteuses, c'est à dire un multiplex de porteuses modulées, et utilisant l'analogie forte avec le signal OFDM, nous avons trouvé une borne supérieure pour le Power Ratio, puis nous avons proposé une vision porteuse par porteuse de ce paramètre. La généralisation de cette vision porteuse du PR à tout type de signal Radio Logicielle, lorsque les porteuses sont obtenues par Transformée de Fourier sur une durée égale à T_s est en cours d'étude. Cette vision rendra plus facile le calcul du PR, car généralement les puissances maximale et moyenne seront plus faciles à calculer de cette façon. Elle ouvre aussi la voie à de nouvelles interprétations des phénomènes mis en jeu ainsi qu'à de nouvelles méthodes de diminution de ce Power Ratio.

References

- [1] J.Mitola, "The software Radio Architecture", IEEE Communications Magazine, May 95, pp. 26-38.
- [2] Tim Hentschel, "Channelization for Software Defined Base Station", Annals of Telecom, 57, n°5-6, May and June.
- [3] Xuefou Zhou, James Cffery, "A new distribution bound and reduction scheme for OFDM PAPR", http://www.ececs.uc.edu/~jcaffery/ofdm_papr.pdf
- [4] Richard Van Nee, Ramjee Prasad, " OFDM for wireless multimedia communications", universal personal communications, Artech House publishers, Chapter 6.
- [5] Nati Dinur, Dov Wulich, "Peak-to-Average Power Ratio in High-Order OFDM", IEEE transactions on communications, Vol 49, No.6, June 2001, pp 1063-1072.
- [6] Jacques Palicot and Yves Louët, "Power Ratio definitions and analysis in single carrier modulations", EUSIPCO September 2005.