

# Estimation au maximum *a posteriori* d'un canal avec évanouissements rapides pour la diversité de transmission spatio-temporelle d'ALAMOUTI : Performances et comparaison avec des techniques différentielles de transmission et de réception

<sup>1</sup>Inès KAMMOUN, <sup>2</sup>Mohamed SIALA

<sup>1</sup>Département COMELEC – ENST, 46 rue Barrault – 75634 Paris Cedex 13 – France

E-mail: ines.kammoun@enst.fr

<sup>2</sup>Département MASC – SUP'COM, Cité Technologique des Communications, Route de Raoued Km 3.5– 2083 El Ghazala, Ariana – Tunisie

E-mail: mohamed.siala@supcom.rnu.tn

**Résumé** – Le schéma de diversité spatio-temporelle à deux antennes à l'émission proposé par ALAMOUTI effectue une détection au maximum de vraisemblance basée sur un traitement linéaire au niveau du récepteur. Quand le canal n'est pas connu –à l'émetteur et au récepteur- ce schéma nécessite une estimation des deux canaux de propagation vus par les deux antennes de transmission. Notre objectif est d'évaluer cette technique de diversité avec une estimation réaliste considérant un canal très variable dans le temps. Pour une estimation robuste du canal, nous proposons un algorithme, bloc par bloc, d'estimation au maximum *a posteriori*. La performance de cet algorithme est comparée à celles obtenues avec des techniques différentielles de transmission et de réception.

**Abstract** – The Alamouti's two-branch transmit diversity scheme supports a maximum likelihood detection based on linear processing at the receiver. When no knowledge of the channel is available –at the transmitter and at the receiver- the above scheme requires the estimation of the discrete propagation channels seen from the two transmit antennas. Our objective is to evaluate the Alamouti's technique of diversity with a realistic estimation algorithm considering a very fast time-varying fading channel. For robust channel estimation, we propose a block by block maximum *a posteriori* estimation algorithm. The performance of this algorithm is compared to those obtained with differential techniques of transmission and reception.

## 1. Introduction

Le schéma de codage espace-temps d'ALAMOUTI utilise deux antennes à l'émission et une seule antenne à la réception [1]. Chaque signal émis voit un canal discret de propagation particulier. Notre objectif dans ce papier est de chercher un récepteur qui estime de manière efficace et robuste ces deux canaux. On propose un algorithme d'estimation de canal semi-aveugle bloc par bloc. Le récepteur itératif utilise de manière optimale les symboles pilotes et les symboles inconnus de données pour améliorer la qualité de l'estimation du canal. Il nécessite une représentation convenable du canal variable dans le temps en se servant du théorème de d'expansion orthogonale de KARHUNEN-LOEVE (KL). Les caractéristiques du signal transmis et du canal sont présentées dans les sections 2 et 3, respectivement. La section 4 présente un modèle du signal au niveau du récepteur. Dans la section 5, une représentation convenable du canal discret vu par le récepteur est déduite. La section 6 décrit brièvement l'estimation itérative au maximum *a posteriori* (MAP) du canal. Les techniques différentielles proposées dans [2] et [3] sont résumées dans la section 7 afin de comparer leurs performances à celle de notre algorithme. Les résultats de simulation sont présentés dans la section 8.

## 2. Caractéristiques du signal transmis

Le schéma de codage espace-temps d'ALAMOUTI utilise deux antennes à l'émission et une seule antenne à la réception [1]. Chaque signal émis voit un canal discret de propagation particulier. Les symboles de la séquence d'information à transmettre sont considérés par paires dans la procédure de transmission [1].

Pour l'estimation des deux canaux de propagation vus par les deux émetteurs, on considère une estimation bloc par bloc en utilisant des symboles modulés en phase. Chaque bloc est composé d'un nombre pair,  $2N$ , de symboles de données et de symboles pilotes, notés  $s_n$ , avec une énergie transmise par antenne commune égale à  $E/2$  et une position symbole  $p_n = nT$ ,  $n = 0, 1, \dots, 2N - 1$ , où  $T$  désigne la période symbole.

## 3. Caractéristiques du canal

Le canal est supposé non dispersif en temps. Par conséquent, à l'instant  $p_n$ , il peut être modulé par une distorsion multiplicative  $c_{0n}$  pour l'antenne émettrice zéro et  $c_{1n}$  pour l'antenne émettrice un. On note que le fading est supposé indépendant entre deux antennes mais corrélé en temps pour chaque antenne.

Soit  $(\cdot)^T$  l'opérateur de transposition. Les statistiques des vecteurs de distorsion multiplicative,  $\mathbf{c}_0 = (c_{00}, c_{01}, \dots, c_{0,2N-1})^T$  et  $\mathbf{c}_1 = (c_{10}, c_{11}, \dots, c_{1,2N-1})^T$ , des deux antennes émettrices sont caractérisées par leur Spectre de Puissance Doppler (SPD). En général, le SPD possède soit une forme classique soit une forme plate. Le SPD de forme classique est rencontré en environnement extérieur. La fonction d'autocorrélation correspondante, pour un trajet ayant une puissance moyenne  $\phi(0)$ , est donnée par

$$\phi(\tau) = \phi(0)J_0(\pi B_D \tau) \quad (1)$$

où  $B_D$  est l'étalement Doppler du canal et  $J_0(\cdot)$  est la fonction Bessel de première espèce d'ordre 0.

## 4. Modèle du signal au niveau du récepteur

On introduit pour chaque bloc transmis le vecteur  $\mathbf{R} = (R_0, R_1, \dots, R_{2N-1})^T$  de  $2N$  échantillons reçus. Soit  $|\cdot|$  l'opérateur valeur absolue. On introduit encore le vecteur transmis normalisé  $\mathbf{S} = (S_0, S_1, \dots, S_{2N-1})^T$ , avec  $S_n = s_n / \sqrt{E}$ . Par conséquent, l'énergie totale transmise par symbole est égale à 1 et l'énergie transmise normalisée par symbole et par antenne est égale à  $1/2$ . Les composantes du vecteur reçu  $\mathbf{R}$  s'expriment alors par

$$R_{2k} = \sqrt{E}c_{0,2k}S_{2k} + \sqrt{E}c_{1,2k}S_{2k+1} + n_{2k} \quad (2)$$

et

$$R_{2k+1} = -\sqrt{E}c_{0,2k+1}S_{2k+1}^* + \sqrt{E}c_{1,2k+1}S_{2k}^* + n_{2k+1} \quad (3)$$

où  $n_{2k}$  et  $n_{2k+1}$ , représentant le bruit complexe et l'interférence d'accès multiple, sont supposés gaussiens de moyenne nulle et de variance  $N_0$ .

Le schéma d'ALAMOUTI suppose un canal variable dans le temps mais constant sur chaque paire de symboles consécutivement codés dans l'espace et dans le temps. On peut donc utiliser, à un facteur multiplicatif près égal à  $\sqrt{E}$ , les versions décimées :

$$\mathbf{c}_0 = \sqrt{E}(c_{00}, c_{02}, \dots, c_{0,2N-2})^T \quad (4)$$

et

$$\mathbf{c}_1 = \sqrt{E}(c_{10}, c_{12}, \dots, c_{1,2N-2})^T \quad (5)$$

des vecteurs canaux  $\mathbf{c}_0$  et  $\mathbf{c}_1$ . Les réalisations du canal  $\mathbf{c}_0$  et  $\mathbf{c}_1$  peuvent alors être exprimées par

$$\mathbf{c}_0 = \frac{1}{\sqrt{E}}\mathbf{C}_0 \otimes (1,1)^T \quad (6)$$

et

$$\mathbf{c}_1 = \frac{1}{\sqrt{E}}\mathbf{C}_1 \otimes (1,1)^T \quad (7)$$

comme fonctions de ces vecteurs décimés, où  $\otimes$  est le produit matriciel de Kronecker.

## 5. Représentation convenable du canal

Dans notre étude, nous considérons un canal variable dans le temps. Pour cela, nous avons besoin d'une représentation convenable du canal discret vu par le récepteur durant chaque

bloc reçu. Cette représentation est basée sur une version discrète du théorème d'expansion orthogonale de KL [5].

**Proposition 1 :** Les vecteurs décimés du canal  $\mathbf{C}_l$ ,  $l=0,1$  peuvent être exprimés par

$$\mathbf{C}_l = \sum_{k=0}^{N-1} G_{lk} \mathbf{U}_k \quad (8)$$

où  $\{\mathbf{U}_k\}_{k=0}^{N-1}$  sont les vecteurs propres de la matrice de covariance  $\mathbf{F} = E[\mathbf{C}_l \mathbf{C}_l^H]$  de  $\mathbf{C}_l$ ,  $\{G_{lk}\}_{k=0}^{N-1}$  sont des coefficients Gaussien complexes indépendants de moyenne nulle et  $(\cdot)^H$  dénote la transposition Hermitienne. On note que  $\mathbf{F}$  est indépendante de  $l$ . Les variances de  $\{G_{lk}\}_{k=0}^{N-1}$ , ordonnées dans un ordre décroissant, sont égales aux valeurs propres  $\{\lambda_k\}_{k=0}^{N-1}$  de la matrice hermitienne  $\mathbf{F}$ . Le système  $\{\mathbf{U}_k\}_{k=0}^{N-1}$  constitue une base orthonormée de l'espace complexe de  $N$  dimensions.

Les vecteurs  $\{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1$ , où  $\mathbf{G}_l = (G_{l0}, G_{l1}, \dots, G_{l,N-1})^T$ , sont appelés représentations convenables des deux canaux discrets vus par le récepteur durant chaque bloc reçu. La fonction densité de probabilité (PDF) de  $\mathbf{G}_l$  est donnée par

$$p(\mathbf{G}_l) = \prod_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\pi \lambda_k} \exp\left(-\frac{|G_{lk}|^2}{\lambda_k}\right). \quad (9)$$

Pour un récepteur qui connaît parfaitement les caractéristiques du canal, la  $(m,n)$ <sup>ème</sup> entrée de la matrice Hermitienne  $\mathbf{F}$  est donnée par

$$F_{mn} = \phi(p_m - p_n)E, \quad (10)$$

où  $\phi(\cdot)$  est la fonction d'auto-corrélation du canal discret.

## 6. Estimation MAP d'un canal avec évanouissements rapides

L'estimation au maximum *a posteriori* (MAP)  $\{\hat{\mathbf{G}}_l\}_{l=0}^1$  du canal discret  $\{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1$  est définie par

$$\{\hat{\mathbf{G}}_l\}_{l=0}^1 = \arg \max_{\{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1} p(\{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1 | \mathbf{R}). \quad (11)$$

La résolution directe de ce problème est difficile. Toutefois, la solution peut être atteinte facilement avec un algorithme EM itératif (Expectation-Maximization). Notons ici que l'algorithme EM est souvent utilisé pour une optimisation selon le critère du maximum de vraisemblance. Une version modifiée de cet algorithme, employant les probabilités *a priori* des canaux de transmission et permettant une optimisation selon le critère du MAP est utilisée dans ce papier.

L'algorithme proposé estime de manière inductive les vecteurs  $\{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1$  de manière à accroître la valeur de la fonction densité de probabilité conditionnelle *a posteriori*  $p(\{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1 | \mathbf{R})$ . Cet accroissement monotone est réalisé via la maximisation de la fonction auxiliaire

$$Q(\{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1, \{\mathbf{G}'_l\}_{l=0}^1) =$$

$$\sum_{\mathbf{S}} p(\mathbf{R}, \mathbf{S}, \{\mathbf{G}_l\}_{l=0}^1) \log p(\mathbf{R}, \mathbf{S}, \{\mathbf{G}'_l\}_{l=0}^1), \quad (12)$$

où la dernière somme est effectuée sur toutes les valeurs possibles du vecteur de données normalisé durant un bloc.

Etant donné le vecteur reçu  $\mathbf{R}$ , l'algorithme EM commence avec une valeur initiale  $\{\mathbf{G}_i^{(0)}\}_{i=0}^1$  de  $\{\mathbf{G}_i\}_{i=0}^1$ . L'évolution de la valeur estimée  $\{\mathbf{G}_i^{(d)}\}_{i=0}^1$  à la nouvelle valeur estimée  $\{\mathbf{G}_i^{(d+1)}\}_{i=0}^1$  est effectué via la fonction auxiliaire en suivant les étapes d'estimation et de maximisation de l'algorithme.

**Proposition 2 :** La  $k^{\text{ème}}$  composante du vecteur  $\mathbf{G}_i^{(d+1)}$  au niveau de la  $i^{\text{ème}}$  antenne vérifie

$$G_{0k}^{(d+1)} = \omega_k \sum_{m=0}^{N-1} \left( R_{2m} (\hat{S}_{2m}^{(d)})^* - R_{2m+1} \hat{S}_{2m+1}^{(d)} \right) U_{km}^* \quad (13)$$

et

$$G_{1k}^{(d+1)} = \omega_k \sum_{m=0}^{N-1} \left( R_{2m} (\hat{S}_{2m+1}^{(d)})^* + R_{2m+1} \hat{S}_{2m}^{(d)} \right) U_{km}^* , \quad (14)$$

pour  $k = 0, 1, \dots, N-1$ , avec

$$\omega_k = \frac{1}{1 + N_0 / \lambda_k} , \quad (15)$$

$$\hat{S}_{2k}^{(d)} = \sum_s S_{2k} P \left( \mathbf{S} \mid \mathbf{R}, \{\mathbf{G}_i^{(d)}\}_{i=0}^1 \right) , \quad (16)$$

et

$$\hat{S}_{2k+1}^{(d)} = \sum_s S_{2k+1} P \left( \mathbf{S} \mid \mathbf{R}, \{\mathbf{G}_i^{(d)}\}_{i=0}^1 \right) . \quad (17)$$

Le coefficient  $\omega_k$  dépend de la  $k^{\text{ème}}$  valeur propre de la matrice de covariance  $\mathbf{F}$ .

Ces coefficients de pondération sont proches de l'unité uniquement pour les valeurs propres normalisées les plus importantes. Pour la réduction de la complexité, tous les coefficients négligeables peuvent être enlevés des expressions de l'algorithme d'estimation avec aucune dégradation remarquable dans les performances [4].

Dans la suite, on note  $A$  l'ensemble des indices des symboles pilotes dans un bloc et  $D_k$  la valeur prise par un symbole pilote normalisé  $S_k$ ,  $k \in A$ . Les symboles pilotes sont aussi considérés par paires et codés dans l'espace et dans le temps de la même manière que les symboles de données.

A l'initialisation de l'algorithme, le récepteur ne connaît pas les valeurs des symboles de données dans un bloc. Par conséquent, il peut utiliser, pour déterminer la valeur initiale de  $\{\mathbf{G}_i^{(0)}\}_{i=0}^1$ , les composantes

$$G_{0k}^{(0)} = \omega_k \sum_{m \in A} \left( R_{2m} D_{2m}^* - R_{2m+1} D_{2m+1} \right) U_{km}^* \quad (18)$$

et

$$G_{1k}^{(0)} = \omega_k \sum_{m \in A} \left( R_{2m} D_{2m+1}^* + R_{2m+1} D_{2m} \right) U_{km}^* , \quad (19)$$

pour  $k = 0, 1, \dots, N-1$ .

Soient  $\Re\{\cdot\}$  et  $\Im\{\cdot\}$  respectivement les opérateurs partie réelle et partie imaginaire et  $j = \sqrt{-1}$ .

Dans le cas de symboles modulés en QPSK, on montre que

$$\hat{S}_{2k}^{(d)} = \frac{1}{2} \left( \tanh \left( \Re \left\{ \Lambda_{2k}^{(d)} \right\} \right) + j \tanh \left( \Im \left\{ \Lambda_{2k}^{(d)} \right\} \right) \right) \quad (20)$$

et

$$\hat{S}_{2k+1}^{(d)} = \frac{1}{2} \left( \tanh \left( \Re \left\{ \Lambda_{2k+1}^{(d)} \right\} \right) + j \tanh \left( \Im \left\{ \Lambda_{2k+1}^{(d)} \right\} \right) \right) , \quad (21)$$

où

$$\Lambda_{2k}^{(d)} = \frac{R_{2k} (C_{0k}^{(d)})^* + R_{2k+1}^* C_{1k}^{(d)}}{N_0} \quad (22)$$

et

$$\Lambda_{2k+1}^{(d)} = \frac{R_{2k} (C_{1k}^{(d)})^* - R_{2k+1}^* C_{0k}^{(d)}}{N_0} . \quad (23)$$

## 7. Décodage des symboles d'information

L'estimation itérative semi-aveugle de la représentation convenable  $\{\mathbf{G}_i\}_{i=0}^1$  du canal durant un bloc est effectuée après un nombre fixé d'itérations  $D$ . Ce nombre est choisi telle que la valeur atteinte  $\{\mathbf{G}_i^{(D)}\}_{i=0}^1$  garantit une dégradation négligeable des performances par rapport à la valeur optimale  $\{\hat{\mathbf{G}}_i\}_{i=0}^1$ .

En se basant sur la valeur estimée, le récepteur fournit des sorties souples  $\Lambda_k^{(D)}$  qui peuvent être utilisées par un algorithme de décodage correcteur d'erreurs de Viterbi pour extraire la séquence d'information transmise.

Soit  $\text{sgn}$  la fonction signe. Pour des symboles de données et pilotes modulés en QPSK, la décision sur le symbole normalisé  $S_k$  est donnée simplement par

$$\frac{1}{2} \left( \text{sgn} \Re \left\{ \hat{S}_k^{(D)} \right\} + j \text{sgn} \Im \left\{ \hat{S}_k^{(D)} \right\} \right) . \quad (24)$$

## 8. Comparaison avec une transmission différentielle

Les performances de notre algorithme sont comparées à celles obtenues avec les techniques différentielles proposées dans [2] et [3] dans le cadre d'un système avec diversité de transmission à deux antennes à l'émission. Ces techniques ne nécessitent la connaissance d'aucune information sur le canal. Le schéma de codage différentiel proposé dans [2] est basé sur l'orthogonalité des vecteurs symboles émis successivement par les antennes d'émission. Au niveau du récepteur, le décodage est effectué avec une complexité faible. Le schéma différentiel proposé dans [3] est inspiré de la modulation DPSK (Differential Phase-Shift Keying) utilisée avec une seule antenne avec un canal inconnu du récepteur et approximativement constant sur deux temps symboles successifs. Il met en oeuvre un ensemble de matrices qui forment un groupe et simplifie ainsi le schéma de transmission et la conception de la constellation.

Nous proposons dans la suite de comparer notre technique, composée d'une estimation de canal et d'une détection des symboles de données, aux deux techniques différentielle décrites auparavant. Dans le cadre de cette comparaison, nous appliquons aussi a technique générale de codage différentiel, proposée en [3] avec des matrices unitaires, contenant l'information, différentes de celles proposées dans ce même papier. (Cette construction sera désignée par « nouvelle construction »).

## 9. Résultats de simulation

L'émetteur a deux branches de diversité. On suppose que chaque branche voit un canal avec des évanouissements de Rayleigh plats et un SPD de forme classique.

Pour la caractérisation de la performance de l'estimation au MAP du canal, on considère deux valeurs normalisées de l'étalement Doppler, à savoir  $B_D T = 1/128$  et  $1/32$ . On

suppose que les caractéristiques du SPD du canal à évanouissement de Rayleigh sont parfaitement connues par le récepteur. On suppose aussi que les symboles de données et les symboles pilotes dans chaque bloc sont modulés en MDP4, transmis avec la même énergie totale  $E$  et reçus avec la même énergie moyenne totale  $\bar{E} = \phi(0)E$ . On considère des blocs transmis composés de  $N = 128$  symboles avec  $N_p = 12$  symboles pilotes par bloc.

La Figure 1 illustre les performances en Taux d'Erreurs Binaires (TEB), moyenné sur tous les symboles de données d'un bloc, en fonction du rapport signal à bruit  $\bar{E}/N_0$ , dans le cas (a)  $B_D T = 1/128$  et (b)  $B_D T = 1/32$ . A titre de comparaison, on considère aussi la Probabilité d'Erreurs Binaires (PEB) brute [5] et le TEB brut simulé dans le cas d'une Connaissance Parfaite du Canal (CPC).

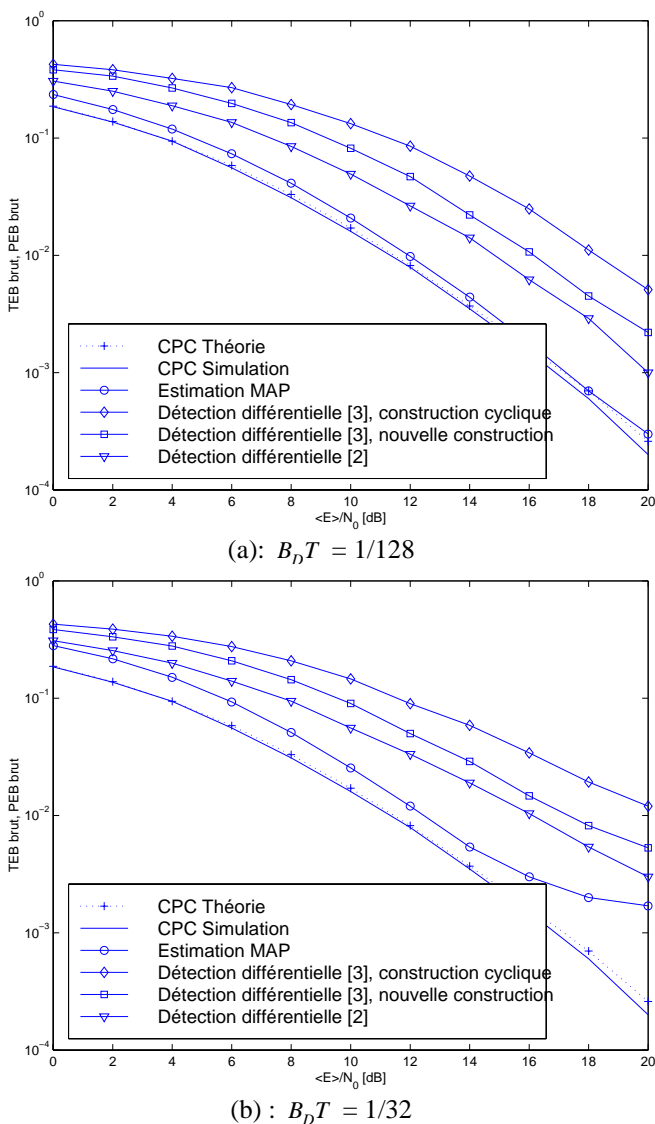


Fig. 1. –Taux d'erreurs binaires (TEB) brut et probabilité d'erreurs binaires brute en fonction de  $\bar{E}/N_0$ .

La Figure 1 montre que pour de faibles étalement Doppler normalisés, la performance de l'estimation au MAP du canal approche celle du récepteur CPC. Par exemple, pour un TEB brut de  $10^{-2}$ , cette figure montre que l'estimation au MAP du

canal représente une dégradation de 0.5 dB pour  $B_D T = 1/128$  par rapport au récepteur CPC. Par contre, pour des valeurs normalisées importantes de l'étalement Doppler, on remarque l'instabilité de l'algorithme et sa convergence possible vers un maximum local au lieu du maximum global. Malgré cette instabilité possible pour les forts Doppler, les performances de notre algorithme dépassent celles des trois techniques différentielles considérées. Ainsi, nous remarquons que les performances de la nouvelle construction sont meilleures que celles obtenues avec la construction cyclique présentée dans ce même papier.

Nous indiquons à ce stade qu'une étude plus détaillée par simulation a été faite dans [4].

## 10. Conclusion

Nous avons proposé un récepteur itératif pour le schéma de diversité spatio-temporelle d'Alamouti utilisant une estimation semi-aveugle au maximum *a posteriori* des deux canaux associés aux deux antennes émettrices.

Pour de faibles étalements Doppler normalisés, la performance de l'estimation au MAP du canal approche celle du récepteur connaissant parfaitement le canal.

Pour des valeurs normalisées importantes de l'étalement Doppler, on remarque l'instabilité de l'algorithme et sa convergence possible vers un maximum local au lieu du maximum global. Pour stabiliser l'algorithme, on peut améliorer son initialisation en appliquant une technique d'estimation au MAP basée exclusivement sur les observations des symboles pilotes [6].

Notre algorithme peut être généralisé à l'estimation des canaux considérés dans des systèmes de communication MIMO sans fil utilisant des schémas de codage espace-temps à l'émetteur.

## Références

- [1] S. M. ALAMOUTI. *A simple transmit diversity technique for wireless communications*. IEEE Journal of Selected Areas on Communications. 16, October 1998, pp. 1451-1458.
- [2] V. TAROKH et H. JAFARKHANI. *A differential detection scheme for transmit diversity*. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 18, n°7, July 2000.
- [3] B. M. HOCHWALD et W. SWELDENS. *Differential unitary space-time modulation*. IEEE Transactions on Communications. 48, December 2000, pp. 2041-2052.
- [4] I. KAMMOUN et M. SIALA. *Maximum a posteriori fast fading channel estimation for Alamouti's space-time transmit diversity*. A paraître dans les Annales des Télécommunications.
- [5] J. G. PROAKIS. *Digital communications*. McGraw-Hill, New York 1989.
- [6] M. SIALA. *Maximum a posteriori fast fading channel estimation based exclusively on Pilot Symbols*. Annales des Télécommunications. 56, n°9-10, septembre/octobre 2001.