

Etude comparative entre les performances des séquences binaires à bonne corrélation avec les séquences GOUTELARD Q-aires. Application à la technique DS/CDMA

Ali DZIRI^{1,2}, Ridha BOUALLEGUE², Ammar BOUALLEGUE², Han VU THIEN¹, Claude GOUTELARD¹

¹ Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris Laboratoire signaux et systèmes 292 Rue Saint Martin 75141 Paris Cedex 03 France.

² Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis Laboratoire systèmes de communications 1002 Belvedere Tunis Tunisie

Dziri@cnam.fr Ridha.Bouallegue@supcom.rnu.tn

Résumé - Les séquences complexes, comparées aux séquences binaires présentent de bonnes performances en terme d'étalement spectral et réduction du facteur d'interférence entre utilisateurs dans une chaîne de transmission utilisant la technique DS/CDMA. Dans cet article nous avons effectué une comparaison entre les différents types de séquences binaires les plus utilisées : les séquences de Gold, l'ensemble petit de séquences de Kasami et l'ensemble large de séquences de Kasami. L'ensemble large de séquences de Kasami constitue le meilleur compromis pour les séquences binaires. On a introduit ensuite une nouvelle famille de séquences complexes qui constitue un nouveau formalisme : les séquences GOUTELARD Q-aires (GQ) ; elles présentent une autocorrélation presque parfaite et une intercorrélation nulle, pouvant ainsi augmenter la capacité du canal, en minimisant le facteur d'interférence.

Abstract - Multilevel spreading sequences are very efficient in direct sequence code division multiple access (DS/CDMA) compared to the binary sequences. We compare the performance of the most useful binary sequences (Gold, large sets and small sets of Kasami sequences) with each other, then we study the performance of complex sequences which have quasi-perfect autocorrelation functions and nulls crosscorrelation functions: Goutelard Q-ary sequences, these latter allow an increase of the channel capacity.

1. Introduction

Notre travail consiste à faire une étude comparative entre les performances des séquences binaires à bonne corrélation (autocorrélation et intercorrélation) les plus utilisées et de prouver les améliorations apportées par les séquences complexes à bonne corrélation, notamment les séquences GOUTELARD Q-aires (GQ), et ce dans l'application DS/CDMA.

Dans une première partie, nous allons présenter la chaîne DS/CDMA adoptée pour notre étude. Dans une deuxième partie, nous allons présenter une comparaison entre les performances des séquences binaires les plus utilisées : les séquences de Gold et Gold-like, l'ensemble large de séquences de Kasami et l'ensemble petit de séquences de Kasami. Dans une troisième partie, nous allons introduire les séquences complexes et plus spécifiquement les séquences GQ : leur algorithme de génération ainsi que leurs propriétés.

Dans une dernière partie, nous allons présenter les travaux de simulation qui sont subdivisés en deux parties : une première partie qui consiste à simuler un exemple de séquences GQ, et une deuxième partie qui présente les résultats de performances des séquences dans la chaîne de transmission DS/CDMA, et ce en adoptant la probabilité d'erreur par bit BER, comme critère de performance.

2. Etude de la chaîne de transmission DS/CDMA Format du document

On considère un réseau de communication avec technique DS-CDMA, comportant K utilisateurs transmettant leurs messages b_k^m simultanément, où $1 \leq k \leq K$, $-M \leq m \leq M$; $2.M+1$ désigne la longueur de la séquence de données.

On va traiter le cas d'un canal à bruit additif gaussien en adoptant le récepteur conventionnel mono-utilisateur, dans la chaîne de réception. Le modèle du récepteur est donné ci-dessous par FIG. 1. [2] [3]

N.B L'étude présentée ci-dessous, traite le cas d'une transmission asynchrone.

Pour l'utilisateur k : le signal binaire de données $b_k(t)$ est donné par :

$$b_k(t) = \sum_{m=-M}^{+M} b_k^m p_{T_b}(t - mT_b) \quad b_k^m \in \{-1, 1\} \quad (1)$$

p_{T_b} désigne la fonction de mise en forme pour le message, définie comme suit

$$p_{T_b}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t \leq T_b, \\ 0 & \text{si } t > T_b \end{cases} \quad (2)$$

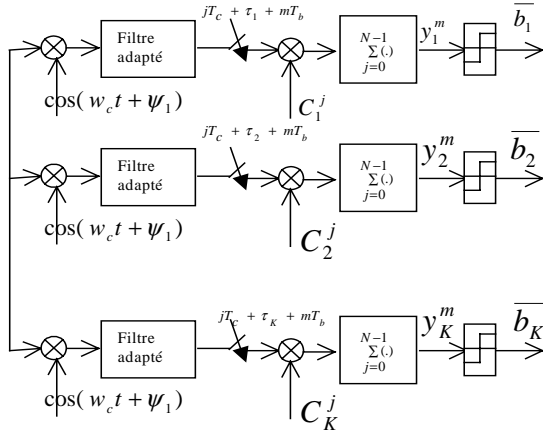


FIG.1 chaîne de réception

A chaque utilisateur, on associe un code spécifique de période N pour l'étalement de spectre. Soit $C_k(t)$ le code correspondant à l'utilisateur k, nous aurons alors :

$$C_k(t) = \begin{cases} \sqrt{2} \cos(w_c t + \psi_k) \cdot \sum_{j=0}^{N-1} C_k^j \cdot P_{T_c}(t - jT_c) & t \in [0, T_b] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3)$$

où P_{T_c} est la fonction de mise en forme de période T_c et

$\omega_c = 2\pi f_c$; f_c est la fréquence de la porteuse et ψ_k est la phase aléatoire du k ème utilisateur.

Le signal transmis du k ème utilisateur est donné par :

$$e_k(t) = \sum_{m=-M}^{+M} \sqrt{E_{ck}} b_k^m C_k(t - mT - \tau_k) \quad (4)$$

où E_{ck} l'énergie du k ème utilisateur par chip, τ_k est le retard du signal du k ème utilisateur

Le signal reçu $r(t)$ est donné par

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k \sqrt{E_{ck}} \sum_{m=-M}^{+M} b_k^m C_k(t - mT - \tau_k) + n(t) \quad (5)$$

La sortie du filtre adapté du k ème utilisateur est échantillonné à l'instant $m.T_b$ et l'échantillon y_k^m peut être donné par :

$$y_k^m = \frac{1}{T_b} \int_{\tau_k + mT_b}^{\tau_k + (m+1)T_b} r(t) \cdot C_k(t - mT_b - \tau_k) dt \quad -M \leq m \leq +M \quad (6)$$

Après un développement de calcul [3], on obtient:

$$y_k^m = A_k \sqrt{E_{ck}} b_k^m + \sum_{i=-M}^{+M} \sum_{j=1, j \neq k}^K \sqrt{E_{cj}} b_j^i \cdot \rho_{jk}(l) + n_k(m). \quad -M \leq m \leq +M \quad (7)$$

où ρ_{jk} est le facteur d'intercorrélation entre la séquence de l'utilisateur j et la séquence de l'utilisateur k, défini comme suit :

$$\rho_{jk}(l) = \frac{1}{T_b} \int_{\tau_k + mT_b}^{\tau_k + (m+1)T_b} C_j(t - iT_b - \tau_j) \cdot C_k(t - mT_b - \tau_k) dt \quad l = i - m \quad (8)$$

$n_k(m)$ est l'échantillon du bruit gaussien à l'instant $m.T_b$

Le deuxième terme de $y_k(m)$ constitue le facteur d'interférence entre utilisateurs. Ce facteur peut être réduit par un choix de séquences ayant faibles intercorrélations pour les différents décalages. Ceci fait l'objet de notre travail.

On note bien que dans le cas d'une transmission synchrone, tous les retards sont égaux, pour simplifier les calculs, on les a considéré nuls pour les travaux de simulations.

3. Propriétés requises pour l'application CDMA

Les critères de performances des séquences candidates à être implémentées dans la chaîne DS/CDMA sont les suivants : [4]

- Une longueur N élevée pour étaler le spectre et assurer la sécurité du message.
- Un nombre de séquences M élevé pour autoriser l'accès au maximum d'utilisateurs.
- Un facteur d'équilibrage I_{max} , qui indique la différence entre le nombre de '1' et le nombre de '0' dans une séquence donnée, devrait être le plus faible possible, pour assurer la synchronisation.
- Un maximum de corrélation R_{max} , devrait être le plus faible possible, pour éliminer les interférences dues à la transmission simultanée de plusieurs utilisateurs.

$R_{max} = \max \{R_{am}, R_{cm}\}$ où :

$$R_{am} = \max_{\substack{1 \leq i \leq M \\ 1 \leq \tau \leq N-1}} \{R_i(\tau)\} \quad \text{et} \quad R_{cm} = \max_{\substack{1 \leq i, j \leq M, i \neq j \\ 0 \leq \tau \leq N-1}} \{R_{i,j}(\tau)\} \quad (9)$$

- Une longueur de récursivité L, indiquant la complexité de générer la séquence, devrait être élevée par rapport à la longueur de la séquence pour assurer la sécurité de l'information.

4. Séquences numériques à bonne corrélation

4.1 Séquences binaires :

On considère a, b une paire préférée « preferred pair » de m-séquences de longueur $N=2^m-1$, m est un entier naturel. On adopte les notations suivantes :

- G(a,b) : séquences de Gold
- GL(a,b) : séquences de Gold-like
- Ks(a,b) : ensemble petit de séquences de kasami
- Kl(a,b) : ensemble large de séquences de Kasami

On adopte également les mêmes notations des critères de performances cités dans le paragraphe précédent.

Le tableau suivant récapitule les conditions d'existence portant sur l'ordre m , ainsi que les propriétés des familles de séquences citées ci-dessus [4]

Tab1 : Comparaison des séquences binaires

Ensemble	m	M	$R_{\max} = I_{\max}$	L
G(a,b)	$1 \bmod(2)$	$1+2^m$	$1+2^{(m+1)/2}$	$2m$
G(a,b)	$2 \bmod(4)$	$1+2^m$	$1+2^{(m+2)/2}$	$2m$
GL(a,b)	$0 \bmod(4)$	2^m	$1+2^{(m+2)/2}$	$2m$
Ks(a,b)	$0 \bmod(2)$	$1+2^{m/2}$	$1+2^{m/2}$	$3m/2$
KL(a,b)	$2 \bmod(4)$	$2^{m/2}(2^m+1)$	$1+2^{(m+2)/2}$	$5m/2$
KL(a,b)	$0 \bmod(4)$	$2^{m/2}(2^m+1)-1$	$1+2^{(m+2)/2}$	$5m/2$

L'ensemble petit de séquences de Kasami est le plus performant des familles de séquences binaires citées ci-dessus, de point de vue corrélation, mais cet ensemble souffre du nombre limité de séquences. L'ensemble large de séquences de Kasami constitue un meilleur compromis des propriétés requises dans la chaîne DS/CDMA, pour les séquences binaires; il présente la même borne de corrélation que les séquences de Gold, en outre, un nombre de séquences beaucoup plus élevé, et une longueur de récursivité linéaire plus large.

4.2 Séquences complexes

Les séquences de FZC, formées par la réunion des séquences de Frank et les séquences de Chu, constituent les séquences polyphases les plus utilisées. En plus de leur nombre élevé, elles ont une autocorrélation parfaite et une intercorrélation, optimale d'après la limite de Welch et Sidelnikov, égale à \sqrt{N} et ce pour des séquences de longueur N , sous certaines conditions préalables [4], lui conférant ainsi les caractéristiques utiles pour l'application DS/CDMA.[4] [11].

Les séquences GQ constituent une autre famille de séquences Q-aires tout en visant le même objectif. Elles sont des séquences parfaitement orthogonales et à autocorrélation presque parfaite. En outre, ces séquences sont très nombreuses ce qui met en évidence leurs utilités dans l'application DS/CDMA.[1]

4.2.1 Algorithme de génération des séquences GQ

Les séquences GQ sont définies par un ensemble de Z séquences $(b_z)_{1 \leq z \leq Z}$ de longueur N tel que NZ soit un carré parfait, $NZ = N_0^2$; elles sont générées par l'algorithme suivant [1]

$$b_z(x) = \sum_{i=0}^{N-1} W_{N_0}^{(z+Z \cdot I_F)I_p \cdot P} x^i \quad (10)$$

$$W_{N_0} = \exp\left(\frac{j \cdot 2\pi}{N_0}\right)$$

où

$$I_p = i [Y_0]$$

$$I_F = i - I_p$$

$$Y_0 = \frac{N_0}{Z} \quad \text{avec } p \text{ est premier avec } N_0$$

4.2.2 Propriétés utiles des séquences GQ

On considère un ensemble de Z séquences de longueur N :

$$b_1 = \{b_{1,0}, b_{1,1}, b_{1,2}, \dots, b_{1,N-1}\}$$

$$b_2 = \{b_{2,0}, b_{2,1}, b_{2,2}, \dots, b_{2,N-1}\}$$

...

$$b_Z = \{b_{Z,0}, b_{Z,1}, b_{Z,2}, \dots, b_{Z,N-1}\}$$

Ces séquences s'appellent des séquences GQ, si elles vérifient les propriétés suivantes [1]

P1- Toutes les séquences b_z , pour $1 \leq z \leq Z$, sont orthogonales deux à deux.

P2- L'autocorrélation de chaque séquence b_z , $1 \leq z \leq Z$, est presque parfaite.

P3- L'autocorrélation de la séquence complète [1] formée par l'entrelacement des séquences de base est parfaite.

P4- L'autocorrélation de la séquence analogique $A(x)$ définie comme suit, est parfaite

$$A(x) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i x^i \quad \text{où} \quad a_i = \sum_{z=1}^Z b_{z,i} \quad (11)$$

P5- M le nombre des séquences GQ pour une longueur N vérifiant $N = a^\alpha b^\beta c^\gamma \dots d^\delta$

$$M = \phi(N)$$

Où ϕ désigne la fonction d'Euler.

N.B Ce nombre de séquences élevé est justifié par d'autres propriétés des séquences GQ, données dans [1]

5. Simulations

5.1 Exemples de séquences GQ

On donne ci-dessous un exemple de simulations des fonctions de corrélation pour deux séquences de longueur $N=1805$, correspondant à $z=1=2$ et $z=2=4$, d'une famille définie par ($Z=5$, $N_0 = 95$).

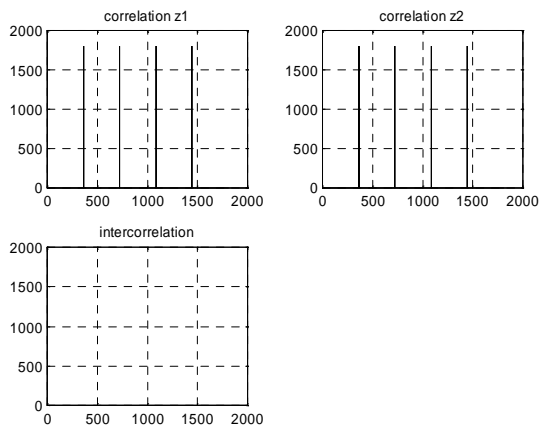


FIG. 2 Corrélations des séquences z1,z2

On voit bien que les autocorrélations sont presque parfaites et une intercorrélacion nulle.

5.2 Probabilité d'erreur

On donne ci-dessous les résultats de simulations des probabilités d'erreur des séquences binaires de longueur $N=63$, et ce pour un nombre d'utilisateurs $N_u=9$. N_u est imposé par l'ensemble petit de séquences de Kasami qui pour une longueur $N=63$, donne au maximum une famille de séquences de taille $M=9$.

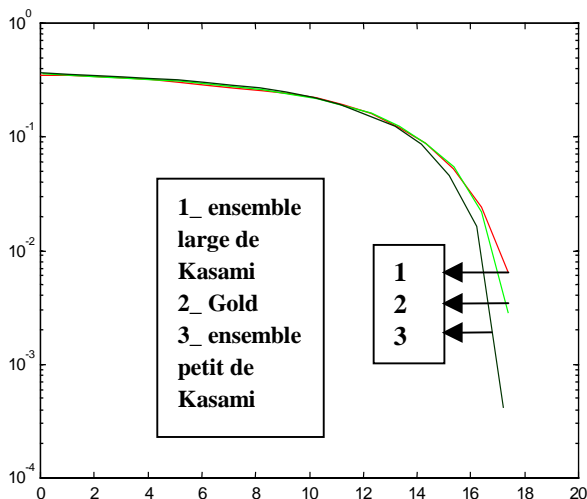


FIG.3 Probabilité d'erreur des séquences binaires

Il est clair que l'ensemble petit de séquences de Kasami offre de performances meilleures de point de vue corrélation, suivi par la famille de Gold puis l'ensemble large de séquences de Kasami, ce qui confirme bien les résultats

théoriques, ceci est justifié par la faible valeur R_{max} définie précédemment.

Les séquences GQ, ayant des intercorrélations nulles et des autocorrélations presque parfaites devraient présenter une probabilité d'erreur nettement inférieure, augmentant ainsi la capacité du canal.

6. Conclusion

L'ensemble petit de séquences de Kasami constitue la meilleure famille des séquences binaires citées dans cet article, de point de vue probabilité d'erreur, sauf que cet ensemble souffre du nombre réduit de séquences, qui est une condition incontournable dans l'application DS/CDMA.

L'ensemble large de séquences de Kasami constitue le meilleur compromis des propriétés requises dans le cas de séquences binaires ; il suggère des propriétés de corrélation semblables à celles des séquences de Gold, en outre, il dispose d'un nombre assez élevé de séquences et d'un facteur de récursivité assez important.

Les séquences GQ, comparées aux séquences binaires et aux séquences FZC, devraient présenter une probabilité d'erreur inférieure, permettant ainsi d'augmenter la capacité du canal.

Références

- [1] C.Goutelard . “ Séquences Q-aires orthogonales à corrélation parfaite “ Conf AGARD –EPP, Londres , Juin 1992..
- [2] Jhon G Proakis “ Digital communication” Mc Graw-Hill, second edition 1989.
- [3] Rajee “CDMA for wireless personnel communications”, Artech house publishers.
- [4] Pingzhi Fan and Michael Darnell “Sequence Design for communications applications”. Copyright 1996, by Research studies Press Ltd.
- [5] D.V. Sarwate and M.B. Pursely “Crosscorrelation properties of pseudo random and related sequences”. proceedings of the IEEE 68(5) : 593-620, May 1980.
- [6] Jack Glas Delft “Pseudo Random noise sequences”., Novembre 1996.
- [7] R. Gold “ Maximal recursive sequences with three valued crosscorrelation functions” IEEE Trans on inform Theory vol IT 14 pp (154-156) 1968.
- [8] R. Gold “optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing” . IEEE Trans on inform Theory vol IT 13 pp (619-621) 1967.
- [9] D.V. Sarwate “ Bounds on crosscorrelation and autocorrelation of sequences “ IEEE Trans on Inform Theory vol IT 25 pp (720-724) 1979.
- [10] Alex W Lam “ Performance Bounds for DS/CDMA communications with complex signature sequences “ IEEE Trans on communications vol 40 N° 10 October 1992.
- [11] P.Z. Fan , M.Darnell and Honaray “ Crosscorrelation of Frank sequences and Chu sequences “ Electronic.Lett 30 (5) pp (477-478) March 1994.