

Trois approches multiéchelles pour l'analyse de surface $2D^{1/2}$

Freddy Darsonville et Michel Jourlin

Laboratoire Image, Signal et Acoustique
CNRS EP 0092
École Supérieure de Chimie, Physique et Electronique de Lyon
43 Bd du 11 Novembre 1918 BP 2077
69616 Villeurbanne Cedex, France

RÉSUMÉ

L'analyse d'une surface $2D^{1/2}$ ($z=f(x,y)$) à plusieurs échelles a pour objectif la hiérarchisation des structures qui la composent, de façon à éliminer celles qui ne sont pas significatives au sens d'une métrique. Une première approche basée sur la métrique L_∞ utilise des lignes isovaleur, autorisant le choix sélectif de la précision en hauteur. Les triangulations adaptatives, par insertion et par décimation, permettent quant à elles une modélisation de la surface en triangles pilotée par la métrique de Hausdorff, généralisant ainsi à la 3D la notion de tube de vectorisation en 2D. La dernière approche exploite la structure de décomposition en « Quadtree » de pavés surfaciques. Les choix, du type de pavé d'une part, et de la métrique permettant d'évaluer la distance du pavé à l'image d'autre part, offrent une grande souplesse de modélisation. Des algorithmes de passage entre ces trois approches sont donnés.

ABSTRACT

Multiscale $2D^{1/2}$ ($z=f(x,y)$) analysis of surfaces allows a hierarchical representation of their composing features, and eliminates structures that are not significant at one given scale, with respect to a metric. A first approach, based on the L_∞ metric, uses isodata lines and gives choice of precision on different height ranges. Adaptive triangulations, by insertion or decimation, driven by the Hausdorff metric, also generalize to 3D the notion of vectorisation tube. Then, the last approach, using the quadtree data structure, decomposes the image into surfacic patches. The patch type, chosen from the interpolation and smoothing methods, combined with the metric used to evaluate the distance between the original image and the patch, provides an important power of modelisation. Switching between these three data representations is able with the given Algorithms.

Introduction

L'analyse d'une surface à plusieurs échelles a pour objectif la hiérarchisation des structures qui la composent [1]. Pour une échelle donnée, différente de l'échelle à laquelle la surface originelle est décrite, on est amené à éliminer les structures qui ne sont pas significatives au sens d'une métrique. On peut citer par exemple des applications dans les domaines suivants:

- Reconstruction de la topographie terrestre à partir de données altimétriques
- Création du modèle CAO d'un objet physique à partir de mesures prises par un capteur de distance
- Reconstruction de surfaces d'éléments anatomiques à partir de mesures scanner ou IRM
- Imagerie surfacique et volumique des matériaux (états de surface, porosités...)

Les surfaces $2D^{1/2}$ que nous sommes amenés à considérer sont décrites sous forme explicite par l'équation $z=f(x,y)$, où z est la distance du point localisé en (x,y) par rapport à une référence donnée (un niveau de référence dans le cas de MNT, l'observateur dans le cas d'images de profondeur obtenues par laser). Pour notre étude, nous travaillons avec des images à tons de gris à valeurs dans $[0,M]$ (cf fig. 1). Nous proposons trois approches permettant de modéliser une surface suivant différents niveaux de détails. L'utilisation de métriques permet de mesurer la distance entre deux surfaces, et donc de piloter la modélisation.

1. Approche par lignes isovaleur

La méthode consiste à générer à partir de l'image initiale un certain nombre de lignes isovaleur ou "lignes de niveau", grâce à l'algorithme des Marching Squares [4]. Il en résulte un ensemble de contours correspondant aux frontières entre les zones d'altitude inférieures et supérieures ainsi délimitées (cf fig. 2). Ces contours sont stockés sous la forme de lignes polygonales avec un label permettant de coder leur altitude.

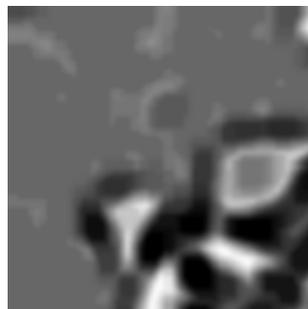


Fig. 1 : Image à niveaux de gris

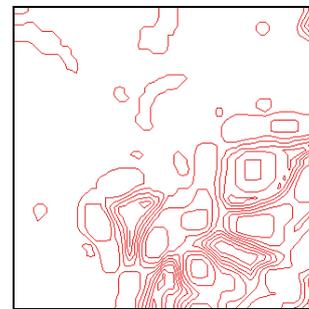


Fig. 2 : Modélisation par lignes isovaleur

En choisissant le nombre d'isocontours, on fixe la précision que l'on souhaite conserver suivant l'axe Z (cette approche correspond à la métrique L_∞). L'approche présente l'avantage de pouvoir contrôler sélectivement l'erreur en altitude en

choisissant un pas en Z pouvant varier suivant la plage de niveau de gris choisie.

Les isocontours, définis dans un plan de l'espace, peuvent ensuite être vectorisés (cf fig. 3) suivant la métrique de Hausdorff (eq 1), réduisant encore la quantité d'informations conservée.

Mathématiquement la distance de Hausdorff est définie par:

$$d_H(A, B) = \text{Max} \left\{ \text{Sup}_{a \in A} \text{Inf}_{b \in B} d(a, b), \text{Sup}_{b \in B} \text{Inf}_{a \in A} d(a, b) \right\} \text{ (Eq 1)}$$

On interprète la distance de Hausdorff par le nombre minimal de dilatations à appliquer à un objet pour contenir l'autre: on dilate A n fois pour contenir B, puis on dilate B m fois pour contenir A, et $d_H = \text{Max}(n, m)$ (cf fig. 4).

En termes de morphologie mathématique, on évalue la superposition de deux formes A et B: $d_H(A, B) \leq \epsilon$ signifie que tout objet B dont la frontière est comprise dans le tube de dilatation de rayon ϵ diffère de moins de ϵ de A (cf fig. 6).

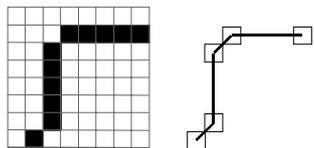


Fig.3 : Vectorisation d'un contour sur trame : création d'une ligne polygonale

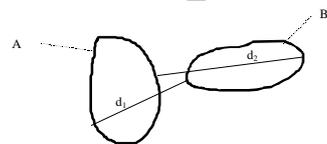


Fig. 4 : Distance de Hausdorff entre 2 formes : $D_H(A, B) = \text{Max}(d_1, d_2)$

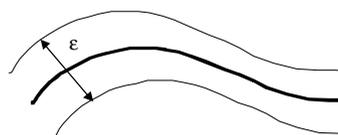


Fig. 5 : Tube de vectorisation d'épaisseur ϵ

La connaissance de l'erreur maximale en z (correspondant au pas local en z) et de l'erreur maximale en xy (largeur du tube de vectorisation) permet de connaître l'erreur totale commise.

On peut reconstituer une image de différentes manières (interpolation linéaire, splines bicubiques...) à partir de ces contours.

Une facettisation s'obtient facilement par triangulation de Delaunay du projeté des points des contours dans le plan xy.

2. Approche par triangulation adaptative

La triangulation permet une modélisation de la surface 2D-1/2 par facettes triangulaires. Les sommets des facettes correspondent aux pixels de l'image. La triangulation la plus fine consiste à conserver tous les pixels, fournissant un maillage régulier.

L'idée de base est de ne choisir que certains pixels, limitant ainsi le nombre de facettes définissant la surface [5]. Une métrique permet de mesurer l'erreur entre la surface triangulée grossièrement et la surface d'origine. Les

algorithmes proposés sont pilotés par le niveau d'erreur toléré.

2.1. Triangulation ascendante par insertion

La stratégie par insertion consiste à ajouter des points au maillage qui définit la surface. L'algorithme débute avec deux facettes formées à partir des quatre pixels extrémaux de l'image (les coins). Chaque facette est projetée sur l'image suivant la direction verticale, partitionnant ainsi l'ensemble des pixels de l'image. Pour chacun de ces pixels, on calcule la distance verticale à la facette. Le pixel pour lequel l'erreur est maximale par rapport à une facette donnée est ajouté dans une liste de points nouveaux. A chaque itération, on pourra ajouter au maillage au maximum autant de points nouveaux qu'il y a de facettes. Une phase de retriangulation agissant sur tous les sommets du maillage (anciens et nouveaux) est alors nécessaire. Les deux phases décrites (calcul de l'erreur et retriangulation) sont itérées jusqu'à ce que le critère soit satisfait pour chaque facette. Cette méthode est bien adaptée à la métrique L_∞ .

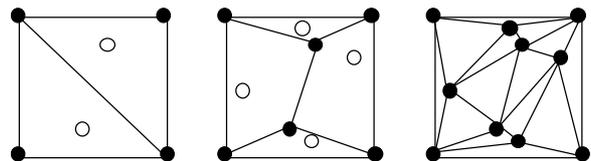


Fig. 7 : Exemple d'ajout de points en 2 itérations.

2.2. Triangulation descendante ou décimation

La décimation [2][3] est la stratégie duale de la précédente: elle consiste à supprimer des points d'un maillage triangulé, réduisant ainsi le nombre de facettes. L'algorithme débute cette fois à partir d'un maillage fin régulier (cf fig. 6 et 8).

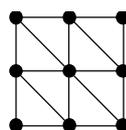


Fig. 6 : Maillage régulier de $n \times m$ points en $2.(n-1).(m-1)$ facettes.

Pour chaque sommet du maillage, on repère les sommets voisins (reliés par une arête). Ces sommets permettent de calculer une retriangulation locale (au sens de Delaunay) et d'évaluer le critère d'erreur, c'est à dire la distance du point candidat à la facette la plus proche parmi les nouvelles. Tous les sommets du maillage sont évalués par rapport à ce critère d'erreur et deviennent candidats à la décimation. Ces candidats sont stockés dans une liste ordonnée par rapport à la valeur du critère, et supprimés par valeur de critère croissante. A chaque suppression, le critère des sommets voisins est réévalué. Chaque sommet "décimé" se trouve associé à la facette la plus proche et sera pris en compte en cas de tentative de suppression de cette facette lors des itérations ultérieures, permettant de conserver l'information initiale du relief. Cette méthode utilise la métrique de Hausdorff, généralisant ainsi la notion de tube de vectorisation 2D à la 3D (cf résultat fig. 9).

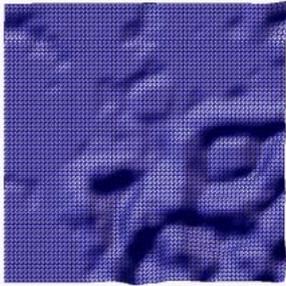


Fig. 8 : Maillage régulier fin

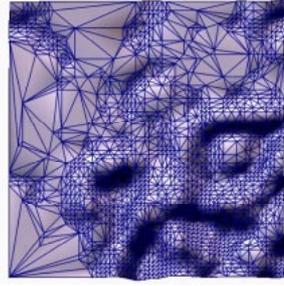


Fig. 9 : Maillage adaptatif avec erreur contrôlée par la métrique de Hausdorff

3. Approche par "quadtree de pavés surfaciques"

L'objectif est d'approcher l'image par des pavés surfaciques, suivant une structure hiérarchique de type quadtree: si une portion de l'image n'est pas homogène à un pavé au sens d'une métrique, le pavé est décomposé en quatre sous-pavés (cf fig. 10).

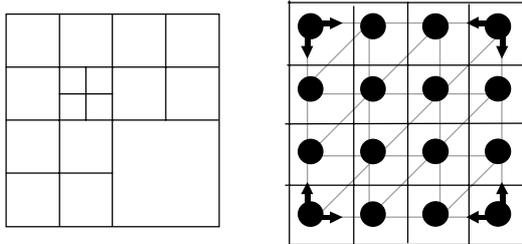


Fig. 10 : Structure de quadtree et pavé de type Bézier d'ordre 3

Citons les deux distances suivantes permettant de calculer l'écart entre l'image et le pavé. La première (Eq. 2) correspond à une approche atomique (un point a un "poids") et la deuxième (Eq. 3) à une approche diffuse, au sens de la théorie de la mesure.

$$d_{\infty}(S(f), S(g)) = \sup_{p \in P} |f(p) - g(p)| \leq \epsilon$$

avec $\begin{cases} p \text{ un point du patch } P \\ f(p) \text{ la valeur de l' image en } p \\ g(p) \text{ la valeur du pavé en } p \end{cases}$ (Eq. 2)

$$d_1(S(f), S(g)) = \iint_{p \in P} |f(p) - g(p)| dp \leq \epsilon$$

avec $\begin{cases} p(x, y) \text{ un point du patch } P \\ f(p) \text{ la valeur de l' image en } p \\ g(p) \text{ la valeur du pavé en } p \end{cases}$ (Eq. 3)

Les types de pavés pouvant être utilisés [6] sont à choisir parmi les méthodes de lissage (BSpline) ou d'interpolation (pavés de Bézier, de Kocharneq Bartel Spline, Catmull Rom Spline) en fonction des propriétés recherchées pour les surfaces (continuité C0, C1, C2...). Les pavés sont ensuite facilement facettisables quelle que soit la méthode choisie.

Conclusion

Il est à remarquer que les zones de l'image comportant le plus d'informations correspondent aux zones où la courbure est importante. Il en résulte pour les trois méthodes proposées une densité locale supérieure des structures générées (lignes de niveau plus serrées, facettes plus fines, pavés plus petits...). Le passage à la 3D de ces méthodes est en cours d'étude. On peut déjà citer les résultats obtenus pour la décimation sur des objets 3D extraits de scanner X en imagerie dentaire (cf fig. 11).

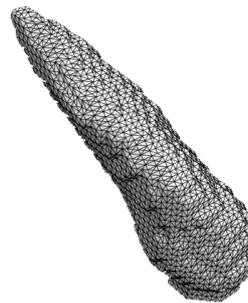


Fig. 11 : Exemple d'une canine, segmentée depuis un bloc Scanner X, et triangulée par la méthode des « marching cubes ». La facettisation basée sur une grille régulière de l'espace produit un nombre important de triangles.
2919 points et 5804 triangles

Résultat après décimation : 1210 points et 2426 triangles Résultat après décimation : 96 points et 218 triangles

Références

[1] Frédéric Falzon, Gérard Giraudon, Marc Berthod, "Vers un modèle pour l'analyse multiéchelle de surface 3D", Rapports de Recherche INRIA No 1639, Mars 1992
 [2] Marc Soucy, Denis Laurendeau, "Multiresolution surface Modeling Based on Hierarchical Triangulation", Computer Vision and Image Understanding, Vol 3, No 1, January, pp.1-14, 1996
 [3] William J. Schroeder, Jonathan A. Zarge, William E. Lorensen, "Decimation of Triangle Meshes", Computer Graphics, 26, 2, July 1992
 [4] W. E. Lorensen, H.E. Cline, "Marching Cubes : A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm ", Computer Graphics, 21(3), 163-169, July 1987
 [5] P. Brunet, "Including shapes handles in recursive subdivision surfaces", Computer Aided Geometry Design, 1988, No 5, pp. 41-50
 [6] A. Goshtaby, F. Chen, B. Barsky, "B-Spline Curves and Surfaces Viewed as Digital Filters", Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1990, No 52, pp. 264-275