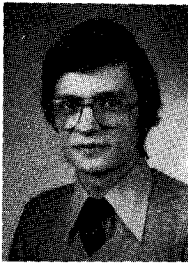


Identification  
en présence d'échos  
par le CEPSTRE

Identification method in echoic situation by power CEPSTRUM



Michel GRABISCH

THOMSON-CSF, Département des Activités Sous-Marines, 7, chemin des Presses, 06802 CAGNES-SUR-MER

Michel Grabisch est Ingénieur INPG, de septembre 1980 à septembre 1982 il a effectué une thèse de Docteur-Ingénieur au CEPHAG (INPG) sur les problèmes d'identification en présence d'échos. Puis il a fait un stage de recherche au Tokyo Institute of Technology, sur le CEPSTRE complexe et les signaux à phase minimale. Il travaille depuis novembre 1984 chez THOMSON-CSF dans le Département des Activités Sous-Marines.



Jean-Claude BALLUET

CEPHAG, BP n° 46, 38402 SAINT-MARTIN-D'HÈRES

Jean-Claude Balluet, 40 ans, est Ingénieur Arts et Métiers et Maître-Assistant à l'INPG (ENSIEG). Après une période initiale d'activités industrielles, J.-C. Balluet a repris des études scientifiques à l'INPG. Il a soutenu une thèse de Docteur-Ingénieur sous la direction du Professeur Jean-Louis Lacoume (Les opérateurs CEPSTRES, application à la séparation d'échos rapprochés). Le cas bruité a notamment été étudié de façon approfondie et une étude originale de traitement a été proposée. En collaboration avec Michel Grabisch, J.-C. Balluet s'est intéressé à l'identification d'un filtre en présence d'échos parasites, travaux relatés dans cette publication. Des recherches sont en cours concernant les signaux à famille de raies, les signaux à déphasage minimal, les signaux sismiques.

RÉSUMÉ

Cet article présente une méthode originale d'identification en présence d'échos parasites. Cette méthode, basée sur le CEPSTRE d'énergie, permet d'obtenir le module du gain complexe ainsi que la dérivée de la phase du filtre à identifier, dans la zone fréquentielle où ces grandeurs évoluent lentement et dans le cas où le rapport signal sur bruit est au moins de l'ordre de 10 dB.

MOTS CLÉS

CEPSTRE, identification, écho parasite, filtre, écho, recherche universitaire.

SUMMARY

*This paper proposes a new identification method in echoic situations. This method, using power CEPSTRUM operator, is able to estimate the modulus and the phase derivative of the filter to be identified, for each frequency domain where these functions are varying slowly and the signal to noise ratio is greater than 10 dB.*

KEY WORDS

*CEPSTRUM Signal processing, identification, university recherche, echo.*

**TABLE DES MATIÈRES**

**Introduction**

1. L'opérateur CEPSTRE d'énergie; application à la représentation de signaux à structure d'échos
2. Méthode d'identification : signaux non bruités
3. Adaptation de la méthode dans le cas de bruits additifs

**Conclusion**

**Annexe 1**

**Annexe 2**

**Introduction**

**POSITION DU PROBLÈME**

Cette étude se situe dans le cadre très général d'identification de filtres linéaires. La contrainte originale apportée ici est la présence d'échos parasites.

Le champ de connaissance *a priori* dans lequel nous nous plaçons, est celui où nous disposons de deux signaux,  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ , dont on fait l'hypothèse qu'ils sont issus d'un même signal-source  $s(t)$ , inconnu *a priori*, qui arrive à l'observateur par deux chemins différents.

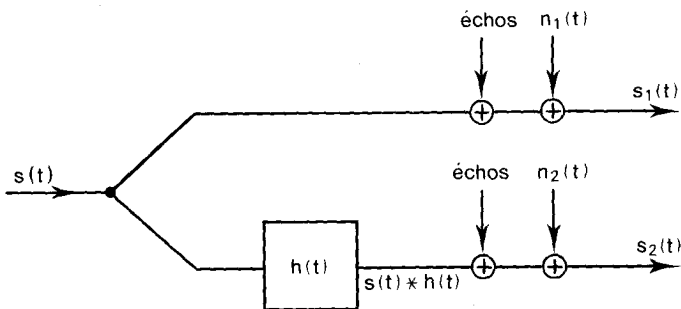


Fig. 1. — Schéma général du problème d'identification.

Des échos, ainsi qu'un bruit additif viennent perturber  $s(t)$  et  $h(t) * s(t)$ . Le but est l'identification du module du gain complexe du filtre de réponse impulsionnelle  $h(t)$ . Nous verrons que la méthode proposée permet aussi d'avoir des informations sur la phase. L'expression analytique des deux signaux est :

$$s_1(t) = s(t) + \sum_{i=1}^{N_1} h_{1i}(t-t_{1i}) * s(t) + n_1(t),$$

$$(1) \quad s_2(t) = s(t) * h(t) + \sum_{i=1}^{N_2} h_{2i}(t-t_{2i}) * (s(t) * h(t)) + n_2(t),$$

$s(t)$ , signal-source, à énergie finie.

$h_{ji}(t)$ , réponses impulsionnelles de filtres linéaires, représentant une déformation convolutive de l'écho. Pour des échos purs, on aura  $h_{ji}(t) = a_{ji} \delta(t)$ .

On suppose ces filtres stables, et tels que leurs réponses impulsionnelles  $h_{ji}(t-t_{ji})$  soient causales.

$t_{ji} > 0, \forall i, j$ .

$N_1, N_2$ , nombre d'échos.

On supposera tous ces paramètres et signaux inconnus *a priori*, ou du moins mal connus (mais déterministes).

$n_1(t), n_2(t)$ , bruits gaussiens, centrés, stationnaires d'écart type  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  décorrélés entre eux.

$h(t)$ , réponse impulsionnelle du filtre à identifier. On supposera ce filtre linéaire, causal et stable.

On notera  $H(v)$  son gain complexe,  $|H(v)|$  son module et  $\varphi(v)$  sa phase.

**ILLUSTRATION PHYSIQUE DU MODÈLE**

Le modèle tel qu'il est donné sur la figure 1, est adapté à représenter la propagation d'ondes dans un ou plusieurs milieux *linéaires*.

Étant donné deux points placés dans ce ou ces milieux,  $s(t)$  représente l'onde au point 1, et  $s(t) * h(t)$  l'onde au point 2;  $h(t)$  représente alors l'action du milieu entre les points 1 et 2.

Cette action peut être une absorption, une dispersion, ou tout autre phénomène pouvant survenir lors de la propagation d'une onde dans un ou plusieurs milieux linéaires, et aux interfaces de ceux-ci. Ainsi, identifier  $h(t)$  revient à caractériser le milieu de propagation, ou l'interface entre deux milieux.

La présence d'interfaces entre milieux, et également le fait que les milieux soient généralement limités, entraînent inévitablement la présence de réflexions, donc d'échos sur les signaux enregistrés par les capteurs placés aux deux points considérés, ces échos étant déformés linéairement puisque eux aussi ont subi l'influence des milieux de propagation, ainsi que de leurs limites. La figure 2 illustre ceci, dans un cas à deux milieux.

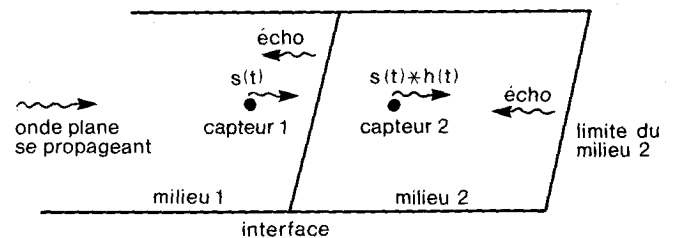


Fig. 2. — Exemple d'application du modèle.

En identifiant  $h(t)$ , et en connaissant les lois de propagation dans les milieux 1 et 2, on peut accéder à la connaissance des phénomènes qui interviennent à la jonction des deux milieux.

**MÉTHODES D'IDENTIFICATION**

Les méthodes classiques d'identification de  $h(t)$  [1, 10] ne sont pas applicables ici du fait de la présence d'échos multiples de paramètres inconnus.

On peut envisager qu'il soit possible, à partir des fonctions d'autocorrélation ou d'intercorrélations de  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ , d'éliminer l'effet des échos. En fait, cela n'est possible que dans le cas très particulier d'échos non déformés et d'écart de temps grands devant la largeur de la fonction d'autocorrélation du motif de base  $s(t)$  [3].

On sait que la représentation cepstrale est particulièrement adaptée aux signaux à structure d'échos, du fait qu'elle tend à séparer ce qui provient du signal de base des effets de la structure d'échos. Nous nous proposons, dans cette étude, de construire une méthode d'identification basée sur l'opérateur CEPSTRE d'énergie.

**1. L'opérateur CEPSTRE d'énergie : application à la représentation de signaux à structure d'échos**

Nous nous limiterons ici à quelques rappels (pour plus de détails, consulter [1 à 5]).

**1.1. DÉFINITION DE L'OPÉRATEUR CEPSTRE D'ÉNERGIE**

Soit une suite numérique  $x(k)$ , provenant par exemple de l'échantillonnage avec un pas  $\Delta t$  d'un signal  $x(t)$  à énergie finie. On appelle CEPSTRE d'énergie associé à la suite  $x(k)$  et à un réel  $\rho > 0$ , la suite  $\dot{x}_\rho(k)$ , définie de la façon suivante :

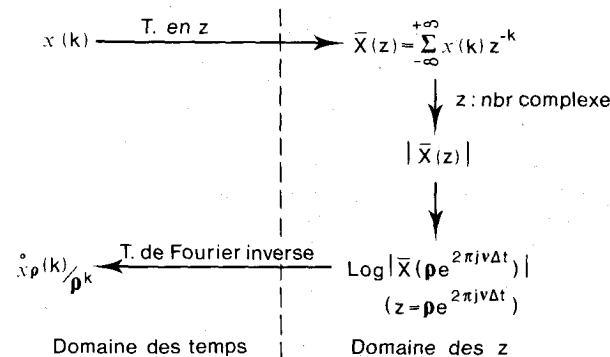


Fig. 3. — Définition de l'opérateur CEPSTRE d'énergie associé à une suite  $x(k)$  et à un réel  $\rho > 0$ .

*Nota 1 :*  $\bar{X}(\rho e^{2j\pi v \Delta t})$  est la transformée de Fourier du signal à temps discret  $x(k)/\rho^k$ .

*Nota 2 :* Dans le cas général la suite CEPSTRE  $\dot{x}_\rho(k)$  n'existe que pour un domaine :  $\rho_1 < \rho < \rho_2$ .

Si la suite  $x(k)$  est à énergie finie et du « type causal » [ $x(k) = 0, k < 0$ ] alors une suite CEPSTRE d'énergie pourra être définie pour tout  $\rho \geq 1$ .

*Nota 3 :* La valeur par défaut de  $\rho$  sera prise égale à 1. Ainsi  $\dot{x}(k)$  signifie  $\dot{x}_{\rho=1}(k)$ .

*Nota 4 :* L'indice  $k$  de la suite CEPSTRE d'énergie  $\dot{x}_\rho(k)$  est un indice temporel : afin d'éviter toute confusion entre le domaine temporel original et celui-ci, nous emploierons le terme de « quéférences » pour le domaine temporel cepstral, terme introduit par Bogert, Healy et Tukey [8] en 1963.

*Nota 5 :* Pour le calcul pratique de ces suites et les précautions à prendre, nous renvoyons à [4]. D'autre part, comme  $\dot{x}_\rho(k)/\rho^k = \dot{x}_\rho(-k)/\rho^{-k}$ , nous ne considérerons les suites CEPSTRES que pour les indices  $k \geq 0$ .

**1.2. PROPRIÉTÉ FONDAMENTALE DU CEPSTRE D'ÉNERGIE**

L'opérateur CEPSTRE d'énergie transforme un produit de convolution en somme, si :

$$y(k) = x_1(k) * x_2(k),$$

alors :

$$(2) \quad \dot{y}_\rho(k) = \dot{x}_{1\rho}(k) + \dot{x}_{2\rho}(k).$$

Cette propriété essentielle est à la base de nombreuses autres propriétés que nous n'énumérerons pas ici [1, 2, 4, 5].

**1.3. CEPSTRE D'ÉNERGIE DE SIGNAUX A STRUCTURE D'ÉCHOS**

Soit un signal  $s(t)$  d'énergie finie, à partir duquel on construit une structure d'échos :

$$x(t) = s(t) + \sum_{i=1}^N h_i(t-t_i) * s(t).$$

Soit  $x(k)$  la suite obtenue après échantillonnage avec un pas  $\Delta t$  suffisamment fin pour éviter les erreurs de répliquations et pour qu'on puisse considérer que :

$$(3) \quad x(k) = s(k) + \sum_{i=1}^N h_i(k-k_i) * s(k),$$

avec  $t_i = k_i \Delta t, k_i$  entiers.

Cette expression peut s'écrire sous forme d'un produit de convolution :

$$(4) \quad x(k) = s(k) * \lambda(k),$$

en posant :

$$(5) \quad \lambda(k) = \delta(k) + \sum_{i=1}^N h_i(k-k_i)$$

Le CEPSTRE d'énergie transformant un produit de convolution en somme, il s'ensuit que :

$$(6) \quad \hat{x}_p(k) = \hat{s}_p(k) + \hat{\lambda}_p(k)$$

L'intérêt de cette représentation est que  $\hat{s}_p(k)$  et  $\hat{\lambda}_p(k)$  ont tendance à avoir des domaines fréquentiels disjoints. En effet,  $\hat{s}_p(k)$ , le CEPSTRE du signal de base, est généralement une fonction basse fréquence et  $\hat{\lambda}_p(k)$ , sous des conditions que nous expliciterons, ne contient pas de termes basse fréquence.

1.3.1. Cas d'un seul écho pur

Ce cas est bien connu [4, 5], rappelons ici les résultats : soit :

$$\lambda(k) = \delta(k) + a_1 \delta(k-k_1)$$

Si  $|a_1| < \rho^{k_1}$ ,  $\hat{\lambda}_p(k)$  a l'allure suivante (fig. 4).

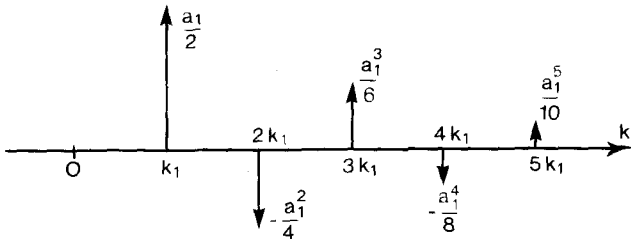


Fig. 4. - Allure de  $\hat{\lambda}_p(k)$  dans le cas d'un seul écho et avec  $|a_1| < \rho^{k_1}$ .

Si  $|a_1| > \rho^{k_1}$  l'allure est similaire, il suffit de remplacer  $a_1$  par  $1/a_1$ . D'autre part, le CEPSTRE en zéro n'est pas nul et vaut  $-k_1 \text{Log } \rho + \text{Log } |a_1|$ .

En résumé, l'allure de  $\hat{x}_p(k)$  est la suivante (fig. 5).

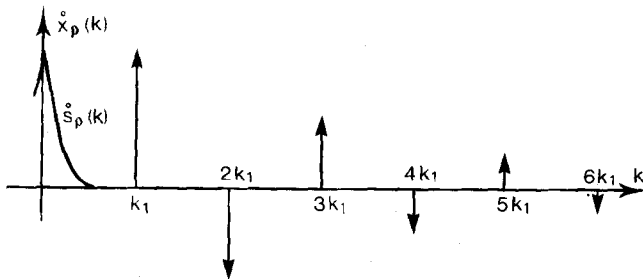


Fig. 5. - Allure de  $\hat{x}_p(k)$  dans le cas d'un seul écho.

Il est important de noter que si l'écart de temps  $t_1 = k_1 \Delta t$  n'est pas trop petit vis-à-vis de la largeur de  $\hat{s}_p(k)$ , il est possible de séparer l'information « signal de base » de l'information « écho ». En particulier, il est possible d'estimer  $a_1$  et  $k_1$  [4, 5].

1.3.2. Cas de plusieurs échos purs [N quelconque,  $h_i(k) = a_i \delta(k-k_i)$ ]

Ce cas a été assez peu étudié dans la littérature, nous avons essayé d'apporter notre contribution à cette étude et nous en donnons ici les résultats (pour l'étude complète, se reporter à [3]).

Si  $\sum_{i=1}^N |a_i| / \rho^{k_i} < 1$ ;  $\hat{\lambda}_p(k)$  est composé de :

- une série de pics pour chaque écho ( $a_i, k_i$ ) :  
 $\forall i : (k_i, a_i/2); (2k_i, -a_i^2/4), \dots,$   
 $(nk_i, a_i^n (-1)^{n+1}/2^n) \dots;$

- un pic pour chaque combinaison linéaire entière et positive des  $k_i$  :

$$\sum m_i k_i \quad \text{avec } m_i > 0$$

$(k_1 + k_2, -a_1 a_2 / 2); (k_1 + 2k_2, a_1 a_2^2 / 2);$   
 $(k_1 + k_2 + k_3, a_1 a_2 a_3); \text{ etc.} \dots$

La figure 6 montre un exemple avec deux échos,  $\rho = 1$ ,  $a_1 + a_2 = 0,8 < 1$ ,  $k_1 = 20$ ,  $k_2 = 58$ .

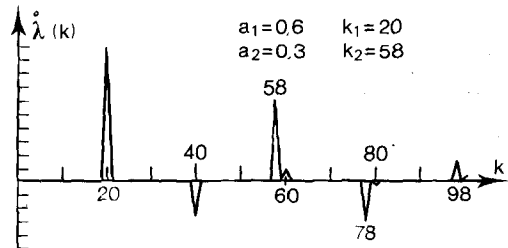


Fig. 6. - CEPSTRE d'énergie de  $\lambda(k)$  cas de deux échos avec  $\sum_{i=1}^2 |a_i| < 1$ .

On vérifie bien qu'il apparaît, en plus de deux séries de pics, un pic à  $k_1 + k_2 = 78$  et à  $2k_1 + k_2 = 98$ . Il n'y a pas de pics pour les combinaisons linéaires dont un des coefficients est négatif :  $k_2 - k_1 = 38$ ,  $k_2 - 2k_1 = 18$ ,  $-k_2 + 3k_1 = 2$ .

Conclusion : Le premier pic qui apparaît est celui qui correspond à l'écart de temps le plus faible, c'est cet écart qui détermine la possibilité ou non de séparer les informations échos/signal.

Si  $\sum_{i=1}^N |a_i| / \rho^{k_i} \geq 1$ , contrairement au cas précédent, les combinaisons linéaires à coefficients négatifs sont possibles. Ainsi apparaissent en général des pics pour  $k_2 - k_1$ ,  $2k_2 - k_1$ , etc. Mais le fait le plus important est la présence d'un pic d'amplitude importante à la fréquence nulle : en d'autres termes, la fonction

$\text{Log} \left( 1 + \sum_{i=1}^N (a_i / \rho^{k_i}) e^{-2j\pi v k_i \Delta t} \right)$  a une composante continue. La figure 7 montre ce que devient le CEPSTRE d'énergie de la figure 6, avec cette fois  $a_1 + a_2 = 1,7 > 1$ , les autres paramètres restant inchangés.

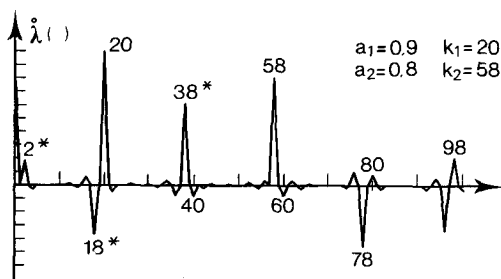


Fig. 7. - CEPSTRE d'énergie de  $\lambda(k)$   
cas de deux échos avec  $\sum_{i=1}^2 |a_i| > 1$ .

On y reconnaît entre autre la présence de pics en  $k = 38, (k_2 - k_1)$ ;  $k = 18, (k_2 - 2k_1)$ ;  $k = 2, (3k_1 - k_2)$ ; et surtout en  $k = 0$ .

Dans ce cas, il est clair que la séparation d'information signal de base échos n'est plus possible, du fait de la présence d'un pic en zéro.

*Nota :* Il semble que dans certains cas spéciaux, par exemple si les échos sont strictement équidistants, il n'y ait pas de pics en zéro, même si  $\sum_{i=1}^N |a_i|/\rho^{k_i} > 1$ .

Ces cas étant fortement improbables en pratique, il sera considéré que lorsque  $\sum_{i=1}^N |a_i|/\rho^{k_i} \geq 1$ , il y aura un pic en zéro.

### 1.3.3. Cas d'échos convolués

Il est possible de généraliser tous les résultats précédents [3] :

les pics  $q_i \delta(k - nk_i)$  qui composaient la suite  $\hat{\lambda}_p(k)$  seront maintenant fonction des réponses impulsionnelles  $h_i(k)$ . Ainsi, dans le cas d'un seul écho

$$x(k) = s(k) + s(k) * h(k - k_1), \text{ Fig. 8.}$$

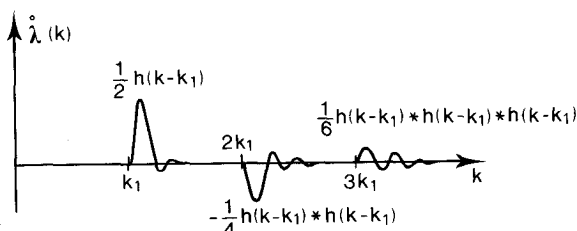


Fig. 8. - CEPSTRE d'énergie de  $\lambda(k)$   
cas d'un écho convolué.

La condition suffisante  $\sum_{i=1}^N |a_i|/\rho^{k_i} < 1$  du paragraphe précédent [pour que  $\hat{\lambda}_p(k)$  n'ait pas de pic en zéro] devient ici :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h(k - k_i)|/\rho^{k_i} < 1,$$

ou quand  $\rho = 1$ ,

$$\sum_{i=1}^N |H_i(v)| < 1, \quad \forall v.$$

Les résultats que nous venons de présenter sont à la base de la méthode d'identification que nous proposons.

## 2. Méthode d'identification : signaux non bruités

### 2.1. PRINCIPE DE BASE

Soient deux signaux à structure d'échos :

$$\begin{aligned} s_1(t) &= s(t) + \sum_{i=1}^{N_1} h_{1i}(t - t_{1i}) * s(t), \\ (7) \quad s_2(t) &= s(t) * h(t) \\ &+ \sum_{i=1}^{N_2} h_{2i}(t - t_{2i}) * (s(t) * h(t)). \end{aligned}$$

Échantillons  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  de telle sorte que les erreurs de répliquions soient négligeables et que  $\Delta t$ , pas d'échantillonnage, soit petit devant  $t_{ij} \min$ , l'écart de temps le plus petit.

En calculant le CEPSTRE d'énergie pour  $\rho = 1$  de  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ , il vient, en utilisant (2) :

$$(8) \quad \begin{cases} \hat{s}_1(k) = \hat{s}(k) + \hat{\lambda}_1(k), \\ \hat{s}_2(k) = \hat{s}(k) + \hat{h}(k) + \hat{\lambda}_2(k). \end{cases}$$

Conformément aux notations du paragraphe précédent,  $\lambda_j(k)$  désigne la suite caractéristique de la structure d'échos du signal :

$$\lambda_j(k) = \delta(k) + \sum_{i=1}^{N_j} h_{ji}(k - k_{ji}).$$

Par soustraction des deux équations de (8) il vient :

$$(9) \quad \hat{s}_2(k) - \hat{s}_1(k) = \hat{h}(k) + \hat{\lambda}_2(k) - \hat{\lambda}_1(k).$$

Par conséquent, si  $\hat{h}(k)$  et  $\hat{\lambda}_2(k) - \hat{\lambda}_1(k)$  ont des domaines fréquentiels disjoints, il sera possible d'isoler  $\hat{h}(k)$  et ainsi d'estimer  $|H(v)|$  module du filtre à identifier. Cette propriété est donc essentielle  $\text{Log}|H(v)|$  étant en général une fonction peu fluctuante,  $\hat{h}(k)$  sera basse fréquence [en particulier,  $\hat{h}(k)$  est toujours beaucoup plus étroit que la fonction d'autocorrélation de  $h(k)$ ]. Pour que la séparation soit possible, il suffit que  $\hat{\lambda}_1(k)$  et  $\hat{\lambda}_2(k)$  ne comportent pas de termes basse fréquence (ceci a été étudié au paragraphe précédent). En ne conservant que la partie basse fréquence du CEPSTRE [c'est-à-dire  $\hat{h}(k)$ ], il sera possible par simple transformation de Fourier d'estimer  $\text{Log}|H(v)|$  donc  $|H(v)|$ .

Sous ces conditions, l'estimateur de  $|H(v)|$  est défini par :

$$(10) \quad |H(v)| = \exp(\text{TF}[(\hat{s}_2(k) - \hat{s}_1(k)) \cdot \Pi_{k_c}(k)])$$

$\Pi_{k_c}(k)$  porte centrée sur l'origine, de demi-largeur  $k_c$ .

$$\left( \begin{array}{l} \Pi_{k_c}(k) = 1, \forall k \in [-k_c, k_c] \\ = 0 \text{ sinon} \end{array} \right).$$

*Commentaires :*

en toute rigueur, l'estimation dépend de l'indice de coupure  $k_c$ , mais cette dépendance est très faible si la zone de séparation dans l'image cepstrale est bien marquée;

l'estimation est indépendante du signal de base  $s(t)$ ; l'information obtenue sur  $h(t)$  n'est pas complète, cependant, nous verrons que la généralisation de la méthode permet d'estimer aussi la dérivée de la phase. Nous donnons ci-dessous le schéma-résumé (fig. 9) des opérations d'estimation.

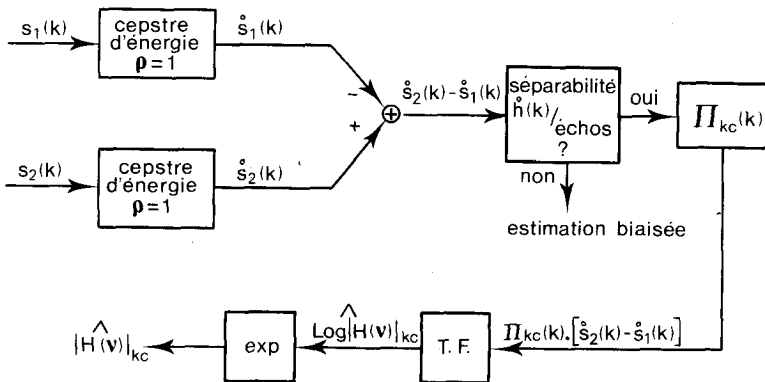


Fig. 9. - Schéma résumé de l'estimation de  $|H(v)|$ .

Pour illustrer ce paragraphe nous présentons maintenant quelques résultats de simulations. Le signal de base choisi (fig. 10) est du type  $s(t) = A t U(t) e^{-Bt}$  (enveloppe radar ou sonar),  $U(t)$  étant l'échelon unité. Les filtres  $h(t)$ ,  $h_i(t)$ , proviennent du même filtre  $g(t)$  [module et réponse impulsionnelle (fig. 11)] avec :

$$\begin{aligned} h(t) &= 0,8 g(t - 30 \Delta t), \\ h_1(t) &= 0,7 g(t), \\ t_1 &= 40 \Delta t \Rightarrow k_1 = 40, \\ h_2(t) &= 0,6 g(t), \\ t_2 &= 50 \Delta t \Rightarrow k_2 = 50. \end{aligned}$$

Les deux signaux :

$$s_1(t) = s(t) + s(t) * h_1(t - t_1)$$

et

$$s_2(t) = h(t) * s(t) + h(t) * s(t) * h_2(t - t_2)$$

sont donnés sur la figure 12.

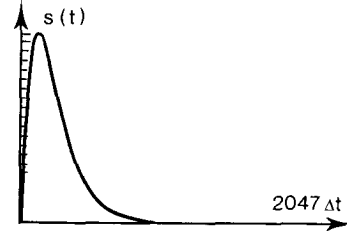


Fig. 10. - Signal de base  $s(t)$ .

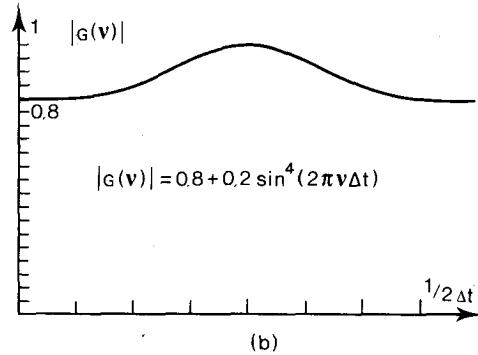
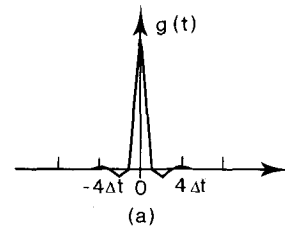


Fig. 11. - Définition du filtre. (a) réponse impulsionnelle; (b) module  $|G(v)|$ .

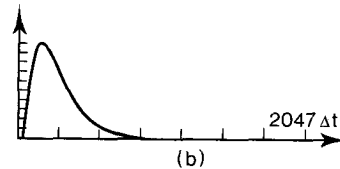
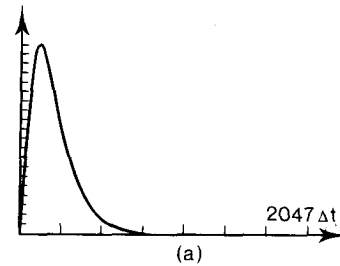
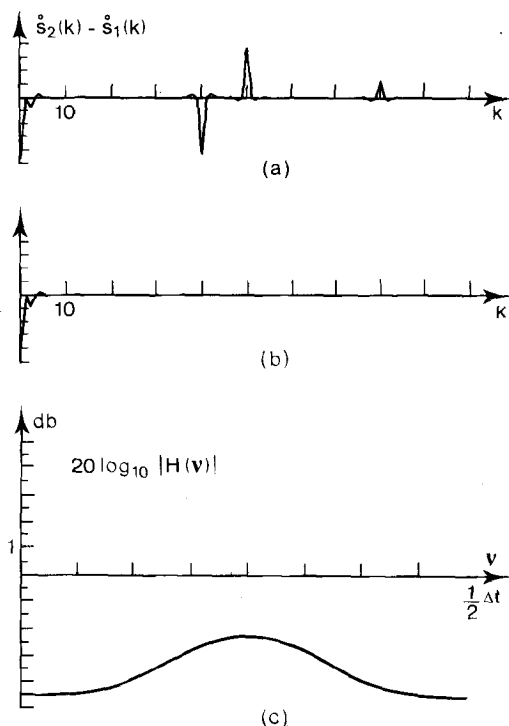


Fig. 12. - Allures temporelles. (a)  $s_1(t)$ ; (b)  $s_2(t)$ .

La figure 13a montre  $\hat{s}_2(k) - \hat{s}_1(k)$  : bien que les échos soient très rapprochés sur les figures temporelles (fig. 12) on voit que la séparation de  $\hat{h}_k$  avec ce qui provient des échos, est très nette.



**Fig. 13.** — Estimation du module du filtre. (a) allure de  $\hat{s}_2(k) - \hat{s}_1(k)$ ; (b)  $\hat{s}_2(k) - \hat{s}_1(k)$  après coupure; (c) comparaison du logarithme du module, estimé et théorique.

Comme indiqué au paragraphe 1.3.3 les pics d'échos sont analogues à la fonction  $g(k)$ . Après élimination des échos (fig. 13 b) par une porte de  $k_c=10$ , on obtient par transformée de Fourier inverse l'estimation de  $\text{Log}|H(v)|$ . La figure 13 c montre cette estimation, superposée avec la courbe théorique: il n'y a pas d'erreur visible.

## 2.2. PROBLÈME DE BIAIS

### 2.2.1. Risque de biais

Nous avons vu (§ 1.3.3) que si  $\sum_{i=1}^{N_1} |H_{i1}(v)|$  et  $\sum_{i=1}^{N_2} |H_{i2}(v)|$  ne sont pas strictement inférieurs à 1 pour toute fréquence, alors en général les suites  $\hat{\lambda}_j(k)$  comportent un terme non nul pour  $k=0$  plus des pics qui peuvent être très basses fréquences.

Dans ces conditions, même si apparemment la différence entre les CEPSTRES des deux signaux  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  se décompose en deux zones bien distinctes, l'estimation de  $|H(v)|$  à partir de la partie basse fréquence sera en générale fortement biaisée puisque des termes provenant de  $\hat{\lambda}_2(k) - \hat{\lambda}_1(k)$  auront été pris en compte.

### 2.2.2. Suppression du biais par calcul des suites CEPSTRES avec $\rho > 1$

D'après les résultats du paragraphe 1.3, les suites CEPSTRES des suites échos ( $\lambda_1(k), \lambda_2(k)$ ) ne com-

porteront pas de pic en zéro ni de pics parasites, si elles sont calculées pour un  $\rho$  suffisamment grand, tel que :

$$(11) \quad \sum_{i=1}^{N_j} \sum_k h_{ji}(k - k_{ji}) / \rho^k < 1, \quad j=1, 2$$

[ dans le cas d'échos purs, (11) s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{N_j} |a_{ji}| / \rho^{k_{ji}} < 1 ]$$

Si l'écart de temps  $t_{ji \text{ min}}$  est suffisamment grand devant la demi-largeur de  $\hat{h}_p(k)$  il sera alors possible d'isoler le CEPSTRE d'énergie ( $\hat{h}_p(k)$ ) du filtre à identifier, de  $\hat{\lambda}_{2, \rho}(k) - \hat{\lambda}_{1, \rho}(k)$ . Par transformée de Fourier inverse,  $\text{Log}|\bar{H}(z)|$ , pour  $z = \rho e^{2j\pi v \Delta T}$  pourra être obtenu. Cette expression est pratiquement égale, dans toute la zone fréquentielle d'analyse où l'erreur de réplication est négligeable, au logarithme du module de la transformée de Fourier de  $h(t)e^{-\alpha t}$  ( $e^{\alpha \Delta T} = \rho$ ).

Nous avons cherché à relier cette grandeur à  $\text{Log}|H(v)|$ . Nous avons obtenu un résultat simple (annexe 1) à condition de négliger les dérivées de tous ordres de  $\text{Log}|H(v)|$  et les dérivées d'ordre supérieur à 1 de la phase ( $\varphi(v)$ ) :

$$(12) \quad \begin{aligned} \text{Log}|TF h(t)e^{-\alpha t}| &\approx \text{Log}|H(v)| + \frac{\alpha}{2\pi} \frac{d\varphi(v)}{dv} \\ \text{ou bien :} \\ \text{Log}|\bar{H}(\rho e^{2j\pi v \Delta T})| &= \text{Log}|\bar{H}(e^{2j\pi v \Delta T})| + \frac{\text{Log} \rho}{2\pi \Delta t} \frac{d\varphi(v)}{dv} \end{aligned}$$

Cette expression linéaire en  $\alpha$  (ou en  $\text{Log} \rho$ ) et de pente proportionnelle à la dérivée d'ordre 1 de la phase nous permet de proposer une méthode d'identification moyennant des hypothèses sur  $|H(v)|$  et  $\varphi(v)$  souvent vérifiées dans des situations réelles.

*Nota :* Calculer les suites CEPSTRES pour  $\rho > 1$  revient en fait à considérer que les signaux initiaux sont multipliés en temps par une porte exponentielle décroissante :

$$\begin{aligned} s(t) &\rightarrow s(t)e^{-\alpha t} \quad \text{en continu,} \\ s(k) &\rightarrow \frac{s(k)}{\rho^k} \quad (\rho = e^{\alpha \Delta T}) \quad \text{en échantillonné.} \end{aligned}$$

L'effet de cette porte est en fait de réduire l'importance des échos par rapport au signal de base.

## 2.3. MÉTHODE GÉNÉRALE D'ESTIMATION

Considérons les suites CEPSTRES des signaux  $s_1(k)$  et  $s_2(k)$  pour des valeurs croissantes de  $\rho$  :

$$\rho_1 < \rho_2 < \dots < \rho_m$$

$\rho_1$  sera pris égal à 1, pour chaque valeur de  $\rho$ , estimons à partir de  $s_{2, \rho_i}(k) - s_{1, \rho_i}(k)$ ,  $\text{Log}|\bar{H}(z_i)|$  avec  $z_i = \rho_i e^{2j\pi v \Delta t}$ .

Considérons :

$$(13) \quad \rho_i = \max[\rho_{i1}, \rho_{i2}],$$

$\rho_{i1}$  et  $\rho_{i2}$  étant déterminées par :

$$(14) \quad \sum_{i=1}^{N_j} \sum_k |h_{ji}(k - k_{ji})| / \rho_{ij}^k = 1, \quad j=1, 2.$$

Pour tout  $\rho_i$  supérieur à  $\rho_1$  la condition suffisante pour que l'estimation soit sans biais est vérifiée, et moyennant une évolution lente du module et de la dérivée de la phase du filtre, il vient :

$$(15) \quad \text{Log}|\bar{H}(z)|_{|z|=\rho_i} \simeq \text{Log}|H(v)| + \frac{\alpha_i}{2\pi} \frac{d\varphi(v)}{dv},$$

$$\forall v; \quad \rho_i = e^{\alpha_i \Delta t}.$$

Pour  $\rho_i < \rho_1$  il y a en général, un biais d'estimation d'autant plus grand que  $\rho_i$  est éloigné de  $\rho_1$  :

$$(16) \quad \text{Log}|\bar{H}(z)|_{|z|=\rho_i} = \text{Log}|H(v)| + \frac{\alpha_i}{2\pi} \frac{d\varphi(v)}{dv} + b(\alpha_i, v).$$

Ainsi, pour une fréquence donnée ( $v=v_0$ ) le graphe de l'estimation de  $\text{Log}|\bar{H}(z)|$  en fonction de  $\alpha$  ( $\rho = e^{\alpha \Delta t}$ ) va correspondre à une droite pour  $\alpha > \alpha_i$  de pente  $(d\varphi(v)/dv)_{v_0} / 2\pi$  et d'ordonnée à l'origine extrapolée  $\text{Log}|H(v_0)|$ .

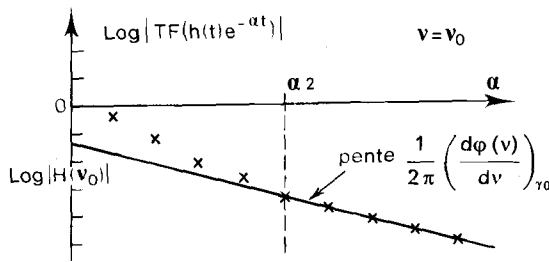


Fig. 14. - Log du module à une fréquence donnée en fonction de  $\alpha$ .

Si dans une situation réelle, les points expérimentaux s'alignent sur une droite pour  $\alpha$  supérieur à une certaine valeur, il sera alors raisonnable de considérer que les hypothèses faites dans cette étude sont justifiées. La dérivée de la phase ainsi que le module du gain complexe, pour la fréquence considérée, pourront alors être estimés à partir de la pente et de l'ordonnée à l'origine de la droite.

Comme le montre la figure 15, estimer  $\text{Log}|H(v)|$  revient donc à construire une surface, dont l'intersection avec le plan formé par l'axe des fréquences et l'axe des  $\text{Log}|\bar{H}(z)|$  donne  $\text{Log}|H(v)|$ .

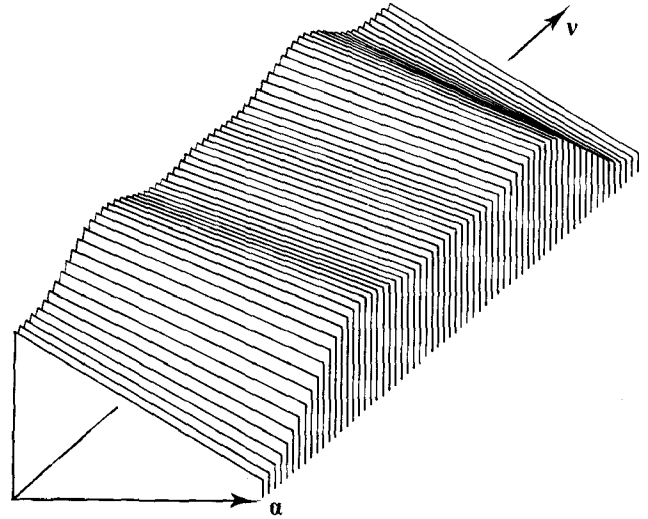


Fig. 15. - Log du module en fonction de la fréquence et de  $\alpha$ .

La figure 16 résume le procédé d'estimation.

Nota : La dérivée de la phase permet d'accéder au retard de groupe  $t'_0$  pour un signal à bande étroite traversant le filtre :

$$t'_0 = - \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(v)}{dv}.$$

## 2. 4. RÉSULTATS DE SIMULATIONS

### 2. 4. 1. Filtre à phase linéaire

Dans ce cas, il n'y a pas d'erreur d'estimation due à la phase puisque les dérivées d'ordre supérieur à 1 sont toutes nulles.

Soit deux signaux  $s_1(k)$  (fig. 17) et  $s_2(k)$  (fig. 18) comportant respectivement quatre et huit échos convolués d'amplitudes telles que pour  $\rho = 1$ , il y ait risque de biais

$$\left( \sum_{i=1}^{N_1} |H_{i,1}(v)| \geq 1, \sum_{i=1}^{N_2} |H_{i,2}(v)| \geq 1 \right) :$$

$$(17) \quad \left\{ \begin{array}{l} s_1(k) = s(k) * (\delta(k) + 0,8g(k-30) \\ + 0,5g(k-65) + 0,3g(k-100) + 0,1g(k-125)). \\ s_2(k) = 0,8g(k-40) * s(k) \\ * [\delta(k) + 0,95g(k-33) + 0,7g(k-90) \\ + 0,5g(k-120) + 0,3g(k-150) \\ + 0,1g(k-207) + 0,1g(k-237) \\ + 0,05g(k-243) + 0,01g(k-267)]. \end{array} \right.$$

Le signal de base  $s(k)$  est celui de la figure 10;  $g(k)$  est le signal de la figure 11a; le filtre à identifier,  $h(k) = 0,8g(k-40)$  a pour module  $0,8G(v)$  [ $G(v)$  fig. 11b] et pour phase  $-2\pi \cdot 40 \Delta t$ .



# RECHERCHES

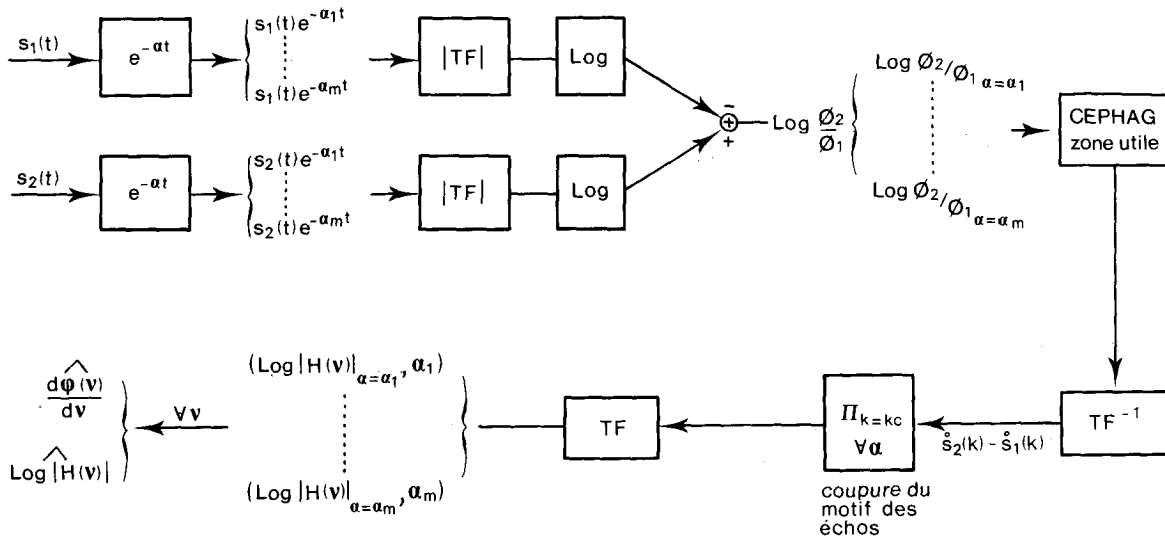


Fig. 16. - Schéma résumé du procédé d'estimation.

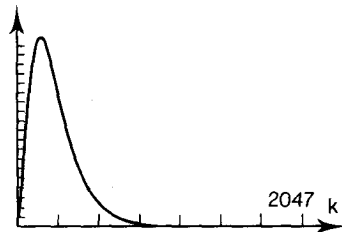


Fig. 17. Signal  $s_1(k)$ .

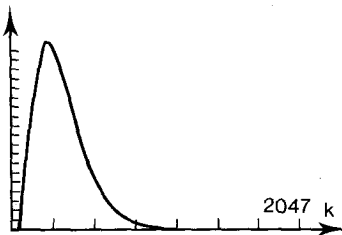


Fig. 18. - Signal  $s_2(k)$ .

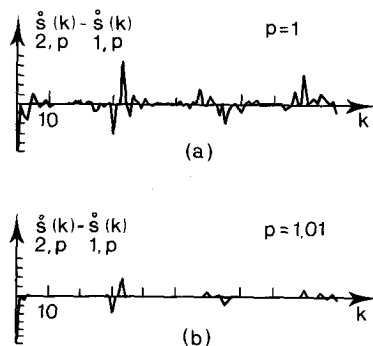


Fig. 19. - Différence des CEPSTRES des deux signaux.  
(a) pour  $\rho = 1 < \rho_b$ ; (b) pour  $\rho = 1,01 > \rho_b$ .

Les figures 19 a et 19 b représentent  $\hat{s}_{2, \rho}(k) - \hat{s}_{1, \rho}(k)$ , pour deux valeurs de  $\rho$  : l'une ( $\rho = 1$ ) est inférieure à  $\rho_b$ , l'autre ( $\rho = 1,01$ ) est supérieure à  $\rho_b$ .

On constate que la figure obtenue en prenant  $\rho > \rho_b$  comporte beaucoup moins de pics que celle obtenue avec  $\rho < \rho_b$ , ce qui facilite la séparation entre la partie basse qu'éfrence relative au CEPSTRE du filtre à identifier et la partie relative à la structure d'échos.

L'estimation de  $|H(v)|$  effectuée à partir de la figure 19 a donne un résultat fortement biaisé (fig. 20).

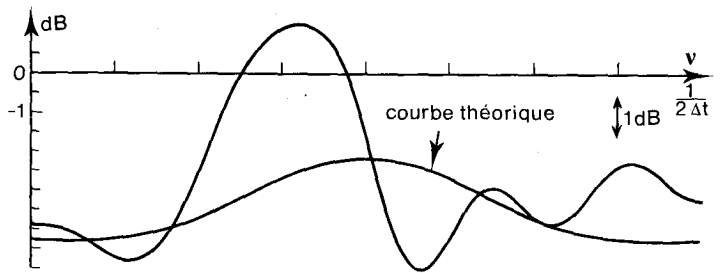


Fig. 20. - Estimation de  $|H(v)|$  en décibels à partir de la figure 19 a.

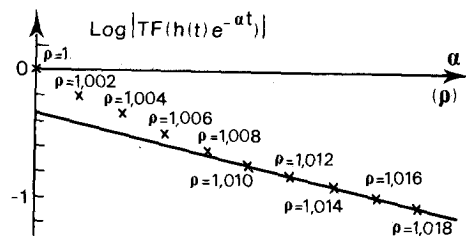


Fig. 21. - Logarithme du module à fréquence constante en fonction de  $\alpha$ .

La figure 21 donne l'allure à une fréquence donnée du graphe  $\text{Log} |\bar{H}(z)|_{|z|=\rho}$  en fonction de  $\rho$  ou plus exactement de  $\alpha$  ( $\alpha = \text{Log} \rho / \Delta t$ ). On voit que la valeur critique ( $\rho_c$ ) pour  $\rho$  se situe entre 1,008 et 1,01 au-delà de cette valeur les points s'alignent presque parfaitement.

L'estimation obtenue en appliquant la méthode proposée est alors très satisfaisante, aussi bien pour le module (fig. 22) que pour la dérivée de la phase (fig. 23).

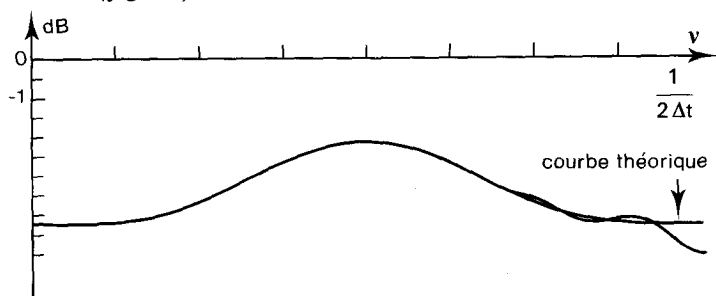


Fig. 22. — Estimation en décibels du module du filtre.

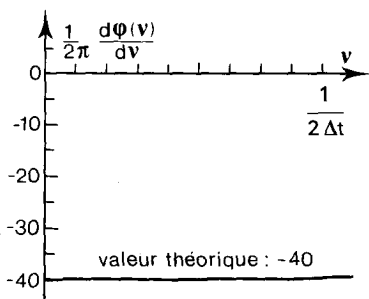


Fig. 23. — Estimation de la dérivée de la phase du filtre.

#### 2.4.2. Filtre à phase non linéaire

On va considérer des filtres de gain complexe du type  $a_i |G(v)| e^{j\varphi(v)}$ ,  $\varphi(v)$  étant du type homographique.

Soit  $\varphi(v)$  (fig. 24 a) et  $d\varphi(v)/d(v)$  (fig. 24 b) la phase et sa dérivée première du filtre à identifier.

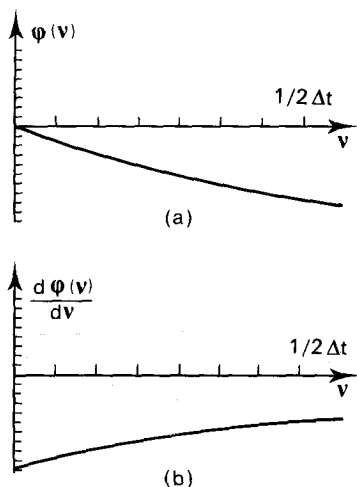


Fig. 24. — Phase homographique. (a) phase; (b) dérivée première.

Les paramètres choisis sont tels que pour  $v=0$  la dérivée première a même valeur que pour les simulations précédentes; c'est-à-dire :

$$\left[ \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(v)}{dv} \right]_{v=0} = -40 \Delta t.$$

La figure 25 représente la différence des CEPSTRES entre les signaux 1 et 2 pour  $\rho = 1,015$ .

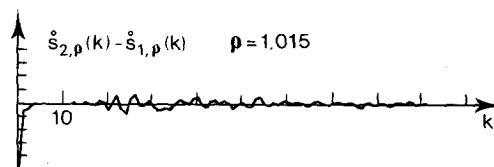


Fig. 25. — Différence des CEPSTRES des signaux  $s_2(k)$  et  $s_1(k)$  pour  $\rho = 1,015$ .

On note par rapport au cas où la phase est linéaire, une notable complication des pics dus à la structure d'échos.

On constate (fig. 26) que les points représentant  $\text{Log} |\bar{H}(z)|_{|z|=\rho}$  s'alignent correctement au-delà d'une certaine valeur de  $\rho$  (1,012).

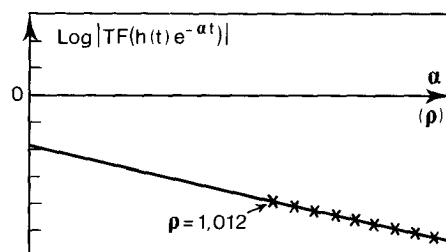


Fig. 26. — Logarithme du module en fonction de  $\alpha$  pour une fréquence donnée.

Les résultats de l'estimation obtenue pour  $|H(v)|$  et  $d\varphi(v)/dv$  sont présentés sur les figures 27 a et 27 b, les courbes théoriques y sont superposées.

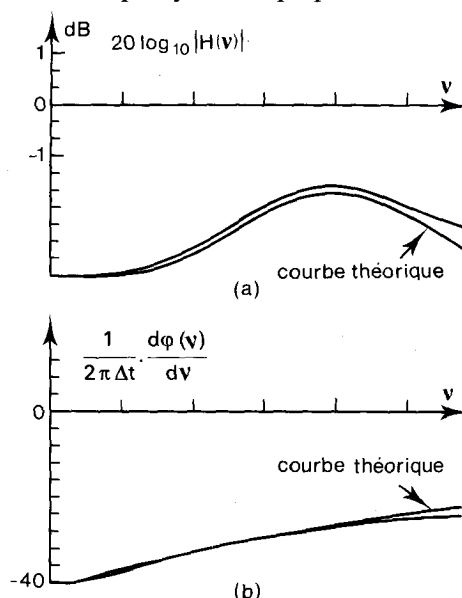


Fig. 27. — Estimation du filtre. (a) du module (dB); (b) de la dérivée de la phase.

## RECHERCHES

On constate que l'estimation est moins parfaite que dans le cas de phase strictement linéaire mais reste tout de même de bonne qualité (erreur maximale de 0,3 dB pour le module et de 5% pour la dérivée de la phase).

### 3. Adaptation de la méthode dans le cas de bruit additif

#### 3.1. ANALYSE DE L'INFLUENCE DU BRUIT

##### 3.1.1. Cas d'une structure à un seul écho pur

Soit le système suivant :

$$(18) \quad \begin{aligned} s_1(t) &= s(t) + a_1 s(t-t_1) + n_1(t), \\ s_2(t) &= K s(t-t_0) \\ &\quad + K a_2 s(t-t_0-t_2) + n_2(t), \\ t &\in [0, T]. \end{aligned}$$

Ici, le filtre à identifier est simplement un filtre à retard pur, de gain constant [ $h(t) = K \delta(t-t_0)$ ],  $n_1(t)$  et  $n_2(t)$  sont deux bruits gaussiens centrés, stationnaires d'écart-type  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  respectivement. On les suppose en outre décorrélés entre eux.

A partir des travaux d'Hassab et Boucher [9], nous avons étudié à l'ordre deux, l'influence du bruit sur la différence des spectres logarithmiques de  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ . Hassab et Boucher ont montré que le logarithme de la densité spectrale d'un signal du type

$s(t) + as(t-\tau) + n(t)$  peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{Log } \varphi(v) &= \text{Log}((1+a^2)\Phi(v)) \\ &\quad + \hat{\varphi}_n(v) + \hat{\psi}(v) + \text{Log}(1+j\beta(v)\cos 2\pi v\tau), \end{aligned}$$

avec les notations suivantes :

$\varphi(v)$ , module carré de la transformée de Fourier d'une réalisation du signal  $s(t) + as(t-\tau) + n(t)$ ;

$\Phi(v) = |S(v)|^2$ , densité spectrale d'énergie du signal de base  $s(t)$ ;

$$j = 2a/1+a^2.$$

Ainsi, un bruit additif  $n(t)$  provoque sur le signal temporel trois bruits dans l'image logarithmique du spectre :

- deux bruits additifs  $\hat{\varphi}_n(v)$  et  $\hat{\psi}(v)$ ;
- un bruit multiplicatif  $\beta(v)$  provoquant un affaiblissement et un élargissement des pics dans l'image cepstrale.

Hassab et Boucher ont étudié ces trois fonctions au deuxième ordre, en supposant que le bruit gaussien est à large bande devant  $1/T$  ( $T$ , largeur de la fenêtre d'observation temporelle).

Ils ont montré qu'un paramètre essentiel est un rapport signal sur bruit fréquentiel défini par :

$$\chi(v) = (1+a^2)\Phi(v)/\Phi_n(v).$$

$\Phi_n(v)$  étant  $E\{|N(v)|^2\}$ ,  $N(v)$  désignant la transformée de Fourier d'une réalisation du bruit de

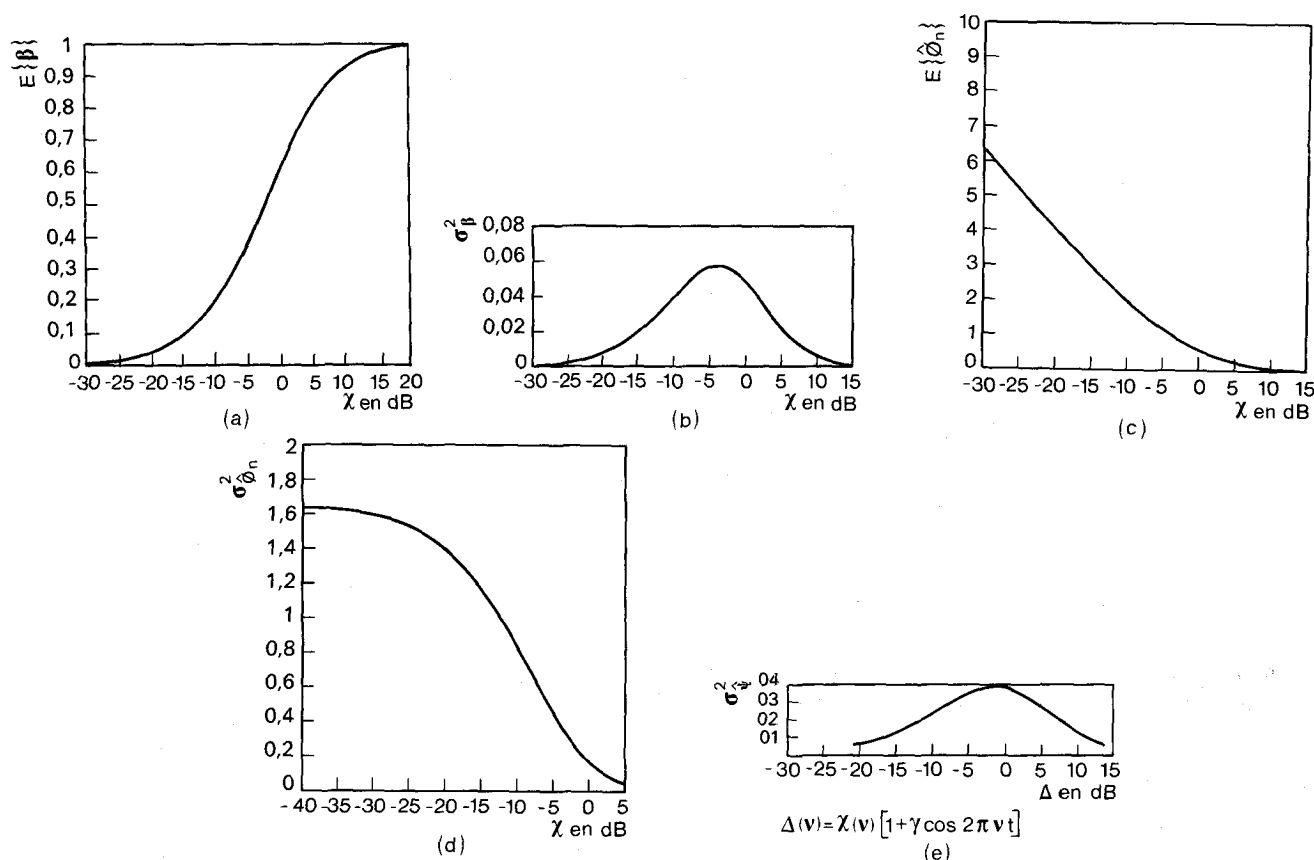


Fig. 28. — Caractéristiques au deuxième ordre de  $\beta$ ,  $\hat{\varphi}_n$ ,  $\hat{\psi}$  en fonction de  $\chi(v)$ . (a) espérance de  $\beta$ ; (b) variance de  $\beta$ ; (c) espérance de  $\hat{\varphi}_n$ ; (d) variance de  $\hat{\varphi}_n$ ; (e) variance de  $\hat{\psi}$ .

durée  $T$ . La figure 28 montre les caractéristiques statistiques à l'ordre deux de  $\hat{\varphi}_n$ ,  $\hat{\psi}$ ,  $\beta$  en fonction de ce paramètre  $\chi(v)$ .

En première approximation Hassab et Boucher ont montré que  $E\{\hat{\psi}(v)\} = 0$ .

En appliquant ces résultats au système (18), on trouve que :

$$(19) \quad \text{Log}(\varphi_2(v)/\varphi_1(v)) \\ = 2 \text{Log}|K| + \hat{\varphi}_{n_2}(v) - \hat{\varphi}_{n_1}(v) + \hat{\psi}_2(v) - \hat{\psi}_1(v) \\ + \text{Log}\left(\frac{1+a_2^2+2a_2\beta_2(v)\cos 2\pi\nu t_2}{1+a_1^2+2a_1\beta_1(v)\cos 2\pi\nu t_1}\right)$$

et :

$$\chi_1(v) = (1+a_1^2)\Phi(v)/\Phi_{n_1}(v), \\ \chi_2(v) = K^2(1+a_2^2)\Phi(v)/\Phi_{n_2}(v).$$

Caractérisons la fonction aléatoire (19) au second ordre. Nous définissons le domaine fréquentiel  $\Omega_i(\bar{\alpha})$  par :

$$v \in \Omega_i(\bar{\alpha}) \Leftrightarrow \chi_i(v) \geq \bar{\alpha}, \quad i=1, 2$$

et le domaine  $\Omega(\bar{\alpha})$  par :

$$\Omega(\bar{\alpha}) = \Omega_1(\bar{\alpha}) \cap \Omega_2(\bar{\alpha}).$$

$\bar{\alpha}$  exprimé en décibels sera défini comme étant  $10 \log_{10}(\bar{\alpha})$  ( $\bar{\alpha}$  est un rapport de densités spectrales).

Étude de  $E\{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)\}$

On a :

$$(20) \quad E\{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)\} \\ = 2 \text{Log}|K| + E\{\hat{\varphi}_{n_2}(v)\} - E\{\hat{\varphi}_{n_1}(v)\} \\ + E\{\text{Log}(1+a_2^2+2a_2\beta_2(v)\cos 2\pi\nu t_2)\} \\ - E\{\text{Log}(1+a_1^2+2a_1\beta_1(v)\cos 2\pi\nu t_1)\} \\ + E\{\hat{\psi}_2(v)\} - E\{\hat{\psi}_1(v)\}.$$

Remarquons qu'en l'absence de bruit, (20) s'écrit :

$$E\{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)\} = \text{Log}\left|\frac{S_2(v)}{S_1(v)}\right|^2 \\ = 2 \text{Log}|K| + \text{Log}(1+a_2^2+2a_2\cos 2\pi\nu t_2) \\ - \text{Log}(1+a_1^2+2a_1\cos 2\pi\nu t_1).$$

La valeur moyenne de cette fonction ondulatoire périodique vaut  $2 \text{Log}|K|$ , car  $\text{Log}(1+a_i^2+2a_i\cos 2\pi\nu t_i)$ , sous réserve que  $a_i < 1$ , est une fonction centrée [sa transformée de Fourier inverse correspond aux fonctions  $\lambda_i(k)$  définies au paragraphe 1.3.1].

En se limitant à un développement à l'ordre 2, on montre [3] que :

$$(21) \quad E\{\text{Log}(1+a_i^2+2a_i\beta_i(v)\cos 2\pi\nu t_i)\} \\ \simeq \text{Log}(1+a_i^2) + \gamma_i E\{\beta_i(v)\} \cos 2\pi\nu t_i \\ - \frac{\gamma_i^2}{2} (\sigma_{\beta_i(v)}^2 + E^2\{\beta_i(v)\}) \cos^2 2\pi\nu t_i.$$

Ainsi, à partir des caractéristiques au deuxième ordre de  $\hat{\varphi}_n(v)$ ,  $\hat{\psi}(v)$ ,  $\beta(v)$  en fonction de  $\chi(v)$ , on peut obtenir  $E\{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)\}$ .

Pour concrétiser ces résultats théoriques, nous avons considéré un signal de base du type :

$$s(t) = A t e^{-Bt} \cdot U(t) \quad (U(t), \text{ échelon unité}),$$

il vient :

$$\Phi(v) = \frac{A^2}{(B^2 + 4\pi^2 v^2)^2} \\ \chi_1(v) = \frac{r(1+a_1^2)}{(1+(4\pi^2 v^2/B^2))^2} \\ \chi_2(v) = \frac{r(1+a_2^2)K^2}{(1+(4\pi^2 v^2/B^2))^2}$$

avec :

$$r = \frac{A^2}{B^4 \Phi_n(v)}.$$

Nous avons considéré pour les paramètres les valeurs suivantes :

$$A = 1000, \quad B = 10, \quad K = 0,8, \\ a_1 = 0,7, \quad a_2 = 0,6, \quad r = 10^8,$$

ce qui donne pour  $\chi_1(v)$  et  $\chi_2(v)$  en décibels le graphe de la figure 29.

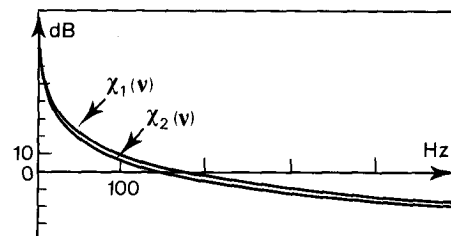


Fig. 29. — Graphes de  $\chi_1(v)$  et  $\chi_2(v)$  (dB).

La figure 30 donne l'allure de  $E\{\text{Log}(\varphi_1(v))\}$ ,  $E\{\text{Log}(\varphi_2(v))\}$  et  $E\{\text{Log}(\varphi_2(v)/\varphi_1(v))\}$ .

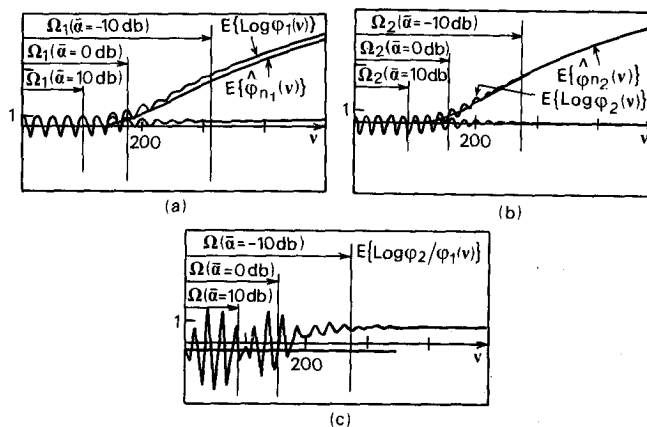


Fig. 30. — Espérance des spectres logarithmiques et de leur différence : (a)  $E\{\text{Log}(\varphi_1(v))\}$ ; (b)  $E\{\text{Log}(\varphi_2(v))\}$ ; (c)  $E\{\text{Log}(\varphi_2(v)/\varphi_1(v))\}$ .

On peut distinguer trois zones fréquentielles :

$$\begin{aligned} \Omega_i(\bar{\alpha}=10 \text{ dB}), \quad \Omega_i(\bar{\alpha}=0 \text{ dB}), \\ \Omega_i(\bar{\alpha}=-10 \text{ dB}). \end{aligned}$$

Dans la première, l'influence du bruit n'est pas perceptible :  $E\{\hat{\varphi}_n\}$  est nulle et la partie ondulatoire due à la structure d'échos n'est pas altérée.

Dans la deuxième zone ( $\Omega_i(\bar{\alpha}=0 \text{ dB})$ ), il y a une légère atténuation de la partie ondulatoire et  $E\{\hat{\varphi}_n\}$  commence à croître.

Quand  $\bar{\alpha}$  est inférieur à 0 dB (troisième zone), on remarque d'une part, que  $E\{\hat{\varphi}_n\}$  croît rapidement avec la fréquence, et d'autre part, que l'ondulation s'évanouit et n'est plus centrée.

*Étude de la variance de  $\text{Log}(\varphi_2(v)/\varphi_1(v))$*

On montre [3] que :

$$(22) \quad \sigma_{\text{Log } \varphi_i(v)}^2 \leq \sigma_{\varphi_{n_i}}^2 + \sigma_{\psi_i}^2 + 2\sigma_{\varphi_{n_i}}\sigma_{\psi_i},$$

les bruits  $n_1(t)$  et  $n_2(t)$  étant indépendants, il vient :

$$(23) \quad \sigma_{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)}^2 = \sigma_{\text{Log } \varphi_1}^2 + \sigma_{\text{Log } \varphi_2}^2.$$

Pour les mêmes signaux et paramètres que précédemment on obtient pour  $\sigma_{\text{Log } \varphi_1}^2$ ,  $\sigma_{\text{Log } \varphi_2}^2$  et  $\sigma_{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)}^2$  les graphes suivants (fig. 31).

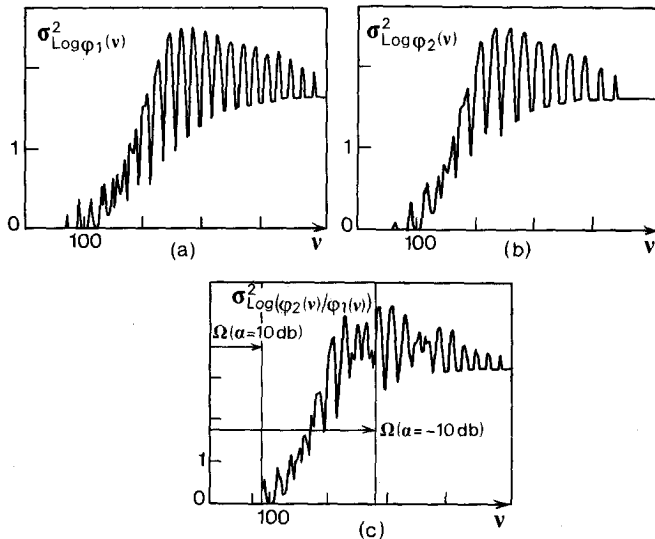


Fig. 31. — Variance des spectres logarithmiques et de leur différence : (a)  $\sigma_{\text{Log } \varphi_1}^2$ ; (b)  $\sigma_{\text{Log } \varphi_2}^2$ ; (c)  $\sigma_{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)}^2$ .

L'allure hachée provient de la fonction pseudo-périodique  $\Delta_i(v)$  [ $\Delta_i(v) = \chi_i(v)(1 + \gamma_i \cos 2\pi v t_i)$ ; effet de  $\Delta$  sur  $\sigma_{\psi_i}^2$ , fig. 28 e]. Sur le graphe de  $\sigma_{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)}^2$  on constate que la variance est quasiment nulle dans  $\Omega(\bar{\alpha}=10 \text{ dB})$ , et qu'elle croît rapidement en dehors de celle-ci.

*Conclusion pour l'estimation de K*

Nous avons vu au paragraphe 2 que la condition essentielle d'identification du filtre est qu'aucune composante basse fréquence parasite ne vienne se superpo-

ser à la partie utile  $h(k)$ . Dans le cas simple où nous nous sommes placés ici, ( $h(k) = \text{Log}|K| \cdot \delta(k)$ ) cela revient à dire que  $E\{\text{Log}(\varphi_2/\varphi_1)\}$  doit être centré sur  $2 \text{Log}|K|$  sur toute la zone d'analyse. D'après les résultats précédents, la zone  $\Omega(\bar{\alpha}=10 \text{ dB})$  satisfait pleinement à cette condition.

On peut être tenté d'étendre la zone utile jusqu'à  $\Omega(\bar{\alpha}=0 \text{ dB})$  mais entre  $\Omega(\bar{\alpha}=10 \text{ dB})$  et  $\Omega(\bar{\alpha}=0 \text{ dB})$ , la variance croît très rapidement et l'estimation sera mauvaise si on ne dispose que d'un petit nombre de réalisations.

### 3.1.2. Cas général

Dans le cas général de filtre quelconque  $h(t)$  et de plusieurs échos, il ne semble pas possible de mener un calcul analytique. Cependant, nous avons vérifié [3] par simulation que la conclusion obtenue à partir du cas d'une structure à un écho reste identique : la zone utile est la zone où le rapport signal sur bruit fréquentiel est au moins de l'ordre de 10 dB.

Nous avons précisé dans le paragraphe 2 que l'identification ne dépendait pas du signal source  $s(t)$ .

Nous voyons que dans le cas bruité, cela est différent. Pour un bruit donné, c'est  $s(t)$  qui va fixer la forme des fonctions  $\chi(v)$  et donc décider des performances d'identification. Si l'on désire connaître le filtre dans une bande fréquentielle B, il sera nécessaire d'avoir un signal-source  $s(t)$  ayant une grande énergie dans cette bande, tout au moins supérieur à celle du bruit de 10 dB minimal ( $10 \log \chi_s \geq 10 \text{ dB}$ ,  $\chi_s(v) = \Phi_s(v)/\Phi_n(v)$ ).

### 3.2. CONSÉQUENCES SUR LA MÉTHODE D'IDENTIFICATION

La zone fréquentielle d'analyse ( $1/\Delta t$ ) étant plus grande en général que la zone utile ( $\Omega(\bar{\alpha}=10 \text{ dB})$ ), il faut effectuer un traitement du spectre logarithmique.

Les fenêtres d'apodisation classiques ne conviennent pas car leur emploi rend la forme du CEPSTRE dépendante du facteur d'échelle du signal. [Le CEPSTRE de  $K_1 s(t)$  est différent de celui de  $K_2 s(t)$ .] En effet, la multiplication des échantillons temporels par une constante  $K_i$  se traduit au niveau du spectre logarithmique par l'addition d'une constante  $2 \text{Log}|K_i|$  sur toute la bande fréquentielle d'analyse.

La transformée de Fourier inverse de la partie de cette constante conservée par la fenêtre d'apodisation donne une fonction qui vient s'ajouter au CEPSTRE initial.

J. C. Balluet [4] a proposé un traitement dénommé « Porte CEPHAG » qui ne présente pas cet inconvénient (annexe 2). Il consiste à garder intact une certaine zone, et de la raccorder en douceur (zone intermédiaire) à une constante C, égale à la valeur moyenne des échantillons dans la zone intermédiaire.

Dans notre cas, c'est la zone utile  $\Omega(\bar{\alpha}=10 \text{ dB})$  qui sera gardée intacte.

Afin d'améliorer la séparabilité (donc la qualité de l'estimation) de la partie basse fréquence du CEPSTRE

TRE de celle due à la structure d'échos, M. Grabisch a proposé [3] une détermination itérative de la constante  $C$ . Cela permet d'avoir pour le spectre logarithmique l'allure la plus plate possible.

Après une première estimation de  $\text{Log} |\bar{H}(\rho e^{2j\pi v \Delta T})|$ , l'estimation est recalculée en prenant pour  $C$  la valeur en  $v = M_1/N \Delta T$  ( $M_1$  indice de frontière entre la zone intacte et la zone intermédiaire), et ainsi de suite :

$$C_i = \text{Log} |\bar{H}(\rho e^{2j\pi (M_1/N)})|_{C=C_{i-1}}$$

On constate que la convergence des  $C_i$  est rapide (fig. 32).

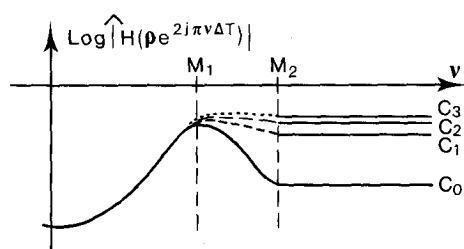


Fig. 32. — Graphes des estimations successives de  $C$ .

#### Détermination de la zone $\Omega(\bar{\alpha} = 10 \text{ dB})$

La méthode d'estimation que nous venons de décrire repose essentiellement sur la possibilité de situer la zone  $\Omega(\bar{\alpha} = 10 \text{ dB})$ .

Or, si nous nous référons aux hypothèses de départ, la non-connaissance de  $s(t)$  ainsi que des divers paramètres, empêche de calculer ou d'évaluer les fonctions  $\chi_i(v)$ , donc de situer *a priori* la zone  $\Omega(\bar{\alpha} = 10 \text{ dB})$ .

Cependant, si on dispose de plusieurs réalisations, on pourra situer expérimentalement assez précisément, cette zone.

En effet, nous avons vu que la variance de  $\text{Log}(\varphi_2(v)/\varphi_1(v))$  commence à prendre des valeurs non négligeables lorsque le rapport fréquentiel signal sur bruit ( $10 \log \chi_i(v)$ ) devient inférieur à 10 dB. Nous avons vérifié (fig. 33) cette propriété théorique à partir de 50 réalisations correspondant à la situation du paragraphe 3.1.1 (la figure 33 est à comparer à la figure 31 c).

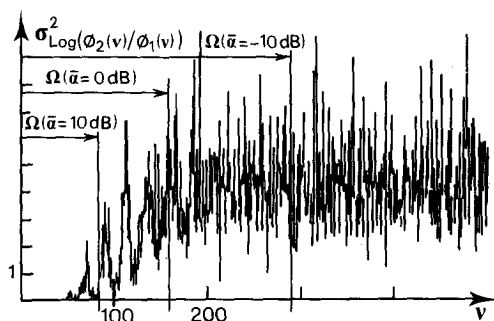


Fig. 33. — Variance de la différence des spectres logarithmiques, estimée, à partir de 50 réalisations.

Dans le cas où l'on ne dispose que d'une ou de très peu de réalisations, il convient d'effectuer les estimations en considérant des zones utiles de plus en plus larges.

Si la méthode s'applique, les résultats obtenus sont voisins les uns des autres tant que la zone fréquentielle prise en compte ne comporte pas trop de zone mauvaise (rapport signal sur bruit inférieur à 10 dB). Ce sont bien entendu, ces valeurs stabilisées qu'il faut prendre en compte.

### 3.3. RÉSULTATS DE SIMULATIONS

Nous avons appliqué la méthode proposée aux signaux considérés au 2.4.2, auxquels nous avons ajouté des échantillons de bruit gaussiens, décorrélés, décart-type  $\sigma_B$ .

Les résultats obtenus sont satisfaisants (fig. 34).

Il faut noter que la qualité de l'estimation diminue lorsque la zone utile devient faible, ce qui est logique car alors, la séparation cepstrale devient plus délicate.

## Conclusion

Nous avons mis au point une méthode originale d'obtention du module d'un filtre en présence d'échos et de bruit.

Le principe de base de cette méthode est la séparation dans la représentation CEPSTRE de ce qui provient du filtre et de ce qui provient de la structure d'échos.

Pour obtenir cette séparation, nous avons mis en évidence l'importance de l'emploi d'une porte exponentielle.

Nous avons aussi montré que son emploi permet d'obtenir une estimation de la dérivée de la phase, ce qui, dans le cas de la propagation d'une onde à bande étroite, donne accès à la vitesse de groupe.

A partir de l'étude d'Hassab et Boucher, qui ont montré que pour les opérateurs CEPSTRES, le rapport signal/bruit à considérer était fréquentiel, nous avons mis en évidence que la zone utile de fréquence à considérer pour l'identification est celle où le rapport signal/bruit fréquentiel est au moins de l'ordre de 10 dB.

Nous proposons une méthode pour localiser cette zone dans le cas où l'on possède plusieurs réalisations et ce, sans connaissance *a priori* sur le signal et le bruit.

D'une façon générale, les résultats montrent que la méthode proposée est performante dans le cas de variation lente du module de la dérivée de la phase.

# RECHERCHES

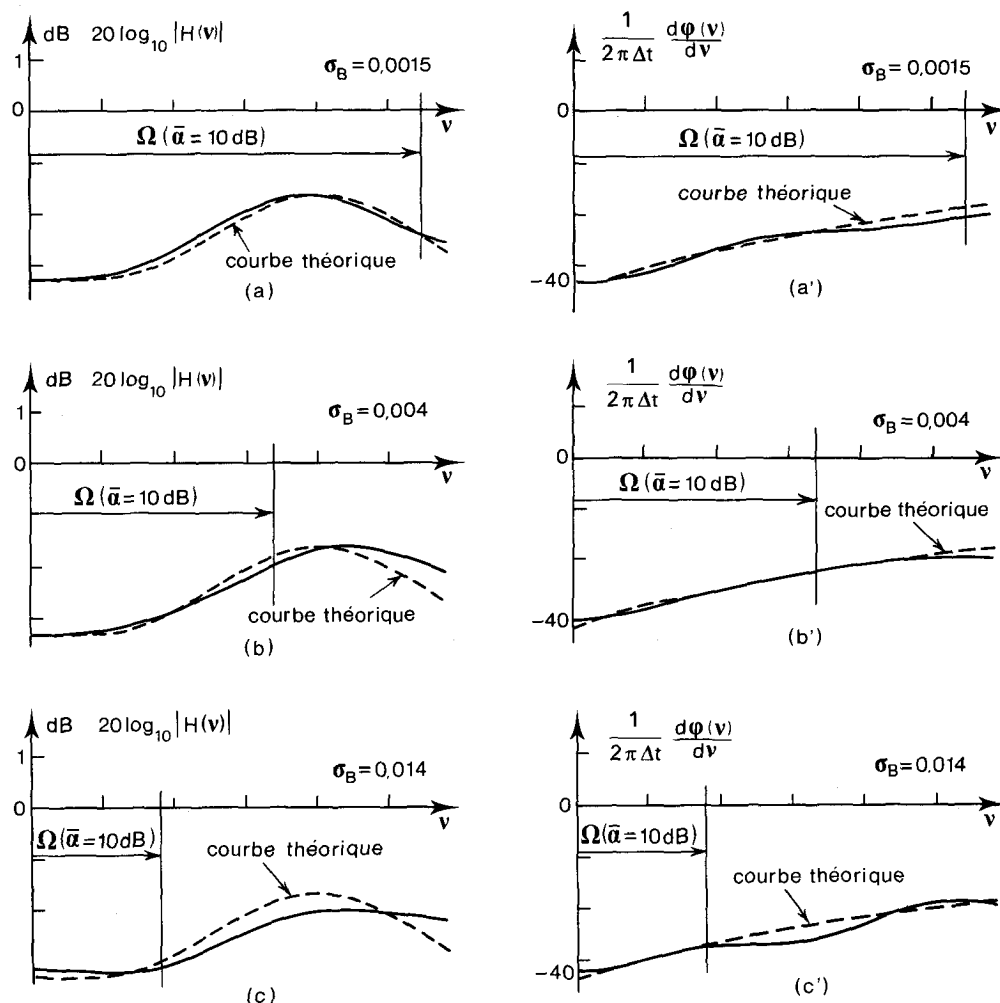


Fig. 34. — Estimation du filtre pour différents niveaux de bruit.  
(a) (a')  $\sigma_B = 0,0015$ ; (b) (b')  $\sigma_B = 0,004$ ; (c) (c')  $\sigma_B = 0,014$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. KUNT, *Traitements numériques des signaux*, Dunod.
- [2] A. V. OPPENHEIM et R. W. SCHAFFERT, *Digital Signal Processing*, Prentice Hall.
- [3] M. GRABISCH, Application de l'opérateur CEPSTRE d'énergie à l'identification en présence d'échos, *Thèse de DI*, INP-Grenoble, 1982.
- [4] J. C. BALLUET, Séparation de deux échos rapprochés, *Ann. Télécomm.*, 36, n° 7-8, 1981.
- è5] J. C. BALLUET, Les opérateurs CEPSTRES, application à la séparation d'échos rapprochés, *Thèse de DI*, INP-Grenoble, 1979.
- [6] A. V. OPPENHEIM, *Superposition in a class of nonlinear systems*, Techn. Rept 432, Research Laboratory of electronics, MIT, Cambridge, Mass., March 1965.
- [7] A. V. OPPENHEIM, Generalized Superposition, *Information and Control*, 11, n° 5-6, novembre-décembre 1967.
- [8] B. P. BOGERT, M. I. R. HEALY et J. W. TUKEY, The quefreny Analysis of time Series for echoes: CEPS-TRUM, pseudo-autocovariance, cross-CEPSTRUM and saphé-cracking, *Proceeding of Symposium on Time series analysis*, M. ROSENBLATT, éd., Wiley, NY, 1963, p. 209-293.
- [9] J. C. HASSAB et R. BOUCHER, A probabilistic Analysis of time delay extraction by the CEPSTRUM in stationary gaussian noise, *IEEE Transactions in Information Theory*, IT-22, n° 4, July 1976.
- [10] S. L. MARPLE, Efficient least squares FIR systeme, *Identification IEEE Transaction on Acoustics, Spech and Signal Processing*, ASSP-29, n° 1, February 1981.

## Annexe 1

### Relation entre $TF(h(t)e^{-at})$ et $TF(h(t))$

Soit  $\bar{H}(P)$  la transformée de Laplace d'une fonction causale  $h(t)$  :

$$\bar{H}(P) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-Pt} dt.$$

Si  $\bar{H}(P)$  est holomorphe en  $P_0$  et dans son voisinage, on peut la développer en série de Taylor :

$$(1) \quad \bar{H}(P) = \bar{H}(P_0) + (P - P_0) \left( \frac{d\bar{H}(P)}{dP} \right)_{P=P_0} + \frac{(P - P_0)^2}{2} \left( \frac{d^2\bar{H}(P)}{dP^2} \right)_{P=P_0} + \dots + \frac{(P - P_0)^n}{n!} \left( \frac{d^n\bar{H}(P)}{dP^n} \right)_{P=P_0} + \dots$$

Considérons :

$$P_0 = 2\pi j\nu \quad \text{et} \quad P = \alpha + 2j\pi\nu = \alpha + P_0.$$

Ainsi (1) devient :

$$(2) \quad \bar{H}(\alpha + 2j\pi\nu) = \bar{H}(2j\pi\nu) + \alpha \left( \frac{d\bar{H}(P)}{dP} \right)_{P=2j\pi\nu} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!} \left( \frac{d^n\bar{H}(P)}{dP^n} \right)_{P=2j\pi\nu} + \dots$$

$\bar{H}(P)$  étant holomorphe, on a quel que soit la façon dont  $\Delta P$  tend vers zéro :

$$(3) \quad \frac{d\bar{H}(P)}{dP} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \left( \frac{\bar{H}(P + \Delta P) - \bar{H}(P)}{\Delta P} \right).$$

Pour obtenir la dérivée au point  $P = P_0 = 2j\pi\nu$ , on pourra donc considérer un imaginaire pur :

$$\Delta P = 2j\pi\Delta\nu.$$

Dans ce cas, (3) s'écrit :

$$(4) \quad \left( \frac{d\bar{H}(P)}{dP} \right)_{P=2j\pi\nu} = \lim_{\Delta\nu \rightarrow 0} \left( \frac{\bar{H}(2j\pi\nu + 2j\pi\Delta\nu) - \bar{H}(2j\pi\nu)}{2j\pi\Delta\nu} \right) = \frac{1}{2j\pi} \frac{d\bar{H}(2j\pi\nu)}{d\nu}.$$

On généralise aisément pour  $n$  quelconque :

$$(5) \quad \left( \frac{d^n\bar{H}(P)}{dP^n} \right)_{P=2j\pi\nu} = \frac{1}{(2j\pi)^n} \frac{d^n\bar{H}(2j\pi\nu)}{d\nu^n}.$$

Remarquons que  $\bar{H}(P = 2j\pi\nu)$  est la transformée de Fourier de  $h(t)$ , que nous avons noté  $H(\nu)$  tout au long de cet article :

$$\bar{H}(P = 2j\pi\nu) = \int_0^\infty h(t) e^{-2\pi j\nu t} dt = H(\nu) \quad [h(t) \text{ étant causale}].$$

Le développement (2) s'écrit, en utilisant (5) :

$$(6) \quad \bar{H}(\alpha + 2j\pi\nu) = H(\nu) + \frac{\alpha}{2j\pi\nu} \frac{dH(\nu)}{d\nu} + \frac{\alpha^2}{2(2j\pi\nu)^2} \frac{d^2H(\nu)}{d\nu^2} + \dots + \frac{\alpha^n}{n!(2j\pi\nu)^n} \frac{d^nH(\nu)}{d\nu^n} + \dots$$

Posons :

$$H(\nu) = |H(\nu)| e^{j\phi(\nu)}.$$

Alors il vient :

$$(7) \quad \frac{dH(\nu)}{d\nu} = |H(\nu)| e^{j\phi(\nu)} \times \left[ \frac{1}{|H(\nu)|} \frac{d|H(\nu)|}{d\nu} + j \frac{d\phi(\nu)}{d\nu} \right].$$

Si on suppose que les dérivées de tout ordre du module sont négligeables devant  $|H(\nu)|$ , et que les dérivées d'ordre supérieur à 1 de la phase peuvent être négligées, alors :

$$(8) \quad \text{et} \quad \frac{dH(\nu)}{d\nu} \simeq |H(\nu)| e^{j\phi(\nu)} \cdot j \frac{d\phi(\nu)}{d\nu} \quad \text{et} \quad \frac{d^nH(\nu)}{d\nu^n} = |H(\nu)| e^{j\phi(\nu)} \left( j \frac{d\phi(\nu)}{d\nu} \right)^n.$$

Utilisant les relations (8), (6) s'écrit :

$$(9) \quad \bar{H}(\alpha + 2j\pi\nu) \simeq H(\nu) \left[ 1 + \frac{\alpha}{2j\pi} j \frac{d\phi(\nu)}{d\nu} + \frac{\alpha^2}{2(2\pi j)^2} \left( j \frac{d\phi(\nu)}{d\nu} \right)^2 + \dots + \frac{\alpha^n}{n!(2j\pi)^n} \left( j \frac{d\phi(\nu)}{d\nu} \right)^n + \dots \right] \simeq H(\nu) e^{(\alpha/2\pi)(d\phi(\nu)/d\nu)}.$$

Or :

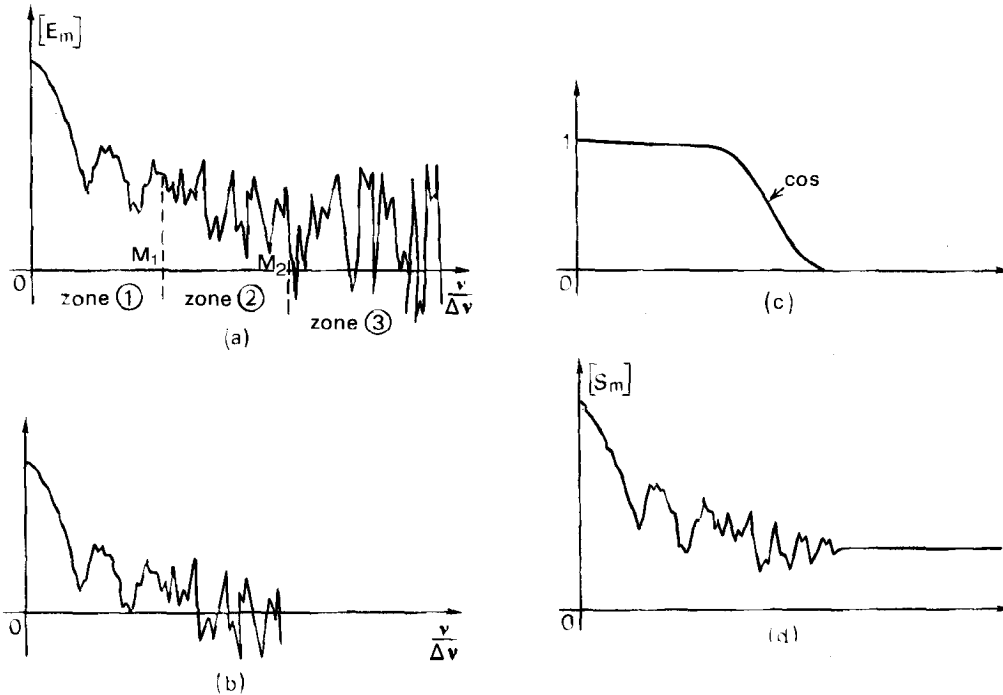
$$\bar{H}(\alpha + 2j\pi\nu) = \int_0^\infty h(t) e^{-(\alpha + 2j\pi\nu)t} dt = \int_0^\infty (h(t) e^{-\alpha t}) e^{-2j\pi\nu t} dt = \text{TF}(h(t) e^{-\alpha t}).$$

Finalement, compte tenu des hypothèses faites, nous obtenons la relation suivante :

$$(10) \quad \text{Log} |\text{TF}(h(t) e^{-\alpha t})| \simeq \text{Log} |H(\nu)| + \frac{\alpha}{2\pi} \frac{d\phi(\nu)}{d\nu}.$$



**Annexe 2**  
**Porte CEPHAG**



**Fig. 35. — Traitement porte CEPHAG.** (a) délimitation de trois zones; (b) la constante est retranchée à  $[E_m]$  et la zone trois est mise à zéro; (c) porte P (zone 1 et 2); (d) résultat du traitement de  $[E_m]$  par la porte CEPHAG.

*Définition analytique*

Soit  $[S_m]$  la suite résultat du traitement de  $[E_m]$  par la porte CEPHAG :

$$[S_m] = \text{CEPHAG} [[E_m], M_1, M_2].$$

- zone 1 :  $0 \leq m \leq M_1$ ;  $S_m = E_m$ ,
- zone 2 :  $M_1 < m \leq M_2$ ,

$$S_m = (E_m - \text{CST}) \frac{1}{2} \left[ \cos \left( \pi \frac{m - M_1}{M_2 - M_1} \right) + 1 \right] + \text{CST},$$

$$\text{CST} = \sum_{j=M_1+1}^{M_2} \frac{E_m}{M_2 - M_1};$$

- zone 3 :  $M_2 < m \leq N/2$ ,  $S_m = \text{CST}$ ;
- zone 4 :  $N/2 < m \leq N-1$ ,  $S_m = S_{N-m}$ .

On peut vérifier que si  $[E_m]$  est multipliée par  $\lambda$  alors  $\log(|\lambda|)$  s'ajoute à tous les termes de  $[S_m]$  ( $[E_m]$  suite d'échantillons tous les  $\Delta v = 1/N \Delta T$  du logarithme du module de la transformée de Fourier du signal échantillonné).

Recherche effectuée dans le cadre du CEPHAG (LA n° 346).

Manuscrit reçu le 1<sup>er</sup> juillet 1984.