

# Performances comparées de la diversité d'espace et de polarisation sur une station de base d'un système de communication avec les mobiles

## Theoretical performance of space versus polarization diversity on a mobile communication base station

par Magaye DIOP<sup>1</sup>, Jean-François DIOURIS<sup>2</sup>

<sup>1</sup> École Supérieure Polytechnique, Université Cheikh Anta DIOP Dakar, Sénégal, magaye@ucad.sn

<sup>2</sup> École polytechnique de l'université de Nantes, Rue Christian Pauc, La Chantrerie, BP 50609, 44306 Nantes cedex 03, France, IRCCyN, UMR n°6597 CNRS  
jean-francois.diouris@polytech.univ-nantes.fr

### *résumé et mots clés*

La diversité est une technique efficace pour lutter contre les évanouissements rapides du signal au niveau des stations de base d'un système de communications avec les mobiles. Le plus souvent une diversité d'espace est proposée.

La diversité de polarisation permet d'obtenir d'aussi bonnes performances tout en réduisant l'encombrement puisque les antennes peuvent être co-situées. La polarisation d'émission étant le plus souvent approximativement verticale et les phénomènes de propagation défavorisant la polarisation horizontale, on est amené à utiliser des antennes orientées à  $45^\circ$  afin d'obtenir des puissances à peu près identiques en sortie des deux capteurs.

Dans ce cadre, l'objectif de cette communication, est de répondre aux questions suivantes :

- Quelle sera la corrélation des deux antennes à  $45^\circ$  connaissant les caractéristiques statistiques en polarisation horizontale et verticale ?
- Quelle est la sensibilité des performances à la corrélation résiduelle et à la différence de puissance reçue sur les deux antennes ?

L'analyse est faite à partir d'un modèle simple d'antennes polarisées. L'essentiel des calculs est développé.

Les principaux résultats sont illustrés par des courbes issues des formulations obtenues.

Radiocommunication service mobile, diversité d'espace, diversité de polarisation, antenne réseau, antennes co-situées, probabilité d'erreur

The objective of this study is to analyze and to compare the theoretical performance of the space and polarization diversity considered in the experimentation, using simplified scenarios deduced from the propagation experiments. Firstly, we characterize the properties of the different arrays (mixed space and polarization diversity). Secondly, we determine the analytical expressions of the average bit error rate of a space-time diversity receiver in Rayleigh fading without the classical assumptions on the branch independence. Thirdly, we use these expressions to discuss the performance of the proposed arrays for various scenarios.

Mobile radiocommunication, space diversity, polarization diversity, antenna array, collocated antennas, bit error rate

## 1. introduction

Dans les systèmes de communications avec les mobiles, le canal de propagation est caractérisé par la présence de trajets multiples, sources d'évanouissements rapides de la puissance reçue (*fading*) et de dispersion temporelle du signal. Pour combattre ces trajets multiples les techniques de diversité sont d'usage très général en télécommunications [1].

En utilisant un réseau d'antennes, il est assez facile de réaliser une diversité d'espace à la station de base. On obtient ainsi plusieurs canaux de propagation que l'on souhaite indépendants. La distance nécessaire entre les antennes du réseau dépend essentiellement de la dispersion angulaire des signaux provenant du mobile. Cette dernière est généralement faible car les diffracteurs générant le trajet multiple sont dans le voisinage proche du mobile. En conséquence, il est nécessaire d'espacer les antennes de la station de base d'au moins une dizaine de longueurs d'onde. Cette distance importante (3 m pour une porteuse à 1 GHz) n'est pas toujours compatible avec les contraintes d'encombrement et de discrétion des stations de base, surtout si l'on s'intéresse à des micro-cellules en environnement urbain.

Une alternative à la diversité d'espace est la diversité de polarisation [2][3]. Au cours de la propagation entre le terminal et la station de base, la polarisation initiale de l'onde peut être fortement modifiée. En particulier, une composante orthogonale à la polarisation émise peut apparaître. De plus on constate généralement que ces deux composantes possèdent des évanouissements indépendants. En utilisant un réseau de deux antennes, sensibles à ces deux composantes, on peut donc obtenir une diversité efficace. L'avantage est que ces deux antennes peuvent être co-situées, ce qui permet d'obtenir un système de faibles dimensions.

Il faut noter cependant que même pour un environnement complexe, la dépolarisation n'est pas suffisante pour obtenir une puissance équivalente dans les deux composantes orthogonales. Le gain de diversité en est alors affecté. On peut alors envisager un réseau de deux antennes à polarisation orthogonale non co-situées, réalisant un compromis entre les performances et l'encombrement.

L'objectif de cette étude est d'analyser les performances théoriques de la diversité d'espace et de polarisation pour différentes configurations de réseaux à la station de base, en utilisant des scénarios simplifiés déduits d'études expérimentales et des formulations analytiques des performances.

Nous commençons par caractériser les différents réseaux d'antennes considérés. Dans un second temps nous fixons les paramètres des modèles obtenus en utilisant des résultats expérimentaux. Nous déterminons ensuite des expressions analytiques des performances permettant d'obtenir les performances de la diversité dans un cas assez général. La dernière partie fournit des résultats numériques pour différentes configurations. On examine l'influence de la dépolarisation de l'environnement. On compare ensuite différentes configurations de réseaux afin de déduire un bon compromis entre les performances et l'encombrement.

## 2. caractérisation des réseaux d'antennes à diversité d'espace et de polarisation

Considérons un champ électrique défini par :

$$\vec{E} = E_\theta(\theta, \phi) \vec{\theta} + E_\phi(\theta, \phi) \vec{\phi}$$

et une antenne de type monopole décrite par un vecteur directionnel :

$$\vec{V} = [V_x V_y V_z]$$

La réponse en tension de l'antenne au champ électrique est donnée par le produit scalaire suivant :

$$U(\theta, \phi) = \vec{E} \cdot \vec{V}$$

Pour simplifier, nous supposons que les ondes incidentes se propagent dans un plan horizontal ( ce qui approche bien la propagation dans un système cellulaire).

Dans ce cas, la réponse en tension est donnée par :

$$U(\theta, \phi) = V_x[E_\theta \cos \theta \cos \phi - E_\phi \sin \phi] + V_y[E_\theta \cos \theta \sin \phi + E_\phi \cos \phi] + V_z E_\theta \sin \phi$$

Lorsque la propagation s'effectue par trajets multiples, le champ incident sur l'antenne de réception est la contribution de plusieurs trajets résultant de l'influence des diffuseurs et des réflecteurs dispersés dans l'environnement.

Les composantes  $E_\theta$  et  $E_\phi$  sont affectées indépendamment par cette propagation. De nombreux résultats expérimentaux ont montré que ces composantes sont décorrélées (en particulier lorsque l'antenne d'émission possède une polarisation verticale).

Dans la suite nous allons écrire :

$$E_\phi(\phi) = e^{j\psi_\phi(\phi)} p_\phi(\phi) \quad E_\theta(\phi) = e^{j\psi_\theta(\phi)} p_\theta(\phi)$$

Où  $\psi_\phi(\phi)$  et  $\psi_\theta(\phi)$  sont deux variables indépendantes,  $p_\phi(\phi)$  et  $p_\theta(\phi)$  sont les distributions angulaires du champ reçu.

Considérons deux antennes polarisées verticalement et horizontalement. Leurs vecteurs directionnels sont respectivement donnés par :

$$\vec{V}_h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{V}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les tensions de sorties de ces antennes en réponse à une onde électromagnétique s'expriment alors :

$$U_h(\phi) = -E_\phi(\phi) \cdot \sin(\phi) \quad U_v(\phi) = E_\theta(\phi)$$

Les tensions de sortie en réponse à une distribution de champs s'obtiennent en intégrant les expressions précédentes sur la distribution :

$$U_h = - \int_0^{2\pi} e^{j\psi_\phi(\phi)} p_\phi(\phi) \sin(\phi) d\phi$$

$$U_v = \int_0^{2\pi} e^{j\psi_\theta(\phi)} p_\theta(\phi) d\phi$$

Considérons maintenant deux antennes inclinées à 45°. Celles-ci peuvent être représentées par une combinaison linéaire des antennes verticales et horizontales :

$$\vec{V}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{V}_h + \vec{V}_v) \quad \vec{V}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{V}_h - \vec{V}_v)$$

Ainsi, leurs réponses en tension peuvent s'exprimer en fonction des réponses de ces deux premières antennes :

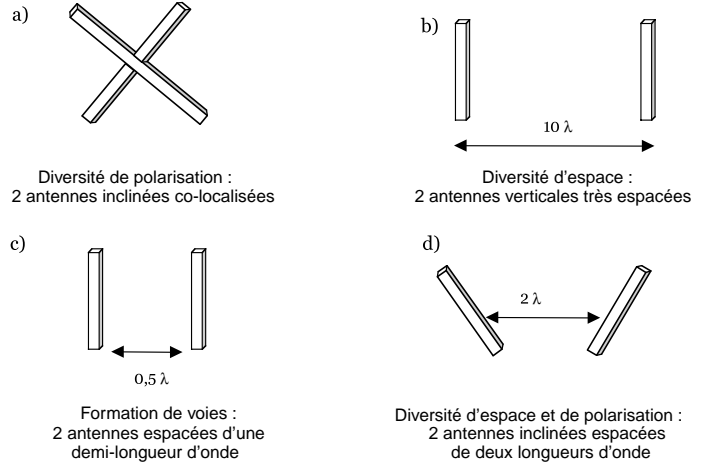


Figure 1. – Les types de réseaux d'antennes considérés.

$$U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_h + U_v) \quad U_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_h - U_v)$$

En utilisant les équations précédentes et les hypothèses statistiques sur les distributions angulaires du champ incident, le coefficient de corrélation des signaux reçus sur les deux antennes peut s'exprimer pour les configurations très diverses décrites à la figure 1.

Pour deux antennes verticale et horizontale co-localisées :

$$\rho_{hv} = 0$$

Pour deux antennes inclinées co-localisées :

$$\rho_{12} = \frac{1 - XPD}{1 + XPD}$$

Dans cette équation, le paramètre XPD désigne la discrimination de polarisation croisée (*cross polarization discrimination*). On peut le définir comme le rapport des puissances reçues sur les antennes verticale et horizontale :

$$XPD = \frac{P_v}{P_h}$$

Pour deux antennes verticales espacées d'une distance d on retrouve le résultat classique :

$$\rho(d) = \int_0^{2\pi} P_\theta(\phi) e^{jk d \cos \phi} d\phi$$

avec  $k$  le nombre d'onde et

$$P_\theta(\phi) = E(p_\theta(\phi))^2$$

la distribution angulaire de la puissance des ondes incidentes. Le même type de résultats peut être obtenu pour deux antennes inclinées et espacées.

### 3. paramétrisation des modèles en utilisant des résultats de mesures

En utilisant différentes mesures publiées [5], les remarques suivantes peuvent être faites :

- La valeur moyenne du paramètre  $XPD$  est de l'ordre de 7 dB. On observe des valeurs plus faibles lorsque la propagation est plus complexe : la polarisation reçue devient alors plus indépendante de la polarisation émise. D'autre part, dans des configurations réelles, lorsque l'orientation du terminal est quelconque (c'est souvent le cas pour un téléphone mobile tenu par un utilisateur) la valeur moyenne de  $XPD$  est de l'ordre de 2 dB.
- Les puissances reçues sur deux antennes inclinées sont approximativement les mêmes.
- Les distributions des retards de propagation dans le canal ont la même forme pour les polarisations verticale et horizontale.
- De cette dernière remarque, on peut également conclure que les distributions angulaires sont les mêmes.

Dans la suite, nous supposons que les distributions des retards et les distributions angulaires sont respectivement données par les expressions suivantes :

$$P_\phi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\tilde{\phi}}} e^{-\frac{\phi^2}{2\tilde{\phi}^2}}$$

et

$$P_D(\tau) = \frac{1}{\tilde{\tau}} e^{-\tau/\tilde{\tau}}$$

Où  $\tilde{\phi}$  et  $\tilde{\tau}$  sont les écart-types des angles et des retards ( caractérisant la dispersion angulaire et temporelle du canal de propagation).

### 4. expressions analytiques de la probabilité d'erreur moyenne pour une diversité spatio-temporelle

Dans un premier temps, nous considérons un système à étalement de spectre utilisant une modulation comportant deux symboles antipodaux [4]. Le signal reçu sur l'antenne  $k$  est donné par :

$$x_k(t) = \sum_{n=1}^L c_{k,n} u(t - nT_c) + n_k(t)$$

où  $c_{k,n}$  est un coefficient complexe,  $L$  est le nombre de trajets,  $T_c$  est la durée des chips,  $n_k(t)$  est le bruit reçu. Connaissant les coefficients du canal, le récepteur optimal est un filtre adapté qui estime la variable de décision suivante (récepteur *RAKE*) :

$$U_k = Re \left( \int_0^T x_k(t) \sum_{n=1}^L c_{k,n}^* u^*(t - nT_c) dt \right)$$

Pour simplifier, nous supposons que les signaux  $u(t)$  sont orthogonaux :

$$\int_0^T u(t) u^*(t - nT_c) dt \approx 0, \quad \forall n \neq 0$$

Dans ce cas la variable de décision peut s'écrire :

$$U_k = \sum_{n=1}^L \|c_{k,n}\|^2 + \sum_{n=1}^L c_{k,n}^* N_{k,n}(t)$$

où :

$$N_{k,n}(t) = \int_0^T n_k(t) u^*(t - nT_c) dt$$

On peut déduire des équations précédentes que le rapport signal sur bruit pour la variable de décision est :

$$\gamma_k = \sum_{n=1}^L \gamma_{k,n}$$

avec :

$$\gamma_{k,n} = \frac{\|c_{kn}\|^2}{\sigma^2}$$

où  $\sigma^2$  est la variance du bruit. Si les coefficients  $c_{k,n}$  sont des variables gaussiennes et de moyennes nulles (c'est-à-dire que leurs amplitudes suivent une loi de Rayleigh) alors les  $\gamma_{k,n}$  suivent une loi du  $\chi^2$ .

Pour  $N$  antennes, nous obtenons un  $SNR$  en sortie du récepteur *RAKE-2D* qui est la somme de  $N$  branches :

$$\gamma = \sum_{n=1}^N \gamma_k$$

On obtient ainsi la somme de  $N.L$  variables aléatoires corrélées. En notant  $\mathbf{c}$  le vecteur défini de la façon suivante :

$$[\mathbf{c}] = [c_{1,1} \dots c_{1,L} \dots c_{N,L}]^t$$

on peut définir une matrice de covariance du canal :

$$\mathbf{R} = E(\mathbf{c} \mathbf{c}^t)$$

et en déduire l'expression suivante de la probabilité d'erreur moyenne sur le canal [6] :

$$P_b(\Gamma) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \prod_{i=1}^N \frac{1}{1 + \frac{\Gamma \lambda_i}{\sigma^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi \quad (1)$$

Où les  $\lambda_i$  sont les valeurs propres de  $R$ .

L'analyse précédente fournit un ensemble de formules analytiques permettant d'évaluer les performances de la diversité pour différentes configurations.

## 5. étude des performances de la diversité spatio-temporelle avec les expressions analytiques de la probabilité d'erreur moyenne

Dans cette section, nous donnons un certain nombre de résultats numériques en appliquant les formules précédentes.

### 5.1. cas de deux antennes

Dans la suite, nous allons nous intéresser au cas de deux branches (c'est-à-dire deux antennes sans diversité de trajets). La matrice de covariance du canal s'exprime par :

$$R = \begin{pmatrix} P_1 & \sqrt{P_1 P_2} \rho \\ \sqrt{P_1 P_2} \rho^* & P_2 \end{pmatrix}$$

Où  $P_1$  et  $P_2$  sont les puissances reçues sur les deux antennes et :

$$\rho = \frac{E(c_1(t)c_2^*(t))}{\sqrt{P_1 P_2}}$$

peut être évalué en utilisant les formules de la section précédente.

Les valeurs propres de  $R$ , données par :

$$\lambda_i = \frac{P_1 + P_2}{2} \pm \frac{\sqrt{(P_1 - P_2)^2 + 4P_1 P_2 \|\rho\|^2}}{2}, \quad i = 1, 2$$

peuvent être utilisées pour calculer la probabilité d'erreur moyenne, en utilisant la formule (1).

La figure 2 fournit les performances de la diversité en utilisant deux antennes inclinées co-localisées en fonction du paramètre XPD. On peut remarquer que la diversité reste performante même si la dispersion de l'environnement n'est pas suffisante pour répartir la puissance sur les deux polarisations.

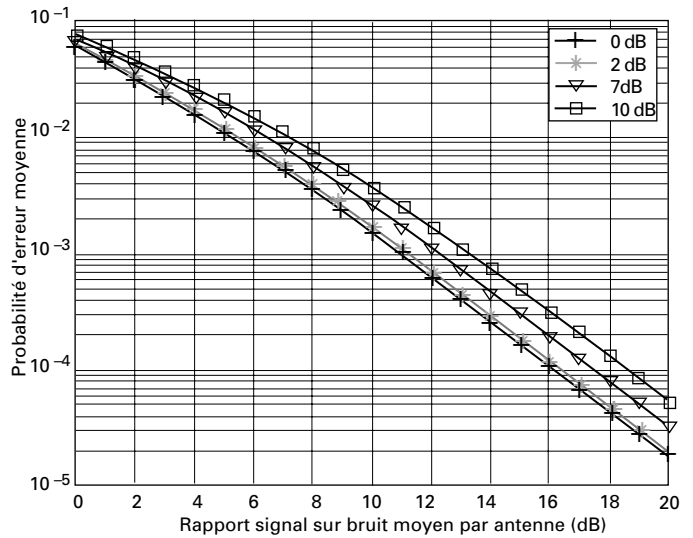


Figure 2. – Performances d'une diversité exploitant deux antennes inclinées co-localisées en fonction de la discrimination de polarisation (XPD).

La figure 3 permet de comparer les performances des quatre types de réseaux décrits à la figure 1.

- Diversité de polarisation (deux antennes inclinées co-localisées),
- Diversité d'espace (deux antennes verticales séparées par 10 longueurs d'onde)
- Formation de voies (deux antennes verticales séparées par une demi-longueur d'onde),

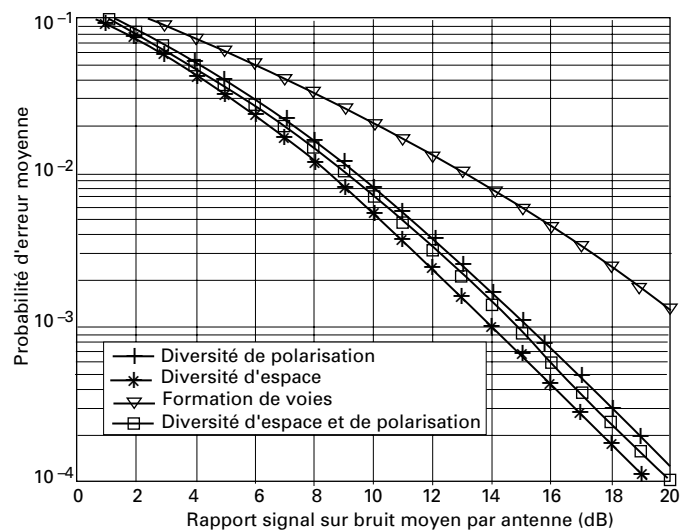


Figure 3. – Performances d'une diversité d'ordre deux avec une diversité de polarisation (deux antennes inclinées co-localisées), une diversité d'espace (deux antennes verticales séparées par 10 longueurs d'onde), une formation de voies (deux antennes verticales séparées par une demi-longueur d'onde), une diversité d'espace de polarisation (deux antennes imprimées séparées par deux longueurs d'onde).

## Performances comparées de la diversité d'espace et de polarisation...

– Diversité d'espace de polarisation (deux antennes imprimées séparées par deux longueurs d'onde).

Dans ces simulations, nous avons choisi un environnement moyen défini par un étalement angulaire de  $10^\circ$ , et une discrimination de polarisation ( $XPD$ ) égale à 7 dB.

Les plus mauvaises performances sont obtenues par la formation de voies, car la distance entre les antennes n'est pas suffisante pour fournir des canaux indépendants lorsque l'étalement angulaire n'est que de  $10^\circ$ .

Au contraire, lorsque la distance entre antennes est accrue jusqu'à 10 longueurs d'onde, les meilleures performances sont obtenues.

Les deux antennes inclinées fournissent de bonnes performances seulement limitées par une valeur un peu élevée de  $XPD$ .

En accroissant la distance entre les antennes inclinées la dernière configuration permet d'obtenir un bon compromis entre les dimensions du réseau et les performances de la diversité pour l'environnement représentatif choisi.

### 5.2. cas de quatre antennes

Les conclusions de l'étude précédente peuvent être confirmées en tenant compte d'un réseau plus complexe utilisé pendant les expériences sur SATURN.

– Les premiers résultats sont donnés par la figure 4 symbolisant une configuration moyenne (une dispersion de  $10^\circ$ , un coefficient  $XPD$  de 7 dB). Avec cette configuration, les meilleures performances sont données par la diversité d'espace.

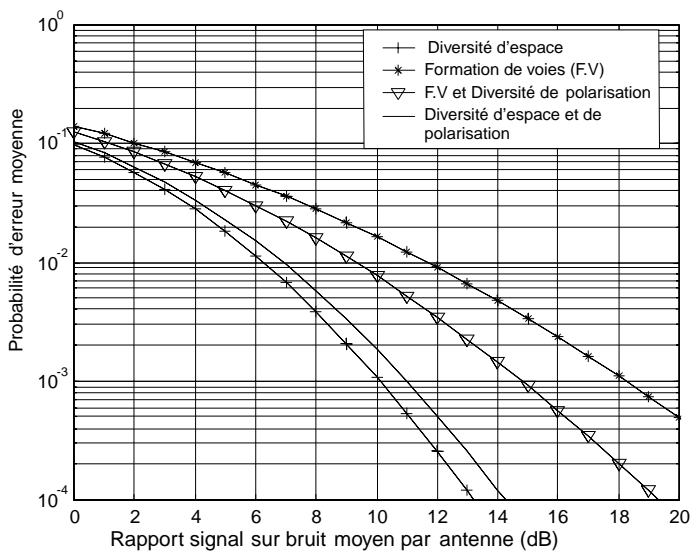


Figure 4. – Performance de la Diversité dans le cas de quatre antennes avec un scénario moyen. Dispersion angulaire =  $10^\circ$ ,  $XPD = 7$  dB.

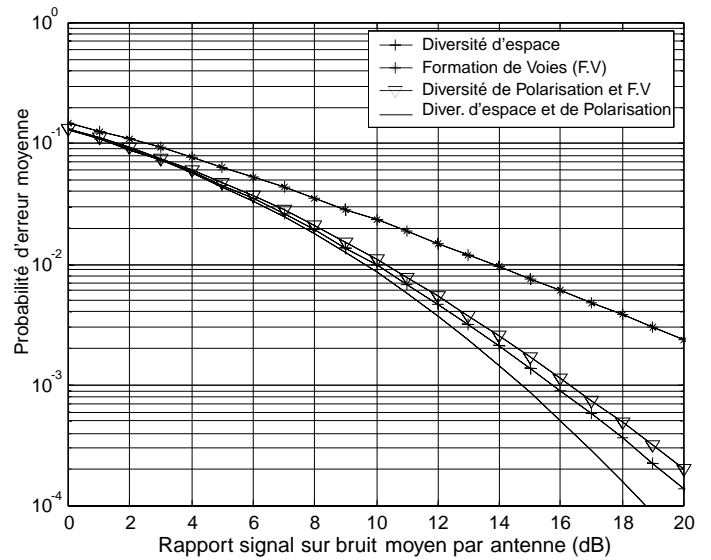


Figure 5. – Performance de la Diversité dans le cas de quatre antennes avec le scénario de trajet direct. Dispersion angulaire =  $1^\circ$ ,  $XPD = 10$  dB.

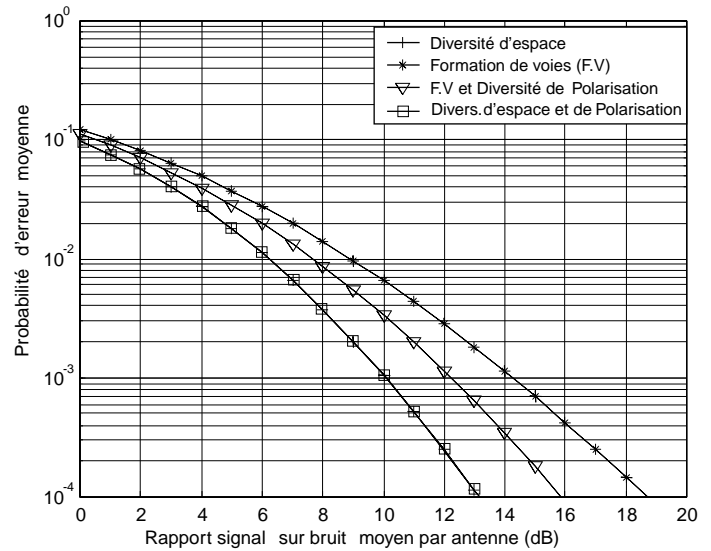


Figure 6. – Performance de la Diversité dans le cas de quatre antennes sans trajet direct. Dispersion angulaire =  $30^\circ$ ,  $XPD = 0$  dB.

- La figure 5 donne des résultats dans le cas de trajet direct (la dispersion angulaire est seulement de  $1^\circ$  et le coefficient  $XPD$  est de 7 dB). Dans cette situation, la diversité de polarisation et la formation de voie conduisent aux meilleurs résultats.
- Dans le cas de propagation complexe, une dispersion angulaire plus large ( $30^\circ$ ) et un coefficient  $XPD$  plus petit (3 dB) permettent de retrouver les mêmes résultats avec la diversité d'espace et la combinaison diversité d'espace et de polarisation.

### 5.3. performance de la diversité spatio-temporelle

Les résultats précédents ont été obtenus en examinant uniquement les aspects de la diversité d'espace et de polarisation. Il est intéressant de regarder comment ces résultats seraient modifiés en introduisant la diversité de trajet.

La figure 7 donne les performances d'un réseau de quatre antennes formant un récepteur Rake 2D dans le cas d'un scénario moyen (Dispersion angulaire :  $10^\circ$  ;  $XPD$  : 7 dB) et un coefficient de dispersion des retards du canal égal à 2 chips (*i.e.*  $0,5 \mu\text{s}$ ). On remarque une amélioration globale des performances de toutes les configurations précédentes.

Le nombre de branches du réseau se trouve en effet multiplié par le facteur de la diversité de trajet ce qui réduit la différence de performance entre les différentes configurations.

Il est possible de trouver des configurations où la diversité de trajet ne joue pas un rôle très important. Par exemple à la figure 8, nous obtenons les performances dans le cas de canal induisant un coefficient de dispersion des retards égal à 0,1 chip (*i.e.* 26 ns). Ces résultats avoisinent ceux obtenus dans le cas des récepteurs à diversité d'espace ou de polarisation.

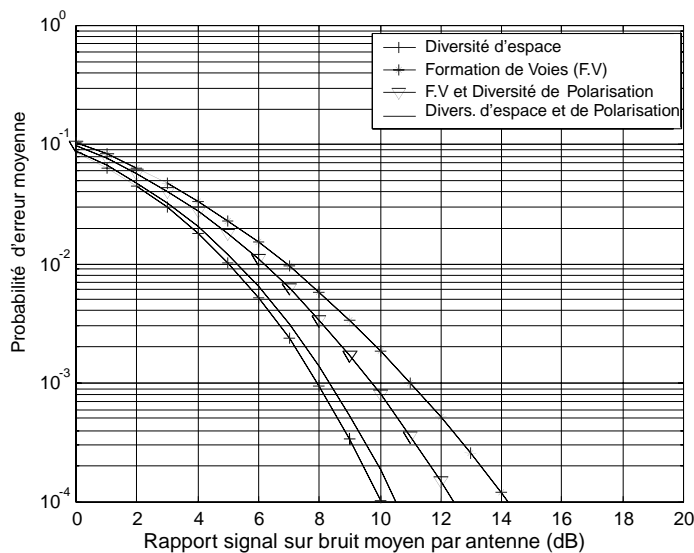


Figure 7. – Performance du récepteur en Diversité spatio-temporelle. Dispersion des temps de retard du canal : 2 chips, Dispersion angulaire :  $10^\circ$ ,  $XPD$  : 7 dB, canaux du récepteur RAKE : 3.

## 6. conclusion

La première étape de l'étude a consisté à caractériser théoriquement les différents réseaux proposés mixant une diversité d'espace et de polarisation, en particulier en terme de corrélation entre antennes. Les modèles obtenus ont été paramétrés en utilisant des résultats de mesures publiés.

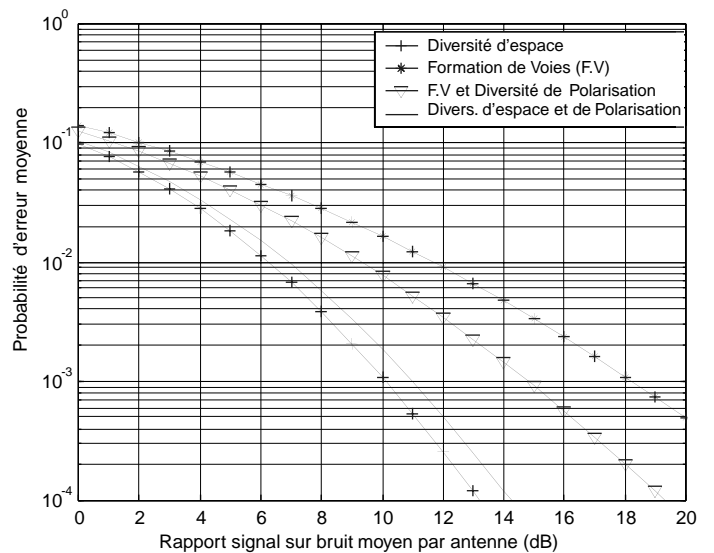


Figure 8. – Performance du récepteur en Diversité spatio-temporelle. Dispersion des temps de retard du canal : 0,1 chip, Dispersion angulaire :  $10^\circ$ ,  $XPD$  : 7 dB, canaux du récepteur RAKE : 3.

Nous avons déterminé des formules analytiques permettant de déduire les performances théoriques de la diversité pour différentes configurations. Les résultats obtenus sont très généraux et permettent d'explorer de nombreuses configurations de réseaux et d'environnements.

Nous avons ensuite montré l'influence de la dépolarisation de l'environnement sur les performances d'une diversité.

Enfin nous avons comparé plusieurs configurations de réseaux d'antennes mixant la diversité de polarisation et d'espace. Ceci nous a permis de montrer qu'un réseau d'antennes inclinées faiblement espacées pouvait fournir un bon compromis entre les performances et l'encombrement.

Manuscrit reçu le 26 février 2002

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] W. C. Lee : *Digital Communications*, 3<sup>rd</sup> édition, McGraw-Hill, 1989.
- [2] Shigeru Kozono, Toshinari Tsuruhara, Masayuki Sakamoto : *Base Station Polarisation Diversity Reception for Mobile Radio*, IEEE Trans. Veh. Tech., vol VT-33, n°4, November 1984.
- [3] Rodney G. Vaughan : *Polarization Diversity in Mobile Communications*, IEEE Trans. Veh. Tech., vol VT-39, n°3, August 1990.
- [4] John G. Proakis : *Digital Communications*, McGraw-Hill, 1989.
- [5] Philippe Laspougeas, Sylvie Mayrargue : *Channel Sounding for Polarisation diversity evaluation*, part of the IST-1999-10322, SATURN project report, D432 « Exploitation Report », janvier 2001.
- [6] J.-F. Diouris, K. Mahdjoubi, J. Zeidler, J. Saillard : *The effect of Coupling in a Compact Handset Receiver*, Annales des Télécommunications 54, n°1-2, pp. 85-92, janvier-février 1999.

## Performances comparées de la diversité d'espace et de polarisation...

### LES AUTEURS

#### Magaye DIOP



Magaye DIOP est Docteur de l'Université de Rennes 1, mention Traitement du Signal et Télécommunications (1992).

Depuis 1993, il est enseignant – chercheur à l'École Supérieure Polytechnique (Université Cheikh Anta Diop de Dakar) au département Génie Electrique et Responsable pédagogique de la filière ingénieure. L'axe de recherche développé concerne les antennes adaptatives et les communications radiomobiles.

#### Jean-François DIOURIS



Jean-François DIOURIS est professeur à l'École polytechnique de l'université de Nantes et membre de l'Institut de Recherches en Communications et Cybernétique de Nantes (UMR CNRS 6597). Ses activités de recherche concernent le traitement du signal et le traitement d'antennes pour les télécommunications.