

# Imagerie tomographique par codage et reconstruction

Tomographic imaging by coding and reconstruction

## **N. de BEAUCOUDREY**

IOTA, Unité associée au CNRS, Université de Paris-Sud, BP n° 43, 91406 ORSAY CEDEX.

Nicole de Beaucoudrey Chargée de Recherche 1<sup>re</sup> classe au CNRS, travaille à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée sur la reconstruction d'images 3-D, plus particulièrement en rayons X.

## **L. GARNERO**

(même adresse).

Line Garnero Chargée de Recherche 1<sup>re</sup> classe au CNRS, travaille à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée sur la reconstruction d'images 3-D, plus particulièrement en rayons X.

## **J. P. HUGONIN**

(même adresse).

Jean-Paul Hugonin est Maître de Conférence à l'Université de Paris-VI, travaille à l'Institut d'Optique Théorique et Appliquée sur la reconstruction d'images 3-D, plus particulièrement en rayons X.

## **RÉSUMÉ**

Nous présentons les divers travaux que nous avons réalisés sur l'imagerie tomographique par codage et reconstruction. Ces travaux sont axés sur deux grands types de méthodes: l'Imagerie par Ouverture de Codage et la Tomographie Axiale Transverse, et comprennent, pour chacune d'elles, des études théoriques et la conception de systèmes tomographiques pour des applications bien précises.

Dans cet article, nous présentons essentiellement les études les plus récentes qui concernent les problèmes de reconstruction à données incomplètes, avec le développement d'une méthode originale par « pixels naturels avec contrainte », et la mise en œuvre d'un codage par multifentes en micro-imagerie de plasmas laser.

## **MOTS CLÉS**

Imagerie 3-D, problèmes inverses, données limitées, rayons X.

## **SUMMARY**

*We present the various researches we made on tomographic imaging by coding and reconstruction. These works are based on two chief kinds of methods: Coding Aperture Imaging and Transaxial Tomography, each of them including theoretical studies and realization of tomographic systems for definite applications.*

*In this paper, we mainly present the more recent studies concerning reconstruction problems from missing data, with development of an original method by "constrained natural pixels", and implementation of multislit coding in micro-imaging of laser plasmas.*

## **KEY WORDS**

*3-D imaging, inverse problems, limited data, X-rays.*

**Introduction**

Pour les rayonnements d'énergie élevée ( $X, \gamma, \alpha$ ), il n'existe pas d'éléments optiques classiques (fonctionnant par réflexion, réfraction ou diffraction). Les rayons se propagent en ligne droite et sont seulement atténués par la matière. Dans ces domaines, l'imagerie conventionnelle fonctionne par projection sur un détecteur plan : on enregistre des intégrales d'une distribution 2-D ou 3-D le long de trajets particuliers; cette méthode d'imagerie ne procure pas les informations tridimensionnelles, qui se révèlent souvent nécessaires.

Les méthodes tomographiques doivent donc procéder par codage et reconstruction et comportent deux étapes :

— l'acquisition ou codage consiste à enregistrer des données sous forme codée; l'enregistrement est complexe et son interprétation nécessite une seconde étape :

— la reconstruction ou décodage permet de retrouver une image reconnaissable de la distribution initiale à partir des données enregistrées.

Contrairement à certaines méthodes de traitement d'image où la phase d'acquisition est imposée (on dispose d'une image déjà formée sans intervention possible sur son mode d'obtention), il est possible, dans les méthodes par reconstruction, de choisir un codage qui transmette le maximum d'informations sur l'objet et conduise à une reconstruction rapide et efficace.

C'est pourquoi, l'approche constante dans nos travaux a été, non pas d'élaborer des raisonnements théoriques sur les méthodes de reconstruction, mais de concevoir des systèmes de formation d'images tomographiques (et leur reconstruction associée) les plus simples possibles et les mieux adaptés à chaque application traitée.

Dans cet article, nous nous proposons de retracer les différentes étapes de nos recherches qui ont débuté par le codage holographique en gammagraphie (§1) puis par la tomographie axiale transverse (§2) et qui se poursuivent actuellement dans deux directions : l'une concerne l'imagerie par projection et les problèmes de reconstruction à données incomplètes (§3); la seconde est relative au codage par fentes et à son application à la micro-imagerie de plasmas laser (§4).

**1. Imagerie par ouverture de codage (IOC)**

Cette méthode a été initialement proposée en astronomie [2], puis en médecine nucléaire [3].

**1.1. CODAGE HOLOGRAPHIQUE ET RESTITUTION COHÉRENTE [4]**

A l'Institut d'Optique, ces études étaient faites pour la gammagraphie (Médecine Nucléaire). Celle-ci consiste à visualiser des organes humains marqués

par des traceurs radioactifs, en détectant les rayons  $\gamma$  émis par ces traceurs. Les détecteurs utilisés sont des émulsions photographiques ou des détecteurs spécifiques constitués d'un cristal scintillateur et de photomultiplicateurs (caméras Anger).

L'imagerie par ouverture de codage consiste à enregistrer le rayonnement émis par un objet en interposant, entre l'objet émetteur et le détecteur, un masque codeur constitué de parties transparentes et opaques au rayonnement. Chaque point de l'objet projette une réplique homothétique du code sur le détecteur

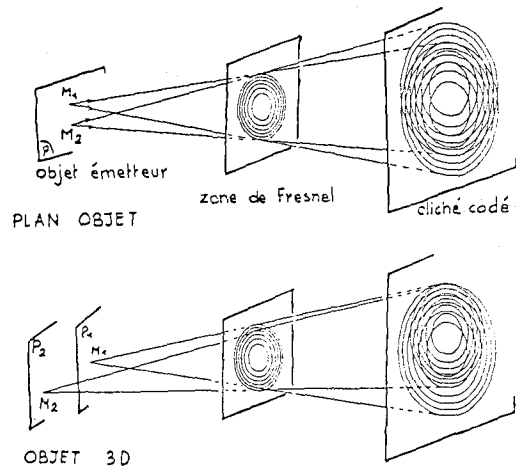


Fig. 1. — Imagerie par ouverture de codage : enregistrement.

(fig. 1). Étant donné la courte longueur d'onde des rayons  $\gamma$  et les dimensions des organes et du masque, le codage se fait uniquement par projection géométrique, sans aucun effet de diffraction appréciable.

Le masque codeur initialement utilisé était un réseau zoné de Fresnel (c'est-à-dire une série d'anneaux concentriques dont les rayons varient en  $\sqrt{n}$ ). Chaque point source projette un réseau zoné sur le récepteur (fig. 1) : la position latérale du centre du réseau projeté détermine la position latérale du point source; l'échelle du réseau zoné sur le détecteur situe le point en profondeur, le contraste du réseau étant lié à l'intensité émise par le point source.

Le cliché est décodé comme un hologramme en l'éclairant par une onde plane cohérente de lumière visible (fig. 2). On utilise la propriété bien connue des réseaux zonés de focaliser par diffraction, l'effet de diffraction étant rendu possible par la différence des longueurs d'onde à l'enregistrement (codage) et à la restitution (décodage).

Un des défauts fondamentaux de cette méthode réside dans le bruit cohérent [4]. C'est la raison pour laquelle le problème de reconstruction a ensuite été appréhendé sous la forme d'une déconvolution, afin de pouvoir être exécuté soit en lumière incohérente, soit par traitement numérique.

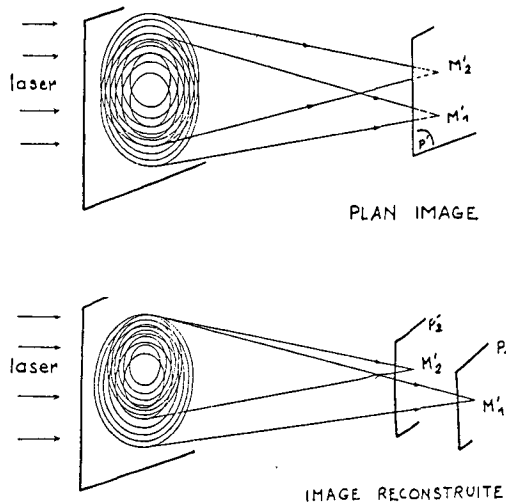


Fig. 2. — Imagerie par ouverture de codage :  
décodage holographique.

1.2. CODAGE HOLOGRAPHIQUE ET RESTITUTION PAR DÉCONVOLUTION [5-8]

1.2.1. Cas d'un objet plan

Dans le cas d'un objet plan, l'éclairement sur le détecteur s'écrit en première approximation sous la forme :

$$(1) \quad I(M) = O(M) * C(M)$$

où \* désigne la convolution bidimensionnelle,  $O(M)$  est la distribution d'émission de l'objet et  $C(M)$  la transmittance du masque codeur. Nous sous-entendons dans cette expression les facteurs de grandissement qui dépendent bien entendu des distances objet-code et code-détecteur.

Le problème inverse est donc ramené à celui d'une déconvolution. Jean Brunol a proposé en 1977 [6] une méthode de déconvolution partielle originale qui utilise la fonction de filtrage, appelée pseudo-filtre de Wiener, définie par l'expression :

$$(2) \quad \tilde{D} = \frac{\tilde{C}^*}{|\tilde{C}|^2 + \epsilon}$$

où  $\tilde{C}$  représente la TF de la fonction code  $C(M)$  et où le paramètre  $\epsilon$  est choisi par un compromis entre la résolution et le rapport signal sur bruit.

1.2.2. Cas d'un objet tridimensionnel

L'intérêt de cette méthode réside dans la possibilité de discrimination tomographique. La reconstruction se fait le plus souvent sous la forme d'une suite de plans de coupes à différentes profondeurs dans l'objet. Pour rendre compte de cet aspect, nous considérons l'objet volumique comme un ensemble de  $N$  plans discrets caractérisés par les fonctions  $O_l(M)$ . Un point source situé dans le plan indicé  $l$  projette sur le détecteur une image homothétique du code que nous noterons  $C_l$ . L'image codée de l'objet volumique peut

donc s'écrire :

$$(3) \quad I(M) = \sum_{l=1}^N O_l(M) * C_l(M)$$

L'image reconstruite, en se focalisant sur un plan  $k$ , est obtenue en appliquant la fonction de déconvolution appropriée à ce plan, soit  $D_k$  :

$$(4) \quad I_k(M) = I(M) * D_k(M) \\ = O_k(M) * R_{kk}(M) + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N O_l(M) * R_{lk}(M)$$

où  $R_{kk}(M) = C_k * D_k$  est la réponse percussionnelle focalisée, et  $R_{lk}(M) = C_l * D_k$  est la réponse percussionnelle défocalisée.

La première partie de l'expression (4) correspond à l'image au point, et la seconde partie représente la contribution des autres plans de coupe à cette image. La capacité de discrimination tomographique sera donc évaluée en fonction de l'importance relative de ce terme parasite par rapport à l'image focalisée.

Il est bien évident qu'à partir du moment où le problème de reconstruction se pose en terme de déconvolution, et non plus de restitution holographique, le choix de la fonction code  $C(M)$  est libre; il convient alors d'optimiser ce choix en fonction de la FTM résultante du système, de la capacité de discrimination tomographique et du gain en rapport signal sur bruit. C'est ce qu'a fait Jean Brunol en 1977 [5], ce qui l'a amené à remplacer les réseaux zonés de Fresnel par des ouvertures annulaires.

1.3. CODAGE ANNULAIRE

1.3.1. Principe et avantages

Le principe d'enregistrement reste le même que celui montré figure 1, le réseau zoné de Fresnel étant alors remplacé par un simple anneau. Le formalisme de la formation de l'image codée et de la restitution de l'objet reste le même que celui présenté au précédent paragraphe, en prenant pour  $C(M)$  la transmittance de l'anneau.

Jean Brunol [5] a montré que la FTM associée à l'anneau assurait un bon codage des fréquences spatiales non affectées par le bruit, tandis que, pour le réseau zoné, la FTM transmettait mal les moyennes et hautes fréquences spatiales, car les contributions des différents anneaux s'annulent pour de nombreuses fréquences spatiales. De plus, si le réseau zoné donne un meilleur rapport signal sur bruit pour les très basses fréquences (là où justement, dans de nombreux cas d'imagerie, le nombre de photons est important), par contre, l'anneau est bien meilleur du point de vue rapport signal sur bruit dans les hautes fréquences où le nombre de photons utile est faible.

Une déconvolution analogique [7] a été réalisée en 1977 à l'aide d'un corrélateur optique incohérent à deux voies. Mais, l'apparition de moyens de calculs performants nous a très vite amenés à effectuer de plus en plus les reconstructions par voie numérique

(FFT 2-D, multiplication dans le plan de Fourier par le filtre de déconvolution partielle  $\tilde{D}$  et FFT 2-D inverse).

### 1.3.2. Application en Médecine Nucléaire

C'est le domaine initialement étudié à l'Institut d'Optique, en collaboration avec le service des Radioisotopes de l'Hôpital Cochin. Nous avons ainsi construit un des tout premiers systèmes de tomoscintigraphie par ouverture de codage, dès 1978, qui offrait la possibilité d'examen dynamiques (en particulier en tomoscintigraphie cardiaque), car la prise de vue est quasiment instantanée dans les systèmes par ouverture de codage.

Cependant, les images comportent des artefacts dus au brouillage des plans de coupe défocalisés et le codage réalisé est incomplet; il est donc préférable de se tourner, quand cela est possible, vers de «meilleures» méthodes de codage, comme celle de la Tomographie axiale transverse que nous verrons au paragraphe 2.

Mais, dans certains cas, l'IOC est la seule méthode de codage tomographique utilisable et nous allons en voir un exemple.

### 1.3.3. Application en microimagerie X de plasmas induits par laser [10]

L'irradiation d'une cible par des faisceaux laser très puissants crée un plasma, qui émet des rayons X. La distribution d'émission de ces rayons X est caractéristique de certaines propriétés de ces plasmas, et la connaissance de cette émission peut ainsi servir à établir des diagnostics sur le plasma créé.

La durée de l'émission étant très courte (quelques centaines de picosecondes), il est nécessaire d'avoir un enregistrement instantané donc un dispositif fixe.

Les méthodes d'imagerie utilisées sont l'imagerie par sténopé ou le codage holographique avec des réseaux zonés de Fresnel [9]. L'imagerie par sténopé ne permet pas d'obtenir un bon rapport signal/bruit sur l'image et n'offre pas de résolution tomographique; d'autre part, le codage holographique souffre des mêmes défauts que celui réalisé en Médecine Nucléaire. C'est la raison pour laquelle Jean Brunol, en collaboration avec le CEA de Limeil, a proposé d'adapter la méthode d'ouverture de codage à l'imagerie des plasmas laser [10]. Le principe reste le même qu'en Médecine Nucléaire, mais il fallait redéfinir une autre configuration d'enregistrement adaptée à la taille des plasmas ( $\approx 100 \mu\text{m}$ ) et à la gamme d'énergie des rayons X émis (1-10 keV). Des images tomographiques de plasma ont été ainsi obtenues (résolution atteinte: 5 à  $10 \mu\text{m}$ ).

Mais, la reconstruction nécessitant une déconvolution à deux dimensions, les calculs sont très importants. C'est la raison pour laquelle nous avons développé un nouveau codage, le codage multifentes qui permet de simplifier les traitements numériques de reconstruction. Nous reviendrons plus en détail sur ce codage au paragraphe 4.

## 2. Tomographie axiale transverse (TAT)

La tomographie axiale transverse est un cas particulier dans l'ensemble des méthodes d'imagerie par projection. En fait, la TAT n'est pas réellement un problème 3-D mais une suite de problèmes 2-D indépendants: on considère des sections isolées d'un objet volumique, ces coupes étant parallèles entre elles.

La résolution des équations de la reconstruction d'images 2-D à partir de ses projections sur des droites a été effectuée dès 1917 par Radon [11]. La TAT en elle-même a été conçue en tout premier lieu par des radioastronomes [12] et des physiciens de la Microscopie Électronique [13, 14]. Cependant c'est en radiologie que la TAT a eu le plus grand impact et la première application industrielle [15].

Avant de détailler les différents points fondamentaux qui ont été étudiés à l'IOTA sur ce sujet, nous allons rappeler brièvement le principe de la méthode.

### 2.1. PRINCIPE DE LA TOMOGRAPHIE AXIALE TRANSVERSE

Nous prendrons ici l'exemple de la TAT d'absorption en rayons X (fig. 3). On irradie une coupe d'un

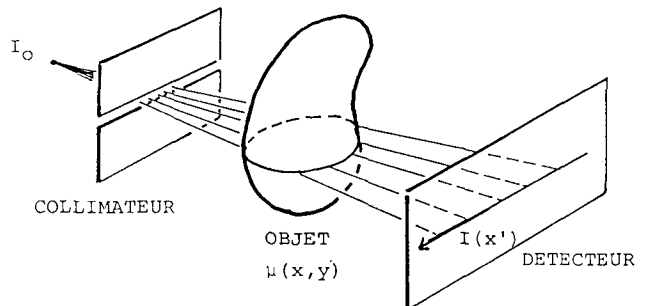


Fig. 3. — Enregistrement en TAT d'absorption.

objet volumique, sélectionnée par un mince pinceau de rayons X d'intensité  $I_0$ , et on recueille l'intensité transmise  $I(x')$  en un point  $x'$  du détecteur:

$$(5) \quad I(x') = I_0 \exp \left[ - \int_L \mu(x, y) dl \right]$$

où  $\mu(x, y)$  est le coefficient d'atténuation linéaire aux rayons X de l'objet irradié et  $L$  la droite joignant la source X au point  $x'$ .

On appelle projection l'intégrale rectiligne de la distribution objet  $\mu$ ; on l'obtient en prenant le logarithme de  $I/I_0$ :

$$(6) \quad p(x') = -\text{Ln} \left( \frac{I(x')}{I_0} \right) = \int_L \mu(x, y) dl$$

Afin de pouvoir reconstruire l'information sur la coupe examinée, on répète le même enregistrement à d'autres orientations, en général en faisant tourner la source et le détecteur autour d'un axe perpendiculaire à la coupe.

La reconstruction consiste donc à remonter à la fonction  $\mu$  à partir de l'ensemble de ses projections. Ce problème peut se résoudre en utilisant le théorème de

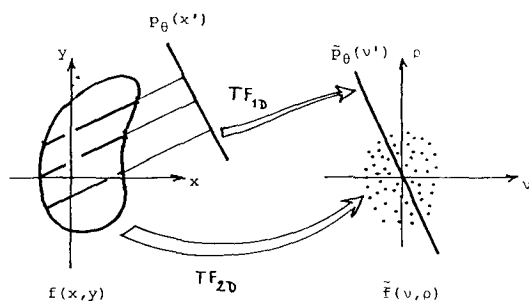


Fig. 4. — Théorème de projection.

projection (fig. 4): la transformée de Fourier 1-D de la projection d'une fonction  $\mu(x, y)$  coïncide avec la TF 2D de  $\mu$  le long d'une droite passant par l'origine. Ainsi, l'ensemble des projections enregistrées tout autour de l'objet permet de déterminer la valeur de la TF de l'objet sur un ensemble de droites passant par l'origine, et il est ensuite facile de remonter directement à  $\mu$  par TF inverse.

De nombreuses méthodes de reconstruction existent, et il ne s'agit pas ici de les détailler toutes, mais de décrire les recherches faites par notre équipe à ce sujet depuis 1977. Signalons toutefois que la méthode la plus utilisée, connue sous le nom de «rétroprojection filtrée», consiste en un filtrage 1-D des projections suivi par une rétroprojection et une sommation des projections filtrées.

La tomographie axiale transverse présente deux avantages par rapport à l'imagerie par ouverture de codage: pas de brouillage entre coupes et un remplissage dense de l'espace de Fourier (si le nombre d'enregistrements est suffisant).

Pourtant, jusqu'en 1977, seuls des systèmes TAT en tomographie par absorption (les scanners X) étaient développés et commercialisés. Une telle méthode n'avait pas encore été exploitée en tomographie d'émission. C'est la raison pour laquelle, en parallèle avec les systèmes d'ouverture de codage, nous avons développé un système de TAT en émission.

## 2. 2. MISE AU POINT D'UN SYSTÈME DE TAT D'ÉMISSION EN MÉDECINE NUCLÉAIRE [16, 17]

Le système d'enregistrement comprend un collimateur à canaux parallèles, qui sélectionne la direction des photons, et un détecteur de rayons  $\gamma$  (une caméra Anger par exemple) (fig. 5).

Négligeons pour l'instant la diffusion et l'auto-absorption du rayonnement émis. Les photons atteignant un point du détecteur ont tous été émis sur la droite déterminée par ce point et la direction du collimateur (fig. 5).

Leur nombre est proportionnel à:

$$(7) \quad p(x') = \int_L \varepsilon(x, y) dy'$$

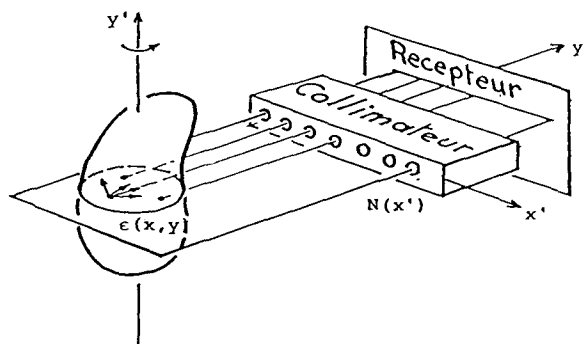


Fig. 5. — Enregistrement en TAT d'émission.

où  $\varepsilon(x, y)$  représente la distribution de radioactivité à l'intérieur du corps, c'est-à-dire le nombre de photons émis au point  $(x, y)$  par unité d'angle solide.

Le signal obtenu est ici directement l'intégrale rectiligne de la distribution objet. Les différentes projections sont enregistrées en faisant tourner le détecteur autour du patient.

L'application de la méthode TAT à l'imagerie d'émission pose deux problèmes spécifiques: l'auto-absorption par les tissus traversés du rayonnement  $\gamma$  émis et le bruit de photons particulièrement sensible en Médecine Nucléaire. Les corrections que nous avons développées nous ont permis de mettre en œuvre dès 1979 un système de TAT en émission, qui a tout d'abord été expérimenté dans le service des Radioisotopes de l'hôpital Cochin, puis industrialisé par la CGR (Compagnie Générale de Radiologie): sous le nom de «GAMMATOME».

Cependant, de nombreux problèmes restaient encore posés, et la définition de futurs appareils plus performants nécessitait une analyse rigoureuse entre autres de l'influence des conditions d'enregistrement sur la qualité des images reconstruites (ce point a fait l'objet d'une collaboration avec la CGR Médecine Nucléaire [22]), mais surtout des problèmes liés au bruit.

## 2. 3. ÉTUDE DES PROBLÈMES STATISTIQUES EN TAT

En 1980/1981, nous avons entrepris une étude théorique complète de la propagation des effets de bruits lors de la reconstruction de l'image à partir des projections. Nous avons calculé le rapport signal sur bruit en chaque point de l'image, aussi bien dans le cas de la TAT par émission que dans celui de la TAT par absorption [18, 19]. Cette étude a eu de nombreuses retombées et de nombreuses applications que nous avons nous-mêmes développées:

(a) *Imagerie cardiaque dynamique en TAT par émission* [20], en se synchronisant sur l'électrocardiogramme pour faire l'acquisition de projections à différents moments du cycle; cette répartition du nombre total de photons détectés dans les différentes coupes temporelles aggrave le bruit de photons. Un traitement spatio-temporel, effectué sur les projections, nous a permis d'améliorer la qualité statistique des images reconstruites. Cette méthode a ensuite été

adaptée sur les appareils de tomographie nucléaire de la CGR.

(b) *Tomographie localisée en TAT d'absorption* [18], qui consiste en une irradiation localisée sur des régions d'intérêt de l'organe qui nécessitent un examen de meilleure résolution, ceci sans augmenter la dose d'irradiation totale. Aucune étude n'avait été faite pour prouver l'existence d'un gain en rapport signal sur bruit appréciable sur ces zones d'intérêt; notre étude a permis de justifier statistiquement ce procédé d'irradiation localisée utilisé cliniquement.

(c) *Application de la TAT d'absorption aux Contrôles Non Destructifs industriels* [21]. L'adaptation de la TAT aux contrôles non destructifs pose des problèmes spécifiques dus à la grande dispersion des objets à examiner (dimensions, formes, absorption). Il est donc nécessaire de redéfinir et d'optimiser les paramètres dans chaque cas. Nous avons montré par exemple qu'il existe une énergie d'irradiation optimale fonction de la taille et de l'absorption moyenne de l'objet. En 1981, en collaboration avec l'ETCA [21], nous avons construit un premier système expérimental de TAT d'absorption X, pour l'étude de zones de discontinuités dans des matériaux, et obtenu des résultats très prometteurs nous plaçant ainsi comme précurseurs d'un domaine qui s'est considérablement développé depuis.

2. 4. CONCLUSION

Nous avons vu que l'Imagerie par Ouverture de Codage est une méthode imparfaite à réserver aux cas où l'on ne peut utiliser d'autres méthodes (phénomènes dynamiques ou trop courts pour que l'on puisse effectuer une rotation du détecteur, angle de vue limité, impossibilité de déplacer un détecteur à cause des problèmes d'encombrement). La Tomographie Axiale Transverse, quant à elle, donne des images reconstruites de bonne qualité dans le cas général où l'on possède un ensemble complet de projections tout autour de l'objet.

Malheureusement, il n'est pas toujours possible d'enregistrer des projections tout autour de l'objet et les méthodes de reconstruction habituelles deviennent alors inopérantes. Nous avons donc entrepris en 1981 une étude pour la recherche de méthodes de reconstruction d'images tomographiques à partir d'un ensemble limité de projections, recherche que nous allons exposer maintenant.

3. Imagerie tomographique à partir d'un nombre limité de projections [23]

Il s'agit de systèmes qui soit n'enregistrent qu'un faible nombre de projections, soit n'acquièrent de données que dans un angle de vue limité autour de l'objet. Tout un ensemble de fréquences spatiales de l'objet est alors perdu. Pour essayer de retrouver les données manquantes, il est nécessaire de tenir compte

d'informations éventuellement disponibles *a priori* sur l'objet.

Le plus souvent, les méthodes de tomographie à données limitées introduisent des informations *a priori* dans les méthodes usuelles de reconstruction qui utilisent une décomposition de l'objet en pixels carrés, ce qui entraîne des interpolations, d'autant plus gênantes dans le processus de reconstruction que le problème est mal posé. Pour éviter cela, un schéma original de décomposition a été proposé par Buonocore: les « pixels naturels » [25]. Malheureusement, la prise en compte d'informations *a priori* n'avait pas été prévue dans son formalisme.

C'est pourquoi, nous avons proposé une méthode qui combine la décomposition en pixels naturels avec l'introduction d'informations *a priori*: « la méthode des pixels naturels avec contraintes » [24]. Cette méthode possède l'avantage d'avoir un formalisme adapté à la réalité physique des enregistrements, ce qui permet ainsi d'éviter toute interpolation durant la reconstruction; de plus, elle peut s'adapter facilement à toutes sortes d'enregistrements et d'objets.

3. 1. PRINCIPE DE LA MÉTHODE

Nous exposerons le principe dans le cas bidimensionnel, c'est-à-dire celui de la tomographie axiale transverse; la généralisation au cas 3-D est immédiate.

Nous avons considéré au précédent paragraphe [équations (6) ou (7)] qu'une projection était donnée par l'intégrale rectiligne de la distribution objet 2-D. En réalité, ces projections sont pratiquement toujours enregistrées sous forme discrète. Le signal enregistré

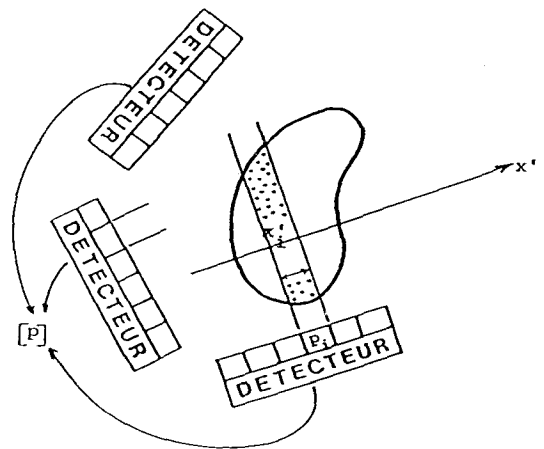


Fig. 6. — Enregistrement sur une cellule du détecteur.

résulte donc d'une intégration sur une bande (fig. 6) et non plus d'une intégration rectiligne. Ainsi, une donnée élémentaire, notée  $P_i$  recueillie sur une cellule de détecteur, de centre  $x'_i$  et de largeur  $\Delta x_i$ , est égale à :

$$(8) \quad P_i = \int_{x'_i - (\Delta x_i/2)}^{x'_i + (\Delta x_i/2)} P_0(x') dx'$$

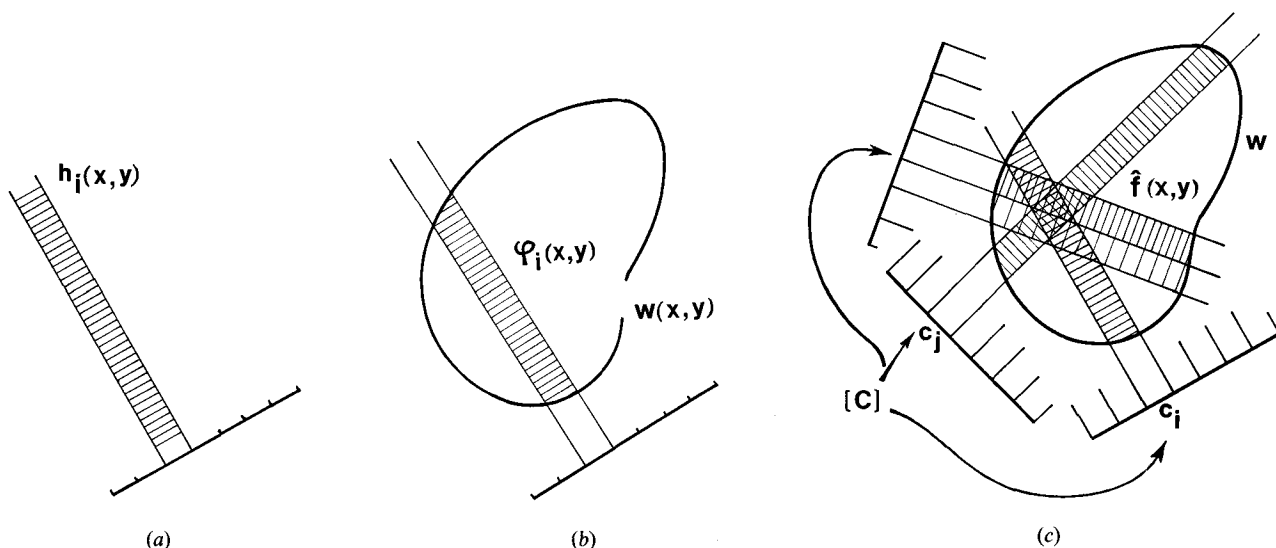


Fig. 7. — Représentation géométrique de: (a)  $h_i(x, y)$  pixel naturel; (b)  $\Phi_i(x, y)$  pixel naturel avec contrainte  $w(x, y)$ ; (c) calcul de  $\mu$  à partir de ses coefficients  $c_i$ .

la projection  $P_0(x')$  étant donnée par l'expression (6). Nous supposons dans la suite de l'exposé que l'enregistrement se compose de  $N$  données élémentaires.

Afin de décrire correctement la réalité physique des mesures, Buonocore *et al.* [25] ont introduit de nouvelles fonctions de bases pour la fonction objet, les « pixels naturels ». Ces derniers sont définis par les fonctions qui recouvrent exactement les bandes d'intégration. Le pixel naturel correspondant à la mesure  $n^\circ i$  est donné par la fonction caractéristique  $h_i$  de la bande d'intégration correspondante (fig. 7 a):

$$(9) \quad h_i(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \{x, y\} \text{ est à l'intérieur} \\ & \text{de la bande } n^\circ i \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

D'après les équations (6), (8) et (9):

$$(10) \quad P_i = \iint \mu(x, y) h_i(x, y) dx dy$$

Quand  $i$  varie de 1 à  $N$ , cette dernière expression relie la fonction de deux variables continues  $\mu(x, y)$  aux  $N$  données mesurées.

Partant des travaux de Buonocore, nous avons cherché à incorporer des informations *a priori*; pour cela nous avons défini de nouvelles fonctions de base, les « pixels naturels avec contraintes » (que nous noterons  $\Phi_i$ ), obtenues en pondérant chaque pixel naturel  $h_i$  par une fonction poids  $w$  (la plus proche possible de l'objet compte tenu des informations disponibles *a priori*) (fig. 7 b):

$$(11) \quad \Phi_i(x, y) = h_i(x, y) w(x, y)$$

Du fait de l'intégration opérée à l'enregistrement sur chaque cellule du détecteur [équation (8)], la distribution objet initiale  $\mu$  ne peut pas être retrouvée exactement; la reconstruction par pixels naturels consiste donc à trouver une estimée de la fonction  $\mu$  de la

forme:

$$(12) \quad \tilde{\mu} = \sum_{i=1}^N c_i \Phi_i$$

et vérifiant [d'après l'équation (10)]:

$$(13) \quad P_i = \iint \tilde{\mu}(x, y) h_i(x, y) dx dy$$

Regroupant les expressions (12) et (13), nous aboutissons au système linéaire d'inconnues  $c_i$ :

$$(14) \quad P_{i \{i=1, N\}} = \sum_{j=1}^N c_j \iint \Phi_j(x, y) h_i(x, y) dx dy$$

qui relie les données  $P_i$  aux coefficients de décomposition de  $\tilde{\mu}$  sur la base des pixels naturels avec contrainte. L'inversion de ce système est réalisée à l'aide d'une méthode itérative à convergence rapide, dérivée de la méthode du gradient conjugué [26]. Une simple rétroprojection est ensuite nécessaire pour calculer  $\tilde{\mu}$  à partir des coefficients  $c_i$  [équation (12), fig. 7 c].

Contrairement aux méthodes de reconstruction habituelles qui utilisent une décomposition de l'objet en pixels carrés, le processus de reconstruction se passe en deux étapes distinctes:

(a) on calcule d'abord les coefficients de décomposition  $c_i$  de la fonction sur les pixels naturels;

(b) ensuite, cet ensemble de valeurs est « rétroprojeté » [équation (12)] pour obtenir une estimée de  $\mu$  en chaque point  $(x, y)$ , de façon à visualiser les résultats obtenus sous la forme usuelle de pixels carrés.

Mais cette discrétisation s'opère uniquement en fin de processus; en particulier, la mise en équation du principe de formation des enregistrements et l'inversion

du système correspondant n'ont pas requis une discrétisation de  $f$  sur une grille cartésienne; les erreurs de modélisation et les interpolations dues à ces discrétisations sont donc évitées.

3. 2. RÉSULTATS

Afin de tester l'efficacité de la méthode en présence de données idéales et bruitées ainsi que les effets des contraintes, nous avons simulé la reconstruction d'un

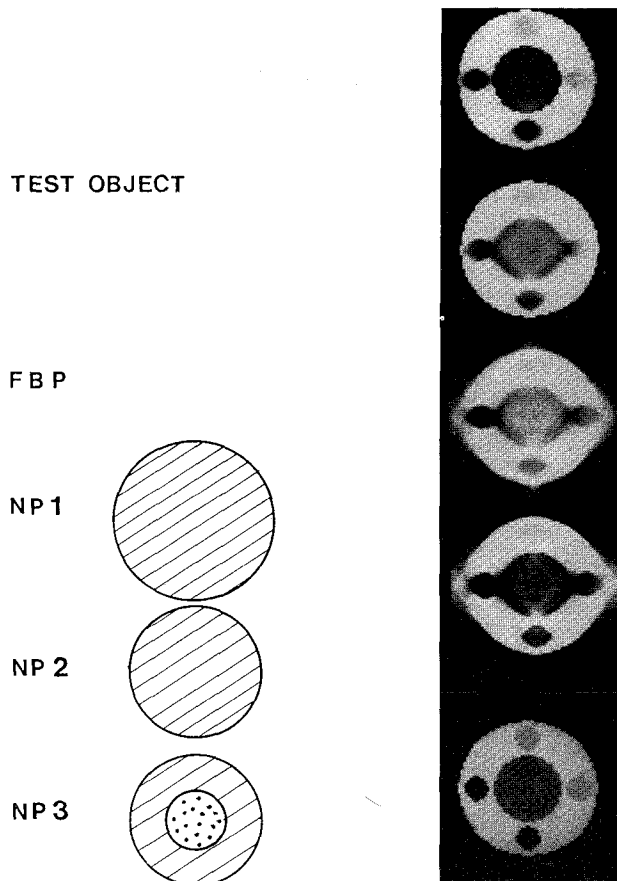


Fig. 8. - Simulation de différentes reconstructions en TAT d'un objet test à partir de 64 projections couvrant un angle de 112°.

objet test représenté figure 8a; les enregistrements sont effectués à partir d'un ensemble de projections couvrant divers angles autour de cet objet.

Nous avons comparé plusieurs reconstructions :

- la rétroprojection filtrée (FBP), qui est la reconstruction standard effectuée quand l'ensemble des projections est complet (fig. 8 b);
- la reconstruction par pixels naturels sans contrainte (NP1) (la fonction poids  $w_1$  est alors la fonction caractéristique du champ de reconstruction et est représentée figure 8 c);
- la reconstruction par pixels naturels (NP2) avec une contrainte de support (la fonction  $w_2$  correspondante est donnée figure 8 d);
- la reconstruction par pixels naturels (NP3), qui utilise comme contrainte celle associée à la fonction  $w_3$  donnée figure 8 e.

Les images reconstruites à partir de 64 projections couvrant un angle de 112° sont présentées sur la colonne de droite de la figure 8, en vis-à-vis des fonctions poids correspondantes.

Ces premiers résultats montrent le rôle effectif joué par les différentes contraintes qu'on a pu ajouter.

Pour étudier la stabilité de la méthode en présence de bruit, nous avons ajouté aux données de projections des fluctuations traduisant un bruit de Poisson de diverses amplitudes, et nous avons calculé pour chaque image reconstruite l'erreur quadratique moyenne, notée RMS :

$$(15) \quad \text{RMS} = \left[ \frac{\sum_{i,k} [\mu(i,k) - \tilde{\mu}(i,k)]^2}{N_{\text{pix}}} \right]^{1/2}$$

où  $\mu(i,k)$  représente la valeur originale du pixel  $(i,k)$ ,  $\tilde{\mu}(i,k)$  la valeur estimée en ce même pixel [équation (12)] et  $N_{\text{pix}}$  le nombre total de pixels dans l'image.

La figure 9 montre les variations de RMS en fonction de l'amplitude de bruit, chaque graphe correspond à une valeur différente de l'angle de vue. Il est ici très visible que, plus la fonction  $w$  est proche de l'objet, meilleure est la reconstruction, et que ce fait est d'autant plus marqué que le problème est plus mal conditionné, c'est-à-dire que l'angle de vue est plus faible. De plus, la contrainte n° 3 est assez forte pour rendre le problème de reconstruction bien conditionné, même pour un angle de vue de 90°. Les courbes montrent clairement que la méthode de reconstruction par pixels naturels est beaucoup plus stable en présence de données bruitées que la méthode de rétroprojection filtrée. Une analyse théorique de la propagation du bruit au cours de la reconstruction confirme et explique ce résultat [23]. Il est clair qu'aucune méthode de régularisation du type de celle de Tikonov n'est ici nécessaire en présence de données bruitées.

Cette méthode de reconstruction par pixels naturels a été appliquée pour déterminer, à partir de mesures de gammagraphie à différents angles, la concentration d'un catalyseur circulant dans une canalisation de l'unité de raffinage de Elf-Solaize [23].

3. 3. ADAPTATION AU CAS 3-D

Le formalisme de cette méthode permet très simplement de considérer d'autres géométries d'enregistrement que la TAT et, en particulier, celles qui nécessitent des reconstructions tridimensionnelles. Il suffit de changer la notion de pixels naturels par celle de « voxels naturels », que nous définissons comme les volumes élémentaires d'intégration correspondants à une mesure sur le détecteur, et de définir une fonction poids  $w$  à trois dimensions.

Nous avons appliqué cette méthode au codage multifentes pour la microimagerie des plasmas laser, qui est le second sujet de recherche mené parallèlement par notre groupe et que nous allons détailler maintenant.



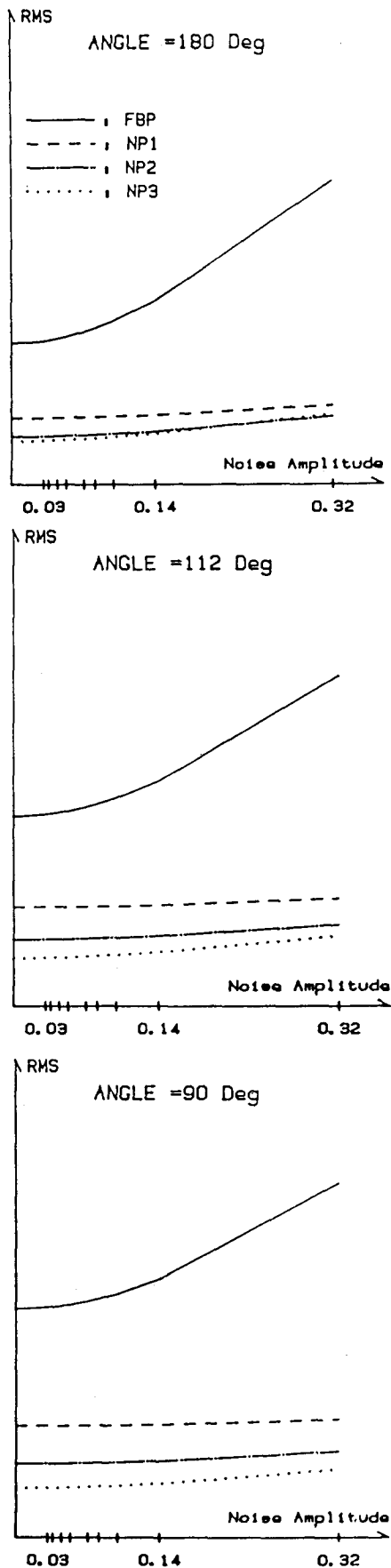


Fig. 9. - Variation de l'erreur quadratique moyenne en fonction de l'amplitude du bruit pour différents angles de vue et différentes reconstructions (10 projections).

#### 4. Codage à multifentes: application en imagerie de plasmas laser

Nous avons vu au paragraphe 1.3.3 que l'Imagerie par Ouverture de Codage était la seule solution acceptable en imagerie de plasmas laser; mais nous avons vu aussi l'inconvénient de l'IOC générale, annulaire en particulier, qui nécessite des calculs de reconstruction très importants. C'est pourquoi nous avons conçu un autre type de code, qui permet un traitement beaucoup plus simple à cause de sa configuration bien particulière: il est formé d'un grand nombre de fentes à diverses orientations dans un plan unique (le plan du masque codeur), ce qui réalise une séparation de la prise d'informations sur l'objet dans les directions correspondantes.

Nous nous sommes inspirés d'un codage à modulation temporelle proposé en Médecine Nucléaire [27] (une fente unique en rotation dans le plan du masque codeur et enregistrement successif des images directionnelles projetées), que nous avons modifié pour le rendre utilisable en imagerie de plasmas.

Nous avons ainsi réalisé deux codes, différant par la position relative des fentes par rapport au centre du code, ce qui permet ou non une discrimination

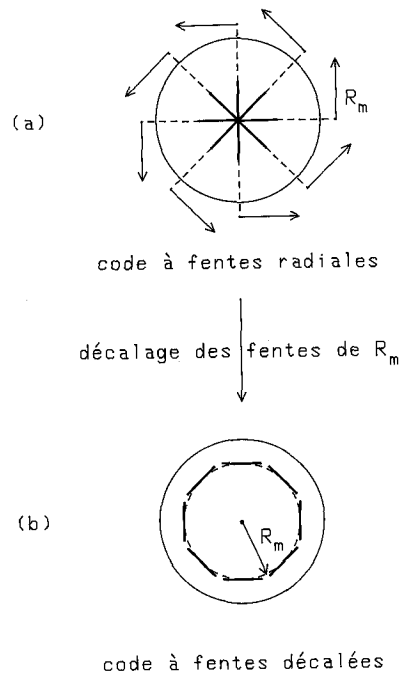


Fig. 10. - Codage à multifentes.

tomographique (fig. 10); sur le premier code, les fentes sont positionnées radialement et le second code est obtenu par translation de chaque fente d'une distance identique [28, 29].

Mais voyons d'abord quel est le codage réalisé par une fente individuelle.

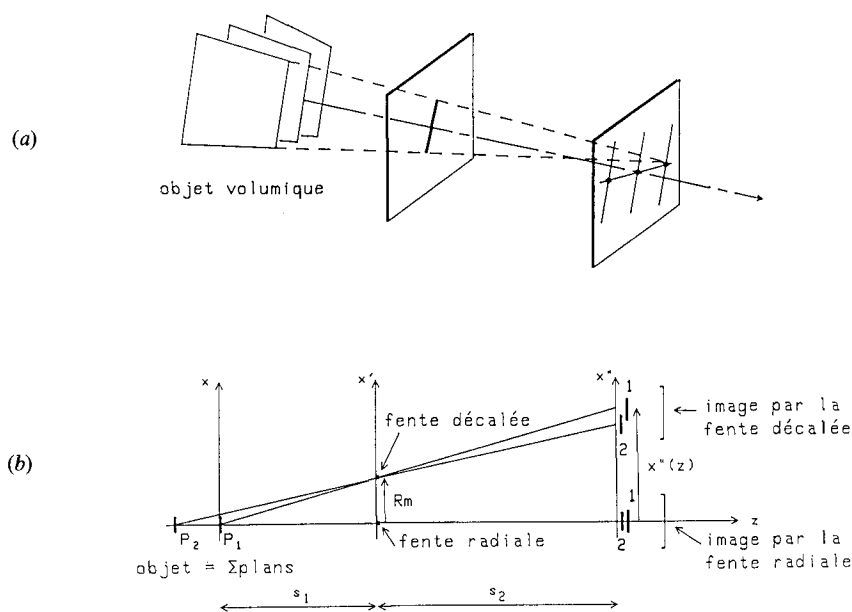


Fig. 11. — Codage par une fente.

#### 4. 1. CODAGE PAR UNE FENTE

Chaque fente réalise l'intégration de la luminance de l'objet sur des plans passant par la fente (fig. 11 a) (ou sur des droites si l'objet est contenu dans un seul plan parallèle au plan du code). L'image bidimensionnelle projetée par la fente est constante sur les droites parallèles à la fente (à condition que l'on puisse négliger les facteurs photométriques dus à l'obliquité des rayons). L'information enregistrée dans cette image codée est essentiellement contenue dans une coupe perpendiculaire à la direction de la fente: on obtient une projection 1-D de l'objet 3-D, son intégrale sur des plans (qui sont pratiquement parallèles entre eux quand la divergence du faisceau est faible, c'est-à-dire quand la distance objet-code est très supérieure aux dimensions de l'objet).

#### 4. 2. CODAGE PAR L'ENSEMBLE DES FENTES

Nous disposons donc d'un ensemble d'intégrales planes de l'objet dans les différentes directions déterminées par les fentes; ceci dans la mesure où les images projetées par ces fentes sont bien disjointes sur le détecteur pour pouvoir être analysées indépendamment les unes des autres et profiter ainsi de la simplification apportée par ce codage à fentes (c'est la différence fondamentale avec l'IOC au sens strict: le masque codeur à fentes n'est pas en fait équivalent à un code unique mais à plusieurs codes indépendants).

Pour bien comprendre quelles sont les informations transmises par ce codage, nous pouvons nous placer dans l'espace de Fourier: la TF 1-D de la fonction d'une variable définie par l'intégrale d'un objet sur des plans parallèles coïncide avec la TF 3-D de cet objet le long de la perpendiculaire à ces plans menée

de l'origine de l'espace de Fourier (Théorème de projection généralisé au cas 3-D) (fig. 12 a).

- le codage à multifentes radiales donne les valeurs de la TF 3-D de l'objet sur un ensemble de droites passant par l'origine et toutes situées dans le même plan: on n'aura donc aucune résolution en profondeur dans l'objet reconstruit, quelque soit la méthode employée (fig. 12 b);

- le codage à multifentes décalées (fig. 12 c) donne un ensemble d'intégrales planes de l'objet, les directions de projection étant tangentes au cône d'axe Oz et de demi-angle au sommet  $\alpha$  ( $\alpha$  tel que  $\text{tg } \alpha = R_m/s_1$  où  $R_m$  est le décalage des fentes par rapport au centre du code et  $s_1$  la distance objet-code). Dans l'espace de Fourier, on a donc un ensemble de droites réparties sur le cône de demi-angle  $\pi/2 - \alpha$ , d'où l'importance d'avoir un angle  $\alpha$  suffisamment ouvert pour atteindre une certaine résolution dans la direction z.

#### 4. 3. RECONSTRUCTION

Elle consiste à recombinaison les images codées individuelles dans les directions correspondantes. Le processus est différent suivant le code considéré.

##### 4. 3. 1. fentes radiales → image plane

La reconstruction pourrait être faite par synthèse de Fourier (fig. 12 b), soit: TF 1-D des projections à travers chaque fente, « positionnement » dans le plan de Fourier à la bonne orientation et TF 2-D inverse de la distribution 2-D obtenue.

On a une analogie avec la TAT (uniquement formelle: l'enregistrement en TAT donne une projection 1-D d'une coupe 2-D, alors que le codage par les fentes conduit à une projection 1-D d'un objet 3-D, et que l'on n'a pas de tomographie); on peut donc utiliser les différents algorithmes de la TAT, et en particulier

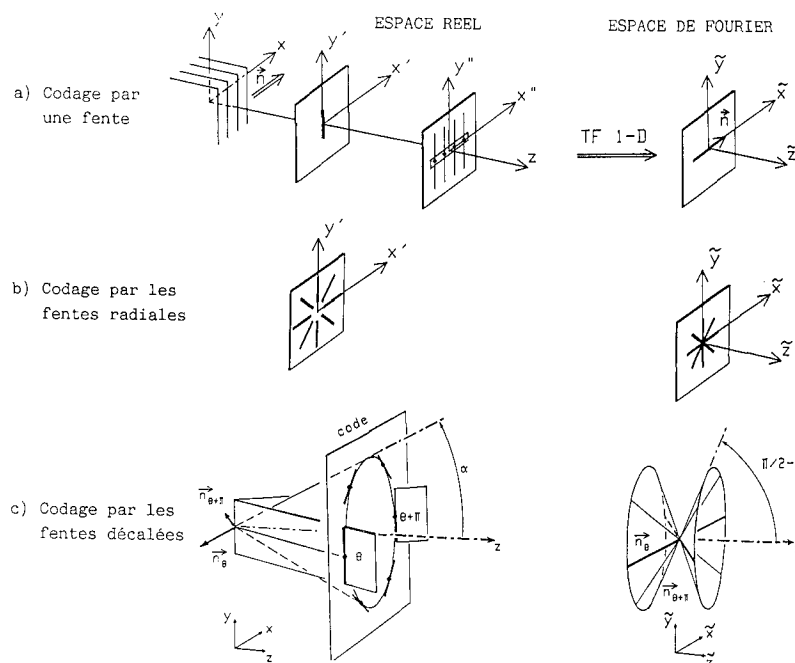


Fig. 12. — Codage à multifentes: remplissage de l'espace de Fourier.

le plus « simple »: la rétroprojection filtrée.

L'image obtenue après codage par les fentes radiales et reconstruction est finalement équivalente à celle obtenue en imagerie directe par sténopé. Le seul intérêt de cette imagerie par fentes radiales réside donc dans le gain en signal sur bruit très important par rapport au sténopé.

#### 4.3.2. fentes décalées → image 3-D

Le problème se trouve très simplifié par rapport à l'IOC générale (réseaux zonés, anneau...) car on a réalisé une séparation de la prise d'informations sur l'objet dans les différentes directions (série d'intégrales planes). Dans la lignée de ce qui est souvent fait en IOC, nous avons procédé à une reconstruction par brouillage, adaptée à la configuration particulière du codage à multifentes.

Cette reconstruction est effectuée en se focalisant successivement sur chaque plan (parallèle aux plans du code et du détecteur); la projection d'un plan sur le détecteur étant décentrée d'une quantité  $x''(z)$ , fonction du décalage des fentes  $R_m$  et de la profondeur  $z$  de ce plan (fig. 11 b), on décale donc chaque projection par une fente de la distance  $-x''$ , puis l'on effectue la même reconstruction que pour le code à fentes radiales. Les plans non au point sont alors brouillés dans l'image reconstruite du plan choisi, mais ils ne sont pas complètement éliminés et produisent des artefacts dans les coupes reconstruites.

Une méthode plus complexe a donc été étudiée: on considère l'objet dans son ensemble et l'on se ramène alors à un problème de reconstruction directement 3-D à angle de vue limité (l'ouverture angulaire du code) auquel on peut appliquer la méthode de décomposition en « éléments naturels avec contrainte » développée au paragraphe 3.1. Le cas de projections à

travers des fentes se prête tout à fait à cette analyse: les voxels naturels sont alors des nappes déterminées par les plans d'intégration (fig. 11 a) [23].

#### 4.4. RÉALISATION EXPÉRIMENTALE

Les expérimentations ont été effectuées en collaboration avec E. Fabre du GRECO-ILM (École Polytechnique, Palaiseau). Le détecteur utilisé initialement était un film radiographique, ce qui nécessitait trois étapes intermédiaires: développement, numérisation, reclassement pour extraire les données utiles (c'est-à-dire la contribution de chaque fente).

La résolution spatiale atteinte après reconstruction est:

- résolution latérale, de l'ordre de la largeur des fentes (5-10  $\mu\text{m}$ );
- résolution tomographique (code à fentes décalées), environ 3 fois la résolution latérale, compte tenu de l'angle d'ouverture du code ( $\alpha = 18^\circ$ ).

Les résultats obtenus avec les deux types de codes montrent une très bonne luminosité [30].

Nous présentons ici un résultat du codage à fentes décalées avec les deux reconstructions indiquées au paragraphe 4.3.2 [23]:

Sur la figure 13 a, l'image en haut à gauche est une image sténopé de comparaison, les 15 autres images représentent des coupes du plasma reconstruites par la méthode de brouillage.

La figure 13 b correspond à la reconstruction, selon les mêmes plans de coupe, par la méthode des voxels naturels, en prenant pour contrainte un contour extérieur au plasma. L'amélioration de la reconstruction est sensible.

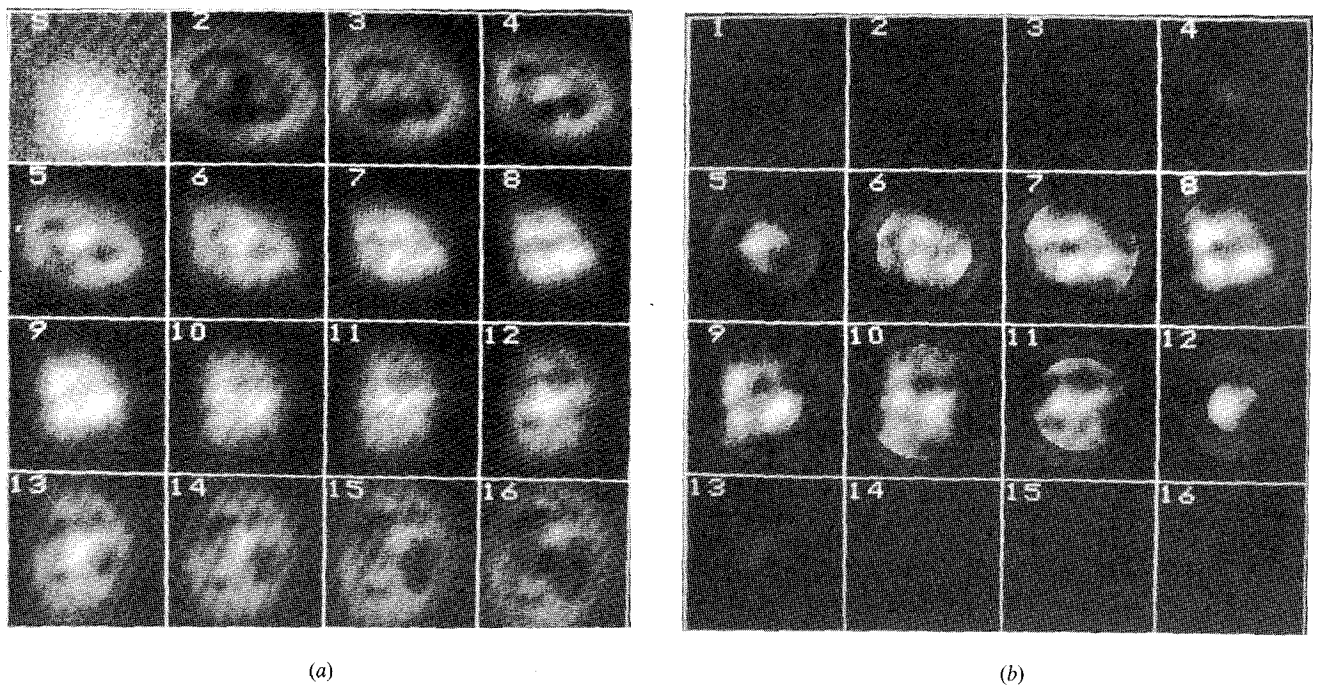


Fig. 13. — Codage à multifentes: résultats expérimentaux d'un plasma laser; enregistrement avec le code à fentes décalées (20 fentes).  
 (a) Reconstruction par la méthode de brouillage. (b) Reconstruction par la méthode des voxels naturels.

Pour obtenir directement les projections 1-D utilisables pour la reconstruction, nous avons remplacé la détection photographique par une détection avec des dispositifs à transfert de charge (DTC) linéaires placés sur l'image projetée par chaque fente (donc perpendiculairement à cette fente). Ces détecteurs électroniques sont reliés à un micro-ordinateur qui effectue la reconstruction par brouillage en temps quasi réel. Les premiers résultats de plasmas avec cette caméra à DTC ont été obtenus en juin 1987 [31].

#### 4.5. DOUBLE CODAGE

La reconstruction par voxels naturels permet d'obtenir des résultats bien meilleurs que la reconstruction simple par brouillage. Nous avons vu l'importance de l'utilisation d'informations *a priori* pour compenser le fait que les données soient incomplètes.

Cependant, même cette méthode de reconstruction plus élaborée ne peut totalement compenser le manque de données, principalement dû à l'angle de vue très limité que l'on possède de l'objet.

Pour compléter la prise d'informations sur l'objet émetteur, il faut augmenter l'angle de vue, ce qui peut se faire en plaçant un second masque codeur, donc une seconde caméra à multifentes identiques, dans une direction différente de l'espace (proche de  $90^\circ$ ). En augmentant les données recueillies sur l'objet, nous rendons le problème de reconstruction bien mieux déterminé. De premières simulations numériques du «double codage» nous permettent dès maintenant de prévoir une très nette amélioration des résultats [23].

## 5. Conclusion

Les recherches sur l'imagerie 3-D développées à l'IOTA concernent des aspects variés de ce sujet, allant de la conception et de la réalisation des systèmes d'imagerie (en imagerie médicale, contrôles non destructifs, micro-imagerie de plasmas) à l'étude théorique et à la mise en place des méthodes de reconstruction adaptées. Pour tous ces systèmes, nous avons procédé à une analyse approfondie des diverses limitations qu'ils peuvent comporter, limitations qui sont soit fondamentales, soit dues à de mauvaises conditions d'utilisation.

Nous comptons maintenant réaliser un système par double codage multifentes pour la micro-imagerie de plasmas, développer la méthode des éléments naturels dans d'autres domaines comme par exemple celui de la microscopie électronique, et enfin mener une réflexion plus approfondie sur la méthode d'inversion utilisée pour la reconstruction.

Manuscrit reçu le 26 février 1988.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. CHAVEL, *Thèse d'État*, Orsay, 1979.
- [2] L. MERTZ et N. O. YOUNG, *Proc. conf. Optical Instruments*, Chapman and Hall, London, 1961, p. 305.
- [3] H. H. BARRETT, *J. Nucl. Med.*, 13, 1972, p. 382.
- [4] J. FONROGET, Y. BELVAUX et S. LOWENTHAL, *Optics Comm.*, 15, 1975, p. 76.

- [5] J. BRUNOL et J. FONROGET, *Optics Comm.*, 22, 1977, p. 301.
- [6] J. BRUNOL, N. DE BEAUCOUDREY, J. FONROGET et S. LOWENTHAL, *Optics Comm.*, 25, 1978, p. 163.
- [7] J. BRUNOL, J. FONROGET et S. LOWENTHAL, *Optica Acta*, 25, 1978, p. 113.
- [8] J. BRUNOL, *Thèse d'État*, Orsay, 1979.
- [9] N. M. CEGLIO, D. T. ATTWOOD et E. V. GEORGE, *J. Appl. Phys.*, 48, 1977, p. 1566.
- [10] J. BRUNOL, R. SAUNEUF et J. P. GEX, *Optics Comm.*, 31, 1979, p. 129.
- [11] J. RADON, *Ber. Verh. Saechs. Akad. Wiss., Leipzig, Math. Phys. K1*, 69, 1917, p. 262.
- [12] R. N. BRACEWELL, *Aust. J. Phys.*, 9, 1956, p. 198.
- [13] D. J. DE ROSIER et A. KLUG, *Nature (London)*, 217, 1968, p. 130.
- [14] R. GORDON, R. BENDER et G. T. HERMAN, *J. Theor. Biol.*, 29, 1970, p. 471.
- [15] G. N. HOUNSFIELD, British Patent n° 1283951, London, 1972.
- [16] N. DE BEAUCOUDREY, *Thèse de 3<sup>e</sup> cycle*, Orsay, 1979.
- [17] N. DE BEAUCOUDREY, J. BRUNOL et J. FONROGET, *Optics Comm.*, 30, 1979, p. 309.
- [18] L. GARNERO, J. BRUNOL et S. LOWENTHAL, *Optica Acta*, 28, 1981, p. 1071.
- [19] L. GARNERO, *Thèse de 3<sup>e</sup> cycle*, Orsay, 1981.
- [20] J. BRUNOL et N. DE BEAUCOUDREY, *Optics in Biomedical Sciences, ICO 12 Satellite Meeting*, Graz, Autriche, Sept. 1981, Springer, 1982, p. 66.
- [21] J. BRUNOL, L. GARNERO et B. GIROUDIÈRE, 8<sup>e</sup> colloque sur le Traitement du Signal et ses applications, GRETSI, Nice, 1981, p. 571.
- [22] L. GARNERO et J. BRUNOL, *Optics Comm.*, 48, 1983, p. 21.
- [23] L. GARNERO, *Thèse d'État*, Orsay, 1987.
- [24] L. GARNERO, J. P. HUGONIN et N. DE BEAUCOUDREY, *Optica Acta*, 33, 1986, p. 659.
- [25] H. BUONOCORE, W. R. BRODY et A. MACOVSKI, *Med. Phys.*, 8, 1981, p. 695.
- [26] J. P. HUGONIN et R. PETIT, *J. Opt. Soc. Am.*, 71, 1981, p. 664.
- [27] E. TANAKA et T. A. INUMA, *Proc. Int. Conf. Inf. Process. Scintigr. 4th*, Orsay, 1975, p. 43.
- [28] N. DE BEAUCOUDREY, *Optics Comm.*, 44, 1983, p. 232.
- [29] N. DE BEAUCOUDREY et L. GARNERO, *Optics Comm.*, 49, 1984, p. 103.
- [30] N. DE BEAUCOUDREY et L. GARNERO, 1<sup>er</sup> Colloque Image, GRETSI-CESTA, Biarritz, mai 1984, p. 709.
- [31] N. DE BEAUCOUDREY, L. GARNERO, J. P. HUGONIN, A. BELLEMAIN et S. LOWENTHAL, SPIE, vol. 831-19, *X-rays from laser plasmas*, San Diego, août 1987.