GT 05348 -

HET GENEREREN EN EVALUEREN VAN VOORSPELLINGEN VAN OMZET EN NETTO WINST: EEN TOEGEPAST KWANTITATIEVE BENADERING

D.A. Kodde

Researchmemorandum 1981-7 maart 1981

Inhoudsopgave | pagina

1	inleiding	1-1a
2	Het prognoseonderzoek van het ESI	2
3	Literatuurbeschrijving	3
4	Factoren die van invloed zijn bij generalisatie van prognose-onderzoekresultaten	7
5	Een aantal kriteria teneinde de voorspelkwaliteit te vergelijken	9
5.1	Voorspellingen van homogene groepen	9
5.2	Een vergelijking van de voorspelkracht tussen de verschillende groepen	11
5.3	De gevraagde voorspellingsintervallen in het prognoseonderzoek	13
6	De gebruikte voorspelmethoden, de mogelijkheden en beperkingen	15
7	Het genereren van voorspellingen	18
7.1	Omzet AHOLD	18
7.2	Netto winst AHOLD	24
7.3	Netto winst Kwatta	29
7.4	Omzet NEDAP	31
7.5	Netto winst NEDAP	35
7.6	Korte evaluatie van de voorspellingen	38

Appendix A Het toetsen op lineaire restrikties in het regressiemodel

Appendix B De lognormale en logstudent t verdeling

Geraadpleegde literatuur

1. Inleiding*

Beleggers streven bij een gegeven risiconiveau naar een maximaal rendement, of bij een bepaald rendement naar een minimaal risico. Voor de belegger die wil investeren is het dan ook van belang dat hij van diverse fondsen informatie heeft over de verwachte rendementen en de daarbij behorende risico's. Deze informatie krijgt men over ondernemingen door gegevens te verzamelen over bijvoorbeeld dividendbeleid en omzet- en winstprognoses. De belegger kan zijn informatie echter op diverse manieren verkrijgen, bijvoorbeeld door het management van het bedrijf, financiële analisten, beleggingsbladen of door zelf te voorspellen op basis van historische gegevens over het bedrijf. Het is daarom van belang uit te zoeken op welke manier men zijn informatie moet verzamelen.
In dit stuk zullen we dan ook een opzet geven om te analyseren langs welke weg men de beste voorspelling van de resultaten - voor dit onderzoek zijn dat omzet en netto winstvoorspellingen - van een onderneming kan verkrijgen. Het onderzoek is gericht op een analyse van de voorspelkwaliteit van een drietal groepen, nl.: het management, financiële analisten en die personen, die op basis van historische materiaal van een onderneming voorspellen. Deze laatste groep zullen we de belanghebbenden noemen.

De analyse van de voorspelkwaliteit zal plaatsvinden aan de hand van het prognose-onderzoek van het ESI, dat in hoofdstuk 2 geïntroduceerd zal worden.
In hoofdstuk 3 wordt een overzicht gegeven van bestaande literatuur op het gebied van prognose-onderzoek. Hier zal aangegeven worden welke eenvoudige voorspelmodellen vaak geselecteerd worden om mee te voorspellen en verder zal nagegaan worden hoe de rangorde - gemeten in voorspelkwaliteit - tussen de 3 groepen is.
Hoofdstuk 4 gaat nader in op de aspecten die generalisatie van prognose-onderzoek beïnvloeden, waarbij ook nagegaan zal worden in hoeverre deze factoren een rol spelen in het prognose-onderzoek van het ESI.
De toetsingsgrootheden, aan de hand waarvan de voorspellingen van de diverse groepen worden geëvalueerd, zullen in hoofdstuk 5 besproken worden.
Vooral in de hoofdstukken 6 en 7 wordt aangegeven welke modellen - waarmee de belanghebbende kan voorspellen - voor het genereren van voorspellingen in aanmerking komen. Specifiek in hoofdstuk 6 gaat het over de toepasbaarheid

*) De auteur bedankt Professor F.C. Palm voor zijn stimulerende opmerkingen en suggesties.

van verschillende methodes en aan welke voorwaarden het datamateriaal moet voldoen. Door de beperkingen hierdoor opgelegd wordt de verzameling voorspellingsmodellen kleiner. In hoofdstuk 7 zal met behulp van modellen, geschat met econometrische methodes, geprobeerd worden om de voorspelkwaliteit te verbeteren. Echter, vooruitlopend op de konklusies getrokken in dit hoofdstuk kan vermeld worden, dat de hier verkregen voorspellingen niet beter zijn dan die verkregen via eenvoudiger modellen.

----

2. Het prognoseonderzoek van het ESI

Het Economisch en Sociaal Instituut aan de V.U. heeft een onderzoek opgestart om na te gaan of belanghebbenden er bij gebaat zijn dat ondernemingen prospectieve informatie verstrekken, dan wel dat belanghebbenden bij financiële analisten te rade gaan. Dit impliceert dat nagegaan moet worden of de eventueel te verstrekken informatie nieuwe elementen voor de belanghebbende in zich heeft en welke groep informatieverschaffers de prognostische informatie het best kan verschaffen. Er zal dan ook nagegaan worden welke van de drie groepen, te weten ondernemingen, financiële analisten en belanghebbenden de meest accurate voorspellingen kan genereren, hierbij kan eventueel nagegaan worden onder welke kondities deze rangorde van toepassing is.
Daar het in Nederland geen gebruik is, dat er prognostische informatie gepubliceerd wordt moeten de groepen bereid gevonden worden direct prognostische informatie te verstrekken. Hiertoe zijn alle ter beurze genoteerde N.V.'s en de leden van de vereniging van beleggingsanalisten aangeschreven. Zij werden gevraagd de voorspellingen van omzet en netto winst over het boekjaar 1980 te deponeren bij een notaris. Bij het voorspellen is ook naar betrouwbaarheidsintervallen gevraagd (n.l. 50% en 100%) voor de te voorspellen grootheden. De voorspellingen zullen pas in 1981 geëvalueerd worden, omdat dit met de inzenders overeengekomen is, teneinde oneigenlijk gebruik te voorkomen.

3. Literatuurbeschrijving

In de accounting literatuur is reeds veel onderzoek verricht op het gebied van het voorspellen van financiële gegevens. In de artikelen die op dit gebied gepubliceerd zijn kan men een tweetal accenten onderkennen. Dit zijn:

1. Research op het gebied van het voorspellen met behulp van eenvoudige modellen, zoals random walk, random walk met konstante, trendextrapolatie, identieke verandering, zowel in procenten als absoluut, en 'smooting' modellen; daarnaast heeft men veel voorspeld met 'Autoregressive Integrated Moving Average' modellen. Deze klasse van modellen, die uitvoerig beschreven wordt in Box en Jenkins (1970) zullen we afkorten als ARIMA modellen. Het is eenvoudig na te gaan, dat de bovengenoemde modellen speciale modellen uit de klasse van ARIMA modellen zijn.

ARIMA

2. Onderzoek naar de voorspelkracht van verschillende groepen, n.l. : ondernemingen, financiële analisten en belanghebbenden. Hierbij is de invloed onderzocht van het verschil in tijdstip waarop de voorspelling gedaan wordt en de realisatie van de voorspelde grootheid op de voorspelkwaliteit. Verder is nagegaan of er verschil bestaat in voorspelkwaliteit tussen de financiële analisten die voor of na de ondernemingsprognose hun prognose publiceren.

De resultaten uit de genoemde onderzoeken zullen kort vermeld worden. Hier zal dezelfde volgorde gebruikt worden waarin de accenten genoemd zijn.

ad 1. De modellen die door belanghebbenden gebruikt worden om voorspellingen te doen.

In de overwegend Amerikaanse literatuur komt men analyses van voorspellingen op jaar- en kwartaalbasis tegen. De problematiek die met het laatstgenoemde samenhangt wordt o.a. beschreven in Foster (1977).
Hij geeft aan dat er in omzet en kostenreeksen veelal een seizoenpatroon is te signaleren, terwijl dit bij winstreeksen veel minder het geval is.
Hij bekijkt een 6-tal voorspellers, nl.:

1. $E(Q_t) = Q_{t-4}$
2. $E(Q_t) = Q_{t-4} + \delta$
3. $E(Q_t) = Q_{t-1}$
4. $E(Q_t) = Q_{t-1} + \delta$
5. $E(Q_t) = Q_{t-4} + \phi\,(Q_{t-1} - Q_{t-5}) + \delta$
6. "A firm specific Box-Jenkins model"

waarbij Q_{t-i} de realisatie van de te voorspellen grootheid op tijdstip t-i is en $E\,(Q_t)$ de voorspelling is.

Hij geeft aan dat model 6 vrijwel altijd seizoenkomponenten bevat, maar dat bij een afweging tussen model 5 en 6, model 5 meestal iets beter voorspelt. Als oorzaak daarvan geeft hij aan: misspecificatie en kleine steekproef-bias. Verder blijkt dat modellen waar een konstante in opgenomen is betere resultaten laten zien, dan waar dat niet het geval is. Voor omzetten en kosten wordt van de naïeve modellen model 2 gekozen, terwijl dit voor de winst model 4 is.

Voor voorspellingen op jaarbasis laten Watts en Leftwich zien, dat - bij gebruikmaking van het kriterium minimale relatieve voorspelfout - modellen bepaald volgens de Box-Jenkins methodologie slechter voorspellen dan het random walk model, dit laatste model is een ARIMA (0, 1, 0) model; het is echter niet bepaald door identificatie, schatten en 'diagnostic checking'. De resultaten gevonden door Watts en Leftwich bevestigen de resultaten gevonden in Ball en Watts (1972).

Brooks en Buckmaster (1976) geven aan dat er naast de random walks ook reeksen zijn waar het proces "mean-reverting" is na grote schokken. Verder gaan deze auteurs in op de gevolgen van "income-smoothing" en geven een aantal weinig geformaliseerde regels om een methode te selecteren die tot optimale voorspellingen moet leiden. Ook stratificeren ze de steekproef teneinde te toetsen of de subpopulatie afwijkt van de random walk. Hiertoe maken ze gebruik van eerste, tweede en derde orde smoothing. Deze methodes worden o.a. beschreven in Brown (1962) of Van Winkel (1979).

In de literatuur worden vaak de volgende modellen geselecteerd uit de diverse modellen die voor voorspellingen gebruikt worden. Dit zijn:

$$x_t = x_{t-1} + \delta + u_t \qquad (1)$$

$$x_t = a + bt + u_t \qquad (2)$$

$$x_t = x_{t-1} + x_{t-1} - x_{t-2} + u_t \qquad (3)$$

De modellen kunnen we herschrijven als:

$$(1-L)\ x_t = \delta + u_t \qquad (1')$$

$$(1-L)\ x_t = b + u_t - u_{t-1} \qquad (2')$$

$$(1-L)\ x_t = (1-L)\ x_{t-1} + u_t = \sum_{i=0}^{N} u_{t-i} + (1-L)\ x_{t-N-1} \qquad (3')$$

waar L de vertragingsoperator is $L^i\ x_t = L^{i-1}\ x_{t-1} = x_{t-i}$.

Afhankelijk van de veronderstellingen met betrekking tot de storingsterm kan men deze modellen tot elkaar herleiden of van elkaar onderscheiden.

ad 2. Een vergelijking van de voorspelkracht tussen de verschillende groepen.

Er is veel onderzoek gedaan naar de voorspelkwaliteit van managers en financiële analisten, dit om na te gaan of het zinvol zou zijn, dat managers prognostische informatie zouden verschaffen. Dit impliceert dus dat de informatie die verschaft moet worden nieuwe - lees onbekende - elementen in zich draagt. Daartoe is het dan ook noodzakelijk dat de verstrekte informatie gedetailleerd is.

Men veronderstelt a priori, dat het management het best tot voorspellen in staat is. Ruland(1978) geeft daar de volgende motivaties voor:

- het management is op de hoogte van recente marktontwikkelingen,
- waarbij het onderscheid tussen onderneming en branche-gespecialiseerde beleggingsanalisten zich vooral uit, doordat de onderneming op de hoogte is van de eigen specifieke ontwikkeling binnen het marktgebeuren.

In het kwantitatieve empirische onderzoek onderschrijft men bovenstaande veronderstelling echter niet volledig. Green en Segall(1976) **vinden bijv. dat de voorspelkwaliteit van simpele extrapolaties niet veel onderdoet voor management voorspellingen. In Lorek,** McDonald en Patz (1976) **vindt men zelfs dat voorspellingen gerealiseerd volgens de Box-Jenkins methode beter scoren dan de management voorspellingen. Deze modellen zijn echter gebaseerd op kwartaalgegevens. Dat er veel verdeeldheid in de literatuur bestaat blijkt o.a. doordat Ruland en Basi, Carey en Twark**(1976) vinden dat het management beter voor**spelt dan de financiële analisten, die toch ook naïeve voorspelmethoden kunnen gebruiken.**

Uit het onderzoek van Ruland komt ook naar voren dat financiële analisten slechter voorspellen dan het management, indien zij hun voorspelling doen voor de managementvoorspelling. Voorspellen ze na het management, dan ontloopt de voorspel-kwaliteit elkaar niet veel. Financiële analisten zijn mogelijk in staat een gekleurde waarneming van het management te vertalen naar een normaal niveau.

Veel gevonden resultaten in de literatuur zijn de volgende:
- Voorspellingen voor diensten, banken en verzekeringen zijn door de bank genomen met grotere nauwkeurigheid te maken, dan bij bedrijven die zich in de industriële sector bewegen, bijv. staal, vliegtuigbouw en chemie.
- Firma's die iets ouder zijn en zich niet in een turbulente omgeving bevinden kan men eenvoudiger voorspellen.

- In jaren dat de conjunctuur omslaat, of dat de winst gemiddeld daalt zijn de bedrijven minder tot voorspellen in staat. Dit wijst erop dat men de omslagpunten van een reeks moeilijk kan voorspellen.
- De voorspelkwaliteit is omgekeerd evenredig met de tijd die tot de realisatie van de te voorspellen grootheid te gaan is.
- Het voorspellen van de omzet is veel gemakkelijker dan het voorspellen van de netto winst, zeker als men naar procentuele voorspelfouten gaat kijken. We geven daarom het volgende voorbeeld van Ijiri weer , dit op citaat uit v.d. Gaag e.a. (1979):

	Prognose	Werkelijkheid	Afwijking
verkopen in eenheden	1.000.000	950.000	5%
verkoopprijs per eenheid	ƒ 100,-	ƒ 100,-	
omzet	100 miljoen	95 miljoen	
variabele kosten	20 miljoen	19 miljoen	
contributie marge	80 miljoen	76 miljoen	
constante kosten	76 miljoen	76 miljoen	
winst	4 miljoen	0	100%

De winstafwijking is 20 maal zo groot als de omzetafwijking, deze factor is het quotiënt van de verwachte contributiemarge en de verwachte winst. Deze factor noemt Ijiri de "forecast-error multiplier". Hier blijkt dan ook overduidelijk de invloed van de vaste kosten uit. De moeilijkheid van de voorspelbaarheid van de winst blijkt ook, als we de winst als verschil tussen omzet en kosten zien. Dan volgt voor de variantie:

$$\text{var(winst)} = \text{var(omzet)} - 2\ \text{cov(omzet, kosten)} + \text{var(kosten)}$$

Bestaat het grootste deel uit vaste kosten dan vallen var(kosten) en cov(omzet, kosten) weg. Het resultaat is dan dat de variantie van omzet en winst gelijk zijn, terwijl de gemiddelden zeer veel verschillen, dit resulteert dan ook in hogere procentuele voorspelfouten. De variatiekoëfficiënt (standaard deviatie/verwachting) is voor de winst groter dan voor de omzet.

4. Factoren die van invloed zijn bij generalisatie van prognose-onderzoekresultaten

De literatuur geeft een aantal oorzaken waarom prognose-onderzoek niet gegeneraliseerd kan worden. Veelal zijn deze oorzaken terug te brengen tot een algemene noemer, nl: dat de steekproeven niet representatief zijn, of dat er van specifieke omstandigheden sprake is geweest. De prognose-onderzoeken die in Amerika gedaan zijn, zijn gebaseerd op gepubliceerde gegevens. Het is mogelijk dat alleen die ondernemingen publiceren die van mening zijn dat ze betrekkelijk nauwkeurig kunnen voorspellen. Analoge argumenten zijn van toepassing op de voorspellingen van financiële analisten.
Daar het prognose-onderzoek van het ESI voorspellingen heeft die verder niet voor publikatie gebruikt worden, is het mogelijk dat ondernemingen minder gekleurde voorspellingen geven. Het gevaar bestaat echter dat de ondernemingen en financiële analisten die gereageerd hebben niet representatief zijn. Echter de diversiteit van de ondernemingen die meedoen is zeer groot.

In Nederland is het niet gebruikelijk dat prognoses gepubliceerd worden. Dit impliceert dus ook dat financiële analisten geen gebruik van deze informatie kunnen maken, ~~mits~~ ze persoonlijk kontakt met de onderneming leggen. Doordat ondernemingen over meer informatie beschikken dan financiële analisten, namelijk ondernemingen kennen de nog niet goedgekeurde balans en resultatenrekening, hetgeen de financiële analisten niet bekend is, houdt dit in dat het management over meer bedrijfsinterne informatie beschikt dan de financiële analisten en eerder in dit stuk is al gebleken dat de informatie negatief korreleert met de absolute voorspelfout. Aan de andere kant impliceert het niet publiceren van de voorspelling, dat de onderneming minder belang heeft bij het voorspellen, waardoor de voorspelling mogelijk uitgevoerd wordt door het lagere managementkader, dat naar alle waarschijnlijkheid een minder goed overzicht en minder informatie heeft.
Uit literatuurstudie is gebleken, dat economische omstandigheden, zoals stemming op de beurs, stagnatie of omslaan van de trend van invloed zijn op de voorspelfouten. Het is daarom noodzakelijk dat het onderzoek niet eenmalig is maar liefst onder meer situaties uitgevoerd wordt, daar dan de invloed van specifieke omstandigheden geminimaliseerd wordt, zodat men het onderzoek beter kan generaliseren zonder dat men direkt de ceteris paribus clausule moet hanteren.

Van belang is dat bij het prognose-onderzoek gebruik gemaakt kan worden van opgegeven voorspellingsintervallen en van kwalitatieve informatie. De kwalitatieve informatie die hier bedoeld wordt bestaat uit het antwoord op de vraag of het management vertrouwen in de prognose heeft.

5. Een aantal kriteria teneinde de voorspelkwaliteit te vergelijken.

Na eerst de mogelijke noodzaak van voorspellingen bekeken te hebben en nagegaan is wat te verwachten is, zullen we in dit hoofdstuk de voorspelkwaliteit bekijken. We zullen in dit hoofdstuk alleen een theoretische uitwerking geven, daar de voorspellingen pas medio 1981 geëvalueerd kunnen worden.

Door de literatuurstudie kunnen we nagaan of de daar gevonden resultaten ook voor het ESI onderzoek geldig zijn. De resultaten uit de literatuur kunnen dan als te toetsen hypothesen gaan fungeren.
We kunnen o.a. toetsen of in dit onderzoek bepaalde soorten vertekening aanwezig zijn, zoals we deze in het buitenlands onderzoek veronderstellen, omdat daar slechts bepaalde ondernemingen prognoses gepubliceerd hebben.
Dit hoofdstuk valt in 3 delen uiteen, nl: eerst het beoordelen van de voorspellingen van een homogene groep, waarbij we b.v. onder een homogene groep de bedrijven, de bedrijven in een bepaalde sector, financiële analisten of financiële analisten werkzaam bij een grote instelling, kunnen verstaan. Later kan nagegaan worden of deze groep inderdaad homogeen is met betrekking tot voorspelkwaliteit. In de tweede plaats zal bekeken worden welke groep betere voorspellingen kan doen. In de derde plaats worden de voorspellingsintervallen nader onderzocht.

5.1. Voorspellingen van Homogene Groepen.

In dit hoofdstuk zullen de volgende notaties gebruikt worden:

F_i is de voorspelling door voorspeller i, waarbij voorspeller i tot homogene groep j behoort.

N_j is het aantal voorspellingen in groep j.

R_i^j is de realisatie van omzet of netto winst van een bepaald bedrijf, die door voorspeller i voorspeld is.

In de literatuur wordt vaak gekeken naar de volgende grootheden:

$$\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} (F_i - R_i) \quad = \text{de gemiddelde voorspelfout}$$

$$\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \frac{F_i - R_i}{R_i} \quad = \text{de gemiddelde procentuele voorspelfout}$$

$$\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \left| F_i - R_i \right| \quad = \text{de gemiddelde absolute voorspelfout}$$

$$\frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_j} \left| \frac{F_i - R_i}{R_i} \right| \quad = \text{de gemiddelde absolute procentuele voorspelfout}$$

$$\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} (F_i - R_i)^2$$ = de gemiddelde kwadratische voorspelfout

$$\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \left(\frac{F_i - R_i}{R_i}\right)^2$$ = de gemiddelde kwadratische procentuele voorspelfout

In de eerste plaats kunnen we nagaan of een bepaalde groep zuiver voorspelt.

We toetsen m.b.v. de Kolmogorov-Smirnov toetsingsgrootheid of de reeks gerealiseerd kan zijn uit een normale verdeling. Verwerpen we de hypothese, dan gaan we verder met een nonparametrische toets.
Accepteren we de hypothese, dan kunnen we onder de volgende nulhypothese - het gemiddelde van de normale verdeling is 0 - een student t toets uitvoeren. Voor de nonparametrische toets kunnen we bijv. de mediaan-toets of de rang-teken toets nemen, zie bijv. Mood e.a. (1974).
Het is heel goed mogelijk, dat bepaalde voorspellers lager voorspellen dan ze verwachten. We kunnen daarom toetsen of positieve dan wel negatieve voorspelfouten gelijkelijk verdeeld kunnen zijn. Statistisch impliceert dit dat de verdeling symmetrisch is. Hierop kunnen we toetsen met behulp van de mediaan-toets.

Om te toetsen of er verschil in voorspelkwaliteit is tussen grote en kleine ondernemingen kunnen we de volgende procedure gebruiken, die niet veel vooronderstellingen vereist en gemakkelijk te berekenen is, maar mogelijk niet een optimaal onderscheidend vermogen heeft.
Orden de ondernemingen op grootte, Dit kan veelal door de realisaties van de voorspellingen te ordenen. Bepaal voor iedere onderneming de procentuele voorspelfout. Deel de reeks gesorteerde ondernemingen in 2 groepen in, waarbij de kleinere ondernemingen met x genummerd worden en de grotere ondernemingen met y genummerd worden. Sorteer deze 2 steekproeven op procentuele voorspelfout en toets nu met de Wald-Wolfowitz-run toets of de verdeling van grote en kleine ondernemingen dezelfde is . (Zie hiervoor Boomsma e.a.(1977) of Mood e.a.(1974), hfdst. XI.)

De nonparametrische toetsen zijn natuurlijk ook te gebruiken voor de andere soorten fouten zoals genoemd in het begin van dit hoofdstuk, omdat het moeilijk is om bij absolute grootheden een normale verdeling te veronderstellen.

5.2. Een vergelijking van de voorspelkracht tussen de verschillende groepen.

Na onder punt 5.1. de voorspelkwaliteit van de groep op zich bekeken te hebben, zal nu nagegaan worden of er bepaalde groepen voorspellers zijn, die systematisch beter kunnen voorspellen. De nadruk zal vooral liggen op het significant verschillen van de voorspelkwaliteit.

In de eerste plaats kunnen we nagaan of de gemiddelde voorspelfout van 2 groepen dezelfde is. We veronderstellen dat de voorspelfouten binnen 1 groep onafhankelijk van elkaar zijn, terwijl dit tussen de groepen niet noodzakelijk het geval behoeft te zijn. Er is geen reden aan te nemen dat de varianties van beide groepen zijn, d.w.z. $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$. Een toets op gelijk gemiddelde kunnen we dan baseren op de Behrens-Fisher-verdeling. Als alternatief kunnen we ook een een asymptotisch gerechtvaardigde toets nemen, waarbij het mogelijk is kovarianties tussen de voorspellingen te introduceren, n.l.:

$\bar{x} - \bar{y}$ is onder de nulhypothese verdeeld

$$N\left(0, \frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2} - 2\frac{\varphi\sigma_1\sigma_2}{\sqrt{N_1 N_2}}\right) . \quad \text{Dan is}$$

$$\frac{(\bar{x} - \bar{y})^2}{\dfrac{\sigma_1^2}{N_1} + \dfrac{\sigma_2^2}{N_2} - 2\dfrac{\varphi\sigma_1\sigma_2}{\sqrt{N_1 N_2}}} \overset{d}{=} \chi^2(1)$$

waar: $\bar{x}$ is gemiddelde voorspelfout groep 1

$\bar{y}$ is gemiddelde voorspelfout groep 2

N_i aantal voorspelfouten in groep i , i = 1 of 2

σ_i^2 variantie groep i

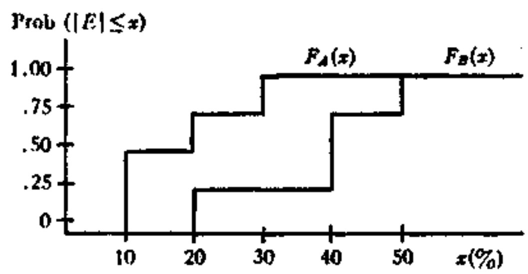
φ is de korrelatiekoëfficiënt tussen $\bar{x}$ en $\bar{y}$

Vullen we nu rake schattingen voor $\varphi, \sigma_1, \sigma_2$ in, dan hebben we een toetsingsgrootheid die asymptotisch $\chi^2(1)$ verdeeld is.

Deze toets op gelijkheid van de gemiddelden is natuurlijk niet toepasbaar als we normaliteit van de reeks moeten verwerpen. In dat geval kunnen we beter naar een nonparametrische toets overstappen.

Nonparametrische toetsen die in de literatuur gebruikt worden zijn de "Wilcoxon matched pairs" en de Kolmogorov-Smirnov 2 steekproeven toets. Beide worden beschreven in Siegel (1956).
Daar de financiële analisten gevraagd is voor zelf te kiezen ondernemingen te voorspellen, is het mogelijk dat bepaalde ondernemingen niet en andere meerdere malen gekozen zijn. Hier staan 2 mogelijkheden open, nl.: Accepteer een verlies aan informatie en verkrijg aansluiting met anderen, dus kies voor een "randomizer" om in de "matched pairs" situatie te komen. Of als ander alternatief pas de "Wilcoxon rank-sum" toets toe. Zie bijv. Mood e.a. (1974), hoofdstuk XI.) Deze toets heeft het voordeel dat er meer informatie gebruikt wordt, maar het nadeel is dat er mogelijk een zekere bias ontstaat doordat financiële analisten voor die ondernemingen voorspellingen doen, die minder moeilijk te voorspellen zijn.

Bij het toepassen van de Kolmogorov-Smirnov 2 steekproeven toetsingsgrootheid ordent men de 2 steekproeven naar absolute voorspelfout en toetst eenzijdig of $F_1(x) \geq F_2(x)$, waar $F_1(x)$ en $F_2(x)$ de kumulatieve verdelingen zijn berekend in het punt x. De toetsingsgrootheid is gebaseerd op $\sup_x(F_A(x) - F_B(x))$, waar $F_A(x)$ en $F_B(x)$ de steekproef kumulatieve verdelingen zijn behorend bij $F_1(x)$ respectievelijk $F_2(x)$. Ter verduidelijking is hier een plaatje overgenomen uit Basi, Carey en Twark (1976).



E = voorspelling - realisatie

Kruisen de 2 steekproef kumulatieve verdelingen elkaar sterk, dan is de enige konklusie die men kan trekken dat $F_1(x) \neq F_2(x)$, hetgeen dan geen uitsluitsel geeft over de hypothese. Om deze reden is het beter voor de Wilcoxon rang-teken toets te opteren.

Deze toetsen kunnen ook uitgevoerd worden voor meer dan 2 steekproeven, maar dan moet men naar de enkelvoudige variantie analyse en de toets van Kruskal-Wallis kijken, zie Boomsma e.a. (1977).

De in dit hoofdstuk beschreven toetsen zullen in het prognose-onderzoek toegepast worden. De toetsingsgrootheden zijn vrij bekend en zijn betrekkelijk eenvoudig te berekenen, hetgeen de presentatie van het prognose-onderzoek zal vergemakkelijken.

5.3. De gevraagde voorspelling intervallen in het prognose-onderzoek.

Aan de financiële analisten en het management van de bedrijven is gevraagd 2 voorspellingsintervallen op te stellen.
Dit zijn een 50% en een 100% voorspellingsinterval. We kunnen nu voor de groepen als geheel of voor subpopulaties een schatting van de kans geven waarmee de voorspellingsintervallen opgegeven zijn. We bepalen hiertoe :

$$\frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} \underline{z}_i, \text{ waarbij } z_i = 1 \text{ indien de realisatie in het voorspellingsinterval ligt;}$$
$$z_i = 0 \text{ indien dit niet het geval is.}$$

Deze schatter is een konsistente schatting van de mate van betrouwbaarheid van de opgegeven voorspellingsintervallen. Onder de nul-hypothese is de toetsingsgrootheid

$$\sum_{i=1}^{N_j} \underline{z}_i$$

binomiaal verdeeld, hiermee kunnen we dan toetsen of de opgegeven betrouwbaarheid inderdaad korrekt is.

Voor het 100% voorspellingsinterval moeten we iets voorzichtiger zijn, daar de bedrijfs-economische interpretatie van 100% minder stringent zal zijn dan de statistische interpretatie. Gaan we uit van de statistische interpretatie, dan is 1 realisatie buiten het voorspellingsinterval al voldoende om de nul-hypothese te verwerpen.

Ook is het mogelijk te toetsen of de opgegeven betrouwbaarheden voor de voorspellingsintervallen door 2 groepen voorspellers gelijk zijn. We veronderstellen dat het aantal leden van beide groepen voldoende groot is om de bovengenoemde binomiaal verdeelde toetsingsgrootheden te benaderen door normaal verdeelde grootheden.
Onder de nulhypothese dat de opgegeven betrouwbaarheden gelijk zijn,

is

$$Q = \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \underline{z}_i - \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} \underline{z}_k \overset{d}{=} N(0,(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2})\ p(1-p)) ,$$

en dan is

$$\frac{Q}{\sqrt{(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2})\ p(1-p)}}$$

standaard normaal verdeeld.

Vullen we voor $p = \frac{1}{N_1+N_2} \left(\sum_{i=1}^{N_2} \underline{z}_i + \sum_{k=1}^{N_2} \underline{z}_k \right)$ in, dan is de toetsingsgrootheid te bepalen. (Zie bijv. Mood e.a. (1974), blz. 395.)

In dit hoofdstuk is er vanuit gegaan, dat de voorspelfouten voor de te voorspellen grootheden van verschillende bedrijven onafhankelijk van elkaar zijn. Zijn de voorspelfouten echter niet onafhankelijk, hetgeen op grond van onvoorspelbare konjunktuurontwikkelingen zeer plausibel is, dan moet men de afhankelijk expliciet opnemen of een toetsingsgrootheid gebruiken die ongevoelig is voor afhankelijkheid.

Een reden om te twijfelen aan de onafhankelijkheid is de volgende: Veronderstel dat een groep gemiddeld juist zou voorspellen indien de conjunctuurprognose gerealiseerd wordt. Is er dan in het jaar dat de realisatie tot stand komt sprake van een afwijking van de prognose, dan heeft dit tot gevolg dat alle voorspelfouten een bepaalde bias gaan vertonen. Dit effect is reeds in de literatuur gesignaleerd voor de jaren 1967 en 1970 (zie McDonald (1973)).

6. De gebruikte voorspelmethoden, de mogelijkheden en beperkingen.

Het toepassen van voorspeltechnieken teneinde prognostische schattingen te verkrijgen is niet triviaal. Veelal is de historische informatie kort en kenmerkt ze zich door structurele breuken. De reekslengte doet vaak besluiten geen ARIMA model aan de data aan te passen. Modelleren we een ARIMA model, dan mogen er geen structurele breuken in de reeks aanwezig zijn. Het analyseren van de reeks op zich kan niet afdoende zijn, in de zin dat de konklusie met aan zekerheid grenzende waarschijnlijkheid doet aanvaarden, dat de reeks vrij is van structurele breuken. Een aantal structurele breuken kan men echter uit het financiële jaarverslag halen. Voorbeelden van structurele breuken zijn:

- fusie
- afstoting van grote productie-eenheden
- inflatie
- plotselinge ontwikkelingen op de markt
- internationale krisis
- niet ingecalculeerde conjuncturele ontwikkelingen.

In plaats van een ARIMA model kunnen we ook een causaal model opstellen. Het is mogelijk dat structurele breuken voor een causaal model niet fataal zijn, terwijl dit voor het ARIMA model wel het geval is. Bijvoorbeeld een verandering in een beleidsvariabele kan door een causaal model verwerkt worden, terwijl dit de aanpassing van een ARIMA model kan bemoeilijken of zelfs onmogelijk maakt.

Onder de voorspel-modellen kan men ook de modellen rekenen die de te verklaren variabele zien als functie van de tijd. Deze vallen onder de deterministische modellen. Daar deze modellen niet met zekerheid verklaren voegt men een stochast aan de functie toe en probeert men met behulp van een bepaalde methode een optimale "fit" te verkrijgen met betrekking tot een zeker kriterium. Trendextrapolaties blijken veelal redelijke voorspellingen op te leveren, echter a priori is niet duidelijk onder welke voorwaarden het model voor toekomstige perioden van toepassing is. Namelijk het niet modelleren van een trendmatig verlopende exogene variabele, maar het kiezen voor een trendterm is er de oorzaak van dat in het geval van structurele breuken in de exogene variabele het trendmodel niet meer van toepassing is. Een voorbeeld hiervan kan de niet reversibiliteit van het reële nationale inkomen zijn.

Veelal blijkt het niet mogelijk om een ARIMA model te bepalen. Kijken we echter naar de reeks, dan kunnen we vaak toch een kwalitatieve uitspraak doen, zoals "Ook dit jaar zal de omzetstijging ongeveer gelijk zijn aan vorige jaren" of "We verwachten dit jaar een gelijke groei te realiseren als in het voorafgaande jaar".

We zullen echter proberen om aan deze kwalitatieve uitspraken een meer kwantitatieve inhoud te geven. We beschouwen daarom een aantal simpele modellen en bepalen de voorspelling als de verwachting van het model konditioneel op alle reeds bekende informatie en verder bepalen we de variantie van de voorspelfout.

De random walk

$$\underline{x}_t = x_{t-1} + \underline{\varepsilon}_t \quad ,$$

waarin $\underline{\varepsilon}_t \overset{d}{=} N(0,\sigma^2)$

$$E(\underline{x}_t \mid x_{t-1}) = x_{t-1}$$

$$V(\underline{x}_t \mid x_{t-1}) = \sigma^2 \quad .$$

De variantie van de voorspelfout is dan ook gelijk aan σ^2,

$$\frac{(\underline{x}_t - x_{t-1})}{s} \overset{d}{=} t(n-1),$$

waarin $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{t-i} - x_{t-i-1})^2$

waarbij n het aantal waarnemingen is.

De verwachte identieke mutatie

$$\underline{x}_t = x_{t-1} + (x_{t-1} - x_{t-2}) + \underline{\varepsilon}_t \qquad \underline{\varepsilon}_t \overset{d}{=} N(0, \sigma^2)$$

Een schatting van de variantie van de voorspelfout wordt verkregen door de reeks van storingstermen te bepalen. Deze zijn:

$$\underline{\varepsilon}_t = \underline{x}_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}$$

en uit deze reeks kan men de variantie schatten.

Gewogen gemiddelde

We veronderstellen dat de reeks zich op een constant gemiddelde μ bevindt. Dan kunnen we een zuivere schatter bepalen door de wegingsfaktoren zodanig te kiezen dat $\sum_{i=1}^{n} a_i = 1$ dan is $\sum_{i=1}^{n} a_i x_{t-i}$ een zuivere schatter van het gemiddelde.
Veronderstellen we verder nog dat de var(x) = $\sigma^2 I$, dan is $\sum_{i=1}^{n} a_i x_{t-i}$ de BLUE schatter voor μ indien $a_i = \frac{1}{n}$ voor $i = 1..n$.

Zijn we er echter niet zeker van dat het proces zich op een konstant niveau bevindt, maar dat dit niveau aan langzame wijziging onderhevig is, dan is minimale variantie niet meer het enige kriterium. Veeleer is men er in geïnteresseerd een juiste schatter voor het huidige niveau te hebben. De mutaties in het niveau kunnen gevolgd worden door de latere waarnemingen een groter gewicht te geven. Dit heeft echter het gevolg dat er ook verhevigd op uitschieters gereageerd wordt.
De variantie van het gewogen gemiddelde bedraagt:

$$\sigma^2 \sum_{i=1}^{n} a_i^2 .$$

Bekijken we nu eens wat in de literatuur "exponential smoothing" genoemd wordt.
De voorspeller wordt als volgt gerealiseerd:

$$\hat{x}_t(1) = \alpha\, \hat{x}_{t-1}(1) + (1-\alpha)x_t \qquad \text{met } 0 < \alpha < 1$$

waar x_t = de realisatie van het proces
en $\hat{x}_t(1)$ = de 1 periode vooruit voorspeller bepaald op tijdstip t

Dit is ook te schrijven als $(1-\alpha L)\hat{x}_t(1) = (1-\alpha)x_t$, dit geeft als oneindige som geschreven $\hat{x}_t(1) = (1-\alpha)\sum_{i=0}^{\infty}\alpha^i x_{t-i}$.

Als de x_t niet gekorreleerd zijn, dan is

de variantie van het proces $(1-\alpha)^2\sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty}\alpha^{2i} = \sigma^2 \frac{(1-\alpha)^2}{1-\alpha^2} =$

$= \sigma^2 \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$.

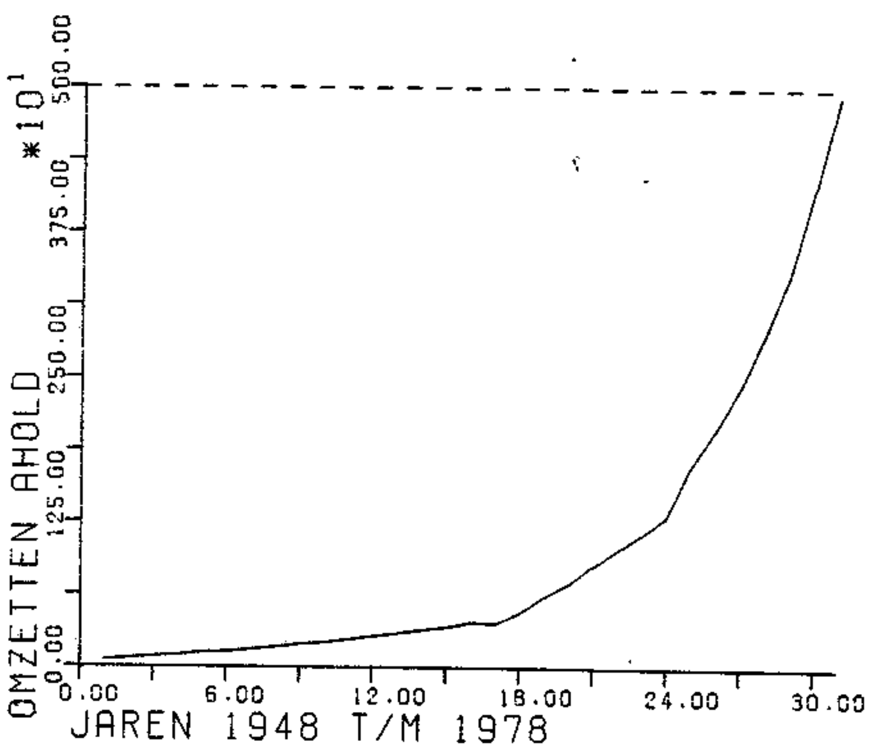
Kiezen we α klein, dan zal het proces zich snel aanpassen aan wijzigingen dus ook aan uitschieters. Kiezen we α groot, dan zal de voorspelling niveau-wijzigingen langzaam volgen. Volgt de niveauwijziging een strikt monotone verandering, dan zal de voorspelling gegenereerd door "exponential smoothing" gemiddeld de realisatie onderschatten. Dit effect kan opgevangen worden door hogere orde "smoothing" toe te passen, zie bijv. Brown (1962) of Johnson e.a. (1976) of Van Winkel (1979).

7. Het genereren van voorspellingen.
Het voorspellen van de omzet en de netto winst van AHOLD voor het jaar 1979.

Er zijn 31 gegevens gebruikt uit de jaren 1948-1978.
Het blijkt dat de reeksen voor de omzet en de netto winst niet stationair zijn over de gebruikte periode.
Het bedrijf maakt over de eerder vermelde periode een strikt monotone groei door. Dit is gemeten in de omzet. Vooral in de recentere jaren is de groei van de omzet exponentiëel. Dit wordt veroorzaakt door prijsstijgingen en volumetoename.

7.1. Omzet AHOLD

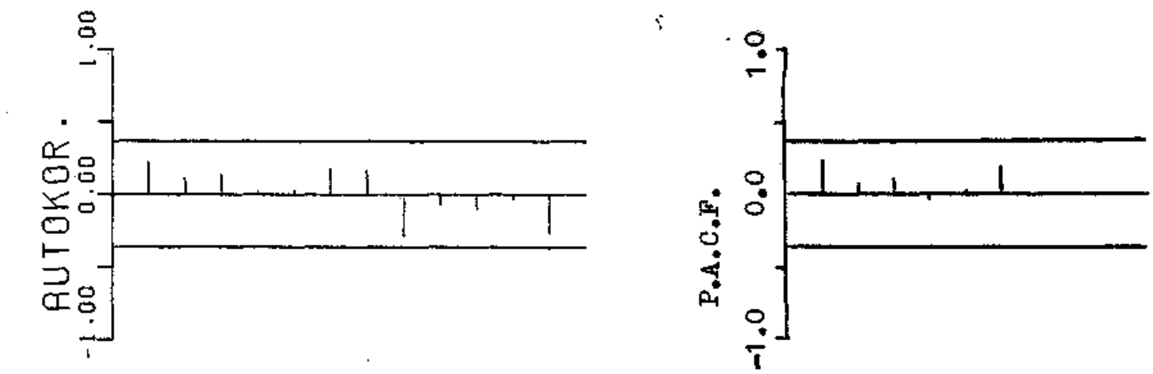
Het verloop van de omzet over de jaren 1948-1978 wordt getoond in figuur 1.



Figuur 1

We gaan in de eerste plaats na of we het verloop van de omzet als een tijdreeks kunnen modelleren. Het is namelijk mogelijk dat konsumptiepatronen over een aantal jaren een bepaald model volgen. Transformeren we de reeks in logaritmen en nemen we dan eerste verschillen, dan blijkt de verkregen reeks stationair te zijn. We toetsen nu of de elementen van de verkregen reeks realisaties kunnen zijn uit een normale verdeling, waarbij de waarnemingen onderling onafhankelijk zijn. Later zullen we toetsen of de waarnemingen in de reeks een ARMA model volgen; hierbij veronderstellen we dat de waarnemingen normaal verdeeld zijn. Statistisch gezien is deze procedure natuurlijk niet verantwoord, echter enerzijds is er weinig aanleiding te veronderstellen dat de reeks niet normaal verdeeld is (zie figuur 3), terwijl er anderzijds geen toetsen bekend zijn die simultaan op normaliteit en afhankelijkheid toetsen.

We toetsen nu met behulp van de Kolmogorov-Smirnov toets op normaliteit van de Δ log (omzet$_t$) realisaties. Voor de parameters μ en σ^2 vullen we de meest aannemelijke schatters in. Voor de resultaten van de KS-toets moet figuur 3 geraadpleegd worden. Hieruit blijkt dat de nulhypothese - de realisaties komen uit een normale verdeling - niet verworpen moet worden. Na op normaliteit getoetst te hebben, zullen we nu nagaan of we een ARMA model aan de realisaties aan kunnn passen. Ter identifikatie bekijken we de autocorrelatiefunktie (acf) en partiële autocorrelatiefunctie (pacf). Deze zijn getekend in figuur 2.



Figuur 2.

Onder de veronderstelling dat Δ log (omzet) onafhankelijke realisaties uit een N (μ , σ^2) verdeling zijn is de benaderde standaardfout voor de individuele ac en pac gelijk aan .18 . Deze wordt bepaald volgens $1 / \sqrt{T}$, deze formule is gevonden door Bartlett voor de ac en door Quenouille voor de pac . Bij een signifikantie niveau van 5% is er dan geen enkele ac en pac signifikant verschillend van 0 .
Onder de veronderstelling dat er geen ARMA-proces in de reeks aanwezig is (p = 0 , q = 0), is de BOX-Pierce "Q-statistic" asymptotisch χ^2 (10) verdeeld.

$$Q = T \sum_{i=1}^{10} r_i^2 = 7.179$$

De grootheid Q is niet signifikant, waarbij r_i = autokorrelatie i .

Uit de acf, pacf en Q konkluderen we dat de reeks geen aanleiding geeft een ARIMA-proces te veronderstellen met p en q verschillend van 0.

Als voorspelling van log (omzet_{1979}) - log (omzet_{1978}) gebruiken we de puntschatting van het gemiddelde van

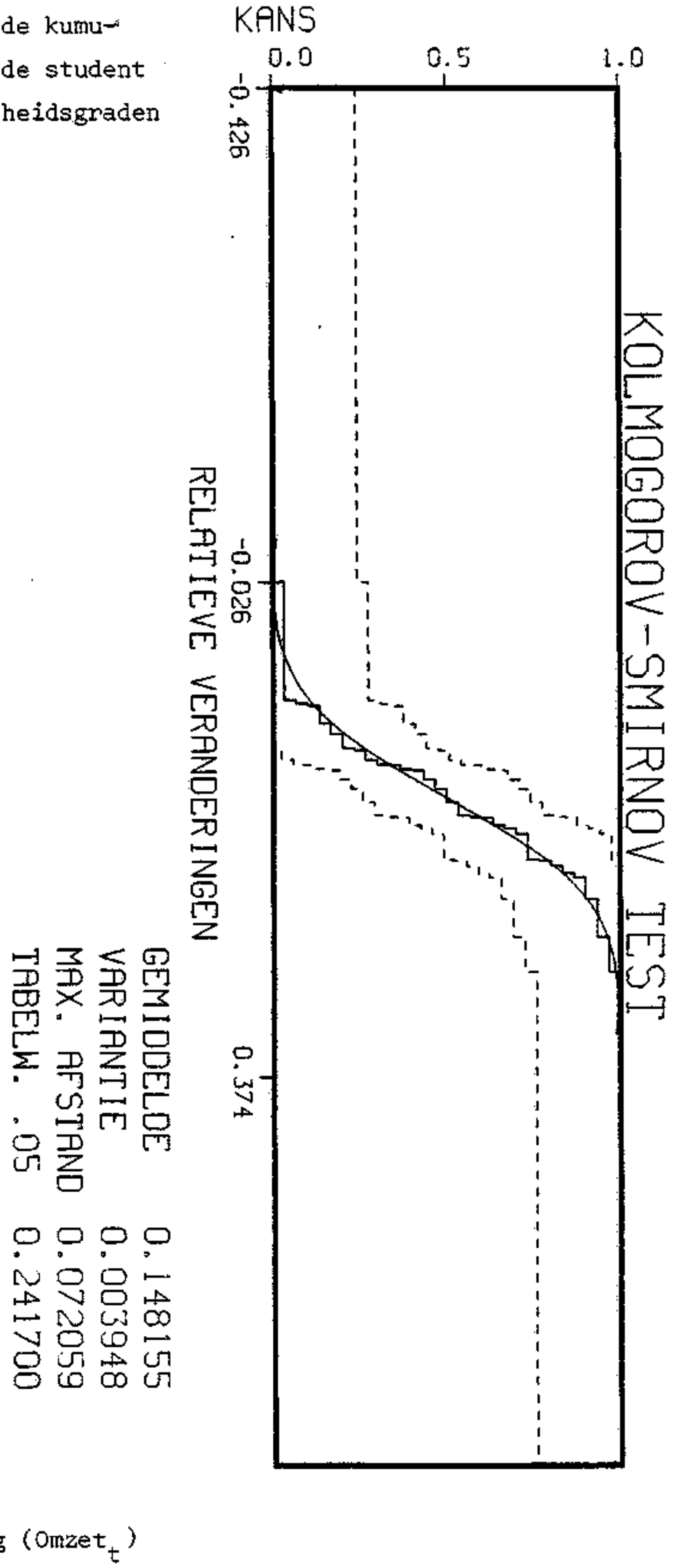
Δ log (omzet_t) . 1482 .

Een 100 γ % voorspellingsinterval voor
log (omzet$_{1979}$) - log (omzet$_{1978}$) is :

$$\left[\bar{x} - t_{\frac{1+\gamma}{2}}(29)\; S\sqrt{1+\frac{1}{30}}\;,\; \bar{x} + t_{\frac{1+\gamma}{2}}(29)\; S\sqrt{1+\frac{1}{30}}\right] ,$$

waarbij $\bar{x}$ en S^2 zuivere schatters voor μ en σ^2 zijn.

$t_\pi(n)$ = het punt waar de kumulatieve verdeling van de student t verdeling met n vrijheidsgraden de waarde π aanneemt.



Figuur 3.

30 realisaties Δ log (Omzet$_t$)

Een 50 % voorspellingsinterval is gelijk aan .105 , .191 , terwijl het 95% voorspellingsinterval gelijk is aan .019 , .276 .

Voor een puntvoorspelling van $omzet_{1979}$ bepalen we een mediaan zuivere voorspeller, overwegingen hiertoe worden gevonden in appendix B.

$$\Delta \log (omzet_t) = \log (omzet_t \,/\, omzet_{t-1})$$

Dan is de mediaan zuivere voorspeller konditioneel op $omzet_{t-1}$, welke realisatie al bekend is,

$$\hat{omzet}_{1979} = omzet_{1978} \; e^{\bar{x}} = 4.94 \; 10^9 \; e^{.1482} = 5.73 \; 10^9$$

De bovengenoemde 50% en 95% voorspellingsintervallen bedragen na e-macht transformatie: $5.49 \; 10^9$, $5.98 \; 10^9$, respektievelijk $5.03 \; 10^9$, $6.51 \; 10^9$.

We gaan nu na in hoeverre het opnemen van de totale reeks van invloed kan zijn op de voorspelling.
In de eerste plaats gaan we na of er in de reeks sprake is van een strukturele verandering en in de tweede plaats gaan we na of dit tot een andere voorspelling leidt.

Het toetsen op strukturele verandering.

Als we naar figuur 1 kijken, dan zien we omstreeks de helft van de periode een meer exponentiëel stijgend verloop, terwijl het begin van de reeks zich meer door een lineair verloop laat typeren.

We regresseren:

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad t = 2.....17 \qquad (1)$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad t = 18....31 \qquad (2)$$

waarbij:

$Y_t = \log (omzet_t)$
en we veronderstellen dat $\varepsilon_t \overset{d}{=} N(0,\sigma^2)$ voor $\forall t$.

We schatten vergelijking (1) en (2) en toetsen simultaan de volgende restrikties $\alpha_0 = \beta_0$, $\alpha_1 = \beta_1$. Deze restrikties toetsen we met de F toets.
De F toets die in appendix A beschreven wordt is alleen asymptotisch voor dit probleem toepasbaar, omdat er vertraagde endogenen in de vergelijkingen aanwezig zijn.

De R matrix is dan

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

De F-waarde die we vinden is 17.355.
Daar er vertraagde endogenen in de vergelijking aanwezig zijn passen we asymptotisch een $\chi^2/2$ verdeling toe(2 vrijheidsgraden).
De waarde die we vinden is dan 34.71 . Indien we in de tabel kijken bij $\chi^2_{.95}(2)$ dan blijkt deze waarde signifikant te zijn.
Naast de F-toets kunnen we natuurlijk ook naar de likelihood-ratio toets kijken met

$$H_0 \ : \ Y_t = \gamma_0 + \gamma_1 Y_{t-1} \qquad t = 2 \ldots 31$$

tegen H_1 gegeven in vergelijking (1) en (2).

$$-2 \log \left(\frac{\lambda \text{ (max } H_0)}{\lambda \text{ (max } H_1)} \right) \overset{d}{\underset{A}{=}} \chi^2(2)$$

$$= -2\ (41.06 \ -53.78) = 25.44$$

Ook de LR toets laat ons H_0, er is geen strukturele verandering, verwerpen. Daarom geven we een voorspelling gebaseerd op de laatste 14 waarnemingen.

De normale verdeling die geschat wordt uit de laatste 14 waarden voor Δ log (omzet_t) is N(.1832 , .0022).
Een puntvoorspelling is dan:

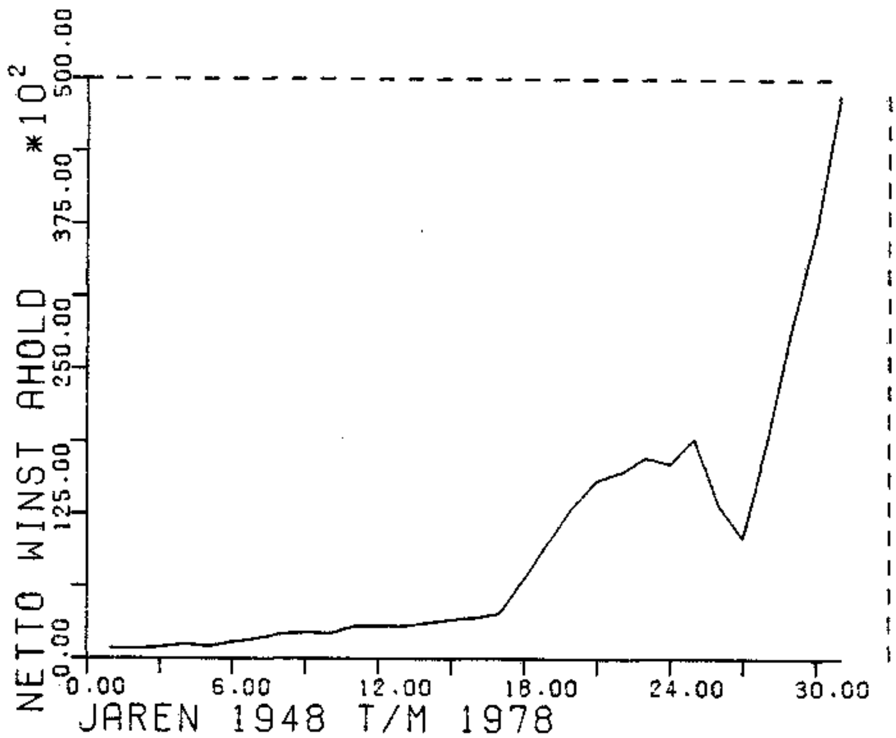
$$\bar{\text{omzet}}_{1979} = 4.94 \ 10^9 \ e^{.1832} = 5.93 \ 10^9$$

Het 50% voorspellingsinterval bedraagt $5.75\ 10^9$, $6.13\ 10^9$,
voor het 95% voorspellingsinterval is dat $5.39\ 10^9$, $6.53\ 10^9$.

De nieuw gevonden voorspellingsintervallen zijn korter, doordat de geschatte normale verdeling een lagere variantie heeft. De nieuwe voorspellingen hechten meer waarde aan de groei in de latere jaren, waardoor deze groei ook voor het jaar 1979 doorgetrokken wordt.

7.2. Netto winst AHOLD

In het kader van het prognose onderzoek is het niet noodzakelijk de term "netto winst" te definieren.
We voorspellen de netto winst zoals deze door AHOLD in het jaarverslag aangegeven is. We baseren ons dan ook op de historische informatie over de netto winst.



Figuur 4.

Passen we dezelfde analyse techniek toe als bij de omzet, dan blijkt ook de netto winst na de Δ log transformatie stationair te zijn. Er is geen enkele ac of pac signifikant verschillend van 0 en de Box-Pierce Q-statistic bedraagt 10.81 (10 autokorrelaties), zodat we ook voor de netto winst geen ARIMA-model modelleren, waarbij we p en q ongelijk aan 0 zijn. De normale verdeling die we schatten is N (.1342 , .0433)

Een mediaanzuivere voorspeller konditioneel op de realisatie van de netto winst 1978 is

$$\hat{n.w}_{1979} = n.w_{1978}\ e^{\bar{x}} = 4.86\ 10^7\ e^{.1342} = 5.56\ 10^7$$

een 50% voorspellingsinterval 4.82 10^7 , 6.41 10^7
een 95% voorspellingsinterval 3.63 10^7 , 8.51 10^7

De voorspellingsintervallen voor de netto winst zijn relatief groter dan de voorspellingsintervallen voor de omzet, hetgeen al eerder in het stuk aangegeven is.

Als 2 alternatieve voorspellers kunnen we b.v. de gelijke verandering of de gelijke procentuele verandering gebruiken.

Voor de gelijke verandering geeft dat

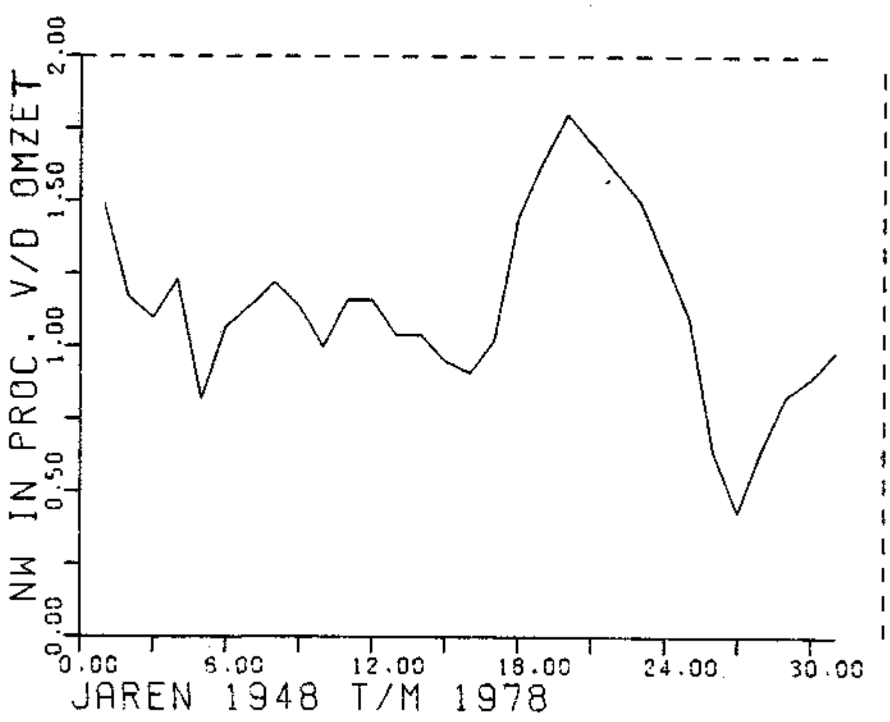
$$\hat{n.w}_{1979} = 2\ n.w._{1978} - n.w._{1977} =$$

$$= (4.86 + 1.19)\ 10^7 = 6.05\ 10^7 ,$$

en gelijke procentuele verandering geeft:

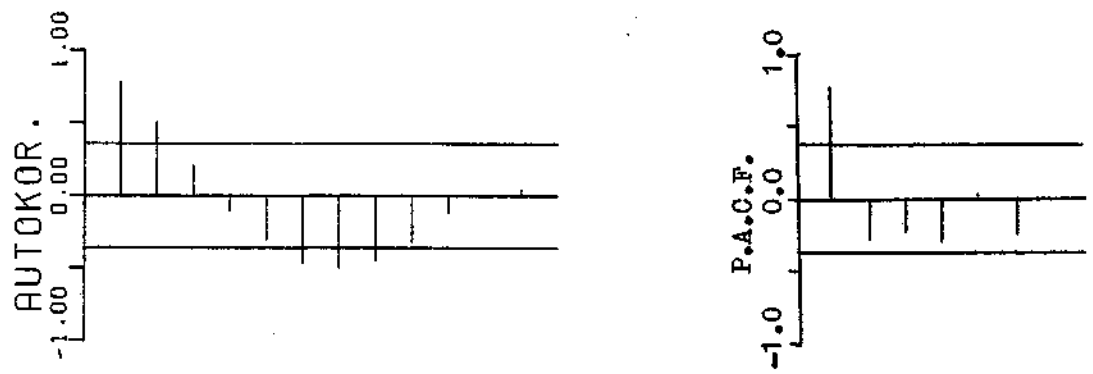
$$\hat{n.w.} = 6.44\ 10^7 .$$

We zijn niet tevreden met de grote voorspellingsintervallen en zullen proberen tot kleinere voorspellingsintervallen te komen.
We gaan daarom na of er reeksen zijn waarvan het produkt de netto winst vormt.
Deze aanpak wordt o.a. beschreven in Brown (1962).
De reeksen die we zoeken moeten echter makkelijker te voorspellen zijn dan de netto winst reeks. Reeksen die naar verwachting aan deze voorwaarden doen zijn omzet en netto winst in procenten van de omzet.



Figuur. 5.

Het percentage netto winst van de omzet vertoont een stationair karakter, mogelijk in de latere perioden niet stationair in de variantie, van deze komplicerende faktor abstraheren we echter.
Kijken we naar de geschatte aurokorrelatie funktie en de partiële autokorrelatie funktie (figuur 6) dan zien we dat de pacf afkapt na 1 periode dit wijst op een AR(1) proces.
De autokorrelatie funktie vertoont veel overeenkomst met de theoretische autokorrelatie funktie van een AR (2) proces zoals getekend in Box en Jenkins op blz. 59.



figuur 6.

Op grond van de acf en pacf is dan ook geen eenduidige specifikatie te verkrijgen. Daarom zullen meerdere geneste alternatieven bekeken worden, waarbij m.b.v de likelihood-ratio toets (LR) een selektie gedaan zal worden. In plaats van de LR toets hadden we natuurlijk ook voor de Wald toets kunnen kiezen, waarvoor we alleen het meest algemene model, dit is AR(2), moeten schatten.

Het is bekend dat zuivere AR modellen met OLS geschat kunnen worden. We kiezen echter voor een numerieke ML methode, vanwege de direkt bijgeleverde "diagnostic checking". en de terugvoorspelde waarden.
We lichten de methode toe, waarbij we met konsistente startwaarden voor de parameters beginnen.

Als startwaarden voor de ML methode, Gauss-Newton, kiezen we konsistente schatters die we uit de autokorrelatie funktie bepalen. We nemen konsistente startwaarden om in een globaal maximum te eindigen. We geven hier als voorbeeld een AR(2) model met konstante term. (Itereren is niet noodzakelijk, indien we na 1 iteratie met een asymptotisch aan ML equivalent resultaat tevreden zijn, of indien we de startwaarden van het proces als gegeven veronderstellen, want dan is de kleinste kwadratenschatting gelijk de meest aannemelijke schatting.)

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 z_{t-2} + \delta + u_t$$

Door het oplossen van de Yule-Walker voorwaarden

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \varphi_1 \\ \varphi_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{aligned} r_1 &= .78 \\ r_2 &= .51 \end{aligned}$$

en het invullen van de geschatte autokorrelaties, r_1 en r_2 , voor de theoretische autokorrelaties, φ_1 en φ_2 , verkrijgen we konsistente startwaarden voor de parameters, nl. $\hat{\phi}_1 = .976$ en $\hat{\phi}_2 = -.251$.

We kontroleren of de wortels van $(1 - .976\ B + .251\ B^2) = 0$ buiten de eenheidscirkel liggen. Dit is het geval dus

$$E(\underline{z}_t) = \phi_1 E(\underline{z}_{t-1}) + \phi_2 E(\underline{z}_{t-2}) + E\underline{u}_t + \delta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{z}_t (1 - \hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2) = \hat{\delta} = .321$$

Iteratieve oplossing m.b.v. de ML methode geeft

$$\underset{}{z_t} = \underset{(.1632)}{1.156}\ z_{t-1} - \underset{(.1645)}{.407}\ z_{t-2} + \underset{(.1208)}{.2918} + \hat{u}_t$$

$$\hat{\sigma}^2_u = .0313 \qquad R^2 = .711 \qquad Q\ (12) = 6.0$$

tussen haakjes staan standaardfouten.

We toetsen of een model met restrikties op het AR(2) ook compatibel met de data is.

H_0	H_1	$-2\log \dfrac{L(.\mid H_0)}{L(.\mid H_1)}$	vrijheids-graden	wel/niet signifikant $\alpha = .05$
AR I (1,1)	AR (2)	12.30	1	ja
AR (1)	AR (2)	8.46	1	ja
originele data	AR (2)	68.25	2	ja
AR I (0,1)	AR (2)	12.50	2	ja

Hieruit kunnen we konkluderen dat men er niet mee gebaat is om een eenvoudiger alternatief model te hanteren.

Een puntvoorspelling wordt verkregen door :

$$\hat{z}_t(1) = \hat{\phi}_1 z_t + \hat{\phi}_2 z_{t-1} + \hat{\delta} = 1.064$$

Een 100 γ % voorspellingsinterval is

$$\hat{z}_t(1) - z_{\frac{1+\gamma}{2}} \hat{\sigma}_u \quad , \quad \hat{z}_t(1) + z_{\frac{1+\gamma}{2}} \hat{\sigma}_u$$

z_π = het punt waar de kumulatieve verdeling van de standaard normale verdeling de waarde π aanneemt.

een 95 % voorspellingsinterval geeft .717 , 1.411

waarbij we afgezien hebben van de variantie van de puntschattingen en de student verdeling benaderd door een normale verdeling.

Door het kombineren van de voorspellingen van omzet en netto winst in procenten van de omzet geeft $1.064 * 5.93 \ 10^7 = 6.31 \ 10^7$, een puntvoorspelling voor de netto winst.

Ook hier kunnen we alleen van een mediaanzuivere voorspeller spreken, daar de verwachting van een logstudent t verdeling niet bestaat. We verwijzen hier weer naar appendix B.

Bij het kombineren van de voorspellingen zijn we er vanuit gegaan dat de korrelatie tussen de 2 reeksen 0 is.

Een voorspellingsinterval voor het produkt van 2 onafhankelijke stochasten, kunnen we bepalen door de verdeling van het produkt na te gaan, dit kan ook door numeriek integreren gebeuren.

Zonder deze technieken toe te passen kunnen we een ondergrens geven voor de betrouwbaarheid van het produkt, door uit te gaan van de enkele voorspellingsintervallen.

N.l. indien

$$P(t_1 \leq \underline{X} \leq t_2) = 1 - \alpha_1$$

$$P(t_3 \leq \underline{Y} \leq t_4) = 1 - \alpha_2 ,$$

dan volgt als ondergrens voor de betrouwbaarheid van het produkt

$$P(t_1 t_3 \leq \underline{X}\,\underline{Y} \leq t_2 t_4) \geq (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2)$$

Toepassen op de netto winst geeft dit

een min 47.5 % voorspellingsinterval gelijk aan $4.12 \ 10^7$, $8.65 \ 10^7$ en
een min 90.3 % voorspellingsinterval gelijk aan $3.86 \ 10^7$, $9.21 \ 10^7$.

Uit het gebruik van verschillende technieken blijkt dat het toepassen van meer geavanceerde technieken vrijwel dezelfde puntvoorspellingen oplevert, hetgeen de gevonden resultaten bij het literatuur-onderzoek onderschrijft.

7.3. Het voorspellen van de netto winst van Kwatta voor het jaar 1979

Omstreeks het jaar 1976 is Kwatta, na lange reeks jaren verliesgevend te hebben geproduceerd, een houdstermaatschappij geworden.
Dit impliceert dat er in 1976 een strukturele breuk heeft plaatsgevonden, waarvan de effekten nog enige jaren door zullen werken.
Doordat Kwatta de produktie heeft afgestoten, is het niet zinvol de omzet van ± 1 miljoen te voorspellen. We zullen daarom alleen de netto winst voorspellen.

Voor het voorspellen hebben we de volgende veronderstellingen gemaakt:

1. de gerealiseerde winsten zijn te benaderen door een $N(\mu, \sigma^2)$ verdeling, waarbij we onafhankelijkheid tussen de winsten veronderstellen ;
2. voor volgende perioden is deze zelfde verdeling van toepassing
3. de invloed van de strukturele verandering in 1976 is zo groot, dat recente jaren meer gewicht krijgen.

De reeks bestaat uit drie waarnemingen n.l. $(49, 337, 353) = W'$ (dit zijn duizenden guldens)

De matrix van gewichten $a' = (a_1, a_2, a_3)$. Bij deze matrix van gewichten moeten we een idempotente matrix Q vinden waarvoor geldt

$$Qa = 0 \text{ onder de restriktie } i'a = 1.$$

Dit is gebaseerd op stellingen 1 en 2 in appendix A.

We kiezen $a' = (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

$$Q = \begin{bmatrix} 1-\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1-\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dan is

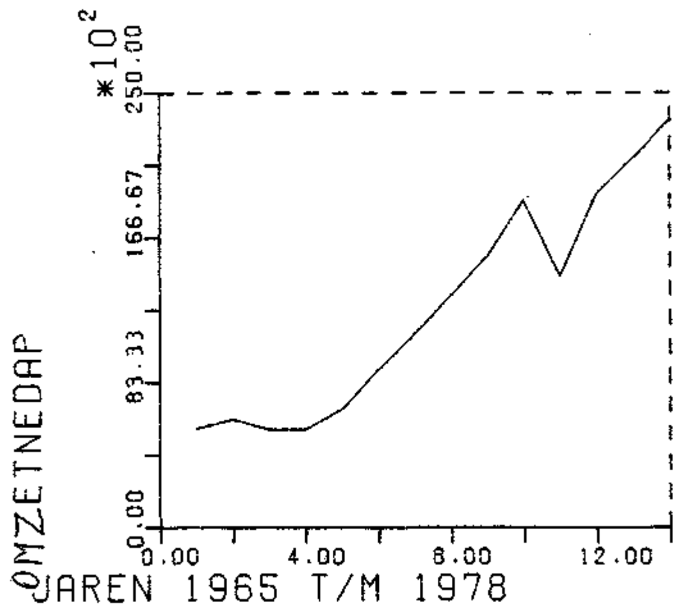
$$\frac{W'a - \mu}{\sqrt{W'QW}} \overset{d}{=} t\,(1)$$

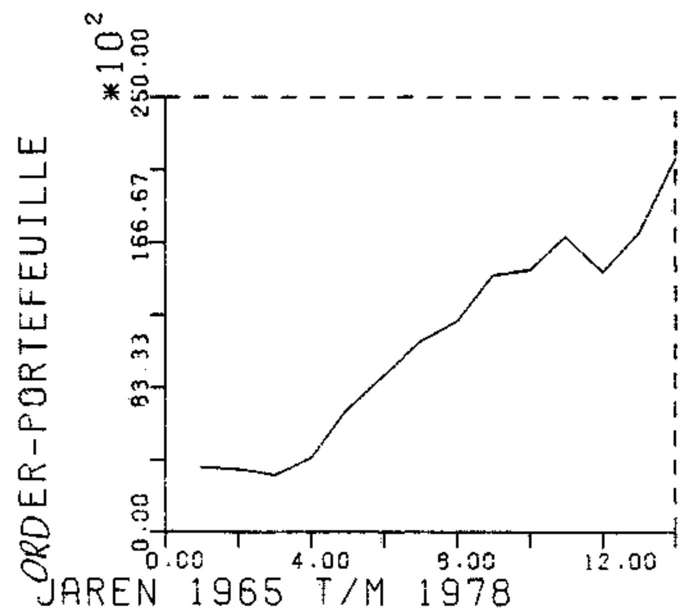
Als puntvoorspelling krijgen we dan : 273

Het 50 % voorspellingsinterval is 133.90 , 412.09 en voor het 95 % voorspellingsinterval is dat -143.46 , 689.46 .

Het voorspellen van de omzet en de netto winst van NEDAP voor het jaar 1979

In tegenstelling tot AHOLD is NEDAP konjunktuur-gevoelig, de bedrijfsvoering is direkt afhankelijk van investeringen van andere bedrijven.
Er zijn gegevens beschikbaar van 1965 t/m 1978, waarbij NEDAP ook de order-portefeuille aan het eind van het jaar in het jaarverslag heeft opgenomen.
In figuur 7 is het verloop van de omzet en de order-portefeuille over de bovengenoemde periode aangegeven.





figuur 7

De reeksen tonen een regelmatig verloop tot 1974 of 1975, waarna de oliekrisis van invloed is op de bedrijvigheid. Deze breuk is vooral goed zichtbaar in de omzet-reeks voor het jaar 1975 en in 1976 voor de orderportefeuille, waarbij toekomst-verwachtingen een grote rol hebben gespeeld. Daar de oliekrisis niet expliciet gemodelleerd wordt, zal bij de verklaring van de omzet een dummy voor het jaar 1975 opgenomen worden.
Deze zal aangegeven worden met D.

7.4. Omzet NEDAP 1979

Om de omzet te modelleren zullen meerdere modellen onderzocht worden.
Bij al deze modellen zullen puntvoorspellingen gegeven worden.

model 1

We veronderstellen dat de orders binnen een jaar afgewerkt worden en dat de order-portefeuille aan het begin van het jaar proportioneel is met de orders die in het jaar binnenkomen en ook binnen het jaar afgewerkt worden.
Als model krijgen we dan:

$$O_t = (1 + g_t)\, O_{r_{t-1}}$$

Waarbij:

g_t een proportionaliteitsfaktor in jaar t is,

O_t is de omzet in jaar t en

O_{r_t} de order-portefeuille in jaar t is.

We veronderstellen verder dat g_t konstant is voor alle t .
We schatten het iets algemenere model $\underline{O_t} = (1 + g)\, O_{r_{t-1}}^{\alpha}\, e^{D}\, e^{\underline{u}}$
en toetsen of α gelijk aan 1 is, d.w.z. dat alle orders inderdaad in 1 periode verwerkt worden.

$$\widehat{\ln (O_t)} = \underset{(.342)}{1.896} + \underset{(.03788)}{.826} \ln O_{r_{t-1}} + D$$

$$R^2 = .9797 \qquad DW = 1.23$$

De t-waarde voor $\alpha = 1$ bedraagt -4.59 .
Het aantal vrijheidsgraden bedraagt 10 . De t-waarde is zelfs bij een onbetrouwbaarheid van .005 signifikant. Dit is reden het model met $\alpha = 1$ te verwerpen.

Een puntvoorspelling geeft

$$\hat{omzet}_{1979} = 25.203 \ 10^6 .$$

model 2

Voor het 2e model gaan we er van uit dat de orders geplaatst in het jaar $t - p$ en afgewerkt in het jaar t de omzet vormen

$$O_t = \sum_{p=0}^{\infty} O_{r_{t-p\ t}} ,$$

waarbij:

$O_{r_{t-p\ t}}$ = orders geplaatst in jaar $t-p$ en afgewerkt in jaar t.

Verder wordt de restriktie opgelegd dat voor $p > 2$ $O_{r_{t-p\ t}} = 0$

voor alle t, evenals de restriktie dat de orders die in het jaarverslag genoemd zijn, na twee perioden afgewerkt moeten zijn.

We komen dan tot het volgende model, waar $O_{r_{t-p\ t}}$ niet waargenomen is

$$O_t = \sum_{p=0}^{2} O_{r_{t-p\ t}} .$$

We veronderstellen dat $O_{r_{t\ t}}$ bepaald wordt door een konstant deel en de omzet uit het vorige jaar, omdat de omzet van het vorige jaar een maatstaf is voor de produktiecapaciteit en daardoor ook aangeeft hoeveel orders er binnen een jaar afgewerkt kunnen worden. Verder veronderstellen we dat

$O_{r_{t-p\ t}} = \alpha_p \cdot O_{r_{t-p}} + u_{t_p}$ $\quad p = 1 , 2$

Dit geeft de volgende te schatten vergelijking:

$$O_t = C + \alpha_0 O_{t-1} + \alpha_1 O_{r_{t-1}} + \alpha_2 O_{r_{t-2}} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

of met de restriktie

$$O_t - O_{r_{t-2}} = C + \alpha_0 O_{t-1} + \alpha_1 (O_{r_{t-1}} - O_{r_{t-2}}) + \varepsilon_t \qquad (2)$$

schatten van (1) zonder dat we de restriktie opleggen geeft:

$$\hat{O}_t = \underset{(308.09)}{294.48} + \underset{(.077)}{.605} O_{t-1} + \underset{(.084)}{.617} O_{r_{t-1}} \underset{(.106)}{-.013} O_{r_{t-2}} + D$$

$$R^2 = .9975$$
$$DW = 1.3533$$
$$\text{log likelihood} = -85.2115$$
$$\text{Durbin H} = 1.215$$

Schatten met de restriktie geeft

$$\hat{O}_t = O_{r_{t-2}} + \underset{(567.869)}{689.473} + \underset{(.0419)}{.253}\, O_{t-1} + \underset{(.157)}{.690}\,(O_{r_{t-1}} - O_{r_{t-2}}) + D$$

$$R^2 = .9220$$
$$DW = 1.6020$$
$$\text{log likelihood} = -93.8089$$
$$\text{Durbin H} = .7258$$

Op grond van het likelihood kriterium $-2 \log \frac{(\ldots \mid H_0)}{(\ldots \mid H_1)}$ moeten we de restriktie die we opgelegd hebben verwerpen.

Puntvoorspelling volgens model 1 geeft : 27950 .

Puntvoorspelling volgens model 2 geeft : 26772 .

Daar we het gerestrikteerde model niet moeten kiezen op grond van het likelihood kriterium, lijkt dit op misspecifikatie.
We gaan daarom na of de order-portefeuille met een bepaald bedrag per jaar verhoogd moet worden om meer aansluiting bij het data-materiaal te krijgen.
We toetsen $g = 1$ in de volgende vergelijking

$$O_t = C + \alpha_0 O_{t-1} + g\,\alpha_1 O_{r_{t-1}} + g^2 (1 - \alpha_1) O_{r_{t-2}} + D + \varepsilon_t \qquad (3)$$

We kunnen $g = 1$ toetsen door de Lagrange multipliertest toe te passen, waarbij vergelijking 2 het model waar de restriktie is opgelegd weergeeft en vergelijking 3 het niet gerestrikteerde model (Dit is hypothese H_1) .
We passen de lagrange multiplier toets toe vanwege de niet lineariteit in de parameters onder H_1 .

We bepalen de residuen uit vergelijking 2 en doen een regressie op deze residuen met $\left.\frac{\partial\, O_t}{\partial\, \theta}\right|_{g=1}$ waarbij θ de parametervector is.

$$\left.\frac{\partial\, O_t}{\partial\, \theta}\right|_{g=1} = (1,\ O_{t-1},\ O_{r_{t-1}} - O_{r_{t-2}},\ \hat{\alpha}_1\, O_{r_{t-1}} + 2\,(1-\hat{\alpha}_1)\, O_{r_{t-2}},\ D)$$

In dit geval is $T\, R^2 \underset{A}{\overset{d}{=}} \chi^2(1)$

met T het aantal waarnemingen.

$T\, R^2 = 9.898$

Omdat dit een asymptotisch toepasbare toetsings-grootheid is en we passen hem toe met 13 waarnemingen, kan dit er de oorzaak van zijn dat de resultaten vertekend zijn.

De toets wijst er op dat het zinvol is ook niet gerestrikteerd te schatten. Dit levert dezelfde uitkomsten als bij vergelijking 1.

$\hat{g} = .5952$ (.1468 standaardfout g)
$\hat{\alpha}_1 = 1.036$ (.3173 standaardfout α_1)

De waarde van $\hat{g}$ kleiner dan 1 wijst toch duidelijk in de richting van misspecifikatie. Men zou nl. verwachten dat de waarde van $\hat{g}$ groter dan 1 moet zijn omdat g^v een soort indexcijfer voor inflatie weergeeft.
De voorspellingen met de modellen 1, 2.1 en 2.2 liggen allemaal bij elkaar in de buurt , zodat we verder niet meer proberen de gesignaleerde misspecifikatie te verminderen.

7.5. Netto winst NEDAP 1979

We bepalen een voorspelling voor de netto winst van NEDAP door een model te specificeren voor de winst voor belasting, waarna dit door kennis van de institutionele relaties naar de netto winst getransformeerd wordt. We modelleren de winst voor belasting als het verschil tussen omzet en kosten, waarbij de kosten ook voorspeld moeten worden. De kosten vatten we op als zijnde opgebouwd uit vaste en variabele kosten. We gaan er bij de modellering van uit, dat de variabele kosten ieder jaar een vaste verhouding vertonen met de prijs van de produkten. In formulevorm impliceert dit $CV_t = \alpha_1 O_t$ voor alle t.

CV_t zijn de variabele kosten in jaar t
O_t is de omzet in jaar t

De vaste kosten in jaar t modelleren we als

$$C_t = \alpha_2 A_t + \alpha_3 + u_t \tag{1}$$

C_t zijn de vaste kosten in jaar t
A_t zijn de afschrijvingen in jaar t
K_t zijn de totale kosten in jaar t

De overwegingen om tot de vorm van vergelijking (1) te komen worden gevonden in Pakkala 1979. Door de bovenstaande specifikaties samen te nemen, komen we tot de volgende vergelijking die we met OLS schatten:

$$K_t = CV_t + C_t = \alpha_1 O_t + \alpha_2 A_t + \alpha_3 + u_t \tag{2}$$

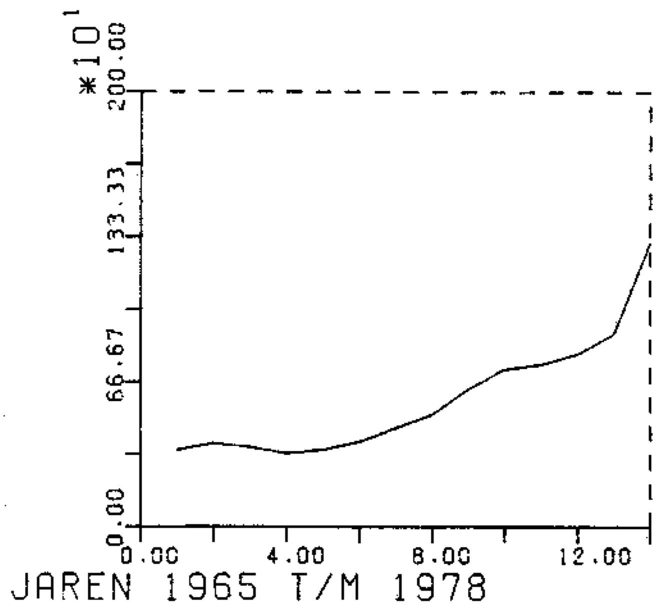
$$t = 1965 \ldots 1978$$

Schatting geeft:

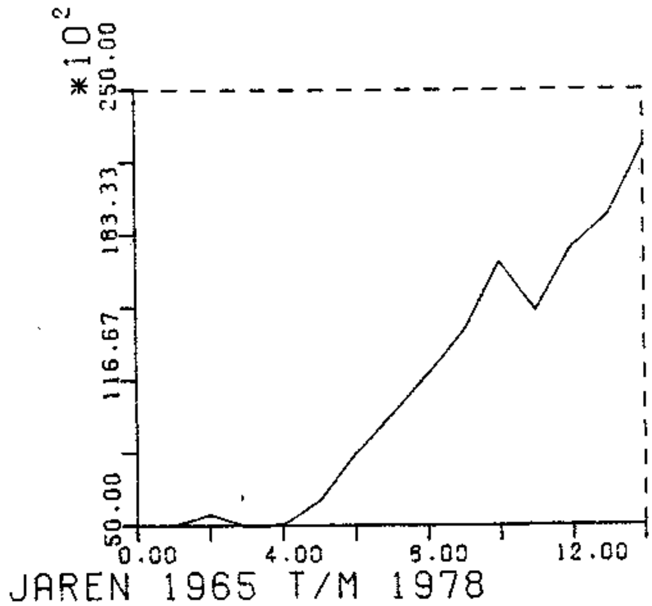
$$\underset{}{\hat{K}_t} = \underset{(.0152)}{.813\, O_t} + \underset{(1.159)}{3.26\, A_t} - \underset{(277.63)}{591.08}$$

$$R^2 = .995$$
$$DW = 1.55$$

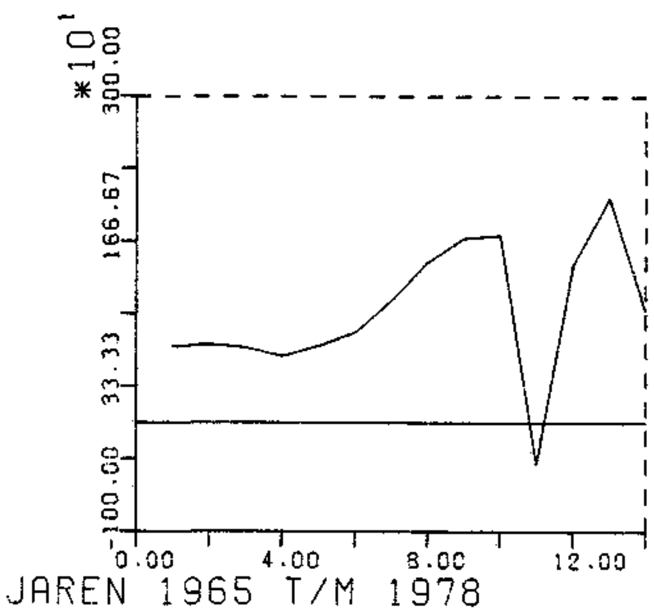
De reeksen die in deze paragraaf gebruikt worden zijn weergegeven in figuur 8. Een stapeldiagram van vergelijking (2) wordt gegeven in figuur 9, zodat de "fit" van het model nagegaan kan worden.



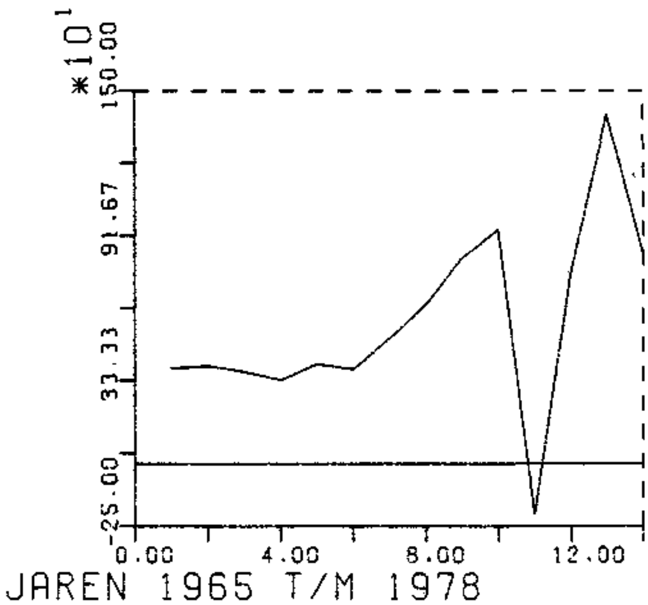
Afschrijvingen



Totale kosten

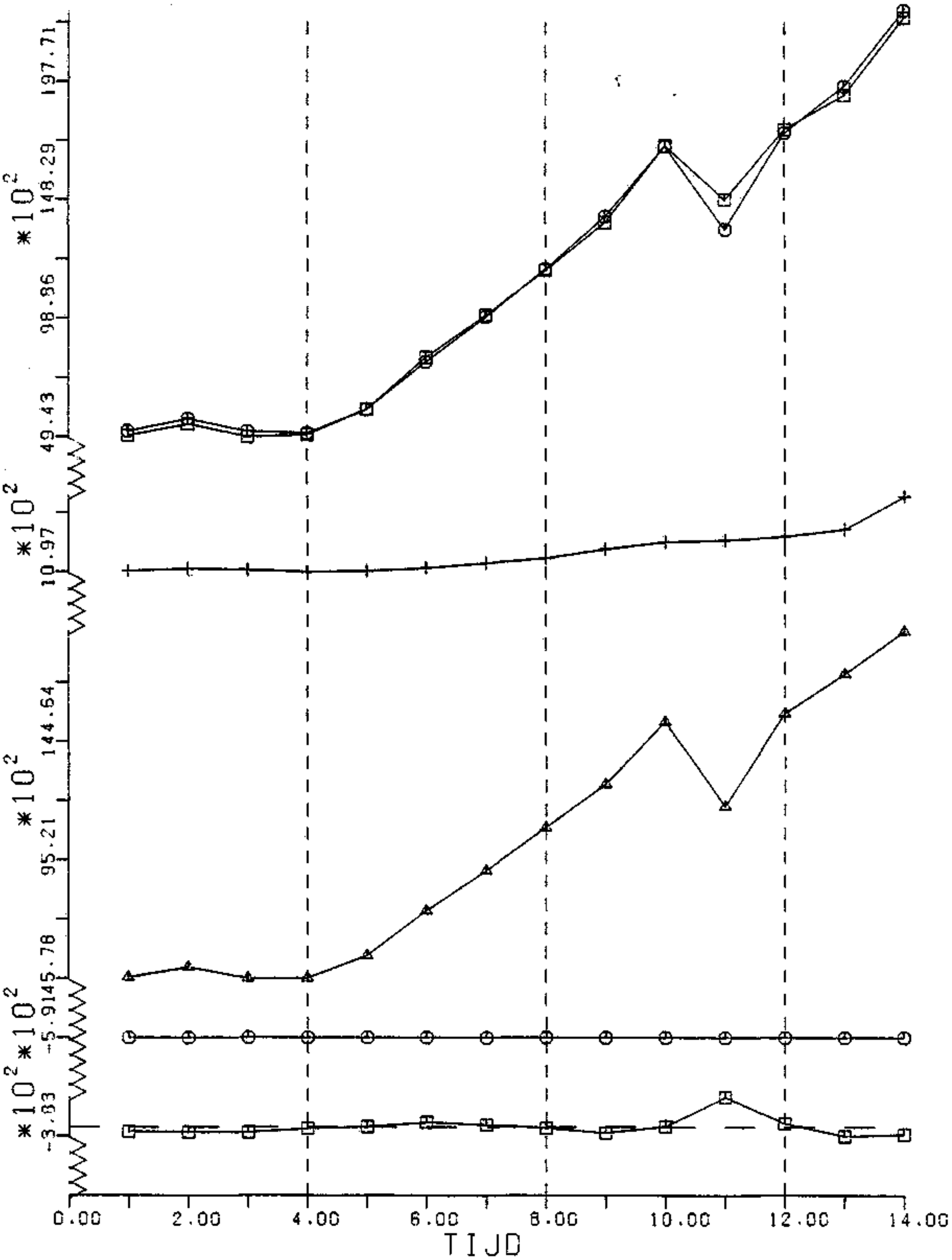


Winst voor belasting



Netto winst

<u>figuur 8</u>



◻ = te verklaren totale kosten

○ = berekende waarde van de te verklaren kosten

+ = afschrijvingen

Δ = omzet

⊖ = konstante

◻ = residu

figuur 9

Willen we nu een voorspelling voor de kosten voor het jaar 1979 maken, dan moeten we eerst informatie over de afschrijvingen voor het betreffende jaar hebben. We veronderstellen hiervoor dat $\Delta A_t = \Delta A_{t-1}$. Als puntvoorspelling krijgen we dan dat $\hat{A}_{1979} = 1306 + 420 = 1726$.

Vullen we de voorspellingen voor omzet en afschrijvingen in de geschatte kostenvergelijking in, dan krijgen we een puntschatting voor de totale kosten

$$\hat{K}_{1979} = .813\ \hat{O}_t + 3.26\ \hat{A}_t - 591.08 =$$
$$= .813 \times 27950 + 3.26 \times 1726 - 591.08 = 27759 \quad .$$

Een voorspelling voor de winst voor belasting wordt dan 191 . Een puntvoorspelling voor de netto winst - indien we een vennootschapsbelastingtarief van 47 % hanteren - wordt 101.2 .

Voorspellen we de kosten, waarbij we gebruik maken van de omzetvoorspelling verkregen volgens model 2, dan krijgen we als voorspelling van de netto winst - 29.3 (hier is afgezien van belastingeffekten) .

Alle in deze paragraaf genoemde bedragen zijn in duizenden.

7.6. Korte evaluatie van de voorspellingen

In dit hoofdstuk hebben we voor meerdere bedrijven voorspellingen voor omzet en netto winst gegenereerd, zoals deze ondernemingen de grootheden in het jaarverslag publiceren. Het blijkt, dat voorspellingen gegenereerd volgens geavanceerde methoden niet veel afwijken van voorspellingen gegenereerd met naïeve modellen.
Verder merken we op dat het voorspellen via ekonometrische methoden ook niet vrij is van ad-hoc elementen, zodat we ons af kunnen vragen: waar verschillen deze ad-hoc elementen met de aanpak bij naïeve modellen?
Een voorbeeld van een ad-hoc element zijn we tegengekomen bij de voorspelling van de netto winst van NEDAP, nl.: het opnemen van een omzet-voorspelling gegenereerd volgens een gemisspecificeerde vergelijking (model 1) leidt tot een winst, terwijl een omzet-voorspelling verkregen volgens een theoretisch juiste relatie - echter in strijd met het datamateriaal - een verlies indiceert. Dit verschil is vooral bij relatieve voorspelfouten van belang.
Naast de ad-hoc elementen, die moeilijk helmaal te voorkomen zijn, is het voor degene die voorspellen wil met een econometrisch model van belang dat de waarden van de gepredetermineerde variabelen bekend zijn. Dit is vooral voor niet vertraagde exogene variabelen vaak niet het geval. Een voorbeeld hiervan zijn de afschrijvingen van NEDAP, die onbekend waren en waarvoor we een ARIMA (0, 2, 0) model gepostuleerd hebben.

De vele onzekerheden in de specifikatie, de korte reeksen en de aanwezigheid van structurele breuken doen ons twijfelen of het voorspellen met meer geavanceerde econometrische modellen, waardoor mogelijk een kleiner voorspellingsinterval verkregen kan worden, opweegt tegen de extra kosten die het specificeren van modellen met zich meebrengt. Deze konklusie kan echter alleen voor dit onderzoek getrokken worden en moet bij ander onderzoek steeds weer geverifieerd worden.

Appendix A

Het toetsen van lineaire restrikties in het regressiemodel.

Zie Theil 1971 blz. 313
zie Schmidt 1976 blz. 22, blz. 63

Hier volgen enige stellingen waaruit de verdeling van de F-toets onder de nul-hypothese direkt volgt.
De stellingen worden zonder bewijs gegeven, zie hiervoor Schmidt 1976 blz. 11 e.v. of Theil 1971 blz. 83.

Stelling 1

Zij Q een symmetrische idempotente T x T matrix en is
$\varepsilon \overset{d}{=} N(0, \sigma^2 I_T)$, dan is

$$\frac{\varepsilon' Q \varepsilon}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2 (\mathrm{tr} Q)$$

Stelling 2

Zij Q een symmetrische idempotente T x T matris en B een m x T matrix zodanig dat $BQ = 0$ en is $\varepsilon \overset{d}{=} N(0, \sigma^2 I_T)$, dan zijn $B\varepsilon$ en $\varepsilon' Q \varepsilon$ onafhankelijk verdeeld.

De F-toets voor het simultaan toetsen van een aantal lineaire restrikties $R\beta = r$. Onder de veronderstelling dat de storingen $N(0, \sigma^2 I)$ verdeeld zijn, is de toetsingsgrootheid

$$\frac{(r - R\hat{\beta})' \left[R(X'X)^{-1}R'\right]^{-1} (r - R\hat{\beta}) / m}{\varepsilon' M \varepsilon / T-K} \overset{d}{=} F(m, T-K) \qquad (1)$$

waar : $M = \left[I - X(X'X)^{-1}X' \right]$

Uit stelling 1 volgt dat $\frac{\varepsilon' M \varepsilon}{\sigma^2} \overset{d}{=} \chi^2 (\mathrm{tr} M)$

Onder de nul-hypothese is:

$$\frac{(r-R\hat{\beta})'\left[R\,(X'X)^{-1}R'\right]^{-1}(r-R\hat{\beta})}{\sigma^2} = \frac{\varepsilon'X(X'X)^{-1}R'\left[R(X'X)^{-1}R'\right]^{-1}R(X'X)^{-1}X'\varepsilon}{\sigma^2}$$

$$\stackrel{d}{=} \quad \chi^2\,(m)$$

daar: $X\,(X'X)^{-1}\,R'\left[R\,(X'X)^{-1}\,R'\right]^{-1}R\,(X'X)^{-1}\,X'$

symmetrisch en idempotent is.

De onafhankelijkheid van de 2 χ^2 verdelingen volgt uit stelling 2, omdat $X'M = 0$

De toetsingsgrootheid kan ook geschreven worden als

$$\frac{(r-R\hat{\beta})'\left[R'\,\mathrm{var}(\hat{\beta})\,R'\right]^{-1}(r-R\hat{\beta})}{m}$$

dit omdat $E\,(\varepsilon' M\,\varepsilon) = \sigma^2\,(T-K)$

De hierboven beschreven toets is in feite een Wald toets.

Zijn er vertraagde endogenen in de vergelijking, dan gaat (1) voor grote T naar een $\frac{\chi^2(m)}{m}$ verdeling.

Appendix B

De log normale en log student t verdeling .

Veronderstellen we dat $\underline{y} = \log \underline{x} \overset{d}{=} N(\mu,\sigma^2)$,

dan is $\underline{x} \overset{d}{=} \Lambda(\mu,\sigma^2)$ waar Λ staat voor log normaal .

We bepalen eerst de momentgenererende funktie van $\underline{y}$.

$$E(e^{t\underline{y}}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tu} f(u)\,du = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tu} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(u-\mu)^2}{\sigma^2}}\,du =$$

$$= e^{t\mu + \frac{1}{2}t^2\sigma^2} .$$

Hieruit kunnen we als volgt de verwachting en variantie van de log normale verdeling bepalen.

$$E(\underline{x}) = E(e^{\ln \underline{x}}) = E(e^{\underline{y}}) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2}$$

$$E(\underline{x}^2) = E(e^{2\ln \underline{x}}) = E(e^{2\underline{y}}) = e^{2\mu + 2\sigma^2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{var}(\underline{x}) = e^{2\mu + 2\sigma^2} - e^{2\mu + \sigma^2} .$$

Als we het proces $\underline{y}_t = e^{z_t\beta} e^{\underline{u}_t}$ (1)

transformeren naar natuurlijke logarithmen $\ln \underline{y}_t = z_t\beta + \underline{u}_t$ (2)

en we veronderstellen dat $\underline{u}_t \overset{d}{=} N(0,\sigma^2)$, dan kunnen we (2) zuiver met OLS schatten.

Dit impliceert echter dat we (1) niet zuiver meer schatten, n.l. :

$$E(\underline{y}_t) = E(e^{z_t\beta} e^{\underline{u}_t}) = e^{z_t\beta} e^{\frac{1}{2}\sigma^2} \neq e^{z_t\beta}$$

Dit effekt kunnen we echter kompenseren door te vermenigvuldigen met $e^{-\frac{1}{2}\hat{\sigma}^2}$, waar $\hat{\sigma}^2$ de ML schatter voor σ^2 is.

De log student t verdeling

We veronderstellen dat $\underline{y} = \log(\underline{x}) \stackrel{d}{=} t(m)$

waarbij m het aantal vrijheidsgraden is.

We bepalen nu de verdeling van x

$$\Rightarrow x = e^{y} \quad \text{dan volgt dat } dy = \frac{1}{x}\, dx$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\Gamma((m+1)/2)}{\Gamma(m/2)} \; \frac{1}{\sqrt{m\pi}} \; \frac{1}{x} \; \frac{1}{\left(1 + \frac{(\log x)^2}{m}\right)^{\frac{(m+1)}{2}}}$$

De moment-genererende funktie van een student t verdeelde grootheid bestaat niet, daar

$$E(e^{t\underline{y}}) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(tu)^i}{i!} \; \frac{1}{\left(1 + \frac{u^2}{m}\right)^{\frac{m+1}{2}}} \, du.$$

Echter de momenten van de student verdeling bestaan maar tot m-1 ,
hier volgt dan ook uit, dat de
momentgenererende funktie niet bestaat, dit impliceert dan ook dat de momenten van een log student t verdeling niet bestaan.
We zullen dan voor de log student t verdeling geen zuivere schatter kunnen bepalen, maar moeten b.v. een mediaan-zuivere schatter nemen.

Een voorspeller voor $\log \underline{y}_t$ in vergelijking (2) is student t verdeeld.
Daar de momenten van een log student t verdeling niet bestaan zijn we niet in staat een zuivere voorspeller voor $\underline{y}_t$ te vinden.
De veronderstelling dat de student t verdeling bij een groot aantal vrijheidsgraden benaderd kan worden door een normale verdeling is onder de e-macht transformatie dan ook niet toegestaan, indien we in termen van momenten willen spreken.

Geraadpleegde literatuur

W.S. Albrecht, L.L. Lookabill and J.C. McKeown, The Time-Series Properties of Annual Earnings, Journal of Accounting Research, Autumn 1977.

R. Ball and R. Watts, Some Time-Series Properties of Accounting Income, Journal of Finance, June 1972.

B.A. Basi, J.J. Carey and R.D. Twark, A Comparision of the Accuracy of Corporate and Security Analysts' Forecasts of Earnings, The Accounting Review, April 1976.

W. Boomsma, G. Goudzwaard, K. v.d. Hoeven, L. Trimp, Toetsen en Schatten met betrekking tot gemiddelde en variantie, januari 1977.

L.D. Brooks and D.A. Buckmaster, Further Evidence of the Time-Series Properties of Accounting Income, The Journal of Finance, December 1976.

R.A. Daily, The Feasibility of Reporting Forecasted Information, The Accounting Review, October 1971.

C.L. McDonald, An Empirical Examination of the Reliability of Published Predictions of Future Earnings,

G. Foster, Quaterly Accounting Data: Time Series Properties and Predictive-Ability Results, The Accounting Review, January 1977.

J.J. v.d. Gaag en J.E. Matthée, De wenselijkheid van prognoses in het gepubliceerde jaarverslag, Rapport 7927/ACO, Erasmus Universiteit Rotterdam, November 1979.

D. Green and J. Segall, The Predictive Pover of First-Quarter Earning Reports, The Journal of Business, January 1967.

P.A. Griffin, The Time-Series Behavior of Quaterly Earnings: Preliminary Evidence, Journal of Accounting Research, Spring 1977.

K.S. Lorek, C.L. McDonald and D.H. Patz, A Comparative Examination of Management Forecasts and Box-Jenkins Forecasts of Earnings, The Accounting Review, April 1976.

V.A. Mabert and R.C. Radcliffe, A Forecasting Methodology as Applied to Financial Time-Series, The Accounting Review, January 1974.

A.M. Mood, F.A. GRAYBILL, D.C. Boes, Introduction to the Theory of Statistics, 1974.

A.L. Pakkala, Fixed Costs Impact Earnings Predictions, Financial-Analysts Journal, January-February 1979.

W. Ruland, The Accuracy of Forecasts by Management and by Financial Analysts, The Accounting Review, April 1978.

Siegel, Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences (1956).

G.E.P. Box and G.M. Jenkins, Time Series Analysis: Forecasting and Control (revised edition 1976)

T.S. Breusch and A.R. Pagan, The Lagrange multiplier test and its applications to model specification in econometrics, Discussion paper C.O.R.E., May 1978

R.G. Brown, Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series, 1962

P.G. Hoel, Introduction to mathematical statistics, 1971

J. Johnston, Econometric methods, 1972

D.C. Montgomery and L.A. Johnson, Forecasting and Time Series Analysis, 1976

C.R. Nelson, Applied Time Series Analysis for Managerial Forecasting, 1973

P. Schmidt, Econometrics, 1976

H. Theil, Economic Forecasts and Policy, 1961

H. Theil, Applied Economic Forecasting, 1965

H. Theil, Principles of Econometrics, 1971

E.G.F.van Winkel, ARIMA-Processen, proefschrift V.U., oktober 1979